



# I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)

Santo Domingo, República Dominicana



## **Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas**

Luis **Radford**  
Université Laurentienne  
Canada  
[Lradford@laurentian.ca](mailto:Lradford@laurentian.ca)

### **Resumen**

En este artículo abordo el problema que plantea la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, cuando dicho problema es visto desde una perspectiva sociocultural. Para ello, trazo brevemente algunos elementos del recorrido que, me parece, movieron el discurso de la enseñanza de las matemáticas de un discurso que la justificaba como un esfuerzo educativo de difusión del saber a un discurso que emerge a fines del siglo pasado y principios de éste y que se caracteriza por la búsqueda de nuevos puntos de referencia para repensar la finalidad de la enseñanza de las matemáticas a la hora actual. Esta breve incursión en la historia de nuestra disciplina me da la pauta para sugerir una nueva posibilidad que conlleva a un replanteamiento y cuestionamiento de la disciplina, de su naturaleza y de los objetivos de su enseñanza dentro del ámbito de una economía global y de las tensiones que de ella emergen.

*Palabras clave:* perspectiva sociocultural, objetivación, subjetivación, ética, alienación.

### **Introducción**

Desde el siglo XX, la enseñanza de las matemáticas se ha definido esencialmente de dos maneras. Como una acción institucional sistemática de difusión del saber o como el esfuerzo educativo orientado al desarrollo de estructuras mentales cada vez más poderosas en el estudiante. En el primer caso, el énfasis es puesto en el contenido matemático y la eficiente

gestión del entorno de aprendizaje. En el segundo caso, el énfasis recae en el alumno y sus maneras idiosincráticas en las que éste forma su propio conocimiento. En el primer caso, la orientación subyacente es esencialmente epistemológica, atendiendo escasamente a la dimensión psicológica. En el segundo caso, la orientación subyacente es esencialmente psicológica, atendiendo escasamente a la dimensión epistemológica. Aunque ambas posiciones son interesantes, en las últimas décadas ha habido una creciente toma de conciencia que, para hacer frente a los problemas de las sociedades postmodernas, al capitalismo avanzado y a la diversidad cultural, la enseñanza de las matemáticas no puede continuar justificándose ni por razones de transmisión del saber ni por razones psicológicas. La finalidad de la enseñanza de las matemáticas no se encontraría ni en uno ni en el otro, ni tampoco en la suma de los dos. Hay, en efecto, un interés creciente por articular la enseñanza de las matemáticas en términos más amplios (Alrø, Ravn, & Valero, 2010; Brown, 2011; Skovsmose, 2008; Walshaw, 2004, 2012).

Ahora bien, para ir más allá de una concepción de transmisión de la enseñanza de las matemáticas y de la concepción centrada en la psicología de las estructuras mentales del sujeto que aprende, debemos revisar los conceptos centrales de la enseñanza de las matemáticas. La enseñanza de las matemáticas debe redefinir sus sujetos (por ejemplo, el profesor, el alumno), sus procesos (la enseñanza, el aprendizaje) y su contenido (las matemáticas). No menos importante, la enseñanza de las matemáticas debe repensar su propio objetivo.

En este artículo propongo una reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas, desde una perspectiva sociocultural. En la primera parte, trazo brevemente los rasgos generales de las corrientes socioculturales. Esta breve incursión en la historia de nuestra disciplina me da la pauta para sugerir una nueva posibilidad que conlleva a un replanteamiento y cuestionamiento de la disciplina, de su naturaleza y de los objetivos de su enseñanza dentro del ámbito de una economía global y de las tensiones que de ella emergen.

### **Las corrientes socioculturales**

Como lo sabe muy bien el historiador, aunque siempre se corre el riesgo de simplificar cuando se trata de ver hacia atrás para encontrar las raíces de movimientos contemporáneos, parecería que podemos afirmar que hay tres puntos de partida en la emergencia de las corrientes socioculturales en la educación matemática contemporánea. La primera proviene del extenso trabajo que se ha hecho en la rama de la etnomatemática impulsada en los trabajos pioneros de Ubiratan d'Ambrosio (2006). La segunda proviene de la investigación realizada en los primeros años de 1990, inspirada en los trabajos de Vygotsky y la filosofía crítica de Marx. La tercera, más reciente, proviene de la reflexión post-modernista que se inspira de otra rama de la filosofía crítica que sale de Kant y la Ilustración y del desarrollo que Foucault hace de ella. Cada una de estas vertientes aporta nuevas luces.

La primera aporta una mirada que se levanta contra la hegemonía de las matemáticas occidentales y su pretensión universalista que la plantea como *la* matemática. Bajo la mirada de D'Ambrosio, las matemáticas son siempre las matemáticas de una cultura. En otras palabras, toda matemática es etnomatemática:

ETNOMATEMÁTICA es el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technés o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidiar en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (etnos) de una cultura, o sea, ETNOMATEMÁTICA son las ticas de matemá en un determinado etno que las plantea como una de las matemáticas posibles. (D'Ambrosio, 2013)

Como lo nota D'Ambrosio (2013), la matemática de nuestros programas de estudio escolares es la matemática que la tradición académica llama simplemente Matemática o Matemáticas, pero que en realidad es la "Etnomatemática Mediterránea," la que emergió en las culturas de la cuenca del mediterráneo y que fue difundida y refinada por la civilización occidental.

