

## DIFICULTADES QUE ENFRENTAN LOS PROFESORES EN ESCENARIOS DE MODELIZACIÓN

Liber Andrés Aparisi Nielsen, Marcel David Pochulu  
Instituto Nacional de Formación Docente  
Universidad Nacional de Villa María  
laparisi@unsam.edu.ar, marcelpochulu@hotmail.com

Argentina

**Resumen.** El trabajo tiene por objetivo describir algunos obstáculos y desafíos que enfrentan los profesores de Matemática al iniciar actividades de modelización. A su vez, se busca caracterizar las ventajas y desventajas que le encuentran los profesores a esta estrategia de enseñanza cuando la implementan en sus clases habituales en la escuela secundaria. Los profesores realizaron una capacitación virtual, referida a la enseñanza de la Matemática con nuevos recursos, donde la resolución de problemas y las actividades de modelización fueron el eje de curso. Los resultados muestran que a los profesores se les presentan dificultades en el momento de abordar actividades de modelización, lo que conlleva a que no siempre sea vista como una estrategia de enseñanza viable de ser utilizada en las clases.

**Palabras clave:** modelización matemática, formación de profesores de matemática.

**Abstract.** The aim of this paper is to describe obstacles and challenges that teachers face when they use modeling activities in secondary classes. We propose, also, to characterize advantages and disadvantages that teachers find when using this teaching strategy. Teachers held a virtual course. In it, the focus was put in problem solving and modeling activities. Along the course, the use of new resources was included. The results show that teachers present many difficulties when addressing modeling activities. This fact leads them to not always consider modeling as a viable teaching strategy for their classes.

**Key words:** mathematical modeling, mathematics teacher training

### Introducción

The aim of this paper is to describe obstacles and challenges that teachers face when they use modeling activities in secondary classes. We propose, also, to characterize advantages and disadvantages that teachers find when using this teaching strategy. Teachers held a virtual course. In it, the focus was put in problem solving and modeling activities. Along the course, the use of new resources was included. The results show that teachers present many difficulties when addressing modeling activities. This fact leads them to not always consider modeling as a viable teaching strategy for their classes.

Se dice, y pareciera existir un claro consenso, que la formación de profesores exige algo más que un conocimiento avanzado de Matemática, y se requiere de la adquisición de diferentes tipos de saberes. A su vez, las tendencias actuales en Educación Matemática nos ubican en la problemática de diseñar problemas para la clase de Matemática, atendiendo a los retos y desafíos actuales por los que atraviesa esta ciencia.

Por un lado, aparece la necesidad de trabajar con problemas contextualizados para mostrar el vínculo que tiene la Matemática con la realidad, a través de la resolución de problemas y las actividades de modelización, con la intención de desarrollar competencias matemáticas.

Por el otro, se vuelve prácticamente indispensable vincular las actividades que se presentan en la clase de Matemática con programas computacionales, Internet, y las nuevas tecnologías de la información y comunicación (conocidas como TIC). Así aparece una labor extra a la tarea docente: desarrollar competencias digitales en los alumnos, aunque:

Hay un desarrollo respecto a lo que son avances de la incorporación de las nuevas tecnologías y sus usos didácticos. Sin embargo, aunque hay un reconocimiento de distintas herramientas como soporte práctico del profesor, se señalan distintas cuestiones que aún permanecen abiertas en la comunidad internacional como las siguientes: ¿Cuál es la matemática que se necesita para la enseñanza en Secundaria? ¿Cuáles son las diferencias entre ésta y aquellas que configuran el currículo de un matemático profesional? (Gómez-Chacón, 2005, p. 19).

