FACTORES CONDICIONANTES DEL CONOCIMIENTO PARA ENSEÑAR: EL CASO DE LOS NÚMEROS DECIMALES

Patricia Marisel Konic

Universidad Nacional de Río Cuarto Argentina

pkonic@gmail.com

Resumen. El propósito de este artículo es ilustrar, a través del estudio y análisis de la aplicación de una situación/problema (ítem), un modo de evaluar el tipo de conocimiento que posee un futuro profesor sobre la enseñanza de algunos aspectos inherentes a los números decimales. El ítem forma parte de un instrumento de evaluación que se construyó y validó durante el proceso de investigación conducente a una tesis doctoral y de cuya aplicación y posterior análisis se pudo detectar dificultades de comprensión y uso competente de los decimales por parte de una muestra de 118 estudiantes para maestro. Este reporte pone en evidencia consideraciones derivadas de la investigación. Concretamente, a través de la evaluación del estado de conocimiento que poseen los futuros profesores para la enseñanza de los números decimales, se detectan condicionantes para el ejercicio de dicho rol. Conocer estos aspectos esenciales permite incidir en cuestiones que promuevan la enseñanza y aprendizaje de estos números.

Palabras clave: conocimiento para enseñar, número decimal

Abstract. The purpose of this article is to illustrate, through the study and analysis of the application of a situation / problem (item), a way to assess the type of knowledge that has a preservice teacher about teaching some aspects inherent in decimal numbers. The item is part of an assessment instrument that was constructed and validated during the research process leading to a doctoral thesis and whose application and subsequent analysis allows to detect difficulties in understanding and competent use of decimals numbers in a sample of preservice teachers (118). This report shows considerations that derive from the investigation. Specifically, through the evaluation of the state of knowledge that have preservice teachers to teach decimal numbers are detected constraints for the exercise of that role. To know these essential aspects can influence on matters that promote the teaching and learning of these numbers.

Key words knowledge for teaching, decimal number

Introducción

Diversas y numerosas han sido las investigaciones dedicadas al problema del aprendizaje de los números decimales (Brosseau, Brosseau y Warfield, 2007; Cramer, Wyberg y Leavitt, 2009; Steinle, Stacey y Chambers, 2006; etc.). La mayoría refieren a errores y dificultades que manifiestan los niños en el aprendizaje y en menor escala errores vinculados a estudiantes para profesor, y no obstante existir múltiples razones y propuestas para explicar y afrontar tales dificultades éstas aún persisten en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El estudio pormenorizado del estado de la cuestión permitió vislumbrar la necesidad de realizar una evaluación comprensiva de lo que sucede actualmente con estos números en estudiantes para profesor. Este tipo de estudios es avalado por investigadores que manifiestan la aspiración de que los educadores en matemática debemos hacer más por explicar estos fenómenos, y desarrollar instrumentos nuevos, sensibles, que permitan captar las claves de las características del problema del conocimiento para enseñar (Hill, Ball y Schilling, 2008). Ante este planteo, y en el marco de una investigación conducente a una tesis doctoral (Konic, 2011), es que se propuso abordar el problema de evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación primaria sobre los números decimales, mediante la construcción de un cuestionario. Dicho instrumento tendría que evaluar aspectos relevantes de los conocimientos necesarios para una enseñanza adecuada de estos números en la escuela primaria.

