

UNA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS DE CÁLCULO NUMÉRICO CON EL APOYO DE ASISTENTES MATEMÁTICOS

Rosa A Vázquez Cedeño*, Milagros Gutiérrez Álvarez, Edistio Yoel Verdecia Martínez*

*Universidad de las Ciencias Informáticas, Universidad de Camagüey

Cuba

ravazquez@uci.cu, milagros.gutierrez@reduc.edu.cu, edistioyoel@uci.cu

Resumen: El trabajo muestra, los resultados obtenidos de la aplicación de una alternativa metodológica para el tratamiento de contenidos del Cálculo Numérico con el apoyo del asistente matemático Derive, en dos grupos de estudiantes de universidades en diferentes países. Se tuvo en cuenta las características particulares de los grupos de estudiantes y el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje (PEA). Se realizaron tareas con un enfoque de aplicación de contenidos y de justificación de hipótesis, lográndose un equilibrio entre la fundamentación y la profesionalización en el PEA. Se propicia un despertar de motivaciones, intereses y mayor acercamiento a las Matemáticas.

Palabras clave: Conceptos, asistentes matemáticos, alternativa metodológica.

Abstract: The present work shows the results of the application of a methodological alternative for the treatment of topics of Numeric Calculation with the support of Derive, in two groups of university students in different countries. The characteristics of the groups of students and the use of the TIC in the PEA have been kept in mind. The tasks were designed with focus in application of contents and hypothesis justification, achieving a balance between the foundation and professionalization in the PEA. This has propitiated an awakening of motivations, interests and bigger approach to the Mathematics.

Key words: Concepts, mathematical assistant, alternative methodology.

Introducción

La necesidad del aprendizaje y comprensión de los conceptos matemáticos en alumnos que estudian Matemática, ya sea en programas de formación profesoral o Licenciatura, así como la introducción de los asistentes matemáticos en el trabajo de estos es cada día una prioridad indiscutible en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje (PEA) de dicha disciplina.

La situación que abordamos tiene su existencia a partir de la experiencia de los docentes participantes en el trabajo con el Cálculo Numérico para la formación de Ingenieros con uso de asistentes matemáticos, miembros del Grupo de Investigación de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Camagüey y de coincidir su trabajo en universidades en diferentes países y continentes: La Universidad Agostino Neto de Luanda en Angola y en el Centro de Estudios Superiores de Tefé perteneciente a la Universidad del Estado de Amazonas, Brasil.

En ambos casos eran estudiantes donde ya se habían cursado los semestres iniciales de la disciplina y por lo tanto estudiado los conceptos: función, continuidad, raíces, acotación, derivación, integración, etc., dichos alumnos cursan el quinto o sexto semestre de su carrera: Ciencias o Formación Profesoral, y por tanto han cursado los semestres iniciales del Álgebra y

el Cálculo Diferencial e Integral y deben enfrentarse a los métodos del Cálculo Numérico, lo que lleva al estudiante ante una nueva visión de los métodos de la Matemática y el necesario dominio e interpretación de los conceptos ya estudiados.

Desde las observaciones iniciales pudimos detectar deficiencias similares en los grupos de estudiantes a pesar de la distancia, diferencia cultural y de nacionalidad, lo que corrobora lo determinado por otros investigadores tal y como se afirmaba

“... los estudiantes aprenden los procedimientos del cálculo (encontrar límites, diferenciación, etc.) a un nivel puramente algorítmico, construido sobre imágenes conceptuales escasas. Y que las dificultades en la concepción de los procesos de diferenciación e integración pueden explicarse en términos de que los estudiantes carecen, necesariamente, de un nivel alto de abstracción, tanto del concepto de función (como un objeto) como de los procesos de aproximación”(Dreyfus 1990).

Tareas para la verificación de hipótesis, la representación y reconocimiento gráfico de estos conceptos, así como el paso entre diferentes registros semióticos, constituyen aspectos de amplio grado de dificultad para los alumnos cuando el aprendizaje no ha profundizado lo suficiente.

La comprensión de los conceptos básicos del Cálculo suele resultar una tarea difícil para la mayoría de los estudiantes en sus primeras experiencias en estas asignaturas y en estos casos constituían problemas de máxima prioridad ante la formación profesional de dichos estudiantes. Dificultades similares son presentadas por investigadores de diferentes latitudes e independientemente del fundamento teórico empleado: (Orton, 1983; Artigue, 1998 y Cantoral, 2000), Cabañas y Cantoral (2007), citados por los autores Contreras, Hernández, Aguilar, León y Oropeza (2011) situación esta corroborada en nuestra situación objeto de estudio.

A esto se añade un limitado y muy escaso uso y aprovechamiento de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones y sus potencialidades en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática.

