

EL CONCEPTO DE FUNCIÓN MATEMÁTICA ENTRE LOS DOCENTES A TRAVÉS DE REPRESENTACIONES SOCIALES

Bertha Ivonne Sánchez Luján

Instituto Tecnológico de Cd. Jiménez. CICATA-IPN
ivonne_mx_2000@yahoo.com

Alberto Camacho Ríos

Instituto Tecnológico de Chihuahua II
camachoalberto@hotmail.com

Palabras clave: Función matemática, representaciones sociales, nodo central.

PLANTEAMIENTO

Un constante problema de entendimiento del concepto de función, como una relación entre variables, ha suscitado desde los años noventa diversas investigaciones a su alrededor (p. e, Sierpinska, 1992; Ruiz, L, 1998; Guzmán, 1998). En este marco es que nos interesamos en las concepciones de los profesores del nivel superior de ingeniería. El proyecto es realizado esencialmente a partir de un análisis cognitivo del concepto, para el que hicimos uso de la aproximación francesa llamada “Teoría de las Representaciones Sociales” (RS). Los resultados nos condujeron al establecimiento de “cadenas de significados”, cuyas consecuencias se plantean en este documento. Las concepciones de los profesores son sujeto de estudio que conduce, junto con los resultados de los análisis epistemológico y didáctico, al diseño de situaciones didácticas. De esta forma, la reconstrucción del conocimiento RCM deviene discurso textual: notas de clase, libros de texto, apuntes del profesor, etc., aun cuando los discursos hasta ahora aparecen solamente como resultado de investigación en tesis de maestría y doctorado, de nuestra disciplina, Matemática educativa (ME). Tales discursos hacen factible el diseño de situaciones didácticas, que a su vez se consolidan como una reconstrucción del conocimiento matemático escolar RCME.

En tanto, las nociones de representación, concepción y constructo han sido ampliamente estudiadas en (ME). Estas mismas fueron analizadas por De Vecchi & Giordan (1987). En principio, estos autores presentaron la noción de “concepción” como “un elemento motor que entra en el entendimiento de un conocimiento y permite al mismo tiempo hacer transformaciones del mismo”. En diversas investigaciones de ME es sabido que los estudiantes “construyen” las concepciones, toda vez que se les relaciona a un saber. No obstante, pocos estudios relacionan el saber con las concepciones de los profesores. En este sentido, consideramos que los profesores desarrollan concepciones personales de frente al propio conocimiento. Si bien Castañeda (2002)

ha usado “bases de significados” del conocimiento matemático escolar para dar a conocer las diferentes etapas del surgimiento del “punto de inflexión”, la propia denominación de “bases de significados” o “bases de conocimientos” fue utilizada por Durand (1996) para explicar cómo los profesores construyen este tipo de bases, en tanto las extienden, diversifican y estructuran notablemente en las asignaturas que ellos enseñan. Fortín (1992, c.p. Fil, Amade-Escot, Genet-Volet, s.f.) mostró a través de un estudio de casos, cómo las influencias de la experiencia y de los conocimientos adquiridos a lo largo de una carrera son determinantes en la elección de los contenidos a enseñar. Las representaciones de los profesores revelan, luego, procesos complejos que combinan conocimientos, creencias y experiencias que influyen sobre la manera en que son organizados y llevados a la práctica de la enseñanza (Mingüer, 2004).

Hemos usado el término “representación” de manera análoga al de “concepción” a partir de la diversidad de estudios comparativos que al respecto se han realizado. Astolfi (1997) fue de los primeros en tratar de integrar ambas nociones concibiendo la primera como “un modelo personal de organización de conocimientos”, (citado en Dollo, 2004) en tanto la segunda es de carácter “científico”. No obstante, estudios recientes articulan ambas nociones en una sola sujetándoles en marcos teóricos como aquel de la teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard (Dollo, Ch & Johsua S, 2002). No obstante, ha sido J. Abric quien asume la noción de representación como un argumento teórico y alternativo al de concepción para el análisis cognitivo, disociándole de su carácter solamente social e ingenuo de “noción”, “idea”, “opinión”, etc. Abric concibe las RS como una modalidad particular, específica: no solamente los elementos de la representación son jerarquizados, sino incluso toda la representación es organizada alrededor de un “nodo central”, constituido por uno o varios elementos que dan a la representación su significación, según Abric (1996):

Por su lado, en Cantoral, R. & Farfán, R. M. (1990), la noción de “constructo” se apega estrictamente a un ambiente de investigación científica concibiéndoles como aquellos “(...) andamios de los que se vale el sujeto en su acción sobre el objeto para acceder al concepto (...)” (Cantoral, R. & Farfán, R. M. 1990, 24).

