

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 84, noviembre de 2013, páginas 115-126

De Orchilla a Finisterre: Medida de la circunferencia de la Tierra según el experimento de Eratóstenes (siglo III a. C.)

Oswaldo González Sánchez
Rubén Naveros Naveiras

(Museo de la Ciencia y el Cosmos del Excmo. Cabildo de Tenerife. España)

Resumen

Desde 2007, el Museo de la Ciencia y el Cosmos viene realizando el experimento de Eratóstenes para la medida de la circunferencia de la Tierra con estudiantes y público que visita el museo o con el público presente en los lugares a los que nos hemos desplazado. Para realizar las medidas desde distintas latitudes hemos contado con la ayuda de los Museos de la Ciencia de San Sebastian (Kutxaespacio de la Ciencia) de Coruña (Casa de las Ciencias) y del Cabildo de El Hierro.

El presente texto es un extracto de los cuadernillos creados para el Año Internacional de la Astronomía, que permitió unir por videoconferencia a escolares herreños y gallegos desde los faros de Orchilla y Finisterre en la recreación de este famoso experimento en el año 2009

Palabras clave

Eratóstenes, Anaximandro, Aristóteles, perímetro, circunferencia, Tierra, solsticio, eclipse, astronomía, trigonometría, Orchilla, Finisterre, nilómetro.

Abstract

Since 2007, The Science and Cosmos Museum has been conducting the experiment of Eratosthenes to measure the circumference of the Earth with students and the public that visit the museum or, the public present in the places that we have moved. To take measurements from different latitudes, we have had the help of the Science Museums of San Sebastian (Kutxaespacio of Science) and Coruña (House of Sciences) and the people of the little island of "El Hierro" in Canary Islands.

This text is an extract from the booklet created for the International Year of Astronomy in 2009 which allowed, by videoconference, to join childrens among the famous lighthouses Finisterre (the northernmost point of Spain) and Orchilla (the southernmost point of Spain in Canary Islands) in the recreation of this famous experiment.

Keywords

Eratosthenes, Anaximander, Aristotle, perimeter, circumference, Earth, solstice, eclipse, astronomy, trigonometry, Orchilla, Finisterre, nilometer.

1. Introducción

Hoy en día nadie duda de que la Tierra sea redonda. Más achatada por los polos que por el ecuador. Con un diámetro de 12.756 km. Que gira sobre sí misma, dando lugar al movimiento aparente de las estrellas en el cielo. Que se mueve alrededor del Sol en una órbita ligeramente elíptica.

Todo este conocimiento heredado, se basa en observaciones y cálculos de científicos y astrónomos desde la antigüedad. Algunos de ellos son muy sencillos y se pueden llegar a repetir con un poco de paciencia.



Sociedad Canaria Isaac Newton
de Profesores de Matemáticas

2. ¿Por qué la tierra no es plana?

Imaginemos por un momento que somos como esos primeros científicos, en una época en la que la mitología daba una sencilla solución a cualquier duda complicada. ¿Cómo sabríamos que la Tierra no es plana? ¿Qué forma tiene el planeta donde vivimos? ¿Cuál es su tamaño?

Las primeras ideas sobre la forma de nuestro planeta describen una Tierra plana en un disco que flotaba en las aguas de un enorme océano, contenido en una esfera celeste. Lo que parece coincidir con la observación, pero ¿qué sostiene a la Tierra? La Tierra era soportada sobre grandes elefantes, los cuales a su vez estaban situados sobre el caparazón de una tortuga gigante. El movimiento diario de las estrellas, el Sol y la Luna estaban en manos de los dioses. Evidente ¿no?



Figura 1. Cosmoeduca

Con un poco de atención, y mediante la observación, podemos aventurar la forma de nuestro planeta como lo hizo Anaximandro de Mileto en la Grecia Clásica. Anaximandro reflexionó sobre un fenómeno celeste que describían los navegantes. A medida que se dirigían hacia el Sur, se percataron de que aparecían nuevas estrellas que antes no habían visto, a la vez que iban desapareciendo las situadas más al Norte. Esto no podía ocurrir en una Tierra plana, pero ¿y si estuviese curvada?



