LA CUESTIÓN EN SÍ.

LO QUE HIZO «LA NATURALEZA.»

LA ACADEMIA Y ECHEGARAY
CONTRA LA CIENCIA NUEVA.

ARGUMENTOS PUERILES QUE OPUSIERON
EXPOSICIÓN Y REFUTACIÓN.

TRIUNFO DEFINITIVO
DE LA SOLUCIÓN ALGEBRÁICA DEL GRADO N

POR
Manuel Vazquez Prada.

OVIEDO
IMPRENTA DE PARDO, GUSANO Y COMP.
1895

PRÓLOGO

Dos palabras á «La Naturaleza.»

Cierto es que la Academia primero, y el señor Echegaray después, se opusieron á reconocer la verdad, á todas luces evidente, de la Solución Algebráica que se les presentó; pero al menos estos, si se opusieron, razonaron á su modo.

Así las cosas, para que la cuestión se hiciera más inteligible, y quitar todo pretesto, puso el autor la solución *en el tercer grado*, compendiándola en un librito de solas diez y seis páginas.

Remitió éste de segunda á la Academia, y al señor Echegaray, invitándoles en el mismo á discutir públicamente su doctrina.

Y para que esta invitación constase, remitió también el libro, á la vez que á otras publicaciones, á la Revista que ve la luz en Madrid, y se llama La Naturaleza, suplicándola *únicamente* que tuviese á bien anunciar el libro, así como el fin con que se le publicaba.

Pero los de La Naturaleza, obedeciendo á sabe Dios que móviles, en lugar de hacer lo que por favor se les pedía, en el supuesto de que accediesen á hacer algo, no lo hicieron, y en vez de hacerlo, dándose aires de matones, dijeron en resumen lo que sigue:

»No vemos en el libro *la solución algebráica;* de cu»ya imposibilidad estábamos ya de antes convenci»dos; y esta nuestra opinión se conforma en todo con »la de la Academia, la del Sr. Echegaray, y la del

»insigne Abel, que demostró aquella imposibilidad.
»¿Quiere el autor convencernos de lo contrario? Pues
»aquí tiene *una ecuación literal de sexto grado*, resuélvala, y le prometemos publicar su trabajo, aunque
»se tenga que hacer en un número extraordinario.»
Véase la Revista de 8 de Noviembre.

Así hablaron los de La Naturaleza; pero sin discutir en modo alguno la doctrina del autor, ni presentar siquiera ellos de su parte la más leve sombra de razón, en que se funde nada de lo que allí escribieron.

Pero si no razonaron, quisieron en cambio vengarse á mansalva del autor, porque razona invenciblemente, presentándole, á medio de un simil sin verdad, como un iluso rematado, ó que al menos no sabe lo que se pesca.

Así, así. Duro en este empedernido lucubrador. Tras la calumnia probada, y no reparada aún, de la Academia, solo faltaba eso, que los incógnitos de La Naturaleza, erigiéndose en maestros de la más insulsa pedantería, viniesen á negar al autor el derecho de tener razón. Bien por una y otros, y por el honor que se hacen á sí mismos y á la sublime ciencia con cuyos títulos se honran.

Respecto *de la solución de sexto grado*, que como suprema prueba, y gracia expontáneamente concedida, propusieron al autor, lo que ocurrió fué lo siguiente.

En 29 de Diciembre último, remitióles hecho, la mitad del trabajo de aquella solución, ó sea, *la ecuación preparada*, para que lo publicasen mientras él trabajaba y remitía lo que faltaba, ó sea, *la solución en sí*, cuyo trabajo último estaba ya hecho á los pocos días.

Para remitir esta segunda parte, esperaba el autor á que publicasen ellos la primera, *que consta recibieron;* y al ver que no lo hacían, pasado tiempo con exceso, dirigióles atenta carta, pero ni siquiera contestaron.

Así le salieron al autor los de La Naturaleza. Pidióles una gracia, y le contestaron á palo de ciego; no contentos aún, presentáronle ante sus lectores como incapaz de tener razón; y por último acabaron negándose á cumplirle una palabra, después que pública y formalmente se la dieron. ¿Y qué se les va á hacer? Cada uno es en este mundo como Dios le hizo.

