CORE
Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
Provided by Funes

¿EXISTE MÁS DE UNA CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS? ¿POR QUÉ?

Mónica Lorena Micelli, Cecilia Rita Crespo Crespo
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González" Argentina
Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, CICATA–IPN México
monikmathis@gmail.com, crccrespo@gmail.com

Resumen. El presente trabajo forma parte de una investigación sobre la presencia de los cuadriláteros en el discurso matemático escolar y se centra en la clasificación de los mismos. La investigación se enmarca dentro de los lineamientos de la construcción social del conocimiento matemático, la socioepistemología. Se han analizado libros de texto escolares y se han analizado casos particulares. Según los resultados obtenidos puede decirse que la clasificación de cuadriláteros no es única y depende de los consensos realizados al momento de institucionalizar un contenido matemático.

Palabras clave: socioepistemología, cuadriláteros, clasificación, consensos

Abstract. The present work is part of an investigation about the quadrilaterals and it concentrates in the classification of quadrilaterals. The investigation is framed within the lines of the social construction of the mathematical knowledge, the socioepistemology. We analyze the presence of quadrilaterals in the mathematical scholar speech, so we analyzed the scholastic text books and particular cases. According to the obtained results it can say that the classification of quadrilaterals is not unique and that it depends on the consensuses realized at the time of institutionalizing a mathematical content.

Key words: socioepistemology, quadrilaterals, classification, consensus

Los cuadriláteros en el discurso matemático escolar

Partiendo de la base de concebir a la matemática como un saber construido socialmente, evidenciamos que existen consensos en el proceso de institucionalización de dichos contenidos matemáticos. Concebimos a la matemática como un conocimiento que surge para dar respuesta a las diferentes preguntas que se presentaron en distintos contextos sociales. En este trabajo se intenta dejar registro de las distintas respuestas que pueden darse a un mismo interrogante como puede ser: la clasificación de cuadriláteros. En particular, se intenta registrar y analizar cuáles son los consensos referidos al tema de los cuadriláteros. Este tema se encuentra presente entre los contenidos a enseñar en los diseños curriculares de Argentina desde el nivel básico profundizándose en los niveles educativos posteriores. A pesar de encontrarse el contenido de los cuadriláteros desde los primeros años de escolaridad, ello no implica que los alumnos, en un nivel educativo terciario, hagan un correcto uso de las propiedades de los mismos polígonos, como se ha observado dentro del aula.

La problemática que da origen a esta investigación fue el detectar entre alumnos del profesorado de nivel primario, en la materia Enseñanza de la Matemática II, dificultades en la aplicación de propiedades de los cuadriláteros, no pudiendo además establecer relaciones entre las definiciones (clasificación) en un nivel donde se supone que los alumnos tienen ya los conocimientos previos para poderlo realizar. Observar estas dificultades generó varios interrogantes acerca de la unicidad de las clasificaciones existentes en el discurso matemático escolar y la visión de docentes y alumnos frente a esta variedad.

El trabajo original tenía como objetivo acercarse a la caracterización de los cuadriláteros en el discurso matemático escolar actual para poder dar respuesta a los interrogantes que surgieron. En el presente reporte solo se incluye uno de los aspectos analizados en dicha investigación, la clasificación de los cuadriláteros convexos. El marco teórico desde el que se desarrolló la investigación es la socioepistemología. Este enfoque trata de explicar algunos mecanismos de "la adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza" (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez-Sierra, 2006, pp.85-86).

Por otro lado, se entiende por discurso matemático escolar a "aquel que atiende formación de consensos en la noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profanidad expositiva" (Castañeda, 2006, p.255).

Los cuadriláteros en la historia de la matemática

Para iniciar se realizó un rastreo de la presencia de los cuadriláteros en la historia, en documentos pertenecientes a distintas culturas.

El documento más antiguo que sirve para interpretar la clasificación de dichos polígonos es la obra de Euclides. En el libro primero se expone explícitamente las definiciones correspondientes a cada uno de los cuadriláteros convexos, no encontrando en otras culturas anteriores definiciones explicitas.

- *Definición 19:* Son figurasrectilíneas las comprendidas por rectas. Triláteras, las comprendidas por tres; cuadriláteras las por cuatro; multiláteras las comprendidas por más de cuatro (Euclides, 1944, p. 9).
- *Definición 22:* De entre las figuras cuadriláteras, cuadrado es la que es equilátera y rectangular; rectángulo es la que es rectangular pero no equilátera; rombo la que es equilátera, pero no rectangular; el romboide la que tiene los ángulos y los lados opuestos iguales entre sí, pero no es equilátera ni rectangular, y llámense trapecios a las demás figuras cuadriláteras (Euclides, 1944, pp. 9, 11).

