

ESTUDIO DIDÁCTICO DEL CONCEPTO ECUACIÓN EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Concepción Hernández Ponce, Flor Monserrat Rodríguez Vásquez, Jesús Romero Valencia
 Universidad Autónoma de Guerrero México
 hdez_ponce@hotmail.com, flor_r@cimateuagro.org, jromero@cimateuagro.org

Resumen. En este escrito se reportan los avances de una investigación que gira en torno al concepto Ecuación. La investigación consiste en realizar un estudio didáctico del concepto ecuación en la Educación Básica, en los niveles Primaria y Secundaria del Sistema Educativo Mexicano. El marco conceptual mediante el cual se sustenta la investigación es el análisis didáctico y el marco metodológico es el análisis de contenido de los libros de texto.

Palabras clave: ecuación, educación básica, análisis didáctico, análisis de contenido

Abstract. In this paper we report some advances about an ongoing research on the concept of equation. The research involves a didactic study on the equation concept in basic education, elementary and high school levels of the Mexican Educational System. The conceptual framework which supports this research is the didactic analysis and the methodological framework is the analysis of text books' content.

Key words: equation, basic education, didactic analysis, content analysis

Introducción

Investigar en el campo del Álgebra es importante debido a que es una rama de la matemática que se aborda en la mayor parte de la formación académica, además de que diversas investigaciones han reportado que existen dificultades por parte de los estudiantes al abordar los temas. Específicamente en el concepto ecuación se han realizado un gran número de estudios que desde nuestro punto de vista podemos clasificar principalmente en dos enfoques, el didáctico y el cognitivo (Ver diagrama 1).

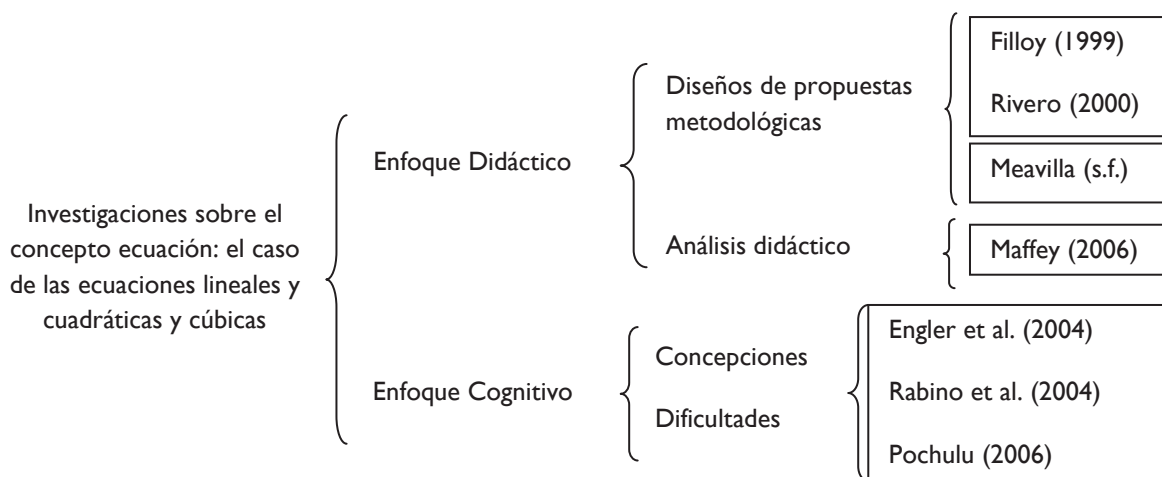


Diagrama 1. Investigaciones en torno al concepto ecuación algebraica.

En el enfoque didáctico, las investigaciones de Rivero (2000), Filloy (1999) y Rojano (2010) se han centrado en el diseño de propuestas para el aula y favorecer el aprendizaje del concepto, algunas de estas propuestas contemplan el uso de distintos modelos (concreto, diagramático y virtual de la balanza) que sirven de apoyo para la introducción del concepto ecuación; mientras que en otras contemplan aspectos de la historia del concepto que le aportan significado (Meavilla, s.f.).

