

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 84, noviembre de 2013, páginas 65-85

Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros

Rosa Nortes Martínez-Artero
Andrés Nortes Checa
(Universidad de Murcia. España)

Fecha de recepción: 18 de febrero de 2013

Fecha de aceptación: 1 de junio de 2013

Resumen

Para conocer si los alumnos del Grado de Maestro de Primaria, tienen adquiridas las competencias sobre perímetro y área se ha propuesto un problema de 6.º de Primaria de la prueba CDI (Conocimientos y Destrezas Indispensables) a una muestra de 309 alumnos de la Universidad de Murcia. Solo el 32,7% lo resolvió bien. Los resultados demuestran que el concepto de perímetro no está adquirido; que los hombres tienen una puntuación mejor que las mujeres, que los alumnos mayores de 20 años tienen una puntuación superior a los más jóvenes. Como errores destacados “datos mal utilizados” e “interpretación incorrecta del lenguaje”. Y aplicado a maestros diplomados, solo el 25% lo resolvió bien.

Palabras clave

Perímetro-Área; Enseñanza-Aprendizaje; Maestro de Primaria; Competencias.

Abstract

In order to find out if students of Primary Education possessed the knowledge of perimeter and area, a problem from the Primary 6th course CDI (Knowledge and Essential Skills) test was administered to a sample of 309 students at the University of Murcia. Only 32,7% were able to solve it correctly. The following results were obtained: in general, students did not possess the required knowledge of parameter; males scored higher than females; and older students (over 20) scored higher than younger. The errors pertaining to “Data incorrectly applied” and “Language incorrectly interpreted” are highlighted. And this test was applied to certified teachers and only 25% were able to solve it correctly.

Keywords

Perimeter, Area, Teaching and Learning, Primary Teacher, Skills.

1. Introducción

Polígono, Perímetro y Área son términos matemáticos que van a aparecer constantemente a lo largo de las siguientes líneas. Algunas definiciones de los mismos son:

Definiciones de Polígono:

- Es la porción del plano limitado por tres o más rectas que se cortan dos a dos, de manera que cada recta corta a la siguiente y la última a la primera. (Táboas, 1954).
- Es una porción del plano limitada por segmentos consecutivos. (Edelvives, 1957).
- Porción de plano limitado por líneas rectas. (Casares, 1975).



- Figura plana limitada por una línea poligonal cerrada. Los segmentos de la línea poligonal se llaman lados. (Díaz, 1980).
- Si un observador hiciese desde un avión una fotografía de un terreno agrícola parcelado, podríamos ver como en este terreno se han formado distintas figuras planas delimitadas por líneas rectas o curvas, como una de esas parcelas en que queda dividido el terreno. Las superficies se definirán como polígonos si son partes del plano limitadas por líneas rectas. (Castro, 2001).
- Un polígono simple es una figura del plano delimitada por una poligonal cerrada y simple. (Segovia y Rico, 2011).
- Porción de plano limitada por líneas rectas. (RAE, 2012).
- Es una figura plana compuesta por una secuencia limitada de segmentos rectos consecutivos que cierran una región o espacio. (Wikipedia, 2012).

Definiciones de Perímetro:

- Perímetro de un polígono es la medida de su contorno. (Edelvives, 1957).
- Es la suma de sus lados. (Díaz, 1980).
- Medida del contorno de una superficie. (RAE, 2012).
- Es la suma de las longitudes de los lados de una figura geométrica. (Wikipedia, 2012).

Definiciones de Área:

- Área de una figura es el número que expresa la medida de su superficie. (Edelvives, 1957)
- Número que indica la porción de plano ocupado por una superficie. Se expresa en unidades de superficie. (Díaz, 1980)
- Superficie comprendida dentro de un polígono. (Casares, 1975)
- Superficie comprendida dentro de un perímetro. Extensión de dicha superficie expresada en una determinada unidad de medida. (RAE, 2012)
- Es la medida de la extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie. (Wikipedia, 2012).

Tras su lectura, se puede comprobar como algunas de las definiciones que aquí aparecen son confusas, de difícil interpretación, e incluso con errores fácilmente detectables.

Los contenidos de polígono, perímetro y área son contenidos de Matemáticas de Educación Primaria, por lo que al terminar el periodo de 6-12 años son evaluados y en el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (BOE 293 de 8 de diciembre), dentro de los Criterios de evaluación del Tercer Ciclo de Primaria, aparecen estos dos criterios que vamos a recordar (MEC, 2006):

5. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.

En este criterio es importante detectar que los estudiantes han aprendido estas nociones y saben utilizar los términos correspondientes para dar y pedir información. Se evaluará si dichos contenidos son utilizados con propiedad para comprender y emitir informaciones diversas, en particular si son utilizados en la resolución de problemas geométricos del entorno.

8. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.

Valorar las diferentes estrategias y perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas, tanto en la formulación como en la resolución de un problema. Expresar de forma ordenada y clara, oralmente y por escrito, el proceso seguido en la resolución de problemas.

En nuestra investigación vamos a tener presente estos contenidos de geometría y la resolución de problemas correspondientes al R.D. 1513/2006 (MEC, 2006) y analizaremos si los alumnos que han cursado este ciclo han adquirido la competencia matemática.

La competencia matemática se alcanza en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen a una amplia variedad de situaciones que se dan en los campos del conocimiento y de la vida cotidiana y el desarrollo de la competencia matemática al final de la educación obligatoria conlleva utilizar los elementos y conocimientos matemáticos para interpretar y producir información, resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones (Rico y Díez, 2011).

En la resolución de un problema en Primaria el alumno ha de pasar de un lenguaje coloquial a un lenguaje matemático que conlleva tres tipos de dificultades. Por un lado la comprensión del enunciado del problema, por otro el conocimiento de la operación a llevar a cabo y finalmente la realización de dicha operación. Pero como indican Chamorro y Vecino (2011) la comprensión de un enunciado depende de los conocimientos pragmáticos de los alumnos, de los conocimientos del mundo, de las competencias lingüísticas, de las capacidades perceptivas, de la capacidad de representarse el problema y de las competencias lógicas.

