

## DETERMINACIÓN DEL TIEMPO ÓPTIMO DE PROCESAMIENTO TÉRMICO EN UNA CONSERVA DE ALIMENTOS PARA LOGRAR EL EFECTO ESTERILIZANTE USANDO SUMAS DE RIEMANN

María del Carmen Bonilla

APINEMA: Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática

Perú

[mc\\_bonilla@hotmail.com](mailto:mc_bonilla@hotmail.com)

**Resumen.** La investigación corresponde a la educación interdisciplinaria, pues, todas sus etapas fueron trabajadas desde la Matemática, la Ingeniería en Industrias Alimentarias y la Educación Matemática. Se realizó en la Facultad de Ingeniería Pesquera y de Alimentos de la Universidad Nacional del Callao. El problema que los alumnos debían resolver consistía en determinar el tiempo óptimo del procesamiento térmico en una conserva de alimentos de forma tal que haya un efecto esterilizante en el producto. Para ello se recurrió al Método de Bigelow, propio de la Ingeniería de Alimentos, en el cual surge la noción de integral definida. El diseño didáctico parte de datos experimentales procesados con varios software, que al ser graficados se analizaron recurriendo a soluciones pasadas estudiadas en la Historia de la Matemática y a la visualización que optimiza la Geometría Dinámica.

**Palabras clave:** aplicaciones de la integral, modelización, educación interdisciplinaria

**Abstract** The research is located within interdisciplinary education, then, all stages were worked from the Mathematics, Food Engineering and Mathematics Education. It was held in the Faculty of Fisheries and Food Engineering, National University of Callao. The problem that students should solve was to determine the optimal time in a thermal processing canned food, such that it has a sterilizing effect on the product. Bigelow's Method was used, himself of Food Engineering, in which arises the notion of definite integral. The didactic design begins with experimental data processed with several software, which, when plotted, were analyzed using past solutions studied in the History of Mathematics and visualization that optimizes dynamic geometry.

**Key words:** integral applications, modeling, interdisciplinary education

### Introducción

La enseñanza del Cálculo es un tema que ha producido numerosas investigaciones, por la complejidad de los contenidos, y por la dificultad que presentan los estudiantes universitarios del área de ciencias e Ingeniería. Tradicionalmente la integral es presentada desde una formalización temprana. La idea es abordar el tema desde un marco experimental, utilizando esta noción en la solución de problemas propios de la carrera, en este caso Ingeniería de Alimentos. Al partir de la realidad del alumno, se da funcionalidad y significado al conocimiento. El uso de software impregna interactividad y dinamismo al diseño didáctico, provocando motivación y placer al aprender. La investigación se realizó el ciclo 2010-B, en el curso de Matemáticas II. En el plan del curso correspondía la enseñanza y el aprendizaje de la noción de integral definida. En su planificación, diseño, ejecución y evaluación participaron la matemática Katia Vigo, el ingeniero en Industrias Alimentarias Rodolfo Bailón, ambos de la Universidad Nacional del Callao, y una educadora matemática. En la aplicación participaron 76

alumnos con una edad promedio de 18 años, repartidos en dos grupos horarios, en una sesión de clase de tres horas cada grupo.

### Marco teórico

El presente trabajo se ha desarrollado buscando la integración de la historia de la matemática en la educación matemática, y para ello se ha tomado en cuenta las contribuciones del foro académico del Grupo de Historia y Pedagogía de las Matemáticas (Barbin, 2012a, 2012b, 2012c; Jankvist, 2009; D'Enfert, 2012), que considera la utilidad de la historia en la superación de los obstáculos epistemológicos propios del surgimiento de nuevos pensamientos, en este caso el pensamiento analítico. Dentro del grupo se ha señalado la necesidad de más investigaciones empíricas sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas relacionadas con la historia (Arcavi, citado por Jankvist, Op.cit.). Otra línea de investigación que ha nutrido el trabajo es la que se desarrolla en el 19th ICMI Study, Proof and proving in Mathematics Education, que considera los enfoques experimentales en el pensamiento teórico a través de la utilización del software de geometría dinámica. Es así como se utiliza el Cabri II plus para una mejor visualización de la noción de integral definida, que ayude a lograr una mayor comprensión de la noción. De esta manera se propugna el desarrollo de una matemática experimental, acorde con los últimos avances de las múltiples herramientas computacionales y simbólicas que han rejuvenecido las matemáticas y la educación matemática (Arzarello, Bartolini, Lun, Mariotti y Stevenson, 2012).

