

## PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL TEMA DE POLÍGONOS Y CIRCUNFERENCIAS MEDIANTE ACTIVIDADES DE GEOMETRÍA DINÁMICA, EN EL NIVEL BACHILLERATO

María Guadalupe Vera Soria, Marisol Radillo Enríquez, Francisco Vera Soria  
Universidad de Guadalajara, Departamento de Matemáticas, CUCEI  
lupitaverso@hotmail.com, marisolradillo@yahoo.com.mx, fveraso@hotmail.com

México

**Resumen.** Se presenta una propuesta de actividades para la enseñanza de los temas de Polígonos y Circunferencias a nivel bachillerato, que consiste en una secuencia didáctica elaborada en base a la teoría de la epistemología genética. Se incluyen prácticas en computadora con el uso de un programa de geometría dinámica, seguidas de una serie de preguntas dirigidas a centrar la atención del alumno en un objetivo específico y propiciar la reflexión sobre los contenidos matemáticos involucrados.

**Palabras clave:** geometría dinámica, didáctica de las matemáticas

**Abstract.** We present a proposal of activities for teaching polygons and circumferences at high school level, which consist of a didactic sequence drawn up on the basis of the theory of genetic epistemology. We include practices on computer with the use of dynamic geometry software, followed by a series of questions to focus the student on a specific objective and encourage their reflection on the involved mathematical contents.

**Key words:** dynamic geometry, didactics of mathematics

### Introducción

Un problema al que se enfrentan los maestros a nivel de bachillerato, es que los aprendizajes de Geometría, adquiridos por los estudiantes en la educación básica, se remiten generalmente al estudio memorístico de definiciones geométricas, áreas, volúmenes y construcciones mecanicistas descontextualizadas (Abrate, Delgado y Pochulu, 2007). Por ejemplo, las relaciones entre los elementos de una figura y los teoremas se dictan y suelen ser aceptados sin cuestionamiento, ni mayor reflexión, por la mayoría de los alumnos.

En este escenario, los estudiantes de nivel bachillerato no parecen tener los elementos para alcanzar las habilidades geométricas y la creatividad, que les permita lograr un razonamiento lógico y deductivo, como es el caso de los estudiantes de Matemáticas II del Colegio de Bachilleres del Estado de Jalisco, México (COBAEJ). En esta institución, los objetivos curriculares establecen que “el estudio de la Geometría Euclidiana contribuye a favorecer un pensamiento reflexivo del alumno cuando identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y establece relaciones lógicas entre ellas” (Programa de estudio de Matemáticas II de la DGB de la SEP, 2008). Por tal motivo el propósito de esta propuesta didáctica consiste en propiciar de mejor manera el logro de los mencionados objetivos.

Con la intención de mejorar las estrategias para el aprendizaje de la Geometría, esta

investigación aborda, desde la perspectiva de la epistemología genética de Piaget, los procesos de aprendizaje de los estudiantes de nivel bachillerato mediante el uso del programa de geometría dinámica *Cabri-géomètre II*, como apoyo en el proceso de asimilación-acomodación de los conocimientos.

En la primera parte abordaremos brevemente el soporte teórico-metodológico de la investigación. A continuación se describen algunas actividades diseñadas para el logro de los objetivos curriculares. Finalmente se plantean algunas conclusiones y reflexiones para trabajos relacionados con el tema.

### **Soporte teórico metodológico**

Para Piaget (en Driscoll, 1993), el sujeto se acerca al objeto de conocimiento, dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten “ver” al objeto de cierta manera y extraer de él información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones (acomodaciones) en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo “ve” de manera distinta a como lo había visto originalmente, y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.

De acuerdo a la tesis de la epistemología genética, el conocimiento matemático es resultado de la reflexión que el sujeto realiza sobre sus propias acciones interiorizadas (Moreno y Waldegg, 1992). En este sentido, el papel activo del sujeto durante el proceso de adquisición del conocimiento, es en realidad, un proceso de construcción. Por tanto, el conocimiento es dependiente de la acción y para que el alumno lo construya con base en la organización de sus propias experiencias se parte que de una acción individual, en la cual ponga en juego los diferentes procesos, por los que se puede acceder al conocimiento, tales como la abstracción reflexiva, la generalización y la toma de conciencia.