La confusión entre área y perímetro (Dickson, Brown y Gibson, 1991) proviene de los primeros encuentros estructurados de los niños con estos conceptos que suelen producirse en el contexto de la medida y no pocas veces acompañados de fórmulas. Señalan el caso de chicos de 15 años a los que se les presentó dibujado un rectángulo de lados 24 cm y 11 cm señalados en él y solo el 60% de los encuestados señaló el valor correcto del perímetro entre varias opciones entre las que figuraba el valor del área que fue seleccionado por el 25%. En otra pregunta los alumnos tenían que hallar el área de un cuadrado cuyo perímetro era 12 cm y solo el 35% lo consiguió. Una tercera cuestión sobre área y perímetro consistía en hallar el área del triángulo señalado, sabiendo que el área del rectángulo era de 20 cm^2 . Tuvieron éxito el 47% de niños de 11 años y el 50% de los de 15 años.

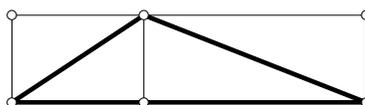


Figura 1. Área de un triángulo

Señalan Dickson, Brown y Gibson (1991) que los informes de los entrevistadores de estas encuestas indicaban que eran muchos los alumnos con ideas confusas sobre el área y el perímetro a causa, probablemente, de un problema a medias lingüístico y a medias matemático.

Errores en el cálculo de perímetros de figuras sencillas lo tenemos en el siguiente caso:

26. Un polígono de 8 lados, está dibujado en un papel cuadriculado de 1 cm de lado. ¿Cuánto mide su perímetro? Rodea con un círculo la respuesta correcta:

- a) 8 cm b) Más de 8 cm c) Menos de 8 cm



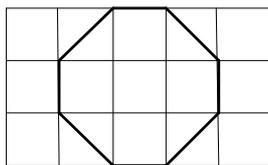


Figura 2. Perímetro de un polígono

Los resultados (Nortes y otros (2003, p. 75) fueron el 20,25% bien, el 74,79% mal y el 4,96% de N.C., mientras que en Hernández y otros (2001) lo tienen bien el 18%.

Este problema junto con otros fue pasado en el curso 2000/01 a una muestra de 833 alumnos de siete universidades españolas (Hernández, Noda, Palarea y Socas, 2001) y posteriormente (Nortes, Huedo, López y Martínez, 2003) en el curso 2002/03 lo pasaron en la Universidad de Murcia a una muestra de 240 alumnos de la diplomatura de maestro, obteniendo un porcentaje de respuestas correctas del 18% en el primer estudio y de 20,25% en el segundo, mientras que aplicado a alumnos de 12 años (Dickson, Brown y Gibson, 1991) el 38,5% la contestó correctamente y aplicado a alumnos de 13 años, el porcentaje de aciertos fue del 36,7%.

Mejores resultado se obtuvieron en esta otra cuestión en las dos investigaciones antes mencionadas, del 84% y 56% en el caso de la muestra de 833 alumnos y del 83,41% y 64,88% en la muestra de 240 alumnos.

7. Cortamos un cuadrado A en tres trozos y reunimos las piezas como indicamos en la figura B

Marca con una X la respuesta que creas que es la correcta, de cada uno de los apartados siguientes:

a) 1a) A tiene la mayor área b) 1b) A tiene el perímetro mayor

2a) B tiene mayor área 2b) B tiene el perímetro mayor

3a) A y B tiene igual área 3b) A y B tiene igual perímetro

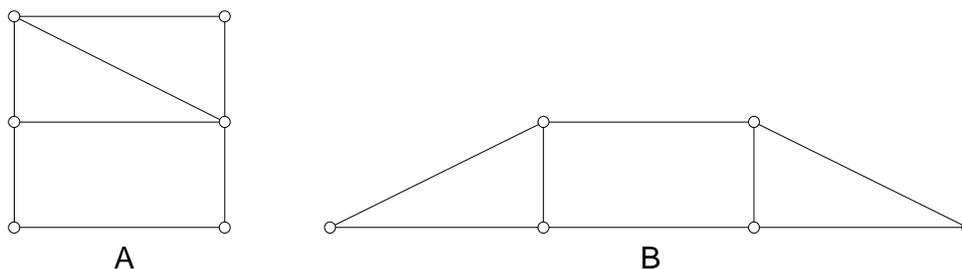


Figura 3. Área y perímetro

Del Olmo, Moreno y Gil (1989) recogen los resultados de este problema, ítem 8 del C.S.M.S. (Hart y otros, 1981) en donde el 80% de alumnos de 12 años responde bien al apartado a) y el 85% de 13 años, mientras que el 36% de los de 12 años dice que el perímetro de las dos figuras es el mismo y el 29% de los de 13 años.

En otras investigaciones llevadas a cabo (Nortes, 2011) preguntamos a maestros en formación, alumnos de la Facultad de Educación de Murcia, el problema que viene a continuación, correspondiente a la prueba CDI (Conocimientos y Destrezas Indispensables) de la Comunidad de Madrid de 2009 (CAM, 2009), teniendo como resultados: 26,4% aciertos (apartado B) en una muestra de 235 alumnos de las Diplomaturas de Maestro (Primaria 59, E. Física 100 e Idiomas 74). Prueba pasada en septiembre de 2009.

Se quiere cubrir con baldosas cuadradas de 20 cm de lado el suelo de una habitación que mide 3 metros de lado.

- a) *Calcula, en cm, el perímetro de la habitación.*
- b) *¿Cuántas baldosas se necesitan?*

De ahí que nos hayamos planteado hacer un estudio más exhaustivo sobre el tratamiento en la resolución de problemas de área y perímetro.

