

## UNA INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA EN EL BACHILLERATO, CON ÉNFASIS EN SU DIMENSIÓN CULTURAL

**Jesús Salinas**

*Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM-México*

[jes54@unam.mx](mailto:jes54@unam.mx)

Se presentan algunos resultados de un experimento de enseñanza, utilizado para introducir un curso de geometría, con una perspectiva histórica. En dicho experimento se hace énfasis en la dimensión cultural de las matemáticas y, en consecuencia, en valores de las matemáticas. El contexto histórico que se toma en cuenta es el que enmarca la aparición y el desarrollo de la aritmética pitagórica. Se realizan actividades mediante las cuales los alumnos conocen aspectos históricos y culturales que propiciaron el surgimiento del enfoque deductivo de las matemáticas. El objetivo central del artículo es mostrar y analizar la opinión que expresan los alumnos del enfoque histórico utilizado.

### INTRODUCCIÓN

En este artículo se describe brevemente un experimento de enseñanza basado en la historia de las matemáticas, que tiene el propósito de poner de relieve la dimensión cultural de las matemáticas (Fauvel, 1991; Bishop, 1991/1999) y conocer la opinión de los alumnos acerca de este enfoque. Un experimento de enseñanza involucra una secuencia de episodios de enseñanza. Dichos episodios “incluyen un agente de enseñanza, uno o más estudiantes, un testimonio de los episodios de enseñanza, y un método de registro de lo que sucede durante el episodio”<sup>1</sup> (Steffe y Thompson, 2000, p. 274).

Las matemáticas, como toda creación del ser humano, son un fenómeno cultural (White, 1959/1982). Por ello, su dimensión cultural se debe tener en cuenta, pues no solo están constituidas por contenidos conceptuales y procedimentales que se pueden usar en la solución de problemas, sino que también poseen valores (Bishop, 1991/1999). Sin embargo, este aspecto social y cultural de las matemáticas se suele desconocer por las prisas en adquirir técnicas matemáti-

---

<sup>1</sup> Esta y las demás traducciones de citas que aparecen en el documento son mías.

cas y por el deseo de lograr una enseñanza matemática “eficiente” (Kline, 1972).

Los valores son una parte inherente de la educación en todos los niveles y juegan un papel importante en establecer un sentido de identidad personal y social en los estudiantes (Bishop, 2008). En consecuencia, si solo pretendemos comprender las matemáticas como una tecnología simbólica concreta, comprenderemos solo una pequeña parte de ellas: de hecho, quizá la menos importante para la educación y para el futuro del ser humano (Kline, 1972; Bishop, 1991/1999).

En este documento presentamos la opinión de alumnos de primer semestre de bachillerato acerca de un experimento de enseñanza, en el cual, desde una perspectiva histórica, se trata explícitamente un valor de las matemáticas, el racionalismo, y se aborda conjuntamente con el tratamiento de contenidos conceptuales y procedimentales. De esta manera, nos propusimos acercar a los alumnos a una comprensión no solo técnica sino cultural de las matemáticas (Fauvel, 1991; Kline, 1972; Bishop, 1991/1999).

## MARCO TEÓRICO

Para el diseño de este experimento adaptamos diferentes ideas que se articulan en la perspectiva sociocultural de Vygotski (1978/2009), la cual considera los procesos de mediación semiótica de las herramientas culturales, de los instrumentos psicológicos y de la mediación social. Vygotski considera el proceso de aprendizaje como un proceso de apropiación de los métodos de acción de una cultura dada. En esta apropiación, los instrumentos psicológicos o simbólicos desempeñan una función esencial. Para que un experimento de enseñanza pueda propiciar un aprendizaje, mediante la adquisición de instrumentos psicológicos, debe cumplir tres características fundamentales: intencionalidad, trascendencia y significado (Feuerstein, 1990). La *intencionalidad* se refiere a la principal función del sujeto mediador: transformar una experiencia incidental en intencional. Esta intencionalidad se enfoca en el objeto de aprendizaje. En este caso, se realizó llamando la atención de los alumnos hacia el aspecto de interés del objeto de aprendizaje, es decir, el carácter histórico de los conceptos matemáticos de número y figura geométrica. La *trascendencia* se refiere a que la enseñanza debe conducir hacia algo que trascienda el tema específico y apunte hacia la transmisión de la cultura. En este experimento de enseñanza, se hicieron explícitos valores que sustentan el enfoque racionalista de

la matemática helena. Con respecto al *significado*, se llamó la atención a identificar propiedades de los números y su relación con las figuras geométricas.