Buscar y encontrar buenos problemas que se adecuen a las nuevas tendencias, a los actuales lineamientos curriculares y, al mismo tiempo, se encuadren con cierta postura didáctica, demanda un gran desafío y esfuerzo de los profesores que no puede obviarse. Biembengut y Hein (2004) expresan que:

La dificultad principal está centrada en la formación de los profesores y en la falta de vivencia del alumno en un trabajo de esta naturaleza. En la formación de profesores de matemáticas, por ejemplo, rara vez se da una orientación de modelización ni cómo utilizar este procedimiento en la enseñanza formal (...). Para los alumnos que tuvieron una vivencia de enseñanza en los moldes tradicionales, la resistencia a la modelización es significativa, ya que este método requiere más empeño en los estudios, la investigación y la interpretación del contexto. (p. 120).

Enmarcado en la problemática mencionada anteriormente, el presente trabajo tiene por objetivos: (a) describir algunos obstáculos y desafíos que enfrentan los profesores de Matemática al iniciar actividades de modelización, y (b) caracterizar las ventajas y desventajas que le encuentran a esta estrategia de enseñanza cuando la implementan en sus clases habituales en la Escuela Secundaria.

### Marco referencial

Los distintos diseños curriculares para en nivel secundario y superior de Argentina, remarcan que las tareas y actividades en las que se aborda la estructura formal de la Matemática priorizan una perspectiva vinculada con los procesos de problematización y modelización. Además, en ellos se enfatiza que “problematizar” y “modelizar” son procesos que se implican recíprocamente, reflejando el carácter dinámico de la Matemática y funcionando en forma cíclica e integrada. Esta concepción, lleva a enmarcar al presente trabajo, por un lado, en la línea de la Didáctica de la Matemática denominada *resolución de problemas, escuela anglosajona* e incluso *aprendizaje basado en problemas* (Rodríguez 2012), donde:

El énfasis está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas. Al decir esto queremos resaltar el interés en que adquieran herramientas y construyan estrategias para abordar problemas, a la vez que el foco no está puesto en la enseñanza de un contenido específico. (Rodríguez, 2012, p. 154).

Puesto que la intención es aprender estrategias de resolución y formas de pensar matemáticas, en esta línea cobra relevancia el análisis de las heurísticas, o estrategias heurísticas que se ponen en juego en la resolución de los problemas, las cuales no necesariamente son exitosas ni permiten obtener las respuestas buscadas. No obstante, esta forma de trabajo demanda: (1) Una concepción de la Matemática que haga énfasis en los procesos propios del pensamiento matemático; (2) La creación de oportunidades para la realización de tareas intelectualmente exigentes (González, 1998); (3) La generación de un clima que propicie la libertad para pensar; (4) La realización de actividades de mediación cognitiva tanto individual como socializada (González, 1996); y (5) La construcción de un repertorio de herramientas heurísticas (Guzmán, 1991; González, 1997; Polya, 1975; Schoenfeld, 1992).

Por otro lado, el trabajo se enmarca en la *modelización matemática*, como estrategia pedagógica para la enseñanza (Villarreal, Esteley y Smith, 2011). Al igual que las concepciones sustentadas en torno a la resolución de problemas, la modelización matemática suele concebirse desde diferentes ópticas. En particular, para este trabajo se la entenderá como una práctica de enseñanza que relaciona el mundo real y la Matemática, la cual puede motivar el proceso de aprendizaje y ayudar a los alumnos a construir conceptos matemáticos relevantes. Esto significa que de manera implícita o explícita se ha recorrido un proceso para establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real. Blomhoj y Hojgaard Jensen (2003) describen un proceso de modelización matemática a través de 6 sub-procesos:

- ❖ Se formula un problema, más o menos explícito, que guía la identificación de ciertas características de la realidad percibida que será modelizada.
- ❖ Se hace una selección, o sistematización, de los objetos relevantes y sus relaciones para hacer posible una representación matemática.
- ❖ Se traduce esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- ❖ Se usan métodos matemáticos para arribar a resultados también matemáticos y conclusiones pertinentes al caso.
- ❖ Se interpretan los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.
- ❖ Se evalúa la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

El proceso de modelización no se lo entiende como lineal, sino más bien, como un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del modelo.