La observación inicial permitió reconocer el siguiente problema científico: Los estudiantes en ambos centros tienen insuficiencias al reconocer, aplicar y visualizar los principales conceptos matemáticos.

El propósito fundamental de la investigación fue: lograr una alternativa metodológica que posibilitara la profundización de los alumnos en los conceptos iniciales del Cálculo Diferencial

e Integral aprovechando las posibilidades de los softwares matemáticos y de las potencialidades de un proceso apoyado en las TIC.

Diagnóstico

El diagnóstico fue realizado a través de las observaciones de clases, pruebas y test de verificación de los conocimientos, así como las entrevistas realizadas a partir de los intercambios con los propios estudiantes, otros docentes de dichas instituciones y materiales existentes.

La verificación efectuada fue guiada en dos direcciones:

- a- aspectos del contenido matemático
- b- uso de las TIC para la resolución de problemas matemáticos y más específicamente dominio de algún asistente matemático.

Los resultados obtenidos arrojaron la siguiente caracterización de manera similar en ambas instituciones.

Bajo nivel de interpretación, representación gráfica y aplicación de los conceptos fundamentales del Cálculo y el Álgebra, tomando como elemento clave las funciones reales y su representación gráfica, la continuidad y discontinuidad, derivabilidad de una función en un punto y un intervalo, intervalos de crecimiento y decrecimiento así como la acotación en un intervalo, ecuaciones, raíces. Todo esto tomado para su constatación a partir del estudio y análisis de las hipótesis de los principales métodos numéricos a estudiar.

En cuanto a asistentes matemáticos se habían recibido cursos optativos, por lo tanto no cursado por todos, pero en ninguno de los casos había ocurrido un empleo sistemático en el aprendizaje y resolución de problemas de ninguna de las asignaturas estudiadas, por lo que la falta de empleo, aplicación y trabajo sistemático había conducido al olvido, falta de conocimiento y práctica en el trabajo con los mismos.

Marco teórico

La investigación realizada basa sus fundamentos en la teoría de Vigotsky (1985), dicha teoría coloca en el centro al estudiante, como sujeto activo y consciente con un objetivo determinado, utilizando diversos medios a su disposición, que en general son asumidos como mediadores en el proceso de enseñanza aprendizaje.

En el PEA, se destacan y asumen dos tipos principales de mediación: la social y la instrumental, que actúan directamente en el proceso de conocimiento. En la mediación social están las

personas como instrumento de mediación para la acción sobre el ambiente, los grupos sociales en la integración de los sujetos a las prácticas sociales y el papel del otro en la formación de la conciencia del individuo.

En la concepción de Vigotsky, cuando se hace referencia a la mediación instrumental se trata de la utilización por los hombres de los instrumentos creados por él y acorde al momento y desarrollo de la cultura de su época cuando realiza las acciones de transformación de la realidad.

La cultura en la concepción Vigotskiana, es el producto de la vida y de la actividad social del hombre y se expresa a través de los signos, los cuales tienen un significado estable ya que se han formado en el desarrollo histórico y transmitido de generación en generación. Para este proceso mediador nos sustentamos fundamentalmente en dos de los principios enunciados por García Quiroga (2006):

- ❖ el carácter mediatizado de la psiquis humana y
- ❖ el carácter activo del estudiante en el proceso de enseñanza aprendizaje.

En el contexto de la investigación desarrollada, la mediación instrumental fue considerada a través del uso de los asistentes matemáticos, específicamente Derive y Excel, en menor medida, así como el aprovechamiento y uso de la computadora y sus potencialidades.

Para que se dé el aprendizaje se requiere que el estudiante logre su independencia cognoscitiva, la cual está asociada al desarrollo de su pensamiento abstracto el que depende a su vez de los nexos símbolo objeto de los que dispone el sujeto.

El concepto no es el punto de partida del conocimiento, sino su resultado. *“En el concepto se tiene la expresión concentrada de conocimientos, actividades prácticas e investigativas como suma de todo lo acontecido en una etapa de la realidad social”*. Vázquez (1999, p. 63).

Los conceptos básicos necesarios para el trabajo en Cálculo Numérico no se conceptualizaron, lo cual impide al alumno identificar, clasificar y, en definitiva, operar correctamente a pesar de conocer los procedimientos generales, así como realizar algunos cálculos y por tanto aplicarlo a casos específicos como la Resolución de Problemas.

Este planteamiento de la escuela Histórico Cultural, es un principio básico en nuestro trabajo, pues el dominio de los conceptos y las aplicaciones a la resolución de problemas, que aspiramos a lograr, dependen en una medida considerable de la representación semiótica de los objetos de estudio, sobre dichas representaciones semióticas, el estudiante desarrollará las generalizaciones necesarias para lograr el dominio del contenido estudiado.