2. Objetivo

Nuestro objetivo es pasar una prueba de contenidos correspondientes a 6.º de Primaria a alumnos del Grado de Maestro de Primaria de los cursos 2.º, 3.º y 4.º para conocer las respuestas que nos ofrecen y ver si tiene adquiridas las competencias matemáticas del nivel de Educación Primaria en este aspecto concreto. Este estudio forma parte de otro más general donde se analizan los resultados de la prueba en su conjunto más otras variables que serán motivo de trabajos posteriores. Aquí, nuestro objetivo está centrado en conocer las respuestas de los alumnos al problema que después presentamos, analizar sus resultados por cursos, obtener una lista de errores y clasificar dichos errores por los propios alumnos que los cometieron.

El problema propuesto para esta investigación (CAM, 2012) es:

El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.

- a) *¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?*
- b) *¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?*

3. Metodología

3.1. Muestra

La muestra la constituyen 309 alumnos de la Facultad de Educación de la Universidad de Murcia matriculados el curso académico 2012/13 en el Grado de Maestro de Primaria, 189 correspondientes a 2.º, 79 a 3.º y 41 a 4.º, correspondientes a tres grupos de segundo, dos de tercero y uno de cuarto. De edades comprendidas entre 17 y 47 años en la fecha en que se pasó la prueba (semana del 17 de septiembre de 2012), de edad media 21,6 años y desviación típica 5,1; siendo 60 hombres y 249 mujeres; 154 de menos de 20 años y 155 de 20 años o más.



Los alumnos de 2.º cursan una asignatura de Matemáticas y su didáctica (I) de 12 créditos, los de 3.º otra asignatura de Matemáticas y su didáctica (II) de 9 créditos y los de 4.º una asignatura denominada Taller de Matemáticas, de 3 créditos.

Para contrastar los resultados se tomó una muestra formada por 32 diplomados en Maestro de Primaria (6 hombres y 26 mujeres) que en el curso académico 2012/13 realizan el Curso de Adaptación al Grado en la Mención “Recursos educativos para la escuela y el tiempo libre”.

3.2. Procedimientos

A estos alumnos se les pasó en una sesión la Prueba de Conocimientos y Destrezas Indispensables (CDI) 6.º de Primaria 2012 (CAM, 2012) correspondiente a Matemáticas, que anualmente se pasa a todos los centros de la Comunidad de Madrid y se eligió el problema de perímetro y área para la presente investigación. Posteriormente hemos aplicado el paquete estadístico Systat, obteniendo porcentajes, medias, desviaciones típicas, correlaciones, *t* de Student y Chi cuadrado para poder contestar a las preguntas planteadas en nuestra investigación.

3.3. Hipótesis de trabajo

A la vista de nuestro objetivo, establecemos las siguientes hipótesis de trabajo:

H1. Los alumnos del Grado de Maestro de Primaria de la muestra general no tienen adquiridas las competencias matemáticas de la enseñanza obligatoria en la resolución de problemas de áreas y perímetros, y en particular los de 2.º curso.

H2. Si los estudiantes de 2.º curso no las tienen adquiridas, tras cursar una asignatura de Matemáticas y su didáctica de 12 créditos en cuyo contenido se trabaja el concepto de área y perímetro y su didáctica, los alumnos alcanzarán la competencia matemática. Y si no es así, tras cursar 21 créditos en 2.º y en 3.º, los alumnos de 4.º curso alcanzarán la competencia matemática en área y perímetro.

H3. Los estudiantes alcanzan diferencias significativas por género, pero también por edad, por curso y por grupo.

H4. El problema planteado consta de dos partes y los resultados obtenidos son independientes.

H5. El alumnado en la resolución de problemas comete errores, que la mayoría los interpreta como una mala utilización de los datos.

4. Resultados

4.1. Porcentajes

Para tener una primera idea sobre la resolución de este problema, hacemos una primera clasificación en porcentajes de los estudiantes que responden bien, que responden mal y que lo dejan

en blanco, utilizando para ello la tabla 1 (parte A del problema), la tabla 2 (parte B del problema), tablas 3 y 4 (por curso y género) y tablas 5 y 6 (por curso y edad).

4.1.1. Total de la muestra y por curso

Parte A	Total	2.º	3.º	4.º
Bien	79,3	72,5	88,6	92,7
Mal	15,9	21,2	7,6	7,3
En blanco	4,8	6,3	3,8	0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 1. Resultados porcentuales de las respuestas parte A

Parte B	Total	2.º	3.º	4.º
Bien	35,3	30,2	44,3	41,5
Mal	53,4	54,5	51,9	51,2
En blanco	11,3	15,3	3,8	7,3
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 2. Resultados porcentuales de las respuestas parte B

4.1.2. Total de la muestra por Curso y Género

Parte A del problema				
	Total	2.º	3.º	4.º
HOMBRE				
Bien	35,3	30,2	44,3	41,5
Mal	53,4	54,5	51,9	51,2
En blanco	11,3	15,3	3,8	7,3
Total	100,0	100,0	100,0	100,0
MUJER				
Bien	77,9	70,9	85,7	94,3
Mal	16,9	22,5	9,5	5,7
En blanco	5,2	6,6	4,8	0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 3. Resultados porcentuales de las respuestas parte A por Género

Parte B del problema				
	Total	2.º	3.º	4.º
HOMBRE				
Bien	38,3	28,9	56,3	50
Mal	56,7	63,2	43,7	50



En blanco	5,0	7,9	0	0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0
MUJER				
Bien	34,5	30,5	41,3	40
Mal	52,6	52,3	54,0	51,6
En blanco	12,9	17,2	4,7	8,6
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 4. Resultados porcentuales de las respuestas parte B por Género

4.1.3. Total de la muestra por Curso y Edad (< 20 / ≥ 20)

Parte A del problema				
	Total	2.º	3.º	4.º
<20 años				
Bien	72,7	70,4	100	(*)
Mal	22,1	23,9	0	(*)
En blanco	5,2	5,7	0	(*)
Total	100,0	100,0	100,0	(*)
≥ 20 años				
Bien	85,8	78,7	86,6	92,7
Mal	9,7	12,8	9	7,3
En blanco	4,5	8,5	4,4	0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 5. Resultados porcentuales de las respuestas parte A por Edad

Parte B del problema				
	Total	2.º	3.º	4.º
< 20 años				
Bien	35,7	32,4	75,0	(*)
Mal	51,3	53,5	25,0	(*)
En blanco	13,0	14,1	0	(*)
Total	100,0	100,0	100,0	(*)
≥ 20 años				
Bien	34,8	23,4	38,8	41,5
Mal	55,5	57,4	56,7	51,2
En blanco	9,7	19,2	4,5	7,3
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 6. Resultados porcentuales de las respuestas parte B por Edad

(*) En 4.º curso el alumnado tiene 20 años o más.