Figura 2. Anaximandro de Mileto en la Grecia Clásica

Posteriormente se tomó conciencia de que los barcos que salen de puerto van desapareciendo de forma gradual, primero el casco y por último las velas más altas. Y como además esto ocurre independientemente de la dirección que lleven, fue ganando crédito la idea de una Tierra esférica.

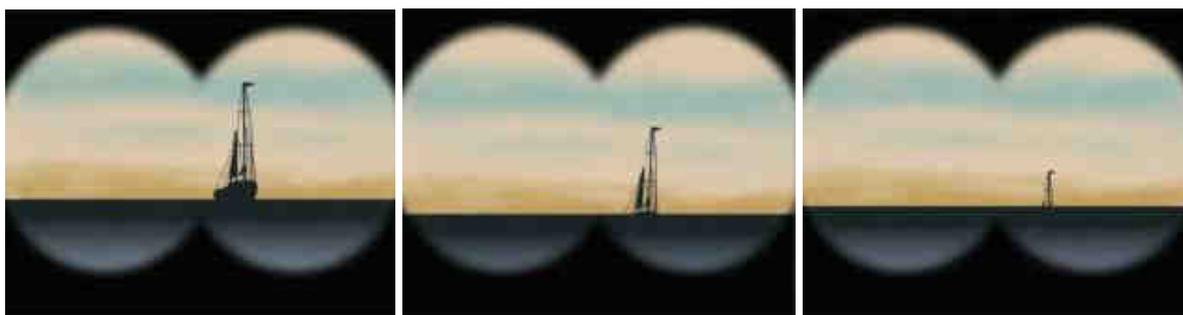


Figura 3. Si tienes unos prismáticos y estás en las cercanías de un puerto, podrás observar cuándo un barco se aleja de nosotros, que primero desaparece el casco y finalmente la parte más alta de sus velas, insinuándonos la curvatura de nuestro planeta.

Otra prueba que nos indica la forma de la Tierra sucede durante un eclipse de Luna. Éste ocurre cuando nuestro satélite, la Luna, en su movimiento alrededor de la Tierra, se sumerge dentro de la sombra que proyecta al espacio nuestro planeta.

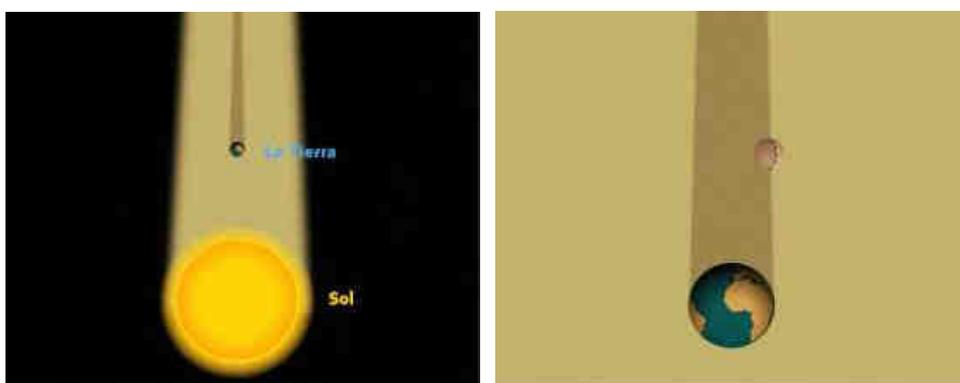


Figura 4. Eclipse de luna

Pero ¿cómo es la sombra de nuestro planeta?

Si iluminamos con una linterna una Tierra plana o esférica, proyectará una sombra en el espacio de forma rectangular o circular (figura 5).

