

## EL FENÓMENO DE LA REPRODUCIBILIDAD EN LOS PROCESOS DE FORMACIÓN DE PROFESORES EN SERVICIO. UN CASO DE LA GEOMETRÍA ESCOLAR

María Soledad Montoya, Javier Lezama  
PUCV , CICATA  
soledad.montoya@ucv.cl, jlezamaipn@gmail.com

Chile, México.

**Resumen:** El siguiente escrito presenta la descripción de un proyecto de investigación que está en curso. Este pretende hacer un estudio con profesores en formación continua, en particular con aquellos que han realizado un curso de perfeccionamiento y que hacen clases de matemáticas a estudiantes de 12 a 14 años. Estos docentes, actualizan saberes: matemáticos, didácticos y pedagógicos, diseñan situaciones de aprendizaje fundamentadas en marcos teóricos de la didáctica de la matemática o matemática educativa. Además, desarrollan la metodología de Estudio de Clases para reflexionar sobre su propia práctica entre pares. En este contexto, se pretende investigar sobre el “fenómeno de reproducibilidad”. Para ello se proyecta provocar una reflexión de tipo didáctica con elementos teóricos que emergen en la didáctica de la matemática como es el caso de la reproducibilidad. Nos proponemos observar qué elementos aportan al quehacer del profesor dicha reflexión para que los diseños didácticos sean aplicados en diferentes escenarios

**Palabras clave:** Reproducibilidad, reflexión, formación continua, estudio de clases.

**Abstract:** The following paper presents the description of an ongoing research project. This aims to make a study with teachers in continuous training, in particular with those who have made a training program and that make math classes to students from 12 to 14 years. These teachers actualize knowledge: mathematicians, didactic and pedagogical, they design learning situations based on theoretical frameworks of the didactics of mathematics or mathematics education. In addition, they develop the methodology of Lesson Study to reflect on their own practice among them. In this context, the purpose is to investigate the "phenomenon of reproducibility". This is projected to cause a reflection of didactic type with theoretical elements that emerge in the didactics of mathematics as it is the case of reproducibility. We propose to observe what elements contribute to the work of Professor such reflection so the teaching designs are implemented in different scenarios.

**Key words:** Reproducibility, continuous training, reflection, didactical situations, lesson study.

### Introducción

Este escrito, muestra una investigación que está en proceso, lo que se plantea es antecedentes de la investigación, construcción de la pregunta y marco teórico en el que ésta se fundamenta y por ende la investigación misma. Busca aportar conocimiento en el proceso de formación continua de profesores a partir de la reflexión de la teoría

El contexto, donde surge el cuestionamiento que conduce a plantearse la pregunta de investigación, corresponde a un grupo de profesores que están en servicio y que asisten a cursos de perfeccionamiento para reactualizar saberes de índole: matemático, didáctico y pedagógico. Estos docentes en formación continua, tienen que diseñar secuencias de aprendizaje, que tienen en vista un propósito didáctico. Dichas secuencias, se busca que estén fundamentadas en marcos teóricos de la didáctica de la matemática o matemática educativa, y por tanto son inducidas y posteriormente analizadas y retroalimentadas por expertos; esta

actividad busca provocar en particular una reflexión tanto en el diseño como en la puesta en escena -es decir, en estos cursos se introducen elementos teóricos que modelan el quehacer cotidiano y práctico del profesor- y se provoca una reflexión sobre su propia práctica.

### Antecedentes

A continuación, se presentan algunos antecedentes que permiten comprender la conceptualización de la reproducibilidad.

Uno de los primeros estudios de reproducibilidad es de Artigue (1986), quién presenta una investigación sobre la reproducibilidad de situaciones didácticas, en la que expone el estudio de la dinámica de clase de una situación didáctica particular, con el objetivo de determinar características que las hacen reproducibles. Además, expone el diseño de un modelo que le permite analizar la reproducibilidad de situaciones didácticas; este modelo lo define con base a historias de clase, órbitas y trayectorias. Una historia de clase está constituida por un grupo de órbitas (que son como pequeñas metas conceptuales a lo largo de la secuencia) que tienen relación con el logro de los aprendizajes de cada estudiante –se espera que el estudiante pase por cada una de ellas- y esto permite describir trayectorias de los estudiantes a lo largo de la situación didáctica.