Las matemáticas, como fenómeno cultural, son producto y portadoras de valores. Bishop (1991/1999) describe tales valores como parejas complementarias relacionadas con tres dimensiones: ideológica, actitudinal y social, en las cuales ubica respectivamente los valores de racionalismo y objetivismo, control y progreso, apertura y misterio. En este experimento de enseñanza destacamos, explícitamente, el racionalismo como el valor central de las matemáticas (Kline, 1972).

En la antigüedad, la cultura helena dio preeminencia a la razón como la vía más adecuada para el conocimiento. Desde entonces y representado paradigmáticamente por las matemáticas, que han privilegiado el razonamiento deductivo, el racionalismo se ha convertido en una ética primaria. Así, “el racionalismo, como opuesto a la tradición, al dogma religioso y a la experiencia o la condición personal, es el principio rector del desarrollo matemático” (Bishop, 1991/1999). Como escribió Morris Kline (1972):

En su aspecto más amplio las matemáticas son un espíritu, el espíritu de la racionalidad. Este es el espíritu que desafía, estimula, vigoriza, y conduce las mentes humanas para ejercitarse al máximo. Este espíritu trata de influir decisivamente en la vida física, moral y social del hombre, pretende responder a los problemas planteados por nuestra propia existencia, se esfuerza por comprender y controlar la naturaleza, y se ejerce para explorar y afirmar las más profundas y máximas implicaciones del conocimiento ya obtenido. (p. 27).

## METODOLOGÍA

Se propició la interacción entre alumnos y entre profesor-investigador y alumnos como parte del proceso de negociación de significados. Las actividades se resolvieron en parejas constituidas por los propios alumnos. Todas las intervenciones del profesor-investigador estuvieron orientadas a describir previamente el contexto histórico y cultural en el que se desarrolló la aritmética pitagórica y en explicar las ideas esenciales de Pitágoras acerca de los números.

Para comenzar, se explicó a los alumnos el cambio de enfoque de la matemática helena, que dio origen a la geometría deductiva, y que representa una superación muy importante respecto del carácter empírico, característico de la matemática de las antiguas culturas de Mesopotamia y Egipto. Los alumnos realizaron una investigación sobre los antecedentes históricos de los sistemas

numéricos y acerca del origen del pensamiento filosófico, y de las matemáticas en Grecia. Posteriormente, se realizaron actividades de clase cuyos contenidos se tomaron y adaptaron de la aritmética pitagórica.

## La población

La población observada fue un grupo de 24 alumnos de primer semestre del bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, durante las actividades escolares de un curso ordinario. Participaron 12 hombres y 12 mujeres con edades entre 15 y 16 años.

## Instrumentos de observación

Los datos obtenidos se tomaron de las hojas de actividades realizadas en el salón de clase y de un cuestionario. Tales datos se expresaron en forma de textos y se realizó un análisis cualitativo de ellos. En este artículo se documenta el análisis de las respuestas al cuestionario.

## Procedimiento

Se implementó una secuencia didáctica conformada por diversas actividades. La duración fue de 7 horas.

**Apertura de la unidad didáctica.** Se abordó la concepción filosófica de número de los pitagóricos y se describió en qué consistía su aritmética (González, 2009). Se trabajó con los números poligonales y se mostró la estrecha relación que los pitagóricos establecieron entre el aspecto geométrico y el aritmético. Esta fase se realizó en dos sesiones de hora y media cada una.

**Desarrollo de la unidad didáctica.** Los estudiantes resolvieron problemas de la aritmética pitagórica centrando su atención en patrones aritméticos y geométricos, series y sucesiones y la representación de los números poligonales.

**Cierre de la unidad didáctica.** Se les pidió probar un teorema de la aritmética pitagórica, es decir, dar un argumento que mostrara la validez de la proposición: La suma de dos números triangulares sucesivos da un número cuadrado. Para esta actividad los alumnos dispusieron de una hora.