4.2. Medias aritméticas

En una baremación de 0 a 10 para cada parte del problema y el problema completo, en la tabla 7 indicamos las medias aritméticas.

	Total	2.º	3.º	4.º
Parte A	7,93	7,25	8,86	9,27
Parte B	3,53	3,02	4,43	4,15
Completo	3,27	2,59	4,43	4,15
Núm. casos	309	189	79	41

Tabla 7. Medias aritméticas

4.3. Prueba t-Student

4.3.1. Por Género

Se comparan las medias por género para conocer si existen diferencias significativas ($p < 0,05$), indicando los resultados en la tabla 8.

Por Género				
	Total	2.º	3.º	4.º
Parte A				
Hombre	8,5	7,9	10	8,33
Mujer	7,8	7,1	8,6	9,4
Probabilidad	0,225	0,321	0,108	0,354
Parte B				
Hombre	3,8	2,9	5,6	5,0
Mujer	3,5	3,1	4,1	4,0
Probabilidad	0,582	0,181	0,287	0,656

Tabla 8. Prueba t-Student por Género

T de Student Total Parte A = 1,215 con 307 g.l. y prob. = 0,225.

T de Student Total Parte B = 0,551 con 307 g.l. y prob. = 0,582.

T de Student tabla 5% y 187 g.l., $t = 1,960$. Para 1%, $t = 2,576$.

- Como la t de Student calculada es menor que la tabulada para el 5%, las diferencias de medias por género en los resultados de la parte A y en la parte B del problema no son significativas.



A partir de la tabla 8, podemos ver que en 2.º curso en la parte A ($p = 0,321$) y en la parte B ($p = 0,181$) las diferencias no son significativas. Igualmente en 3.º y 4.º al ser $p > 0,05$ en las partes A y B las diferencias no son significativas. Llegamos a que:

- Los hombres tiene una puntuación superior a las mujeres, pero no hay diferencias significativas por Género en ninguna de las dos partes del problema ni en la muestra general ni en cada uno de los cursos, al ser la probabilidad superior a 0,05.

4.3.2. Por Edad

Se comparan las medias por edad para conocer si existen diferencias significativas ($p < 0,05$), siendo presentados los resultados en la tabla 9.

Por Edad				
	Total	2.º	3.º	4.º
Parte A				
< 20 años	7,3	7,0	10	(*)
≥ 20 años	8,8	7,9	8,7	9,3
Probabilidad	0,004	0,272	0,177	(*)
Parte B				
< 20 años	3,6	3,2	7,5	(*)
≥ 20 años	3,5	2,3	3,9	4,2
Probabilidad	0,873	0,247	0,020	(*)

Tabla 9. Prueba t-Student por Edad

(*) Imposible calcular pues todos los alumnos tienen 20 años o más

T de Student Parte A = 2,865 con 307 g.l. y prob. = 0,004.

T de Student Parte B = 0,161 con 307 g.l. y prob. = 0,873.

T de Student tabla 5% y 307 g.l., $t = 1,960$. Para 1%, $t = 2,576$.

- Como la t de Student calculada es mayor que la tabulaba para el 1%, las diferencias de medias por edad (<20 y ≥20) en los resultados de la parte A del problema son muy significativas.
- Como la t de Student calculada es menor que la tabulaba para 5%, las diferencias de medias por edad (<20 y ≥20) en los resultados de la parte B del problema no son significativas.

Observando la tabla 9 comprobamos directamente si existen diferencias significativas o muy significativas, llegando a que:

- Los alumnos de 20 años o más tienen una puntuación superior a los de menos de 20 años, siendo muy significativa en la parte A del problema, al ser $p < 0,01$ y significativa en la parte B a favor de los de menos de 20 años.

4.4. Prueba Chi-cuadrado

4.4.1. Por Curso y por Grupo

Se indican con 21, 22 y 23 los tres grupos de 2.º curso; con 31 y 32 los grupos de 3.º y con 41 el grupo de 4.º. La puntuación 0 indica que la respuesta está mal y 1 que está bien, presentando el número de alumnos de cada curso en las tablas 10 y 11, y de cada grupo en las tablas 12 y 13.

Parte A del problema por Curso				
Puntuación	Total	2.º	3.º	4.º
0	64	52	9	3
1	245	137	70	38
Total	309	189	79	41

Tabla 10. Prueba Chi-cuadrado por Curso parte A

Chi-cuadrado de Pearson = 13,981 con 2 g.l. y prob. = 0,001.

Chi-cuadrado tabla 5% y 2 g.l., Chi = 5,991. Para 1%, Chi = 9,210.

- Como la chi-cuadrado calculada es mayor que la tabulaba, no son independientes y los resultados de la primera parte del problema dependen del curso.

Parte B del problema por Curso				
Puntuación	Total	2.º	3.º	4.º
0	200	132	44	24
1	109	57	35	17
Total	309	189	79	41

Tabla 11. Prueba Chi-cuadrado por Curso parte B

Chi-cuadrado de Pearson = 5,675 con 2 g.l. y prob. = 0,059.

Chi-cuadrado tabla 5% y 2 g.l., Chi = 5,991. Para 1%, Chi = 9,210.

