



i.cemacyc.org

I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

Santo Domingo, República Dominicana



Estrategias de solución de problemas matemáticos en estudiantes preuniversitarios

Andrés Hernández Córdova
Universidad Simón Bolívar
Venezuela
anhernan9@gmail.com

Resumen

El objetivo de esta investigación es analizar las estrategias de solución de problemas matemáticos de los estudiantes del Ciclo de Iniciación Universitaria (CIU) de la Universidad Simón Bolívar sede del Litoral y cómo el docente apoya este proceso. Se pretende realizar una investigación descriptiva. Para ello, se propone que los estudiantes actúen como resolutores de problemas esto es, que desarrollen o consoliden sus habilidades y destrezas en la comprensión y solución de los problemas. Y que el docente desarrolle estrategias didácticas para apoyar este proceso.

Palabras clave: solución de problemas, estrategias didácticas para apoyar la solución de problemas, rol del docente.

La solución de problemas es una actividad que desarrollamos en nuestra vida cotidiana, ya que constantemente estamos buscando soluciones a problemas del día a día. Entre los objetivos de la educación matemática está el desarrollar habilidades que permitan a los estudiantes adquirir herramientas para resolver problemas tanto escolares como del contexto.

Históricamente los problemas han ocupado un lugar central en el currículum de Matemática, no así su resolución. Stanic y Kilpatrick (1988) aseguran que “los problemas han ocupado un lugar central en el currículum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas no”. Generalmente, la resolución de problemas ha sido objeto de aprendizaje y no de enseñanza, profesores evalúan con problemas cuando nunca en sus clases han trabajado en su resolución

De la revisión de los estudios que ponen énfasis en la aplicación de la resolución de problemas al campo de la enseñanza, sobresalen dos tendencias. En primer lugar, la que se centra en la necesidad de resolver problemas de un modo eficiente. En segundo término surge el papel

de la resolución de problemas como instrumento de diagnóstico de errores conceptuales y concepciones alternativas, así como para la evaluación del propio aprendizaje adquirido o del cambio conceptual. En cualquier caso, la realidad pone en evidencia la ausencia de prácticas de metodologías específicas para la resolución de problemas en los programas oficiales y en los libros de texto educativos (Dumas-Carré citado por Perales, 1993).

En nuestro caso se hará énfasis en la necesidad de resolver problemas de un modo eficiente, por considerarlo una importante meta didáctica, que busca la comprensión de los problemas planteados y el desarrollo de estrategias para alcanzar sus soluciones.

El proceso de resolución de problemas en el aula debe considerar cuatro aspectos importantes: 1) la comprensión del problema; 2) los conocimientos matemáticos necesarios para la resolución del problema; 3) el uso de estrategias para la resolución del problema y 4) el papel del docente como mediador del proceso de solución de problemas

Por otra parte, el docente debe ser mediador del proceso de resolución de problemas, ya que la experiencia de resolver problemas se convierte en una oportunidad de aprendizaje, dándole mayor alcance y posibilitando la toma de conciencia por partes de los estudiantes, acerca de aspectos relevantes del proceso de resolución de problemas.

Campistrous (1996) afirma: “Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación.”

La definición anterior es muy importante, pues en la selección de los problemas a proponer a un grupo de estudiantes hay que tener en cuenta no solo la naturaleza de la tarea, sino también los conocimientos que la persona requiere para su solución y las motivaciones para realizarla. En ambos casos, lo antes planteado significa que lo que puede ser un problema para una persona puede no serlo para otra, o bien porque ya conozca la vía de solución o porque no esté interesado en resolverlo (Campistrous, 1996).

En consecuencia es importante desarrollar, en clases, problemas donde los estudiantes discutan cómo comprenden el problema y desarrollen estrategias para su resolución. Para que el estudiante logre realizar este tipo de tareas, las actividades del docente deben estar orientadas a que los estudiantes aprovechen todo su potencial en vías no sólo de obtener respuestas correctas, sino que a su vez vayan construyendo el conocimiento matemático, y desarrollen estrategias de aprendizaje.