Las aproximaciones que salen de Marx, por un lado, y de Kant por el otro, pertenecen a la tradición filosófica crítica alemana que Kant epitomiza precisamente en sus tres críticas (la *Crítica de la Razón Pura*, la *Crítica del juicio* y la *Crítica de la razón práctica*) y que, bajo diferentes premisas y diferentes objetivos, Marx retoma en su *Contribución a la crítica de la economía política* de 1859 y su *Contribución a una crítica de la filosofía del derecho de Hegel* de 1843. Mientras que las críticas de Kant giran en torno a la problemática del sujeto moderno, enfrentado a la encrucijada de un sujeto que se piensa libre y que descubre, con el descubrimiento del inconsciente, una fuerza cultural que no solamente lo sobrepasa sino lo domina o gobierna, la crítica de Marx revela la alienación a la que es objeto el sujeto moderno en las sociedades capitalistas y abre pautas para repensar la relación individuo-sociedad. Ya Hegel había emprendido una crítica de Kant, reprochándole haber separado el mundo en dos: el mundo sensible del individuo y el mundo trascendental que quedaba inaccesible al ser. Para Kant, no es posible afirmar que el conocimiento humano coincide con el mundo de las ideas reales. Sin quererlo, y como consecuencia, por un lado, del racionalismo universalista al que se avoca y, por otro lado, por la manera individualista en que concibe la dimensión subjetiva, Kant anuncia la condición alienante del sujeto moderno: el mundo que nos revelan los sentidos no es el mundo real: es un mundo ilusorio. Condenados a errar en un mundo ilusorio, estamos enajenados del mundo real (lo que Kant llamaba los *noumena* o *cosas-en-sí*). La alienación es nuestro destino. Piaget y el constructivismo de los años 90 llevan los principios kantianos a sus últimas consecuencias: el saber no es un saber objetivo, sino siempre un saber subjetivo: el saber que cada uno de nosotros construye a través de sus propias acciones. De hecho, no hay saber propiamente dicho, o si hay, no lo podemos alcanzar. Según el constructivismo, no hay tal cosa como un significado cultural compartido. Cada uno construye sus propios significados. En nuestra interacción con otros, cada uno de nosotros *finje* estar hablando de la misma cosa; pero esto es simplemente un artificio, una ilusión. Los constructivistas dicen entonces que aquello a lo que hacemos referencia es simplemente un significado supuestamente compartido (*meaning taken as shared*). Cada uno de nosotros vive en su propia isla o dentro de su propia burbuja. Esto es lo que los filósofos han llamado el solipsismo y que no es más que la expresión más grande de la alienación.

La corriente crítica que se inspira de Foucault retoma la cuestión de la alienación al interior de la problemática *individuo-sistema* o *individuo-sociedad*. Partiendo del "yo libre" kantiano, que, como hemos visto, paga el precio de su libertad con su solipsismo, Foucault investiga los mecanismos sutiles a través de los cuales el supuesto "yo libre" es construido socialmente. La construcción del sujeto es examinada dentro de las formas de producción capitalistas, lo que lleva a Foucault a poner en evidencia la manera en que el control y el poder son ejercitados sutilmente sobre los sujetos. La gobernabilidad produce una serie de posibles formas de subjetivación al interior de las cuales los sujetos son producidos. La reflexión de Foucault es, en larga medida, una reflexión sobre las ilusiones del sujeto libre que empieza a emerger en el renacimiento con las formas de producción capitalista que nacen con la aparición de los primeros banqueros y la sistematización de la producción artesanal. Foucault desvela la antinomia central del sujeto occidental: por un lado, el sujeto se piensa libre (libre de vender su mano de obra, de

decidir por sí mismo, etc.); por otro lado, ese sujeto está sujeto a una serie de mecanismos de gobernabilidad que lo trascienden y que lo constituyen. ¿Cómo podemos pensarnos libres si lo que hacemos y pensamos no viene realmente de nosotros? En un pasaje de *Las palabras y las cosas* Foucault dice: “¿Puedo decir que yo soy el trabajo que hago con mis propias manos y que sin embargo me escapa no solamente cuando lo he terminado sino incluso antes de empezarlo? (Foucault, 1966, p. 335). Foucault reformula aquí la pregunta que Marx hacía en su obra *Contribución a una crítica de la economía política* mencionada anteriormente, en un pasaje en el que Marx discute el concepto de valor de cambio. Lo que hacemos con *nuestras* manos (el producto de *nuestra* labor), notaba Marx, hace ineluctablemente parte de un sistema de producción que en su enajenación inevitable, encierra todas las contradicciones que subtienden la relación entre el producto como mercancía y el trabajo del sujeto: como producto, el producto es el (y del) sujeto; como mercancía, el producto debe producir un efecto social (una institucionalización mercantilista) y “manifestarse en su inmediato opuesto, el trabajo general-abstracto” (Marx, 1859; p. 22). Es por eso que ese producto ya no es nuestro, incluso antes de empezar a producirlo, como dice Foucault en la cita mencionada arriba. Foucault emprende una serie de arqueologías para examinar la condición humana (arqueologías del saber, de la mirada médica, de la anormalidad) y se pregunta una y otra vez si es posible sustraerse a los agobiantes sistemas de gobernabilidad y sus tecnologías de subjetivación y de verdad que nos subsumen. “El pensamiento del afuera” y “¿Qué es un autor?” son dos intentos de abordar esa pregunta cuya respuesta conocemos de antemano: no, no es posible. En uno de sus últimos textos, un comentario al texto de Kant: ¿Qué es la Ilustración?”, Foucault habla de lo que los griegos llamaban *ethos*: una actitud como forma de vida, “una actitud-límite” que no es necesariamente “un comportamiento de rechazo” (1993, p. 15). Y es aquí que aparece el papel de la crítica para Foucault: “Se debe escapar a la alternativa del afuera y el adentro; hay que estar en las fronteras. La crítica es, ciertamente, el análisis de los límites y la reflexión sobre ellos” (1993, p. 15).

El epistemólogo francés regresa sobre la idea más adelante: “Yo caracterizaría, pues, el *ethos* filosófico propio de la ontología crítica de nosotros mismos como una prueba histórico-práctica de los límites que podemos franquear, y por tanto como un trabajo nuestro sobre nosotros mismos en tanto que seres libres” (Foucault, 1993, p. 16).

