

## EL MODELO LOGISTICO Y SU DECONSTRUCCIÓN

José Trinidad Ulloa Ibarra, Jaime Lorenzo Arrieta Vera, Gessure Abisai Espino Flores

Universidad Autónoma de Nayarit

Universidad Autónoma de Guerrero

jtulloa@hotmail.com, jaime.arrieta@gmail.com, abisai\_8282@hotmail.com

México

**Resumen.** En este reporte derivado del trabajo “Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial en comunidades de la pesca, un estudio socioepistemológico” se analiza desde el ámbito académico por medio de la deconstrucción como ejercen la práctica de modelar el crecimiento de las microalgas los profesionales dedicados a esta actividad y como consecuencia de la deconstrucción como se puede establecer la modelación como un vínculo entre la práctica profesional y la modelación en el aula. Los organismos en estudio son las microalgas cuyo crecimiento hemos analizado en sus diferentes estadios, correspondiendo ahora a la fase en la cual el organismo es utilizado como alimento para el camarón.

**Palabras clave:** modelación, deconstrucción, logístico, parámetros

**Abstract.** In this report unearned "modeling practices and the construction of the exponential in fishing communities, a study socioepistemological" is analyzed from academia through deconstruction as practice exercise to model the growth of microalgae professionals engaged in this activity as a result of deconstruction as modeling can be established as a link between professional practice and modeling in the classroom. Organisms studied microalgae whose growth is analyzed in its different stages, corresponding to the stage now where the body is used as food for shrimp.

**Key words:** modeling, deconstruction, logistic, parameters

### Introducción

Las matemáticas están relacionadas con otras materias y es muy importante para ellas. Ciencias como la biología, la fisiología y la medicina en las cuales la matemática no tenía una presencia relevante, están demandando nuevas herramientas matemáticas para poder analizar y explicar muchos problemas sobre los cuales tienen cada vez mas información experimental (Ulloa y Arrieta, 2010), creemos que el avance de éstas ha tenido en gran parte a la matemática como base.

No obstante para profesionales no matemáticos, la parte más difícil de usar las matemáticas para estudiar una aplicación es la conversión de los fenómenos de la vida real al lenguaje matemático. Por lo general esto es complicado porque implica la conversión de hipótesis precisas en fórmulas muy precisas. Es importante recordar que los modelos matemáticos son como otros tipos de modelos. El objetivo no es producir una copia exacta del objeto “real”, sino más bien representar algunas características de la cosa real.

Los modelos matemáticos que estudiamos son sistemas biológicos que como todos sabemos evolucionan con el tiempo, por lo que son notoriamente complicados, podemos elaborar un

modelo de la población suficientemente simple para que sea entendible, sólo haciendo simplificaciones y dejando los efectos más importantes.

Consideramos que mediante la deconstrucción de una práctica profesional que incluya un crecimiento poblacional, en este caso el Logístico, se contribuye a dotar al profesional de las herramientas necesarias y suficientes para encontrar un buen modelo matemático que represente fielmente el fenómeno en estudio, de suerte que pueda aportar información de calidad para la toma de decisiones que ayuden a la mejora de la producción biológica y pesquera (Ulloa, Rodríguez, 2010)

Afirmamos que la deconstrucción es un proceso ya sea individual o colectivo de búsqueda de nuevos significados y de sentidos innovadores; y que, como proceso no tiene final, se concibe como una estructura espiral y no lineal. Para su utilización como herramienta de modelación matemática, lo proponemos como un ciclo de nueve momentos que, una vez conocido, se va repitiendo de manera constante y se conforma en la manera de pensar y actuar del sujeto reflexivo. Con ello planteamos la transformación de la práctica de modelación del crecimiento de organismos representado por el modelo logístico considerando todos los parámetros y actividades que se realicen y que tengan influencia en el modelo final. Esto al llevarlo al aula permitirá que los alumnos entiendan el proceso de modelación de forma que puedan explicarlo como un todo y puedan desarrollarlo sin muchos problemas en la práctica de su profesión (Ulloa y Arrieta, 2010)

En el modelo de crecimiento logístico (o de Verhulst) se establece que a mayor población,  $P$ , menor tasa de crecimiento. Inicialmente, la población crece rápido, por lo que es una fuente de presión constante, y pierde su capacidad de crecer al volverse muy numerosa, debido a interacciones entre los miembros de la población, lo que da como resultado un estado de equilibrio. A diferencia del modelo de crecimiento exponencial, donde la población siempre crece, este modelo se apega más a la realidad.