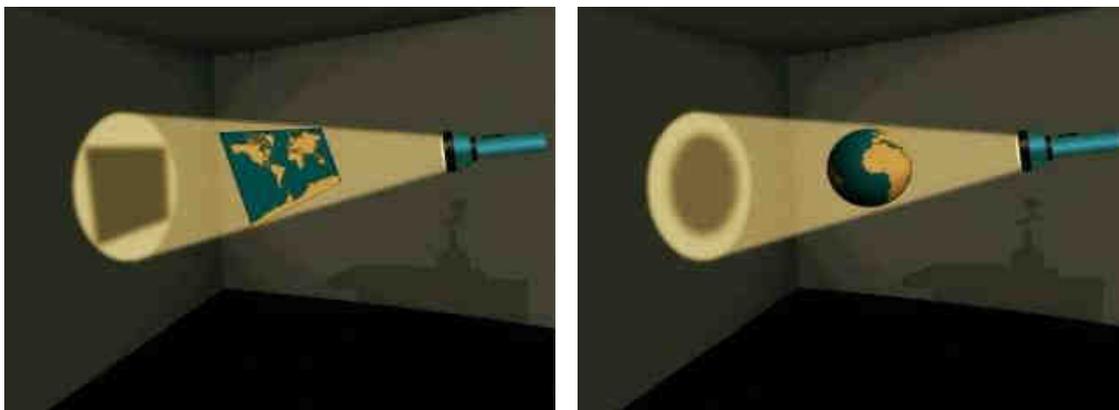


Figura 5. Sombras de objetos planos y esféricos

En el transcurso de un eclipse de Luna, podemos observar que la Luna poco a poco se va introduciendo en la sombra de la Tierra y que esta sombra tiene forma circular, lo cual es un indicio de la esfericidad de la Tierra.



Figura 6. En esta secuencia de imágenes reales de un eclipse total de Luna, podemos apreciar el tamaño que tiene la sombra de la Tierra a la distancia a la que está nuestro satélite, además de la forma de dicha sombra en el espacio.

Aristóteles dejó constancia de esta observación. Constató que en los eclipses de Luna, la sombra de la Tierra se proyecta sobre la superficie lunar mostrándonos su forma, y ésta siempre es un arco de circunferencia. Algo que no podría ocurrir si la Tierra no fuera esférica.

Quedaba claro que la Tierra era esférica, pero ¿qué tamaño tendría esta esfera?

3. El experimento de Eratóstenes

La primera medida del tamaño de nuestro planeta fue realizada de una forma muy sencilla por uno de los directores más importantes de la Biblioteca de Alejandría, Eratóstenes de Cirene. Nacido en el año 273 a.C. en la ciudad Libia de Cirene. Educado por una rica familia, tuvo una magnífica educación en Atenas, donde conoció a su gran amigo Arquímedes. Fue nombrado director del mayor centro cultural y científico del mundo, la Biblioteca de Alejandría (Egipto), cargo que ocupó durante un periodo de más de 40 años.

En un pergamino que encontró en su biblioteca, Eratóstenes leyó acerca de un fenómeno curioso que ocurría en un lugar llamado Siena (en la actualidad llamada Asuán, en Egipto). En dicha ciudad existían unos pozos muy profundos que conectaban con el nivel freático del río Nilo, y que servían para medir la altura que alcanzaba las aguas de este río. Estos pozos, llamados “Nilómetros”, permitían calcular las crecidas periódicas que se producen en este río y que provocaban grandes inundaciones del terreno. En el pergamino se relataba que en el solsticio de verano (es decir, el día más largo del año y en el que el Sol recorre un camino muy alto en el cielo), justo a la hora del mediodía, los rayos del Sol caían verticalmente en el interior del nilómetro pudiendo verse el reflejo del Sol en las aguas profundas del pozo. Esto sólo podía significar que el Sol pasaba justo por el cenit, el punto más alto del cielo, y por lo tanto ningún objeto como, por ejemplo, los obeliscos proyectaban sombra.



Figura 7. Nilómetro

Como buen científico, Eratóstenes comprobó los datos clavando una vara en el suelo de Alejandría el mismo día que mencionaba el pergamino, el día del solsticio, y observó que, aunque pequeña, dicha vara proyectaba una sombra perfectamente medible, algo que al parecer no ocurría en Asuán. Eratóstenes ya sabía que la Tierra no era plana. Si fuera así, la sombra proyectada por ambas varas, aun en puntos alejados de la Tierra, tendrían el mismo tamaño. Aprovechando la diferencia de tamaño existente en las sombras de un mismo objeto, en dos lugares diferentes, se le ocurrió un sencillo pero efectivo método para calcular el perímetro del planeta.



De Orchilla a Finisterre: Medida de la circunferencia de la Tierra según el experimento de Eratóstenes (siglo III a. C.)