Al leer las definiciones presentadas en la obra de Euclides, puede observarse que son muy distintas a lo que se puede encontrarse actualmente dentro de las aulas. Por ello, el segundo paso fue describir el discurso matemático escolar actual.

La presencia de los cuadriláteros en los libros de texto actuales

Se han analizado 16 libros de texto escolares de escuela media que abarcan los últimos veinte años de educación en Argentina. Esta selección se fundamente en que "el libro de texto tiene una participación importante en la formación del discurso, ya que norma las acciones de enseñanza y aprendizaje o por lo menos tiene una gran influencia en ellas" (Castañeda, Molina y Rosas, 2009, p.1).

Para poder categorizar el tipo de clasificación la cual se aborda en cada libro, se tomaron los conceptos de De Villiers quien distingue:

- Clasificación jerárquica: "los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales"
- Clasificación por partición: "los subconjuntos de conceptos son considerados disjuntos unos de otros" (De Villiers citado en Renzuli y Scaglia, 2007, p.5).

Ambas conceptos sirvieron para analizar el material recogido en los libros de texto y volviendo a las definiciones de Euclides puede decirse que la clasificación que se deriva de dichas definiciones es una clasificación por partición pues los cuadrados no son rombos, ni rectángulos. A partir de las primeras definiciones encontradas en la obra de Euclides y en comparación con la encontrada en los libros de textos escolares actuales puede establecerse que la clasificación de cuadriláteros no es estática, que varía como se podrá ver a continuación con varios ejemplos.

Huerta (1996) analiza variaciones que ha sufrido la clasificación de cuadriláteros que como se ha mencionado no ha sido estática, entre los ejemplos que presenta puede encontrarse las definiciones de Vallejos:

> Cuando los ángulos adyacentes a un mismo lado son desiguales, e iguales los lados adyacentes a un mismo ángulo, se llama rombo, cuando los ángulos adyacentes a un mismo lado son iguales y los lados adyacentes a un mismo ángulo desiguales, se llama rectángulo; y cuando los lados contiguos a un miso ángulo son iguales, y los ángulos contiguos o adyacentes a un mismo lado también son iguales, recibe el nombre de cuadrado (citado por Huerta, 1996, p.56).

Según esta clasificación los cuadrados no son rombos, ni rectángulos, lo que parece coincidir con las definiciones presentadas en los Elementos de Euclides.

Los nuevos interrogantes que surgieron en la investigación en relación al tipo de clasificación qué clasificación se utiliza en el aula actualmente. Para dar respuesta a estas preguntas se seleccionó una muestra de 16 libros de texto de escuela media editados por distintas editoriales de Buenos Aires, Argentina, entre los años 1987 a 2007. En la figura 2 puede observarse los cuadriláteros que son trabajados en los libros analizados.

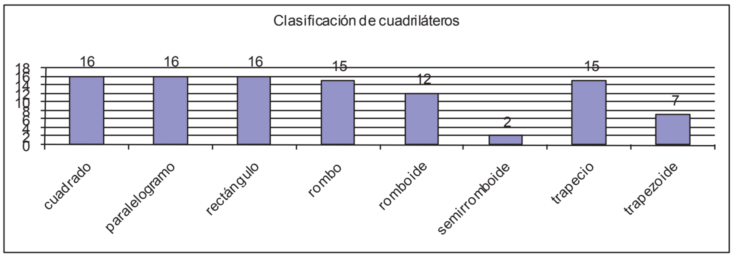


Figura 1: Frecuencia de los cuadriláteros de la muestra analizada

Puede concluirse que:

- ❖ Los trapezoides o en su defecto los semirromboides, son los menos abordados.
- ❖ El romboide también es poco trabajado.
- ❖ Hay cuadriláteros que son mencionados en toda la muestra, como es el caso de los cuadrados, paralelogramos y rectángulos.

Aunque hubo cuadriláteros mencionados en todos los libros de la muestra, pudo observarse que no en todos se presentan las mismas definiciones para dichos cuadriláteros. Como ejemplo de este hecho, es posible encontrar para los trapecios las siguientes definiciones:

- ❖ “Cuadrilátero que tiene por lo menos un par de lados paralelos” (Vázquez de Tapia, 1993, p.244).
- ❖ Cuadrilátero que tiene “solamente dos lados paralelos” (Amadori, 1995, p.106).

