

LENGUAJE MATEMÁTICO Y VALIDACIÓN EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Patricia Sastre Vázquez, Rodolfo Eliseo D'Andrea

Facultad de Agronomía Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Argentina

Facultad de Química e Ingeniería Universidad Católica Argentina

psastre@faa.unicen.edu.ar

Resumen. El presente artículo reporta el primer año del Proyecto trienal de Investigación: Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería, el cual se realiza en dos Facultades de Ingeniería de Argentina. Los estudiantes no transponen automáticamente el lenguaje natural al lenguaje matemático. El desconocimiento del lenguaje matemático genera dificultad en la comprensión de los conceptos matemáticos, cómo se relacionan éstos y cómo se les aplica en la resolución de problemas. En este proyecto se intenta caracterizar a las dificultades en la comprensión de los lenguajes matemático y natural, de los estudiantes que ingresan a la Universidad, y la incidencia de estas dificultades en los procesos de validación. Asimismo se pretende proponer alternativas de solución a las dificultades generadas en la extrapolación del lenguaje natural al lenguaje matemático, haciendo un aporte a los estudiantes de ingenierías con problemas similares.

Palabras clave: lenguaje natural, lenguaje matemático, extrapolación, validación

Abstract. This paper reports the results of the first year of the triennial Research Project: Analysis of the Mathematical Language and their influence in the processes of Validation by university students of Engineering, which is being carried out in two Engineering Colleges of Argentina. The students do not transfer automatically the natural language to the mathematical language. The ignorance of the mathematical language generates difficulty in the understanding of the mathematical concepts, how relate these and how applies them in the resolution of problems. This project tries to characterize the difficulties in the understanding of the mathematical and natural languages, of the students that the incoming students to the University, and the incidence of these difficulties in the processes of validation. Likewise it pretends propose alternatives of solution to the difficulties generated in the extrapolation of the natural language to the mathematical language, doing a contribution to the students of engineering with similar problems.

Key words: natural language, mathematical language, extrapolation, validation

Introducción

Beyer y Suarez (1988, p. 59) afirman:

El sistema educativo se apoya, en gran medida, en la comprensión del lenguaje y en consecuencia, para que funcione eficientemente, es necesario que los estudiantes de todos los niveles posean habilidades para comprender el lenguaje en sus diferentes formas: oral, escrito, simbólico, icónico.

Si se considera a la Matemática como una manifestación semiótica; (Radford, 2003), entonces sus elementos generan significados sintácticos y semánticos en un lenguaje simbólico, el cual podría considerarse equivalente al lenguaje natural de un individuo. Sin embargo los estudiantes no transponen automáticamente el lenguaje natural que utilizan habitualmente al lenguaje matemático. Precisamente la falta de comprensión de los conceptos matemáticos

expresados en el lenguaje que le es propio a la Ciencia Matemática no permite ver como éstos se relacionan y su utilización en la resolución de problemas.

Desde el punto de vista de la comunicación, la característica más importante de la Ciencia Matemática es su lenguaje riguroso, el cual está ligado al hecho de que sus conceptos son entes abstractos cuyas representaciones están determinadas tanto por la semiótica como por la noética (Duval, 2000), de manera que las relaciones de los símbolos y signos dependen del dominio conceptual en el que se encuentren. Las expresiones matemáticas, por sencillas que sean, son registros semióticos que determinan significados (semántica), sin importar la forma en la que están representadas (sintaxis). Estos significados están mediados por conceptos fundamentales que son la base de la construcción del saber matemático.

Para los estudiantes es fundamental poseer un uso apropiado del lenguaje matemático, ya que esta habilidad les facilita la aprehensión de los procesos que constituyen la estructura teórica de cada contenido matemático. Estos contenidos necesitan ser comprendidos para una efectiva apropiación por parte del estudiante a los efectos de extrapolarlos a actividades procedimentales específicas del curso de Matemática elegido y de aplicación a Tecnologías básicas.

La palabra “validación” toma mayor presencia a partir de su uso en los trabajos de la Escuela Francesa (Brousseau, 1994 y Balacheff, 1987). Dentro de este marco teórico, la validación consiste en el empleo de recursos de tipo técnicos, teóricos disciplinares y argumentativos, por parte del que aprende, para garantizar la validez de un resultado formulado. Esta actividad se realiza teniendo en cuenta las convenciones de una comunidad que trata el saber en forma experta, ya que es frente a este ámbito que debe dar garantías de validez. En este sentido, la validación es una actividad matemática inherente al estudio de la disciplina; sin embargo, no hay suficiente desarrollo didáctico sobre cómo se aprende o cómo se enseña a validar (Falsetti, Marino y Rodríguez, 2004). El lenguaje matemático está dotado de una simbología y una estructura que le son propias. Es fundamental conocer el significado de sus símbolos para ser capaces de interpretar lo que se quiere decir con ellos y, además, para utilizarlos con el objetivo de expresar lo que se quiera expresar.