O. González Sánchez, R. Naveros Naveiras

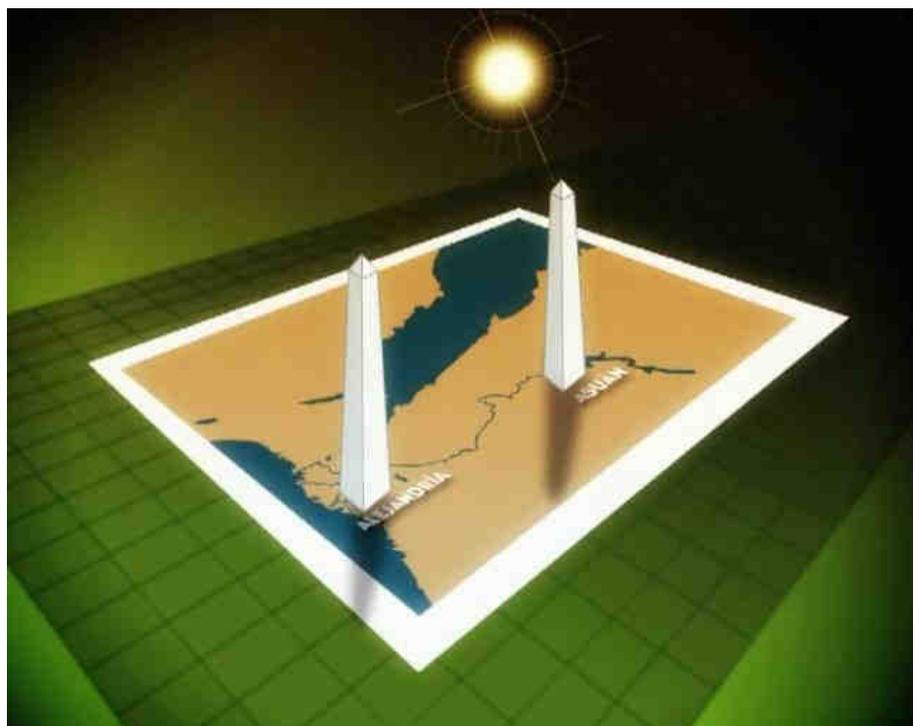


Figura 8. En una Tierra plana, la longitud de la sombra de dos objetos con las mismas dimensiones, serán iguales.

Eratóstenes pagó al jefe de una caravana para que, en su viaje hacia Asuán, midiera la distancia existente entre Alejandría (desde donde partía la caravana) y la ciudad de Asuán, situada al Sur de la primera. Midió la sombra que proyectaba una vara que estuviera perfectamente vertical en Alejandría, y determinó que el ángulo que formaba el Sol con respecto al cenit era de uno $7,2^\circ$. Como sabía que, en Asuán, la misma vara no formaba sombra alguna, la luz de Sol debía llegar perfectamente perpendicular a la superficie. Eratóstenes determinó que la diferencia angular entre la posición del Sol en ambas ciudades era de $7,2^\circ$. Ansioso, esperó a que llegara la caravana de vuelta con el resultado de la medida encargada, es decir, la distancia entre las dos ciudades, que resultó ser de unos 5.000 estadios aproximadamente, unidad de medida utilizada en la época. Automáticamente ya tenía en su cabeza las dimensiones de nuestro planeta.