Al término de la secuencia didáctica se administró un cuestionario, con las siguientes preguntas:

1. El tratamiento de aspectos históricos de la matemática ¿te despertó mayor interés por las matemáticas? Sí o No. ¿Qué aspecto te resultó interesante?
2. ¿Qué diferencia crees que tuvo la matemática griega con respecto a la de las antiguas culturas de Mesopotamia y Egipto?
3. La dimensión histórica de las matemáticas ¿te hizo ver una dimensión humana de ellas? Sí o No. ¿Cuáles?
4. ¿Te resultaron interesantes los problemas de la aritmética pitagórica relacionados con los números poligonales? Sí o No. ¿Por qué?

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

**Pregunta 1.** El tratamiento de aspectos históricos de la matemática ¿te despertó mayor interés por las matemáticas?

La respuesta de 17 alumnos (70%) fue afirmativa, cuatro opinaron que no les había despertado mayor interés y uno no respondió. Es un resultado que habla, en términos generales, de una opinión positiva de los alumnos acerca del experimento de enseñanza y propicia una reflexión en el profesor con respecto a considerar la historia de las matemáticas como una estrategia didáctica, pues apunta a un propósito central de la educación matemática: estimular y apoyar el aprendizaje de los alumnos (Wittmann, 1984).

Algunas respuestas a la pregunta ¿Qué aspecto te resultó interesante? fueron:

“Pues me resultó interesante en general ya que nos enseñó a ver las matemáticas no solo con aritmética, álgebra u otros aspectos sino que nos enseña a ver a las matemáticas en el aspecto histórico desde sus principios y orígenes y esto está muy bien ya que siempre hay que conocer las cosas desde sus orígenes y con qué propósito o cómo y por qué surgieron”.

“Pues para mí lo interesante de todo esto es el hecho de que en la antigüedad los pitagóricos pensaban que se podía explicar todo por medio de una base numérica y comprendiendo las bases de la matemática se podían explicar toda clase de fenómenos. También es interesante el aspecto de que una persona se haya interesado tanto por el saber más que para ser importante, para comprender todo el mundo que lo rodea, y así poderse explicar mejor la realidad de las cosas”.

En este tipo de respuestas se observa que algunos alumnos se interesan por conocer la historia de las matemáticas. Asimismo, valoran el conocimiento y ven las matemáticas como un medio para conocer la realidad.

**Pregunta 2.** ¿Qué diferencia crees que tuvo la matemática griega con respecto a la de las antiguas culturas de Mesopotamia y Egipto?

Algunas respuestas:

“Yo creo que las matemáticas de Mesopotamia y Egipto eran más de práctica aunque tenía que ver con un pensamiento mágico y religioso, mientras que la griega era de razonamiento y crítica intelectual”.

“La diferencia radica en la forma de pensar de estas personas ya que se puede decir que la matemática griega fue la primera en alcanzar el carácter de avanzada pues no solo fue utilizada para la contabilidad de algunas cosas, como el ganado por ejemplo, o las semillas que en este caso eran muy importantes para la vida que se llevaba en ese tiempo, también se estudiaron las propiedades de los números y se llevaron a cabo la creación de fórmulas para representar situaciones generales de la matemática”.

Se puede observar en estas respuestas que los alumnos se dan cuenta, en cierta medida, de la relación de las matemáticas con la cultura de las sociedades en que se desarrollaron. La lectura de las respuestas muestra que los alumnos asocian las matemáticas antiguas con algunas características de las culturas egipcia, mesopotámica y griega. Distinguen el contraste entre una actitud práctica y otra más teórica o intelectual, que acentúa un valor racional. Asimismo, se percatan de que las actitudes de estas culturas también promueven un tipo de pensamiento, mágico y religioso o de crítica intelectual. También, se encuentra implícita la idea de que las matemáticas ayudan a desarrollar el pensamiento, más allá de sus aplicaciones.

**Pregunta 3.** La dimensión histórica de las matemáticas ¿te hizo ver una dimensión humana de ellas? ¿Cuál?

Algunas respuestas:

“Cómo fue evolucionando el hombre tiene una relación con la aparición de las matemáticas, debido a que es una invención humana para ver la realidad de otro modo, pues se quiere tener un control sobre las cosas así que busca método como las matemáticas”.