### El área de estudio y la matemática

La investigación pesquera se inicia al tratar de establecer la cantidad de recurso que puede capturarse en un momento determinado, lo cual depende del tamaño de la población y de la capacidad de la flota para pescar; para lograrlo, los biólogos pesqueros tienen que estudiar las características de la población natural, la composición por sexos y edades, la capacidad de reproducción, el crecimiento de los individuos, la supervivencia y las características actuales y futuras de su medio.

La investigación que realizan los profesionales de la pesca está basada en la observación de fenómenos naturales colectivos o en numerosas observaciones respecto a uno en particular, y debe siempre representarse numéricamente para lograr una comprobación experimental.

En los últimos tiempos, se ha manifestado una fuerte tendencia en las ciencias hacia la formulación de modelos matemáticos que consisten en la representación numérica de los elementos que forman un sistema en la naturaleza, los que permiten conocer sus interrelaciones y predecir su comportamiento, ya que constituyen la única forma de manejar situaciones muy complicadas y de probar hipótesis científicas básicas. Sin embargo todavía no se cuenta con modelos matemáticos enteramente satisfactorios en relación con los fenómenos que se suceden en la biología (Ulloa, Arrieta, 2011), especialmente en el océano.

La comunidad de estudio es la de los profesionales de la pesca, en la que se consideran a los biólogos pesqueros, biólogos marinos, oceanólogos y a los ingenieros pesqueros; siendo éstos el punto de partida. En los programas de estudio de las carreras de ingeniería pesquera y las de los biólogos marinos, se observa que la modelación se estudia en diferentes momentos (Ulloa y Arrieta, 2009), sin embargo al igual que en la mayoría de las licenciaturas se encuentra una separación entre los conocimientos que se adquieren en el aula y los requeridos en el campo profesional. Esto conduce a pensar que la escuela ha minimizado la creación matemática a partir de la experimentación en el laboratorio y por otra parte se ha dado poca importancia a la modelación como una asignatura de relevancia en la práctica profesional. Desde nuestro punto de vista la modelación es una práctica que puede vincular la escuela con su entorno. La modelación es una práctica que articula las diferentes ciencias y la tecnología con las matemáticas. Para dar evidencias de estas afirmaciones, basta analizar el entorno laboral que tienen estas comunidades (Ulloa, Arrieta, 2011). La modelación tiene lugar en las tres etapas principales del complejo pesquero, ya que la encontramos no solamente al utilizar los Modelos de Predicción de las Capturas, sino también en el procesado de productos y al realizar estudios de consumo y demanda.

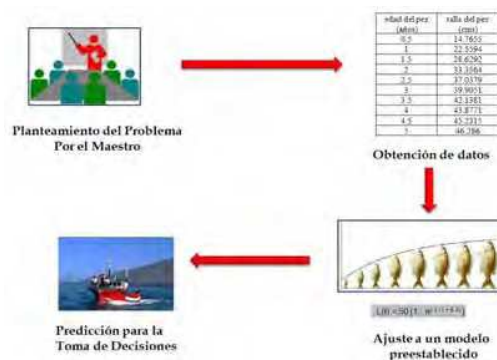


Figura 1. Prácticas de modelación en el aula

## El cultivo de microalgas

Las microalgas marinas unicelulares (Figura 2) se cultivan como alimento para las diferentes etapas del cultivo en criadero de moluscos de valor comercial. Hasta hace poco tiempo las algas vivas eran la única fuente de alimentación de las larvas y juveniles de camarones y bivalvos.