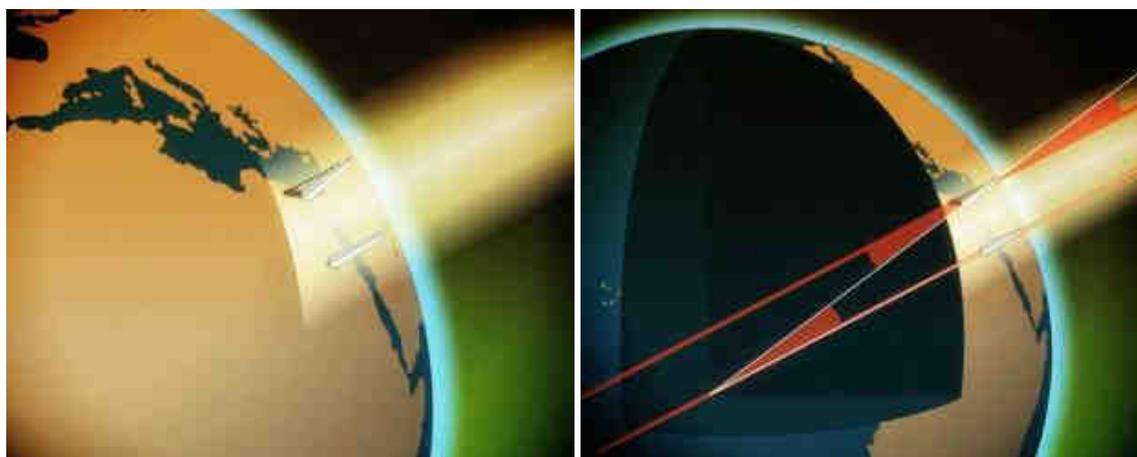


Figura 9. Los rayos solares que caen perpendiculares sobre Asuán lo hacen de forma oblicua en Alejandría, formando un ángulo de $7,2^\circ$ sobre la vertical. El mismo ángulo con el que veríamos separado ambas ciudades desde el centro de la Tierra.

Realizó una sencilla regla de tres: si a $7,2^\circ$ de diferencia que existe entre los dos observatorios le corresponden 5.000 estadios, entonces a una circunferencia con 360° le corresponderán:

$$X = \frac{360^\circ * 5000}{7,2^\circ} = 250.000 \text{ estadios}$$

Como cada estadio equivale a 157,5 metros, calculó que la circunferencia de la Tierra era de 39.375 km. Por fin, midiendo la sombra de una simple vara se obtuvo la primera medida científica del tamaño de nuestro planeta,

La medida obtenida por Eratóstenes fue la del perímetro terrestre que pasa por ambos polos. Hoy sabemos que el perímetro polar es un poco inferior al perímetro por el ecuador. La medida real del perímetro polar es de 39.939 km. Sólo se equivocó en 564 km, es decir, menos de un 2% de error. ¡Qué resultado tan fantástico teniendo en cuenta los medios con los que trabajó para medir ángulos y distancias!

4. Del faro de Orchilla al faro de Finisterre

El experimento de Eratóstenes se puede reproducir con facilidad desde dos puntos de la geografía española distantes en latitud. Para nuestra experiencia hemos elegido Orchilla y Finisterre, enclaves con un significado histórico que fueron, en un momento de la historia, el fin del mundo conocido.



Figura 10. Orchilla y Finisterre



De Orchilla a Finisterre: Medida de la circunferencia de la Tierra según el experimento de Eratóstenes (siglo III a. C.)

O. González Sánchez, R. Naveros Naveiras

El faro de Orchilla está situado en la punta de Orchilla, en la isla de El Hierro, punto más occidental de las Islas Canarias y de España. Hasta 1492, fecha del viaje de Colón, se pensaba que Orchilla era el final del mundo más allá del cual sólo estaba el océano habitado por feroces monstruos marinos... En muchos mapas de los siglos XVI y XVII aparece el meridiano de Orchilla como “*Meridiano cero*”, punto de referencia mundial para la navegación. El meridiano de El Hierro fue uno de los más usados hasta el cambio definitivo del mismo a la ciudad de Greenwich en el año 1885. Éste es el motivo por el que la isla de El Hierro también es conocida como *Isla del Meridiano*. El faro fue construido sobre dicho punto y comenzó a funcionar en 1933, emitiendo su primera luz como guía para los navegantes rumbo a América.