### Objetivos de la investigación

1. Diseñar un proceso didáctico que sitúe al procesamiento térmico de conservas de alimentos como generadora del concepto de integral definida como un límite de sumas.
2. Utilizar la tercera proposición del tratado histórico "Sobre la medida del círculo" desarrollado por Arquímedes, que le permitió encontrar la aproximación a  $\pi$  al calcular el área de dos polígonos regulares de igual número de lados inscrito y circunscrito a un círculo, aumentando el número de lados en forma progresiva, como un antecesor de la noción de integral para que active la heurística.
3. Utilizar experimentalmente la geometría dinámica del Cabri II Plus para que los alumnos puedan visualizar y comprender el concepto de integral definida como un límite de sumas.

### Cuestión problemática

Con la finalidad de activar el proceso de enseñanza y aprendizaje, y trabajar en función de que el estudiante se interese en el problema y lo haga suyo, se propuso a los estudiantes una cuestión problemática planteada de la siguiente manera:

¿Cómo determinar el tiempo óptimo del procesamiento térmico en una conserva de olluquito con charqui (plato típico peruano) de tal manera que tenga un efecto esterilizante en el producto? (Bailón, 2008).

Los Ingenieros de Alimentos, dentro de sus múltiples funciones en el proceso de producción de alimentos enlatados, cumplen con la tarea de esterilizarlos del *Clostridium botulinum*, bacteria que se encuentra por lo general en la tierra y es productora de la toxina botulínica, el agente causal del botulismo. Puede aparecer en cualquier alimento de origen animal o vegetal, siendo las conservas, especialmente las caseras, los lugares donde aparece mayormente. Sus esporas pueden sobrevivir en la mayoría de los ambientes y son difíciles de destruir incluso a la temperatura de ebullición del agua a nivel del mar, de modo que, frecuentemente los enlatados son sometidos a altas temperaturas para destruir las esporas.

La tarea en concreto se traduce en que el Ingeniero determine cuánto tiempo se debe emplear, y a qué temperatura se deben exponer las conservas de olluquito con charqui para que sean destruidas las esporas del *Clostridium botulinum* (Bailón, 1994).

### Metodología

La investigación es experimental. De la aplicación del diseño didáctico se obtienen datos cuantitativos y cualitativos sobre el desempeño de los estudiantes en el logro de los objetivos, tomados a partir de la matriz de valoración del plan de sesión, y a partir de la encuesta de opinión sobre el diseño didáctico aplicada a los estudiantes. Los resultados de ambos instrumentos de análisis se pueden apreciar en las tablas 3 y 4.

#### Método de Bigelow

Existen varios métodos para la esterilización de las conservas, en este caso se escogió el Método Bigelow (Bigelow y Esty, 1920). Constituye el primer método de integración gráfica para el cálculo de procesamiento térmico. A pesar del tiempo que tiene de propuesto, este método es el procedimiento más exacto y es utilizado hasta la actualidad.

Pasos a seguir para la determinación del tiempo de procesamiento térmico:

1. Determinar la información experimental, por uso de termocuplas o de un termoregistro los valores del proceso en tiempo y variación de la temperatura  $T$  en el ollquito con charqui. Esta información es proporcionada a los alumnos.
2. Determinar el valor  $F$  o Tiempo de Destrucción Térmica (TDT) para cada valor  $T_i$  sabiendo que,

$$F = F_0 * 10^{(250-T_i)/Z}$$

$F_0$  es una constante que representa el valor de esterilización para el alimento, en este caso como el charqui es una carne  $F_0 = 6$ .

