

UNA PROPUESTA PARA RESIGNIFICAR LO LINEAL EN UNA SITUACIÓN DE MODELACIÓN DE MOVIMIENTO

Mario Adrián Caballero Pérez, Rosario Pérez López, Claudia Soto López

CINVESTAV- IPN

México

macaballero@cinvestav.mx, rperezl@cinvestav.mx, clsoto@cinvestav.mx

Resumen. Considerando algunas investigaciones donde se ponen en escena situaciones de modelación de movimiento con la perspectiva socioepistemológica, podemos ver en las producciones realizadas por los estudiantes, que se recurre en primer lugar y de manera persistente a los trazos rectos para modelar el movimiento de una persona (Torres, 2004; Suárez, 2008; Briceño, 2008). Consideramos que en sus respuestas, no hay indicios de haber comprendido las características que presenta un movimiento a razón constante. Por tal razón realizamos un diseño de situación con el objetivo de resignificar lo lineal, la cual está sustentada por la categoría modelación-graficación y la formulación de una epistemología de lo lineal.

Palabras clave: epistemología, lineal, situación de modelación de movimiento, resignificación

Abstract. Considering some findings in situations of modeling of motion problems from a socioepistemology perspective, we can see in the students' productions that they use at first and persistently straight lines to model the movement of a person (Torres, 2004; Suarez, 2008; Briceño, 2008). We consider that in their answers, there is not an indication of having understood the characteristics presented by movement at a constant rate. For this reason we design some activities in order to redefine the linear model, based on the category modeling -graphing and the formulation of an epistemology of the linear situation.

Key words: epistemology, linear, situation modeling motion, redefinition

Introducción

Este trabajo surge como un proyecto del seminario “Educación y nuevas tecnologías” impartido durante el primer semestre de la maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa del CINVESTAV-IPN. La idea del trabajo tiene su origen al considerar los resultados de la puesta en escena realizada por Torres (2004), Suárez (2008) y Briceño (2008) de una situación de modelación de movimiento (SMM), la cual consiste en hacer la gráfica del movimiento de una persona que se aleja de un punto de partida hasta 500 metros, para luego regresar y sólo dispone de nueve minutos, pero durante dicho trayecto se detiene cuatro minutos. La puesta en escena de dicha situación consistió de dos fases, en la primera se les pidió a los participantes que realizaran la modelación del movimiento con lápiz y papel, mientras que la segunda consistió en que realizaran la simulación de movimiento con el uso de tecnología (sensores de movimiento). Cada uno de estos investigadores utiliza ésta situación para mirar aspectos relevantes propios de su investigación. No obstante, en cada una de las puestas en escena que se aplicaron en momentos y lugares distintos, se observa en la primera fase, que los participantes recurrieron en primer lugar y de manera persistente a trazos rectos para modelar dicho movimiento. En la segunda fase de la situación, al realizar la simulación con los sensores, los participantes pueden comparar ambas gráficas (la primera realizada con lápiz y

papel y la segunda realizada con tecnología) y argumentar, entre otras cosas, sobre el por qué es más adecuado utilizar trazos curvos para la modelación del movimiento de una persona. Dados los resultados, consideramos que en sus respuestas no hay indicios de haber comprendido las características que presenta un movimiento a razón constante, debido a que al realizar un análisis de las producciones realizadas por los participantes encontramos que utilizan los trazos rectos para representar la trayectoria, y no en sí para modelar el movimiento de una persona.

Respecto a esto, Catalán y Dolores (2000) mencionan que el tratamiento que se le da a la razón de cambio constante en el bachillerato mexicano es una manera estática de estudiar un proceso de variación, pues se hace énfasis en solo un punto y la pendiente, en lugar de analizar el comportamiento que experimentan las variables en todo su dominio. En su estudio, muestra que los estudiantes de bachillerato tienen un escaso conocimiento para identificar la razón de cambio constante. Considerando lo anterior, en este trabajo proponemos un diseño de SMM con el objetivo de que los participantes logren resignificar lo lineal, caracterizando el movimiento que presenta razón de cambio constante por medio de la modelación de movimiento a través de la calculadora graficadora.