Algunas de las dificultades que tienen los estudiantes con el planteamiento de ecuaciones y sistemas de ecuaciones son: aprenden parcialmente una colección de reglas a ser memorizadas y trucos a ser ejecutados, que no tienen coherencia lógica, muy poca conexión con aprendizaje aritméticos previos, y ninguna aplicación en otros asuntos escolares o en el mundo fuera de la escuela (MacGregor, 2004), tienen serias dificultades para desarrollar una comprensión y una manipulación adecuada del uso de las letras en álgebra (Ursini y otros, 2005), la manipulación simbólica (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

En cuanto al concepto de incógnita según el Grupo Azarquiel (citado por Serres, 2010) el primer paso para aprender álgebra es adquirir el concepto de variable y en este sentido expresan que éste es un proceso muy lento, que se desarrolla a muy largo plazo, y al que no se le pueden poner límites iniciales. Para ellos adquirir el concepto de variable supone la conjunción de dos

procesos:

Generalización: que permite pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas.

Simbolización: que permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones.

Socas y otros (1996) proponen comenzar la enseñanza del concepto de variable basándose tanto en contextos intramatemáticos de la aritmética y de la geometría, como extramatemáticos de situaciones reales. La solución de problemas propicia el trabajo en contextos tanto intramatemáticos como extramatemáticos.

En cuanto al uso del protocolo de modelación con ecuaciones, esta investigación desarrollará el siguiente protocolo:

Comprender el problema: En este paso se debe hacer una descripción de lo que se plantea en el problema, identificar cuáles son los datos y que variables podemos definir

Plantear la ecuación: En este paso se traduce del lenguaje formal al lenguaje algebraico lo que el problema plantea

Resolver la ecuación: Utilizar la técnica adecuada para resolver una ecuación

Comprender la solución: Verificar si la solución es acorde con la conclusión que se debe dar al problema

En el proceso de resolver la ecuación es importante verificar que estrategias utilizaran los estudiantes para obtener la solución del problema. Además de la verificación de la solución; es decir, si la solución obtenida corresponde con los datos y la solución del problema.

Es por esto que el objetivo de esta investigación es describir el proceso de solución de problemas dirigido a estudiantes de nivel preuniversitario, quienes realizan cursos de iniciación para obtener ingreso a la universidad, en carreras administrativas y tecnológicas de la Universidad Simón Bolívar. Esto está planificado para analizar el proceso de solución de problemas matemáticos de los estudiantes, el rol del docente en este proceso y el tipo de problemas que deben resolver estos estudiantes. La investigación es descriptiva y exploratoria. Para ello, se propone que los estudiantes actúen como resolvedores de problemas esto es, que desarrollen o consoliden sus habilidades y destrezas en la comprensión y solución de los problemas. Y que el docente desarrolle estrategias didácticas para apoyar este proceso.

En cuanto al proceso de resolución de problemas por parte de los estudiantes este trabajo parte del protocolo original de Polya, el cual otros autores han utilizado como base para generar otros protocolos (Schoenfeld (1992)), este es el modelo de los cuatro pasos para la resolución de un problema: 1) Comprender el problema: Aquí se resume toda la información dada y que deseas determinar. En este paso los estudiantes se pueden hacer las siguientes preguntas, ¿Entiendes lo que se dice?, ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?, ¿Distingues cuales son los datos?, ¿Sabes a qué quieres llegar?, ¿Hay suficiente información?, ¿Hay información extraña?, ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes? 2) Concebir un plan: En este paso se expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación o fórmula. Aquí es en donde el estudiante diseña una estrategia, entre las cuales tenemos: ensayo y error, usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo, usar razonamiento indirecto,

resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, resolver una ecuación, usar casos, buscar una fórmula. 3) Ejecución del plan: en esta fase se implementa la o las estrategias que se escogieron para solucionar completamente el problema o hasta que la misma te sugiera utilizar otra estrategia. 4) Examinar la solución obtenida o mirar hacia atrás: consiste en examinar a fondo cálculos y razonamientos matemáticos utilizados, y que la solución corresponde al problema propuesto.