Según la primera definición los paralelogramos son trapecios, lo cual implica una clasificación jerárquica, mientras que para la segunda definición los paralelogramos no son trapecios, lo que deriva en una clasificación por partición, según la clasificación de De Villiers.

Algunos esquemas que permiten visualizar distintas clasificaciones que se desprenden de las definiciones planteadas en los libros de texto analizados, son los siguientes:

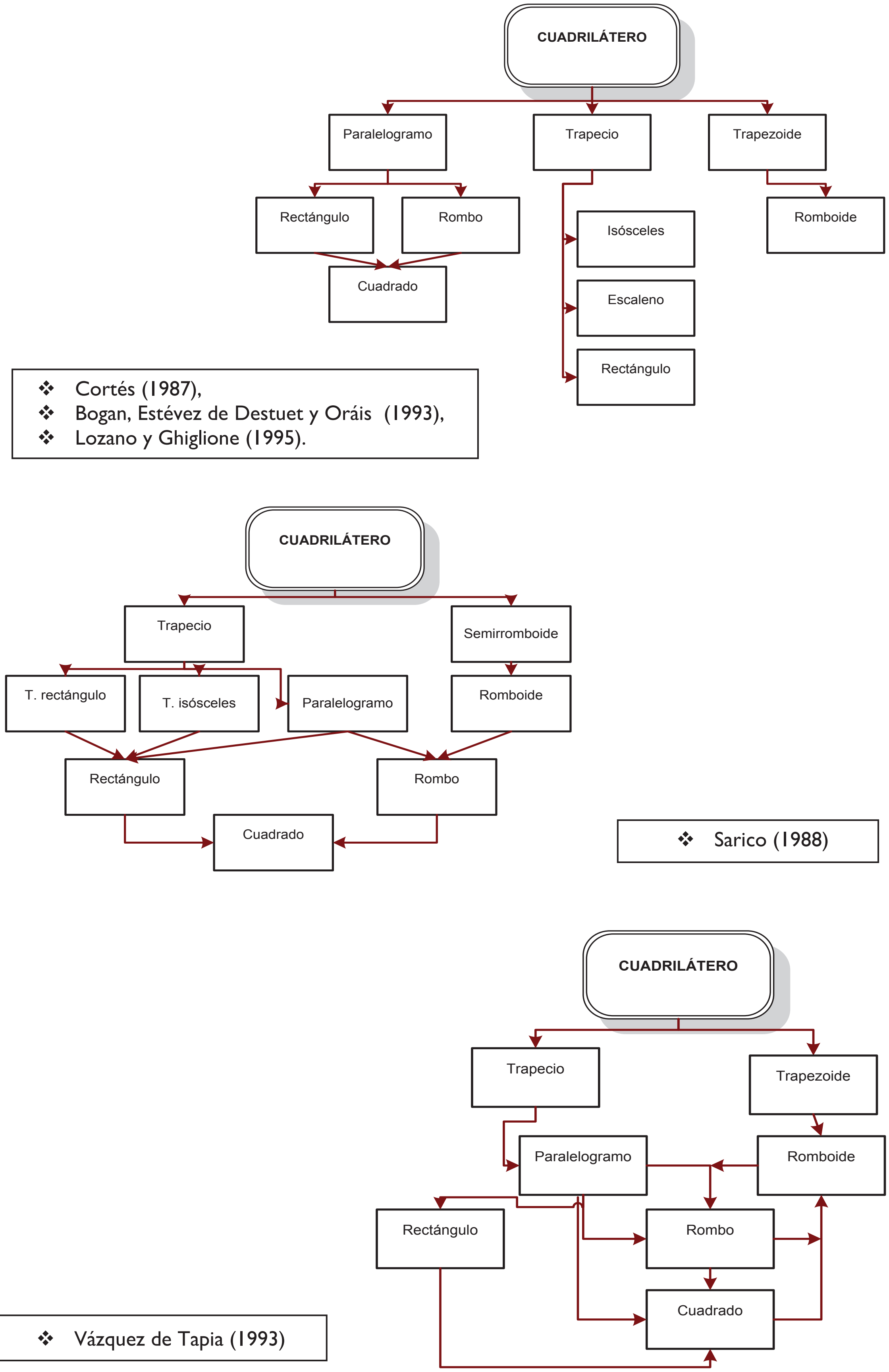
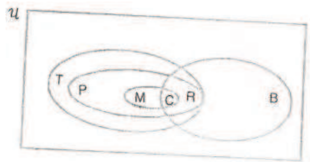


Figura 2: Esquemas de clasificación de cuadriláteros

En los libros de la muestra, las actividades de clasificación se ven destacadas especialmente en los libros donde se desarrolla la teoría conjuntista aunque ello no es excluyente.

