NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 74, julio de 2010, páginas 29–37

La transición: Grados → Radianes → Reales. Un obstáculo didáctico

Miguel Díaz Cárdenas, Gerardo Salgado Beltrán, Víctor Díaz Salgado
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México

Fecha de recepción: 25 de noviembre de 2009
Fecha de aceptación: 20 de febrero de 2010

Resumen En este documento, se presenta un análisis sobre la necesidad de la Transición: Grados→Radianes→Reales, y se ofrecen elementos que permiten caracterizarla como un obstáculo didáctico.

Palabras clave Transición: Grados→Radianes→Reales; Obstáculo Epistemológico; Convención Matemática; Obstáculo Didáctico.

Abstract In this document, an analysis on the need of the Degrees→Radians→Reals, is presented, and elements are offered allowing to characterize it as a didactic obstacle.

Keywords Transition: Degrees→Radians→Reals; Epistemological Obstacles; Mathematical Convention; Didactic Obstacle.

1. Introducción

El propósito central del presente análisis sobre algunos textos de matemática escolar, investigaciones en el ámbito de la Matemática Educativa realizadas en México, que hacen referencia a la necesidad de la transición: ***Grados → Radianes → Reales*** (***T: G-R-R***), es identificar elementos que permitan determinar si como reportan algunas investigaciones en el área, se trata de un obstáculo epistemológico (***OE***), o de una convención matemática (***CM***); o en cambio, puede caracterizarse como un obstáculo didáctico (***OD***).

2. Antecedentes

Uno de los primeros intentos (que conocimos) de clarificar el porqué de esta necesidad, aparece en Acuña & Trujillo y Marín (1986). Parten de la consideración de que los grados no son números reales, postura que puede identificarse con el uso del término ***transición Grados→Radianes→Reales*** (***T: G-R-R***). Sin embargo, este término puede ser reducido simplemente a ***transición Grados→Radianes→Reales*** (***T: G-R)***, precisamente porque cuando se miden los atributos de un objeto (incluso cuando medimos un ángulo en grados), generalmente aparecen los números reales[1] asociados a las unidades de medida. También reconocieron que la ***T: G-R*** es una necesidad, pues en el terreno de las funciones reales de variable real es lo que daría sentido a expresiones como: $f(x) = sen x + x, g(x) = e^x + \cos x$. Por su parte, Cantoral & Montiel (2001) retoman el tema de la ***T: G-R***, ofreciendo argumentos para justificar la necesidad de dicha transición. Proponen abandonar la

[1] Siempre y cuando, los números reales puedan reflejar las características del atributo que se mide.

definición de funciones trigonométricas (como relaciones entre catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo), y adoptar como una **convención** la definición de las funciones trigonométricas como funciones reales de variable real, a través del uso de los radianes. Asumen que la ***T: G-R*** es necesaria, de lo contrario, el resultado de algunas operaciones como $\lim_{x\to 0} \frac{senx}{x} = 1$, sería indefinido.

Entre los restantes argumentos que ofrecen para explicar por qué las medidas de los ángulos se deben tomar en radianes y no en grados, se identifica uno relacionado con la derivada de la función seno. Si un ángulo $\boldsymbol{x}$ se mide en radianes entonces la derivada de la función *senx* es $\frac{d(senx)}{dx} = cos\, x$, mientras que si $\boldsymbol{x}$ se mide en grados, resulta de la forma: $\frac{d(senx)}{dx} = k\, cos\, x$, y las derivadas sucesivas, tendrían factores de la forma k^n. (Cantoral & Montiel, 2001, págs. 154-156).

Desde otra perspectiva, Maldonado (2005), mediante un estudio didáctico y cognitivo de la función trigonométrica, llega a la conclusión de que la ***T: G-R*** se da; pero que no existe (ni entre los libros de texto que analizó, ni entre los estudiantes que entrevistó) alguna explicación que haga ver la verdadera necesidad de dicha transición.

Desde un enfoque socioepistemológico, Montiel (2005), realiza una revisión acerca del contexto en el que se origina la función trigonométrica (***FT***). Encuentra elementos que le permiten formular una transposición didáctica para la construcción social de la ***FT***, con la que pretende influir en el discurso matemático escolar. En este mismo estudio, y en relación con la necesidad de la ***T: G-R***, da muestra de la existencia de ambigüedades, cuando se pasa de la medida angular expresada en el sistema sexagesimal (grados) al sistema cíclico (radianes), cuando se trata a la función trigonométrica como función real de variable real.