$z$  es la diferencia de temperatura cuando la curva de penetración térmica atraviesa un ciclo logarítmico,  $z = 18^\circ\text{F}$

3. El coeficiente o efecto letal (CL) por unidad de tiempo viene a ser el valor recíproco de  $F$  a cada temperatura, es decir  $1/F$  vs. Tiempo (min.) a cada minuto de evaluación y de variación significativa. Tabulando los datos obtenidos se grafican los valores del CL con respecto al tiempo, obteniéndose la curva de letalidad.
4. Se tiene que determinar el área bajo la curva que cifre la unidad ( $EE = 1$ ) pues ésta define el tiempo en donde se procede a cerrar la alimentación de calor (vapor), es decir el tiempo del procesamiento térmico ( $\theta_{pt}$ ) en el intervalo de  $\theta = 0$  a  $\theta = \theta_{pt}$ .

#### Plan de Sesión

Para el desarrollo del proceso didáctico se aplicó el siguiente Plan de sesión:

Objetivo	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo
Motivar al estudiante y ubicarlo en el contexto de aprendizaje	Observar un video sobre el proceso de esterilización de alimentos.	En el salón de clase utilizando un proyector multimedia se visualiza el video con la explicación del profesor especialista.	Video y separata preparada por los profesores.	10 min
Comprender el tema e identificar los requisitos para desarrollarlo.	Leer y discutir la separata proporcionada en clase por los profesores.	Se forman grupos de dos alumnos, trabajando en forma colaborativa.	Separata sobre el Método Bigelow para la esterilización de alimentos.	20 min
Procesar los datos.	Trabajar en una tabla de Excel.	El grupo ingresa los datos al Excel y elaboran los cálculos solicitados.	Base de datos, software Excel, computadora	20 min

Objetivo	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo
Matematizar la situación planteada.	Ajustar los datos.	El grupo halla la gráfica a partir del ajuste de los datos para hallar la función "Efecto Letal" I/F.	Graphmatica, computadora, base de datos en Excel	20 min
Aprender de soluciones pasadas para activar la heurística.	La historia de la matemática para introducir la noción de sumas de Riemann.	Los alumnos experimentan y analizan el modo como Arquímedes calculó el área del círculo.	Página web. <a href="http://illumination.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=161">http://illumination.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=161</a>	20 min
Matematizar la situación planteada.	Calcular el área bajo la curva mediante sumas de Riemann.	Ensayan diferentes formas de hallar el área de la región bajo una curva.	Papel, lapiceros, lápiz, borrador.	30 min
		Utilizan el Cabri para visualizar que en el límite la suma de las áreas de los rectángulos coincide con el área bajo la curva.	Software Cabri II plus	20 min
Matematizar la situación planteada.	Formalizar la noción de In-tegral definida mediante sumas de Riemann (Kong, 1985).	La profesora expone procurando incentivar las intervenciones de los alumnos en la formalización.	Pizarra y mota. Cuadernos.	40 min

Tabla 4: Plan de Sesión

### Formalización de la curva efecto esterilizante

Con ayuda de Excel los alumnos procesaron los datos experimentales para hallar valor F o Tiempo de Destrucción Térmica (TDT) para cada valor  $T_i$ . Utilizando el software Graphmatica realizaron el ajuste de curvas tomando como base los datos hallados. La formalización se desarrolló en cuatro intervalos y se hallaron cuatro funciones, dos exponenciales y dos polinomiales que se aprecian en la Tabla 2.