Sin duda, la manera foucauldiana de conceptualizar la crítica tiene grandes méritos. Su aporte principal, me parece, reside en conceptualizarla no como rechazo, sino más bien como ejercicio de vigilancia. Al mismo tiempo, dicha conceptualización de la crítica se enfrenta a sus propios problemas. La crítica como vigilancia tiene un valor *teórico* innegable a través del cual se revelan los sutiles mecanismos y tecnologías de opresión y de poder. Su talón de Aquiles se encuentra del lado práctico, esto es, del lado de la práctica social. En efecto, con la simple vigilancia va a ser muy difícil (quizás imposible) transformar el mundo. Y es, desafortunadamente, lo que hace una gran parte de los estudios foucauldianos y los estudios post-modernistas que se inspiran de este concepto de crítica. Estos estudios se quedan en la dimensión de vigilancia, a través de ejercicios teóricos de deconstrucción (ver, por ejemplo, Popkewitz, 2004). Para muchos pensadores socioculturales, sobre todo para aquellos que provienen del paradigma dialéctico materialista, dicho ejercicio se convierte a menudo en un ejercicio burgués de reflexión. Conducido desde un sitio libre de peligros —la famosa “frontera” de la que habla Foucault— el ejercicio de reflexión con el que el deconstructor desarma el mundo parece quedarse demasiado lejos de la acción que se requiere para transformar efectivamente el mundo. Como dice Cole: El postmodernismo no puede proveer estrategias para realizar un orden social diferente. En consecuencia ... el postmodernismo sirve para quitar poder al oprimido”

(Cole y Hill, 2002, pp. 101-102). Quizás la mayor dificultad con el concepto de crítica concebida como vigilancia es que la acción de vigilancia no es planteada como inherentemente un proyecto social. Todavía estamos pensando aquí dentro de la oposición individuo-sociedad. La emancipación y el cese de la alienación siguen siendo considerados como acciones individuales, un trabajo “nuestro sobre nosotros mismos,” como dice Foucault en la cita de arriba. Tanto es así que Bingham y Biesta (2010), en su libro sobre la emancipación del sujeto, tiene que afirmar que nadie puede emancipar a otro: la emancipación es un proyecto personal. La fuerza de las aproximaciones socioculturales que se inspiran del materialismo dialéctico es, precisamente, de plantear la crítica no como proyecto individual sino como proyecto social. Esta es la diferencia entre la concepción de la emancipación como la entienden Bingham y Biesta (concepción que actualiza y prolonga la idea de emancipación de la Ilustración) y como la entiende Freire (2004) (quien la plantea como proyecto social).

La corriente sociocultural histórico-materialista pone al centro el concepto de trabajo o labor o, como Leont’ev (1978) lo ha tematizado, actividad. Trabajo, labor, actividad son, en efecto tres nombres que hacen referencia a una misma entidad cultural: una serie de acciones guiadas por un fin común que individuos realizan en conjunto. Pero, contrariamente a lo que ocurre en otras aproximaciones, esa serie de acciones que constituye el trabajo o la actividad no tiene simplemente un significado pragmático: el trabajo tiene, sobre todo, un significado *ontológico*. Lo que esto quiere decir es que es en el trabajo que ocurre la constitución mutua del individuo y su cultura. Se rompe así aquí la dicotomía que la filosofía de la Ilustración y su versión postmodernista contemporánea mantiene entre sujeto y sistema. En efecto, el trabajo, como Hegel lo entiende, no consiste simplemente en la satisfacción de las necesidades básicas de los sujetos (Fraser, 1998). El trabajo es asociado a una forma de acción conjunta que “incluye nociones de expresión subjetivas, propias, y de desarrollo racional y de satisfacción estética.” (Donham, 1999, p. 55). A través del trabajo, los individuos se desarrollan y se convierten en lo que son: proyectos socio-personales siempre inconclusos, siempre en movimiento. Marx se refiere al trabajo como la expresión de una forma específica de vida, como la expresión propia del sujeto (Berki, 1979; Marx, 1998). Naturalmente, el trabajo en el sentido anterior, puede ser objeto de realización personal, pero puede también ser alienante. Esto dependerá de la manera en que el trabajo es mediatizado y estructurado por sus dos elementos claves: los modos de producción y las relaciones de producción.

Las relaciones de producción hacen referencia a las formas histórico-culturales de interacción y cooperación entre sujetos. Las formas de producción hacen referencia a los medios materiales e intelectuales que emplean los miembros de una cultura en la producción y reproducción de su vida (Dupré, 1983; Godelier, 2010).

En la orientación neoliberal tomada por las sociedades contemporáneas, el énfasis es puesto en el avance material en detrimento de la dimensión social y ética de la existencia humana (Lukács, 2012; Mészáros, 2010). Y como las organizaciones políticas liberales transponen o exportan sus relaciones y modos de producción capitalistas a la escuela (Bourdieu & Passeron, 1990), no es sorprendente que los modos de producción del saber en aula sean conceptualizados a través de los lentes utilitaristas del mercado y del negocio (Lave & McDermont, 2002). Como resultado, alumnos y maestros son conceptualizados, implícita o explícitamente, como *propietarios privados*: los alumnos construyen su propia riqueza (en este caso, su propio saber); alumnos y profesores *intercambian* sus ideas (como se intercambian mercaderías en el Mercado), alumnos y profesores *negocian* sus significados; los alumnos obtienen créditos por su trabajo,

etc. En la transposición del paradigma del mercado a la escuela, la escuela funciona como un sistema bancario (Freire, 2004). El saber curricular se vuelve más y más reducido a aquello que puede ser traducido en términos económicos (Hardt & Negri, 2001) y la interacción social es reducida a un mero instrumento utilitario (Radford, 2011). Así, el aprendizaje cooperativo es bueno siempre y cuando éste pruebe ser eficiente en un sentido consumista, esto es, en tanto que aumente la riqueza del alumno (en este caso, su saber) y asegure un incremento en sus logros y éxitos (ver, por ejemplo, Slavin, 1980). Concebida de esta manera, la cooperación utilitarista destruye de antemano toda posibilidad de producción de otras formas de subjetividad que sin embargo, aparecen como fundamentales en una comprensión crítica de la democracia y de los desafíos de las sociedades multiculturales de hoy (Herbel-Eisenmann, Choppin, Wagner, Pimm, 2012; Jablonka, Wagner & Walshaw, 2013; Knijnik, 2000; Lerman, 2006; Presmeg & Radford, 2008; Walshaw, 2012).

En la próxima sección sugiero una reconceptualización de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas que reposa en una visión no mercantilista de (1) relaciones de interacción y cooperación, y (2) modos de producción y circulación del saber en el aula.

### **Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza**

Por sumisión entiendo la actitud no crítica que consiste en aceptar el saber tal y como este nos es presentado. En este caso, no hay una re-flexión histórico-cultural que posicione al sujeto o alumno como sujeto. El resultado es que el sujeto se torna en un sujeto alienado, es decir desposeído de voz y conciencia propia. Esto es lo que ocurre en la enseñanza directa o magistral, pro ejemplo.