Nuestro trabajo está sustentado en la Socioepistemología ya que proporciona elementos para formular epistemologías, entendidas como construcciones de conocimiento, las cuales tendrán como base el uso del conocimiento matemático es una situación específica. En nuestro caso, formulamos una epistemología de lo lineal en una SMM. Retomamos de Cordero (2001) la noción de Categorías del Conocimiento, las cuales permiten que la matemática sea funcional por medio de la resignificación, que entendemos como una unidad de análisis que emerge “como elemento para dar cuenta de que el conocimiento tiene significados propios, contexto, historia e intención; lo que señala la posibilidad de enriquecer el significado de los conocimientos en el marco de los grupos humanos” (García, 2007, p. 30). Para nuestro trabajo retomamos la categoría Modelación – Graficación y, como habíamos mencionado, la resignificación de lo lineal en este diseño consiste en caracterizar el movimiento a razón constante.

Aspectos metodológicos

El diseño de la epistemología está conformada por la categoría Modelación-Graficación (M-G), propuesta por Suárez (2008), y la construcción de lo lineal, basándonos en los trabajos de Catalán y Dolores (2000) y Arrieta (2003).

La categoría modelación-graficación

Para el diseño de la situación empleamos la categoría M-G propuesta por Suárez (2008), la cual permite resignificar el uso de las gráficas en situaciones de variación y cambio, en particular de movimiento. El binomio M-G es la categoría que permite caracterizar y articular la modelación y la graficación con el uso tecnológico (Briceño, 2008). Esta categoría considera en su constitución el funcionamiento y la forma del uso de las gráficas de movimiento, así como elementos propios de la modelación, como el reconocimiento de patrones y las múltiples realizaciones. El hilo conductor de su epistemología es el tratado de Oresme sobre las figuras geométricas, en particular, la figuración del devenir de las cualidades. Los elementos de esta epistemología se usan para el diseño de una situación en un ambiente tecnológico que conforman las secuencias llamadas SMM.

Según Suárez (2008), son tres los aspectos que caracterizan al binomio M-G: las múltiples realizaciones al graficar, los ajustes en una estructura para producir un patrón deseable y la graficación como un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y la argumentación. Estos elementos conforman las características de las tareas asociadas a la práctica de M-G en situaciones específicas de modelación de movimiento. Estas tareas a su vez determinarán un nuevo uso de las gráficas, que permitirán resignificar la variación en situaciones de cambio. Para el diseño de situación hemos considerado el tercer uso de las gráficas propuesto por Torres (2004), el uso de gráficas a partir de la simulación de un fenómeno físico con tecnología. En este trabajo el uso de las graficas está presente en todo el diseño, los participantes podrán relacionar características propias de la situación de movimiento con las gráficas obtenidas a partir de múltiples realizaciones frente al sensor, identificar los intervalos de cambios de velocidad, identificar en la gráfica que una recta con menor inclinación implica que la velocidad del móvil es menor que aquella con mayor inclinación. En este uso de las gráficas la tecnología facilita una visión global y local, así como una cualitativa y cuantitativa. De esta manera se posibilita la exploración y explicación sobre lo que sucede en la situación de movimiento.

Estatus epistemológico de lo lineal

En Catalán y Dolores (2000) se realiza el diseño de una secuencia de actividades con el objetivo de desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional que se necesita para la deducción de la ecuación de la recta. Ellos observan que en el sistema didáctico mexicano, la variación y en particular la linealidad, son abordadas de forma estática desde la primaria, pues se hace énfasis en algunos puntos o en el cálculo de la pendiente. Coincidimos con ellos en que “para comprender la esencia del lugar geométrico determinado por la ecuación de la recta, es necesario enfocar la atención no sólo en algunos puntos y su pendiente, sino en el

comportamiento de los cambios que experimenta X y Y ". Por ello, en nuestro diseño de situación se hace énfasis en la variación de las variables en juego, y cómo estas cambian a una razón constante; es decir, que a un cambio constante de una variable le corresponde un cambio constante de la otra variable.