- Como la Chi-cuadrado calculada es menor que la tabulaba, son independientes y los resultados de la segunda parte del problema no dependen del curso.

Parte A del problema por Grupo							
Puntuación	Total	21	22	23	31	32	41
0	64	12	21	19	2	7	3
1	245	44	41	52	32	38	38
Total	309	56	62	71	34	45	41

Tabla 12. Prueba Chi-cuadrado por Grupo, parte A



Chi-cuadrado de Pearson = 17,898 con 5 g.l. y prob. = 0,003.

Chi-cuadrado tabla 5% y 5 g.l., Chi = 11,070. Para 1%, Chi = 15,086.

- Como la Chi-cuadrado calculada es mayor que la tabulaba, no son independientes y los resultados de la primera parte del problema dependen del grupo.

Parte B del problema por Grupo							
Puntuación	Total	21	22	23	31	32	41
0	200	38	41	53	18	26	24
1	109	18	21	18	16	19	17
Total	309	56	62	71	34	45	41

Tabla 13. Prueba Chi-cuadrado por Grupo, parte B

Chi-cuadrado de Pearson = 7,063, con 5 g.l. y prob. = 0,216.

Chi-cuadrado tabla 5% y 5 g.l, Chi = 11,070. Para 1%, Chi = 15,086.

- Chi-cuadrado calculada es menor que la tabulada. Son independientes y los resultados de la segunda parte del problema no dependen del grupo.

En resumen:

- Los resultados de la primera parte del problema dependen del curso y del grupo, mientras que los de la segunda parte del problema son independientes del curso y del grupo en que se encuentran.

Las tablas 10 a 13 nos dan una información detallada de las respuestas del alumnado tanto por curso (tablas 10 y 11) como por grupo (tablas 12 y 13) observando que los resultados mejoran en 3.º y 4.º, posiblemente porque los estudiantes en 2.º curso en su asignatura *Matemáticas y su didáctica* (12 créditos) han trabajado el contenido y su didáctica del apartado “área y perímetro”. Por grupo (tablas 12 y 13) observamos que el 31 es el que mejores resultados obtiene en las dos partes del problema.

4.4.2. Por Género y por Edad

En las tablas 14 y 15 se presentan los datos por género y en las tablas 16 y 17 por edad (< 20 años y ≥ 20 años).

Parte A por Género			
Puntuación	Total	Hombre	Mujer
0	64	9	55
1	245	51	194
Total	309	60	249

Tabla 14. Prueba Chi-cuadrado por Género parte A

Chi-cuadrado de Pearson = 1,479, con 1 g.l. y prob. = 0,224.

Chi-cuadrado tabla 5% y 1 g.l., Chi = 3,841. Para 1%, Chi = 6,635.

- Chi-cuadrado calculada es menor que la tabulada. Son independientes y los resultados de la parte A del problema no dependen del género.

Parte B por Género			
Puntuación	Total	Hombre	Mujer
0	200	37	163
1	109	23	86
Total	309	60	249

Tabla 15. Prueba Chi-cuadrado por Género parte B

Chi-cuadrado de Pearson = 0,305, con 1 g.l. y prob. = 0,581.

Chi-cuadrado tabla 5% y 1 g.l., Chi = 3,841. Para 1%, Chi = 6,635.

- Chi-cuadrado calculada es menor que la tabulada. Son independientes y los resultados de la parte B del problema no dependen del género.

Parte A por Edad			
Puntuación	Total	< 20 años	≥ 20 años
0	64	42	22
1	245	112	133
Total	309	154	155

Tabla 16. Prueba Chi-cuadrado por Edad parte A

Chi-cuadrado de Pearson = 8,047, con 1 g.l. y prob. = 0,005.

Chi-cuadrado tabla 5% y 1 g.l., Chi =3,841. Para 1%, Chi = 6,635.

- Chi-cuadrado calculada es mayor que la tabulada. No son independientes y los resultados de la parte A del problema dependen de la edad.

Parte B por Edad			
Puntuación	Total	< 20 años	≥ 20 años
0	200	99	101
1	109	55	54
Total	309	154	155

Tabla 17. Prueba Chi-cuadrado por Edad parte B

Chi-cuadrado de Pearson = 0,026, con 1 g.l. y prob. = 0,872.

Chi-cuadrado tabla 5% y 1 g.l., Chi = 3,841. Para 1%, Chi = 6,635.

- Chi-cuadrado calculada es menor que la tabulada. Son independientes y los resultados de la segunda parte del problema no dependen de la edad.

En resumen:



- Los resultados de los alumnos no dependen del Género en ninguna de las dos partes del problema, ni dependen por Edad en la parte B del problema, mientras que sí dependen en la parte A.

Los hombres representan el 19,4% del alumnado y las mujeres el 80,6% y de las tablas 14 y 15 se deduce que porcentualmente los hombres responden bien el 85% (parte A) y el 38,3% (parte B), mientras que las mujeres el 77,9% (parte A) y el 34,5% (parte B) que lo corrobora el resultado de la chi-cuadrado al obtener que no hay diferencias significativas por género.

Sin embargo, por edad (tablas 16 y 17) vemos porcentualmente que los estudiantes de 20 años o más obtiene éxito el 85,8% (parte A) y el 34,8% (parte B) frente a los de menos de 20 años, 72,7% (parte A) y 35,7% (parte B) que en el cálculo de la chi-cuadrado nos dice que la parte A depende de la edad.

Como el 84,8% de los estudiantes de 3.º y la totalidad de los de 4.º tienen 20 años o más, corrobora los resultados por curso.

4.4.3. Entre las dos partes del problema

En la tabla 18 se indican las puntuaciones de los estudiantes en las dos partes del problema.

Parte A - Parte B			
Puntuación	0 (B)	1 (B)	Total
0 (A)	56	8	64
1 (A)	144	101	245
Total	200	109	309

Tabla 18. Prueba Chi-cuadrado parte A en relación con parte B

Chi-cuadrado de Pearson = 18,338, con 1 g.l. y prob. = 0,000.