En el mismo enfoque insertamos la investigación de Maffey (2006) en la cual se propuso conocer y sistematizar la manera en que se presenta a estudiantes de Nivel Medio Superior (NMS) el tema de ecuación lineal; el autor analizó si se producía en los estudiantes un aprendizaje significativo del tema. Para ello tuvo que valorar el estado en el que se encontraba la enseñanza de las ecuaciones lineales en ese nivel académico, por lo que uno de sus objetivos consistió en realizar un análisis de los libros de texto que utilizaban las instituciones de su estudio. De su análisis Maffey concluye que la enseñanza de las ecuaciones en los libros de texto se inicia con definiciones y conceptos, propiedades y resolución de ejercicios y problemas.

Aun teniendo algunas propuestas para la introducción del concepto ecuación que le aportan significado a dicho concepto, otras investigaciones de corte cognitivo han reportado que hay dificultades en su aprendizaje ya que este se desarrolla en clases que se reducen a la enunciación de definiciones y propiedades y la mecanización de reglas de cómo operar símbolos.

Bajo el enfoque cognitivo, la mayoría de los estudios se han concentrado en la detección de errores y dificultades que presentan los estudiantes al trabajar con el concepto. Dentro de esta categoría de investigaciones podemos hallar los trabajos realizados por Engler, Gregorini, Müller, Vrancker, y Hecklein (2004), Rabino, Cuello y De Munno (2004), Pochulu (2006) y Kieran y Filloy (1989).

En Pochulu (2004) fueron estudiados los errores y dificultades desde la opinión de los profesores de NMS, mediante una entrevista, mientras que en la investigación realizada por Engler et al. (2004) se estudiaron sólo errores mediante el análisis de investigaciones centradas en la detección de estos para categorizarlos. Y en el estudio de Rabino et al. (2006) se aplicó una propuesta para la enseñanza del álgebra utilizando contextos significativos, en la cual detectaron algunas dificultades. Al respecto del concepto ecuación puntualizan que los errores y dificultades pueden presentarse comúnmente en:

- ❖ El planteamiento y resolución de ecuaciones.

- ❖ La significación del signo de igualdad, ya que los estudiantes entienden que el signo igual ($=$) en una ecuación representa una señal de “hacer algo” como en la aritmética mientras que el verdadero significado del signo de igualdad (\equiv) en una ecuación es la equivalencia entre los miembros de la ecuación.
- ❖ En relación a los métodos de resolución de ecuaciones de segundo grado, como lo son la factorización y la fórmula general de segundo grado, estos son desconocidos o no utilizados. En cuanto a la aplicación de la fórmula general para hallar las raíces de una ecuación de segundo grado, los alumnos no se aseguran de que la expresión esté igualada a cero.
- ❖ Al obtener las soluciones de una ecuación no se realiza la comprobación de los resultados, esto es, no se hace uso de la sustitución de los valores obtenidos en la ecuación para saber si la satisfacen. A este error también se le conoce como falta de verificación en la solución. Cuando se obtiene una solución negativa de la ecuación, los estudiantes no le encuentran sentido.

En Kieran y Filloy (1989) se cita la creencia que algunos alumnos tienen acerca de una ecuación, como un hecho numérico disfrazado con la falta de algún componente, esto último originado por ideas intuitivas en niveles básicos, principalmente en aritmética. Para los alumnos una ecuación no contiene literales en ambos miembros del signo de igualdad, por lo que cuando se les presenta una ecuación con literales en ambos miembros de la igualdad, probablemente no le encuentran sentido.

Los errores, dificultades y concepciones que presentan los estudiantes al momento de tratar el concepto ecuación permite puntualizar que en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto hay una problemática que hace que este proceso sea poco favorable, en consecuencia, no nos explicamos cómo siendo el concepto ecuación uno de los más trabajados desde el nivel Primaria, Secundaria y niveles posteriores es un concepto aprendido de manera poco favorable.

Problema y objetivos de la investigación

Entre las diversas razones por las cuales es importante realizar estudios del concepto ecuación, está que el concepto forma parte de los contenidos del currículum de nuestro país (México) desde el nivel Primaria, siendo abordado en este nivel sus nociones, seguido por la formalización en el nivel Secundaria con el lenguaje algebraico, continuando en los siguientes niveles educativos con un grado mayor de complejidad.

Los antecedentes muestran que el concepto ecuación ha sido investigado desde dos enfoques principalmente, didáctico y cognitivo, de lo cual se percibe que el tratamiento se ha llevado a cabo algorítmicamente y que todavía existen algunas inconsistencias (errores, dificultades, concepciones) en él. Esto nos lleva a cuestionarnos el porqué sí el concepto ecuación es abordado desde la Primaria, Secundaria, Bachillerato y demás niveles educativos, es uno de los que presenta inconsistencias en su comprensión por parte de los alumnos aún de grados avanzados.