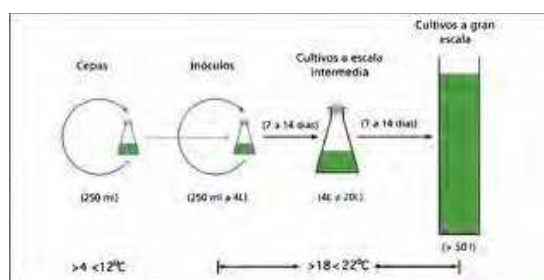


Figura 2. Etapas en la producción de microalgas

El cultivo se inicia en tubos de ensaye de 15 ml., inoculándose con 3 ml. de cepa (*Skelétonema*) en el cual al término de tres días se obtiene la productividad máxima que es de  $1 \times 10^6$  células por ml. Enseguida se inoculan otros 3 tubos de ensaye del mismo volumen, con 3 ml. del cultivo cada uno para mantener la existencia de la cepa y con los 12 ml. restantes de cada tubo, inocular otros 3 tubos de ensaye de 25 ml. Para continuar el cultivo. Como tercer paso con el volumen de estos 3 tubos, se inocula un recipiente transparente de 8 l. de capacidad en donde también el cultivo se sostiene por 72 horas, al término del cual la población llega a un máximo de  $1 \times 10^6$  células por ml. Cuarto paso, con estos 8 l. producidos se inocula a un tanque de 340 l. de capacidad, prolongándose el cultivo por un término de siete días en esta etapa.

En este trabajo analizamos el crecimiento en la última fase, que es en la que se toman las microalgas para la alimentación. Si bien es cierto que los encargados de la reproducción hacen esto de manera empírica en la que un cambio de coloración les indica el momento del desdoble, los profesionales utilizan un modelo exponencial que no ajusta los datos reales con lo que se tiene una diferencia entre los datos reales y la predicción con base en la fórmula y el modelo real. La realización de la práctica de la comunidad en personas que inician su desarrollo profesional trae consigo una serie de problemas, por lo que es conveniente realizar no solo la deconstrucción de las mismas, sino su deconstrucción (Ulloa, Arrieta, 2009).

## El modelo y su análisis

Uno de los patrones de crecimiento más simples observados en las poblaciones naturales se conoce como crecimiento logístico y se representa con una curva sigmoidea, o en forma de S, véase la figura 3. Como ocurre con el crecimiento exponencial, hay una fase de

establecimiento inicial en que el crecimiento de la población es relativamente lento (1), seguida de una fase de aceleración rápida (2). Luego, a medida que la población se aproxima a la capacidad de carga del ambiente, la tasa de crecimiento se hace más lenta (3 y 4) y finalmente se estabiliza (5), aunque puede haber fluctuaciones alrededor de la capacidad de carga.

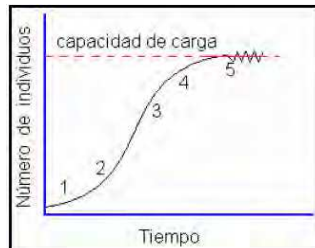


Figura 3. Curva de crecimiento logístico

En el modelo de crecimiento logístico (o de Verhulst) queda implícito que a mayor población,  $P$ , menor tasa de crecimiento. Inicialmente, la población crece rápido, por lo que es una fuente de presión constante, y pierde su capacidad de crecer al volverse muy numerosa, debido a interacciones entre los miembros de la población, lo que da como resultado un estado de equilibrio.

A diferencia del modelo de crecimiento exponencial, donde la población siempre crece, este modelo es más representativo del crecimiento de un gran número de organismos, las microalgas entre ellos.

A pesar de existir un sin número de ecuaciones que reflejan un modelo logístico, partiremos de la ecuación Verhulst - Pearl siendo ésta de nuestro interés, por los parámetros que presenta.

$$P(t) = \frac{k P_0 e^{rt}}{k + P_0 (e^{rt} - 1)}$$

### Factores $P(t)$ , $t$ , y $e$ .

$P(t)$  representa el número de organismos o población existente en un tiempo “ $t$ ” determinado. Mientras que, “ $e$ ” es la base del logaritmo natural, o sea, aproximadamente a 2.7183.

### Parámetro $k$ .

Es la capacidad de carga, del ambiente, generalmente. Así pues, teóricamente es el valor que determina la línea ó nivel de saturación del sistema; sin embargo, en la práctica (mundo real) la densidad no suele nivelarse en un estado estable inmediatamente debajo de  $k$ , sino que fluctúa arriba y debajo de los niveles (Odum & Sarmiento, 1998) ya que no existen controles homeostáticos puntuales por encima del nivel jerárquico de los organismos.

