NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 85, marzo de 2014, páginas 139-144

Poliprismas

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen

En este artículo se presenta un campo poco explotado de disecciones de prismas. Partiendo de un prisma unitario de proporciones 3x2x1 que llamamos "canónico" se construyen poliprismas de 2, 3, 4,… elementos. Estos poliprismas se ensamblan para formar un prisma de las mismas proporciones relativas. Partiendo de un modelo de disección del cubo, el Cubo de Rupe, se analiza el procedimiento para convertir el cubo en prisma, y los policubos en poliprismas, estudiando las variantes que aparecen.

Palabras clave

Policubos. Poliprismas. Disección de prismas. Estudio de las posiciones relativas de prismas elementales al ensamblarlos. Número de poliprismas según los elementos que intervienen. Orientación espacial. Análisis de figuras en el espacio.

Abstract

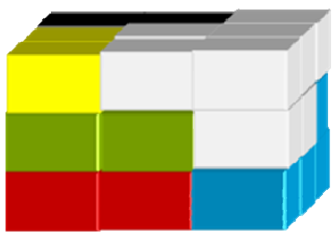
In this article a field of untapped dissections prisms is presented. Starting from a unitary prism proportions 3x2x1 we call "canonical" are built polyprisms 2, 3, 4, ... elements. These polyprisms assemble into a prism of the same relative proportions. Starting from a model cube dissection, Rupe's Cube, the procedure is analyzed to convert the cube to prism, and polycubes to polyprisms in studying the variants shown.

Keywords

Polycubes. Polyprisms. Dissection of prisms. Study of the relative positions of elementary prisms to assemble. Number polyprisms as the elements involved. Spatial orientation. Analysis figures in space.

1. Introducción

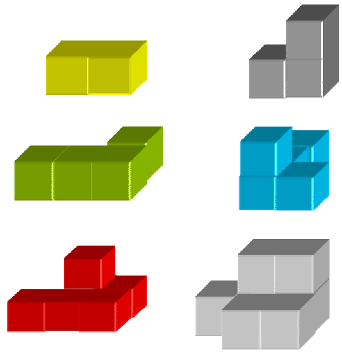
En nuestro anterior artículo sobre juegos, adelantamos el caso de los poliprismas. Verdaderamente hemos encontrado poco escrito al respecto. Y, comparados con los puzles pensados y construidos alrededor de los policubos, son casi inexistentes. Por otro lado, podemos considerar que la mayoría de las disecciones de cubos dan lugar a poliprismas, pero aquí tenemos en cuenta dos características, dos principios fundamentales: partimos de la solución a un cubo diseccionado en varios policubos y transformamos los policubos en poliprismas según alguno de los criterios que explicamos en el artículo. De esta manera, uniendo los poliprismas obtenemos lo que llamábamos "un ladrillo", un prisma rectangular de proporciones 9x6x3.



[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

Sociedad Canaria *Isaac Newton* de Profesores de Matemáticas

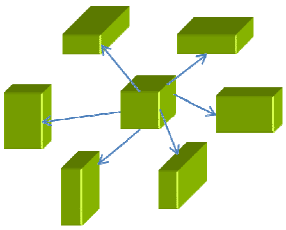
2. Poliprismas a partir de los policubos



Las piezas (policubos) que componen el **Cubo de Rupe** son seis. Desde un bicubo hasta un heptacubo. Es decir, formadas por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 cubos elementales unidos por sus caras. Los tenemos dibujados a continuación.

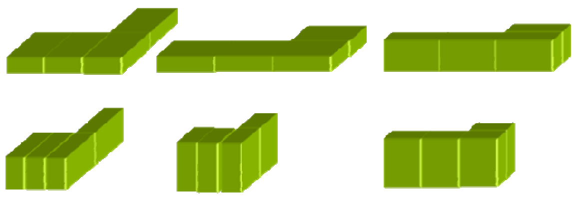
Formar un cubo de dimensiones 3x3 con las seis piezas tiene al menos 54 soluciones, ya que la pieza roja, el hexacubo, limita el número de resultados al ocupar, en la mayoría de las construcciones, necesariamente el cubito central del Cubo. Con esto también se simplifica el estudio de las posibles soluciones.