Por otra parte, las actividades apoyadas en los programas de Geometría Dinámica brindan una herramienta de arrastre que posibilita la exploración de situaciones geométricas, en donde la construcción de objetos que pueden manipularse, permite la formulación/verificación de conjeturas (Barroso y Gavilán, 2003). Una vez definida la construcción esta se puede “mover” y deformar pero las condiciones que definen cada elemento permanecen invariables. En particular, la aplicación de la Geometría Dinámica, desde una perspectiva constructivista, tiene como propósito apoyar al alumno a realizar por sí mismo la construcción de los conceptos al permitir crear los objetos geométricos y transformarlos para entender el proceso de esta

transformación.

La razón por la cual se eligió el *Cabri-géomètre II*, y no otro de los programas de Geometría dinámica, es porque se trata de un programa pequeño que no requiere un equipo sofisticado (6Mb de memoria RAM y 2Mb de espacio libre en el disco duro para archivos de programa), además de estar disponible en español. No es necesario conocer comandos ni saber programar para usar dicho programa ya que funciona con menús de pantalla, propios del ambiente Windows como el Word o el Excel.

### Metodología

Se elaboró la propuesta didáctica con las actividades de aprendizaje en base a la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, que incluyen prácticas en computadora con el uso del programa *Cabri-géomètre II* para el estudio del tema Polígonos y Circunferencia de la materia de Matemáticas II. Las actividades se organizaron en torno a los temas (a) líneas y puntos notables en un triángulo, (b) polígonos y circunferencia.

Las actividades que se reportan fueron desarrolladas por los alumnos en cuatro sesiones, de acuerdo a la disponibilidad del laboratorio de cómputo. Posteriormente se aplicó una posprueba con base en los contenidos y objetivos de la materia de Matemáticas II de la DGB, para evaluar el efecto de la propuesta didáctica del tema Polígonos y Circunferencia, así como un cuestionario para conocer la opinión de los alumnos sobre las actividades realizadas, la dificultad, el tiempo, motivación e interés, la actitud sobre la metodología y sobre el uso de *Cabri-géomètre II*.

### Actividades de Geometría Dinámica

Cada práctica inicia con el objetivo de aprendizaje a lograr, seguido de las instrucciones para que el alumno construya y manipule diferentes objetos geométricos en la computadora; enseguida se debe contestar una serie de preguntas dirigidas a centrar su atención en la parte sustancial del tema y propiciar la reflexión sobre lo realizado.

La primera práctica se destinó a familiarizar al alumno con el manejo del *Cabri-géomètre II*, mediante la construcción y manipulación de algunas figuras básicas. La práctica 2, de la cual transcribimos algunas secciones a continuación, se centra el análisis de las características que los puntos y rectas notables en los diferentes tipos de triángulos.

#### Práctica 2. Rectas y puntos notables en el triángulo

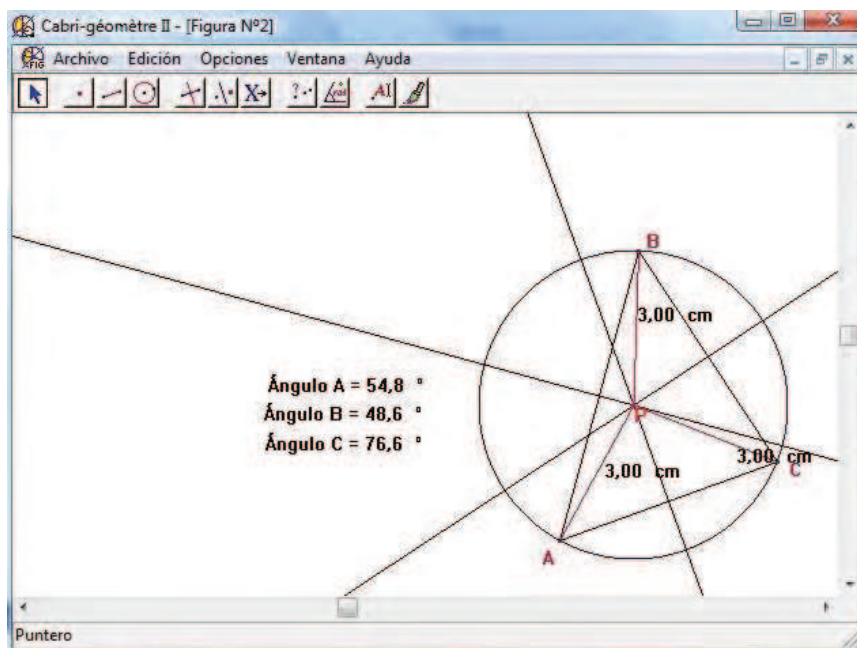
Objetivos:

- ❖ Determinar las rectas y los puntos notables en un triángulo.