Esto nos sugiere plantearnos la siguiente pregunta de investigación: *¿Cuál es el tratamiento didáctico del concepto ecuación en la educación básica (Primaria y Secundaria)?*

A primera vista esta pregunta parece ser muy general, sin embargo al definir que se estudiará el concepto en la educación básica, queda delimitado el estudio a ecuaciones aritméticas lineales y algebraicas lineales, cuadráticas y cúbicas. Otro aspecto que aclaramos es que el tratamiento didáctico del concepto ecuación se realizará sobre las reformas del 2009 para el nivel Primaria y 2006 para el nivel Secundaria, vigentes actualmente.

Por lo que el objetivo general consiste en realizar un estudio didáctico del concepto ecuación en la educación básica, en los niveles Primaria y Secundaria, *para conocer cómo es tratado el concepto en el Discurso Matemático Escolar.*

Las acciones específicas para el logro del objetivo estriban principalmente en:

- ❖ Realizar un análisis de contenido para conocer el tratamiento que se da sobre el concepto ecuación en el nivel Primaria.
- ❖ Realizar un análisis de contenido para conocer el tratamiento que se da sobre el concepto ecuación en el nivel Secundaria.

Dicho análisis permitirá conocer el desarrollo que tiene el concepto ecuación durante la trayectoria escolar de los niveles Primaria y Secundaria, es decir, podremos conocer el proceso evolutivo del tratamiento de la enseñanza del concepto desde las nociones básicas hasta que se aborda de manera formal.

Marco conceptual

El *análisis didáctico* es definido por Gómez (2002) como un procedimiento con el cual es posible explorar, profundizar y trabajar con los múltiples y diferentes significados del conocimiento matemático escolar, para poder diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje. En este sentido el análisis didáctico implica un proceso completo, que inicia con la determinación del contenido matemático que se va a tratar y de los objetivos

que se quieren lograr desde la revisión y análisis de los contenidos plasmados para la enseñanza hasta la evaluación de los mismos después de habérselos enseñado a los alumnos.

Los componentes del análisis didáctico son: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación. En seguida se explicará el análisis de contenido que es el componente que interesa para la investigación.

El *análisis de contenido*, es definido como un análisis de las matemáticas escolares, del contenido matemático, por lo que su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula. En este tipo de análisis se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados matemáticos de las matemáticas escolares y tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico).

- ❖ La estructura conceptual. Es la descripción a nivel de conceptos y relaciones entre ellos, de la estructura matemática en cuestión. En este tipo de significado además de enumerar los conceptos involucrados en la estructura matemática, sino que su construcción es un proceso que se inicia con la identificación de los conceptos y algunas de sus relaciones pero que se desarrolla en la medida en que se tienen en cuenta los sistemas de representación, los modelos y los fenómenos asociados.
- ❖ Los sistemas de representación. La estructura conceptual deberá representar la estructura matemática en todos sus posibles sistemas de representación. Cada uno de los sistemas de representación aporta un significado de la estructura matemática desde la perspectiva de las matemáticas escolares. La descripción detallada de la estructura conceptual con base en los sistemas de representación permite identificar y delimitar las subestructuras matemáticas que conforman la estructura matemática representada.
- ❖ Los modelos (Análisis fenomenológico). El análisis fenomenológico consiste en identificar, describir, caracterizar y clasificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras contenidas en la estructura en cuestión.

Podemos obtener información del trabajo de profesores y estudiantes en el salón de clases mediante observaciones de clase, entrevistas o el análisis de contenido de algunos materiales como los libros de texto, los planes y programas de estudio, los libros de apoyo para el profesor, los ficheros de actividades. En este caso se optó por realizar el análisis de contenido de los libros de texto que utilizan los profesores y estudiantes de los dos niveles educativos Primaria y Secundaria.

Ya que los libros de texto se han convertido en documentos imprescindibles para indagar acerca de lo que es o ha sido la práctica real de la enseñanza, ya que los libros de texto son los únicos registros disponibles del conocimiento matemático que la institución escolar ha transmitido (Gómez, 2011, p. 53).