Analiza los tratamientos que **Hardy**, **Apóstol** y **Spivak** hacen de la ***T: G-R***, y encuentra que los dos primeros, señalan que la explicación está en el campo de la teoría de las funciones analíticas y que prácticamente son temas difíciles de tratar en el discurso de la matemática escolar. El tercero proporciona argumentos menos convincentes desde el punto de vista teórico. Al finalizar el análisis de los tres tratamientos, concluye que es necesario abandonar el grado como unidad de medida y usar su equivalente en radianes, para homogeneizar las ecuaciones (sin explicación alguna de porqué el radián si homogeniza). Y reconoce que es probable que ningún libro de texto al igual que los tres revisados, aborden el tema de la homogeneidad de las ecuaciones, pues considera que esto está dentro del campo de la física.

Menciona tres posturas en defensa del uso del radián por encima del grado: dos pragmáticas, una, aduce la conveniencia de expresar ángulos con números más pequeños; otra, (de Maor, 1998 citado por Montiel) porque simplifica muchas formulas evitando el uso del factor $\frac{\pi}{180°}$. La tercera analítica, aduce la finalidad de cumplir con determinadas relaciones analíticas; como si desde antes de que las funciones trigonométricas puedan ingresar al conjunto de las funciones analíticas, ya se supiera que tenían que cumplir con relaciones como $\lim_{\theta\to 0} \frac{sen\theta}{\theta} = 1$. Pero ninguna de las tres constituye una explicación convincente para la necesidad de la ***T: G-R*** (Montiel, 2005, págs. 93-94). Afirma que el uso por más de 100 años, de la estrategia didáctica que incluye el esquema del círculo trigonométrico, ha obstaculizado la construcción de la función trigonométrica como función real de variable real. Y esta misma situación es la que dificulta la explicación de la necesidad de la ***T: G-R***.(Montiel, 2005, pág. 117)

En una de las partes de la conclusión de su estudio socioepistemológico, reporta no haber encontrado en el discurso matemático escolar, una explicación para la necesidad de la ***T: G-R***, más allá de la equivalencia entre grados y radianes (Montiel, 2005, págs. 124-125). Desde la perspectiva de la Ingeniería Didáctica, Navarro (2005), en su estudio para visualizar los límites: $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$, $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$, encontró que los profesores que participaron en el estudio, tienen dificultades para graficar las funciones trigonométricas, debido a que no comprenden con claridad, en que momento se pueden emplear grados o radianes, y en que otro momento sólo se deben emplear radianes. Desde un punto de vista didáctico, Méndez (2008), en su estudio de la construcción escolar de la función trigonométrica realizado en el nivel medio superior (***NMS***), plantea que la ***T: G-R*** constituye una convención matemática (***CM***). Afirma que el uso del radián como argumento de una función trigonométrica puede entenderse como una ***CM***, ya que es lo que proporciona una coherencia dentro de un sistema de saberes (Martinez-Siera, 2005), en este caso entre la trigonometría y el cálculo. Afirma que "como no existe explicación ni en los libros de texto, ni en el programa de estudios para la ***T: G-R***, entonces, seguro se trata de una convención matemática". Tal afirmación, se sustenta en el análisis de varios libros de texto del ***NMS***, en los que se hace explícito, que conviene pasar de la medida angular sexagesimal al sistema cíclico (sin argumentar porqué es necesario tal hecho), además de la orientación que proporcionan (dichos textos) al sugerir que manipular radianes es sinónimo de manipular números reales, omitiendo solo por comodidad la palabra *rad* o *radianes*. Méndez, identifica el uso del radián (la necesidad de la ***T: G-R***) como una ***CM***; al parecer en base a dos argumentos: 1) la necesidad de dicha transición no se explica, 2) sólo se sabe que usando radianes, el manejo de las funciones trigonométricas no tiene conflictos, desde el punto de vista lógico.