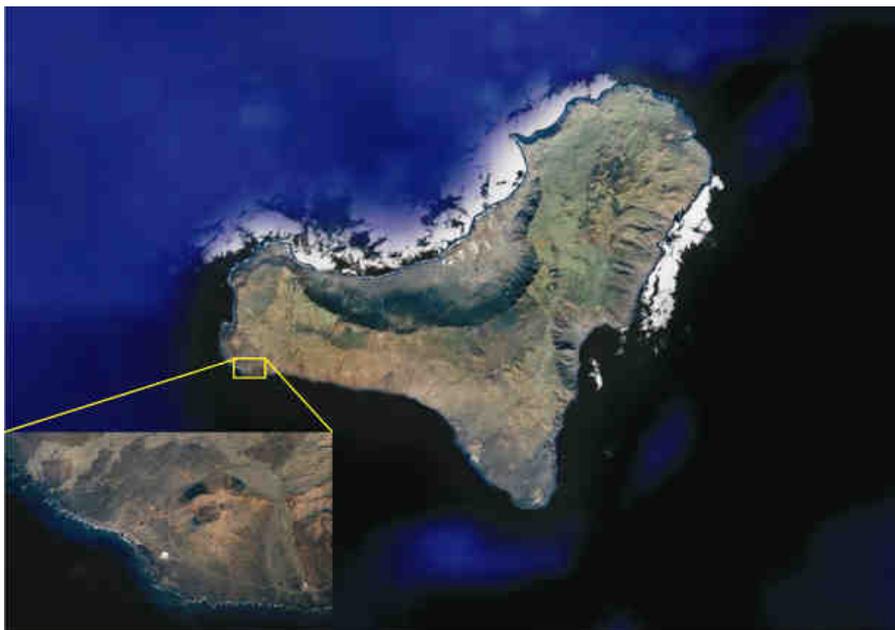


Figura 11. Isla de El Hierro



Figura 12. Faro de Orchilla. El Hierro

El faro de Finisterre fue construido en 1868 en la Costa de la Muerte, en la comarca gallega de Finisterre. Los orígenes de esta región se pierden en el tiempo, pero por su singularidad geográfica atrajo la atención de los geógrafos e historiadores grecorromanos. Este punto fue considerado durante mucho tiempo “El fin de la Tierra” conocida, de ahí proviene su nombre “Finis Terrae”. Aquí localizaron los antiguos esa última frontera, el punto más occidental del continente europeo (aunque en realidad este honor le corresponde al Cabo da Roca en Portugal).



Figura 13. Finisterre. Galicia



Figura 14. Faro de Finisterre



5. ¿Qué hacer?

En un lugar perfectamente horizontal colocaremos una vara lo suficientemente larga para producir una sombra, entre 1 y 2 m es suficiente (el palo de una escoba nos puede servir). A esta vara la vamos a llamar “gnomon”, no importa que los gnomon tengan diferentes tamaños, pues al final lo que queremos obtener es un ángulo. Lo que sí es importante es conocer qué dimensiones tiene el gnomon que utilizaremos.

Para colocar el gnomon perfectamente vertical sobre el suelo, nos ayudaremos de un trípode, al que le quitamos su cabezal, e introducimos en él nuestra vara. Las patas del trípode servirán para mantener el gnomon fijo en su sitio. Nos ayudaremos de un nivel para situarlo perfectamente vertical.



Figura 15. Colocación del gnomon

Mediremos la distancia que posee la sombra de nuestro gnomon, desde la base hasta el extremo del mismo. Esto lo haremos en el momento en el que el Sol pasa lo más alto en el cielo, que es al mediodía, es decir, cuando está en el meridiano (una línea imaginaria que pasa desde el punto cardinal Sur hasta el Norte, pasando por el cenit, punto más alto del cielo). Lógicamente, sabiendo la hora en que ocurre esto y mirando un reloj, tardaríamos un instante en realizar la medida, pero esto es jugar con ventaja. Eratóstenes no tenía un reloj ni efemérides que le predijeran el momento en el que el Sol pasaba por el meridiano del lugar, así que marcó sobre el suelo el extremo de la sombra cada cierto tiempo, observando cómo disminuía de tamaño a medida que pasaba la mañana. Por la tarde observó que esta sombra aumentaba. El dato que necesitaba era la dimensión de la sombra cuando era más pequeña.



Figura 16. El momento del día en el que el Sol está lo más alto sobre el horizonte es al mediodía, es decir, cuando la sombra que proyecta un objeto es la más pequeña.

Una vez calculado el tamaño de la sombra, en el momento en que ésta es mínima (al mediodía) tenemos que realizar un pequeño cálculo trigonométrico para medir el ángulo que forma el Sol con el cenit (figura 17). Para ello necesitaremos saber la longitud del gnomon utilizado (si no has dado todavía trigonometría, pídele a tu profesor que te ayude con el cálculo).

