LA NUEVA ESCUADRA

Y

LA DIVISIÓN DEL ÁNGULO Y DEL CÍRCULO

EN N PARTES IGUALES,

GRÁFICA, Y SOLO CON BISECTRICES.

CON LA NUEVA ESCUADRA

SE TRANSFORMA RÁPIDA Y GRÁFICAMENTE

el círculo en cuadrado, el cuadrado en círculo,

la circunferencia en recta,

y la recta en circunferencia.

Y también se rectifica el arco

aunque no sea divisor de la circunferencia.

SEGUNDA EDICIÓN.

POR MANUEL VÁZQUEZ PRADA.

OVIEDO:
IMPRENTA DE PARDO, GUSANO Y COMPAÑÍA
Calle de San José, número 6.

1896.

DOS PALABRAS ANTES.

Si como es ley de Dios, lo mejor ha de anteponerse siempre á lo más malo, de la Nueva Escuadra, que con evidencia y en grado incomparable es más útil que la antigua, tendrá que decir de seguida cualquiera que se entere: *á lo mejor me atengo*, y, *esto matará á lo otro.*

En cuanto al método, enteramente nuevo y gráfico, para dividir el ángulo y el círculo en *n* partes iguales, *tan solo á medio de bisectrices,* nada se necesita decir de antemano, pues es tal su facilidad y sencillez, que hasta los niños en la escuela le podrán saber y practicar con toda perfección.

LA NUEVA ESCUADRA,

ó

Triángulo Cortado.

OPERACIONES PARA QUE SIRVE.

La escuadra antigua, *cartabon,* sirve solamente para trazar *perpendiculares* y *paralelas;* y la *nueva escuadra,* además de hacerse con ella lo mismo que con la antigua, sirve para las cuatro operaciones gráficas siguientes:

Transformar, el círculo en cuadrado
» el cuadrado en círculo
» la circunferencia en recta
» la recta en circunferencia.

En viendo lo que se hace con la *nueva escuadra,* y que se hace con facilidad y rapidez increibles, será preciso ser muy simple ó muy mal intencionado, para atreverse á decir *que no vale más que la antigua, y que no debe ser preferida desde luego.*

La antigua sirve solo para dos operaciones; y la nueva sirve para esas mismas dos, y para otras cuatro más, á cual más importante cada una. Con estas condiciones, ¿cuál de las dos escuadras prefiere usted?

Teoría de la nueva escuadra.

Los que no conocen la escuadra más que por las aplicaciones que en la práctica tiene, pueden prescindir de esta teoría.

Si la escuadra antigua tiene el ángulo recto como la nueva, la hipotenusa está en aquella cortada arbitrariamente; pero en la nueva lo está conforme *á una ley fija.* Esta ley es: que la perpendicular bajada desde el vértice del ángulo recto á la hipotenusa, divida siempre á esta en dos segmentos tales que, *el uno sea la semicircunferencia* del otro *tomado como radio.*

Con lo cual no hay duda que los dos ángulos agudos de la escuadra, tendrán entre sí una relación constante.

Y también es ya evidente que, construida una escuadra con aquella ley, todas las que se hagan iguales á ella ó semejantes, tendrán la misma ley, y será cada una de estas la solución de un caso particular.

La dificultad estaba pues, en hacer la primera escuadra; y para llegar á obtenerla y comprobarla debidamente, se hizo uso de todos los medios y procedimientos que la ciencia tiene conocidos, pero sin haberlos dirigido nunca á tal objeto.

El primero que se aplicó al efecto, fué el que parece de sentido comun: cortar una superficie cilíndrica de poca altura con bases paralelas y de radio conocido, desarrollarla en un papel adaptado á una superficie plana; tomar la mitad de la circunferencia que resulta sobre una recta indifinida, y á continuación de ella el radio del cilindro; en el punto de contacto levantar una perpendicular; y luego, tomando en el compás la mitad de la suma del radio y semicircunferencia, desde el punto medio de la suma, señalar el otro extremo en la perpendicular. Con lo cual, uniendo el punto de la perpendicular, á medio de rectas, con los extremos del radio y semicircunferencia, se tuvo ya trazada *una primera escuadra.* Y cortada igual á ella una de madera, se obtuvo el primer tipo de *la escuadra nueva,* partiéndose en principio de un radio igual á un decímetro.

Este tipo se comprobó despues por los demás procedimientos, y en especial por el del metro directamente, y los resultados fueron siempre iguales al primero.