Artigue, concluye esta parte señalando la importancia de desarrollar estudios sobre las concepciones del sujeto y que los métodos para investigarlas están inspirados en el campo de la psicología social. Plantea también, que por una parte hay que tratar de entender el sistema didáctico en un sentido más global y por otra afirma que el rol de la investigación no es solamente efectuar constataciones sobre la enseñanza, sino también construir herramientas que permitan un cierto sentido de optimización.

La segunda parte del escrito, muestra el estudio de la dinámica de una situación de aprendizaje de círculos. Describe la metodología utilizada, que consiste en construir un modelo (ingenuo), usar el modelo al máximo realizando las simulaciones e interpretar los resultados obtenidos en términos de reproducibilidad.

En la conclusión global del estudio se destacan las preguntas que se plantea a partir del estudio de reproducibilidad y que dicen: ¿cuáles son los fenómenos observados y cuáles son las variables que los determinan? ¿cuáles son los reportes que existen entre la historia de la clase y las historias individuales de los alumnos? ¿se puede pasar de un discurso descriptivo y llegar a un discurso explicativo o predictivo de la clase?

También, concluye sobre dos hechos importantes; uno que tiene relación con las historias de clase, la cual la constituye la historia personal de cada alumno frente a la resolución del

problema, y la otra con el rol del profesor dentro del aula, pues afirma que el profesor juega un rol decisivo en la reproducibilidad de la situación. Lo relevante de este artículo es, que el modelo que plantea de reproducibilidad que elabora la investigadora, lo declara ingenuo, pues no le permite evidenciar la reproducibilidad como tal y en sus conclusiones plantea interrogantes que orientan la reflexión en la dirección a dos subsistemas del sistema didáctico, los constituidos por el profesor y el alumno.

Otro antecedente relevante, es Lezama (2005), pues aborda el fenómeno de reproducibilidad, estableciendo que la reproducibilidad de una situación didáctica o situación de aprendizaje necesariamente hace establecer los factores que posibilitan el logro de los propósitos didácticos de una misma clase, al repetirse en escenario distintos. Sin embargo, da a conocer otros estudios en los que se señala que la reproducibilidad en estricto rigor no se puede asegurar en didáctica, pero que se puede predecir reagrupando historias de clases en vecindades de historias y en distinguir trayectorias y órbitas propias de cada situación didáctica. Además, agrega que la reproducibilidad no depende únicamente de los elementos del diseño, sino que hay que considerar factores exógenos a él.

En Artigue (1995), se señala que Brousseau fue el primero en enfrentarse al problema de la reproducibilidad de su ingeniería didáctica sobre la enseñanza de los decimales. A partir de esto, Brousseau escribe sobre los fenómenos de obsolescencia y relaciona el hecho de que un profesor de un año a otro reproduce condiciones para que sus alumnos tengan los mismos resultados en la comprensión de un concepto; sin embargo, en lugar de reproducir las condiciones, deja libre las trayectorias y reproducen una “historia” similar a la de años anteriores pero que desnaturaliza las condiciones didácticas que garantizan una significación correcta de los estudiantes.

También, en este antecedente se consideran los problemas de transmisión y de representación metacognitivas y desarrollan la idea a partir de dos trabajos, uno de ellos es la investigación de Arzac (1989), quién realiza un estudio de reproducibilidad en el marco de un problema abierto; sus hallazgos le permitieron poner en evidencia la desproporción entre el carácter aparentemente anodino de algunas intervenciones del maestro y sus efectos reales. Arzac, además, define un concepto para la caracterización del fenómeno llamado “escogencia didáctica”, el cual lo describe como una decisión situacional que toma el profesor y produce un cambio cognitivo en el estudiante, pues cambia “el sentido y la función” del conocimiento.

Es relevante que el fenómeno “obsolescencia” enmarcado posteriormente por Brousseau en los fenómenos ligados al control de la transposición didáctica y en donde define, entre otros, el envejecimiento de situaciones de enseñanza. Este fenómeno lo relaciona con las dificultades

que tiene un profesor para reproducir una misma lección, pues plantea que la reproducción exacta de lo que ha dicho o hecho anteriormente no tiene el mismo efecto y tiene la necesidad de cambiar: la formulación de la exposición o las instrucciones o los ejemplos o los ejercicios y si es posible la estructura misma de la clase.