Marco teórico y metodología

Para afrontar la investigación fue necesario considerar una noción de conocimiento para el contexto de la formación profesores. Es así que se optó por el constructo *Conocimiento matemático para la enseñanza (*Hill, Ball y Schilling, 2008), para el cual los autores determinan una tipología y describen sus características básicas [Conocimiento del Contenido (*Común, especializado y ampliado*) y Conocimiento Pedagógico del Contenido (*Conocimiento del contenido y estudiantes, del contenido y la enseñanza, del currículo*]. No obstante se observó que la mera descripción de las características de las categorías no resultaba suficiente para avanzar en la investigación dado que en sí mismas no aportan criterios operativos sobre cada tipo de conocimiento, condición esencial para hacer viable nuestro estudio. Se decide entonces adoptar otras herramientas teóricas (como complemento de las mencionadas) provenientes del "Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática" (EOS), (Godino, Batanero y Font, 2007) por considerarlas adecuadas para interpretar y analizar en detalle la diversidad de entidades matemáticas presentes en una tarea (ítem del cuestionario) y/o las que pueda manifestar un sujeto a través de su resolución y con ello dar cuenta de la presencia o ausencia de características esenciales del tipo de conocimiento mencionado en futuros profesores. La noción central considerada desde el EOS fue la de *análisis didáctico* entendido como el "estudio sistemático de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular- o de aspectos parciales del mismo- con unas herramientas teóricas y metodológicas específicas" (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006, p.4). Otras nociones tomadas como herramientas para la elaboración del instrumento y el análisis de su aplicación son las de *práctica matemática, objetos (situaciones, conceptos, procedimientos, argumentos, lenguaje, propiedades), configuración de objetos y significados, significado institucional, significado personal* y *conflicto semiótico.*

Dado que el objetivo principal de la investigación era determinar el tipo de conocimiento que poseen los estudiantes para profesor, esto es en términos de las herramientas teóricas consideradas evaluar los significados personales manifestados por dichos estudiantes en relación a 4 de las categorías del conocimiento mencionadas (Hill et al, 2008) se realiza la construcción y estudio de los ítems que integran el cuestionario a través del siguiente proceso:

- Selección/elaboración y/o modificación de cada ítem teniendo en cuenta contenidos seleccionados para la evaluación, en el marco del *modelo de referencia didáctico* construido para los números decimales (Significado institucional).
- Justificación de la incorporación del ítem.
- Análisis epistémico a priori de cada ítem.
- Aplicación de la primera versión a una muestra piloto.
- Revisión mediante juicio de expertos y versión definitiva.
- Estudio de fiabilidad y análisis multivariante.

Para el estudio de la aplicación de cada ítem se definen tres tipos de variables:

V1: Indica el grado de corrección (Mal, parcialmente bien, bien)

V2: Indica el tipo de conocimiento involucrado en el ítem y el grado de explicitación del mismo (Categorías del conocimiento matemático vinculado a los números decimales).

V3: Indica el tipo de conflicto manifestado anticipados en el análisis epistémico a priori (configuración de objetos y significados)

A los fines de ilustrar el tipo de estudio realizado en el apartado siguiente se selecciona un ítem y se explicita su tratamiento.

Tratamiento de un ítem

De los 13 ítems que conforman el instrumento (con los correspondientes sub-ítems) se ha seleccionado para este reporte el ítem 11. Dicho ítem se ha enunciado del siguiente modo:

"Un maestro propone a sus estudiantes el siguiente problema: La madre de Lucía quiere hacerse un vestido. Para hacerlo compra un tercio de metro de tela y la mitad de un tercio de metro de tela. Si el metro de dicha tela cuesta 10 euros, ¿Cuánto le costó la tela a la madre de Lucía?

Isa y José los resolvieron así:

Isa:

$$\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6}; \quad \frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0{,}5 \quad ; \quad 0{,}5 \times 10 = 5; \text{ la tela costó 5 euros.}$$

José:

$\frac{1}{3} = 0{,}33$; *0,33:2 = 0,16; 0,33 + 0,16 = 0,49; 0,49 x 10 = 4,9; la tela costó 4,9 euros.*"

Justificación de la elección

Del modelo de referencia didáctico-matemático para la enseñanza de los números decimales desarrollado en el Cap. 1 de la Tesis Doctoral (Konic, 2011) surge la necesidad de considerar un ítem vinculado a la precisión. La precisión es un tema que, tanto en la vida cotidiana como curricularmente, está muy presente. Una muestra de ello es que en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) se solicita este tema explícitamente para todos los niveles. Generalmente los futuros profesores no controlan la precisión en el sentido contextual no saben cuándo y cómo deben usar aproximaciones (Nowlin, 2007). Parece que la aproximación depende más de los recursos disponibles, por ejemplo del uso de la calculadora y sus posibilidades, que del contexto y de las propiedades de los números en cuestión. Por otra parte, muchas investigaciones tienden a evaluar el desarrollo de la notación decimal en forma aislada y no en conexión con otros constructos matemáticos como por ejemplo la razón y la fracción (Lachance y Confrey, 2002). El propósito del ítem 11 es, precisamente, evaluar la distinción entre *número decimal y expresión decimal de un número.* Cuestión que pone en juego explícitamente la precisión por el tipo de datos que se proporcionan en la situación. Con este ítem se evalúan tres tipos de conocimientos que aquí se presentan estrechamente vinculados: *conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y conocimiento del contenido y estudiantes.* Se trata de una tarea de enseñanza en la que el futuro profesor debe demostrar capacidad para examinar y comprender distintas formas de resolución del problema, pero además debe demostrar que comprende por qué razón los niños hacen uso de ese tipo de conocimientos.