Según Arrieta (2003) lo lineal es una herramienta que se utiliza en las prácticas de modelación, y que además, cobra sentido y adquiere significados en escenarios donde se ejercen prácticas de modelación, las cuales son ejercidas al hacer uso de herramientas, en nuestro caso lo lineal. Las prácticas de modelación a las que hace referencia son, entre otras, la figuración del devenir de las cualidades, que están basadas en el análisis que realiza del trabajo de Oresme, donde las nociones de cualidad y la figuración de su devenir son usadas como herramientas para argumentar los cambios y la variación de un fenómeno. Se entiende por cualidad aquello que cambia, como la velocidad, la distancia o el calor, mientras que su devenir es la manera en que crece o disminuye esa cualidad en un instante de tiempo. Oresme figura este devenir mediante un gráfico de dos dimensiones, plasma los cambios y la variación mediante gráficas, las cuales adquieren formas particulares según el devenir de las cualidades y las agrupa en tres categorías: uniforme, uniforme disforme y disforme disforme. De esta forma, el devenir de una cualidad uniforme disforme tendría como figuración un triángulo rectángulo, el cual a su vez, corresponde a un comportamiento lineal, que en graficas cartesianas representaría una línea recta. Observamos entonces que puede argumentarse acerca de lo lineal a partir de la figuración del devenir de sus cualidades; es decir, lo lineal significa líneas rectas cuando se ejercen prácticas del devenir de cualidades. Esto significa una centración en los modelos gráficos, y a partir de ellos construir diferentes significados, argumentos y herramientas de lo lineal. Por ello, para lograr una resignificación de lo lineal, emplearemos modelos gráficos haciendo uso de la línea recta en nuestro diseño de situación.

Para Arrieta (2003), el proceso para la construcción de modelos lineales implica hacer referencia a tres prácticas, las cuales deben estar en una relación dialéctica: La caracterización de lo lineal en el modelo, su utilización como herramienta y el establecimiento de una red de significados de lo lineal mediante esquemas.

Caracterización de lo lineal en el modelo

Un modelo es lineal si se tiene que a un incremento constante de una variable, le corresponde un incremento constante de otra variable. Pero no basta con identificar estos cambios o identificar las características de lo lineal en un fenómeno, es necesario poder distinguir un fenómeno lineal de otro que no lo es; es decir, lo lineal se construye al confrontarlo con lo no lineal.

Su utilización como herramienta

La construcción de lo lineal requiere de su utilización como una herramienta, lo cual significa el poder hacer predicciones de algún fenómeno con el modelo lineal, en el caso de nuestro diseño, la predicción de la posición de un móvil para diferentes instantes de tiempo. Para ello, los estudiantes pueden emplear métodos como regla de tres, cálculo numérico de la razón de cambio, extrapolación, entre otros.

El establecimiento de una red de significados

Consideramos dos aspectos que plantea Arrieta para establecer una red de significados. Primero, los estudiantes construyen esquemas que relacionan el fenómeno con sus modelos; es decir, asocian a un cierto fenómeno con un modelo lineal y también pueden establecer relaciones y distinciones con otros modelos lineales. Segundo, establecen esquemas de relación entre las características físicas del fenómeno con los parámetros del modelo, por ejemplo, relacionan la inclinación de la recta con el valor de la razón de cambio, o la posición inicial del móvil con el punto de corte de la recta con el eje Y.