### Metodología

Metodológicamente en el trabajo se han seguido los lineamientos de una investigación-acción, realizando un proceso cíclico de exploración, actuación y valoración de resultados, de las prácticas operativas y discursivas realizadas por 22 profesores, que se hallaban en un escenario de modelización. En este contexto, se entiende la noción de escenario de modelización, como el “conjunto de situaciones, hechos, materiales, acciones y relaciones involucradas en el proceso de estudio, creación, implementación y evaluación de proyectos de modelización matemática desarrollados en contextos educativos” (Villarreal, Esteley y Smith, 2011, p. 2).

Los profesores realizaron una capacitación virtual de 10 semanas de duración, referida a la enseñanza de la Matemática con nuevos recursos, que se insertó en el programa *Conectar igualdad en la formación docente*, promovido por el Instituto Nacional de Formación Docente del Ministerio de Educación de Argentina, donde la resolución de problemas y las actividades de modelización fueron el eje de curso.

Para este trabajo, sólo se consideraron las producciones y debates realizados por los profesores en torno a una actividad puntual, cuya consigna fue la siguiente:

Actividad: Cuando se trata de buscar información en Internet sobre las abejas, millones de páginas aparecen en el buscador. Consideremos, por ejemplo, el sitio Hipernova (<http://www.hipernova.cl/LibrosResumidos/Ciencias/Entomologia/Vida>)

[Abejas/EnjambrazonAbejas.html](#)) el cual aborda aspectos referidos a la enjambrazón de las abejas. Al respecto, cabe mencionar que las páginas dedicadas a la apicultura sugieren a los apicultores estar atentos a la enjambrazón de las abejas, y para ello, hay que sacrificar a la reina. Pero ¿qué es la enjambrazón?

En el sitio Web anteriormente mencionado se expresa:

La enjambrazón, la migración de un sinnúmero de abejas con su reina para formar otra colmena, se produce cuando las princesas están ya prontas a nacer; en aquellos momentos se evidencia un apogeo de la colmena, una superabundancia, una superpoblación, una prosperidad que desemboca en la migración de una parte de la colmena junto a su antigua reina. La reina se va y deja su lugar a una de sus hijas-princesas que deberán luchar por el trono. Cuando vemos un enjambre volando o posado en alguna parte, se trata de una migración de abejas junto a su reina, que se han marchado a fundar una nueva colmena.

Consideremos el último párrafo de esta explicación: “Cuando vemos un enjambre volando o posando en alguna parte, se trata de una migración de abejas junto a su reina, que se han marchado a fundar una nueva colmena”. El problema que te proponemos nace precisamente aquí: ¿Cuál es la dinámica poblacional de este nuevo enjambre que se forma con la antigua reina? Esto es, ¿cuántos individuos logrará tener la colmena a medida que transcurren los días? ¿qué cantidad máxima es esperable?

En síntesis, hay que buscar un modelo matemático que permita describir la dinámica poblacional de estas abejas que se marchan con su reina antigua que fue desplazada por una nueva. El trabajo lo podés hacer con un grupo de colegas (no más de 4 integrantes) o en forma individual. Lo dejamos a tu elección. La decisión dependerá de tus posibilidades de interacción con otros colegas y de tus tiempos, pues hay que tener una selección de los objetivos relevantes y sus relaciones, buscar información, y así llevar a cabo una representación matemática para luego traducirlos al lenguaje matemático.

Para acreditar el trabajo de esta semana, pretendemos que hagas un escrito en el procesador de texto y lo envíes. En ese escrito, además del modelo matemático y las explicaciones del mismo, le anexas un registro de las acciones que llevaste a cabo, incluyendo todos los sucesos que tuvieron lugar durante la realización de la actividad, las fallas que se produjeron, los cambios que se introdujeron y lo que te significó en términos de aprendizaje.