Vamos a analizar que ocurre cuando convertimos cada uno de los cubos elementales del policubo en un prisma de dimensiones 3x2x1 (al que llamaremos “prisma canónico”), y los unimos por sus caras de forma congruente, es decir, que de las tres caras diferentes que presenta: la de dimensiones 3x2 (cara **6**), la de 3x1 (cara **3**) y la de 2x1 (cara **2**), se han de adosar las de dimensiones iguales, no siendo válido el unir, por ejemplo, tres prismas por sus caras 2 con un cuarto prisma por su cara 6 como en la figura de color madera de la derecha.



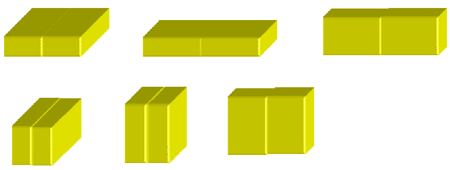
Cuando queremos convertir los policubos en poliprismas, a partir de una solución del Cubo, vemos que existen seis posiciones del prisma según la cara y orientación que se presente.

Tales orientaciones son importantes porque al construir el poliprisma, la unión de los elementos se hace teniendo en cuenta la orientación de los cubos del policubo del modelo.

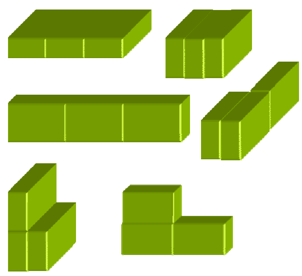


Por ejemplo, el tetracubo verde tal como está orientado en la pieza modelo y dado que presenta simetrías, da lugar a los siguientes seis poliprismas, todos distintos, y que presentan al frente las tres caras con dos orientaciones cada una.

Actuando de la misma manera con los otros policubos, elegimos luego las variantes que presentan la misma cara y orientación al frente para a partir de los policubos diseñar los poliprismas.

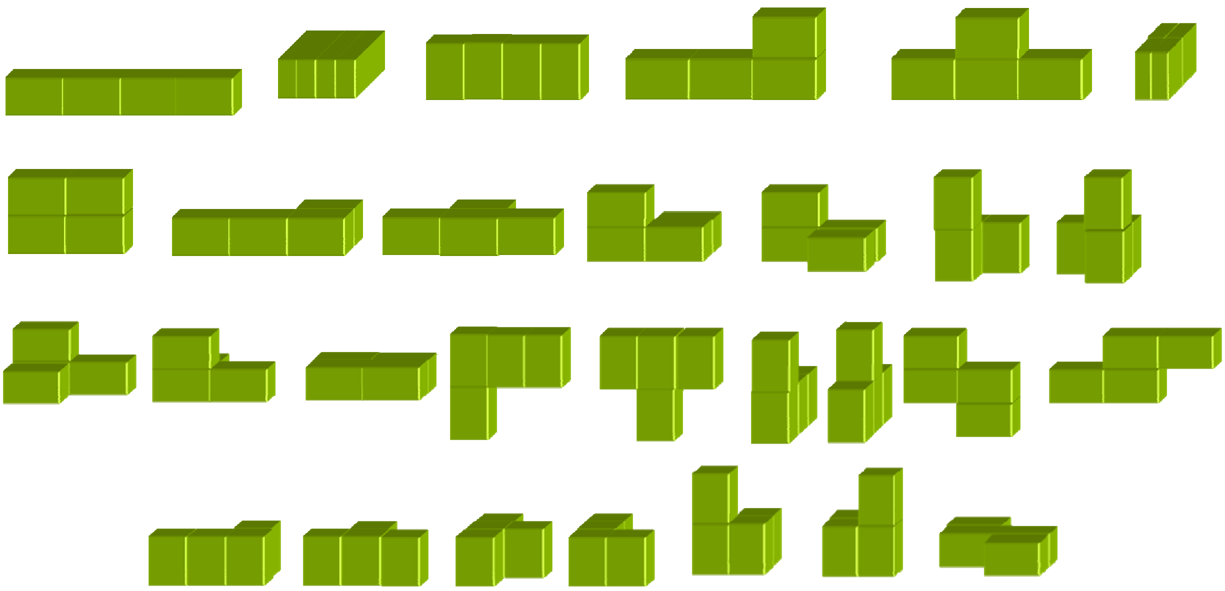


Tenemos seis biprismas posibles atendiendo a la cara que vemos al frente, pero está claro que solo tres son los modelos posibles: los unidos por la cara 2, los que lo hacen por la cara 3 y los que lo hacen por la cara 6.