- ❖ Explorar las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.
- ❖ Analizar y comparar las características y propiedades de las rectas y puntos notables del triángulo.

La primera actividad conduce al alumno a la construcción de un triángulo, sus mediatrices e intersección. Se pide que señalen las longitudes de los lados y la medida de sus ángulos para identificar su clasificación y la relación con la posición del circuncentro.

Figura 1. Mediatrices y Circuncentro de un triángulo.



Al finalizar la actividad, el estudiante deberá responder las siguientes preguntas:

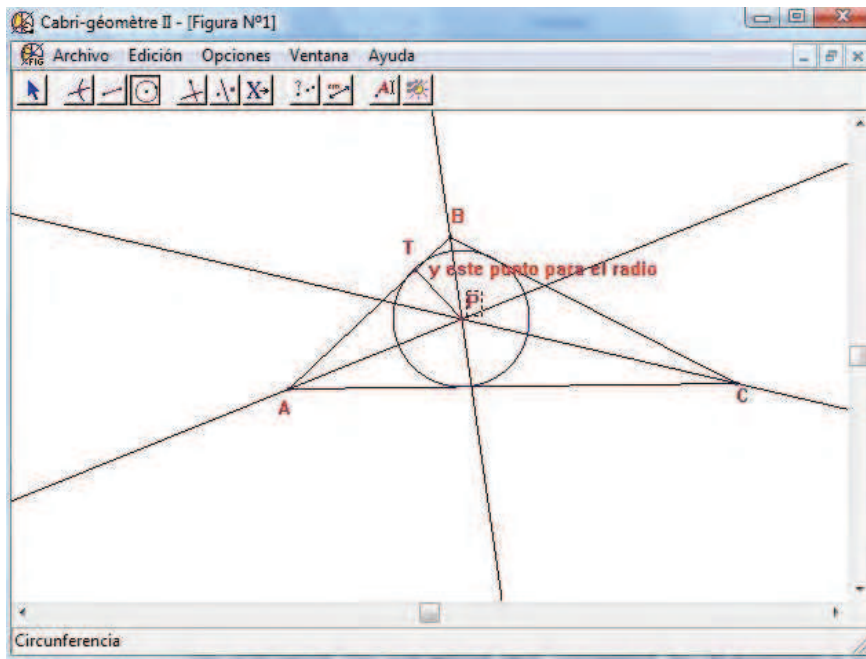
¿Para qué tipo de triángulos el circuncentro (P) permanece dentro del triángulo?

¿Para cuáles triángulos el circuncentro (P) se sitúa en uno de los lados del triángulo?

¿Para qué clase de triángulos el circuncentro (P) se localiza fuera del triángulo?

Posteriormente se realizarán actividades similares para las bisectrices, medianas y alturas del triángulo y terminan con el mismo tipo de preguntas que orientan su atención a los conceptos mencionados. El cierre de este bloque de actividades consiste en identificar en qué clase de triángulos coinciden el Incentro, Circuncentro y Ortocentro.

Figura 2. Bisectrices e Incentro de un triángulo.



Al final de la práctica se deben completar las tablas como la siguiente, con la finalidad de propiciar la reflexión sobre lo realizado.

Tabla 1. Actividad de cierre: Puntos Notables en un triángulo.

Características	Siempre se encuentra en el interior del triángulo	Puede localizarse en un vértice del triángulo	Puede localizarse fuera del triángulo	Está a la misma distancia de los vértices del triángulo	Es el centro de un círculo que toca los tres lados del triángulo	Es el punto de equilibrio de un triángulo
Triángulo 1 ( <b>circuncentro</b> )						
Triángulo 2 ( <b>incentro</b> )						
Triángulo 3 ( <b>baricentro</b> )						
Triángulo 4 ( <b>ortocentro</b> )						

En la tercera de las prácticas se realizan actividades con círculos y circunferencias en las que los objetivos fueron distinguir la diferencia entre círculo y circunferencia, así como determinar la relación entre ángulos y arcos que se forman en una circunferencia; de nueva cuenta, las actividades guiaron al alumno a la construcción y comprensión de conceptos, como se muestra en la figura 3.

