

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 84, noviembre de 2013, páginas 159-165

La lotería, ese impuesto a la ignorancia

Antonia R. Gil Armas (Instituto de Enseñanza Secundaria Pablo Montesino. España)

Resumen

La probabilidad se puede abarcar desde muchas perspectivas, la que aquí se plantea lo hace desde el análisis de los juegos de azar tales como: la lotería nacional, la lotería primitiva, etc. Es una tarea dirigida a los alumnos de 4.º de ESO (15 años) que consiste en llevar a cabo un trabajo de investigación sobre estos juegos, calculando la probabilidad de obtener premio en las distintas categorías.

Palabras clave

Probabilidad, tarea, 4º ESO, juegos de azar.

Abstract

The probability can span from many perspectives, here it raises from the analysis of gambling such as the national lottery, the lotto, etc. It is a task aimed at students 4.º ESO (15 years) is to carry out research on these games, calculating the probability of the different award categories.

Keywords

Probability, task, 4º ESO, gambling.

1. Introducción

La lectura de la popular frase del título, «La lotería, ese impuesto a la ignorancia», atribuida a Warren Buffet, uno de los hombres más ricos del planeta, la cercanía en ese momento de las fiestas navideñas, en la que muchos de nosotros nos apuramos a comprar décimos de lotería como un buen deseo más de la Navidad y la creciente publicidad de los juegos de póker on line, me hicieron plantearme que este curso debía trabajar los contenidos de probabilidad desde el análisis de estos juegos, en los que para jugar hay que invertir una cierta cantidad de dinero, pequeña si la comparamos con el premio esperado.

Abarcar los contenidos de la probabilidad desde el análisis de los juegos de azar, no es más que remitirnos a su historia, cuando en el s. XVII Fermat y Pascal tratan de resolver algunos problemas relacionados con el juego planteados por el caballero de Meré, amigo de Pascal. Meré, como nosotros, quería ganar o, al menos, conocer qué probabilidad tenía de tener éxito.

Los objetivos de la tarea que más abajo describo es que los alumnos conozcan, y sepan calcular, las posibilidades que tienen de ganar en juegos tales como la lotería de Navidad, el euromillón, el sorteo de la ONCE, es decir, todos aquellos juegos, en su mayoría de carácter estatal, que conocen por la publicidad o porque sus familiares suelen jugar. Además, añadimos el objetivo de conocer cuál es el valor esperado del boleto que compramos para participar en cada uno de esos juegos y, claro, puestos a jugar, ¿con cuál de ellos tendríamos más oportunidades de ganar?

En definitiva, la actividad pretende que utilicen el cálculo de probabilidades en una situación concreta, la de los juegos de azar y, no sólo que analicen los procesos aleatorios sino que también ellos formen parte de uno, que vivan la experiencia de ser el resultado de un proceso fruto del azar. Por tal



motivo en el diseño de esta tarea se provocó que la aleatoriedad estuviera presente en cada una de sus fases, desde la formación de los equipos y la elección del tema a analizar, hasta, por supuesto, el desarrollo de la misma.

2. Metodología, temporalización, recursos y conocimientos previos

«Es importante aprender métodos y técnicas de investigación, pero sin caer en un fetichismo metodológico. Un método no es una receta mágica. Más bien es como una caja de herramientas, en la que se toma la que sirve para cada caso y para cada momento»

Ander-Egg

La tarea que se describe en el siguiente punto involucra al alumno en la realización de actividades que le ayuden a construir sus conocimientos y extraer sus conclusiones en base a unos datos obtenidos empleando el cálculo de probabilidades. La mayor parte de estas actividades se realizarán en grupo y es importante promover la participación y organización de los alumnos en el trabajo en grupo.

Antes de proponer la realización de la tarea de investigación a los alumnos, se debe trabajar con ellos las técnicas de recuento, los principios de adición y multiplicación, o bien la combinatoria. Nosotros no trabajamos con combinatoria, aunque uno de los equipos de alumnos solicitó otro método y a ellos de forma particular se les explicó las fórmulas de combinatoria necesarias para realizar sus cálculos, aunque no era indispensable.

Para la realización de los cálculos que conlleva la actividad, es suficiente con disponer de dos calculadoras por equipo, pero si se pudiera disponer de ordenadores la hoja de cálculo acortaría el tiempo dedicado a su realización. Aunque no se use la hoja de cálculo, al menos una de las seis sesiones necesarias para llevar a cabo esta actividad debe realizarse en el aula de informática para que los equipos puedan realizar la presentación en diapositivas que luego usarán en sus exposiciones.