Sin embargo, al considerar los triprismas, encontramos seis poliprismas diferentes con las siguientes uniones: por sus caras 2, por sus cara 3, por sus caras 6, dos por la cara 6 y el tercero por la cara 2 (que se puede considerar también formado por dos prismas unidos por la cara 2 y el tercero unido por la cara 6) o dos por la cara 6 y el tercero por la cara 3 (e igual consideración que antes), y por último, el que resulta de unir dos por la cara 2 y el otro por la cara 3, que es equivalente al que resulta de unir dos por la cara 3 y el otro por la cara 2 de uno de ellos. Luego, cada uno de ellos se puede ver con diferente orientación, por ejemplo, tres caras 2 al frente se pueden ver horizontal o verticalmente contiguas, es decir, unidas por su lado 1 o unidas por su lado 2 (los dos triprismas superiores de la figura).

Para el tetraprisma, encontramos 29 modelos distinguibles:

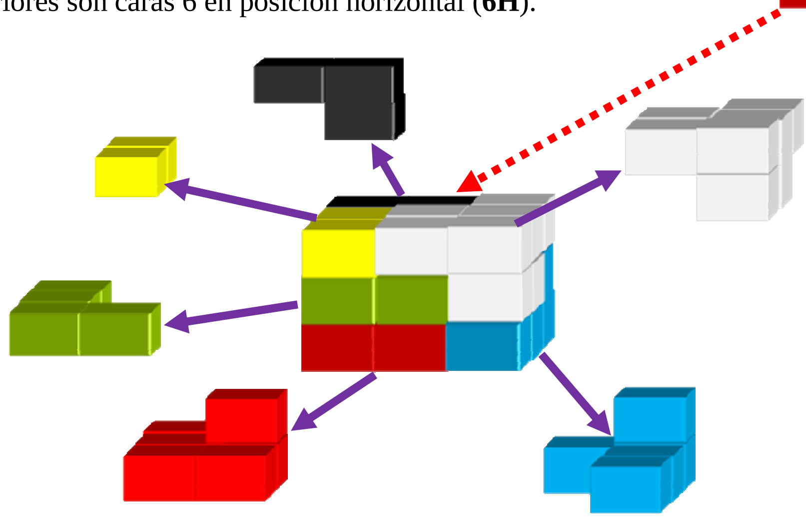


Para poliprismas de órdenes más elevados, el número de construcciones aumenta enormemente, quedando pendiente su cálculo, representación y estudio.

3. Poliprismas a partir de las piezas del Cubo de Rupe.

La solución del Cubo que hemos tomado como ejemplo se construye con las piezas que se indica.

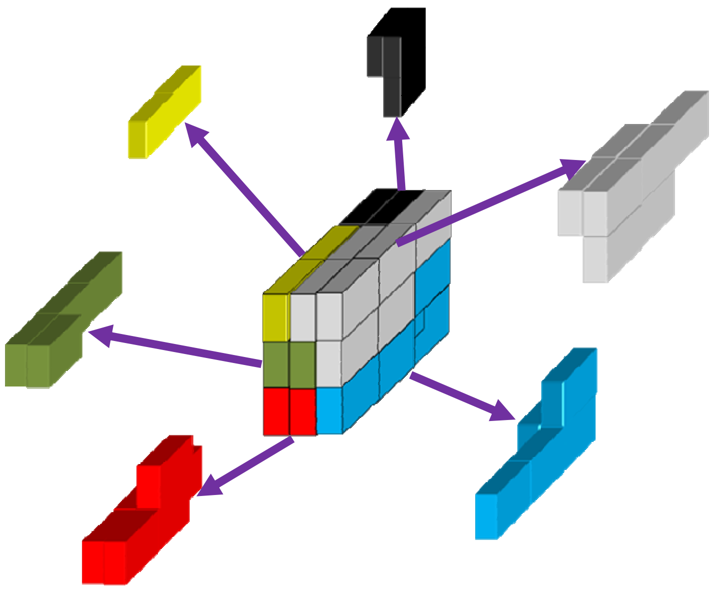
Conservando la cara que vemos como cara “principal”, tomamos prismas cuyas caras anteriores son caras 6 en posición horizontal (**6H**).