La formación de la actitud científica mediante la resolución de problemas

La resolución de problema es una actividad relacionada con el proceso de aprendizaje y enseñanza de la matemática, la misma se concibe como un conjunto de acciones y operaciones que el sujeto realiza sobre el objeto; es decir, el alumno, en interrelación con otros sujetos, realiza acciones por medio de las operaciones implicadas en el aprendizaje y el quehacer científico de la resolución de problemas matemáticos. Esta actividad transita por tres momentos, fases o etapas fundamentales: orientación, ejecución y control. Estos momentos son considerados, en la dirección del proceso de aprendizaje enseñanza de la resolución de problemas, para propiciar la formación de la actitud científica de los estudiantes. Destacamos además que estas etapas no son excluyentes, ya que en cada etapa también pueden intervenir las otras dos, pero en determinado instante predomina una de ellas (Barrientos, 2010).

Es por esto que la resolución de problemas genera un aprendizaje desarrollador ya que promueve el desarrollo integral de la personalidad del estudiante a través de la apropiación activa, consciente e intencional de los conceptos, proposiciones, procedimientos y actitudes, potenciando el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, y desarrollando su capacidad para una autoeducación constante a lo largo de su vida (Barrientos, 2010).

En esta investigación vamos a estudiar las diferentes estrategias que aplican los estudiantes del CIU a través de la resolución de problemas, con el fin de que el conocimiento matemático se construya y que el estudiante sea partícipe de su propio aprendizaje.

Otro aspecto importante de esta investigación es considerar la actitud científica en los estudiantes del CIU. Barrientos interpreta la definición de actitud científica como la propuesta general de enseñanza actitudinal planteada por Guitart (2002) que señala:

“La enseñanza actitudinal docente se entiende como un proceso llevado a cabo en la interacción entre el profesorado y el alumnado, en el que el profesorado es un mediador entre las actitudes que hay que aprender y cada escolar, lo cual exige que la función del enseñante sea la de ayudar a cada alumno o a cada alumna a elaborar y construir sus actitudes, hacer conscientes las que no lo sean, replantear lo que sea necesario mostrando nuevos caminos por explorar, reafirmar aquellos procesos infantiles o juveniles, o aquellas situaciones concretas, y propulsar cambios en aquellas actitudes que no sean beneficiosas desde el punto de vista personal y colectivo, para buscar otras actitudes que sean mejores y hagan posibles equilibrios individuales y grupales más estables”.

Entonces la enseñanza de la actitud científica se da en la interacción entre profesores y estudiantes, es decir, en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Según Guitart (2002) citado por Barrientos: “esta ayuda no debe consistir únicamente en la interacción que se establece con el estudiante, sino fundamentalmente en la organización de la

actividad que lleve a cabo el profesor, que permita al estudiante realizar sus tareas y resolver problemas de manera adecuada, le facilite la recepción de la ayuda que se le brinda y al mismo tiempo pueda también dar ayuda a sus compañeros que así lo requieran.

Para la estrategia didáctica, identificamos los eslabones del proceso de aprendizaje enseñanza de la matemática mediante el ciclo de tres fases, de acuerdo con los tres momentos principales de cualquier actividad: orientación, ejecución y control. Se consideran así las siguientes fases: preparación, dinámica del proceso y evaluación. La primera fase, preparación, considera el diseño y proyección del proceso de aprendizaje enseñanza; la segunda fase corresponde a la dinámica del proceso, consiste a su vez de los eslabones: conocimiento y análisis de la actitud científica, la tercera fase, evaluación, está presente durante todo el proceso y expresa la relación entre el proceso y su resultado (Barrientos, 2010).

En la fase de preparación se considera los aspectos de la estrategia didáctica tales como: la característica de la enseñanza de actitud científica, en la que se enmarca la estrategia, los requisitos para la aplicación de la estrategia, el diagnóstico sobre el estado actual de la actitud científica de los estudiantes, y la preparación metodológica de la asignatura (Barrientos, 2010).