Dejarémosles en paz, sin tratar siquiera de juzgarlos, pues bien juzgados quedan con que se sepa lo que hicieron. Con quien no razona, ni al parecer entiende de razones, no hay discusión, ni siquiera trato social posible.

En cuanto á la Academia y al Sr. Echegaray, es ya otra cosa. Bien ó mal, es lo cierto que ellos razonaron. Y por eso, además de justo, es conveniente, y hasta necesario, que las razones por ellos aducidas, se las tenga en cuenta, y se las vea, y se sepa lo que valen.

Pero esta discusión por lo demás, bien claro se verá que no es posible, sin discutir á la vez en sí mismo, en todo lo que le constituye, *el procedimiento que se sigue* para llegar á la solución algebráica de que se trata.

Y aquella discusión era precisamente lo único que el autor no había hecho aún. Y no lo había hecho, porque dada la evidencia con que está hecho todo, no creía necesario discutir esa evidencia.

La Academia en uno de sus Anuarios, y el señor Echegaray en discusión privada con el autor, *negaron lo evidente;* y llamados en el cuaderno anterior á éste, á exponer, y discutir, y sostener en público sus respectivas negaciones, no acuden á la cita. Ellos sabrán por qué.

Pero baste ya de preámbulos y vamos al asunto.

Si en el cuaderno precedente la solución se puso en el tercer grado, para que la discusión, en el caso de aceptarla ellos, fuese más fácil, ahora para que nada tengan que decir, se les pone de nuevo en el cuarto grado, y aplicando precisamente la misma *solución cuarta sistemática*, que ellos ya conocen.

Y entiéndase, que si aparte de la Academia y del señor Echegaray, quiere cualquiera otro tomar la cuestión por suya, pero á condición de que sea razonable, y sepa hacer buen uso de su razón, puede presentarse á discutir en público cuando guste, y el autor se lo agradecerá, en extremo.

Pero no. Lo más seguro es que no habrá nada. No habrá ya otro que á cara descubierta se atreva á salir á echar una cana al aire. Y eso que ahora, si los sabios callan, no es porque ello sea en si malo, sinó todo lo contrario, porque es demasiado bueno, y como no están acostumbrados, se les atraganta.

Por lo demás, y perdonen al autor los de La Naturaleza, si vuelve á mencionarlos, el autor no va por ahí, como ellos falsamente insinuaron, en busca de sabios que con su aprobación á la obra de aquel, le den más valor del que por si misma tenga. La verdad que él halló, irrebatible porque su certidumbre es absoluta, no necesita de la aprobación de nadie, y mucho menos de la del vulgo indocto, para ser tal verdad y valer en sí lo que como tal verdad le corresponde.

El Sr. Echegaray díjole al autor: *si en el procedimiento sistemático no hubiese el vicio que yo señalo, la cuestión estaría resuelta.*

El autor hízole ver que no había tal vicio; pero él, sin decir á esto nada y por frívolo pretexto diferente, abandonó la discusión despues de haber abandonado uno tras otro los argumentos que expusiera.

Esos argumentos, y su refutación contundente, es lo que ahora se expone en este libro, para que de todo puedan enterarse los que en el Algebra vean algo más que un simple modo de llegar á tener un sueldo.

Antes que ciencia de los números en la Aritmética, es el Algebra ciencia pura filosófica, que se cierne como tal en las más elevadas regiones del pensamiento. Y ahí precisamente, en esas alturas, es donde hay que considerar ante todo la cuestión actual, *la solución algebráica de la ecuación general del grado n.*

ARTÍCULO PRIMERO

Exposición del método

Sea la ecuación:

$$Y^4 + bY^3 + cY^2 + dY + n_1 = 0 \qquad (1)$$

Separando Y^2 en los tres primeros términos, d en los dos últimos, y expresando $\frac{n_1}{d}$ por n, será

$$Y^2\,(Y^2 + bY + c) + d\,(Y + n) = 0 \qquad (2)$$

Cuando la ecuación del grado **m**, á medio de transformaciones, termine por la derecha, en dos paréntesis análogos á los que tiene ésta, se dice que está preparada, y entonces empiezan las operaciones para resclverla.

