

## ACTIVIDADES DESARROLLADAS EN EL MARCO DE LA PEDAGOGÍA DE LA COOPERACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA SEGÚN LO PRESCRIPTO POR LA TEORÍA DE LOS NIVELES DE VAN HIELE

Patricia Eva Bozzano

Universidad Nacional de La Plata

Liceo Víctor Mercante. Colegio Nuestra Señora Del Valle. Instituto Hijas de la Cruz

pateboz@yahoo.com.ar

Argentina

**Resumen.** Situados ante el desafío de sostener prácticas áulicas inmersas en el marco provisto por la pedagogía de la cooperación acompañadas por el objetivo de que se produzca el aprendizaje esperado de la Matemática, se ha indagado en distintas teorías. En el caso del aprendizaje de la Geometría, lo propuesto por la Teoría de Van Hiele presenta una posibilidad en su desarrollo dentro de un contexto pleno de aprendizaje cooperativo. A tal efecto, la propuesta desarrollada se lleva cabo en alumnos con edades entre los 11 y 12 años. La misma proporcionó conclusiones y reflexiones a modo de guía para la toma de decisiones del docente.

**Palabras clave:** geometría- aprendizaje cooperativo-actividades

**Abstract.** Trying to hold the activities in the classroom with the features provided by the pedagogy of cooperation with the aim of achieving the expected learning of mathematics, the author has been doing research in different theories. In the case of geometry learning, as proposed by Van Hiele's theory, we find a possibility in its development into a full context of cooperative learning. To this end, the proposal developed is carried out with students aged between 11 and 12 years. These activities provided conclusions and reflections for the purpose of guiding the teacher on decision's making.

**Key words:** geometry- cooperative learning- activities

### Introducción

Para hallar las respuestas a las inquietudes presentes en los procesos de enseñanza - aprendizaje, surge la secuencia de actividades concernientes a la unidad didáctica *Cuadriláteros* (Departamento de Ciencias Exactas, sección Matemática, 2012), en la cual convergen la Teoría de Aprendizaje de la Geometría propuesta por el matrimonio Van Hiele y lo planteado por la pedagogía de la cooperación.

Con esto, se propone establecer la relación entre la Teoría de Van Hiele, una lectura ecológica provista por la perspectiva socio-cultural del aprendizaje, y las características propias de una pedagogía de la cooperación, en donde el contexto posee relaciones de inherencia y pertenencia con el sujeto: sujeto y situación son una unidad.

### Fundamentos

Como afirma Delval "la mayor parte de las sociedades prestan más atención a la adquisición de las capacidades sociales, a las formas de conducta social" (Delval, 2001, p.32), es que se considera importante guiar al estudiante en la construcción de conocimientos conceptuales y

procedimentales con la necesidad de establecer afecto por el objeto de estudio en medio de un clima cordial, de respeto y colaboración, en el marco de la cooperación. Con este enfoque, que reúne a ambas teorías, se pretende lograr aprendizaje significativo. Para alcanzar dicho fin debemos considerar, entre otras variables, la relación estudiante-conocimientos pre requeridos, dominio del lenguaje requerido, expectativas e intereses del estudiante, habilidades y capacidades sociales.

Las tres primeras podemos catalogarlas dentro del aprendizaje de la matemática; mientras que la última entra en los dominios de la pedagogía de la cooperación. Con las actividades aquí propuestas se busca establecer un puente entre los niveles de aprendizaje de la geometría junto a las fases de enseñanza y el logro de la apropiación de habilidades sociales.

### Hipótesis

Respetar las fases de enseñanza y los niveles de pensamiento geométrico según la Teoría de Van Hiele, acompañado con el fomento por el hábito del trabajo en el aula, en los procesos de enseñanza-aprendizaje, bajo el marco de la pedagogía de la cooperación, contribuye al protagonismo de los estudiantes en los procesos de aprendizaje, da lugar a la motivación y satisfacción por hacer matemática, allana el camino hacia el nivel de logros esperado, conduce al progreso del alumno y a la superación de su nivel de pensamiento geométrico.