Como tales, las representaciones pasarán de serlo para devenir concepciones, que a su vez se constituirán en constructos que servirán de “puente” en la construcción del conocimiento escolar.

En el ámbito escolar, el concepto de función matemática es abordado en los cursos de cálculo de nivel superior en primer semestre. En el Sistema de Institutos Tecnológicos (DGEST), el tema se ubica en la segunda unidad del programa de Matemáticas I, Cálculo Diferencial, para todas las carreras de ingeniería impartidas en el mismo.

MARCO TEÓRICO

Al reflexionar sobre nuestro quehacer escolar, nos encontramos con la dificultad que representa el que los estudiantes se apropien de los “nuevos conocimientos” presentados por los profesores como parte del programa educativo. En este sentido el análisis del discurso matemático escolar juega un papel importante en la transmisión de conocimientos. Cantoral & Farfán (1990) proponen una metodología para la reconstrucción del conocimiento:

- i) La génesis histórica.
- ii) La didáctica de antaño.
- iii) La fenomenología intrínseca.
- iv) Los constructos característicos.
- v) La reconstrucción de los significados asociados.
- vi) Su evaluación en el sistema educativo.

Para nuestro estudio, centraremos nuestra atención en los tres últimos rubros, puesto que son los que nos ayudarán a cumplir con el objetivo propuesto.

En la recuperación de los significados de un concepto es indispensable encontrar los elementos que hacen posible su construcción “andamios de que se vale el sujeto en su acción sobre el objeto para acceder al concepto en sí” (Cantoral & Farfán, 1990). Estos andamiajes, también llamados *constructos característicos*, son el pilar sobre el que se reconstruye el conocimiento, presentándose como verdaderas estructuras cognitivas, lo que nos lleva al conocimiento y saber establecidos.

Los estudiantes no aprenden conceptos en forma aislada, mediante un proceso de decontextualización y deconstrucción, adaptan experiencias significativas anteriores a situaciones actuales y acceden así al nuevo conocimiento. En esta “reconstrucción de significados” el análisis tanto de los constructos asociados, como el ámbito en que se desarrollan, son indispensables para una verdadera reconstrucción.

¿Cuáles son las concepciones de los profesores en torno al concepto de función?

Pudiera pensarse que sería suficiente con realizar un examen a los estudiantes o revisar sus apuntes sobre el tema, para conocer lo que los profesores transmiten en el salón de clases. Sin embargo, se hace necesario dirigir nuestro estudio a otros aspectos que muestren no sólo el “que se enseña”, sino “cómo se enseña”. Al analizar las respuestas de los profesores buscamos diversas “rutas de significados”, que muestren los conceptos que se encuentran alrededor del tema central, en este caso el de función. De esta forma, podremos proponer no solamente la RCM, sino, a partir de esas rutas, diseños de secuencias, es decir la RCME, que apoyen a los estudiantes en la comprensión del concepto.

La teoría de las R.S.

El concepto de RS fue introducido a partir de la teoría psicoanalítica de Freud en 1961, hace más de cuarenta años, por Serge Moscovici en su libro "La psychanalyse, son image et son publique", en tanto que la teoría se ha desarrollado a lo largo de este tiempo. Una RS es aquella construida por las interacciones en un grupo social y está formada por ideas, creencias, opiniones e incluso actitudes sobre algún concepto en particular.

Toda RS posee dos componentes:

1. “La cognitiva”, pues supone un sujeto activo, y
2. “La social”, pues las prácticas están determinadas por las condiciones sociales en que la representación se realiza y se transmite. (Abric, 1994).