Haciendo ahora

$$Y = r + \frac{z+1}{q} \qquad (3)$$

sustituyendo y ordenando la resultante para z, se tiene

$$(z + rq + 1)^2 \left[z^2 + \begin{array}{l|}2\\ +(2r+b)\,q\end{array}\; z + \begin{array}{l}1\\ +(2r+b)\,q\\ +(r^2+br+c)\,q^2\end{array} \right] + \big(z + (r+n)\,q + 1\big) = 0 \qquad (4)$$

Obsérvese que, para resolver esta ecuación de z, tenemos las dos disponibles q y r, á las que daremos valor del modo si guiente:

Igualaremos primero á *cero* toda la cantidad, libre de z, que hay en el segundo paréntesis general, ó sea

$$(r^2 + br + c)\,q^2 + (2r + b)\,q + 1 = 0 \qquad (5$$

De donde sale

$$q = \frac{-2r - b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2\,(r^2 + br + c)}$$

Obsérvese que, siendo debajo del radical $(2r + b)^2 - 4(r^2 + br + c)$ desaparecen los términos de r, y solo queda $b^2 - 4c$, Ahora, volviendo á la ecuación (4), tomaremos el coeficiente del término z en el segundo paréntesis, y le igualaremos á toda la cantidad libre de z del último paréntesis, ó sea

$$2rq + bq + 2 = rq + nq + 1 \qquad (7)$$

O bien

$$(n - b - r)\, q = 1 \qquad (8)$$

Sustituyendo en esta el valor (6) de q, y multiplicando por el denominador, será

$$(n - b - r)\,(-2r - b \pm \sqrt{b^2 - 4c}) = 2r^2 + 2br + 2c \qquad (9)$$

Ejecutando en estas operaciones hasta despejar r, resulta

$$r = \frac{b^2 - bn - 2c \pm (n-b)\sqrt{b^2-4c}}{-b + 2n \pm \sqrt{b^2 - 4c}} \qquad (10$$

Con este valor de r, y el (6) de q, está hecha la solución.

En efecto. Con el valor (6) de q, no hay duda que se realiza la igualdad ó condición (5); y con el valor (10) de r, no hay duda que se realiza también la igualdad ó condición (7), después de poner en ella el valor de q, como está en (9).

Con esas dos condiciones realizadas, volveremos á la ecuación (4), y suprimiremos en ella desde luego la cantidad del segundo paréntesis que se redujo á *cero* por la condición realizada (5); de seguida separaremos el factor común z que queda en los dos términos interiores á dicho paréntesis; y por fin, poniendo en vez de la cantidad $(r + n)\, q + 1$, del último paréntesis, la que según la condición (7) es igual á ella, ó sea, $(2r + b)\, q + 2$, y separando luego el factor común que resulta $(z + 2rq + bq + 2)$, queda la (4) en esta forma:

$$[z\,(z + rq + 1)^2 + dq^3]\,(z + 2rq + bq + 2) = 0 \qquad (11)$$

En la cual está evidentemente la propuesta (1), reducida á un producto de dos factores, *uno de ellos primo*, de la forma general $(Y + A)$, y el otro de tercer grado; y cada uno de ellos, igualado á *cero*, verifica la ecuación, y es por lo tanto una raiz del grado respectivo.

Estas raices, ó factores, son, la de tercer grado.

$$z\,(z + rq + 1)^2 + dq^3 = 0 \qquad (12)$$

y la de primero

$$z + 2rq + bq + 2 = 0 \qquad (13)$$

La (12) es una ecuación de tercer grado, que hay que resolver como tal, y nos dará tres valores para z; y la (13), nos da desde luego para z el valor

$$z = -(2rq + bq + 2) \qquad (14)$$

El producto de la raíz (13), multiplicada por el producto de las tres que contiene la (12), reponiendo en ellas Y, será evidentemente *un sistema de cuatro raices primas*, que reproducen, y resuelven por lo tanto algebráicamente, la ecuación general propuesta en (1).