La meta que nos proponemos es la apropiación de hábitos cooperativos en distintas etapas de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

### Marco conceptual

La teoría de Van Hiele del pensamiento geométrico propone distintas fases de enseñanza, entre ellas:

Consulta/ información, Orientación dirigida, Explicitación. Estas fases muestran una íntima relación entre sus prescripciones de enseñanza y la Pedagogía de la cooperación. La formulación de actividades, según los tecnólogos, debe responder a los procesos cognitivos que se llevan a cabo en el estudiante. Citando a Gagné, las actividades deben responder al “aprendizaje inicial de la información y su posterior recuperación” (Gagné, 1985, p.124), continuando por “los procesos de elaboración y organización de la información que ayudan en la adquisición y recuperación” (Gagné, 1985, p.125), siendo un requisito para “el aprendizaje que se establezca algún tipo de conexión entre el conocimiento nuevo y el conocimiento previo” (Gagné, 1985, p.130), siendo esto último lo que Gagné define como significatividad.

A partir de la descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo hasta el formal y

abstracto; se propone cómo un profesor debe organizar la actividad en sus clases para que los estudiantes puedan alcanzar el nivel de razonamiento superior al que tengan, llamadas fases de aprendizaje que constituyen un esquema para organizar la enseñanza. Los Van Hiele afirman que el avance a través de los niveles depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez. Los niveles ayudan a secuenciar los contenidos (tabla 1) y las fases organizan las actividades que podemos diseñar en las unidades didácticas. Por otro lado, se destaca que en el aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes “el lenguaje utilizado” y “la significatividad de los contenidos” (Berritzegune de Donosti, 1990, p.68). Un estudiante sólo va a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento (tabla 2).

Fundamentalmente, la teoría pretende proveer la ayuda para guiar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, evaluar las habilidades de los alumnos; propone una enseñanza en la que se lleva a una persona del nivel  $n$  hasta el siguiente:  $n+1$ ; con lo cual, si se consigue, ha habido aprendizaje.

NIVEL	NOMBRE	CARACTERÍSTICAS
0	Reconocimiento-visualización	Las entidades se perciben en su totalidad. Descripción en base a apariencia física. No se distinguen propiedades ni componentes.
1	Análisis- observación	Condiciones necesarias: se perciben componentes y propiedades, pero no se relacionan entre sí. Experimentando se establecen nuevas propiedades.
2	Deducción informal-orden	Capacidad de señalar condiciones necesarias y suficientes. Razonamiento matemático iniciado.
3	Deducción	Se entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas. Justificación a través de demostraciones lógicas y formales.
4	Rigor	Más alto nivel de rigor matemático. Analiza y compara diferentes geometrías.

Tabla 1. (Guillén Soler, 2004).

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
NIVEL 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

Tabla 2. (Berritzegune de Donosti, 1990)

## Objetivos

- ❖ Que el proceso de Enseñanza-Aprendizaje sea significativo.
- ❖ Que el alumno logre reconocer y valorar el pensamiento lógico-matemático.
- ❖ Mejorar las competencias matemáticas y científicas del alumnado.
- ❖ Dar lugar a las habilidades sociales de colaboración-cooperación.

## Metodología y requisitos

Organización democrática del trabajo, trabajando cooperativamente, en una atmósfera de respeto, solidaridad, democracia, valorando los esfuerzos y la participación, comunicación de ideas a través del reconocimiento de la propia metacognición (Bozzano, 2012). Para ello, el docente se responsabilizará por: contribuir a desarrollar en el educando la necesidad de aprender y de entrenarse en cómo hacerlo; ocuparse de la estimulación del desarrollo intelectual del educando y de la formación de valores; orientar la motivación hacia el objetivo de la actividad de estudio y mantener su constancia; estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos de pensamiento; asegurar el vínculo del contenido de aprendizaje con la práctica social y su valoración en el plano educativo (Bozzano, 2010, p.25).

### Teoría de Van Hiele

La teoría de los Van Hiele afirma que un estudiante no puede pasar a un nivel determinado si no ha alcanzado con éxito los niveles previos. Como prescripción de enseñanza, la Teoría propone cinco fases a modo de guías para el diseño de actividades y como facilitación de experiencias de aprendizaje apropiadas (Dominguez, 2010).

Fase 1: *preguntas/información*. Fase oral. Como lo señala Alonso Martín en su artículo, en esta fase el docente informa a sus alumnos sobre los conceptos, problemas materiales, etc, que van a trabajar (Afonso Martín, 2004). Mediante preguntas se pretende determinar el nivel en que se hallan los alumnos, dando lugar a la decisión con respecto al camino a seguir de las actividades siguientes. En ocasiones, se diseña una pregunta pensando en un nivel concreto y la respuesta indica un nivel distinto del pensado inicialmente.