$$\text{tag } \alpha = \frac{\text{longitud sombra}}{\text{longitud gnomon}}$$

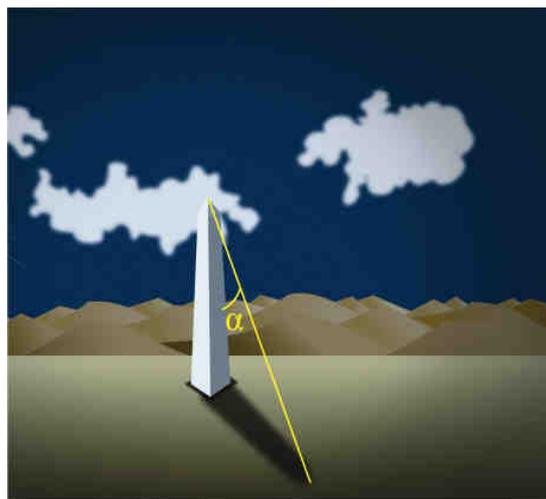


Figura 17. Ángulo que forma el Sol con el cenit



Figura 18.

Como hemos realizado la medida el mismo día desde el Faro de Finisterre y el Faro de Orchilla, uno más al Norte que el otro, obtendremos dos medidas de la sombra diferente y por tanto dos ángulos distintos (figura 18).

Simplemente calculando en cuánto difieren dichas medidas, tendremos la diferencia angular de los dos observatorios visto desde el centro de la Tierra, es decir, conoceremos la diferencia existente entre la latitud de ambos lugares.

Como hizo Eratóstenes para conocer el perímetro de la Tierra realizaremos una sencilla regla de tres, siempre y cuando conozcamos qué distancia separa ambos lugares. Éste es un dato que no podremos medir nosotros, la distancia entre los dos faros es muy grande, y además no nos sirve la distancia entre Finisterre y Orchilla, no están en la misma longitud y necesitamos que uno esté al Sur del otro. Si usáramos la distancia existente entre Finisterre y Orchilla, ésta aumentaría hasta los 1.842 km. Eratóstenes cometió este error al considerar que Asuán estaba justo al Sur de Alejandría.

Necesitamos la distancia entre, por ejemplo, el faro de Orchilla y un punto en el mar que esté a la misma latitud que Finisterre, pero en el propio meridiano que Orchilla. Esa distancia es de **1.683,6 km**.



De Orchilla a Finisterre: Medida de la circunferencia de la Tierra según el experimento de Eratóstenes (siglo III a. C.)

O. González Sánchez, R. Naveros Naveiras



Figura 19.

Ahora sí que tenemos todas las herramientas para calcular el perímetro de la Tierra. Conocemos la diferencia angular entre los dos puntos de observación (la diferencia de las dos medidas) y la distancia entre ambos faros, en un mismo meridiano (1.683,6 km)

Realizamos nuestra regla de tres, donde llamamos ángulo al existente entre los dos observatorios es decir la diferencia angular obtenida en ambos lugares. El perímetro de la Tierra P será:

$$\frac{\text{ángulo}}{1.683,6\text{km}} = \frac{360^\circ}{P} \qquad P = \frac{360 * 1.683,6}{\text{ángulo}}$$

¿Podrías calcular el radio de la Tierra, sabiendo que el perímetro de una circunferencia es igual a $2\pi R$?

Oswaldo González Sánchez, Licenciado en Ciencias Físicas, especialidad en Astrofísica. Ha pertenecido a varias agrupaciones astronómicas: Iliada, Sabadell, AAT, AAGC y GOAT, realizando observaciones en muy diversos campos. Desde 2009 colabora en la sección de Astronomía del programa radiofónico de divulgación científica Galaxias y Centellas. Trabaja en el Museo de la Ciencia y el Cosmos desde sus orígenes, como técnico del Planetario. Actualmente es el responsable del departamento de Didáctica del Museo. Mediante los artículos publicados en la sección “Cosmocrónicas” para la web de Museos de Tenerife, explica a la sociedad, de manera sencilla y práctica, los fenómenos astronómicos más cotidianos y de actualidad.

Rubén Naveros Naveiras, Divulgador científico del Museo de la Ciencia y el Cosmos con responsabilidad en el Planetario. Premio Nacional de Divulgación “Ciencia en Acción 2010”. Guionista y realizador de audiovisuales, exposiciones y materiales para la comunicación de la ciencia. Formación en Ingeniería Química (Universidad de la Laguna) y Comunicación (Universidad Abierta de Cataluña) y Máster en Museología y Gestión Cultural (Universidad de la Laguna).