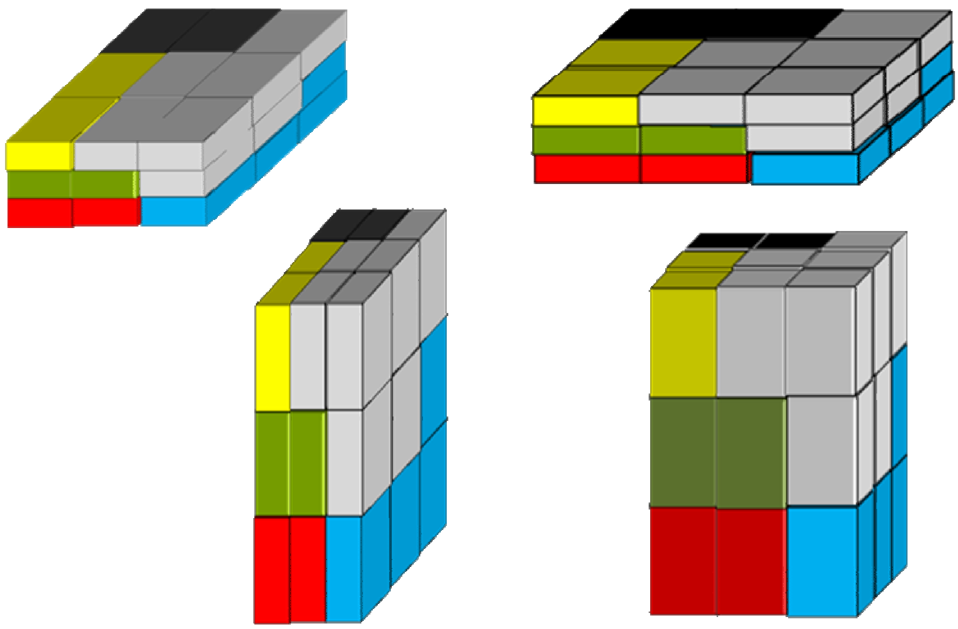
Si hubiésemos tomado los poliprismas con sus caras 2 en posición vertical (**2V**), por ejemplo, las piezas necesarias serían las siguientes:

Comprobando que los poliprismas que intervienen son diferentes a los del caso anterior.

Por cada solución al Cubo de Rupe tendremos seis tipos de construcción si tomamos poliprismas, dos orientaciones por cada una de las caras posibles: orientaciones horizontal (**H**) o vertical (**V**) para las caras **6**, **3** y **2**.

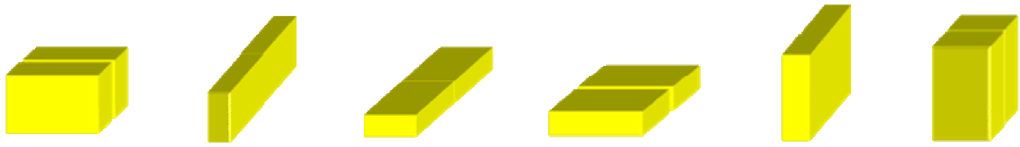


En las siguientes figuras se representan para las caras **2** (horizontal: **2H**), la **3** (horizontal: **3H** y vertical: **3V**) y la **6** (vertical: **6V**)



Queda para el lector, como actividad que puede compartir con los alumnos, el desarmar cada uno de los “ladrillos” y ver qué poliprismas los constituyen. No obstante adelantamos algunas pistas.