El valor (10) de r está determinado en función de los coeficientes de la (1); y poniendo el valor de r en el (6) de q, queda este determinado también en función de los coeficientes.

Y poniendo los valores de r y q, en el (13) de z, y teniendo en cuenta que se hizo en (3)

$$Y = r + \frac{z + 1}{q} \qquad (15)$$

se obtiene precisamente uno de los valores de Y en su ecuación.

Esta fórmula de Y, simplificada por la sustitución directa del valor (14) de z, queda en esta forma definitiva

$$Y = -r - b - \frac{1}{q} \qquad (16)$$

la cual es la primera fórmula de Y en la ecuación propuesta (1).

Así es en resultado y modo la *cuarta solución sistemática.*

Lo que en ella se hace para llegar desde la ecuación (1), hasta la (11), en que está la solución, es indudablemente, como procedimiento lógico, inatacable en absoluto.

ARTÍCULO SEGUNDO.

Objecciones, y su refutación.

Si el procedimiento en sí es inabordable para la crítica, hay que ver ahora las objecciones que se le hicieron.

PRIMERA OBJECCIÓN.

La Academia tan solo presentó una, que fué luego la primera que presentó también Echegaray, y consiste en lo siguiente:

Dijeron ellos: "verdad es que despejando primero q en (5), „y poniendo su valor (6) en la igualdad (8), permanece r, y con „ella se realiza la condición (7), quedando con esto la solución „hecha y perfectamente acabada; *pero si se procede al revés*, es „decir, si se despeja q antes en la (8), y se lleva su valor á la „(5), desaparece de seguida r, y no queda *disponible* con que „realizar la condición (5); y por lo tanto la solución no resulta.„

Que digan ellos, si no es esto lo que en sustancia dijeron una y otro.

Pues bien. Si la solución resulta, procediendo como hace el autor, no dejará de ser esto cierto, *porque no resulte*, procediendo como ellos quieren hacer. Para sostener lo contrario, se necesita renegar hasta del sentido común. Sería como decir: sumando 4 con 7, se produce 11; pero restando 4 de 7, no se produce 11; luego tampoco se produce 11, sumando 4 con 7.

Tal es la hermosa lógica de que hicieron uso la Academia y Echegaray, al proponer el argumento que precede.

El Sr. Echegaray debe creerse que lo hizo tan solo por compromiso. Pero vamos á ver la segunda objección que él propuso, al abandonar de seguida la primera. La segunda, si no también la primera, es obra exclusiva suya.

SEGUNDA.

Y dijo el Sr. Echegaray: para despejar r en (8), después de poner en ésta el valor (6) de q, hay que quitar el denominador que lleva q, cuya operación no puede hacerse en este caso, *porque los denominadores de una ecuación no pueden quitarse*, cuando en ellos está, como ahora sucede, *la incógnita de la ecuación*. Y no pudiéndose quitar el denominador de q, no se puede despejar r, ni realizar por lo tanto la condición (7).

Que esto haya dicho el Sr. Echegaray, y discutiendo en serio, habrán de tenerlo por increible cuantos de ello lleguen á enterarse.

Quitar un denominador no es más que multiplicar por el mismo toda la ecuación.

A los principiantes ya se les dice que para preparar una ecuación, lo primero que se ha de hacer, es, *quitarle los denominadores*, y esto sin que nunca se haya ocurrido á nadie distinguir el caso en que la incógnita se encuentre en los denominadores.

En todas las obras de Algebra, se practica esa operación, sin que por nadie se haya puesto el menor reparo.

Y por fin, si no se quitan los denominadores, y principalmente cuando en ellos esté la incógnita, no hay cuestión, ni problema posible, porque no se puede dar un poco más que tienda á resolverla.

Este argumento, más inútil aún si cabe que el precedente, á las primeras indicaciones del autor, abandonole también el señor Echegaray, y haciéndose el desentendido presentó el siguiente:

TERCERA.