Chi-cuadrado tabla 5% y g.l., Chi = 3,841. Para 1%, Chi = 6,635.

- Chi-cuadrado calculada es mayor que la tabulada. Los resultados obtenidos en la parte A y en la parte B no son independientes.

Este resultado nos confirma que la parte B del problema está relacionada con la parte A y que su contestación no es independiente. Además de la tabla obtenemos que porcentualmente el 32,7% del alumnado contesta correctamente al problema planteado. La nota media de la muestra en la resolución del problema es 3,27.

4.5. Errores significativos

Obtenidos los resultados, se han revisado los cuestionarios de forma cualitativa y seleccionado aquellos errores que por su interés pueden servir a la clasificación de errores, utilizando para ello la de Movshovitz-Hardar y otros (1979) –recogida en Rico (1995)- y se ha pasado un nuevo protocolo a una submuestra de alumnos, de 4.º Curso, compuesta por 36 estudiantes.

La muestra de errores la compone 20 ítems y se han elegido de las respuestas dadas por alumnos de 2.º, de 3.º y de 4.º, siendo esta la relación: I1, I2, I3, I4, I5, I6, I17 e I18 (2.º Curso); I7, I8, I9, I10, I11 e I12 (3.º Curso); I13, I14, I15, I16, I19 e I20 (4.º Curso).

Las respuestas se tabulan por tipo de error (E1, E2, E3, E4, E5, E6), señalando en cada ítem uno o varios (tabla 19) y para cada ítem el número de errores marcado (tabla 20).

El protocolo que se pasó es el que viene a continuación: **CLASIFICACIÓN DE ERRORES** (Movshovitz-Hardar y otros, 1979) aplicados al problema 8 de la Prueba CDI Matemáticas de Primaria de 2012. Comunidad de Madrid (CAM, 2012).

- E1. Datos mal utilizados (se olvida un dato necesario, se contesta a algo innecesario,...).
- E2. Interpretación incorrecta del lenguaje (al pasar del enunciado a expresiones matemáticas).
- E3. Inferencias no válidas lógicamente (por engaño, o fraude o mentira en los razonamientos).
- E4. Definiciones o teoremas deformados (una regla, una definición, un principio).
- E5. Falta de verificación en la solución (pasos correctos y el resultado final no es lo que se pide).
- E6. Errores técnicos (de cálculo, manipulación de símbolos algebraicos, al tomar los datos).

Nota: Los errores indicados no son excluyentes. En una respuesta se pueden cometer varios de los errores indicados.

8 El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.

A ¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?

B ¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?

Figura 4. Problema (parte A y parte B)

11	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>	12	<p>El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.</p> <p>A ¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?</p>
13	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>	14	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>



Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros

R. Nortes Martínez-Artero y A. Nortes Checa

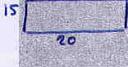
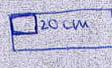
15	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $20 + 20 + 15 + 15 = 70 \text{ cm}$ $70 : 100 = x \text{ m}$ <p>0,70 metros</p>	<p>El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.</p> <p>¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?</p>  $A = b^2 + h^2$ $A = 15^2 + 20^2$ $A = 225 + 400$ $A = 625 \text{ cm}$ <p>Baldosas: $15 + 15 = 30$ $20 + 20 = 40$ <u>70 total</u></p> <p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>
17	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $20 \times 20 = 400 \text{ m lado}$ $400 \times 2 = 800 \text{ m}$ $20 \times 15 = 300 \text{ m lado}$ $300 \times 2 = 600 \text{ m}$ $800 + 600 = 1400 \text{ m de perímetro}$	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $20 \times 20 = 400$ $15 \times 15 = 225$ $\underline{625 \text{ m}^2}$
19	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $P = 2b + 2h = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 15 = 40 + 30 = 70 \text{ cm}$ <p>70 cm \rightarrow 0,7 metros</p>	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $300 \times 0,20 = 60^2$ <p>El perímetro \rightarrow de 60^2</p>
111	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $\begin{array}{r} 300 \\ + 20 \\ \hline 000 \\ + 6000 \\ \hline 6.000 \text{ cm} \end{array}$ $6000 \text{ cm} = 60 \text{ m}$ <p>R: El perímetro de la cocina de Inés es de 60 m.</p>	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $2 \cdot 20 \cdot 20 + 2 \cdot 15 \cdot 20 = 800 + 600 = 1400 \text{ cm}$ $\underline{140 \text{ m}}$
113	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $20 \times 20 = 400 \text{ cm lado largo}$ $15 \times 20 = 300 \text{ cm lado corto}$ $400 + 300 + 400 + 300 = 1400 \text{ cm} = \boxed{1,4 \text{ m}}$	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>  $20 \times 20 = 400 \text{ cm}$ $10 \times 15 = 300 \text{ cm}$ $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$
115	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $20 + 20 + 15 + 15 = 70 \text{ cm}$	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $\begin{array}{r} 20 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ 40 \\ \hline 400 \text{ m} \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ 30 \\ \hline 300 \text{ m} \end{array}$ $400 + 300 = 700 \text{ m}$ <p>R: El perímetro de la cocina es 700.</p>
117	<p>El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.</p> <p>¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?</p>  $20 + 15 = 35 \text{ baldosas}$ $(20 \times 2) + (15 \times 2) = 40 + 30 = 70$	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p>  $80 \times 70 = 5600 \text{ cm}$ $5.600 \text{ cm} \rightarrow \boxed{560 \text{ m}}$
119	<p>El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.</p> <p>¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?</p> $20 + 15 = 35 \text{ baldosas}$	<p>¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?</p> $60 \times 35 = 2100 \text{ m perímetro}$

Figura 5. Errores más significativos

4.5.1. Resultado por tipo de error señalado en cada ítem

Para cada ítem (fila) se señala el porcentaje correspondiente a cada tipo de error, sombreado el más alto y en negrita el siguiente. La suma de cada fila es 100.