Estudio epistémico

El significado global de este ítem se halla centrado en objetos conceptuales (Expresión decimal de un número, número decimal y número racional), y de manera secundaria en objetos procedimentales (operaciones, redondeo).

Tipos de objetos	**Significados**
Elementos lingüísticos	
… compra un tercio de metro de tela y la mitad de un tercio de metro de tela. Si el metro de dicha tela cuesta 10 euros, ¿Cuánto le costó la tela a la madre de Lucía?	Concepto de fracción en el contexto de medida. Operaciones con fracción (mitad, suma) Magnitudes longitud y coste (unitario y total)

Isa: $\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6};$ $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0{,}5$; *0,5 x 10 = 5; la tela costó 5 euros* *José:* $\frac{1}{3}=0{,}33;$ *0,33:2 = 0,16; 0,33 + 0,16 = 0,49; 0,49 x 10 = 4,9; la tela costó 4,9 euros.* Explica por qué Isa y José obtienen resultados diferentes	Procedimiento exacto de cálculo del coste Procedimiento aproximado de cálculo del coste. Solicitud de argumentos que permitan valorar: comprensión conceptual y comprensión de la posibilidad de ambas soluciones de parte de los niños.
Conceptos	
Números decimales; expresiones decimal y fraccionaria Fracción; número racional División y suma de fracción Magnitud, cantidades, unidades de medida y medidas Aproximación decimal de 1/3 Error de medida	Particularizados en los números y datos que intervienen en el enunciado Usado en el procedimiento de José Usado en la explicación de la diferencia de resultados
Procedimientos	
División y suma de fracciones División y suma de números decimales Multiplicación de racionales (decimales) por el natural 10.	Usados en el cálculo del coste total
Propiedades	
La diferencia de resultados se debe a que José hace los cálculos usando una aproximación del racional 1/3 por el decimal 0,33, mientras que Isa opera con el racional exacto	Solución de la tarea
Argumentos	
La explicación es correcta porque al aproximar 1/3 por 0,33 se comete un error de redondeo.	Justificación de la solución.

Tabla 1. Configuración de objetos y significados del ítem 11.

Análisis de la aplicación

Se destaca que el 48,3% de los estudiantes han podido realizar con éxito este ítem. No obstante, no deja de ser significativo que entre quienes no lo han resuelto y quienes lo han resuelto de manera parcial representen, en conjunto, el 43,3% de la muestra estudiada.

En la tabla 2, se observa, en número casi similar, la aparición de tres tipos de conflictos.

Tipos de conflictos	Frecuencia	Porcentaje
1: La aproximación decimal de un número racional permite una expresión más exacta de ese número	14	11,8
2: No se pone en evidencia que considerar $\frac{1}{3} = 0.33$ es causa del error producido.	15	12,7
3: Resolver el problema por caminos o vías diferentes produce diferentes resultados	12	10,1
En blanco	67	56,8
Otros	10	8,5
Total	118	100,0

Tabla 2. Frecuencias y porcentajes para 11V3 (Tipos de conflictos)

En el primero de ellos, el hecho de que se decida que la aproximación decimal de un número racional produce una respuesta más exacta, presupone en estos estudiantes que el concepto de precisión que manejan, no depende del hecho de haber realizado aproximaciones decimales durante el proceso y que precisamente esa es la causa de que el resultado sea "diferente", pero no más preciso. Por el contrario conlleva la imprecisión de la aproximación utilizada. Parece que lo que se mira es el resultado y en consecuencia un número decimal (4,9) "es más preciso" que un número entero (5). La exactitud, en este caso, es una cuestión que se fundamenta desde una concepción previa que nada tiene que ver con el resultado más adecuado al problema, producto de la aplicación de conceptos específicos durante el proceso realizado (Nowlin, 2007).