Un gran debate contemporáneo gira en torno a la manera de suprimir o vencer la alienación del alumno. Sin embargo, tenemos que ser muy cuidadosos en este punto. Muchos postmodernistas, operando fielmente en el marco de la oposición sujeto-sociedad, ven la solución en dar más poder al sujeto. Esta es la estrategia promovida por lo que se ha dado en llamar la escuela reformada y la escuela constructivista. Esta es también, en gran medida, la estrategia que se sigue en discusiones sobre igualdad y justicia social que abogan por un acceso igualitario para las clases desposeídas. Aunque estos fines son absolutamente encomiables, la solución consiste en promover una mejor distribución de la dimensión material. Lo que se pierde de vista en esta concepción es que los mecanismos de producción de riquezas y las estructuras de poder quedan prácticamente intactas. Se olvida que en las formas de producción capitalistas no es solamente el obrero el que está alienado. El patrón está igualmente alienado. El problema, pues, no consiste en la redistribución de las riquezas, sino en la transformación del trabajo y de sus modos y relaciones de producción. Es por ello que podríamos llamar a esta estrategia que consiste en dar el poder al alumno, la estrategia del bombón. No es la posesión del bombón (en este caso, del saber a través de la construcción del saber por el propio sujeto) y de los mecanismos de decisión de su producción (es la idea del saber viable de Glasersfeld) que nos sacarán de la alienación.

La solución al problema de la alienación y la sumisión es compleja. Nuestro proyecto sociocultural educativo no pretende resolverlo; éste debe ser visto más bien como un intento exploratorio de acción y reflexión.

Nuestro punto de partida es una concepción histórico-cultural de la enseñanza y el aprendizaje, el cual tiene sus fundamentos en el concepto de trabajo de Hegel: conceptualizamos la enseñanza y aprendizaje no como dos procesos distintos, sino como como *el trabajo conjunto* sensible, material y conceptual de estudiantes y profesores encaminado a la creación de sujetos

reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas histórico-culturalmente constituidas.

Dentro de esta perspectiva la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no es visto como la simple difusión del conocimiento. La enseñanza-aprendizaje no es solamente un esfuerzo orientado hacia la dimensión del saber. La enseñanza-aprendizaje debe ser un esfuerzo orientado tanto hacia el saber como al ser. Es por ello que planteamos la enseñanza-aprendizaje como un trabajo conjunto que va más allá de la familiarización y adquisición de un contenido disciplinario y añadimos la dimensión del ser como una dimensión fundamental educativa (Radford, 2008). En efecto, los actos de enseñanza-aprendizaje no producen solamente saberes. Dichos actos producen subjetividades también. Lo que sostenemos es que, desde un punto de vista ontológico, ser y saber son dos procesos constitutivos entrelazados (Hegel, 1977; Henry, 2003; Kamenka, 1969; Lévinas, 2006). En consecuencia, deberíamos poner atención y tratar de entender las formas de producción del saber y de subjetividades en el aula y promover aquellas que prometen un aprendizaje significativo de las matemáticas. Nuestra sugerencia es que el aprendizaje significativo de la enseñanza-aprendizaje busca:

(1) promover comprensiones conceptualmente profundas y culturalmente variadas de las matemáticas, y

(2) crear espacios de reflexión crítica en el aula de manera que haya un crecimiento subjetivo socialmente responsable del alumno.

Al plantear la finalidad o el *telos* (como dirían los griegos antiguos) de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, como una aventura dirigida hacia las dimensiones del saber y del ser, estamos recurriendo a una visión poco usual de las matemáticas. Para la perspectiva histórico-cultural que aquí proponemos, las matemáticas no son un discurso sobre verdades ni un simple instrumento de dominación de la naturaleza. Mientras que la primera versión de las matemáticas se ubica dentro de la tradición ontológica griega, la segunda se ubica dentro de la tradición científica que empezó con Leonardo da Vinci y Galileo en el Renacimiento y que, centrándose en la dimensión tecnológica, terminó por convertir las matemáticas en una disciplina altamente técnica de donde desaparece o queda eclipsado el sujeto histórico y social. Han sido varios los filósofos que se opusieron históricamente a la tecnologización de las matemáticas, entre ellos, Heidegger y Hegel. Para dar un ejemplo, Hegel teme que el lenguaje calculatorio al que la matemática ha sido reducida no pueda aportar sino una vista exterior de la cosa de la que se habla. Como dice el famoso filósofo hegeliano francés, Jean Hyppolite, “Esta comprensión o entendimiento que triunfa en las matemáticas es una reflexión exterior a la cosa... El sentido — que es el concepto mismo— es destituido por el cálculo” (Hyppolite, 1961, p. 51). El problema, como Hegel lo ve e Hyppolite nos lo recuerda, consiste en centrarse en un lenguaje formalizante inexpresivo del cual se borra toda traza subjetiva y, por ende, se borra al sujeto mismo.

Nuestra propuesta no consiste en abandonar el simbolismo matemático. Nuestra propuesta consiste en entender las matemáticas como actividad, o como trabajo conjunto (diacrónico y sincrónico). Ver las matemáticas como actividad significa verla como acciones por y entre sujetos que interactúan y reflexionan mutuamente. Ver las matemáticas como actividad realizada por individuos nos lleva necesariamente a verla también como hecha de una dimensión subjetiva en la que individuos se posicionan ante discursos y prácticas sociales. Es por ello que las matemáticas (y su enseñanza-aprendizaje) incluyen una dimensión que tiene que ver con el individuo que las practica (el matemático, el alumno, el profesor...)