3. Planteamiento del problema y objetivo

La necesidad de la ***transición Grados→Radianes→Reales*** (***T: G-R***), es un tema que en el campo de la enseñanza de la trigonometría, ha generado dificultades tanto en profesores como en sus estudiantes desde la educación básica secundaria hasta la educación superior. Una posible explicación puede encontrarse en los resultados de la revisión anterior. En una vertiente, podemos distinguir que buena parte de los textos de matemática escolar (específicamente los que abordan temas de trigonometría), asumen la necesidad de la ***T: G-R*** como algo que debe hacerse sin mayor explicación; pero existen otros que han dado un paso hacia adelante, y en el intento de justificar esta necesidad, ofrecen argumentos que sólo explican lo que puede pasar si no se usan radianes en lugar de grados. Pero no se explica cómo es que este camino, resuelve el conflicto que surge, al realizar las operaciones necesarias, en el tratamiento de funciones reales de variable real, cuando las funciones trigonométricas están involucradas. En otra vertiente, las investigaciones en Matemática Educativa realizadas en México, no coinciden en sus resultados. Algunos caracterizan tal transición como un obstáculo epistemológico (***OE***); otros como una convención matemática (***CM***). De ahí que este trabajo ha tomado como objeto de estudio a la necesidad de la ***T: G-R***. Pues consideramos, que ante los argumentos *tangenciales*[2] que solo explican lo que puede pasar si se usan grados en lugar de radianes, adquiere mayor relevancia la búsqueda de argumentos que expliquen o den respuesta a dos interrogantes básicas:

[2] Designaremos con la categoría de tangenciales, a los argumentos que al ser considerados como respuestas a las dos preguntas básicas (objeto de nuestro estudio), no van a lo esencial. Sin embargo, es nuestro deber aclarar que lo más probable es que los autores de las obras analizadas, no hayan tenido el mismo propósito que nosotros, en relación al planteamiento de las dos interrogantes básicas.

1. ¿Por qué es necesaria la ***transición Grados→Radianes→Reales*** (***T: G-R***)?
2. ¿Cómo es que este camino, resuelve el conflicto que surge al realizar las operaciones necesarias, en el tratamiento de funciones reales de variable real, cuando las funciones trigonométricas están involucradas?

Y como objetivo, aportar elementos (producto de nuestro análisis) para argumentar por qué la necesidad de la ***T: G-R*** puede caracterizarse como un obstáculo didáctico (***OD***).

4. Fundamentación teórica

El problema general de la resolución de triángulos, consiste en que dado un triángulo, se pueden determinar los lados en función de los ángulos, o viceversa, determinar los ángulos en función de los lados. Se sabe que dado un triángulo cualquiera, siempre hay una circunferencia que pasa por sus vértices (Figura 1). Y entonces, el problema de calcular los lados del triángulo en función de los ángulos se reduce a calcular la medida de las cuerdas ***a***, ***b***, ***c***, en función de los ángulos ***A***, ***B***, ***C***, inscritos en la misma circunferencia. Entonces, cada cuerda determina un ángulo central que es el doble del inscrito que subtiende la misma cuerda. Y si se quiere calcular la cuerda, un buen principio es tratar de calcular la semicuerda ***a/2***.

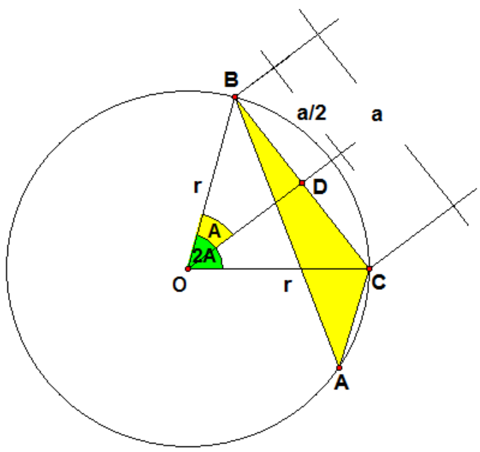

Figura 1. Representación de las razones trigonométricas seno y coseno.

Desde épocas muy antiguas, se decidió llamar ***seno*** a la razón entre la semicuerda ***a/2*** y el radio ***r*** de la circunferencia (Montiel, 2005), y puesto que la cuerda o la semicuerda depende de la magnitud del ángulo inscrito que la subtiende, resulto natural pensar al ***seno*** como una razón que depende de la magnitud del ángulo correspondiente: $\boldsymbol{senA = \frac{a/2}{r}}$; del mismo modo, se decidió llamar ***coseno*** a la razón entre la vertical (***OD)*** del centro de la circunferencia a la cuerda ***a*** y el radio ***r*** de la circunferencia: $\boldsymbol{cosA = \frac{OD}{r}}$.