Datos (minutos)	Funciones
0 a 30	$y = \exp(0.2316x - 11)$
30 a 48	$y = 0,00000011x^4 + 0,00000038x^3 + 0,0000065x^2 - 0,00012x - 0,0118$
50 a 60	$y = 0,000049x^2 + 0,0014x - 0,0767$
62 a 68	$y = \exp(-0,0553x + 1,55)$

Tabla 5: Funciones halladas por el ajuste de datos

Habiéndose observado a continuación la manera cómo Arquímedes determinó el área del círculo, se trabajó con los alumnos en forma grupal, incentivándolos a que utilicen diferentes caminos para hallar el área bajo la curva. Después de varias intervenciones, se resume las ideas, y con ayuda del Cabri II Plus, se visualiza la integral definida como el límite de la suma de productos entre el valor de la función en un punto  $x_i^*$  y el ancho  $\Delta x_i$  del subintervalo conteniendo al punto, donde  $n$  es la cantidad de subintervalos,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i^*) \Delta x_i, \text{ que normalmente se denota así } \int_a^b f(x) dx$$

### Evaluación del diseño didáctico

#### Instrumentos de evaluación

Para evaluar a cada alumno se elaboró una matriz de valoración o rúbrica de las actividades propuestas en base a criterios definidos, a los cuáles se les colocó un valor máximo, tres, cuatro o cinco de acuerdo a la pregunta (Ver Tabla 3).

De igual manera se aplicó una encuesta a los alumnos con la finalidad de conocer sus apreciaciones sobre los elementos que constituyen la propuesta y su opinión en general. Las preguntas de la encuesta son resumidas en la columna pregunta de la Tabla 4.

### Resultados

En la Tabla 3 se pueden observar los puntajes en promedio con respecto a cada actividad y lo que corresponde a la sesión. Se aprecia que la sesión se repitió en dos grupos, uno de Ingeniería de Alimentos con 40 alumnos, y el segundo, de Ingeniería Pesquera con 36 alumnos.

Actividad	Lee y discute la separata sobre el método Bigelow proporcionada en clase. (4 puntos)	Elabora una tabla en Excel en base a los datos. (3 puntos)	Ajusta los datos a una curva para hallar la función "Efecto Letal" I/F (4 puntos)	Observa, experimenta y comprende como Arquímedes halló el área del círculo. (4 puntos)	Halla el área bajo una curva mediante sumas de Riemann. (5 puntos)	Sesión de clase (20 puntos)
Alumnos						
Ingeniería Alimentos	2.7 ptos. 66.5 %	2.3 ptos. 76.7 %	3 ptos. 75 %	2.9 ptos. 72 %	2.45 ptos. 49 %	13.6 p. 68%
Ingeniería Pesquera	2.4 ptos. 61 %	2.5 ptos. 83.3 %	2.9 ptos. 72.5 %	2.5 ptos. 62.5 %	2.75 ptos. 55 %	13.5 p. 67.5 %
Promedio	2.5 ptos. 62.5%	2.4 ptos. 80%	2.95 ptos. 73.75%	2.7 ptos. 67.5%	2.6 ptos. 52%	13.5 p. 67.5%

Tabla 6: Resultados de la matriz de la valoración

Los resultados de la encuesta se puede observar en la Tabla 4.

Pregunta	Frecuencia	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Indeciso	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Utilidad de la separata	Absoluta	8	56	12	-	-
	Relativa %	10.5	73.7	15.8	-	-
Utilidad de los contenidos	Absoluta	52	24	-	-	-
	Relativa %	68.4	31.6	-	-	-
Utilidad de los programas	Absoluta	24	46	6	-	-
	Relativa %	31.6	60.5	7.9	-	-
Utilidad del video	Absoluta	6	48	20	2	-
	Relativa %	7.9	63.1	26.3	2.6	-
Utilidad del trabajo de Arquímedes	Absoluta	42	34	-	-	-
	Relativa %	55.3	44.7	-	-	-
Asesoría de los profesores	Absoluta	36	40	-	-	-
	Relativa %	47.4	52.6	-	-	-
Disposición ante consultas	Absoluta	38	38	-	-	-
	Relativa %	50	50	-	-	-
Motivación en la sesión	Absoluta	40	36	-	-	-
	Relativa %	52.6	47.4	-	-	-