A su vez, se analizaron 50 producciones escritas referidas a actividades de modelización, y los debates realizados por los profesores en los foros de discusión, llevando a cabo un procesamiento interpretativo, y no estadístico, de toda la información.

Esto permitió distinguir las expresiones y comentarios más representativos que formularon los profesores cuando realizaron la actividad (experiencias que ellos vivieron como estudiantes), las que se enmarcan en algunos de los sub-procesos que proponen Blomhøj y Hojgaard Jensen (2003). Posteriormente, se caracterizaron las ventajas y desventajas que los profesores le encuentran a la modelización como estrategia pedagógica para implementar en el aula con sus alumnos (concepción que tienen como docentes). Por último, se interpretó la información realizando un análisis en conjunto y generando algunas categorías.

#### *Vivencias de los profesores en un escenario de modelización*

Se detallan a continuación algunas expresiones que resultaron más representativas de las experiencias vividas por los profesores, discriminándolas en los momentos por los que atravesaron durante el proceso de modelización propuesto.

*Selección, o sistematización, de los objetos relevantes y sus relaciones para hacer posible una representación matemática.*

- ❖ Modelizar la dinámica poblacional de una colmena me pareció algo muy difícil, no podía visualizar para nada cómo sería dicha población. Enseguida imaginé fórmulas exponenciales llenas de variables, y no tenía idea de cómo iba a resolver el problema. Y peor: no me daba cuenta qué era realmente lo que debía resolver.
- ❖ En un primer momento todo fue incertidumbre ya que desde el comienzo no se tenían datos y la búsqueda era totalmente libre. Aquí se plantean dos cuestiones, por un lado realizar una búsqueda crítica de información y además decidir sobre qué información resulta relevante para nuestro problema.
- ❖ Al ser tan amplio el problema, el trabajo de modelizar resultó arduo. Teníamos demasiada información para analizar.
- ❖ Me sentí desorientada ante tanta variedad de información: buscaba y buscaba, sin saber qué.
- ❖ La verdad que con esta actividad me sentí muchas veces derrotada o abrumada por tanta información.
- ❖ No supe discriminar fácilmente lo útil y relevante.

- ❖ Hay mucha información sobre el tema, pero lo que más me retrasó fue que la información en general es la misma, pero los valores numéricos difieren en los distintos sitios web.
- ❖ Me topé con un primer problema: no todas las páginas consultadas coinciden en la información que brindan. Por ello, decidí usar un sólo sitio web -que consideré fiable- como fuente de información, para poder pasar a la etapa de modelización. De allí consideré algunos datos iniciales sobre los que hacer el modelo.
- ❖ Fue difícil empezar debido a que es muy variada la información que se encuentra en Internet acerca de la población inicial del enjambre. Así que seleccioné datos y opté por elegir un valor inicial intermedio.

*Se usan métodos matemáticos para arribar a resultados también matemáticos y conclusiones pertinentes al caso.*

- ❖ Al buscar un modelo, no me pareció muy complicado por el hecho de que una población crece por lo general de manera exponencial o logística (por lo menos eso es lo que se enseña).
- ❖ Tardamos en decidirnos qué modelo era más conveniente porque según como tomábamos los datos se formaba uno u otro. Finalmente, nos decidimos por un modelo logístico, que no pareció el más adecuado.
- ❖ No logro llegar a un modelo logístico, sólo a modelos lineales a tramos, seguiré investigando y veré qué pasa.
- ❖ Me llama la atención que el modelo termina siendo lineal, a tramos, pero tramos lineales. Esperaba alguna función exponencial, o logarítmica. Pero llegué a un modelo lineal.
- ❖ La verdad me desconcierta un poco lo que proponen los demás sobre modelos logísticos porque yo sigo hallando únicamente modelos lineales (a tramos).
- ❖ Cuando visualicé el problema desde el punto de vista del crecimiento de una población, todo se simplificó. Lo que hice fue evaluarlo y adaptarlo lo mejor posible a la situación real. Lo más importante fue buscar algunos datos iniciales.