Diseño de la situación

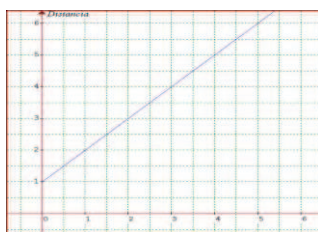
En nuestro diseño se situación, la resignificación de lo lineal se podrá observar a partir de los elementos de significados, procedimientos, procesos y objetos, y argumentos que conforman el uso de las gráficas a partir de la simulación de un fenómeno físico con tecnología. Los significados se podrán leer en el uso que le den a conocimientos como velocidad y gráficas, y en general al uso de conocimientos previos al momento de tomar decisiones sobre el comportamiento de la gráfica, y su relación con la situación de movimiento que se les presenta. A partir de estos significados, el estudiante establecerá procedimientos que le permitan describir la situación (va más rápido, más lento) y tratar de controlar los parámetros del modelo (moverse de forma constante), con el fin de ajustar su modelo a las características de la situación. Se espera que los estudiantes centren su atención en la modelación y simulación con ayuda de las calculadoras graficadoras para organizar comportamientos lineales, es decir, de variación constante. Con estos elementos el alumnos podrán construir argumentos para establecer relaciones entre las características de la situación y los elementos del modelo gráfico (movimiento a velocidad constante se expresa como una línea recta, a mayor velocidad, mayor inclinación de la recta).

La SMM que se propone, se diseñó a partir los datos epistemológicos de la construcción de lo lineal, expuesta anteriormente y de los datos que aporta la categoría M-G, y está estructurada

en cuatro momentos. Hasta ahora la situación no ha sido aplicada, sin embargo, se espera hacerlo a un grupo de alumnos de Bachillerato con fines de validación.

Momento Uno: Caracterización de lo lineal

1. La siguiente gráfica muestra la posición de un móvil al paso del tiempo. Reprodúcelo con el sensor de movimiento. Guarda la gráfica de tu primer intento con el nombre de “gráfica 1”, y la que consideres que se aproxime más a la que se te pide con el nombre “gráfica 2”.



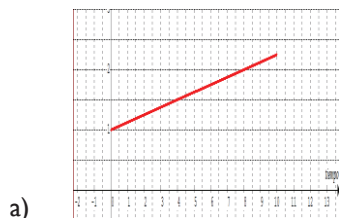
i)

2. Describe qué fue lo que te permitió llegar a la gráfica que se te pidió.
3. Describe el movimiento que realizaste en la “gráfica 1” y la “gráfica 2”. ¿Qué diferencia hay en cuanto al movimiento realizado en cada una?

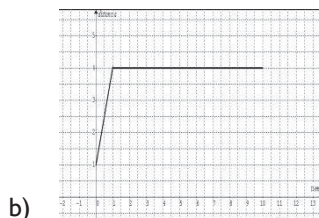
Se pide al alumno reproducir con el sensor de movimiento la gráfica de una línea recta. Con esto esperamos que obtengan inicialmente una curva, pero conforme lleven a cabo múltiples realizaciones obtendrán una gráfica aproximada a la que se les solicitó. Deberán guardar la gráfica de su primer intento, así como la gráfica que consideren es la más aproximada. De esta manera, el estudiante podrá comparar las gráficas e identificar las características del movimiento que le permitieron reproducir la gráfica deseada. El estudiante empezará a identificar las características de un movimiento lineal al compararlo con un movimiento que no lo es.

Momento Dos: Identificación de los parámetros del modelo

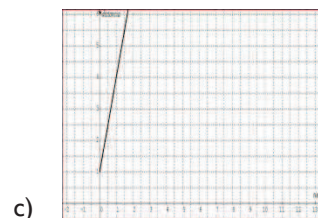
1. Reproduce las siguientes gráficas con el sensor de movimiento.



ii)



iii)



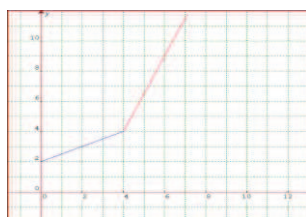
iv)

2. ¿Qué diferencias encuentras en el movimiento realizado para reproducir las gráficas de los incisos a) y b)?
3. ¿Cómo fue el movimiento realizado para reproducir la gráfica del inciso c)?