Figura 3. Actividad de reflexión en la práctica 3

8. Traza en una circunferencia (Botón 4) dos ángulos centrales opuestos y mídelos (botón 9). Traza los dos arcos correspondientes a los ángulos (botón 4 dando tres clics sobre la circunferencia) y ponles grosor con el botón 10. Jala la medida de los ángulos centrales a los arcos como marca la figura 1. Oculta después los segmentos de los ángulos centrales con botón 11 (Ocultar/Mostrar).
9. Traza dos segmentos (AD y CB) y etiqueta su punto de intersección como O.
10. Traza dos rectas que pasan por los puntos AC y BD, y etiqueta su punto de intersección como E. (Figura 2)
11. Mide con (botón 9) los ángulos interior (AEB) y exterior (CFD) que se forman y ponles marca de ángulo.
12. Manipula la medida de los arcos AB y CD y anota qué relación encuentras entre las medidas originales de los ángulos centrales, con las medidas del ángulo interior y exterior. (Sugerencia: Intenta primero con medidas exactas  $100^\circ$  y  $60^\circ$  o  $90^\circ$  y  $40^\circ$  por ejemplo) Anota tu conclusión:

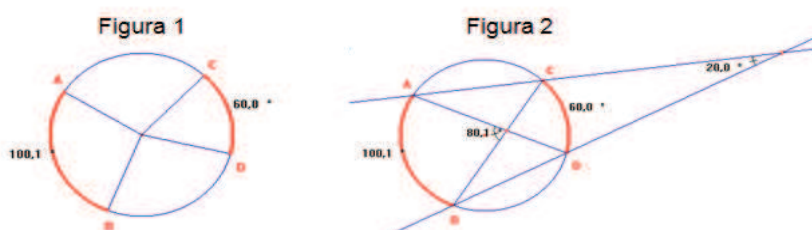
---



---



---



13. Guarda el archivo en Mis Documentos como CIRCULO. No olvides incluir tu nombre como comentario botón 10.

Al finalizar las prácticas se aplicó un postest para verificar los logros de aprendizaje, el cual abarcó el contenido temático de la segunda unidad del curso de Matemáticas II y se clasificó en reactivos por su grado de complejidad, de acuerdo a los objetivos del programa.

Por otra parte, se aplicó a los estudiantes un cuestionario para conocer su opinión sobre las actividades realizadas, sobre la dificultad, el tiempo, motivación e interés y su actitud respecto a la metodología y el uso de Cabri. Después, en base a la escala de Likert fueron evaluados los puntajes promedio de las respuestas de opción múltiple con las opciones: 1) Totalmente de acuerdo, 2) De acuerdo, 3) No se, 4) En desacuerdo y 5) Totalmente en desacuerdo.



Cuestionario Matemáticas 2  
Plantel 10 San Sebastián el Grande, Jal.



Contesta honestamente el siguiente cuestionario con el fin de mejorar en lo posible el trabajo para futuras aplicaciones en otras materias.

Subraya una de las opciones dadas que mejor exprese tu opinión para cada una de las siguientes preguntas.

1. ¿Las actividades de clase te sirvieron para el aprendizaje de los temas Poligonos y Circunferencias?  
1) Totalmente de acuerdo 2) De acuerdo 3) No se 4) En desacuerdo 5) Totalmente en desacuerdo
2. ¿Consideras que las prácticas con apoyo del programa Cabri te ayudaron a aprender estos temas?  
1) Totalmente de acuerdo 2) De acuerdo 3) No se 4) En desacuerdo 5) Totalmente en desacuerdo

Figura 4. Formato de las preguntas en el cuestionario



## Resultados

En general, se concluyó que las actividades planteadas en la propuesta didáctica resultaron ser atractivas e interesantes y definitivamente mejores en comparación con el método tradicional. El único aspecto en el que hubo indecisión fue al respecto del tiempo programado, ya que varios alumnos consideraron necesitar más tiempo del previsto para poder terminar las actividades y reflexiones.

Tabla 2. Interpretación de aspectos cualitativos.

Preguntas al respecto de juicios sobre:	Promedio en las respuestas	Interpretación
Las actividades realizadas	1.5	Totalmente de acuerdo
La dificultad de las actividades	3.8	En desacuerdo
Si el tiempo fue suficiente	2.8	Indecisión
Motivación e interés	1.7	De acuerdo
Si es mejor el método tradicional	4	En desacuerdo
El uso del Cabri	1.8	De acuerdo

En cuanto a los resultados del postest, las preguntas en las que los alumnos presentaron mayor porcentaje de aciertos se relacionaron con el tema de Rectas y puntos notables en un triángulo. Se pidió a los alumnos escribir el nombre correspondiente al centro (incentro, ortocentro, baricentro, o circuncentro) indicado en la figura con el punto P, por lo que se debía identificar el tipo de recta que se marcó gráficamente en cada triángulo (bisectriz, altura, mediana, mediatriz) y el nombre que corresponde a su intersección.