Un análisis simple, acerca de las razones trigonométricas ***seno*** y ***coseno,*** puede llevar a la conclusión de que ambas son números ***reales puros***, es decir, son el resultado del cociente entre dos longitudes, y por ello resultan números sin dimensiones, que dependen de la magnitud del ángulo, pero son independientes de la unidad de medida con la que el ángulo se mida. En la figura 2, se presenta un ángulo central ***α***, en una serie de círculos concéntricos, además se han construido una serie de triángulos rectángulos, los cuales son obviamente semejantes.

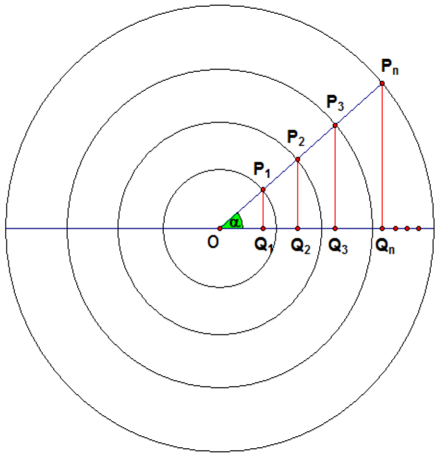

Figura 2. Las razones seno y coseno en triángulos semejantes son invariantes.

La semejanza de dichos triángulos, hace que se cumplan las siguientes relaciones:

$$\begin{Bmatrix} sen\ \alpha = \dfrac{P_1Q_1}{OP_1} = \dfrac{P_2Q_2}{OP_2} = \dfrac{P_3Q_3}{OP_3} = \cdots = \dfrac{P_nQ_n}{OP_n} \\ cos\ \alpha = \dfrac{OQ_1}{OP_1} = \dfrac{OQ_2}{OP_2} = \dfrac{OQ_3}{OP_3} = \cdots = \dfrac{OQ_n}{OP_n} \end{Bmatrix}$$

Esto prueba lo que decíamos acerca de que las razones ***seno*** y ***coseno*** son en realidad números ***reales puros***, sin dimensiones, es decir, son el resultado del cociente entre dos longitudes (además, el valor de estas razones depende sólo de la magnitud del ángulo; son independientes del tamaño del círculo). Del mismo modo, las restantes razones trigonométricas; dado que la ***tangente***, es el cociente entre ***seno*** **y** ***coseno***, y las siguientes ***cotangente, secante y cosecante***, son los recíprocos de las tres anteriores. En resumen, las razones trigonométricas son números ***reales puros*** (sin dimensiones), que sólo dependen de la magnitud del ángulo, y no de las unidades que se empleen para medirlo.

Otro aspecto que puede derivarse del análisis anterior, consiste en darse cuenta que las razones trigonométricas pueden calcularse en cualquier triángulo de los de la figura 2, en particular en el triángulo cuya hipotenusa es ***1***. Es decir despreciando todos los demás círculos y dejando sólo el círculo de radio unitario, conocido como círculo trigonométrico. Este aparece en la figura 3, en la que se muestran las representaciones de las razones trigonométricas para un ángulo ***α*** determinado. Una vez que hemos decidido trabajar con las razones trigonométricas en el círculo de radio unitario, podemos pensar que el ángulo ***x*** puede variar, entonces a cada valor de ***x*** le corresponde un valor de la razón trigonométrica ***seno*** y así podemos establecer el concepto de *función* ***senx***; y asi las funciones ***cosx, tangx, cotgx, secx, cscx,*** que como se verá estas funciones pueden ser vistas como funciones reales de variable real si prescindimos de las unidades de medida para los ángulos (tanto si se miden en radianes como en grados). Y hasta podríamos tener un conjunto de funciones reales de variable real, compuesto exclusivamente por las seis funciones trigonométricas y las composiciones que entre ellas pudiésemos construir, con la particularidad de que no importaría que unidades de medida se usen para los ángulos.