Concibiendo las matemáticas como una actividad objetiva y subjetiva (objetiva en el sentido que hay una normatividad histórico-cultural que guía las formas de acción y reflexión matemática que trascienden al sujeto que practica y aprende las matemáticas; subjetiva en el sentido que las matemáticas *incluyen* al sujeto que la practica), uno de los problemas que se plantean desde el punto de vista educativo es el de identificar las formas de reflexión matemática que se propone en el aula y las formas de interacción y cooperación entre individuos. Nuestra respuesta a tales exigencias ha sido de promover formas de reflexión y de posicionamiento crítico en el aula a través de debates y discusiones que tienden a valorizar la contribución de los alumnos a la vez que se comparan y discuten los límites y posibilidades de las formas de pensar un problema y sus posibles soluciones. El profesor y los alumnos se mueven tanto sobre el plano conceptual como sobre el plano ético, a través de la promoción de formas de conducta responsable y solidaria. En efecto, periódicamente, los alumnos y el profesor discuten del significado del trabajo en grupo y de lo que representa en términos de acción hacia otros. De un trabajo de varios años, hemos logrado conformar una serie de expectativas que formulamos en términos de una ética comunitaria en la que los miembros del aula:

- Participan activamente en el espacio público
- Muestran una apertura de espíritu en las discusiones y debates
- Se muestran solidarios con los otros alumnos
- Laboran hacia la constitución de una conciencia crítica.

Tres vectores guían nuestras acciones en las relaciones de producción del saber (esto es, en los modos de interacción y cooperación):

El primer vector es el de comprometerse en el trabajo conjunto. El segundo vector es asumir responsabilidad hacia los otros miembros. El tercero es acerca del cuidado del otro.

Responsabilidad, por ejemplo, significa que el alumno se muestra vigilante de la acción del otro sujeto. Esta vigilancia no hay que entenderla en el sentido de Foucault, es decir como toma de distancia. Es exactamente lo contrario: responsabilidad como vigilancia significa una sensibilidad que nos hace conectar con el otro y poder leer signos de incompreensión matemática, frustración, ansiedad, etc., para poder tenderle una mano y ayudarlo. Pero la responsabilidad es recíproca: esto significa que el alumno que empieza a frustrarse o a no entender o a no estar de acuerdo, lo manifiesta a los otros.

### **Un ejemplo en una clase de 3er año**

El ejemplo que quisiera comentar aquí viene de nuestra investigación en el aula. Se trata de un proyecto en el que seguimos una cohorte de alumnos cuando estos se encontraban en segundo año y que seguimos hasta el sexto año. El ejemplo en cuestión ocurre al final de una secuencia de lecciones sobre la resolución algebraica de ecuaciones.

En los días anteriores de trabajo conjunto de los alumnos y el profesor, los alumnos tomaron progresivamente conciencia de varias formas de resolver una ecuación (que nosotros, con nuestro simbolismo alfanumérico contemporáneo llamaríamos de primer grado:  $ax + b = cx + d$ ). Los alumnos compararon métodos de ensayo y error con métodos algebraicos de simplificación de la ecuación e aislamiento de la incógnita. La terminología fue introducida paulatinamente por la profesora en la medida que las acciones eran hechas por los alumnos (a veces con ayuda de la profesora). Durante el tercer año, el objetivo no era llevar a los alumnos a



resolver ecuaciones utilizando el simbolismo algebraico estándar, sino crear condiciones de posibilidad en el aula para pensar algebraicamente. Para este fin utilizamos cartas de Hockey y sobres en los que había un número desconocido de cartas. Dadas ciertas condiciones (que se traducirían formalmente en una ecuación de tipo  $ax + b = cx + d$ ), los alumnos debían encontrar el valor de  $x$ .

En el último día de la secuencia de enseñanza-aprendizaje, los alumnos fueron invitados a inventar una historia, a traducirla en ecuación (utilizando material concreto) y a solucionar la ecuación.

Como de costumbre, para promover formas de subjetividad que valoramos y que quedan plasmadas en nuestro concepto de ética comunitaria, los alumnos trabajaron en pequeños grupos de 3. Cada grupo de alumnos formuló su propia historia, traducción y solución de la ecuación. Luego, la copia del grupo fue enviada a otro grupo para su consideración, y recíprocamente. La profesora les pidió a los alumnos de cada grupo que examinaran el texto del otro grupo y se pronunciaran respecto a tres elementos:

(1) si el texto (historia, ecuación y resolución) era claro

(2) si el texto era exacto (la ecuación traduce apropiadamente la historia y la solución es correcta algebraicamente hablando)

(3) si el texto es convincente (por ejemplo, la solución contiene todas las etapas).

(En nuestra investigación posterior hemos añadido un cuarto elemento: el elemento estético. Les pedimos a los alumnos que compararan textos para que nos indicaran aquellos que ellos encuentran más bellos).

Los alumnos procedieron al examen de la copia y del otro grupo y discutieron respecto a estos elementos. Por último, la profesora invitó a los grupos a que se reunieran para presentar, tomando turnos y de manera constructiva, su apreciación de aquellos elementos que tenían mérito y aquellos que, según ellos, deberían ser mejorados.

Esta forma de cooperación y de interacción define relaciones de producción del saber que incluyen la dimensión conceptual pero que van más allá de la misma. Las relaciones de producción del saber engloban mecanismos de subjetivación que no son alienantes en la medida en que los alumnos tienen una posibilidad de expresarse y posicionarse críticamente.

Notemos que lo que abre una posibilidad hacia la desalienación no es que los modos de producción del saber hayan sido devueltos al alumno (recordemos la metáfora del bombón) y que el alumno construye dicho saber. La manera algebraica de pensar las ecuaciones y su resolución es algo que existe ya allí, en la memoria cultural. Para nuestra aproximación, el saber escolar no es una cuestión de construcción personal (como en el constructivismo); no es tampoco una recepción sumisa del saber. Desde la perspectiva materialista dialéctica que proponemos—desde la perspectiva de la teoría de la objetivación (Radford, 2007; 2013; Roth and Radford, 2011)—, el saber es pura posibilidad. El saber se presenta a los alumnos como una posibilidad para reflexionar de manera algebraica acerca de las ecuaciones. El saber constituye posibilidades culturales de acción y de reflexión, posibilidades para imaginar y sopesar eventos. El saber como posibilidad crea horizontes de *virtualidad* (Deleuze, 1994; Massumi, 2002) que alumnos y profesores realizan o concretizan de manera particular en el aula (Radford, 2013). Es a través de la labor o trabajo conjunto sensible y material de los alumnos y profesores que el saber como pura posibilidad evoluciona. En el evento de su aparición, sus significados históricos y culturales

se convierten en objetos de conciencia y pensamiento. Como hemos sugerido en otros trabajos, el aprendizaje es el acto intersubjetivo y emocional de (re)conocimiento y creación del ser y del saber en el evento de su aparición.