Toda actividad mental individual está determinada a través del contexto grupal en que se desarrolla el individuo, por tanto la noción de RS nos sitúa en un punto en que aprehendemos diariamente de nuestro medio ambiente la información que se vierte sobre él, de las demás personas. El conocimiento es, entonces, “espontáneo”, socialmente elaborado y compartido. Es un fenómeno característico de la interacción del sujeto y del objeto, que se enfrentan modificándose mutuamente sin cesar (Piaget, 1968). Implica que exista una actividad constructiva y reconstructiva en cada representación.

Toda representación está construida alrededor del núcleo o sistema central, formado por uno o varios elementos que dan significación a dicha representación. El núcleo central es el elemento más resistente al cambio y es determinado tanto por la naturaleza del objeto representado, como por la relación que el grupo (o sujeto) mantiene con el objeto, y además con un sistema de valores y normas sociales. La identificación del núcleo central es determinante para conocer el objeto propio de la representación. Está vinculado a la memoria colectiva y a la historia del grupo, es estable, coherente y rígido, resistente al cambio y poco sensible al contexto inmediato.

Alrededor del núcleo central se tienen los “elementos periféricos” o “sistema periférico”. Como elementos jerarquizados desempeñan un papel esencial en la representación, permiten la integración de las experiencias individuales, lo que soporta la heterogeneidad del grupo, además, es sensible, evolutivo y sensible al contexto inmediato. Asegura la protección del nodo central.

En el ámbito escolar, la representación no es un reflejo de la realidad escolar o de sus funciones sociales efectivas, sino una construcción original. Es decir, es un proceso de construcción basado en experiencias sociales.

Luego, y para nuestro propósito, entendemos las RS como una construcción personal que integra elementos y que se ha generado en la práctica (social) del profesor. Estas RS transforman e impactan las concepciones de los estudiantes al momento de impartir su clase mediante procedimientos y actividades en el aula.

METODOLOGÍA

El cuestionario compuesto por seis preguntas se diseñó por etapas:

Primera etapa: recolección del contenido

En las dos primeras preguntas, los docentes respondieron mediante asociación libre a partir de un término inductor: función. Sus respuestas proporcionaron una manera de sondear el nodo estructural latente de las RS.

Segunda Etapa: Búsqueda del contenido y del sistema central

La pregunta 3 comprueba la existencia de una jerarquización colectiva. De una lista de 20 proposiciones se piden las cinco más importantes, luego las cinco más alejadas del concepto. Pone en evidencia los elementos centrales de la representación. La lista de palabras se eligió de

los libros de texto que los profesores utilizan de forma regular para la preparación de sus clases. En el caso de la palabra “variabilidad”, aún cuando no se menciona en los libros de texto, se incluyó pues consideramos importante su relación con otros significados asociados, como son: “*variable*” – “*variación*” – “*variabilidad*”, para la comprensión del concepto en estudio (Camacho, 2007).

Para verificar la información del sistema de representación

En la pregunta 4 se presentaron una serie de proposiciones referentes al tema de función, el análisis mostró el grado en que los conocimientos están arraigados.

Identificación de lazos y puesta en evidencia de los elementos centrales

La pregunta 5 representa un método de asociación libre que muestra la organización interna y ensamble de los elementos de la representación.

Tercera Etapa: Verificación de la centralidad

La pregunta 6, identifica la organización del contenido de una representación en un sistema de categorías mediante grupos de palabras. Es un método indirecto para encontrar una relación de similitud entre sus partes.

Las preguntas 5 y 6 proporcionaron los procesos de esquematización de la red y una relación de similitud.

Las preguntas 3, 5 y 6 conducen a la identificación del nodo central y los elementos periféricos.

En nuestro estudio utilizamos el Software QSR Nvivo 7 *¹ por ser una herramienta cuyo objetivo es facilitar el análisis cualitativo de datos textuales en proyectos de investigación, mediante un programa altamente avanzado y de los más utilizados a nivel mundial.

RESULTADOS

Se aplicó el cuestionario de evaluación Pretest a cinco docentes del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Cd. Jiménez y a ocho docentes del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Chihuahua II.