Los profesores usualmente planifican y realizan sus clases con ayuda de su experiencia y de los documentos y materiales de apoyo disponibles, y muchos de ellos se basan exclusivamente en las propuestas de los libros de texto (Gómez, 2002). Sin embargo el libro de texto no sólo se ha convertido en un recurso imprescindible para el profesor, principalmente de la educación básica, sino que también de los estudiantes que cursan ese tipo de educación, ya que los planes de estudio los marcan como obligatorios.

Los libros de texto, son un apoyo tanto para el profesor como para los alumnos, en el se encuentran plasmados y desglosados los contenidos desde los contenidos más básicos a los más complejos que se proponen en los planes y programas de estudio (Moya, 2008).

Por lo que se puede a partir de ellos (los libros de texto) conocer tanto lo que los planes y programas proponen para la enseñanza del profesor como el aprendizaje de los estudiantes, y la presentación del contenido matemático en cuanto a organización y tratamiento que se le da.

Metodología

Tomando en cuenta que la investigación tiene como fin realizar un análisis didáctico del concepto ecuación, se considera como unidad de análisis los libros de texto de Primaria y Secundaria, ya que los tales libros representan la forma más accesible hacia lo que necesitamos conocer, porque los profesores en su mayoría se apoyan en ellos para dar sus clases.

Además, realizar un análisis de libros nos permite entre otras cosas, mirar la estructura y tratamiento de un concepto dado, diseñar secuencias para favorecer ya sea la enseñanza o aprendizaje mismo del concepto, también nos permite encontrar inconsistencias en su tratamiento, e incluso se pueden identificar dificultades de origen epistemológico.

Para este trabajo, nos hemos concentrado en que el análisis didáctico sea un guía para conocer el desarrollo que tiene el concepto ecuación durante la trayectoria escolar de los niveles Primaria y Secundaria, es decir, podremos conocer el proceso evolutivo del tratamiento de la enseñanza del concepto desde las nociones básicas hasta lo formal.

Ahora bien, con base en la metodología de análisis de libros de texto que se plantea en Rodríguez (2010) y apoyados en la literatura sobre el análisis de contenido, es que se propone considerar como categorías de análisis de los textos: los conocimientos previos, los conceptos

relacionados con el concepto en cuestión, los ejemplos y ejercicios, la representación del concepto, y los contextos en los cuales se presenta el concepto.

❖ *Variables de análisis*

Las variables para analizar el concepto ecuación tanto en el nivel Primaria como Secundaria, se desglosan en los esquemas guías (Tablas 1 y 2) siguientes:

Tabla 1. Esquema para el análisis del concepto ecuación en los libros de nivel Primaria.		
Acerca del libro		Libro de Primaria
		Autor (es)
		Enfoque y objetivo del libro
		Bloque y lección donde aparece
		Objetivo del bloque
Análisis Didáctico	Conocimientos en los que se aborda la noción del concepto ecuación.	Ecuaciones que se abordan
	Reforzamiento de los conocimientos	Representaciones
		Tipo de ejemplos
		Tipo de problemas y ejercicios

Tabla 2. Esquema para el análisis del concepto ecuación en los libros de nivel Secundaria.		
Acerca del libro		Libro de Secundaria
		Autor (es)
		Enfoque y objetivo del libro
		Bloque y lección
		Objetivo del bloque
Análisis didáctico	Conocimientos	Definiciones
		Explicación de algoritmos
		Uso de representaciones
	Reforzamiento de los conocimientos	Ejemplos (para aplicar)
		Problemas (que permita razonar para aplicar lo aprendido) y ejercicios (se aplica el algoritmo)
		Alguna situación o aspectos de motivación como lo son la sugerencia de usar algún material didáctico, calculadora o algún pasaje histórico.

❖ *Elección del material por analizar.*

Los libros de texto de Primaria que se analizaron son los seis que se proponen en el plan y programa del 2009 vigente: Perrusquía, E., et al. (2010), Matemáticas Primer grado; Arredondo, C., et al. (2010), Matemáticas Segundo grado; Hernández, J. et al. (2010), Matemáticas Tercer grado; Hernández, D. et al. (2010), Matemáticas Cuarto grado; Perrusquía, E., et al. (2010), Matemáticas Quinto grado; Perrusquía, E., et al. (2010). Matemáticas Sexto grado

Los libros de texto de Matemáticas de nivel Secundaria que se analizaron son algunos que la Secretaría de Educación Pública autorizó para el ciclo escolar 2010-2011: Cabañas, G., et al. (2008). Matemáticas; Briseño, L., et al. (2006), Matemáticas I Santillana Integral. Santillana; Pérez, M. y Pérez, S. (2010), Matemáticas I. Aventura del pensamiento; Escareño, F. y López, O. (2008), Matemáticas 2; García S. y Block, D. (2008), Matemáticas 2; Sánchez F. (2010). Matemáticas 3 a partir de la resolución de problemas; Waldegg, G., et al. (2008). Matemáticas 3 en contexto.