De esta forma si:  $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = k$

*Parámetro  $P_0$ .*

Determina la población inicial que presenta el sistema. La población inicial deberá ser menor que la capacidad de carga, teórica, del ambiente o lo que es lo mismo a la población máxima. Por otro lado, nunca habrá una  $P_0 = 0$ ; dado que, debe existir una población base para que este presente un crecimiento en ella y por tal pueda ocurrir un modelo logístico que exprese su crecimiento poblacional. Así pues, tampoco puede existir  $P_0 = k$

*Relación entre los parámetros  $k$  y  $P_0$ .*

Si  $P_0 < k$  la población crece, hasta verse afectada por los diversos factores del medio ambiente, y alcanza una planicie, el nivel de saturación o capacidad de carga,  $k$ .

*Parámetro  $r$ .*

El parámetro  $r$  representa en la función logística la tasa instantánea de crecimiento poblacional. A diferencia de la función exponencial, el parámetro  $r$  en la función logística no es constante.

*La deconstrucción del modelo utilizado*

Para fines de nuestra investigación y desde nuestro punto de vista, consideramos a la deconstrucción como, un medio para mostrar o encontrar la intencionalidad de una práctica constituida.

Para su utilización como estrategia, lo proponemos como un ciclo de nueve momentos que, una vez conocido, se va repitiendo de manera constante y se conforma en la manera de pensar y actuar del sujeto reflexivo. Con esa base y recorriendo los diferentes momentos se debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

Reconocimiento de la realidad y definición del aspecto a deconstruir: ¿Cómo se realiza el cultivo de microalgas? ¿Qué conocimientos requiero aplicar? ¿Los tengo? Esto nos lleva a utilizar la modelación como herramienta; ¿Qué aprendí sobre cultivos? ¿Modelación? ¿Qué es lo que aprendí de modelación? ¿Cuáles modelos de crecimiento conozco? Elaboración del mapa individual y/o colectivo; la búsqueda de interpretaciones - comprensiones-acciones alternativas; la deconstrucción; planificación de la práctica transformadora; inicio de la reconstrucción; seguimiento de las acciones; retorno a la realidad transformada (Realidad II) y finalmente el inicio de una nueva deconstrucción.

## Conclusiones

La deconstrucción nos lleva a concluir que una manera adecuada de realizar la modelación del modelo logístico es la utilización de software el cual puede ser específico o alguno de uso general como el Excel.



Figura 4. La deconstrucción del modelo logístico

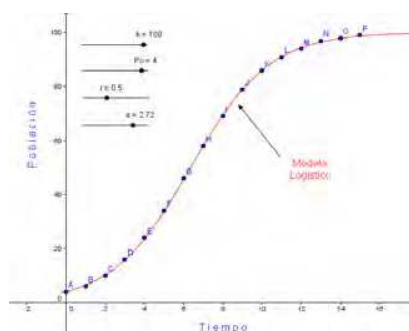


Figura 5. Ajuste con GeoGebra

El estudiar y analizar actividades de un campo profesional al cual los autores no pertenecen dificulta entender la herramientas que ellos utilizan para su desempeño, sin embargo se hace necesario incursionar para encontrar las intencionalidades de las prácticas y poder dar evidencias y encontrar las respuestas planteadas por la deconstrucción ya que consideramos prioritario conocer no solo la intencionalidad sino, como están constituidas ya que solo así podemos realizar su deconstrucción

Por lo expuesto anteriormente creemos que la experiencia y la deconstrucción de las prácticas sociales pueden ser un vínculo entre las dos esferas en las cuales se enmarca nuestra problemática.

## Referencias bibliográficas

- Odum, E. y Sarmiento, F. (1998). *Ecología. El puente entre ciencia y sociedad*. México: Mc Graw – Hill Interamericana.
- Ulloa, J; Arrieta, J. (2009). *Los modelos exponenciales: construcción y deconstrucción*. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 479-488. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Ulloa, J. y Arrieta, J. (2010). *La deconstrucción como estrategia de la modelación*. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23, 909-917. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ulloa, J. y Arrieta, J. (2011). *La deconstrucción de la modelación del crecimiento de microalgas*. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 24*, 739-746. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ulloa, J.; Rodríguez, J. (2010). *El modelo logístico: Una alternativa para el estudio del crecimiento poblacional de organismos*. *Revista electrónica de Veterinaria 1695-7504*, 11(3). Recuperado el 20 de Enero de 2012, de <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n030310.html>