

# NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 75, noviembre de 2010, páginas 97–103

## Reflejos en el aula: el espejo roto

Carlos Miguel Ribeiro (Universidad de Algarve – Portugal)

Ana Colaço (EB1 Carvoeiro – Portugal)

Fecha de recepción: 26 de octubre de 2009

Fecha de aceptación: 29 de junio de 2010

---

### Resumen

Las actividades preparadas y propuestas a los alumnos deben, siempre que sea posible, derivar de situaciones y vivencias suyas, de forma que las consideren relevantes y promuevan así aprendizajes significativos.

Presentamos en este artículo un conjunto de tareas subordinadas al tema de las simetrías, preparadas con el objetivo de permitir que los alumnos asimilen convenientemente el concepto de reflexión, utilizando para ello un juego con “espejos”.

### Palabras clave

Juego como contenido matemático; Ejes de reflejo; Resolución de problemas; Primaria.

---

### Abstract

The tasks prepared and the proposals to the pupils must, whenever possible, to derive from situations and experiences of these, in order that they consider them excellent and they promote learning's in this manner significant.

We present in this article a task set library, concerning symmetries and prepared with intention to allow that the pupils if appropriate conveniently of the symmetry concept, using for such a game with “mirrors”.

### Keywords

Game as a mathematical content; axis of reflection; problem solving

---

## 1. Introducción

Como profesores, la tarea que se nos presenta es conseguir que los alumnos adquieran conocimientos y aprendan a gustar de las matemáticas, convirtiéndose así en adultos matemáticamente competentes. Esta competencia matemática se entiende aquí como la aptitud para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos (Niss, 2002, p. 218) Nos toca a nosotros, de este modo, el papel de dotar a nuestros alumnos de la capacidad efectiva para movilizar, escoger, usar y articular información combinada con el conocimiento para enfrentarse a una situación, problema o cuestión (Roldão, 2004). Ese conocimiento puede ser intelectual, práctico o verbal.

Los conocimientos, mostrados aquí como competencias, según la definición de la OCDE (2005) (Organización de Cooperación y de Desarrollo Económicos) pueden agruparse en tres grandes dominios. Estos últimos se refieren a los dominios de utilizar herramientas de forma interactiva;; interactuar en grupos heterogéneos y actuar con autonomía. En todas estas formas de afrontar el conocimiento (competencias) se encuentra implícito el saber en acción, de ahí que sea de enorme importancia que los alumnos se enfrenten a una gran diversidad y riqueza de situaciones que sean



desafiantes para ellos desde el punto de vista matemático y exigentes cognitivamente, y que les permitan desear alcanzar ese nivel de *conocimiento*

Con ese objetivo, y de acuerdo con lo preconizado en la Organización Curricular y Programas del 1.º Ciclo<sup>1</sup> Portugueses (DEB, 1991) y también con lo expresado en el nuevo Programa de matemáticas para la Enseñanza Básica (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007)), siendo ésta una de las grandes finalidades de la enseñanza de las matemáticas, hemos preparado un conjunto de tareas, que consideramos motivadoras y potenciadoras de aprendizajes significativos y que abordan el tema de las simetrías. Las tareas se prepararon de forma que la resolución de las consecuentes actividades permitiese a los alumnos desarrollar las capacidades de raciocinio, comunicación y resolución de problemas y abordan, concretamente, el tema de las simetrías, porque es uno en el que los alumnos normalmente presentan algunas dificultades, hecho este que también ha servido de motivación para la preparación de un conjunto de tareas.

Las tareas se aplicaron en una clase de 3.º curso de Primaria, compuesta por veintitrés alumnos de edades comprendidas entre los 8 y los 9 años y trataron el concepto de simetría.

En un momento anterior de la enseñanza de las matemáticas, los alumnos mostraron muchas dificultades en la determinación de la imagen de una determinada figura (utilizando papel cuadriculado), según un eje de simetría vertical<sup>2</sup>, pues la gran mayoría efectuaba translaciones, evidenciando así una incorrecta construcción del concepto de simetría.