El error con que se obtiene la figura, procediendo con las debidas precauciones, es tan pequeño que llega á ser invisible y completamente inapreciable en la práctica. Por lo cual es como si no existiese. Y si se partiera de un radio *de dos decímetros siquiera,* el error no se haría visible, ni aun para el microscopio, hasta en líneas de muchos metros.

Desde la escuadra *idea,* hasta la escuadra *objeto,* no interviene ninguna operación que se pueda demostrar *que no sea posible hacerla exactamente*. Por cuya razón, en teoría, se puede decir *que la nueva escuadra es exacta*.

Y si de que en la escuadra *objeto*, pueda intervenir un error *invisible*, se quisiera hacer una objección, esa misma objección haríase á la vez contra todos los instrumentos de la Geometría y de la Trigonometría, puesto que se fundan todos en la regla y en el círculo, ó sea en el compás, en cuya construcción y funcionamiento *interviene siempre algún error*.

Cualquier otro método que se hallara, *cierto en teoría*, para llegar al mismo resultado, al aplicarlo á la práctica, tendría que ser á medio de tales instrumentos, y éstos llevarían al resultado final el error que de todos es inseparable.

Y por lo tanto, el método que nos da en la práctica igual ó acaso mayor exactitud que la que puede suponerse en otro cualquiera, teóricamente cierto en absoluto, es en este punto bastante para nosotros, puesto que por ningún otro se podría llegar á más.

Modo de operar con la escuadra.

Sabido ya lo que es en sí la escuadra y la ley en que se funda, ninguna dificultad puede ofrecer ya el resolver con ella todos los problemas indicados.

Para trazar paralelas y perpendiculares, procédese con la nueva como con la antigua.

Para los demás casos, lo primero que se ha de hacer siempre es, trazar en el papel, puesto en superficie plana, una recta indefinida, y en un punto de esta, con la misma escuadra, una perpendicular.

Para que la escuadra no vaya dejando de estar exacta, conviene usarla solo para marcar las direcciones y hacer con la regla el acto material de trazar las líneas. Es más fácil hacer una regla que una escuadra.

La regla de que se haga uso, como auxiliar de la escuadra, deberá ser exacta y comprobada en todo lo posible.

Para todas las operaciones la regla se colocará un poco más baja que la recta horizontal, y cuidadosamente paralela con ésta, lo cual se hace de seguida, como ya se sabe, á medio de la escuadra.

PRIMERA CUESTION.

Cuadratura gráfica del círculo.

Dado el radio de un círculo sobre el papel, determinar el lado del cuadrado, cuya superficie sea igual á la del círculo dado.

Señálese el radio desde el pié de la perpendicular hácia la izquierda, y luego, arrimando la hipotenusa de la escuadra sobre la regla, con el cateto menor hácia la izquierda, se corre la escuadra hasta que el cateto menor pase por el extremo del radio señalado en la horizontal, y en esta posición, el cateto menor ó su prolongación, señalará en la perpendicular *el extremo superior del lado del cuadrado* equivalente al círculo que se dió. La razón de esto es tan obvia que no necesita explicación.

Esta cuestión de *cuadrar el círculo,* si se la quiere proponer como puramente numérica, es absurda desde luego. En efecto: teniendo que ser el lado del cuadrado, como número, la raiz cuadrada del producto que resulte, multiplicando el radio por su semicircunferencia, *expresados también por números*, se tiene que, dado el radio en número concreto, como primer dato necesario, ya no es posible encontrar otro número que, expresando exactamente la semicircunferencia de tal radio, aunque esto se suponga posible, que no lo es, produzca, al multiplicarse por el número del radio, otro número que sea *cuadrado perfecto*. Era, pues, *la cuadratura del círculo,* como se la presentaba, no más que un espantajo para asombrar al ignorante vulgo.

Los ingleses parece que fueron en esto más cuerdos y previsores: dícese que tienen un premio consignado para quien, *á medio de la regla y el compás,* es decir, gráficamente, *reduzca el círculo á cuadrado.*

Lo cual es la única forma razonable con que puede presentarse tal problema.

Y ahora no podrán ellos ya decir que la cuestión no está perfectamente resuelta. No falta sinó que, como buenos ingleses, cumplan la palabra que tienen empeñada.

SEGUNDA CUESTIÓN.

Circulatura gráfica del cuadrado.

Dado el lado de un cuadrado en el papel, determinar el radio del círculo que sea en superficie, equivalente al cuadrado que se dió.