Para el caso analizado conocer y manejar las representaciones gráficas de funciones, la interpretación geométrica de propiedades y conceptos relativos a las mismas, así como el empleo en demostraciones y constatación de propiedades relativas a los conceptos, constituye una base importante para el trabajo a realizar y los propósitos de la investigación realizada. Todo esto tiene respuesta a través de la potencialidad gráfica y de procesamiento, así como que cada vez es más accesible y dinámica su interfaz, constituyen características de gran relevancia en relación con los sistemas de representación y las representaciones semióticas que resultan de vital importancia para que los alumnos conciban la construcción del conocimiento matemático.

Respecto a las representaciones una de las actividades fundamentales de los profesores es enfrentar a los alumnos a problemas en donde, para poder resolverlos, necesitan realizar conversiones entre distintos registros.

Experiencias para la introducción de herramientas computacionales como recurso didáctico de apoyo al desarrollo del pensamiento de los alumnos así como al aprendizaje de la Matemática es en la actualidad una línea fecunda para el trabajo de la investigación en Matemáticas.

Por su parte Litwin citado por García Quiroga (2006, p. 11) aduce:

“...la mayor dificultad no radica en el uso de una nueva herramienta sino en concebir un proyecto en el cual tenga sentido la utilización de la misma y, a partir de él, los nuevos recursos tecnológicos puedan potenciar la propuesta educativa o enmarcarla”.

Fernando Hitt citado por López (2006, p. 35) enfatiza que:

...es importante promover la visualización matemática utilizando diferentes representaciones y haciendo uso reflexivo de las nuevas tecnologías que permitan dar un significado concreto a las nociones matemáticas. El desarrollo de habilidades ligadas a la visualización matemática podrá impulsar a los estudiantes a un nivel más profundo de los conceptos propios del cálculo. El diseño de nuevos materiales es imperativo para este desarrollo integral.

La alternativa metodológica definida a partir del análisis teórico realizado está sustentada en los siguientes elementos:

- ❖ El carácter activo del estudiante mediatizado instrumentalmente por el asistente matemático y las computadoras en el PEA de la Matemática.

- ❖ La necesidad de formación de los conceptos básicos del Cálculo y su aplicación en la Resolución de Problemas.
- ❖ La representación gráfica, la interpretación geométrica la realización de volúmenes de cálculo por mediación del asistente como elementos base para la justificación y comprobación de la aplicación de los métodos.
- ❖ Los asistentes matemáticos como elemento fundamental para la resolución de problemas aplicados, la conceptualización y la verificación de las hipótesis.

Metodología

Una vez realizado el diagnóstico el trabajo consistió en un experimento de enseñanza a partir del diseño y desarrollo de actividades en el laboratorio para la disciplina Cálculo Numérico. Se dividió en cuatro etapas: diagnóstico; preparación de las actividades, capacitación de los alumnos en TIC y para el trabajo con los software: DERIVE y EXCEL.

En la etapa de preparación, los docentes, determinaron todos los conceptos y propiedades que de manera fundamental están presentes en los métodos numéricos a estudiar durante el curso, así como su verificación a partir de las funcionalidades de los asistentes: los distintos tipos de funciones y sus representación, continuidad, acotación, estudio de la función en un intervalo acotado, raíces, discontinuidades, límite, comportamiento en el infinito, derivabilidad son algunas de las mas trabajadas a lo largo del semestre.

La concepción fundamental de las actividades es el uso del software no solo en su rápida potencialidad para los cálculos, sino para el trabajo de los alumnos en su experimentación y comprobación de estos, así como la verificación del cumplimiento de las hipótesis para la aplicación o no de un método, de forma que el alumno profundice el método aplicado, sus requerimientos y al propio tiempo trabaje en la consolidación de los conceptos básicos relacionados con el Cálculo Diferencial e Integral.

Para la preparación de los estudiantes en el manejo de los asistentes matemáticos se estudiaron sus propiedades y funcionalidad general con énfasis en las funciones y operaciones en correspondencia a las necesidades antes detectadas: la representación de una función en los diferentes registros semióticos: analítica, gráfica, tabulada; la potencialidad de acercamiento en la gráfica con el “Zoom” de Derive, la elaboración de tablas de cálculo a partir del Excel, las funciones discontinuas en Derive como: “ABS”, “SIGN”, “STEP” y “CHI”.

Las clases en el laboratorio están apoyadas por guías y una clase de preparación y ejemplificación por parte del docente en el aula; en todos los casos se parte de una actividad

inicial, o parte de ella, con trabajo en pequeños equipos de trabajo, y posteriormente la resolución de problemas de forma individual. El alumno recoge en sus cuadernos los resultados y conclusiones a que se arriba, para una posterior discusión en el aula.