Pero en el momento en que las funciones trigonométricas entran en operaciones con el resto de las funciones analíticas, es cuando aparece el conflicto. Es decir el uso de grados para el argumento de las funciones trigonométricas acarrea dificultades pues no permite aplicar el ***principio de homogeneidad***.

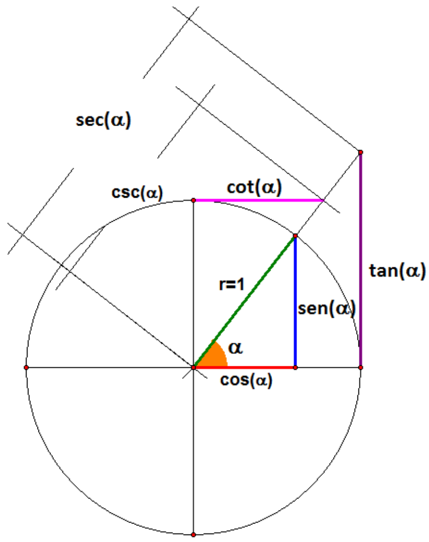

Figura 3. Representación de las razones trigonométricas

Estamos en la situación, en la que es pertinente plantearnos ¿cómo decidir acerca del resultado, al evaluar algunas funciones como las siguientes, cuando se sustituye el ángulo por su medida en grados?

$$\begin{Bmatrix} f(x) = sen x + x \\ f(30°) = sen 30° + 30° \\ f(30°) = 0.5 + 30° = ? \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} f(x) = e^{x} + cos x \\ f(60°) = e^{60°} + cos 60° \\ f(60°) = e^{60°} + 0.5 = ? \end{Bmatrix}$$

Lo que se observa en estos ejemplos, es que las operaciones no se pueden realizar porque no se cumple con el ***principio de homogeneidad***, es decir, los términos que intervienen en ellas, no son homogéneos. Es lo mismo que si quisiéramos decidir cual es el resultado de: $14peras - 6manzanas = ?$ o $15 + \$180 = ?$

Pero el análisis anterior, sobre la naturaleza de las razones trigonométricas, arrojó como resultado, que éstas, son números ***reales puros*** sin dimensiones; así, si se quiere decidir sobre el resultado de la evaluación de las funciones anteriores, el primer requisito que se debe cubrir, es lo concerniente al ***principio de homogeneidad*** de los términos que intervienen en las operaciones. Por ello, surge como ***necesario*** que los ángulos puedan tener un número ***real puro*** asociado a su medida.

Para resolver esta necesidad, se requiere estudiar algunas propiedades sobre ángulos centrales en círculos concéntricos. Aquí lo haremos retomando algunas ideas de Acuña & Trujillo y Marín (1986).

De acuerdo con la figura 4, en la que el ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ es un ángulo central, intentemos calcular la razón $\left(\frac{l_n}{r_n}\right)$ entre la longitud $\boldsymbol{l_n}$ del arco[3] determinado por $\boldsymbol{\alpha}$, y el radio $\boldsymbol{r_n}$ del círculo correspondiente.

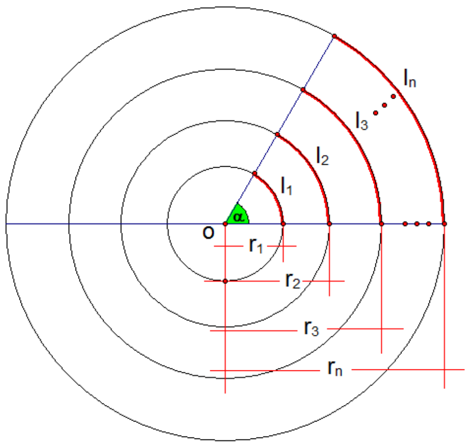

Figura. 4. La razón $\left(\frac{l}{r}\right)$ es invariante respecto de los círculos; solo depende de la magnitud del ángulo central α.

$$\left\{\begin{matrix} \dfrac{l_1}{r_1} = \dfrac{\frac{2\pi r_1}{360^\circ}(\alpha^\circ)}{r_1} = \dfrac{\pi}{180^\circ}(\alpha^\circ) \\ \dfrac{l_2}{r_2} = \dfrac{\frac{2\pi r_2}{360^\circ}(\alpha^\circ)}{r_2} = \dfrac{\pi}{180^\circ}(\alpha^\circ) \\ \vdots \\ \dfrac{l_n}{r_n} = \dfrac{\frac{2\pi r_n}{360^\circ}(\alpha^\circ)}{r_n} = \dfrac{\pi}{180^\circ}(\alpha^\circ) \end{matrix}\right\} \rightarrow \left(\frac{l_n}{r_n}\right) = \frac{\pi}{180^\circ}(\alpha^\circ) = x; \quad (x \in \mathcal{R})$$