El número de sesiones que se emplean en llevar a cabo esta actividad es de seis o siete sesiones: cinco para su realización y dos para las exposiciones. Es necesario dirigir y controlar los debates que surjan en el desarrollo porque podría elevar el número de sesiones. Por ejemplo, en la actividad 2, la elección del juego que tienen que analizar depende de su preferencia, pero también de una condición aleatoria que no es equiprobable. Al no trabajar con equiprobabilidad surge enseguida la protesta de «éste no es un método justo» y, ciertamente no lo es, pero ¿quién dijo que todos los juegos de azar lo son? Es un buen momento para debatir este concepto pero con mesura, e incluso favorecer la creatividad pidiéndoles a ellos que diseñen otros métodos y sustituir el planteado, si así se considera conveniente.

3. Tarea de investigación: Análisis de un juego de azar

Agrupados los alumnos en equipos de 3 o 4, éstos deben llevar a cabo el proyecto de investigación que consiste en analizar un juego de azar, en este caso de los controlados por el estado. Cada equipo de alumnos debe averiguar las instrucciones del juego elegido, cuántos resultados posibles se pueden dar en la combinación ganadora, calcular la probabilidad de ganar, al menos, el máximo de los premios y calcular el valor esperado del boleto comprado, es decir, qué cantidad podemos esperar ganar al comprarlo. La investigación se le da al alumno por fases, cada fase es una actividad que deben realizar en una sesión de clase, en total cinco más una o dos para sintetizar el

trabajo en una presentación que les sirva de apoyo para exponer el trabajo en clase con el que van a obtener la calificación.

3.1. Tarea 1: Averiguar los componentes de los equipos de trabajo

La primera actividad a realizar se realiza de forma individual y consiste en formar los equipos de trabajo para realizar el resto de actividades.

A cada alumno se le da una lista ordenada con los nombres de los alumnos que constituyen su grupo de clase, a continuación se pide a uno de ellos que elija un número entre 1 y el total de alumnos, el número que responda será el arranque para formar los equipos, será el primer miembro del primer equipo. En segundo lugar, deben calcular el valor de $k = N/n$, donde N es el número total de alumnos y n es el número de alumnos que componen un equipo. Si k es un número decimal se toma su parte entera, y a partir del valor de arranque sumarán k de forma sistemática para formar los equipos, saltándose los ya seleccionados. Los alumnos sólo deben repetir el proceso hasta encontrar a todos los componentes de su equipo. Finalizarán la actividad uniéndose los componentes del equipo.

En toda la actividad se muestra en pantalla la ficha con los pasos de la actividad en forma de esquema, con esto sabrán de antemano los pasos y, si para algún alumno o equipo es suficiente la información, procederán a hacerla sin esperar a que el profesor les explique cada paso.

Actividad 1: Averigua los componentes del equipo al que perteneces

- » Cada equipo se compone de cuatro miembros.
 - » Los componentes se eligen por azar siguiendo el método de muestreo sistemático.
 - » El número de arranque elegido aleatoriamente es el 15.
 - » Averigua $k = \frac{N}{n}$, donde N es el número total de alumnos y n es el número de alumnos que componen un equipo. Si k es un número decimal, toma su parte entera.
 - » A partir del alumno 15 suma k de forma sistemática para realizar los agrupamientos de los alumnos. Cuando reinicies la lista debes saltarte a las personas ya seleccionadas.
-

3.2. Tarea 2: Aplicar una regla aleatoria para seleccionar el juego de azar que cada equipo analizará

Una vez constituidos los equipos se les presentó una lista de siete juegos de azar: Euromillón, Lotería Primitiva, Lotería Nacional, Cupón de la ONCE, La Quiniela, Bonoloto y Eurojackpot

Cada equipo debía elegir uno de ellos sin comunicarlo al resto de equipos, pero se les comunicó que dos equipos no pueden analizar el mismo juego. Por tanto, debe existir una regla de desempate que sirva para decidir quién tiene preferencia en la elección. Para llevar a cabo este paso se le suministró a cada equipo la siguiente ficha, que provocó cierto debate sobre la equidad de la regla usada para desempatar:



**Actividad 2: Elige un juego de azar de los que aquí se sugieren.
Dos equipos no pueden elegir el mismo juego**

-  Euromillón
-  Lotería Primitiva
-  Lotería Nacional
-  Cupón de la ONCE
-  La Quiniela
-  Bonoloto
-  Eurojackpot

- » Si dos equipos han escogido el mismo juego de azar, usaremos el siguiente criterio de desempate:

A cada equipo se le asignará un coeficiente que se obtendrá sumando el resultado de multiplicar el día de nacimiento por el mes de nacimiento de cada uno de los miembros del equipo. Aquel equipo que obtenga menor coeficiente se asignará el juego y el otro volverá a escoger tema. Si en la elección vuelve a coincidir con otro equipo, se procederá de la misma forma hasta desempatar.