¹ QSR International Pty. Ltd, provee este y otros programas para análisis de datos. Nvivo 7 es la última versión del programa NUD*IST (Non-numerical Unstructured Data * Indexing Searching and Theorizing: Datos No estructurados y no numéricos * Indexar, registrar y teorizar).

Análisis de las respuestas:

Cinco mas importantes o cercanas del concepto	Cinco mas alejadas del concepto de función
Ley de causa-efecto, gráfica, interpretar, fórmula, modelo, modelo matemático, ley, idealización.	Numérica, números reales, ordenada, origen. El 10% respondió que todas las palabras tienen que ver con el concepto.

Mediante asociación libre debieron construirse diez cadenas de cuatro términos cada una iniciando con el de función. La mayoría de los encuestados construyó las diez cadenas completas, de un total de 21 palabras mostradas, el promedio de utilización es de 13 a 18 palabras. Las mas utilizadas fueron “Tabla de valores” con frecuencia de 26 por todos los sujetos encuestados, seguido por modelo, dependencia, representación y gráfica.

Ejemplos:

Todas las cadenas inician con el término función.

Idealización Ú	Fórmula Ú	Predicción
Tabla de valores Ú	Gráfica Ú	Representación
Dependencia Ú	Regla de correspondencia Ú	Tabla de valores
Dependencia Ú	Predicción Ú	Inferencia
Variable Ú	Variación Ú	Variabilidad
Representación Ú	Gráfica Ú	Tabla de valores
Modelo matemático Ú	Predicción Ú	Variabilidad
Variabilidad Ú	Algebraica Ú	Ecuación
Regla de correspondencia Ú	Modelo matemático Ú	Gráfica
Inferencia Ú	Interpretar Ú	Predicción
Variabilidad Ú	Aproximación Ú	Representación
Representación Ú	Tabla de valores	
Gráfica Ú	Variabilidad Ú	Ley causa - efecto
Modelo matemático Ú	Variabilidad Ú	Predicción
Tabla de valores Ú	Gráfica Ú	Predicción
Regla de correspondencia Ú	Dependencia Ú	Variabilidad

Ejemplos de categorías:

<p>Título: <u>Derivando</u></p> <p>Curva Aproximación Movimiento</p>	<p>Título: <u>Representación gráfica de una función</u></p> <p>Interpretar Representación Gráfica Ordenada Origen Curva</p>	<p>Título: <u>Relación</u></p> <p>Representación – idealización Imagen – dominio Movimiento - curva</p>
<p>Título: <u>Pronósticos</u></p> <p>Aproximación Variabilidad Idealización Predicción Variación Conclusiones</p>	<p>Título: (sin título)</p> <p>Modelo Patrón Ecuación</p>	<p>Título: <u>Control</u></p> <p>Dominio – imagen Verbal – imagen Cantidad – conclusiones</p>
<p>Título: <u>Predicción</u></p> <p>Modelo Patrón Tabla</p>	<p>Título: <u>Variación</u></p> <p>Variable Variación Variabilidad</p>	<p>Título: <u>Una función simple</u></p> <p>Fórmula Dependencia Imagen Variable dependiente Variable independiente Dominio</p>

CONCLUSIONES

De la aplicación del pretest se obtuvo el núcleo central formado por: dependencia de variables, regla de correspondencia, grafica, tabla de valores, modelo y dependencia; los elementos periféricos: variable independiente, relación, dominio y rango. De acuerdo a la teoría de las RS son estos últimos los que permiten una adaptación de las experiencias personales al

concepto y son fundamentales para el mejor entendimiento del sistema central que presta estabilidad y coherencia al concepto.

Un resultado desconcertante es el que refiere los conocimientos teóricos de los encuestados ya que oscilan de 45% a 60%. No previmos que pudiera ser así, sin embargo, refuerza nuestra idea inicial de que las concepciones y en este caso los conocimientos teóricos de los docentes, apoyan o detienen la correcta comprensión del concepto por parte de los estudiantes.