Tabla 7: Resultados de la Encuesta de opinión a los alumnos

### Interpretación de los resultados y conclusiones

En lo que se refiere a los aprendizajes esperados evaluados con la matriz de valoración, de las cinco actividades planteadas, la que mayor éxito obtuvo, en un 80%, fue la elaboración de la tabla de Excel para hallar el valor de F, y la de menor éxito fue la última, la visualización de las sumas de Riemann con Cabri II. Se debió a que el centro de cómputo debía dedicarse a cuestiones administrativas y ello no permitió que se desarrollara con profundidad la visualización como estaba planificado. En la práctica las tres horas se redujeron a dos, por falta de apoyo de las autoridades universitarias, de allí el logro de la actividad en un 52%. Teniendo en cuenta la escala vigesimal del sistema de evaluación peruano, se obtuvo un promedio de 13.5 puntos en las cinco actividades propuestas, un 67.5% del logro esperado.

La opinión de los alumnos sobre el proceso didáctico se encuentra expresada en la Tabla 4. Ellos han estado totalmente de acuerdo o de acuerdo en la utilidad de los contenidos en un

100 %. El segundo lugar en utilidad lo ocupó la página web sobre Arquímedes. El interés y motivación que ellos mostraron al desarrollo de la sesión ocupa el tercer lugar.

Ante la pregunta: ¿Cuál fue la dedicación que usted mostró?, el 89.5 % respondió que dio una dedicación del 75 al 100%. Era visible que estaban atentos al proceso planteado pues el tema era de su interés, y los medios informáticos son para ellos de uso diario.

La opinión de los alumnos sobre la sesión se expresa en lo siguiente: muy interesante (14), muy buen modo de aprender (11), se presta más atención, más motivados (11), más fácil la comprensión de los temas (10), muy didáctico (9) y es dinámico (8). Estas expresiones muestran el agrado de los alumnos por este tipo de metodologías de enseñanza y aprendizaje.

### Referencias bibliográficas

- Arzarello, F., Bartolini, M., Lun, A., Mariotti, M. y Stevenson, I. (2012). Experimental Approaches to Theoretical Thinking: Artefacts and Proofs. En G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education, The 19th ICMI Study* (97 – 143). New York, USA: Springer.
- Bailón, R. (1994). *Evaluación de las condiciones de Proceso para el enlatado de Olluco (Ullucus tuberosus Loz.) con Charqui*. Tesis de Ingeniería en Industrias Alimentarias no publicada, Universidad Nacional Agraria de la Molina, Lima, Perú.
- Bailón, R. (2008). *Procesamiento Térmico de Alimentos*. Callao: IPIFA.
- Barbin, E. (2012a). L'histoire des mathématiques dans la formation : une perspective historique (1975–2010). In J.-L. Dorier, S. Coutat (Eds) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21<sup>e</sup> siècle – Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone 2012*, (GT4, pp. 546-554). Recuperado de <http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT4/GT4-pdf/EMF2012GT4BARBIN.pdf>
- Barbin, E. (2012b). *What is epistemology (for)?* Powerpoint presentation. Colloque en hommage à Michèle Artigue. Paris.
- Barbin, E. (2012c). *L'épistémologie historique et l'histoire épistémologique des sciences et des techniques*. En : Notes de cours I Recherches en histoire des sciences et des techniques : tendances et tensions. Master histoire des Sciences et des techniques. UEFI.
- Bigelow, W. y Esty, J. (1920). The Thermal Death Point in Relation to Time of Typical Thermophilic Organisms. *The Journal of Infectious Diseases*, 27(6), 602-617. doi: 10.1093/infdis/27.6.602



- D'Enfert, R., Djebbar, A. & Radford, L. (2012) Dimensions historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques – Compte-rendu du Groupe de Travail n° 4. In J.-L. Dorier, S. Coutat (Eds) *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT4, pp. 523-528). Recuperado de <http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT4/EMF2012GT4CR.pdf>
- Jankvist, U. (2009). *Using History as a 'Goal' in Mathematics Education*. [Ph.D. dissertation]. Department of Science, Systems and Models, Roskilde University, Roskilde, Denmark. Recuperado de <http://milne.ruc.dk/lmfufaTekster/pdf/464.pdf>
- Kong, M. (1985). *Cálculo Integral*. Lima: Editorial Sagitario E.I.R.L.