Cada una de los poliprismas presenta, para cada "ladrillo", o una orientación o un acoplamiento diferente. En la pieza más sencilla, el biprisma, las piezas que intervienen, en el mismo orden que aparecen las figuras, son:

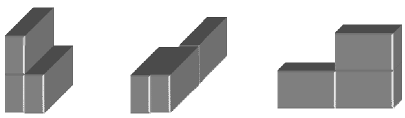


Hemos construido los ladrillos en el orden 6H, 2V, 2H, 3H, 3V y 6V, y las piezas se repiten, como era de esperar.

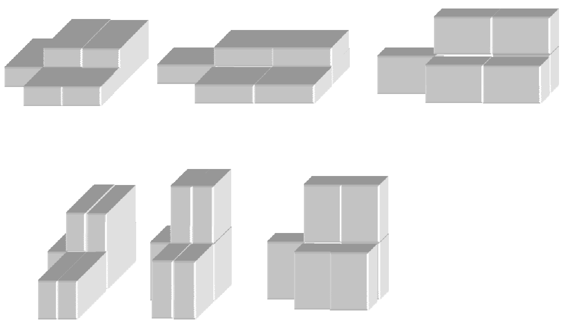
Si consideramos qué tetraprisma interviene en cada ladrillo, siguiendo el orden establecido, serían:

Y aquí vemos que las piezas son diferentes. ¿Ocurre también para el resto de los poliprismas que intervienen?

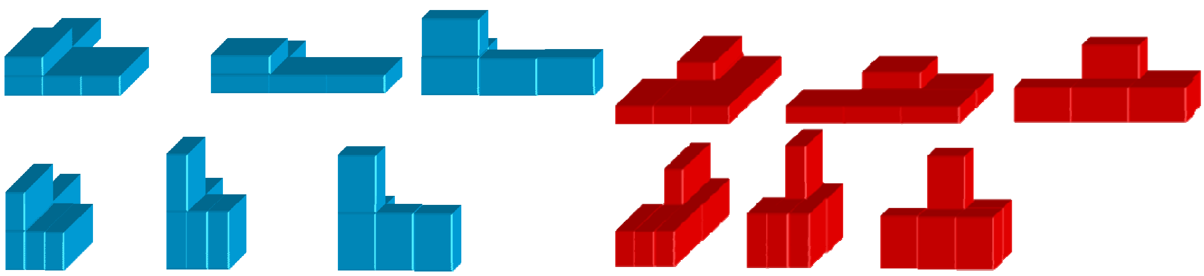
El triprisma presenta, entre otras, las variantes de la figura. ¿Cuál interviene en cada ladrillo, orientándola adecuadamente?



¿Y en el caso del heptaprisma, el más complicado de los que intervienen?



Y ya puestos, los dos que faltan:



La manipulación y posterior discusión de las construcciones que exponemos, implican un desarrollo de las capacidades de visión espacial, de orientación, sistematización, ordenación de resultados, análisis, etc., que son “ladrillos” esenciales en la formación científica y matemática.

¿Y para qué sirve esto, dirán nuestros lectores? Pues nosotros entendemos que es un posible modelo de investigación tridimensional, en el que aparece la posibilidad de modelización con piezas construidas en madera y pegamento o utilizar, como hemos hecho nosotros con Excel, un programa que permita dibujar las piezas tridimensionales y jugar con ellas. Posteriormente se puede construir el modelo que nos haya resultado más interesante.

Queda mucho por trabajar. Nosotros solamente hemos pretendido abrir un camino aparentemente poco explorado y permitir que quien quiera, quien se sienta motivado, explore un poco más allá.

Agradeceríamos que si alguien conoce alguna investigación en esta línea nos lo haga saber para rendirle el homenaje oportuno. Y si ese alguien, u otro, investiga en esta dirección y nos lo hace saber, que quede claro que aquí, en esta página, daremos cumplido conocimiento de lo que nos llegue.

Hasta el próximo NÚMEROS (Revista de Didáctica de las Matemáticas) pues. Un cordial saludo.

Club Matemático