Características de la enseñanza de la actitud científica en las que se enmarca la estrategia (Barrientos 2010)

El profesor es el mediador entre la actitud científica que se debe aprender al resolver un problema y el estudiante.

El tipo de ayuda que brinda el profesor, de manera directa en la interacción que se establece con el estudiante, o a través de la organización social que haga el profesor para la resolución de un problema, coincida la formación adecuada de la actitud científica.

Para que se cumplan estas características se debe tener los siguientes requisitos:

Formación adecuada de los profesores sobre metodología de la enseñanza de la matemática y conocimientos matemáticos generales y específicos de la asignatura, así como sobre la resolución de problema y actitud científica.

Empleo de métodos y medios que permitan propiciar un ambiente de trabajo científico-matemático en el aula, donde:

Se aplica diferentes estrategias para abordar y resolver problemas, posibilitando la reflexión autocrítica, la elaboración cognoscitiva, la rigurosidad, la metacognición y el pensamiento flexible.

Los estudiantes actúan con curiosidad y se sienten motivados e interesados en proponer e intentar probar ideas con confianza y seguridad.

Los medios son fuente de información para el aprendizaje.

Implicar a los estudiantes en el propio contenido del problema a resolverlo basados en sus intereses y su deseo de aprender.

El profesor debe facilitar a los estudiantes que se responsabilicen individualmente de la formación de su propia actitud científica.

Combinar adecuadamente el trabajo individual y el grupal.

Tomar en cuenta, para la evaluación, la forma en que el estudiante aborda y se implica en

el problema durante el proceso de resolución, facilitándole que exprese lo que piensa y siente, y pueda adoptar decisiones para desarrollar sus ideas.

Ahora para apoyar a los estudiantes de nivel preuniversitario en su proceso de solución de problemas es importante que el docente tenga un rol de observador participante, que permita a las y los estudiantes desarrollar su pensamiento matemático, probar, hacer inferencia, identificar conceptos, procesos y resultados de la matemática del bachillerato necesarios para resolver el problema, sacar cuentas con casos sencillos, y, en caso de que el estudiante no avance en el proceso, entonces el docente hace preguntas abiertas que estimulen la explicación, el ordenamiento de las ideas, el razonamiento, en fin, desarrollar la actitud científica.

En este sentido plantea Barrientos (2010) que el docente es el mediador entre la actitud científica que se debe aprender al resolver un problema y el estudiante; el tipo de ayuda que brinda en la interacción que se establece con el estudiante, o a través de la organización social que haga para la resolución de un problema, debe promover la formación adecuada de la actitud científica y el aprendizaje significativo haciendo que los estudiantes relacionen en su experiencia de resolución de problemas lo que ya saben con lo que tienen que aprender. El docente debe facilitar aprendizajes funcionales, prácticos y conscientes de la actitud científica por parte de los estudiantes, orientándoles para hacer explícito lo que parece tácito o implícito, en otras palabras para que desarrollen sus procesos metacognitivos.

Resultados

Criterios de escogencia de los problemas: problemas que pueden resolverse a través del planteamiento de una ecuación o de un sistema de ecuaciones de dos incógnitas. Según el programa de la asignatura Matemáticas II del Ciclo de Iniciación Universitaria de la Universidad Simón Bolívar.

Caso problema las páginas de un libro: conocimiento de números consecutivos, de descomposición en factores primos, factorización simple, fórmula cuadrática. Estrategias de solución: ensayo y error, modelación con ecuaciones, comparación con problemas resueltos anteriormente.

Se analizaron los procesos de cuatro estudiantes del CIU encontrando que: - un estudiante descompuso el número 992 (producto de las páginas del libro) en factores primos, que resulta $992 = 2^5 \cdot 31 = 32 \cdot 31$, con esto el estudiante responde que las páginas son 31 y 32; - un segundo estudiante resolvió el problema de forma algebraica realizando los pasos para resolver un problema que son: a) comprender el problema; b) plantear la ecuación; c) resolver la ecuación, y d) comprender la solución. Esta persona utilizó la fórmula de la resolvente para resolver la ecuación cuadrática correspondiente al problema. Una tercera persona utilizó el ensayo y error como su estrategia. Este estudiante iba realizando multiplicaciones de números consecutivos y se fue dando cuenta que el producto de los números consecutivos que tomaba era mayor a 992, es por esto que fue bajando y probó con el producto de $24 \times 25 = 600$, ahí noto que debían ser por los 30, hasta que llegó al resultado de 31×32 . Y el otro por factorización simple:

$$x(x+1) = 992; x^2 + x - 992 = 0; (x+32)(x-31) = 0$$

Caso problema jaula de animales. Conocimiento acerca del número de patas de los canarios y los conejos. Estrategias de solución: ensayo y error, modelación con ecuaciones. Para este problema se noto una dificultad para plantear la ecuación que relaciona el número de patas y en consecuencia aplican ensayo y error, pero una característica importante es que sabían que el

problema se podía resolver con un sistema de ecuaciones pero no pudieron plantear las ecuaciones.

Conclusiones

Los estudiantes se iniciaron en la estrategia resolución de problemas y por la carencia de recursos cognitivos y otros factores no llegaron a desarrollar el modelo de Polya.

Por otra parte, se observó que previo a la aplicación de la estrategia de resolución de problemas los estudiantes utilizaron el ensayo y error como su estrategia didáctica para dar respuesta al problema. Aunque algunos estudiantes desarrollaron los problemas aplicando el método.

Planificar el tipo de problema ayuda a estar alerta de estimular la actitud científica.

Elaborar un banco de problemas resueltos por los estudiantes permite apoyar la comprensión del problema e ilustrar las distintas estrategias que pueden usarse para resolver un mismo problema.

Figuras

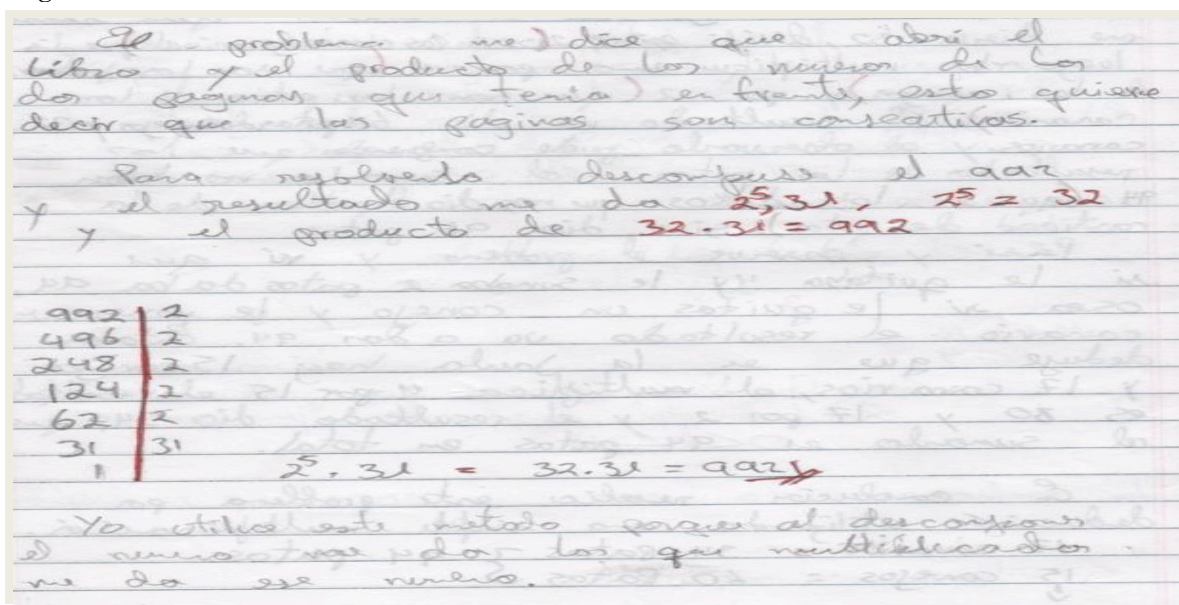


Figura 1. Problema resuelto por factorización simple

① Comprensión del problema =
 Para llegar a la comprensión del problema fue algo difícil con la ayuda del profesor lo pude comprender un poco, supe que necesitaba saber el número de las paginas que multiplicadas entre si de de el N° 992.