### **Problemática**

La enseñanza aprendizaje de la matemática ha sido discutida en diversos escenarios, principalmente por los resultados que arrojan algunas evaluaciones estandarizadas de nivel internacional, como la prueba PISA. Los resultados de esta medición, en especial la del año 2009, en la parte matemática, pone en evidencia que hay una gran cantidad de países - 41 de 65 – que obtienen un puntaje bajo el promedio que establece OCDE. Chile y México, son dos países que obtuvieron un puntaje similar y bajo el promedio, pero sin duda lo más interesante es que devela que en Chile el 22% de los estudiantes que se sometieron a estas pruebas se ubican en el nivel de desempeño I, es decir, no dominan las competencias elementales. Por su parte, en México el 28,9% de los estudiantes se localiza en el nivel I. Dados estos datos, se puede señalar que algunos estudiantes del sistema escolar no aprenden matemáticas, pues la definición del área de matemática en esta prueba tiene estrecha relación, entre otras, con la capacidad del individuo para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz resolver e interpretar problemas matemáticos.

Por otra parte, la intención de que los estudiantes aprendan matemática se fundamenta en la idea de instalar un proceso social de culturización científica, que ayuda al reconocimiento de la necesidad de implementar modificaciones educativas en el campo particular de las matemáticas (Cantoral y Farfán, 2003). Desde esta mirada, surge la necesidad de investigar en el campo de la matemática educativa y a su vez se convierte en un desafío, puesto que, las aportaciones que se realizan en este ámbito, entre otras; definen, estudian, detectan fenómenos didácticos, por ende podrían aclarar algunos de estos fenómenos y evidenciar problemáticas que se están generando, contribuyendo con esto al conocimiento disciplinar que alimenta el cuerpo teórico del campo de la matemática educativa y que después pueda usarse en beneficio de la escuela.

Además, de lo presentado en los párrafos anteriores, se tiene que mencionar que en la enseñanza - aprendizaje de la matemática en los últimos años, ha sufrido algunos cambios. Estos cambios, obedecen a los procesos que se han producido en la educación a nivel mundial, como los cambios tecnológicos y sociales.

Esto conlleva a plantear reformas educacionales, pues de un modelo tradicional de enseñanza se propone un nuevo enfoque que está orientado al desarrollo del pensamiento matemático del estudiante y no sólo a la comunicación de información.

Algunos de estos nuevos enfoques de enseñanza son, por ejemplo; aquel que se basa en la resolución de problema, aquel que está centrado en la modelación matemática o bien aquel que se fundamenta en la matemáticas en contexto. En este proceso de adaptación y aceptación de los modelos que surgen en las reformas educacionales, se proponen diversos cursos de actualización para los docentes que están en servicio y que consideran por igual los saberes matemáticos, didácticos y pedagógicos. Asimismo, las políticas públicas de algunos estados tienen institucionalizada la formación continua de docentes, a través de diversas estrategias como: postítulo (también conocidos como diplomados), cursos de perfeccionamiento docentes, entre otros. En esta formación continua, se fortalecen conocimientos en diversos ámbitos, con el propósito de que el docente pueda readecuar y cambiar un modelo de enseñanza – aprendizaje de la matemática y reflexionar de manera ilustrada con teoría y práctica.