Y en substancia dijo: "verdad es que, despejando q en (5), y „sustituyendo en (8), permanece r, y las dos igualdades se reali„zan; y con esto la solución queda hecha: pero esto es tan solo „aparente, pues despejándose q en función de r, y r en función „de los coeficientes, al sustituir r en el valor (6) de q, que es un „quebrado, el denominador de este, $2\ (r^2+br+c)$, se convierte „en *cero*. Y por lo tanto el valor de q es infinito, y este valor in„finito de q, anula, esteriliza todo el procedimiento.„

Así lo dijo él, y con tal motivo se prolongó la discusión y llegó al colmo de su importancia y gravedad.

Y no hay duda que, siendo como es en sí cierto, que el denominador de q, al sustituir en el mismo el valor de r, *puede tomar un valor cero*. si no tomara también otros *que no son cero*, y tan solo se considerase á q en sí propio, y no en relación con todo lo demás que constituye el método, la nulidad de este parecería en tal caso ser completa.

Pero es el caso que el Sr. Echegaray afanado por encontrar á todo trance el arma mortífera que buscaba contra el autor de la *Ciencia nueva*, no advirtió que la novedad absoluta de ésta le ofuscaba y le hacía ver fantasmas donde no hay más que pura y resplandeciente claridad.

Vamos á ver esto con toda la brevedad que sea posible. Pero al hacer ésto hay que tener presente, como ya queda indicado, que lo que se discute ahora no es precisamente el argumento de que se trata, sinó más bien lo que es en sí misma *la solución algebráica general de la ecuación del grado* **n**. Y como en la cuestión haya diferentes puntos de vista, hay que considerarla en todos, y con el orden necesario para la más completa claridad.

§ 1.º

El procedimiento en sí mismo es, en todos sus momentos conforme en absoluto á las leyes de la lógica cuantitativa. Según esas leyes, q realiza la condición (6) en absoluto, y r la (4); y con esas dos condiciones realizadas, *la solución queda hecha*, y es absolutamente cierta.

Y por lo tanto, en la esfera de la generalidad absoluta en que el Algebra se mueve, la solución alcanzada por tal camino, se nos impone como verdad irreprochable, *sean lo que fueren en sí mismos* los valores de q y de r, con que á esa solución se llega. Siendo como lo es, cierto el resultado, tienen que serlo también, y esencialmente legítimos, los medios con que el resultado se produce. Sea q *cero*, finito, infinito, racional ó irracional, como que al disponer de q solo atendemos á su generalidad absoluta, nada nos importa lo demás. Lo que pueda ser q en sí mismo, solo atañe á la ciencia pura de la realidad cuantitativa. La nada, lo infinito, lo absurdo, cuando la realidad los admite en sus procedimientos, tienen idéntico valor que lo que á nosotros nos parece determinado, finito, racional.

En nada puede afectar pues, á la verdad del procedimiento, que es genérico en absoluto, el que sea ó no infinito el valor de q. Lo finito es en todas las esferas el resultado de la acción de los infinitos.

Con solo haber mirado de este modo la cuestión, y haberse hecho estas sencillas reflexiones, el Sr. Echegaray, á no hacer pública profesión de mala fé, no habría hecho un argumento, *de que sea ó no sea cero* el denominador de q. Pero, sigamos adelante.

§ 2.º

Que el denominador de *q*, con él valor de *r*, se reduce á *cero*.

Distingo, Sr. Echegaray. Si solo se admiten para *r* dos valores, como V. arbitrariamente pretendía, no hay duda, el denominador sería siempre *cero*. Pero como *r*, según se presenta su fórmula, nos ofrece cuatro valores diferentes, y no habrá algebrista que pueda citar una ley lógica, ni objetiva, que se infrinja al aceptar como legítimos los cuatro valores de *r*, se tiene como resultado, que si con dos de esos valores de *r*, se hace *cero* el denominador de *q*, no se hace *cero* con los otros dos. Esto lo puede comprobar cualquiera, con solo hacer la sustitución del valor de *r* uno á uno, en el denominador de *q*.

El Sr. Echegaray, al pretender que de los cuatro valores que ofrece la fórmula de *r*, solo se pueden utilizar dos, no lo fundó en razón alguna, mas que en la de su capricho, olvidándose con esto de que en ciencia no basta decir sí, porque sí, nó, porque nó; puesto que, para no hacer el ridículo, como los de "La Naturaleza" le hicieron, todo lo que se afirma ó se niega, hay que demostrarlo científicamente. Y en matemáticas sobre todo.