## 2. Actividades previas

Con el objetivo de que los alumnos estuviesen ya familiarizados con el tipo de actividad matemática que iba a ser desarrollada, en un momento anterior se realizó con una clase un juego, en parejas, que consistía en la representación de su imagen en el espejo – este juego se realiza con alguna frecuencia en Pre-Escolar, pero no era conocido por ninguno de estos alumnos. En esta actividad previa sólo se abordaron cuestiones de lateralidad y proximidad/alejamiento existentes entre los pares, (los alumnos iban cambiando de papeles), y no se tuvieron en cuenta los términos matemáticos empleados por los alumnos, ni el rigor matemático de medición de distancias.

## 3. El desarrollo de la actividad

Para que todos los alumnos pudiesen realizar la actividad y estar en posición de corregir a los compañeros – aprendizaje a través del error – la clase se dispuso en U. Una vez hecho esto se pegó una cinta adhesiva marrón en el suelo de la clase, a lo largo de las uniones de los mosaicos cuadrangulares. Hay que señalar que, para esta actividad, los mosaicos no tienen que ser

---

<sup>1</sup> En Portugal la enseñanza se encuentra dividida en cuatro ciclos. El Primer Ciclo abarca los cuatro primeros años de escolaridad (alumnos con edades comprendidas normalmente entre los 6 y los 9 años) y donde existe sólo un único profesor para todas las áreas curriculares; el 2.º Ciclo está compuesto por sólo dos años (5.º y 6.º cursos), y es cursado por alumnos de 10 y 11 años que ya tienen un conjunto de profesores. El 3º Ciclo corresponde a los tres años siguientes (7º, 8º y 9º cursos), terminando, actualmente, la enseñanza obligatoria después de los tres cursos siguientes, correspondientes a la enseñanza secundaria. Los primeros nueve años de escolaridad son denominados Enseñanza Básica.

<sup>2</sup> Actualmente en Portugal, con la introducción del nuevo programa de Matemáticas de Enseñanza Básica (Ponte et al, 2007) (un documento para los primeros nueve años de escolaridad), ha pasado a denominarse eje de reflexión.

cuadrangulares pero conviene que sean todos de un mismo tipo, de modo que no provoquen en los alumnos posibles errores de interpretación/lectura de la información.

Maestra: – *¿Os acordáis de lo que os dije que íbamos a hacer hoy?*

Alumnos: – *¡Sí, vamos a jugar al “juego de los espejos”!*

Maestra: – *Exactamente. Entonces voy a pegar esta cinta adhesiva a lo largo de esta “raya” del suelo. ¿Qué va a representar esta cinta adhesiva?*

Alumnos: – *¡Es el espejo!*

Maestra (señala la cinta adhesiva): – *Entonces esto es el espejo, pero estamos hablando de simetrías, es...*

Alumnos: – *¡El eje!*

Maestra: – *Entonces ya sabéis que no podéis golpear el espejo, si no.... os rompéis la cabeza.*

Maria: – *Y también se rompe el espejo.*

Este diálogo sirvió fundamentalmente para despertar la curiosidad de los alumnos y darles el contexto de las actividades que iban a desarrollar.

Con el fin de que todos los alumnos entendiesen lo que se pretendía con la actividad, la profesora (objeto inicial), con la ayuda de uno de los alumnos – Valter – que representa aquí el papel de imagen, ejemplifica y explota la actividad.

Maestra: – *Ahora estoy viéndome en el espejo, entonces ¿Valter será...?*

Lara: – *El reflejo...*

(...)

Maestra: – *¿Qué ocurre ahora cuando me veo en el espejo? ¿Estoy justo al lado del espejo?*

Alumnos: – *¡No!*

Maestra: – *¿A cuántos cuadrados estoy alejada?*

Alumnos: – *A dos.*

Maestra: – *Si he contado dos cuadrados desde el eje, ¿qué hace mi imagen en relación al espejo?*

Benjamim: – *¡También anda hacia atrás dos cuadrados!*

Maestra: – *¿Y si me acerco?*

Gonçalo: – *Valter también se acerca...*



Con el objetivo de evaluar hasta qué punto los alumnos comprendieron realmente las relaciones existentes entre el original y la imagen, y el modo de identificar el lugar donde se sitúa cada uno de los intervinientes, para posibilitar una introducción, aunque fuese informal, al estudio de los referentes cartesianos, la profesora realizó también algunos desplazamientos por las diagonales del cuadrículado del suelo.