② Plantear la Ecuación =

x = Que es la incognita
 992 = El número de paginas
 $x(x+1) = 992$

③ Resolver la ecuación =

$$x(x+1) = 992$$

$$x^2 + 1x = 992$$

$$x^2 + 1x - 992 = 992 - 992$$

$$x^2 + 1x - 992 = 0$$

A B C

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4(a \cdot c)$$

$$= 1^2 - 4(1)(-992)$$

$$= 1 + 3968 = 3969$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3969}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 63}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

$$x_2 = \frac{-1 - 63}{2} = \frac{-64}{2} = -32$$

④ El números de las pagina son 31 y 32 y la multiplicación de ambas números da 992 Exacto.

Figura 2. Problema resuelto por la fórmula de la resolvente

$R = 31 \times 32 = 992$ es el resultado. ¿Cómo lo supe?
 lo hice por ensayo y error, ya que comencé a multiplicar abriendo números consecutivos ya

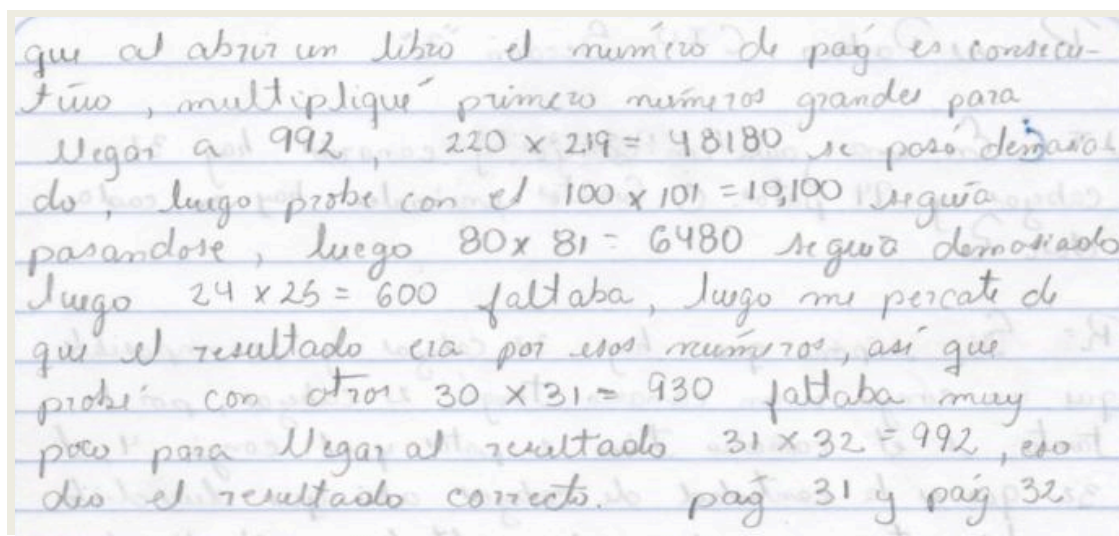


Figura 3. Problema resuelto por ensayo y error

Referencias y bibliografía

- Barrientos, O. (2010). *La actitud científica ante la resolución de problemas matemáticos*. La Paz: IICAB.
- Campistrous, L y Rizo, C. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial pueblo y educación.
- Charles, R., Lester, F., O'Daffer, P. (1994). *How to evaluate progress in problem solving*, National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Perales, F. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las Ciencias*. 11(2). 170-178.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University.
- Serres, Y. (2000). *Aspectos a considerar en un diseño de instrucción centrado en el proceso de solución de problemas matemáticos. Caso del Curso Introductorio de la Facultad de Ingeniería de la UCV*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 13.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. Hernández, J. (1996). *Iniciación al Álgebra*. Madrid: Síntesis.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. Editorial Trillas, ISBN 968-24-6752-7, 165 páginas, México.