De acuerdo con esta última expresión, si el ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ está fijo, la razón $\left(\frac{l_n}{r_n}\right) = \boldsymbol{x}$, es la misma, sin importar el círculo que se considere para determinarla. Sin embargo, dicha razón cambia, en dependencia de la magnitud del ángulo $\boldsymbol{\alpha}$. Es así, como se ha encontrado un número $\left(\frac{l_n}{r_n}\right) = \boldsymbol{x}$ que es ***real puro*** (sin dimensiones, pues también es el cociente entre dos longitudes), y que de manera natural está asociado a la magnitud del ángulo. De hecho cuando este número es $\boldsymbol{x = 1}$, significa que se trata de un ángulo central cuya magnitud es tal, que la longitud del arco que determina, es igual al radio del círculo; cuando esto sucede, se dice que la magnitud del ángulo es de $\boldsymbol{x = 1\, radián}$, y consecuentemente, la magnitud de un ángulo que genere un arco igual a la circunferencia completa, tendrá una magnitud de 2π *radianes*[4].

Después de esta discusión, emerge con bastante claridad:

Que la necesidad de la ***T: G-R***, tiene su explicación genuina, precisamente en el ***principio de homogeneidad***, que es imprescindible para realizar las operaciones necesarias, en el tratamiento de

---

[3] Suponiendo resuelto el problema matemático consistente en poder asociar una longitud lineal como la medida de un arco circular.

[4] Sin olvidar que los radianes son números reales puros (sin dimensiones), y que por ello se puede prescindir de su anotación cuando se está realizando cálculos con ellos, es decir es lo mismo 2π radianes que simplemente 2π.

funciones reales de variable real, cuando las funciones trigonométricas están involucradas. Y que esta necesidad ha sido resuelta satisfactoriamente, después de descubrir que las razones trigonométricas son números ***reales puros***, y esto obligó a buscar y encontrar la forma natural de asociar a la medida de los ángulos, un número ***real puro*** también (y este es el *radián).* Hemos llegado a un punto en nuestro análisis, en el que ya será posible discernir si la necesidad de la ***T: G-R*** puede caracterizarse como un obstáculo epistemológico (***OE***), una convención matemática (***CM***), o bien como un obstáculo didáctico (***OD***).

¿La transición: Grados – Radianes es un Obstáculo Epistemológico (OE)?

De acuerdo con Brousseau (1986) citado en Artigue, M. (1995), si la ***T: G-R*** es una dificultad manifiesta en el desarrollo del conocimiento de las funciones trigonométricas, entonces un ***OE*** relacionado con ella, tendría que ser un conocimiento anterior a la ***T: G-R***. El ***OE*** no es la dificultad misma, que se manifiesta en la enseñanza al momento de comprender su necesidad. Más bien, tendría que ser un conocimiento previo que se opone a la completa comprensión de la necesidad de ***T: G-R*** y de la vía para resolverla. Por ello, no es posible confundir la ***T: G-R*** con el propio ***OE*** sería un falso argumento.

¿La transición: Grados – Radianes es una Convención Matemática (CM)?

Para considerarla ***CM***, tendría que probarse que no existen argumentos dentro del mismo conocimiento matemático, que puedan explicar y resolver la necesidad de la ***T: G-R***. Varias investigaciones de las que describimos líneas arriba, señalan insistentemente que no hay explicación para la necesidad de la ***T: G-R***, ni en programas de estudios ni en libros de texto; y presumiblemente tampoco entre buen número de profesores de matemáticas. Pero, aquí se han ofrecido suficientes argumentos, que explican por qué es necesario dicha transición, y además se ha mostrado una forma natural de resolverla. Por ello, consideramos que dicha transición ***T: G-R***, no puede de ninguna forma considerarse como una convención matemática.

¿La transición: Grados – Radianes es un Obstáculo Didáctico (OD)?