Los autores que han estudiado las RS insisten en su carácter construido y estructurado. Según Johsua & Dupin (1993), podemos nombrar a la representación como el contenido estructurado del pensamiento de un sujeto (citado en Dollo, 2001, p. 74), las RS no sólo son visiones del mundo, también son verdaderas reconstrucciones mentales.

Consideramos, que es de especial importancia la forma de conocer un contenido matemático (entendido como las concepciones –RS- que el profesor tiene del mismo), ya que deriva en lo que se considera fundamental aprender, esto es, en las prácticas sociales que el profesor provoca en el aula. Una RS no es exclusiva del plano cognitivo, por lo que deben analizarse las relaciones con el plano sociocultural, el entender las relaciones entre representaciones y prácticas sociales implica un doble trabajo de análisis y conocimiento de cada uno de los términos involucrados.

Este trabajo muestra un primer acercamiento al tema, los resultados obtenidos nos permitirán realizar una segunda aplicación del test (que incluya una pregunta de verificación del núcleo central) a un mayor número de docentes, para corroborar los resultados y vincularlos con las acciones en el aula. Seguido de un análisis epistemológico del concepto de función a partir de un análisis de textos antiguos que fueron usados en la enseñanza del cálculo diferencial en los colegios mexicanos. El análisis nos ayudará en establecer un discurso, estilo de modelo didáctico, que reconoceremos como reconstrucción del conocimiento matemático RCM, toda vez que este último será el sustento para diseñar situaciones didácticas que integrarán la reconstrucción del conocimiento matemático escolar RCME.

REFERENCIAS

Abric, J. C. (1994). *Pratiques sociales et représentations*. Paris: PUF.

Camacho, A. & Sánchez, B.I. (2006) The transference of the mathematical language to different semantic fields. *International Journal of Materials and Product Technology*, Vol.27(1,2), 1-12. Inderscience Publishers.

Camacho, A. (2007). Las nociones de variable, variación y variabilidad en la enseñanza del concepto de función. Documento aceptado para ser presentado en la *XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* en la Ciudad de Santiago de Querétaro en México, del 15 al 18 de julio, organizada por el Comité Interamericano de Educación Matemática, grupo Regional de la International Commission on Mathematical Instruction.

Cantoral, R. & Farfán, R. M. (1990). Elementos Metodológicos para la reconstrucción de una Didáctica del Análisis en el nivel superior. Primer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. *Cuadernos de Investigación*. 4(13), 2ª parte, 19-26. PNFAPM – SEP, México.

Castañeda, A. (2002). Estudio didáctico del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. 5(1), 27-44.

Dollo, Ch. (2001). *Quels déterminants pour l'évolution des savoirs scolaires en Sciences Economiques et Sociales?* (l'exemple du chômage). Tesis de doctorado. U. de Provence, Francia.

Dollo, Ch et Johsua S. (2002) Conceptions d'élèves et diversité des paradigmes en sciences économiques et sociales (l'exemple du chômage) Article paru dans L'Année de la Recherche en Sciences de l'Education.

Durand. (1996). *L'enseignement en milieu scolaire*. París: PUF L'éditeur.

Fil, Ch., Amade-Escot, Ch., Genet-Volet, Y. (S.F.) Mise en oeuvre des programmes par les enseignants: le cas du badminton au quebec et en france. Disponible en línea http://www.unice.fr/ufrstaps/colloque_antibes/Fil/Fil2.htm

Giordan, A. & De Vecchi, G. (1995). Los nuevos modelos de aprendizaje ¿más allá del constructivismo? *Perspectivas* 25(1), 65-72.

Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de los estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 1(1), 5-21.

Johsua, S. & Dupin (1993). Introduction á la didactique des sciences et des mathématiques. París. PUF.

Mingüer, L. (2006). *Entorno Sociocultural y cultura matemática en profesores de nivel superior de educación. Estudio de caso: el Instituto Tecnológico de Oaxaca: Una aproximación socioepistemológica*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.

Moscovici, S. (1985). *Psicología Social I y II*. Barcelona España. Paidós.

Piaget, (1959). *Dialectique*. Éditions du Griffon, Neuchâtel, No 13.

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. Publicaciones de la Universidad de Jaén, España.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-28) Washington, DC, USA: Mathematical Association of America.