Tipos de Error (en porcentaje)						
Ítem	E1	E2	E3	E4	E5	E6
I1	32,9	28,6	4,3	8,6	7,1	18,5
I2	31,9	29	10,2	13	0	15,9
I3	26,9	13,4	19,4	20,9	4,5	14,9
I4	33,3	22,2	6,4	19,1	6,3	12,7
I5	21,9	28,8	12,3	13,7	4,1	19,2
I6	22,7	20,0	14,7	22,7	8,0	12,0
I7	9,8	17,7	7,8	5,9	25,5	33,3
I8	21,9	25,0	9,4	14,0	9,4	20,3
I9	23,2	24,6	20,3	10,1	2,9	18,9
I10	26,9	21,8	17,9	17,9	2,6	12,8
I11	30,7	21,3	16,0	17,3	5,3	9,3
I12	19,0	17,5	4,8	9,5	20,6	28,6
I13	4,2	8,3	2,1	8,3	33,3	43,8
I14	33,3	20,0	13,3	21,3	6,7	5,3
I15	31,4	27,1	11,4	10,0	5,7	14,3
I16	18,0	13,1	8,2	23,0	16,4	21,3
I17	22,2	27,0	12,7	12,7	4,8	20,6
I18	22,7	21,3	21,3	16,0	6,7	12,0
I19	19,7	24,7	23,5	13,6	2,5	16,0
I20	36,4	24,3	23,0	6,8	2,7	6,8

Tabla 19. Resultados por tipo de error señalado en cada ítem

4.5.2. Resultados por número de errores señalados en cada ítem

Para cada ítem se señala el número de errores que ha señalado cada estudiante (1, 2, 3, 4), sombreado el más alto y en negrita el siguiente.

Porcentaje de errores por respuesta (1)							
N.º errores	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7
1	36,1	30,6	47,2	47,2	36,1	33,3	69,4
2	38,9	52,8	30,6	33,3	33,3	30,6	22,2
3	19,4	13,9	11,1	19,4	27,8	27,8	5,6
4	5,6	2,8	11,1			8,3	2,8
Total	100	100	100	100	100	100	100

Tabla 20 (1). Porcentaje de errores por respuesta

Porcentaje de errores por respuesta (2)							
N.º errores	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14



1	47,2	38,9	33,3	36,1	50,0	29,4	33,3
2	30,6	36,1	30,6	25,0	36,1	27,8	30,6
3	19,4	19,4	25,0	33,3	5,6	2,8	30,5
4	2,8	5,6	11,1	5,6	5,6		5,6
Total	100	100	100	100	100	100	100

Tabla 20 (2). Porcentaje de errores por respuesta

Porcentaje de errores por respuesta (3)							
N.º errores	I15	I16	I17	I18	I19	I20	
1	36,1	61,1	52,8	38,9	30,6	38,9	
2	38,9	13,9	27,8	25,0	33,3	22,2	
3	19,4	19,4	11,1	25,0	19,4	33,3	
4	5,6	5,6	8,3	11,1	16,7	5,6	
Total	100	100	100	100	100	100	

Tabla 20 (3). Porcentaje de errores por respuesta

- El tipo de error que más señalan los alumnos es “Datos mal utilizados” (E1) en 11 de los 20 ítems expuestos, y en 3 queda en segundo lugar. (Tabla 19).
- El tipo de error, señalado en segundo lugar es “Interpretación incorrecta del lenguaje” (E2) en 5 de los 20 ítems y en 4 queda en segundo lugar. (Tabla 19).
- El tipo de error señalado en tercer lugar es “Errores técnicos” (E6) en 3 ítems. (Tabla 19).
- El tipo de error señalado en cuarto lugar es “Definiciones o teoremas deformados” (E4) en 2 ítems. (Tabla 19).
- En 16 ítems los alumnos señalan mayoritariamente un solo un error. (Tabla 20).
- En 4 ítems los alumnos señalan mayoritariamente dos errores. (Tabla 20).

4.6. Resultados muestra Maestros diplomados en Primaria

La muestra la componen 32 alumnos (6 hombres y 26 mujeres) diplomados en Maestro de Primaria que realizan el Curso de Adaptación al Grado de Maestro de Primaria en la Mención “Recursos educativos para la escuela y el tiempo libre”. Los resultados más destacados son:

- Media parte A = 7,5.
- Media parte B = 2,81.
- Media problema completo = 2,5.
- Porcentaje alumnos que resuelve bien el problema el 25%.
- Existe diferencia significativa ($p = 0,019$) a favor de hombre (media = 6,67) en la parte B del problema frente a mujeres (media = 1,92).

5. Discusión y Conclusiones

Si nos fijamos en la media aritmética vemos que en el total de la muestra la parte A tiene un 7,93 de nota, mientras que la parte B un 3,53 y en el problema completo 3,27; notas que se rebajan en 2.º curso con 7,25, 3,02 y 2,59, respectivamente. Por lo tanto, podríamos contestar que en el caso de la parte B del problema correspondiente a calcular el perímetro de la cocina de Inés, tanto en la muestra

general como en el caso de los alumnos de 2.º curso, los alumnos no tienen adquiridas las competencias matemáticas. Por lo que en la resolución de un problema de área y perímetro no tienen adquiridas las competencias matemáticas. (Hipótesis 1).

El alumnado de 3.º, tras cursar una asignatura de Matemáticas y su didáctica de 12 créditos consiguen elevar la calificación, tanto de la parte A, con 8,86, como la de la parte B, con 4,43, pero no llegan al 5 en el cálculo del perímetro. En cuanto a los estudiantes de 4.º, tras 21 créditos de *Matemáticas y su didáctica* llegan a obtener un 9,27 en la parte A, pero en la parte B obtienen un 4,15. Por tanto, los alumnos del Grado de Maestro de Primaria en ninguno de los cursos, ni en el total de la muestra, llegan a superar la parte B de un problema de 6.º de Primaria, con lo que los criterios de evaluación 5 y 8 correspondientes al Tercer Ciclo de Educación Primaria, no los tendrían superados. Es significativo el porcentaje de futuros maestros que contestan bien a las dos partes del problema, que es de solo el 32,7%. (Hipótesis 2).