Maestra (se desplaza por una de las diagonales de uno de los cuadrados del suelo): – *¿Qué es lo que he hecho?*

Gonçalo: – *Ha cortado el cuadrado por la mitad.*

Maestra: – *¿Y qué he obtenido?*

Billie: – *Dos triángulos.*

Maestra (se desplaza por una diagonal otra vez): – *Entonces, ¿y si ahora vengo para acá?*

Benjamim: – *Ha cortado otra vez en dos, pero Valter lo ha hecho mal..., tiene que ser al contrario.*

Consideramos importante el hecho de que los alumnos tomen contacto, y por tanto, consciencia, de que existen diferentes formas de obtener el mismo resultado (resolución de problemas utilizando varias estrategias). Con esta situación los alumnos comprendieron que nos podemos situar en el cuadrículado contando cuadrículas o utilizando las diagonales de los respectivos cuadrados, algo de lo que, probablemente, no se acordarían. La vivencia de este tipo de oportunidades les permite no sólo la adquisición de un conjunto de competencias relacionadas propiamente con el tema matemático y de resolución de problemas, sino también, en lo concerniente a la relación con los compañeros, competencias de gestión de las diferencias y de argumentación/justificación de sus pensamientos e ideas.

Con el fin de poder asimilar los contenidos que se estaban trabajando, todos los alumnos realizaron la actividad. Dado que el espacio disponible en la clase no permitía que todos realizaran el

juego simultáneamente, se hicieron cuatro parejas cada vez, lo que se reveló positivo, pues, de este modo, los restantes miembros de la clase observaron las actividades desarrolladas por los compañeros y corregían, oportunamente, sus errores, lo que permitió una toma de conciencia de los conceptos de distancia, posición relativa y simetría, llegándose de este modo a una construcción efectiva de conceptos por parte de todos los alumnos.

Puesto que todos los alumnos (imágenes) estaban representando sin dificultad lo que realizaba el compañero que se estaba “viendo en el espejo”, se presentó entonces un nuevo problema a la clase. Se pidió a una de las alumnas, que representaba en ese momento el papel de original, que traspasase el eje con uno de los pies.

Maestra: – *Veneta, pasa el pie para el lado de Daniela.*

Tiago: – *¡Ay! ¡As roto el espejo!*

Valter: – *Ella está pisando el espejo...*

Gonçalo: – *¡Maestra, está mal! ¡Ha roto el espejo!*



En ese momento se creó algún revuelo en la clase. La alumna en el papel de “reflejo” colocó el pie hacia atrás, alejándose del eje, evitando así ella también, a toda costa, “romper el espejo”.

Dado que era una actividad completamente nueva para ellos, a pesar de continuar con todo lo que estaban haciendo, obligaba a un entendimiento perfecto del concepto de simetría, los alumnos demostraron unas enormes ganas de aprender a solucionar este problema e iban dando oralmente algunas hipótesis de resolución.

Maestra: – *Entonces prestad atención, Veneta colocó la pierna izquierda así (atravesando el eje), entonces Daniela (el reflejo) dónde iba a poner la pierna?*

Alumno: – *¡Ya sé!*



Maestra: – *Ven a explicarlo, Benjamim*

Benjamim (coge la pierna derecha de su compañera): – *¡Tienes que poner esta pierna para acá!*

Maestra: – *¿Estáis de acuerdo con Benjamim?*

Daniela M.: – *No, tiene que ser la otra, para que quede también con la misma pierna rompiendo el espejo.*

Maestra: – *Entonces ven aquí a explicar lo que tiene que hacer Daniela.*

Daniela M (coge la pierna izquierda da la compañera): – *Daniela (imagen) tiene que poner esta pierna hacia el otro lado.*

Maestra: – *¿En qué cuadrado?*

Alumno: – *En el mismo que Veneta pero del otro lado.*

Los alumnos tuvieron alguna dificultad al enfrentarse a esta situación, lo que es normal, ya que el contenido matemático al que se refiere la colocación del eje de simetría en esta situación, es parte del programa del 9.º curso de escolaridad.