“La dimensión que para mí me hizo ver es que conforme vamos evolucionando nosotros la matemática también lo hace ya que la adaptamos para nosotros y la hacemos más sencilla de comprender o en algunos casos más compleja para aumentar o descartar las dudas sobre lo que nos rodea”.

Por una parte, es interesante que identifiquen las matemáticas como invención humana para conocer la realidad. Por otra, las respuestas reflejan otras características y valores importantes de las matemáticas: el sentimiento de seguridad y el control que da el conocimiento en un mundo en constante cambio; un sentimiento de progreso, de crecimiento, y el aspecto importante de este valor es que lo desconocido se puede llegar a conocer (Bishop, 1991/1999). **Pregunta 4.** ¿Te resultaron interesantes los problemas de la aritmética pitagórica relacionados con los números poligonales? ¿Por qué?

“La verdad sí me parecieron muy interesantes ya que es otra forma de resolver o más bien de encontrar números está muy bien que haya puesto eso porque eso todavía nos exige más ya que tenemos que pensar más y eso puede hacer que crezca nuestro intelecto en las matemáticas y sí está muy padre”.

“Era una actividad muy buena para pensar bien en cómo obtener los números ya que no teníamos fórmulas y el cómo dibujar la siguiente posición y saber que los números también se pueden representar con algunas figuras geométricas a través de los puntos”.

“Te hacían razonar y reflexionar cada número para poder plantear una solución y al hacer tantas operaciones te interesabas tanto que planteabas diversos métodos para llegar a un posible resultado”.

No obstante ser de carácter intelectual y no de aplicación a situaciones reales, en general las respuestas expresan gusto e interés por este tipo de problemas. Les resultó estimulante buscar y descubrir soluciones por ellos mismos y valoran las matemáticas como medio para desarrollar su pensamiento.

## CONCLUSIONES

Este experimento de enseñanza permitió que los alumnos tuvieran un acercamiento novedoso a la aritmética pitagórica: descubrieron patrones numéricos y geométricos de los números poligonales y la relación entre ellos. Asimismo, los alumnos se introdujeron al reto de realizar una prueba matemática como un medio fundamental de validar un resultado matemático. En general, los estudiantes manifestaron que este enfoque les resultó interesante. Además, esta

experiencia hizo posible que los alumnos establecieran un contacto con el carácter racional del pensamiento matemático, lo valoraran y pusieran en práctica. Además, en las opiniones de distintos alumnos se esbozan otros valores como el control y el misterio, que representan un tipo de variables afectivas, creencias y actitudes, cuyos valores podrían subsecuentemente ser internalizadas en el respectivo sistema afectivo-cognitivo de los alumnos. Finalmente, se observó, que también distintos alumnos expresan una idea fundamental de los propósitos de la educación matemática: darse cuenta de que las matemáticas ayudan a comprender la realidad (Wittmann, 1984).

## REFERENCIAS

- Bishop, A.J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural* (Genis Sánchez Barberán, Tr.). Barcelona, España: Paidós (primera edición en inglés, 1991).
- Bishop, A.J. (2008). Values in mathematics and science education: Similarities and differences. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(1) 47-58.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 13-16.
- Feuerstein, R. (1990). The theory of structural cognitive modifiability. En B. Presseisen (Comp.), *Learning and thinking styles: Classroom interaction* (pp. 68-134). Washington, D. C., EUA: National Education Association.
- González, P.M. (2009). *Pitágoras. El filósofo del número*. Madrid, España: Nivola Libros y Ediciones.
- Kline, M. (1972). *Mathematics in Western culture*. London, Reino Unido: Pelican.
- Steffe, L. y Thompson, P.W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En A.E. Kelly y R.A. Lesh (Eds), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum.
- Vygotski, L.S. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner y Ellen Souberman, Eds.; Silvia Furió, Tr.) Barcelona, España: Crítica (traducción del inglés, 1978).
- White, L.A. (1982). *La ciencia de la cultura. Un estudio sobre el hombre y la civilización* (Gerardo Steenks, Tr.). Barcelona, España: Paidós (primera edición en inglés, 1959).
- Wittmann, E. (1984). Teaching units as the integrating core of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 15(1), 25-36.