Se espera que los alumnos comiencen a relacionar la inclinación de la recta con la rapidez del móvil, si se mueve rápido reflejará una recta muy inclinada, si se mueve lento una recta poco inclinada y si no tiene velocidad es una recta horizontal. Pero además, verán que estos movimientos, aunque sean rápidos o lentos, para reproducirlos exitosamente deberán moverse a razón constante, como se vio en el momento anterior. En este segundo momento el alumno podrá comparar y relacionar diferentes modelos lineales, así como identificar y relacionar los parámetros del modelo con las características de la situación de movimiento.

Momento Tres: Predicción con el modelo lineal

I. Observa la siguiente gráfica que muestra el recorrido de un móvil al paso del tiempo.



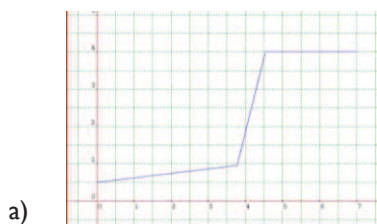
v)

- ¿Qué distancia habrá recorrido el móvil a los 2 segundos?, ¿y a los 6 segundos?
- ¿Qué distancia por segundo recorre el móvil en el intervalo desde que inicia el movimiento hasta los 4 segundos y qué distancia recorre en el intervalo de 4 segundos en adelante?
- De no haber cambiado la rapidez a los 4 segundos ¿qué distancia hubiera recorrido al cabo de 10 segundos?

Las preguntas que se presentan tienen el propósito de emplear un modelo lineal para hacer predicciones con respecto a la distancia recorrida por un móvil, cuyo movimiento se representa con la gráfica. El estudiante podrá hacer uso de diferentes métodos para lograr este objetivo, como plantear un modelo numérico, hacer extrapolación en la gráfica, o aplicar una regla de tres.

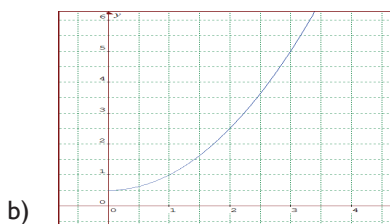
Momento Cuatro: Establecimiento de esquemas de lo lineal

Describe el movimiento que representa cada una de las siguientes gráficas e identifica cuál de ellas corresponde a un movimiento a razón constante.



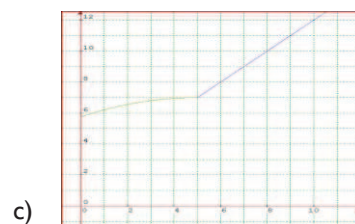
a)

vi)



b)

vii)



c)

viii)

El alumno comparará movimientos lineales, identificando sus características en común y sus diferencias, así como comparar movimientos que son lineales con movimientos que no lo son, y reforzar las relaciones que ha visto en los momentos anteriores sobre las características de un movimiento lineal. Entre las respuestas que se obtendrán, se espera que hagan referencia a expresiones como: inicia a tantos metros del sensor, se mueve rápido, lento, se mueve a la misma velocidad en cierto intervalo, en tal segundo cambia su velocidad, entre otros, y también se espera que puedan describir el movimiento realizado en cada gráfica, estableciendo características globales sobre los movimientos que no son lineales, y profundizando en los que sí lo son.

Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Briceño, D. (2008). *El uso de las gráficas desde una perspectiva Instrumental*. Un estudio socioepistemológico. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Catalán, A. y Dolores, C. (2000). El comportamiento variacional de la función lineal. Una experiencia didáctica con estudiantes de bachillerato. En R.M. Farfán, C. E. Matías, D. Sánchez y A. Tavarez (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 13*, 36-41. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre las construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.
- García, M. (2007). *Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia de educación a distancia*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.