La experiencia de trabajar con docentes en diferentes cursos de reactualización, permite señalar que el cambio de enfoque en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática, para el profesor no es “natural”, sobre todo para docentes que llevan 10, 15 hasta 20 años de servicios. Da Ponte & Champan (2006) citan un estudio de Rossouw & Smith (1998) sobre el conocimiento pedagógico del contenido (PCK) a maestros de primaria en geometría, que dos años después de haber completado el curso de instrucción interno, los maestros finalmente desarrollaron su propio conocimiento pedagógico del contenido que se formó por su propia experiencia. Esto conduce a presentar que cada profesor que tiene la necesidad de cambiar el enfoque en la enseñanza de la matemática, tiene una historia propia, constituida también por creencias que se han instalado en su quehacer profesional. Parte de la historia del profesor de matemática es la experiencia formativa, situada en una época y en una tradición regional, de la enseñanza –aprendizaje. Se agrega a ésta historia, los cambios sociales y tecnológicos que eran más lentos si se compara con los cambios que se producen actualmente. Por lo cual, hay profesores que en el proceso de actualización de saberes, logran con dificultad poner en acción dichos saberes al servicio de su profesión y diseñar sesiones de clases con un nuevo enfoque, dado las observaciones que se han realizado en el trabajar con distintos docentes de diferentes edades en cursos de reactualización. En este caso, se podría señalar, que algunos docentes han provocado una ruptura con su quehacer pedagógico tradicional y están

abiertos a cambios de enfoques. Sin embargo, no se sabe con certeza qué aprende, cómo aprende y cómo valida lo que aprende.

Estos hechos, conducen a reflexionar sobre la práctica pedagógica de un profesor de matemática en servicio, pues con o sin perfeccionamiento, el profesor desea provocar aprendizajes de matemática en sus alumnos, independiente del modelo que él seleccionó o aprendió para diseñar y realizar sus clases.

En concordancia con los antecedentes y frente a la reflexión plasmada en los párrafos anteriores, surge la inquietud de vincular el fenómeno de la reproducibilidad que está asociado al diseño de las Ingenierías Didácticas con el quehacer de un docente que asiste a un programa de reactualización de saberes, pues en esos cursos tiene posibilidad de apropiarse o al menos conocer elementos de la didáctica de la matemática. Estos elementos, pueden convertirse en herramientas para el diseño y ejecución de propuestas de enseñanza y aprendizaje fundamentada en marcos teóricos como la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la cual es una teoría de aprendizaje en donde subyace un modelo constructivista.

La reproducibilidad como fenómeno, surge precisamente en la Teoría de Situaciones Didácticas, específicamente en los fenómenos ligados a la transposición didáctica y en particular al envejecimiento de situaciones de enseñanza (Brousseau, 1986).

Asociando, la idea de reproducibilidad que es un elemento teórico de la didáctica de la matemática con cursos de reactualización de saberes matemáticos, didácticos y pedagógicos se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿La reflexión sobre reproducibilidad en el proceso de formación continua, agrega elementos al docente para que sus diseños de situaciones de aprendizajes sean instalados en distintos escenarios?

### **Marco conceptual**

La investigación que se propone considera aspectos conceptuales de diversa índole, como reproducibilidad, reflexión, situaciones de aprendizajes y constructos teóricos como la Ingeniería Didáctica y Estudios de Clases. Asimismo la fundamentación es la Teoría de Situaciones Didácticas y Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Precisaremos algunas ideas en relación al sentido del término reproducibilidad para comprender la característica esencial de la investigación. Se comprenderá por reproducibilidad a la forma en que una situación de aprendizaje puede ser instalada en distintos escenarios y extrapolar los elementos, que permiten que la situación en sí misma no pierda su esencia

relacionado con el logro del objetivo didáctico. Algunos ejemplos en donde se puede observar la reproducibilidad: un profesor que diseña una clase para un grupo determinado de estudiantes y luego tiene que aplicar clase con otro grupo de estudiantes; un profesor que tiene que aplicar situaciones de enseñanza aprendizaje en su quehacer cotidiano y a lo largo de su carrera; dos profesores que diseñan una clase y tienen que aplicarla en dos cursos distintos.

Por otra parte la reflexión que se desea provocar es de tipo didáctico. Esto nos conduce a plantear lo que se entenderá primeramente por reflexión, el significado de esta palabra depende desde que punto de vista se sitúa. A partir de la lingüística según RAE (Diccionario de la Real Academia Española) es la acción de reflexionar (del latín reflexio-onis) y reflexionar a su vez, es considerar nueva o detenidamente algo. Desde el punto de vista filosófico, reflexión es el proceso de meditar o de considerar algo en forma detenida.