De acuerdo con Brousseau (1986), citado en Artigue, M. (1995), los ***OD*** son el tipo de dificultades que aparecen en el proceso de enseñanza de la matemática, que son atribuibles a los profesores, los libros de texto, los programas de estudio, el plan de estudios o la propia institución educativa. En el caso que nos ocupa, es el propio conocimiento matemático el que impone la necesidad de la ***T: G-R***, pero también probamos, que a través del propio conocimiento matemático puede ofrecerse una explicación plausible, y una forma natural de resolverla. Esto pone en claro, que si hasta hoy, el sistema educativo (planes y programa de estudio, profesores, libros de textos, o la propia institución educativa) no había puesto atención en esta dificultad, este hecho se constituye en un ***OD***.

5. Conclusión

Con la discusión que hemos dado sobre la necesidad de la ***T: G-R***, y a partir del análisis que realizamos de diversos trabajos que han tocado el tema, estamos en condiciones de caracterizar la ***T: G-R*** como un ***OD***; y que la necesidad de la ***T: G-R***, no puede resolverse con explicaciones que aunque tienen un rasgo de la verdad, son *tangenciales*; no van al centro de la dificultad. Por nuestra parte, pensamos que las funciones trigonométricas pueden coexistir entre ellas, y cumplir ciertas propiedades, independientemente de las unidades que se empleen para medir los ángulos. Pero si se piensa en ingresar dichas funciones trigonométricas al campo de las funciones analíticas, deberán observar el ***principio de homogeneidad*** cuando intervengan en alguna operación con las demás. Es la incorporación de las funciones trigonométricas al campo de las funciones analíticas (particularmente al campo de las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) lo que provoca la necesidad de la ***T: G-R***, sin lo cual, no puede operar el ***principio de homogeneidad***. Como producto del análisis sobre textos de matemática escolar, e investigaciones en el ámbito de la Matemática Educativa realizadas en México (que hacen referencia a la necesidad de la ***T: G-R***): Expresamos que es la proliferación de explicaciones *tangenciales* sobre la necesidad de la ***T: G-R***, lo que ha provocado intentos de calificarla bien como ***OE***, bien como ***CM***. Al mismo tiempo, consideramos que tal como se presenta la situación, la necesidad de la ***T: G-R*** constituye un verdadero ***OD***. Pensamos que de este análisis, puede derivarse una propuesta didáctica, que intente resolver la necesidad de la ***T: G-R*** en forma lógica, apoyada en el mismo conocimiento matemático, sin argumentos *tangenciales*, ni resultados basados en análisis incompletos.

Bibliografía

Acuña, C., Trujillo y Marín, M. (1986). *Trigonometría. Nivel Medio Superior*. México: Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas. Sección matematica educativa, CIEA del IPN. México.

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R., Montiel,G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Pearson Educación.

Maldonado, E. (2005). Un análisis didáctico de la función trigonométrica. México: CINVESTAV-IPN.Tesis de maestría no publicada.

Martinez, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* , 8 (2), 195-218.

Méndez, C. (2008). Sobre la construcción escolar de las funciones trigonométricas: La ***transición Grados→Radianes→Reales*** en el Nivel Medio Superior. Chilpancingo, Guerrero, México: Unidad Académica de Matemáticas de la UAGRO. Tesis de maestría no publicada.

Montiel, G. (2005). Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica. México: CICATA-IPN. Tesis doctoral no publicada.

Miguel Díaz Cárdenas, Maestro en Ciencias en el Área de Matemática Educativa, Catedrático e Investigador de la Unidad Académica de Matemáticas perteneciente a la Universidad Autónoma de Guerrero. Chilpancingo Guerrero. México
Email: midica01@gmail.com

Gerardo Salgado Beltrán, Maestro en Ciencias en el Área de Matemática Educativa, Catedrático e Investigador de la Unidad Académica de Matemáticas perteneciente a la Universidad Autónoma de Guerrero. Chilpancingo Guerrero. México
Email: gerardosalgadobeltran@yahoo.es

Víctor Díaz Salgado, Maestro en Ciencias en el Área de Matemática Educativa, Catedrático e Investigador de la Unidad Académica de Matemáticas perteneciente a la Universidad Autónoma de Guerrero. Chilpancingo Guerrero. México.
Email: vds1970@mexico.com