Fase 2: *orientación dirigida*. Mediante la resolución de problemas y otras actividades proporcionadas por el profesor, se da lugar para que los alumnos descubran, comprendan, asimilen, apliquen, las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Fase 3: *explicación (explicitación)*. Fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias). Aquí, el rol del profesor se reduce a explicitar contenidos nuevos sin olvidar de corregir el

lenguaje de los alumnos conforme a lo requerido en ese nivel (Berritzegune de Donosti, 1990). Ésta interacción obliga a los alumnos a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás. Como lo detalla Alfonso Martín, “es el momento de intercambio de experiencias, comentar lo observado y explicar cómo se han resuelto las actividades” (Afonso Martín, 2004, p.7).

Fase 4: *orientación libre*. Frente a la propuesta de actividades más complejas se exige a los alumnos a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Si las actividades son lo suficientemente abiertas, obliga a los alumnos a justificar mediante la utilización de razonamientos lógicos y haciendo uso de lenguaje apropiado.

Fase 5: *integración*. Momento de sintetizar contenidos trabajados y ordenar resultados. Tal y como afirma Alfonso Martín: “se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía” (Afonso Martín, 2004, p.7).

#### *Enseñanza cooperativa*

Comenzaremos por mencionar los pilares en los que se deben sostener las prácticas cooperativas en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Los valores y principios que atraviesan las prácticas cooperativas son: el respeto, la cordialidad, la solidaridad, la colaboración, la responsabilidad conjunta, la cooperación.

#### *Concepciones básicas*

Johnson, Johnson y Johnson Holubec postulan como uno de los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo la interacción promotora. Los autores destacan que “la interacción promotora incluye la explicación oral de cómo resolver problemas, la discusión sobre la naturaleza de los conceptos que se están aprendiendo, la enseñanza de los propios conocimientos a los compañeros y la relación entre el aprendizaje presente y pasado” (Johnson, Johnson y Johnson Holubec, 1999, p.14). Con claridad encontramos en tales preceptos los procesos denominados elaboración y organización (Gagné, 1985), como también se hace mención de la metacognición como uno de los recursos para el aprendizaje.

#### *Propuesta áulica desarrollada*

*Destinatarios:* alumnos con edades comprendidas entre los 11 y 12 años. Sus conocimientos previos garantizados incluyen términos primitivos de la *geometría euclidea*, trazado y relaciones entre ellos.

*Temporalización:* 2 bloques de 40 minutos cada uno.

- ❖ Fase de Consulta, Información: se trata de hacer un diagnóstico de ideas previas sobre lo que sabe nuestro alumnado sobre el objeto de estudio. Se aconseja aprovechar para introducir términos que se van a necesitar y unificar el lenguaje sobre el particular que posee el alumnado.

La clase se organiza en el grupo total de alumnos.

Objeto de estudio: polígonos de cuatro lados, cuadriláteros: clasificación, elementos y propiedades.

Materiales: hoja con material provisto por el docente, lápiz, pinturitas, regla, escuadra, transportador.

Se reparte la hoja con los gráficos al alumnado (Fig.1). Se inicia la actividad: “se ha encargado a un arquitecto la construcción de una piscina de cuatro paredes. El profesional ha pensado en varias opciones, y presenta los siguientes diseños:

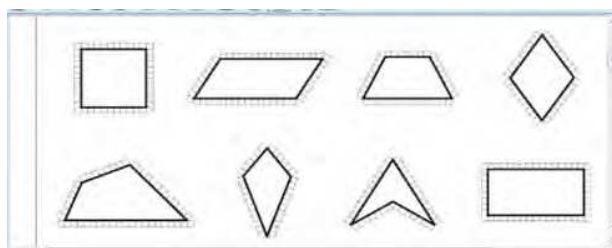


Figura 1. (Ministerio de Educación de la República Argentina. Figuras Geométricas. Colección: Para seguir aprendiendo. Material para alumnos)

¿Todas ellas responden a lo pedido? ¿Qué nombre recibe una figura con cuatro lados? Se sondea entre el alumnado los conceptos de polígono cóncavo y convexo, cuadrilátero: definición y elementos. Se pueden tener dibujados en la pizarra y reforzaremos el vocabulario empleado (polígono cóncavo, polígono convexo, lado, vértice, ángulo interior, diagonal). Se debaten las ideas que den pie a ello (ideas erróneas, preconcebidas, etc.) intentando llegar a conclusiones satisfactorias.