La Figura 1 muestra a los alumnos de dos grupos. El primer grupo está constituido de tres niñas (Érica, Casandra y María; ver foto 1); el segundo grupo está constituido de un niño y una niña (Carl y Sandra; foto 2). En las primeras dos fotos, los grupos están creando su propia historia, traduciéndola en ecuación y resolviendo la ecuación.

El primer grupo elaboró la siguiente historia:


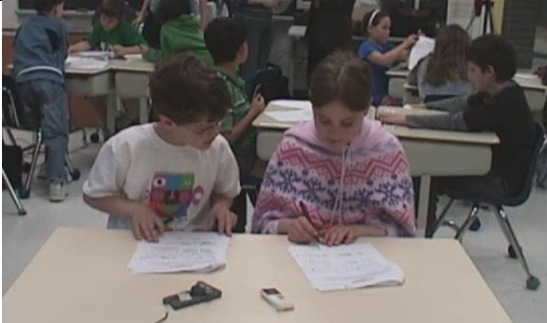
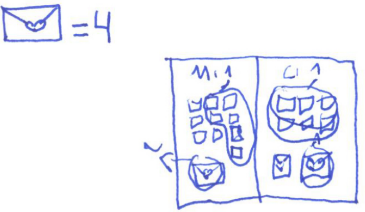
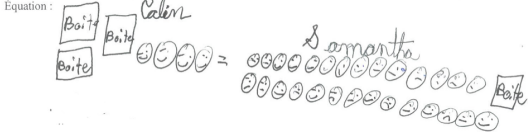
María tiene 10 etiquetas en su colección. Recibe un sobre de etiquetas para su aniversario. Casandra tiene 6 etiquetas en su colección. Y (recibe) 2 sobres de etiquetas para navidad. ¿Cuántas etiquetas hay en cada sobre?

El segundo grupo elaboró la siguiente historia:

Para Navidad, Calin recibió tres cajas de Webkinz y Samantha recibió una caja. Él [Calin] tiene ya 4 Webkinz. Y Samantha tiene ya 28 webkinz. Ahora los dos tienen la misma cantidad [de Webkinz].

Las foto 3 y 4 presentan la traducción y solución de la historia del primer y segundo grupo, respectivamente.

En la foto 5, el primer grupo está leyendo, interpretando y criticando el trabajo del segundo grupo. En la foto 6, los dos grupos se encuentran para discutir con respeto y de manera constructiva los textos respectivos.

	
<p>Foto 1</p>	<p>Foto 2</p>
	
<p>Foto 3</p>	<p>Foto 4</p>

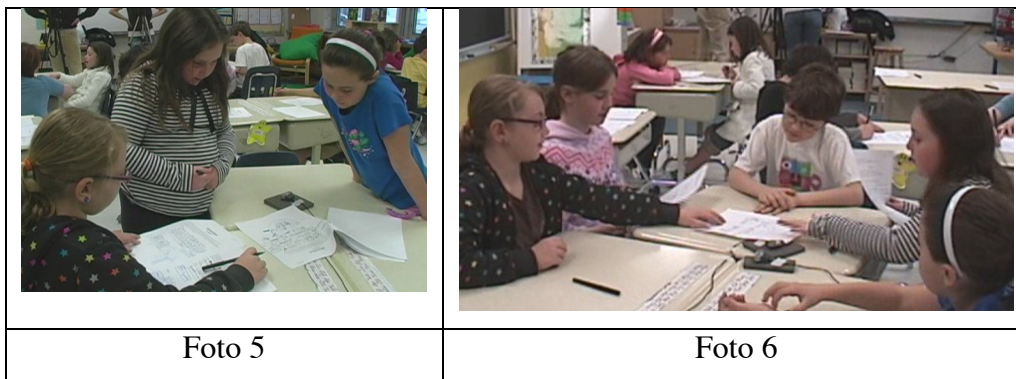


Foto 1. Diversos momentos de las relaciones no utilitaristas de producción del saber.

A continuación se muestra un pasaje de la discusión de los alumnos. El pasaje corresponde a la apreciación que hace el segundo grupo al trabajo del primer grupo.

1. Carl: Um, lo que nos gustó de su historia es que es clara, es buena, no hay ningún error. Nosotros pudimos leerla bien. Eso es lo que pensamos de su historia.
2. Sandra: Aquí, aquí, lo que nos gustó fue que tú pusiste el sobre igual a 4.
3. Carl: Pero, ¿4 qué? No sabemos ¿4 qué? Ustedes simplemente escribieron 4. Hubieran podido escribir *cartas*.

En las dos primeras líneas, hay una apreciación positiva del trabajo del otro grupo. En la tercera línea aparece una crítica constructiva. Más adelante, los alumnos argumentan que el grupo no puso el signo de igualdad. También argumentaron que, en la resolución del problema, las cartas no fueron sustraídas una por una de cada lado de la ecuación, sino cuatro a la vez. Esta observación dio la pauta a una discusión interesante en la cual, como veremos más adelante, la profesora intervino juiciosamente.

El primer grupo anotó las mejoras que podrían aportarse a su texto, dada la crítica del segundo grupo, y tuvo oportunidad de presentar las suyas. Según el primer grupo, la historia del segundo grupo no contiene una pregunta. Esta observación dio lugar a una discusión que llevó a los grupos a posiciones diferentes.

La profesora llegó a ver a los alumnos algunos minutos más tarde.

1. Profesora: ¿Qué cosas vieron que hubieran podido ser mejoradas por el otro grupo?
2. Sandra: Vimos que no pusieron el signo igual
3. Profesora: ¡Ah! Hace falta el signo igual...
4. Sandra: Y aquí no quitaron uno por uno; quitaron un grupo
5. Profesora: Estoy de acuerdo con lo del signo igual, pues es una ecuación. ¿No es cierto?
6. Casandra: Sí...
7. Profesora: La idea de circular 4 cartas y quitarlas al mismo tiempo, yo no veo problema en eso... [...] (dirigiéndose al otro grupo) ¿Hay acaso algo que hace falta? [en el texto del otro grupo]
8. Érica: Sí, creo que, no se sabe... ellos dicen que tienen la misma cantidad [de dulces], no dicen qué es lo que se busca... ¿Cuántos....?