*Se interpretan los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.*

- ❖ Una vez que creí resuelto el problema, vino una etapa de desconcierto. En el foro, mis compañeros habían obtenido modelos exponenciales, logísticos, y yo: uno lineal. Todos coincidíamos en que obteníamos una función a tramos, pero no había consenso

en qué tipo de función era cada tramo. Lo que más me desconcertaba era no encontrar un visto bueno de alguien que validara mi producción. Aquí me sentí totalmente en el papel de aquel alumno que hace algo y enseguida pregunta: ¿profe, está bien?

- ❖ Si bien fomentamos el aprendizaje autónomo de nuestros alumnos: ¡Qué difícil es vivirlo en carne propia! Y aceptar que hay problemas que pueden ser abiertos, cuya solución tal vez no es la única, y que su riqueza está en el camino transitado y no en la solución acabada del mismo.
- ❖ Esta clase de actividades te llevan mucho tiempo por el razonamiento que tienes que realizar y en este caso me demandó demasiado tiempo y tuve demasiados datos para trabajar.
- ❖ Acostumbrados a la enseñanza tradicional, es comprensible que cueste tanto romper con los esquemas que uno viene arrastrando, donde no existen situaciones abiertas sino más bien se enseñan/aprenden fórmulas que resuelven.
- ❖ Sentí agobio ante los obstáculos que se presentaron. También ansiedad ante las ganas de hacer rápido la actividad y encontrar la solución correcta. Y angustia por no tener ningún tipo de guía.

#### *Ventajas y desventajas de la modelización para implementar en la clase*

Analizando las respuestas que brindaron los profesores y el propio trayecto que recorrieron durante la resolución de la actividad, se pueden recuperar características de la modelización como estrategia de enseñanza, que son destacadas por los propios lineamientos curriculares e investigaciones realizadas sobre la temática (Biem Bengut y Hein, 2004; Blomhoj & Hojgaard Jensen, 2003; González, 1997, 1998; Villarreal, Esteley y Smith, 2011) tales como:

- ❖ Se trabaja con una Matemática vinculada a la realidad, lo que permite un trabajo áulico basado en situaciones reales.
- ❖ Se fomenta la independencia del estudiante, el descubrimiento autónomo y la autogestión del propio aprendizaje.
- ❖ Se permite al estudiante hacer una búsqueda crítica de la información, tomar decisiones, opinar, reflexionar, debatir, equivocarse, etc.
- ❖ Se le da sentido al quehacer matemático en el aula, pues cobra relevancia lo que se descubre, apreciándose la potencia del conocimiento mismo que se construye.
- ❖ Se obtienen buenos resultados áulicos y autoconfianza del estudiante.

En cuanto a las desventajas que encontraron los profesores, tanto en su trayecto como resolutores de una actividad de modelización, como las perspectivas que le ven a la misma para implementar en las clases de Matemática, se pueden agrupar en tres grandes categorías: mediacionales, instruccionales y cognitivas. Cada una de ellas se ejemplifica con frases que dejaron escritas los profesores en los foros de discusión.

#### Desventajas mediacionales

- (a) El tiempo didáctico: *Al trabajarse con situaciones abiertas, los estudiantes esperan que se les brinden orientaciones, pues les cuesta saber recortar la información útil de la que no lo es. Por otra parte, los docentes no disponen del tiempo necesario para trabajar con problemas abiertos en la clase (hay que completar los contenidos propuestos; existen otras prioridades que atender dentro del aula; insume mucho tiempo la preparación de la clase, etc.)*
- (b) El uso de recursos tecnológicos: *Las aulas, o los estudiantes, no disponen de equipamiento tecnológico, o de conocimientos sobre el manejo de programas.*