Ejemplos:

Tema: Raíces de ecuaciones

1- Dada una ecuación polinómica: compruebe gráfica y analíticamente el número de raíces, aislelas en intervalos de amplitud $\leq \beta$, de un valor aproximado de las mismas a partir de su aproximación con Derive. Verifique el cumplimiento de las hipótesis necesarias para la aplicación de cada uno de los procedimientos. (Comentarios: para este tipo de problemas el alumno debe realizar un análisis combinado de la Regla de Descartes, la fórmula de Lagrange, las hipótesis de continuidad en el intervalo, así como el cambio de signos en sus valores. Para lograr tener en pantalla todas las raíces deberá hacer un estudio gráfico pormenorizado ya que las mismas pueden quedar fuera del intervalo que tiene en pantalla).

2- Dada una ecuación algebraica, hacer un estudio comparativo del valor de alguna de sus raíces a partir de la aplicación de diversos métodos previa comprobación del cumplimiento de las hipótesis: gráfico, bisección, iterativo general, Newton; así como el estudio del error absoluto tomando en consideración como valor exacto el valor dado por el asistente. (Comentarios: para estos casos es necesario el estudio de las hipótesis necesarias en cada caso, el trabajo de cálculo que podrá ser asistido por el Excel, el estudio de funciones iterativas y la determinación de la condición de convergencia para la posible aplicación del método).

Resultados

Como resultado de este trabajo, se considera un mayor aprovechamiento de los estudiantes y comprensión del aparato conceptual matemático como base para resolver los problemas particulares, y su preparación para enfrentar tareas posteriores en otras disciplinas

Mediante las actividades desarrolladas conjuntamente con las tareas orientadas se constató un mayor dominio de los aspectos necesarios para la comprobación de las hipótesis de los métodos y en particular para la comprensión del cálculo numérico.

Conclusiones

El trabajo realizado evidenció cambios en la manera de pensar y actuar en la mayoría de los alumnos, por la visión propia de la Matemática y sus contenidos, así como el empleo de elementos de análisis, búsqueda e indagación para la resolución de los problemas y no solo los

elementos propios del cálculo sin importar a donde se llega, disminuyendo significativamente la concepción de la casi exclusiva dedicación a encontrar respuesta mediante el cálculo.

De este modo, la estrategia didáctica diseñada, llevó a los estudiantes ante los elementos que para el aprendizaje y desarrollo en la Matemática posibilitan las nuevas tecnologías, para que el estudiante pueda concentrar sus esfuerzos en la interpretación de los resultados, el desarrollo de estrategias de resolución de problemas y la creación de soluciones novedosas para ellos.

De acuerdo con el análisis teórico la propuesta desarrollada proporciona al alumno una visión de la Matemática mediada por la computadora, los asistentes y sus recursos, así como la necesidad de profundizar en el aprendizaje de los conceptos básicos del cálculo y su verificación a partir de la representación gráfica, los análisis geométricos y los cálculos según la naturaleza y condiciones del problema lo requieran. Más que el cálculo de una derivada o un límite, es el análisis de ambos a través de su representación gráfica, rescatándose la necesidad de la visión geométrica en el aprendizaje de la Matemática, cuestión esta a la cual se hace el llamado a profundizar en la comunidad matemática.

Así, de esta manera, empleará distintas representaciones de un mismo concepto, lo que le permitirá consolidar sus conocimientos de forma más consciente, sólida, duradera y útil para abordar problemas con niveles de complejidad, en general imposibles sin el uso de la tecnología.

Referencias bibliográficas

- Contreras, J., Hernández, J., Aguilar, A., León, F. y Oropeza, C. (2011). Cálculo de áreas planas en R^2 usando las nuevas Tecnologías. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24,1110-1118. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Dreyfus, T. (1990). *Advanced Mathematical Thinking*. In Nesher, P. And Kilpatrick, J. (Ed.). *Mathematics and Cognición: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (pp.113-134). Cambridge University Press.
- García Quiroga, L. (2006). *Metodología para el proceso enseñanza aprendizaje del cálculo integral fundamentado en el nexa símbolo objeto*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Camagüey, Cuba.
- Litwin, E. (2005). *La tecnología educativa en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires: Amorrortu.

López, L. (2006). *Desarrollo de la habilidad de visualización matemática 3D en estudiantes, requerida en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática de nivel superior y en el ejercicio profesional*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Camagüey, Cuba.

Vázquez, R. A. (1999). *La resolución de problemas y tareas en Matemática IV para Ingeniería Eléctrica*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Camagüey, Cuba.

Vigotsky, L. S. (1985). Problemas fundamentales de defectología contemporánea. *Obras Escogidas en seis tomos. Tomo V, 2-26*. La Habana: Pueblo y Educación.