Problema de investigación

En general, al comenzar sus estudios universitarios los estudiantes presentan numerosas dificultades. En particular, al iniciar sus clases de Matemática, surge una serie de obstáculos que complican el proceso de enseñanza-aprendizaje. Uno de los problemas más notables que muestran los alumnos universitarios, al comenzar la asignatura Matemática, es su casi total incompetencia en el uso del lenguaje matemático.

Al momento de la resolución de problemas, estos dependen en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo simbólico de la situación. Este pasaje no es automático ni directo y el estudiante, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, puede no lograr la conversión entre registros. (Sastre Vázquez, Boubeé, Rey y Delorenzi, 2008).

A la hora en que el estudiante debe enfrentarse a la resolución de problemas, una parte importante de sus dificultades se debe a que no logran dar 'el primer paso', el que consideramos básico y fundamental, el cual es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo. (Sastre Vázquez et al, 2008).

Sastre Vázquez, Boubeé y Rey (2005), en los estudios de diagnóstico llevado a cabo en la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina, encuentran que los estudiantes realizan medianamente la operatoria numérica, plasmada en ejercicios descontextualizados, mientras que al enfrentarse a situaciones de mayor complejidad, un alto porcentaje no las resuelve, o las realiza inadecuada o erróneamente.

Según Gascón Pérez (1997), la actividad matemática en los estudios de secundaria se puede calificar de mostrativa, es decir, basada en recordar, ordenar y sistematizar conocimientos fundamentados en el sentido común. En este nivel educativo, las definiciones se realizan mediante comentarios y ejemplos concretos, haciendo un uso muy limitado del lenguaje matemático. Por otra parte, considera que en la universidad los estudios de matemáticas se centran en una actividad que podemos llamar demostrativa, cuyo objetivo principal es la construcción de conocimientos matemáticos, de manera que se utiliza de forma rigurosa el lenguaje matemático, con su particular estructura y simbología.

Resumiendo, los estudiantes que ingresan a los estudios universitarios se enfrentan con numerosas dificultades, porque en ese ámbito la forma de impartir los contenidos es muy diferente a la que ellos están acostumbrados. Para comprender los contenidos matemáticos impartidos en la Universidad es necesario que los estudiantes conozcan los rudimentos del lenguaje matemático. Sin embargo, en general, desconocen los principales elementos de este lenguaje. Este desconocimiento es el causante de la producción de numerosos errores de construcción y de interpretación, el cual dificulta el proceso de incorporación de nuevas estructuras conceptuales.

Las dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática se incrementan cuando la actividad matemática se realiza con estudiantes cuyo principal interés no está centrado en esta ciencia. Los estudiantes y docentes pueden poseer diferentes concepciones sobre esta ciencia, y sobre la importancia y necesidad de esta disciplina en su carrera universitaria, particularmente en carreras ‘no matemáticas’. Incluso pueden presentarse miradas diferentes entre los docentes que dictan esta asignatura y los docentes que son usuarios de la misma o podrían serlo.

En este proyecto, el interés se centra en conocer cómo los docentes y estudiantes utilizan el lenguaje matemático en el ámbito áulico y como se emplea ese lenguaje en procesos de validación. Para lograr los objetivos se propone: 1) explorar las ideas que tienen los docentes de Matemática de Carreras de Ingeniería sobre el lenguaje matemático y la epistemología de esta Ciencia, 2) estudiar la utilización que hacen los docentes del lenguaje matemático en el ámbito áulico, 3) analizar el nivel de conocimiento del lenguaje matemático con el que acceden los estudiantes a la Universidad, 4) analizar los procesos de validación utilizados por los estudiantes frente a ejercicios que requieren del uso del lenguaje matemático, 5) caracterizar y analizar las dificultades en los procesos de validación, causadas por el nivel de acceso al lenguaje matemático y 6) proponer líneas de acción para la resolución de las dificultades identificadas.