Señalado con el compás, en la perpendicular, el lado del cuadrado, desde la horizontal hacia arriba, se coloca la escuadra como en el caso precedente, y corriéndola hasta que el cateto menor pase por el extremo superior del lado, el punto que el cateto dicho señale en la horizontal, será el extremo del radio, del círculo que se busca. Esta solución es tan obvia como la precedente.

TERCERA CUESTIÓN.

Rectificar una circunferencia.

Señalado el radio á la izquierda de la perpendicular, y señalado en esta, como en el primer caso, el extremo superior del lado del cuadrado, se colocará la regla en posición paralela al cateto menor trazado en el papel, y un poco separada á la izquierda, y luego, arrimado á la regla el cateto menor de la escuadra, se correrá ésta, hasta que el cateto mayor pase por el extremo superior del lado del cuadrado, y el punto que el cateto mayor, ó su prolongación, señale en la horizontal á la derecha, será el extremo de la semicircunferencia que se busca, tomada desde el pie de la perpendicular. Esto, por lo claro, tampoco necesita más demostración.

Pero sí convendrá advertir que, rectificada la circunferencia, quedan á la vez rectificados todos los arcos que de ella sean partes alícuotas.

CUARTA CUESTIÓN.

Trazar una circunferencia igual á una recta dada.

Se toma la mitad de la recta, y se la señala en la horizontal, á la derecha y desde el pie de la perpendicular. Colóquense la regla y la escuadra como en el primer caso, y corriendo la escuadra hasta que el cateto mayor pase por el extremo de la recta señalada, el punto en que el cateto mayor ó su prolongación, corte á la perpendicular, se señala en ésta; y colocando luego la regla en posición paralela al cateto mayor, y un poco hacia la derecha, se arrima á la regla la escuadra por el cateto mayor, y corriéndola hasta que el cateto menor pase por el punto señalado en la perpendicular, este cateto, ó su prolongación, señalará en la horizontal el extremo del radio de la circunferencia que se busca, tomando el radio desde el pie de la perpendicular.

OTRA CUESTIÓN.

Rectificar, y transformar en circunferencia, el arco que no la divide exactamente.

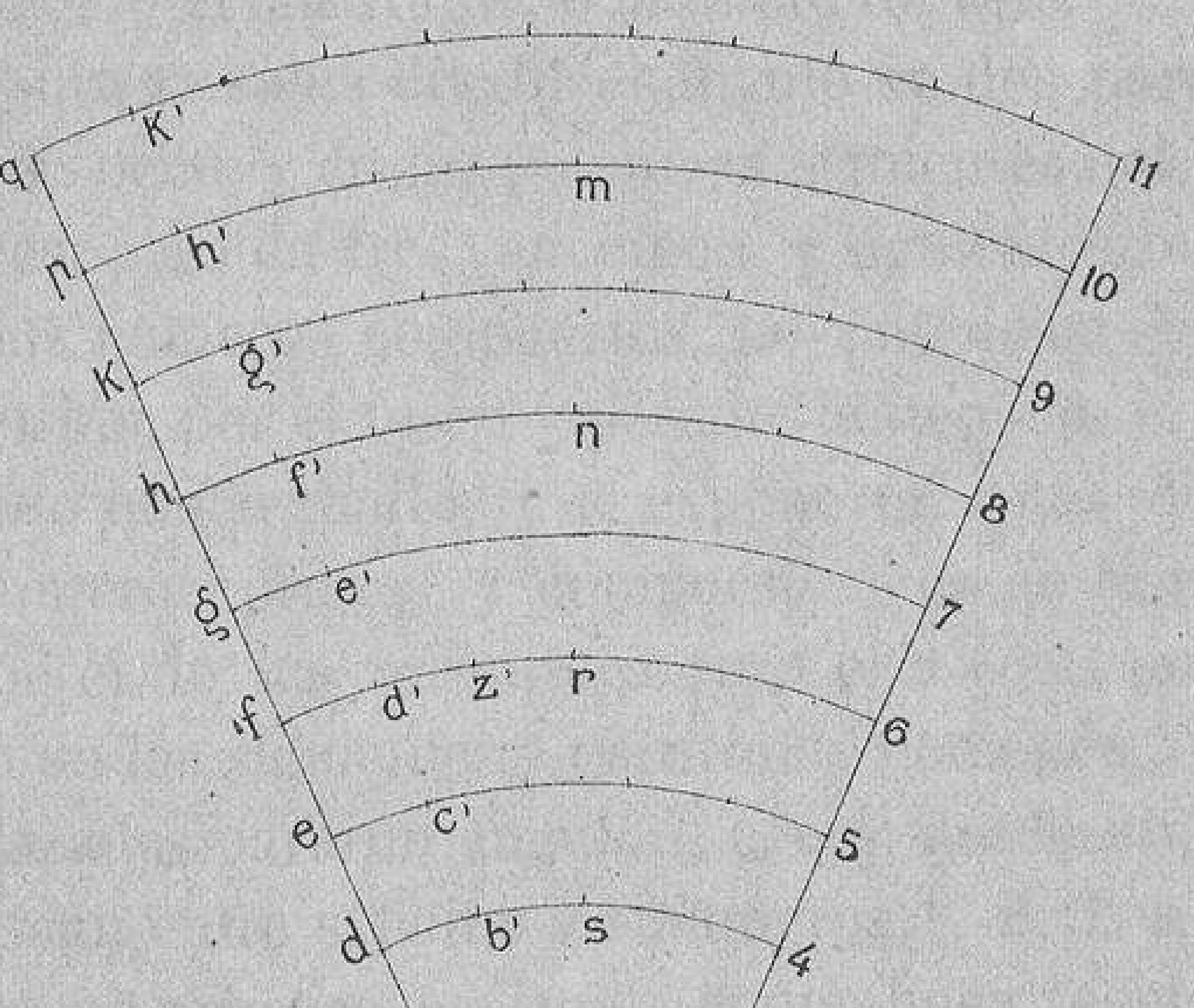
Cuando un arco dado no es divisor exacto de la circunferencia, se le puede transformar en otra, y luego rectificar ésta á medio de la escuadra. Se procederá del siguiente modo.