El siguiente caso, presentado en la Figura 1, muestra este tipo de razonamiento.

Isa:

$\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0,5$; *0,5 x 10 = 5; la tela costó 5 euros.*

José:

$\frac{1}{3}=0,33$; *0,33:2 = 0,16; 0,33 + 0,16 = 0,49; 0,49 x 10 = 4,9; la tela costó 4,9 euros.*

Explica porqué Isa y José obtienen resultados diferentes.

Por que Isa ha resuelto el problema con operaciones de fraccion mientras que José lo ha hecho con números decimales, por eso hay que tener en cuenta que a la hora de hacer cálculos, los números decimales son más exactos.

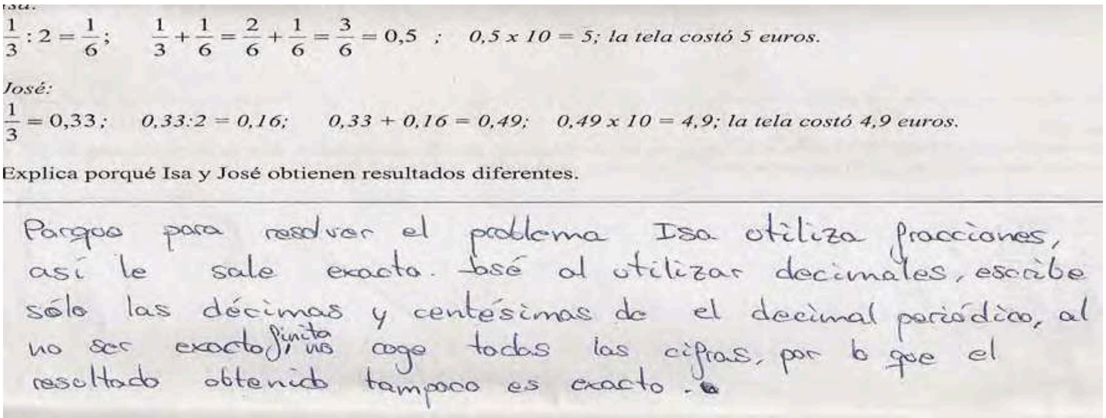
Figura 1. Caso representativo del tipo de conflicto 1 (variable 11V3)

Una cuestión aún más curiosa es pensar que si se resuelve un problema por vías diferentes necesariamente el resultado será diferente. Otra vez se observa una desvinculación entre los procesos conceptuales, operacionales y argumentativos dados en la situación-problema.

Conclusiones sobre la aplicación del ítem

El tipo de conflictos señalados dan cuenta que la raíz del problema de la precisión, en este caso particular y en muchos casos en general, reside en no controlar conceptualmente el tipo de número con el que se está operando y las limitaciones que conlleva su uso de un modo o de otro. Precisamente cuando se trata de un problema contextualizado (ya sea de la vida real o intramatemático), "los conceptos son más importantes que las reglas implícitas que pudieran existir" (Nowlin, 2007, p.359). Las limitaciones se hacen presentes fundamentalmente en la vida cotidiana y en especial en la enseñanza obligatoria. Esto da origen, a la hora de operar, a conflictos conceptuales del tipo visto a partir de la evaluación del presente ítem. El considerar, por ejemplo, que "se obtiene mejor resultado si se da una aproximación de un número que si se utiliza el propio número", es más que una evidencia de lo que se informa.

Una comprensión efectiva de las dos formas de resolución del problema se puede corroborar en el 48% de estudiantes de la muestra. Esto demuestra capacidad para examinar y comprender formas diferentes de resolver el problema. Característica esta esencial del *conocimiento especializado de un contenido.* Pero también se puede observar que existe una comprensión de la razón por la cual los niños hacen uso de este tipo de conocimientos. Esto expresa presencia del *conocimiento del contenido y estudiantes.* Ambos tipos de conocimiento, en esta tarea, se ven estrechamente ligados (Fig. 2).