#### Desventajas instruccionales

- (a) El modelo de enseñanza: *Un modelo tradicional de enseñanza genera seguridad al docente, pues primero explica la teoría y luego se hacen ejercicios. El trabajo con modelización, pone al profesor en una zona de incertidumbre, donde no necesariamente se saben todas las respuestas ni los posibles acercamientos que realizarán los alumnos.*
- (b) La interacción en el aula: *La matrícula elevada imposibilita trabajar en forma personalizada, y también dependerá de la disciplina que tengan los alumnos.*

#### Desventajas cognitivas

- (a) El tiempo de aprendizaje: *Los alumnos deben tener ya incorporados una serie de conocimientos que les sean útiles para solucionar el problema que se les plantea. Además, ante situaciones desafiantes los estudiantes no quieren investigar y es el docente quien termina trabajando en clase. El trabajo con modelización impone mayores exigencias para los alumnos.*
- (b) Profesores sin formación específica: *La formación de los profesores es más tradicional y no se los formó para trabajar con actividades de modelización en las aulas.*

### Conclusiones

Con el trabajo se pone en evidencia que a los profesores se les presentan dificultades en el momento de abordar actividades de modelización, fundamentalmente cuando deben tomar algún tipo de decisión, seleccionar objetos claves de la situación, delimitar y recortar un problema para

convertirlo en un caso particular que permita analizar sus relaciones, buscar patrones y características, y para realizar una formulación matemática del modelo que subyace. Esta situación, conlleva a que no siempre sea vista la modelización como una estrategia de enseñanza viable de ser utilizada en las clases, a pesar de que los profesores reconocen las ventajas que remarca el currículo escolar.

La experiencia realizada parece mostrar, además, que sigue siendo dificultoso instaurar propuestas innovadoras en las aulas, y al mismo tiempo, cambiar la visión del profesor acerca de la Matemática y su enseñanza. Aún sigue primando la experiencia y vivencias del profesor por encima de criterios y recomendaciones curriculares, lo que lleva a reflexionar sobre la distancia que puede existir entre los principios que se sustentan en el currículo escolar y los que efectivamente se traducen en una propuesta para la clase.

### Referencias bibliográficas

- Biembengut, M. S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar Matemática. *Educación Matemática* 16(2), 105-125.
- Blomhoj, M. & Hojgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications* 22(3), 123-139.
- Gómez-Chacón, I. (2005). Tendencias y retos en formación de profesores en Matemáticas. Vivir el presente y crear el futuro en la cooperación Europa-Latinoamérica. En I. Gómez-Chacón y E. Plancart (Eds). *Educación Matemática y formación de profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica* (pp. 15-31). España: HumanitarianNet.
- González, F. (1996). El Sistema de Mediación Tutorial. *Enfoques* 1(2), 56-71.
- González, F. (1997). *Procesos Cognitivos y Metacognitivos que activan los estudiantes universitarios venezolanos cuando resuelven problemas matemáticos*. Tesis Doctoral No Publicada. Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela.
- González, F. (1998). Metacognición y Tareas Intellectualmente Exigentes: El caso de la Resolución de Problemas Matemáticos. *Zetetiké* 6(9), 59-87.
- Guzmán, M. de. (1991). *Para Pensar Mejor*. Barcelona: Editorial Labor.
- Polya, G. (1975). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Editorial Trillas.
- Rodríguez, M. (2012). Resolución de Problemas. En M. Pochulu y R. Rodríguez (Comps.). *Educación Matemática – Aportes a la formación docentes desde distintos enfoques teóricos*, (pp. 153-174). Buenos Aires: EDUVIM y Ediciones UNGS.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. En D. Grows (Ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Villarreal, M.; Esteley, C. y Smith, S. (2011). Desafíos y decisiones de profesores de matemática en escenarios de modelización: el diseño de un proyecto para el aula. Recuperado el 2 de diciembre de 2011 de [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/973/772](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/973/772)