El arco se expresará por el número de *minutos* que comprenda, ó segundos si se quisiera más exactitud; y el radio del arco dado, se expresará por el número de *diez milímetros* que valga, ó cien milímetros si se quiere.

El *número*, valor del arco, se multiplicará por el *número*, valor del radio, y el producto, dividido por 21.600, ó sea los minutos que vale toda circunferencia, nos dará en *diez milímetros*, ó cien milímetros en su caso, el valor *del radio de la circunferencia equivalente al arco dado.*

Cuya circunferencia se rectificará despues, como ya se sabe, y cuando se necesite, á medio de la escuadra.

Que este método, para resolver las dos cuestiones, fundado en la proporcionalidad entre las circunferencias y los radios, habrá de parecer el más breve y fácil para la práctica, no puede ser dudoso para nadie.


q
K'
11
m
p
h'
10
K
g'
9
n
h
f'
8
g
e'
7
f
d'
z'
r
6
e
c'
5
d
b'
s
4
c
a'
3
b
2
a
1
o

DIVISION GRÁFICA DEL ÁNGULO Y DEL CÍRCULO

EN n PARTES IGUALES.

Quien sepa dividir el ángulo, sabrá también dividir el círculo, pues bastará tomar en este un ángulo que sea parte alícuota del mismo, como el cuadrante, ó la mitad de este.

Hasta ahora se sabía dividir el ángulo en dos partes iguales, en cuatro, en ocho, y en las potencias siguientes del 2, á medio de bisectrices; pero en tres, en cinco, y siguientes números primos, y en los números compuestos, no potencias del 2, sólo se sabía la división, por el tosco y pesado tanteo con el compás.

El método que se halló, y se expone en estas dos páginas, para los números primos y compuestos, es en la práctica tan exacto, como el de las visectrices para el 2 y sus potencias. Es el resultado de las siguientes y clarísimas nociones.

1.ª Trazados para un ángulo n arcos, desde su vértice, cuyos radios sean entre sí como los números 1, 2, 3, 4, hasta donde se quiera, el primero es igual, como línea recta, á la mitad del segundo; la mitad de este es igual á la tercera parte del tercero; el tercio de este igual á la cuarta parte del cuarto, y así continuando hasta el infinito.

2.ª La diferencia de curbatura entre dos arcos consecutivos, disminuye á medida que los radios vayan siendo mayores, y menor sea la diferencia entre los mismos.

3.ª Dos circunferencias tangentes inferiormente, coinciden del todo en el punto de tangencia, y continúan coincidiendo en parte hácia ambos lados, en tanto mayor número de puntos cuanto los radios sean mayores y menor la diferencia entre los mismos.

4.ª No siendo el ángulo mayor que medio cuadrante, ni el primer radio mayor que medio centímetro, por ejemplo, la coincidencia de cada dos arcos consecutivos, trazados en tangencia interior, llega siempre hasta más de la parte alícuota del arco externo, cuando este se divide en tantas partes como representa su número de orden, empezando en el tercero.