§ 3.º

Pero aún falta lo mejor en este punto.

El Sr. Echegaray parece que no ha visto, ó al menos no dió á entender que lo viera, que sustituyendo *r* en el numerador de *q*, y tomando los dos mismos valores que él quiere solos para el denominador, *el numerador* se reduce también á *cero;* pero *no se reduce á cero* con los otros dos valores que él quiere despreciar.

De lo cual resulta que *q*, antes de hacerse infinito, *se hace cero*. Y como al Sr. Echegaray, lo único que le repugna en *q es el valor infinito*, y no el *cero*, no hay duda que, si se hubiera fijado bien, no habría hecho siquiera mención de este argumento. ¿Afirma V. que *q* no sirve porque es infinito? Pues ya ve V. claramente que sirve, puesto que no puede ser infinito sin ser antes *cero*.

Y aunque arriba decimos, *si el Sr. Echegaray se hubiera fijado bien*, casi no se puede menos de creer que se fijó bien, y lo vió; pero como no le convenía para sus fines, lo calló, y solo hizo uso de lo que le convenía. ¿Cómo á su afamado talento se había de ocultar tan importante detalle?

§ 4.º

El valor (6) de q realiza en absoluto la condición contenida en la igualdad (5), puesto que realiza de igual modo esta igualdad.

En efecto. Poniendo en (5) el valor (6) de q, y dividiendo el numerador y el denominador del primer término, por $(r^2 + br + c)$, queda

$$\frac{(2r + b \mp \sqrt{b^2 - 4c})^2}{4(r^2 + br + c)} - \frac{(2r + b)(2r + b \pm \sqrt{b^2 - 4c})}{2(r^2 + br + c)} + 1 = 0$$

Multiplicando por $4(r^2 + br + c)$, resulta

$$(2r + b \pm \sqrt{b^2 - 4c})^2 - 2(2r + b)(2r + b \pm \sqrt{b^2 - 4c}) + 4(r^2 + br + c) = 0 \qquad (17)$$

Y ejecutando las operaciones indicadas se obtiene

$$4r^2 + 4br \pm 4r\sqrt{} + b^2 \pm 2b\sqrt{} + b^2 - 4c - 8r^2 - 4br \mp 4r\sqrt{} - - 4br - 2b^2 \mp 2b\sqrt{} + 4r^2 + 4br + 4c = 0 \qquad (18)$$

Donde se ve con toda evidencia que el valor de q, tomado en absoluto, en función de r, realiza del mismo modo la igualdad (5), puesto que el polinomio (18) tiene un valor *cero*, por destrucción mutua entre sus términos, y sin necesidad de sustituir el valor de r.

Con este efecto que produce q, tan solo en función de r, si se procediera de buena fe, y con conocimiento de causa, debería bastar para que la verdad y legitimidad del procedimiento quedasen desde luego como incuestionables.

§ 5.º

Fijemos ahora la atención en la igualdad (5), y ante todo, en que esta igualdad se halla en absoluto realizada en la (18), con el valor neto de q, tan solo en función de r.

La igualdad (5) se realiza por necesidad con el valor de q, según se demuestra en el § anterior.

Pero en el § 3.º queda visto que el numerador de q es *cero* siempre con los dos valores de r, únicos que le concede Echegaray. Pues bien. Si tal se admite, los dos primeros términos del polinomio (5), que tienen q por factor, son *cero* por necesidad absoluta; y como consecuencia irresistible, habrá que admitir que $1 = 0$.

Y como esto es un absurdo inadmisible, es evidente que no se puede admitir tampoco que el numerador de q sea *cero*, es decir: los dos valores de r que hacen *cero* al numerador y al denominador de q, son precisamente los inadmisibles, *puesto que conducen á un absurdo evidente.*

q realiza en absoluto la igualdad (5); con el valor *cero* para su numerador, no la realiza: luego los dos valores de r—los de Echegaray—que hacen *cero* al numerador y al denominador á la vez, son absurdos. Como es en efecto absurdo cuanto la Academia y el Sr. Echegaray sostuvieron en esta cuestión tan clara.