Metodología

Durante el primer año de la investigación, en una primera instancia se presentó, a 171 estudiantes ingresantes, una encuesta–diagnóstico, para obtener la información sobre el dominio que poseían del lenguaje matemático. Con los resultados se intenta caracterizar las dificultades y obstáculos en la comprensión del lenguaje matemático. Asimismo se pretende que los estudiantes, al enfrentarse con las preguntas, tomen conciencia de las lagunas que tienen, con el fin de provocar la necesidad de implicarse en acciones que les permitan solventar sus carencias frente a los cursos de Matemática universitaria. El test empleado está inspirado en la propuesta de Ortega (2002) con las modificaciones y adaptaciones que se consideraron necesarias. La primera parte de la encuesta recolectó información sobre: datos personales del estudiante, calidad de la enseñanza matemática recibida, grado de utilidad que le asigna a la Matemática, y su predisposición y gusto por la misma. En la segunda parte, se averiguó sobre cuestiones concretas relativas al lenguaje matemático: el grado de conocimiento del significado de los símbolos más usuales y de los enunciados que suelen aparecer en textos matemáticos.

En una segunda instancia, durante el primer año del Proyecto, se realizó una prueba con el objeto de analizar el conocimiento intuitivo de los estudiantes sobre la conjunción y la disyunción. La prueba consistió en seis ejercicios sobre cálculo con proposiciones y desigualdades, la cual se complementó con una encuesta a docentes y estudiantes.

La tercera instancia experimental de la investigación tuvo como objetivo explorar los procesos básicos de validación que poseían los estudiantes. Se aplicó una prueba consistente en cinco ejercicios orientados a determinar el valor de verdad de una proposición en los que se pedía al estudiante que explicara los razonamientos que seguía para cada elección.

El número de estudiantes que intervino en la segunda y tercera instancia experimental fue el mismo número de estudiantes que realizó la prueba diagnóstica, mientras que el número de docentes fue de 23 en total, considerando ambas instituciones.

Resultados

Sólo el 17 % de los estudiantes considera haber tenido una calidad de enseñanza que califica como mala o regular. La mayoría: 53 %, considera que ha recibido una buena enseñanza y el 30 % restante piensa que la calidad de enseñanza recibida fue muy buena.

El 55 % de los estudiantes, manifiestan que les gusta bastante la matemática. El 20 % dice que le gusta mucho, mientras que 26 % confiesa que la Matemática le gusta más o menos, poco o nada. Al 32 % de los estudiantes la Matemática les resulta difícil o más o menos difícil. Para el 37 % es una asignatura fácil y la consideran muy fácil el 31 % de los estudiantes. La mayoría afirma que la Matemática es bastante interesante (52 %) o muy interesante (25 %), mientras que un 24 % declaran que poco, o más o menos interesante.

Los estudiantes que señalan que la Matemática es bastante (55 %) útil, y los que la consideran muy útil (40%), suman el 95% de los encuestados. La mayoría de los estudiantes, entre un 75 % a un 80 %, manifestó que los 10 símbolos presentados les eran familiares. Para el reconocimiento de los símbolos \Leftrightarrow y Σ se tuvieron menores porcentajes de estudiantes (64 % a 66 %). Los símbolos \cup \cap \subset \in \notin son los que más han sido usados por los estudiantes. Entre 51 % y un 68 % del grupo de encuestados los señalan como uno de los que han utilizado. El resto de los símbolos presentados no han sido utilizados por la mayoría de los encuestados (63 % hasta 70 % según el símbolo). Los símbolos \in \notin \cap \cup \forall son los que la mayoría de los estudiantes manifiestan conocer y, además, la mayoría da una descripción correcta de ellos, (entre un 67 % a un 71 % del grupo). Los símbolos cuyos significados fueron menos conocidos y sobre los cuales los estudiantes no dieron una interpretación fueron: \Rightarrow \Leftrightarrow y Σ . Los

estudiantes no extrapolaron la escritura simbólica de ciertas expresiones al lenguaje natural y menos aún pudieron proponer ejemplos de cada proposición. Es decir, no utilizaron el lenguaje matemático de forma "concreta" ni tampoco de forma "abstracta", los conceptos serían para ellos palabras carentes de significación matemática en sentido estricto.

Los resultados de la prueba realizada a los estudiantes, con el objeto de analizar el conocimiento intuitivo que de la conjunción y la disyunción poseían, revelan que la mayoría muestra confusión ante la utilización de la conjunción y la disyunción inclusiva. También la mayoría testifica desconocer el funcionamiento de ambos conectores y manifiesta nunca haber recibido información sobre éstos. Aproximadamente un 90 % de los estudiantes identifican la conjunción y se percatan que el valor de verdad de una proposición molecular es verdadero cuando las proposiciones atómicas son todas verdaderas. Sin embargo, en general no pueden señalar el valor de verdad falso, cuando alguna de las proposiciones atómicas resulta falsa y otras verdaderas. Tienden a analizar separadamente el valor de verdad de cada componente sin arribar a conclusión alguna. Pueden advertir la falsedad de la proposición completa cuando todas las componentes son falsas. No distinguen claramente la disyunción inclusiva, ya que sólo comprenden que puede ser verdadera cuando todas las componentes son verdaderas.