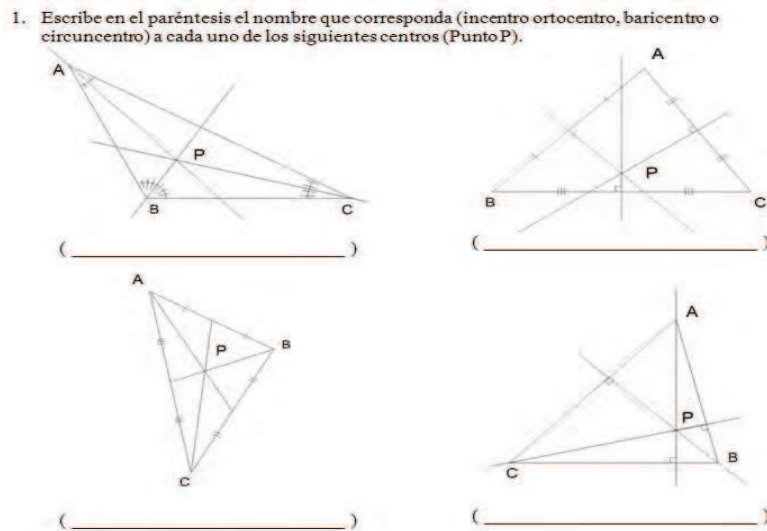


Figura 5. Pregunta en el postest.

## Conclusiones

Mediante las actividades propuestas se ofreció a los alumnos la posibilidad de mejorar sus habilidades en el manejo de la computadora, de avanzar a su propio ritmo de trabajo y de

conocer previamente el contenido y el objetivo de cada clase. Se notó que los alumnos atendían mejor a las indicaciones por considerar menos aburridas las matemáticas debido a la nueva dinámica experimentada. Ante esta situación, los estudiantes opinaron que les gustaría que otros profesores desarrollaran actividades semejantes para mejorar su aprendizaje.

Otra ventaja de la propuesta didáctica fue plantear una situación desafiante en los alumnos, al incluir el uso de la computadora. Cuando se trabajó en la sala de cómputo, los estudiantes se notaban concentrados y satisfechos de terminar sus actividades. Se sentían capaces de seguir aprendiendo y comentaron que les hubiera gustado poder asistir en más ocasiones a las computadoras.

El tiempo limitado para aplicar la propuesta así como las inconveniencias administrativas del uso del laboratorio de cómputo constituyeron los principales factores que impidieron ampliar la propuesta. Se deben buscar mejores condiciones para futuras aplicaciones de este proyecto.

Mediante los resultados de este estudio queda en evidencia que son muchos los factores que intervienen en el contexto educativo y, por lo tanto la investigación educativa no es una tarea fácil. Sea este trabajo un aporte que promueva el interés por continuar con la investigación sobre las acciones académicas, encaminadas al estudio del aprendizaje de los alumnos de bachillerato. Desde una perspectiva nacional, los altos índices de reprobación en el sistema educativo muestran que están muy lejos de resolver los problemas relacionados con el aprendizaje de las Matemáticas.

### Referencias bibliográficas

- Abrate, R., Delgado, G. I. y Pochulu, D. M. (2007). *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática*. Consultado en febrero del 2008 en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- Barroso R. y Gavilán J.M. (2003). *Resolución de problemas con Cabri II*. Consultado el 8 de marzo de 2008 en [www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/archivos2/Barroso03b.pdf](http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/archivos2/Barroso03b.pdf)
- Driscoll, M. P. (1993). *Psychology of Learning for Instruction*. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (1992). Constructivismo y Educación Matemática. *Educación Matemática*. 4 (2), 7-15.
- Piaget, J. (1996). *Seis Estudios de Psicología*. México: Ed. Ariel.
- Secretaría de Educación Pública (s/f). *Programa de Matemáticas II de la Dirección General de Bachillerato (DGB)*. Consultado el 2 de febrero de 2008 en: <http://www.dgb.sep.gob.mx/>