Resultados preliminares

En el nivel *Primaria* respecto a la organización del contenido de los libros de texto, la mayoría de las actividades son contextuales, entendiendo esto, el que se muestran las aplicaciones de los conocimientos en la vida cotidiana.

Los conocimientos señalados como operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división), cálculo numérico y la relación de proporción, en los cuales se trata de buscar términos faltantes, son identificados como los principales donde se aborda la noción de Ecuación.

Las actividades (ejercicios y problemas) se desarrollan de manera individual o con los compañeros de clase mediante juegos o situaciones sencillas que tienen lugar en la vida cotidiana, suponemos que esto se debe a que dichas situaciones le dan sentido a los conceptos matemáticos. Dentro de las actividades también se proponen ejercicios de cálculo puramente matemático.

Se usa la representación simbólica formal desde segundo grado, se usan tablas para el tratamiento de las relaciones proporcionales a partir de cuarto grado, en el eje temático análisis de la información, se presentan también algunas representaciones pictóricas (ilustraciones de objetos) en todos los grados que permiten que los alumnos comprendan mejor las actividades. Al abordar el cálculo mental o numérico se propicia la representación verbal ya que la resolución de este tipo de actividad implica que los estudiantes realicen cálculos aproximados mentalmente usando distintas estrategias para ello.

En el nivel Secundaria, donde el concepto ecuación se aborda formalmente, se percibió que no todos los libros definen el concepto Ecuación y los que lo hacen lo definen como una igualdad que contiene al menos una incógnita en uno o los dos miembros de dicha igualdad.

En primer y segundo grado de Secundaria se trata el tema de ecuaciones lineales y es hasta el tercer grado cuando se da el tratamiento de las ecuaciones cuadráticas y una introducción a las ecuaciones cúbicas. La mayoría de los libros inician dando como enfoque la comparación de una ecuación con el equilibrio de una balanza y finalizan proponiendo ejercicios que se resuelven de manera mecánica, es decir solo realizan procedimientos algebraicos. También se percibe que se hace referencia a algunos aspectos motivacionales, como la introducción con pasajes históricos del concepto o la introducción del concepto mediante el modelo diagramático de la balanza.

Con base en lo tratado, podemos señalar que al tratar con el concepto Ecuación lo que se plantean son problemas fuera del contexto de las matemáticas de manera poco frecuente. Lo que se observa es que se centran en el trabajo puramente algorítmico ya que no se hace uso de representaciones gráficas para explicar este concepto.

Referencias bibliográficas

- Engler, A., Gregorini, M., Müller, D., Vrancker, S. y Hecklein. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, (23), 23-32.
- Filloy Yagüe, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65
- Kieran, C. y Filloy Yagüe, E. (1989). El aprendizaje del algebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 7(3), 229-240
- Maffey, S. (2006). *Estudios sobre la meta cognición y competencia de profesores y estudiantes en relación al tema de ecuaciones lineales*. Tesis de Maestría no publicada. Centro de Investigación y Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Meavilla, V. (s. f.). *Cónicas y resolución de ecuaciones de tercer grado: una propuesta didáctica inspirada en la historia de las matemáticas*. IES “Francés de Aranda” de Teruel.

- Moya, C. (2008). Aproximación al concepto y tratamiento de texto escolar. *Cuadernos de Lingüística Hispánica 11*, 133-152
- Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35(4), 1- 14
- Rabino, A., Cuello, P. y De Munno, M. (2004). Aprender álgebra utilizando contextos significativos. *Revista Premisa*, 22, 36-42.
- Rivero, F. (2000). *Resolviendo las ecuaciones lineales con el uso de modelos*. Notas de Matemática, No. 201, Departamento de Matemática, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.
- Rodríguez, F. (2010). *Desarrollo conceptual de los métodos iterativos en la resolución de ecuaciones no lineales, un enfoque didáctico*. Tesis de Doctorado no publicada, Salamanca, España. Publicada en: <http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/76557>.
- Rojano, M. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *Revista Números*, 75, 5-20.