Del análisis de la prueba consistente en una serie de ejercicios orientados a determinar el valor de verdad, surge que la mayoría de los estudiantes, cuando deben validar, actúan a través de una verificación, pero sin un criterio formado al hacerlo, como "tanteando" y considerando esta acción como suficiente para establecer la verdad de una proposición matemática. Por lo general, los estudiantes entienden qué se espera de ellos cuando se les pide una demostración y reconocen que la verificación es insuficiente como demostración. Sin embargo, tienden a recurrir a la misma como mecanismo de prueba cuando encuentran dificultades. Esto probablemente está asociado al hecho de que en la vida y en las ciencias experimentales la verificación es el método de prueba estándar, enfrentándose los estudiantes a un problema epistemológico no menor. Del análisis de las encuestas surge que los estudiantes tienen una idea muy ingenua de la Ciencia Matemática, una idea que parece anclada en las primeras ideas del niño, que adquiere en el ciclo primario, como si el paso por el ciclo medio no existiese.

Por su parte, aproximadamente un 90 % de los docentes de los cursos básicos de Matemática, declaran no realizar enseñanza alguna sobre la utilización y las implicancias en el lenguaje matemático, de la conjunción y la disyunción inclusiva, durante el desarrollo de sus clases. El mismo porcentaje recientemente mencionado, de los docentes utilizan poco el lenguaje matemático en todas sus facetas, evitando la simbolización.

Conclusiones

El enfoque tradicional de la enseñanza de la matemática, donde prevalece la transmisión de información en lugar de la formación, con procesos de comunicación unilaterales y donde no se hace énfasis en la transmisión y comprensión del lenguaje formalizado, trae aparejadas numerosas consecuencias negativas.

El lenguaje que utiliza la Matemática tiene su propia sintaxis la cual, en general, no coincide con la del lenguaje común o natural, y es importante tener en cuenta que no existen razones valederas para admitir que el alumno descubrirá tal sintaxis por sí mismo y sin ningún tipo de apoyo al respecto. La adquisición del dominio de lenguaje matemático no se logra de forma espontánea, sino que se requiere del ejercicio de una serie de acciones mentales, las cuales deberían ser desarrolladas en actividades propuestas al estudiante por el docente. Resumiendo, se sugiere que antes de la iniciación del desarrollo de los contenidos matemáticos, se realicen actividades con el objetivo de fortalecer el conocimiento y manejo del lenguaje matemático. Finalmente, es sumamente importante que los docentes reflexionen y sean conscientes de la importancia del lenguaje matemático, a fin de que ellos hagan hincapié en cuanto a la enseñanza del mismo.

Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.
- Beyer, W. y Suárez, N. (1998). Influencia del Lenguaje Formal Matemático en la Solución de Problemas con números Racionales. *Educación y Ciencias Humanas*, (10), 61-63, (59) 65 y 77.
- Brousseau, G. (1994). Los Diferentes Roles del Maestro. En Cecilia Parra e Irma Saiz (Comps.). *Didáctica de Matemáticas* (pp. 65-94). Buenos Aires: Paidós, Educador.
- Duval, R. (2000). *Basic Issues for Research in Mathematics Education*, in Proceedings of the 24nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education I, 55-69.
- Falsetti, M., Marino, T. y Rodríguez, M. (2004). Validación en Matemática en situación de aprendizaje. En: *Actas del VI Simposio de Educación Matemática*, Bs. As. Formato CD.
- Gascón Pérez, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad. *SUMA Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (26), 11-22.

- Ortega, J. F. (2002). Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la UCLM. Murcia. *Departamento de Matemáticas. Instituto de Educación Secundaria "Diego Tortosa" de Cieza*.
- Radford, L. (2003). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice during the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 123–150.
- Sastre Vázquez, P. Boubée, C. y Rey, G. (2005). Dificultades en la resolución de problemas del alumno ingresante a Ingeniería Agronómica. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 207 – 212. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Sastre Vázquez, P., Boubée, C., Rey, G. y Delorenzi, O. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista Iberoamericana de Educación*, 46, 8–15.