§ 6.º

Y no se diga que el primer término de la (5) podrá ser *cero*, porque lo sea su coeficiente que es $(r^2 + br + c)$, porque entonces la suma de los otros dos términos no puede ser *cero*, á menos de dar á q, y por lo tanto á r, valores diferentes de los que ya tienen en (6) y en (10), lo cual sería contra todo lo supuesto, y supondría otro método diferente del que se ha seguido y estamos discutiendo.

q realiza la igualdad (5) tan solo con el valor (6), y no con ningún otro. Pero ese valor (6) *no puede ser cero*, como se acaba de ver; y por la misma razón *no puede ser infinito.*

¡Y pensar que el Sr. Echegaray estuvo durante meses, después de haberlo meditado años, sosteniendo todo lo contrario!

Que r no tiene más que dos valores: uno tomando el radical con el primer signo arriba y abajo, y otro con el segundo respectivamente.

¿Porqué no puede tomar los otros dos? Porque no puede tomarlos. ¿Porqué no puede? Porqué nó, porque no puede tomarlos, porque es un disparate que los tome, una barbaridad, una aberración, una monstruosidad, un absurdo, un desatino. Solo así ha razonado en este punto el Sr. Echegaray.

Ahora ya verá, si es que antes no lo ha visto, que lo desatinado, lo absurdo, lo monstruoso, la aberración, lo bárbaro, lo disparatado, es precisamente lo que él sostuvo durante meses, después de haberlo meditado con calma durante años.

Y no hay duda, que si el Sr. Echegaray no encontró más argumentos que oponer á la verdad de la Solución Algebráica, considerada en sí misma, es porque no los hay. Y como los opuestos, ni siquiera el nombre merecen de tales, la Solución Algebráica quedará desde ahora, para todo el que no renuncie á llamarse racional, reconocida como verdad incontrastable.

§ 7.º

Para que otros no incurran en estas ú otras nimiedades semejantes, conviene añadir aún la siguiente comprobación.

El valor de q no es en sí mismo donde se le ha de considerar tan solo, ni aún en la manera como realiza en absoluto la igualdad (6), y contribuye luego á producir el valor de r.

Hay que verle además en la fórmula de Y, primera deducida, para la ecuación dada (1).

La fórmula, según está en (3), y luego en (16), poniendo en ésta el valor de q, será

$$Y = -r - b + \frac{2r^2 + 2br + 2c}{2r + b \mp \sqrt{b^2 - 4c}}$$

En la cual se ve claramente que, no pudiendo ser el quebrado, ni un valor *cero*, ni un valor infinito, sopena de tener que admitir el absurdo de que, $1=0$, el valor de Y, que representa esta fórmula, está constituido por la integración mútua entre los valores de r, b, y q invertido.

Este valor de Y, en la esfera de lo general algebráico, *es cierto en absoluto*, puesto que multiplicado por los otros tres, contenidos en la ecuación (12) de tercer grado, se reproduce exactamente la ecuación propuesta (1).

Lo cual es precisamente, según por modo ineluctable se demostró en el cuaderno precedente, lo que constituye en fondo y forma, *la solución algebráica.*

Pero el Sr. Echegaray, aunque sin decir porqué, como en los anteriores argumentos, abandonó también al fin el de *la infinidad del denominador de q*; y al hacerlo, presentó, como desesperado y último recurso, el de *la solución de las numéricas por las fórmulas generales.*

Y á pesar de que se le advirtió que las dos cuestiones eran entre sí muy diferentes, y que no se las debía involucrar, ni confundir una con otra, él insistió, y se marchó, y quedó la cuestión en tal estado.

De lo que con tal motivo sucedió, y de lo que esa especial cuestión es en sí misma, se ocupará el autor en otro cuaderno aparte, que ni faltará Dios mediante, ni se hará esperar. Como que en la solución de las numéricas, es donde se ha de ver aún, otra prueba concluyente, de la verdad esencial del procedimiento sistemático.