Este método de desempate, como puede observarse no es equitativo, casi basta con que uno de sus miembros haya nacido más allá del 20 de diciembre para que condene a su equipo a no poder elegir juego. Esta fase es intencionada y persigue generar el conflicto con la medida propuesta y la búsqueda de otros métodos aleatorios de desempate más simples y más equitativos por parte de los alumnos, aunque no es necesario que se lleven a cabo, es suficiente simplemente provocar el conflicto, generar el debate y la creatividad en la búsqueda de soluciones. No obstante, esta parte no es indispensable para continuar con el trabajo, pero sí es necesaria para alcanzar el objetivo de que ellos formen continuamente parte del juego de azar.

3.3. Tarea 3: Búsqueda de información y combinación ganadora

Con los equipos formados y el juego de azar asignado se les pide en primer lugar que conozcan bien las reglas del juego, cómo se juega, la entidad que lo controla, cómo se obtiene la combinación ganadora, qué números la forman, etc. Con esta información se realizará después el recuento de casos y el cálculo de las probabilidades de cada uno de los premios.

Esta fase del proyecto es sencilla de realizar, pues hay muchísima información en Internet. Además, estos juegos siempre tienen páginas oficiales que ofrecen la información que se requiere. No obstante, algunos equipos no prestaron atención suficiente a la información numérica y tuvieron que completarla para realizar la actividad 4, sobre todo lo referente al método de obtención de la combinación ganadora.

Actividad 3: Descripción de las normas del juego

En este apartado debes describir, con el máximo de detalle y claridad en la explicación, las reglas del juego que has elegido:

- » Carácter de la entidad que oferta el juego (pública/privada)
 - » Forma de jugar y combinaciones ganadoras (al menos del primer premio)
 - » Precio de la apuesta y periodicidad de celebración (diario, semanal, mensual...)
-

3.4. Tarea 4: Fase de cálculo de probabilidades, aplicando la probabilidad de Laplace y el principio multiplicativo

Con la información recopilada y aplicando la probabilidad de Laplace y el principio multiplicativo y haciendo uso de la calculadora, completar la tabla siguiente. Generalmente no es necesario aplicar combinatoria para la combinación ganadora; se pueden aplicar otras técnicas de recuento. Sólo se pedía que continuaran con los premios de inferior categoría a los equipos más avanzados para dar tiempo a que terminaran todos y ellos pudieran ampliar sus conocimientos. En la columna de premio no se puede incluir el *bote*, la cantidad de referencia será la destinada a premios en el último sorteo, pues ésta varía según lo recaudado.

Actividad 4: Recuento de casos y probabilidad

- » Con la información obtenida completa la siguiente tabla, haciendo uso de las técnicas de recuento, los principios de adición y multiplicación y la probabilidad de Laplace.

	Premio	Aciertos	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
1ª categoría					
2ª categoría					
.....					

3.5. Tarea 5: Calcular el premio esperado

Calcular la recompensa esperada por el dinero invertido en apostar al juego elegido es la última actividad de la fase de cálculo que deben realizar los alumnos.

El valor esperado se calcula multiplicando cada premio posible por su probabilidad de ocurrir y luego sumando estos productos, incluyendo la probabilidad de no ganar nada:

$$\text{valor esperado}(E) = \sum_{i=1}^n \text{premio}_i \cdot p_i$$

Así definido el valor esperado de un *juego justo* debería ser 0, e *injusto* en otro caso (favorable al jugador si obtiene un resultado positivo y, desfavorable si éste es negativo).

También se podría calcular el valor esperado de obtener cualquiera de los premios y, en tal caso, el valor esperado debería ser igual al valor de la apuesta. Pero como en el caso de los juegos de azar que nos ocupan tienen diferentes premios y a los alumnos sólo se les exigía el mínimo de calcular la probabilidad de obtener el primer premio y, además el coste de cada apuesta era diferente opté por definir una función de cálculo modificada que les ayudara a ver con rapidez y sin más profundidad que la que corresponde a este nivel:

$$\text{valor esperado}(E) = 1^\circ \text{ premio} \cdot p_1$$



De forma genérica, debían así clasificar el juego en *justo* o *injusto* según el resultado fuera 1 o distinto de 1 respectivamente.

Además, como el valor del premio está asociado a lo recaudado, se les indica que se remitan a los datos del último sorteo celebrado para calcularlo y, se les pone en pantalla la ficha correspondiente a esta actividad.