Se pretende determinar la etapa o nivel que se encuentra el alumnado, establecer el dominio del lenguaje y los conceptos que poseen, sin olvidar el ejercicio de visualización (Nivel 0).

- ❖ Fase de Orientación Dirigida. A partir del diagnóstico obtenido en la fase de consulta, se crearán una serie de tareas unipaso encaminadas a que todos los estudiantes alcancen un nivel mínimo de competencias sobre el tema de estudio. (Nivel 1).

La finalidad es que todos los estudiantes se apoyen entre sí y sobre todo se preste ayuda a los menos capacitados por parte de sus compañeros/as. El trabajo y

colaboración entre los componentes del grupo es fundamental y así se ha de hacer saber en clase (López Sánchez, 2010, p.3).

Actividad: Colorea a aquellos diseños que corresponden a piscinas con paredes paralelas. Haz una lista con sus nombres. La clase se organiza en pequeños grupos. Se pueden tener dibujados en la pizarra y reforzaremos el vocabulario empleado (rectas paralelas para el caso de los lados paralelos; trapecio, trapecio isósceles, rombo, romboide, paralelogramo, rectángulo, cuadrado).

- ❖ Fase de Explicitación. En esta fase, cada grupo expone al resto los logros alcanzados. Lo hace mediante un portavoz cada vez que el grupo es interpelado. Se puede establecer un diálogo o debate de sus soluciones encauzado por el profesor/a y se procurará que intervengan todos los componentes del grupo.

Se establece como condición que la comunicación correspondiente contenga la estrategia que ha sido empleada para hallar la solución en forma clara (Nivel 2). Al obligar al estudiante a dirigirse a la clase, tendrá que ordenar sus ideas, lo que le conducirá a un segundo nivel de conocimiento. Al terminar la Fase de Explicitación puede hacerse una retroalimentación en función de los resultados obtenidos, volviendo a la fase de Orientación Dirigida.

- ❖ Fase de Orientación Libre. Este es el momento de investigar en clase. Se introducen problemas-tema encaminados al afianzamiento, diferenciación y apoyo. El trabajo es Individual.

Con la finalidad de desarrollar la capacidad para establecer relaciones entre propiedades:

- Actividad 1: Traza con regla y escuadra, todos los posibles diseños de piscinas que representan cuadriláteros cuyos lados son paralelos. *Diferenciar*: sólo un par con dos en dos.
- Actividad 2: Traza con regla y escuadra, todos los posibles diseños de piscinas que representan cuadriláteros cuyos ángulos interiores son rectos. Indicar el nombre de los cuadriláteros que cumplen con las propiedades mencionadas.
- Actividad 3: Traza con color las diagonales de cada uno de ellos, mide el ángulo que determinan las diagonales en cada caso, la longitud de las mismas y responde ¿a qué conclusiones has llegado?

Se refuerza el vocabulario empleado con el fin de la unificación del mismo, (ángulo recto, ángulos congruentes, segmentos congruentes, perpendicularidad, punto medio). La actividad

propuesta requiere reorganización de los nuevos conocimientos, exigiendo la recuperación y transferencia de conceptos y procedimientos. (Nivel 3)

- ❖ Fase de Integración. La organización del trabajo es en el grupo total de alumnos. En esta fase el profesor/a hace una recopilación del trabajo de los estudiantes. Ordena los resultados y hace una explicación final del objeto de estudio a partir de las situaciones vividas en clase. Se pueden usar los resultados de los trabajos de la fase de Orientación Libre para esta explicación.

Es el momento del debate de clase, con la resolución de dudas y aclaración de términos y vocabulario del tema, estudio de las propiedades de los objetos estudiados y su posible traslación a otras situaciones. Aquí se transita por la etapa de esquematización de los conocimientos conceptuales y procedimentales que conduce a los alumnos a nivel de experto. El objetivo final consiste en una clasificación de los cuadriláteros, que responda a las conclusiones a las que arribaron los alumnos.

### Observaciones y análisis

De acuerdo a las prescripciones provistas en las distintas fases de enseñanza de la geometría, se ha observado en cada una de ellas lo siguiente:

*Consulta/información:* se dio lugar al debate abierto, a la exposición e intercambio de ideas.

*Orientación dirigida:* propició la elaboración de conjeturas y la participación activa de todos los alumnos, resultando así ser facilitadores del aprendizaje de otros.