La definición de reflexión que se adoptará para este estudio es la de Sánchez (2010) quien la precisa como una actividad de tipo cognitiva y la considera un proceso mental por el cual las acciones creencias, conocimientos o sentimientos son conscientemente considerado y examinado. Además, define como reflexión didáctica al proceso en el cual el profesor conscientemente considera su propia práctica de profesor, sus valores y acciones asociadas con la práctica y por reflexión matemática aquella que se relaciona con la matemática misma que examina conscientemente la interpretación de conceptos matemáticos.

Cabe señalar que es posible identificar un tercer tipo de reflexión denominada pedagógica, ésta es transversal en los procesos educativos y tienen relación con las metodologías y paradigmas de enseñanza.

En este escrito se están presentando las primeras ideas de marco conceptual, en la investigación se están precisando cada uno de los constructos mencionados en los párrafos anteriores con mayor profundidad. Se han señalando ideas generales de dos conceptos para comprender mejor las características de la investigación.

### **Metodología experimental**

La metodología experimental es la fase en que se recogen datos y se tienen que buscar la forma de recoger los datos, enseguida se analizan bajo el marco teórico y a partir de eso se pueden formular conclusiones y responder a la pregunta de investigación.

Desde esta perspectiva, la metodología de la presente investigación es de tipo cualitativa y considera a un grupo de profesores que está realizando un curso de perfeccionamiento y que están en vías de apropiación de saberes matemáticos, didácticos y pedagógicos.

El grupo de profesores está constituido por 8 integrantes, estos profesores hacen clases de matemáticas en el segundo ciclo básico del sistema escolar chileno, es decir, a niños entre 12 a 14 años. Los docentes asisten a un curso de postítulo de especialización en matemáticas y el programa de dicho curso considera entre sus módulos uno denominado “Taller de reflexión pedagógica y seguimiento al aula”. En el taller los profesores diseñarán situaciones de aprendizajes y las aplicarán en sus respectivas clases. Los diseños didácticos son discutidos por el grupo de docentes y se instala una reflexión permanente desde el inicio del trabajo en el taller. Cada docente realizará un Estudio de Clases, lo que implica necesariamente: discusión, análisis, aplicación de las situaciones de aprendizajes para posteriormente evaluar las clases. Esto permitirá provocar la reflexión de tipo didáctica en relación a la reproducibilidad.

Se está en una fase de recolección de datos para poder interpretar, analizar y poder responder a la pregunta de investigación.

### Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1986). Étude de la dynamique d'une situation de classe: Une approche de la reproductibilité. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 7(1), 5-62.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Arsac, G. (1989) Le rôle del professeur- aspects pratiques et théoriques, reproductibilité. Cahiers du Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique. Grenoble: IMAG-LSD.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-112.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1) 27-40
- Da Ponte J. & Chapman O. (2006) Mathematics Teachers' Knowledge and Practices. En Gutiérrez y Bolero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future* (pp.461-492). Estados Unidos, Sense Publishers.
- Información sobre México en PISA 2009. (sf). Recuperado el 16 de septiembre de 2011 de [http://www.inee.edu.mx/archivosbuscador/2011/02/INEE-201102297-informacion\\_pisa2009.pdf](http://www.inee.edu.mx/archivosbuscador/2011/02/INEE-201102297-informacion_pisa2009.pdf)



Lezama J. (2005). Una mirada socioepistemológica al fenómeno de reproducibilidad, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3) 339-362

Resumen de resultados PISA 2009 Chile. (s.f.). Recuperado el 16 de septiembre de 2011 de [http://www.simce.cl/fileadmin/Documentos\\_y\\_archivos\\_SIMCE/evaluaciones\\_inter/pisa\\_2009/Resumen\\_Resultados\\_PISA\\_2009\\_Chile.pdf](http://www.simce.cl/fileadmin/Documentos_y_archivos_SIMCE/evaluaciones_inter/pisa_2009/Resumen_Resultados_PISA_2009_Chile.pdf)

Rossouw, L. & Smith, E. (1998) Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Geometry. In Olivier, A. & Newstead, K. (Eds) *Proceedings of PME22*, 4, 57-64.

Sánchez (2010). *How to stimulate rich interactions and reflections in online mathematics teacher education?* Tesis de Doctorado, IMFUFA tekst nr. 472 - 2010. Universidad de Roskilde: Dinamarca.