Actividad 5: Cálculo del valor esperado

- » Calcula el valor esperado multiplicando el premio por la probabilidad de que salga.
- » Clasifica el juego en *justo* o *injusto* según sea el resultado:
 - Cuando el resultado del cálculo es 1, decimos que se trata de un «*juego justo*»,
 - si el resultado es menor que 1 es desfavorable para el jugador y, cuando es mayor que 1, es favorable al jugador. En ambos casos es un «*juego injusto*».

4. Presentación de los trabajos

Una vez llevada a cabo la tarea, hay que recopilar y ordenar toda la información que debe ser presentada al resto de los equipos para poder abordar la tarea final: decidir en qué juego de azar de los analizados es más probable tener suerte. Para facilitar el desarrollo de esta fase se les muestra la tabla de evaluación de esta actividad y se limita el número de diapositivas a cuatro, siendo la primera la portada con la información de los miembros del equipo y el juego que se va a exponer.

Criterio	Porcentaje sobre la nota
Descripción correcta del juego: forma de rellenar los boletos y combinación ganadora expuesta con detalle	20%
Tabla de probabilidades: cálculos de probabilidad correctos y claridad en su exposición	50%
Determinación del juego más favorable	10%
Participación en cada una de las fases anteriores	20%

Los equipos realizaron una presentación multimedia utilizando *OpenOffice Impress* con la información recopilada y los cálculos realizados. Esta presentación debía constar de 3 diapositivas más la de título: la primera con la descripción del juego y la forma de jugar con la mayor claridad, la segunda con la tabla de probabilidades y, la última con los cálculos realizados para la primera categoría.

Antes de la fase de exposición es muy importante advertir a los alumnos que deben atender al resto de compañeros, porque aún falta responder a la última pregunta que todos nos hacemos: ¿Cuál de estos juegos es más favorable? y que la respuesta correcta a esta pregunta nos dará un 10% de la nota. Esto mejorará la escucha activa de los alumnos que tienen que ir anotando las probabilidades obtenidas por los diferentes equipos.

Las siguientes imágenes muestran las diapositivas del equipo que analizó el Eurojackpot de la ONCE.



Es una oferta de juego pública creada por la ONCE en el que participan España y otros países de la Unión Europea. El sorteo de Eurojackpot se celebra los viernes en Helsinki, Finlandia y se retransmite en JuegosONCE a partir de las 23 horas.

Reglas del juego

Hay que realizar lo siguiente para participar en el Eurojackpot:

- Elegir 5 números que pueden ser del 1 al 50.
- Elegir 2 soles (que son euronúmeros en otros países, similares a las estrellas del Euromillón) enumerados del 1 al 8.

Para participar en el Eurojackpot el precio de la apuesta es de 2€ y cada sorteo se realiza cada viernes a las 21:00 de forma semanal.

El sorteo del juego consiste en hacer girar dos bombos, uno con números del 1 al 50 en los que salen 5 números resultantes, y en el otro con 8 soles en los que salen 2.

Valor esperado

En el Eurojackpot se sortean premios entre 30.000.000€ y 10.000.000€. El dinero para premios es el 50% del recaudado, el 22% del premio (el 11% de la recaudación) forma el Jackpot (bote).

El bote mínimo garantizado en todos los sorteos es de 10.000.000 € para la 1ª Categoría de premios.

Suponiendo que obtenemos el premio de 1ª categoría con el máximo otorgado de 30,000 el valor esperado será:

$$30.000 \cdot 1,69 \cdot 10^{-8} = 0,507$$

Es un juego desfavorable para el jugador

Probabilidad de ganar

$\frac{1}{\text{Combinatoria de los números} \times \text{Combinatoria de los soles}}$

Categorías	Aciertos en números y soles	Probabilidad de ganar	Porcentaje del premio destinado
1ª	5 números y 2 soles	$1,69 \times 10^{-8}$	22,00%
2ª	5 números y 1 sol	$6,90 \times 10^{-8}$	5,00%
3ª	5 números	$4,72 \times 10^{-7}$	1,30%
4ª	4 números y 2 soles	$1,56 \times 10^{-7}$	1,20%
5ª	4 números y 1 sol	$6,43 \times 10^{-7}$	0,85%
6ª	4 números	$4,34 \times 10^{-6}$	0,60%
7ª	3 números y 2 soles	$1,82 \times 10^{-6}$	0,85%
8ª	3 números y 1 sol	$6,38 \times 10^{-6}$	4,10%
9ª	2 números y 2 soles	$2,92 \times 10^{-5}$	3,45%
10ª	3 números	$6,10 \times 10^{-5}$	3,60%
11ª	1 número y 2 soles	$7,14 \times 10^{-4}$	12,00%
12ª	2 números y 1 sol	$1,02 \times 10^{-3}$	22,95%

Antonia R. Gil Armas. IES Pablo Montesino, Las Palmas de Gran Canaria. agilarm@gmail.com