Isa:

$\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0{,}5$; *0,5 x 10 = 5; la tela costó 5 euros.*

José:

$\frac{1}{3}=0{,}33$; *0,33:2 = 0,16; 0,33 + 0,16 = 0,49; 0,49 x 10 = 4,9; la tela costó 4,9 euros.*

Explica porqué Isa y José obtienen resultados diferentes.

Porque para resolver el problema Isa utiliza fracciones, así le sale exacto. José al utilizar decimales, escribe sólo las décimas y centésimas de el decimal periódico, al no ser exacto/finito no coge todas las cifras, por lo que el resultado obtenido tampoco es exacto.

Figura 2. Caso representativo de presencia de Conocimiento especializado del contenido y del contenido y estudiantes.

Conclusiones generales

En relación a la construcción del instrumento se puede concluir que el proceso realizado y las herramientas utilizadas permitieron analizar, a priori, la complejidad de objetos y significados puestos en juego en la resolución de las 13 situaciones-problemas (ítems) que integraron el instrumento. El análisis de su aplicación posibilitó describir, a posteriori, características de los significados personales de los estudiantes para profesor sobre los números decimales y sus representaciones. El análisis pormenorizado de dichos significados permitió revelar que los estudiantes de la muestra, manifiestan importantes carencias cognitivas vinculadas a las cuatro categorías del conocimiento consideradas [conocimiento del contenido (en su tres tipos) y conocimiento del contenido y estudiantes].

Se ha evaluado, entre otras cosas, que:

- La concepción de número decimal que manifiestan carece de la riqueza global necesaria para afrontar decisiones a la hora de iniciar y desarrollar este tema en la escolaridad elemental (conocimiento común y especializado del contenido)
- Las expresiones decimales, uno de los elementos claves del estudio, parecen ser todas del mismo tipo, sin conciencia significativa de la entidad numérica que representan o dejan de representar (Conocimiento común del contenido).
- En el ámbito de las propiedades, en muy pocos casos, se pueden encontrar evidencias de una visión integral que da cuenta de un adecuado conocimiento de la densidad (conocimiento común y ampliado del contenido).
- Las características que posee un número (conocimiento común del contenido), como así también los procesos de construcción de conocimiento de los niños (conocimiento del contenido y estudiantes), son aspectos que aparecen difusos.

- La capacidad de cuestionamiento a la precisión de ideas matemáticas en la descripción de una situación, y el disponer de justificaciones pertinentes para explicar un algoritmo resultan claramente conflictivos (conocimiento especializado del contenido).
- Demuestran dificultad en la argumentación. La búsqueda exhaustiva de casos posibles y algunos procesos de generalización no son comprendidos (Conocimiento especializado del contenido).

El instrumento construido y los conocimientos aportados son recursos que pueden orientar el diseño y evaluación de acciones formativas de futuros profesores de educación primaria sobre el contenido específico investigado.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 2: From Rationals to Decimals. *Journal of Mathematical Behavior 26*(4), 281-300.

Cramer, K., Wyberg, T. y Leavitt, S. (2009). *Rational number project. Fraction, operations and initial decimal ideas*. Recuperado el 14 de junio de 2010 http://cehd.umn.edu/rationalnumberproject

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *The International Journal of Mathematics Education 39*(1-2),127-135.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudios de las matemáticas. *Paradigma* 27(2), 221-252.

Hill, H., Ball, D. y Schilling, G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education* 39(4), 372-400.

Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Granada. España.

Lachance, A. y Confrey, J. (2002). Helping students build a path of understanding from ratio and proportion to decimal notation. *Journal of Mathematical Behaviour* 20, 503-526.

National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática.* Sociedad Andaluza de Educación Matemática. Thales.

Nowlin, D. (2007). Precision: The neglected part of the measurement standard. *Mathematics Teacher* 100(5), 356-360.

Steinle, V. Stacey, K. y Chambers, D. (2006). *Teaching and learning about decimals.*

[CD]. The University of Melbourne. Australia.