*Explicitación:* aquí el trabajo consiste en la comunicación de los logros de cada uno de los grupos frente al grupo total de alumnos. Se produjo una participación responsable y con respeto, mediante la correcta comunicación se arribó a la organización de ideas y unificación del lenguaje, se hizo notar la valoración del esfuerzo ajeno, señalando como correcta la crítica de ideas y no de personas.

*Orientación libre:* se dio lugar a reforzar el lenguaje y la reorganización de los nuevos conocimientos.

*Integración:* se produjo una retroalimentación acompañada con la puesta en orden de los conocimientos.

### Confrontación entre la propuesta desarrollada y lo observado

Respetando las fases de enseñanza y teniendo presente los niveles de pensamiento geométrico alcanzados por los alumnos, el diseño, implementación y facilitación de experiencias de aprendizaje resultan apropiados para que el alumno progrese.



En tal sentido, tras el rol de guía y facilitador del docente, quien brindó el contexto necesario tanto para llevar a cabo lo prescripto por la Teoría de Van Hiele para el aprendizaje de la Geometría, como también para que las actividades se encuadren en un clima propio de cooperación especificando los objetivos cognitivos y las habilidades sociales a alcanzar, los alumnos respondieron mediante una organización apropiada para el desarrollo de las actividades acompañado con muestras de valoración de esfuerzos, participación democrática, respeto por el prójimo. Éstas características en el modo de trabajo de aula, dieron como frutos logros en el aprendizaje de los alumnos tales como la comunicación de ideas con utilización de lenguaje adecuado, luego de alcanzar la unificación de dicho lenguaje. Esto condujo a la adquisición de nuevos conocimientos, a la organización de conceptos y las relaciones entre ellos.

En respuesta a la hipótesis planteada, cuestiones como la explicación en forma oral, la relación entre el aprendizaje presente y el pasado, la discusión de los propios conocimientos, todos ellos presentes en la Fase de Explicitación, bien pueden ser reconocidos como elementos propios del aprendizaje cooperativo.

### Conclusión

Así, lo observado nos conduce a concluir que fomentar el hábito del trabajo en el aula en el marco de la pedagogía de la cooperación, contribuye al protagonismo de los alumnos en sus propios procesos de aprendizaje, da lugar a la motivación y satisfacción por hacer matemática, allana el camino para que el alumno pase de un nivel de pensamiento geométrico al siguiente, y a corto plazo se puede concluir que favorece en gran medida al alcance de los logros cognitivos y sociales esperados.

### Referencias bibliográficas

Afonso Martín M.C. (2004). Sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y la formación de profesores en activo. *Revista Números*, 58, 2-35.

Berritzegune de Donosti, Fernando Fouz. (1990). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Recuperado el 10 de noviembre de 2011 de [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti.%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz.%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti.%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz.%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

Bozzano, P. E. (2010). Cooperativismo escolar. Propuestas didácticas en el contexto de la educación cooperativa. *Revista Premisa 12* (47), 23-31.

- Bozzano, P.E. (2012). Enseñanza cooperativa en la clase de Matemática. Ponencia no publicada para el 3° Congreso para Profesores de Escuela Secundaria. Junta Regional de Educación Católica. Arzobispado de La Plata.
- Delval, J. (2001). *Aprender en la vida y en la escuela*. Madrid: Morata.
- Departamento de Ciencias Exactas, sección Matemática. (2012). Programa del ciclo 2012 de la asignatura Matemática para 1° año. La Plata: Liceo Víctor Mercante.
- Domínguez, M. C. (2010) Aplicaciones didácticas. *Estructuras Topológicas y geométricas*. (Unidad 6). Buenos Aires: Universidad CAECE.
- Gagné, E. D. (1985). El aprendizaje y el recuerdo del conocimiento declarativo. *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar. La adquisición del conocimiento y la resolución de problemas*. Capítulo 4 (pp.123-163). Madrid: Visor aprendizaje.
- Johnson D., Johnson, R., Johnson Holubec E. (1999) *Los nuevos círculos del aprendizaje. La cooperación en el aula y la escuela*. Buenos Aires: Red Federal de formación Docente Continua.
- López Sánchez, J. (2010). *El método Van Hiele aplicado al área de las Matemáticas. Una propuesta de trabajo en el aula*. Recuperado el 9 de Noviembre de 2011 de <http://www.omerique.net/twiki/pub/CEIPsanjose/TallerMatematicas/MtodoVanHiele.pdf>
- Ministerio de Educación de la República Argentina. Figuras Geométricas. *Colección: Para seguir aprendiendo*. Material para alumnos. Educar.