9. Profesora: Entonces ¿hace falta una pregunta?
10. Casandra: ¡No hay pregunta!
11. Érica: Sí! ¡Hace falta una pregunta!
12. Carl: Sí, pero...
13. Profesora: ¿Porqué creen ustedes... (varios niños hablan al mismo tiempo) vamos a preguntar aquí... ustedes van a poder defenderse después. ¿Porqué creen ustedes que es importante hacer una pregunta?
14. Casandra: Porque si no... ¿qué vas a hacer?
15. Sandra: No tienes necesidad de hacer una pregunta.

Después de una discusión muy acalorada, la profesora intervino y dijo:

1. Profesora: ¡Oh! Se quiere saber la cantidad que hay en la caja. ¿Piensan ustedes que en una situación como esta, para alguien que mira... que quiere resolver o encontrar la solución, es importante añadir la pregunta?
2. Sandra: Sí.
3. Profesora: ¿Tú dices que sí?
4. Sandra: Sí
5. Carl: Yo digo que no, porque en una historia no se pregunta.

Notemos que la maestra pudo haber optado por hacer uso de su posición de poder y definir la situación. Pero dentro de nuestra perspectiva, la cuestión de poder, que es inevitable por la asimetría de la distribución del saber en el aula, es tomado con respeto y responsabilidad. La maestra expuso su punto de vista y luego se marchó a discutir con otro grupo.

La discusión del grupo quedo sin resolverse. Es decir, quedó con toma de posición respecto a opciones diferentes. La no resolución de la discusión no debe verse como un fracaso educativo. Al contrario: el trabajo conjunto no significa que habrá consenso. La idea de trabajo conjunto reposa sobre el reconocimiento de la pluralidad de voces y perspectivas implicadas. Su característica mas importante es precisamente de ser subversivo, de provocar tensiones y contradicciones.

Este ejemplo muestra los dos ejes sobre los cuales, según nosotros, reposa el aprendizaje: ha habido un reconocimiento de formas histórico-culturales de pensar algebraicamente las ecuaciones, y ha habido un posicionamiento subjetivo de los alumnos y del profesor en el espacio publico en que todos ellos han convertido el aula –espacio publico que los griegos llamaban la *polis*.

### **Síntesis**

En este artículo hemos discutido tres vertientes de las corrientes socioculturales en educación matemática contemporánea: la vertiente etnomatemática, que ve en cada matemática la expresión intelectual y espiritual de su cultura de origen; la vertiente foucauldiana y su prolongación postmodernista inspirada de Kant y el movimiento ilustracionista; la versión histórico-cultural, que se inspira del materialismo hegeliano y que hemos ilustrado a través del ejemplo de la teoría de la objetivación.

El corazón de nuestro argumento gira en torno a la necesidad de ir más allá de la oposición individuo-sistema que caracteriza una gran parte de la tradición del pensamiento occidental y que alcanzó su expresión más grande con la creación, implementación y desarrollo de nuevas formas de producción a partir del renacimiento. Desde entonces, las formas y relaciones de producción han sido concebidas en términos de acumulación de bienes materiales y en la promoción personal del individuo. Transpuestas a la escuela, dichas formas de relación y de producción del capitalismo avanzado la han convertido en una institución de adiestramiento al consumismo, al desmenuzamiento del alumno en una serie de competencias propicias al cambio de bienes que aspiran a hacer de éste un consumidor “informado.”

El proyecto que proponemos está basado en la idea de repensar la educación matemática desde una perspectiva crítica histórico-cultural que busca superar la alienación intrínseca de las formas de producción capitalistas por medio de nuevas formas de relaciones de cooperación y de interacción y nuevos modos de producción del saber (formas de investigación y de comprensión de lo que son las matemáticas).

El proyecto está en sus primeros pasos. Queda mucho por recorrer. Quizás la introducción de la dimensión ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas pueda servir de punto de apoyo para repensar el tipo de ciudadano que deseamos formar para el futuro y para el presente. Pero para ello, debemos tratar de romper con esquemas ya dados respecto a lo que deben ser las matemáticas, y su enseñanza-y-aprendizaje. El desafío es tanto mayor que si hay algo que ha caracterizado al occidente moderno es precisamente su tecnologización y el papel de primer plano que en éste ha desempeñado la matemática. En efecto, es casi imposible pensar el occidente moderno sin sus matemáticas.

Sin embargo, la idea no es de echar esas matemáticas a la basura. La idea es de tomarlas como una de las posibles matemáticas y de comprenderlas no con sumisión sino críticamente. Debemos crear las sensibilidades necesarias para reconocer y crear otras matemáticas, basadas en formas diferentes de producción del saber y de subjetividades. Es aquí donde podemos aprender de la vertiente etnomatemática, pero también de otras áreas intelectuales, como el arte. La pintora guatemalteca Angelina Quic, por ejemplo, ha desarrollado un nuevo estilo artístico: la “vista de ojo de pájaro.” La artista cuenta que en 1992 cuando iba con su esposo (otro pintor guatemalteco) hacia una feria de una aldea vecina, se detuvo a descansar un momento. Dice,

From that point we had a view of the landscape and villages below – it was so beautiful! It inspired me to paint like that, like seen from above, so I made my husband go up rooftops and take photos of markets, children, etc. [Desde ese punto teníamos una vista desde arriba del paisaje y de las aldeas. ¡Era tan lindo! Eso me inspiró para pintar así, como viendo desde arriba. Así que pedí a mi esposo ir más arriba y tomar fotos del mercado, de los niños , etc.] (Quic, <http://www.novica.com/artistdetail/index.cfm?faid=7315>)

El estilo artístico que elabora Quic muestra una posibilidad artística muy diferente a la representación del espacio que elabora la perspectiva en el siglo XV. Y está sin duda encajada en un imaginario simbólico cultural muy diferente, como lo sugiere ya el mismo nombre: “vista de ojo de pájaro,” que moviliza ya ciertas sensibilidades hacia la naturaleza y los animales. Ojalá podamos desarrollar pronto sensibilidades similares para repensar las matemáticas.