Sadovsky, Kass, Panizza y Reyna (1989, pp.144 y 149)



Sarico (1988, p. 82)

T: trapecio
P: paralelogramo
M: rectángulo
C: cuadrado
R: rombo
B: romboide

Figura 3: Diagramas para la clasificación de cuadriláteros

A través del análisis realizado, se infiere la coexistencia en el discurso matemático escolar de distintas definiciones para los cuadriláteros de los cuales se desprende una clasificación particular que influye directamente en la forma de abordar las propiedades de los mismos, ya sea tanto para su aplicación como para una demostración. El problema no radica en que existan distintas definiciones para un mismo cuadrilátero, sino que las dificultades pueden aparecer cuando el docente no lo hace explicito en su discurso y no acuerda con sus alumnos cuáles son las definiciones con la cual se trabajará en su clase. Con esto no se afirma que una definición este bien y la otra este incorrecta sino que son todas válidas pero si esto no se clarifica puede ocurrir malos entendidos en realización con la resolución de actividades y, sobre todo, en su corrección. Las definiciones, como los axiomas se generan a través de la aceptación de convenciones, razón por la cual se puede encontrar variantes en las definiciones de un mismo cuadrilátero.

Los cuadriláteros en las producciones escolares de los estudiantes

Se puso en juego, además, una secuencia de actividades de la cual se desprendió una encuesta que se refería únicamente al abordaje de la clasificación de los cuadriláteros convexos. Dicha secuencia se realizó a docentes de nivel primario y medio, como así también a alumnos de dichas carreras.

La consigna de la actividad planteaba: "Construir el cuadrilátero según los datos dados, detallar los pasos seguidos en la misma construcción y analizar posibles soluciones. Una vez terminado intercambiar con el compañero para que realice la corrección fundamentando su respuesta". En este caso en particular, ya que cada alumno tenía que construir diferentes cuadriláteros, los datos eran: "Construir un romboide sabiendo que una de las diagonales mide 6 cm y la otra 4 cm."

La construcción puede observarse en la figura 4 y la corrección de su compañera se transcribe a continuación: "El ejercicio no es correcto porque se pide graficar un romboide y el dibujo hecho es un rombo. Las diagonales de un romboide no se cortan en la mitad como ocurre si con el rombo."

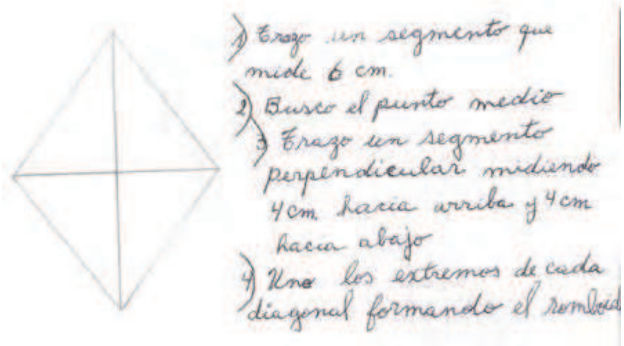


Figura 4: Respuesta de alumnas

El significado dado a la palabra romboide depende del discurso matemático escolar en el cual se encuentran inmerso, ya que por ejemplo en otros escenarios académicos se hace referencia a los romboides para designar a los paralelogramos que no son ni rombo, ni rectángulo (Puig Adam, 1965), denominación que no coincide con el discurso de donde el caso fue extraído. Como se ha dicho el romboide es uno de los cuadriláteros menos abordados en los libros de texto. Para los casos del rombo y romboide en ninguno de los libros analizados se estudia las propiedades en común, o que el rombo puede ser un caso particular del romboide, aunque en algunos de ellos en la clasificación sí se relacionan pero no se deja explícito al momento de estudiar las propiedades. Tal vez, ante esta falta de relación (deducido de la muestra de libros de texto analizados) es que la alumna comete el error de establecer que la construcción realizada no responde a lo pedido, sin poder estableces que el rombo es un caso particular de todas las posibles soluciones al ejercicio dado. Algunas reflexiones finales: se ha dejado registro que la clasificación de cuadriláteros no es única y que esta falta de unicidad se ve reflejado en los contenidos de los libros de texto escolares de una misma época historia. Se plantea que es imprescindible establecer claramente las definiciones con las cuales se está trabajando a la hora de abordar el contenido de cuadriláteros, hacer explícita la clasificación con la cual se adhiere para evitar malos entendidos entre el discurso de los docentes y alumnos. La finalidad de dejar claro con cuál clasificación se acuerda es facilitar el abordaje de las propiedades de dichos cuadriláteros al establecer sus relaciones y al plantear estas relaciones para que sea un trabajo reflexivo y no un estudio memorístico.