Este dato debe verlo cada uno por sí mismo, haciendo el trazado correspondiente.

Procedimiento.

Cuando el ángulo que se quiera dividir sea mucho mayor que medio cuadrante, conviene dividirle antes en dos partes, ó en cuatro, y aún en ocho, según los casos, y luego hacer la división en la parte alícuota que se obtenga.

El primer radio puede disminuirse á voluntad, según que sea mayor el número de arcos que se tenga que trazar.

Véase la figura adjunta.

Sea el ángulo en *o* el que se quiere dividir en tres partes primeramente.

Trazados los arcos tercero y cuarto, se divide el cuarto en dos partes primero con la bisectriz, y luego la mitad de la izquierda en otras dos; la cuarta parte *db'*, se lleva con el compás al arco 3 desde el punto *c*, y la parte señalada *ca'*, es la tercera parte del arco, como puede comprobar quien quiera.

Pero además de este método, cuyo resultado es exacto, hay otro cuya exactitud es mucho mayor si cabe.

Sin necesidad de los tres primeros arcos, trázanse el cuarto, quinto y sexto; y dividiendo como antes el cuarto, hasta obtener su cuarta parte, llévase esta al arco sexto, y la parte señalada *fd'*, es la sexta parte del mismo, exactamente, como puede comprobarse. Tomando las dos partes consecutivas *fd'* y *d'z'*, se tiene la tercera parte del ángulo.

Y si la cuarta parte del cuarto se lleva también al arco quinto, la parte señalada en este, *ec'*, es la quinta parte del mismo, con exactitud que puede decirse insuperable.

La mayor exactitud que da este método para dividir en tres partes, proviene de que la diferencia de curbatura entre los arcos cuarto y quinto es mucho menor que la que hay entre los tercero y cuarto; y luego también, la que hay entre los quinto y sexto, es aún mucho menor que la de los cuarto y quinto.

Y en último término, la parte que se lleva al sexto como *determinante,* viene á ser la quinta parte del quinto.

La coincidencia del cuarto con el quinto, puestos en tangencia interior, es mucho más extensa que la del tercero con el cuarto, y la del quinto con el sexto es ya mucho más del doble de la sexta parte de éste.

La exactitud con que se van haciendo las divisiones en adelante, es ya de tal manera, que se la puede considerar para la práctica, como absoluta.

En siete partes.

Sabiendo ya dividir hasta en seis partes, para hacerlo en siete, sobre el arco séptimo, se traza éste, y llevando al mismo la sexta parte del sexto, quedará señalada en aquel su séptima parte *ge,* como puede comprobarse directamente.

Pero la división en siete partes, será más exacta, según la lógica del procedimiento, trazando el arco octavo, y dividido éste por bisectrices en ocho partes, trayendo la octava del mismo al arco séptimo; puesto que la diferencia de curbatura entre los arcos siete y ocho, es mucho menor que la de los seis y siete.

En nueve, en diez, y hasta en quince partes.

Con la octava parte del octavo arco, llevada al noveno, queda éste dividido en nueve partes; y llevada la novena parte de este al arco diez, queda este dividido en las diez partes.

El diez sin embargo, será más lógico dividirle primero en dos partes con una bisectriz, y luego la mitad en cinco.

El arco once queda dividido en once partes con la décima parte del décimo.

El doce se divide en doce partes con la onceava del once, pero es más lógico dividirle primero en cuatro partes á medio de bisectrices, y luego la cuarta parte en tres, como ya queda dicho.

La dozava parte del doce divide al trece en trece partes, y así continuando hasta el arco quince.

Los arcos trece, catorce y quince, quedarán divididos también con mayor exactitud si cabe, á medio de la dieciseisava parte del arco diez y seis, que á su vez se dividirá á medio de cuatro bisectrices.

En *n* partes iguales.

Visto ya como se divide hasta en diez y seis partes iguales, queda ya visto con la misma claridad, el modo de hacer la división en diez y siete partes, en diez y ocho, y hasta en *n* partes iguales.

Debe fijarse la atención en que, siendo ya *exacta* la división en tres partes, esta exactitud va creciendo de tal modo en los arcos sucesivos, que cuando se llega al arco diez y siete, dividido á medio de la dieciseisava parte del diez y seis, no es posible que se conciba ya para la práctica otra exactitud mayor. Y, sin embargo, lógicamente pensando, hay que convenir en que esta exactitud va creciendo sin cesar hasta el infinito.

V PRADA

LUCUBRACIONES
ALGEBRÀICAS