## Reconocimientos

Este artículo es resultado de un programa de investigación subvencionado por the Social Sciences and Humanities Research Council of Canada (SSHRC/CRSH)

## Referencias y bibliografía

- Alrø, H., Ravn, O., & Valero, P. (2010). *Critical mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense.
- Berki, R. (1979). On the nature and origins of Marx's concept of labor. *Political Theory*, 7(1), 35-56.
- Bingham, C., & Biesta, G. (2010). *Jacques Rancière. Education, truth, emancipation*. London: Continuum.
- Bourdieu, P., & Passeron, J. (1990). *Reproduction in education, society and culture*. London: Sage.
- Brown, T. (2011). *Mathematics education and subjectivity: Cultures and cultural renewal*. Springer Verlag. Retrieved from Google Scholar.
- Cole, M., & Hill, D. (2002). 'Resistence postmodernism' —progressive politics or rhetorical left posturing? In D. Hill, P. McLaren, M. Cole, & G. Rikowski (Eds.), *Marxism against postmodernism in educational theory* (pp. 89-107). Lanham: Lexington Books.
- D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics*. Rotterdam: Sense Publishers.
- D'Ambrosio, U. (2013). Las bases conceptuales del programa etnomatemática. *14° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Universidad Del Atlántico, 9-11 Octubre 2013*.
- Deleuze, G. (1994). *Difference and repetition*. (P. Patton Trans.). New York: Columbia University Press. (Original work published 1968)
- Donham, D. L. (1999). *History, power, ideology: Central issues in marxism and anthropology*. Berkeley: University of California Press.
- Dupré, L. (1983). *Marx's social critique of culture*. New Haven: Yale University Press.
- Foucault, M. (1966). *El pensamiento del afuera*.  
<http://www.philosophia.cl/biblioteca/Foucault/Foucault%20el%20pensamiento%20del%20afuera.pdf>.
- Foucault, M. (1969). Qu'est-ce qu'un auteur? [Qué es un autor?].  
<http://elpsicoanalistalector.blogspot.ca/2009/06/michel-foucault-quest-ce-quun-auteur.html>
- Foucault, M. (1993). ¿Qué es la ilustración? *Revista de Filosofía*, 3, 5-18.
- Fraser, I. (1998). *Hegel and marx. The concept of need*. Edinburgh: Edinburgh University Press,.
- Freire, P. (2004). *Pedagogy of indignation*. Boulder, Colorado: Paradigm Publishers.
- Godelier, M. (2010). *L'idéal et le matériel. Pensée, économie, sociétés [the ideal and the material. Thought, economy, societies]*. Paris: Champs essais.
- Hardt, M., & Negri, A. (2001). *Empire*. Harvard University Press Cambridge, MA.
- Hegel, G. W. F. (1977). *Hegel's phenomenology of spirit*. Oxford: Oxford University Press (First edition, 1807).
- Henry, M. (2003). Phenomenology of life. *Journal of Theoretical Humanities*, 8(2), 97-110.
- Herbel-Eisenmann, B., Choppin, J., Wagner, D., & Pimm, D. (2012). *Equity in discourse for mathematics*

- education*. New York: Springer.
- Hyppolite, J. (1961). *Logique et existence [logic and existence]*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Jablonka, E., Wagner, D., & Walshaw, M. (2013). Theories for studying social, political and cultural dimensions of mathematics education. In M. Clements, M. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 41-67). New York: Springer.
- Kamenka, E. (1969). *Marxism and ethics*. London: Macmillan St Martin's Press.
- Knijnik, G. (2000). Some words about "researching mathematics education from a critical perspective". In *Proceedings of the 2nd international conference "mathematics education and society"*. Retrieved from <http://nonio.fc.ul.pt/mes2/>.
- Lave, J., & McDermont, R. (2002). Estranged ~~labor~~ learning. *Outlines, 1*, 19-48.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Lerman, S. (2006). Socio-cultural research in PME. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Lévinas, E. (2006). *Totalité et infini. Essai sur l'exteriorité [totality and infinity. An essay on exteriority]*. Paris: Le livre de poche.
- Lukács, G. (2012). *Ontologie de l'être social. L'idéologie, l'aliénation [ontology of the social being. Ideology, alienation]*. Paris: Delga.
- Marx, K. (1859). *Contribución a una crítica de la economía política*. Telecargado de <http://pcarriate.es/jdownloads/K.%20Marx%20y%20F.%20Engels/Marx%20-%20Contribucion%20a%20la%20critica%20de%20la%20economia%20politica.pdf>
- Marx, K. (1998). *The German ideology, including theses on Feuerbach and introduction to the critique of political economy*. New York: Prometheus Books.
- Massumi, B. (2002). *Parables for the virtual. Movement, affect, sensation*. Durham & London: Duke University Press.
- Mészáros, I. (2010). *Social structure and forms of consciousness*. New York: Monthly Review Press.
- Popkewitz, T. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. *American Educational Research Journal, 41*(1), 3-34.
- Presmeg, N., & Radford, L. (2008). On semiotics and subjectivity: Signifying "students", "teachers" and "mathematics": A reading of a special issue. *Educational Studies in Mathematics, 69*(3), 265-276.
- Quic, A. (s/f). Vista de ojo de pájaro. <http://www.novica.com/artistdetail/index.cfm?faid=7315>
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the fifth congress of the european society for research in mathematics education (CERME – 5)* (pp. 1782-1797). Larnaca, Cyprus.
- Radford, L. (2011). Classroom interaction: Why is it good, really? *Educational Studies in Mathematics, 76*, 101-115.
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and

- learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Roth, W. -, & Radford, L. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O. (2008). Critical mathematics education for the future. In M. Niss (Ed.), *ICME-10 proceedings*. (Retrieved on December 20 2010 from [http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular\\_pdf/RL\\_Ole\\_Skovsmose.pdf](http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular_pdf/RL_Ole_Skovsmose.pdf)). Denmark: IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Slavin, R. E. (1980). Cooperative learning. *Review of Educational Research*, 50(2), 315-342.
- Walshaw, M. (2004). The pedagogical relations in postmodern times. In M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 121-139). Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing.
- Walshaw, M. (2012). *Towards an understanding of ethical practical action in mathematics education: Insights from contemporary inquiries* . In S. Oesterle, D. Allan, & P. Liljedahl (Eds.), *Proceedings of the annual meeting of the canadian mathematics education study group / groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques* (pp. 3-12). Laval: CMESG/GCEDM.