Algunos comentarios a partir de este trabajo

Para concluir, no es imposible dar distintas definiciones para un mismo cuadrilátero, lo que lleva a generar clasificaciones distintas en el discurso matemático escolar, siendo todas, por igual, validas ya que son comprendidas como una convención. Dicha coexistencia da muestra de los consensos que se establecen en el proceso de institucionalización de dichas definiciones.

Estos consensos son los que hacen que un determinado cuerpo de conocimiento sea declarado válido para ser enseñado en la escuela (Castañeda, Rosas y Molina, 2009), es la institucionalización de un saber matemático. El tema de la clasificación de cuadriláteros es un ejemplo evidente de la existencia de dichos consensos en el discurso matemático escolar. Ampliando lo expuesto:

> …una convención matemática es un agregado (bajo la forma de una definición, un concepto, una restricción, una interpretación entre otras) a una teoría (o un marco conceptual), establecido con el objetivo de que una estructura, o parte de ella, de objetos matemáticos construida con anterioridad se conserve. Este agregado puede surgir por diversos requerimientos; por ejemplo de generalización, unidad o para evitar contradicciones dentro de la teoría (Martínez, 2002, p.9).

Las convenciones son uno de los mecanismos de corte social que permiten, por ejemplo, la organización y generación de conocimientos matemáticos a través de la construcción de significados y funcionalidad. Cabría preguntarse si los docentes son conscientes de la existencia de estos convenios que, en el caso de los cuadriláteros, derivan en la coexistencia de diferentes clasificaciones. Y luego, la pregunta se traslada a los alumnos, ¿son ellos capaces de comprender que existen consensos que pueden variar?

Referencias bibliográficas

Amadori, L. (1995). *Matemática 2*. Buenos Aires: Aique.

Bogan, A., Estévez de Destuet, E. y Oráis, M. (1993). *Matemática 2*. Buenos Aires: Plus Ultra.

Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi.*Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(2), 253-265.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (extraordinario 1), 93-102.

Castañeda, A., Molina, G. y Rosas, A. (2009). *Origen y naturaleza del discurso del aula.* XII Escuela de Invierno en Matemática Educativa, IPN, México.Recuperado de http://www.red-cimates.org.mx/Documentos/eime/Grupos/GT01.pdf

Cortés, D. (1987). *Matemática* 2. Buenos Aires: Kapelusz.

Euclides (1944). *Elementos de geometría. Obras completas de Euclides.* Universidad Nacional Autónoma de México.

Huerta, P. (1996*). Los cuadriláteros a comienzos del siglo XIX, a comienzos del siglo XX y a finales del siglo XX, ¿qué ha cambiado?* Suma 21, 55-62.

Lozano, V. y Ghiglione, L. (1995*). Matemática 2.* Buenos Aires: Editorial Métodos.

Martínez, G. (2002). *Explicación sistémica de fenómenos didácticos ligados a las convenciones matemáticas de los exponentes*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa *5*(1), 45-78.

Puig Adam, P. (1965). *Curso de geometría métrica*. Tomo I: Fundamentos. Madrid: Biblioteca Matemática Rey Pastor.

Renzulli, F. y Scaglia, S. (2007). Clasificación de cuadriláteros en estudiantes de EGB3 y futuros profesores de nivel inicial. *Revista de Educación Matemática* 22 (2), 3-19.

Sadovsky, P, Kass, M., Panizza M. G. y Reyna, M. I. (1989). *Matemática 2*. Buenos Aires, Argentina: Santillana.

Sarico, D. (1988). *Matemática 2*. Guía de aprendizaje y evaluación. Buenos Aires: Kapelusz

Vázquez de Tapia, N. (1993). *Matemática 2*. Buenos Aires: Editorial Estrada.