Sin embargo, la discusión, el diálogo y debate de ideas, y la utilización de una estrategia de ensayo y error, corregido por ellos mismos, permitió que los alumnos entendiesen que la simetría exige siempre un movimiento a partir del eje y la alumna al final realizó el movimiento correcto, atravesando el eje del suelo. Esta situación reveló una plena comprensión del tema matemático y la explotación de una capacidad de seleccionar, articular y movilizar los conocimientos necesarios para la resolución del problema al que se habían enfrentado, recurriendo, en conjunto y de forma integrada, a sus competencias y capacidades discursivas, explicativas y prácticas con el fin de exteriorizar la solución matemática construida.

### 3. Algunas conclusiones

Esta actividad proporcionó a los alumnos la oportunidad de construir (en el caso de unos) y de reforzar (en el caso de otros), su conocimiento y comprensión de las simetrías y contribuyó también a la formación de ciudadanos reflexivos y matemáticamente críticos y activos en la sociedad.. Estos aprendizajes fueron demostrados durante la determinación de la imagen simétrica de una determinada figura en relación a un eje horizontal, de tal modo que todos los alumnos la realizaron correctamente, efectuando incluso un paralelismo entre esta actividad y la que habían realizado con el “espejo” – que no se abordó, por tanto, como un mero juego, sino como una actividad que les permitió elaborar aprendizajes matemáticos significativos. Fue esta una actividad motivadora y promotora de aprendizajes, pues los alumnos no sólo dejaron de realizar translaciones sino que también dejaron de equivocarse en la determinación de las distancias, contando incluso, en algunas situaciones y siempre que se justificaba, el número de diagonales necesarias para determinar las distancias correctas.

Con esta actividad se efectuó asimismo una introducción a la localización de puntos en el plano, realizándose un primer acercamiento al concepto de coordenadas cartesianas, tema que sólo consta en Portugal en el currículum de cursos más avanzados pero que, a través de este tipo de actividades (y otras), podremos conducir a los alumnos, ya desde los primeros años, a establecer contacto con estas nociones, de forma que las vayan asimilando, sin que para ello exista la necesidad de una

formalización. Estas experiencias son mucho más importantes si consideramos que el éxito de los aprendizajes de los alumnos depende de la calidad de las experiencias que les proporcionamos, por lo cual nos corresponde a nosotros, como profesores, preparar y desarrollar tareas que ofrezcan a los alumnos la oportunidad de progresar en su conocimiento matemático y de adquirir, simultáneamente, las competencias necesarias que les permitan interactuar de forma autónoma, pero teniendo siempre en mente, y como telón de fondo, la actividad matemática que están desarrollando. Hay que destacar que, dando a los alumnos la oportunidad de realizar este tipo de actividades, estamos posibilitando que adquieran desde temprano gusto por las matemáticas y tomen consciencia de su existencia e importancia en la escuela y fuera de ésta.

## Bibliografía

- Departamento de Educação Básica [DEB]. (1991). *Organização Curricular e Programas – Ensino Básico – 1º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Departamento de Educação Básica [DEB]. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- National Council Teachers of Mathematics [NCTM]. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM, IIE.
- Niss, M. (2002). *Mathematics competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom project*. Denmark: Roskilde
- OECD (2005a). *Organisation for Economic Co-operation and Development* (<http://www.oecd.org/home> añadido el 5 de enero de 2010)
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.
- Roldão, M. C. (2004). *Gestão do currículo e avaliação de competências – as questões dos professores*. Lisboa: Editorial Presença.

**Carlos Miguel Ribeiro**, Universidad del Algarve, CIEO (Portugal). Autor de diferentes trabajos sobre educación matemática y formación de profesores de Matemáticas enfocando lo desarrollo profesional y la reflexión bien como lo conocimiento matemático para la enseñanza.

Email: [cmribeiro@ualg.pt](mailto:cmribeiro@ualg.pt)

**Ana Colaço**, maestra en la escuela de enseñanza primaria del Carvoeiro, Algarve (Portugal).

Email: [avbc77@hotmail.com](mailto:avbc77@hotmail.com)