Para ver si hay diferencias significativas por Género y por Edad aplicamos la t de Student, resultando que no hay diferencias significativas por Género ni en la muestra global ni en ninguno de los cursos tomados de forma independiente, de ahí que los resultados obtenidos por los hombres no se diferencian significativamente con los de las mujeres, si bien los hombres obtiene mejores calificaciones que las mujeres. En la muestra con los alumnos del Curso de Adaptación, se encuentra una diferencia significativa a favor de hombres. (Hipótesis 3).

En el caso de Edad se han clasificado los estudiantes de la muestra en menores de 20 años que son 154 y de 20 años o más, que son 155, resultando significativa la diferencia a favor de los mayores en el caso de la Parte A del problema y en particular en 3.º en la Parte B a favor de los más jóvenes. (Hipótesis 3).

Para ver si había diferencias significativas por curso se ha aplicado una chi-cuadrado obteniendo que los resultados no dependen del curso, lo que nos indica que aunque hay una leve mejoría en los resultados al avanzar de curso esa diferencia no es significativa, dando a entender que lo aprendido en clase tras cursar asignaturas de un elevado número de créditos y de contenidos correspondientes a Educación Primaria, que incluyen resolución de problemas como el presentado, no sirve para mejorar los conocimientos que los estudiantes traen de cursos anteriores. (Hipótesis 3).

Quisimos también ver si hay grupos mejores que otros a la hora de responder a un problema de matemáticas y según los resultados obtenidos las calificaciones no dependen del grupo en que se encuentre. (Hipótesis 3).

Para corroborar lo obtenido al aplicar la t de Student para ver si había diferencias significativas por Género y por Edad se aplica una chi-cuadrado, llegando a la conclusión de que no dependen del Género en ninguna de las dos partes, y en el caso de la Edad los resultados de la parte A dependen de la Edad, pero los de la parte B son independientes. (Hipótesis 3).

Los resultados de la parte A y de la parte B no son independientes al obtener la chi-cuadrado que los relaciona. Se ha visto que la casi totalidad del alumnado que contestan a la parte B tiene bien contestada la parte A, aunque no es condición necesaria la una para la otra. (Hipótesis 4).

Para conocer el tipo de errores más frecuentes cometidos por los estudiantes hemos elegido una muestra de los errores cometidos en los tres cursos para que, por una parte, se puedan conocer algunas de las respuestas dadas y por otra, la repetición de los errores en cualquiera de los cursos donde se formuló el problema. Como error más señalado por los alumnos es “datos mal utilizados” seguido de “interpretación del lenguaje”. Hay un error fundamental y es la no comprensión de los enunciados de



los problemas, que se traduce en las respuestas dadas. Los futuros maestros mayoritariamente señalan un solo error cometido en cada ítem (Hipótesis 5).

En relación con otras investigaciones (Nortes, 2011) del 2,64 de media en el problema similar al investigado, pasamos a 3,53 en el presente, no encontrando una mejoría considerable al pasar de una muestra de las Diplomaturas de Maestro ($n = 235$ alumnos), a una muestra de alumnos del Grado de Maestro de Primaria ($n = 309$). Si comparamos los datos con los estudiantes de 2.º curso ($n = 189$) que se corresponde por nivel a la muestra del estudio anterior, vemos que el 2,59 obtenido hace que esa mejoría quede anulada.

Los profesores en formación cometen errores en la realización de tareas matemáticas similares a los que cometen los escolares y poner de manifiesto las concepciones deficientes y los errores cometidos por los futuros docentes es una tarea ineludible para el profesor en formación (Rico, 1995). Esta afirmación queda confirmada si decimos que el resultado de este problema llevado a cabo por 53825 alumnos de 6.º de Primaria de la Comunidad de Madrid (CAM, 2012), fue de 2,66 de media.

Los resultados obtenidos en esta investigación nos lleva a la reflexión de Brousseau (1998, p. 120): “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar; sino el efecto de un conocimiento anterior que tuvo su interés, su éxito y que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son fortuitos e imprevisibles, su origen se constituye en un obstáculo”. Y como vemos reflejado ese obstáculo que tienen los estudiantes para maestros, se mantiene en los maestros diplomados acrecentado con los resultados expuestos.

Bibliografía

- Brousseau, G. (1998): *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CAM (2009). Pruebas de conocimientos y destrezas indispensables (CDI). 6.º Primaria. Matemáticas. Madrid. Recuperado el 8 de diciembre de 2012, de <http://www.madrid.org/>
- CAM (2012). Pruebas de conocimientos y destrezas indispensables (CDI). 6.º Primaria. Matemáticas. Madrid. Recuperado el 8 de diciembre de 2012, de <http://www.madrid.org/>
- Casares, J. (1975). *Diccionario ideológico de la lengua española*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Castro, E. (Editor) (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.
- Chamorro, C. y Vecino, F. (2011). El tratamiento y la resolución de problemas. En C. Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*, 273-299. Pearson: Madrid.
- Del Olmo, M. A., Moreno, M. F. y Gil, F. (1989). *Superficie y volumen. ¿Algo más que un trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Díaz, M. (1980). *Diccionario básico de Matemáticas*. Madrid: Anaya.
- Dickson, L.; Brown, M y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC-Labor.
- Edelvives (1957). *Matemáticas Primer Curso*. Zaragoza: Edelvives.
- Hart, K. y otros (1981). *Children's understanding of mathematics: 11-16*. C.S.M.S. Londres: John Murray.
- Hernández, J., Noda, M. A., Palarea, M. y Socas, M. (2001). Estudio sobre habilidades en matemáticas de alumnos de magisterio. Universidad de La Laguna (Tenerife).
- MEC (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (BOE 293 de 8 de diciembre).
- Nortes, A., Huedo, T., López, J. A. y Martínez, R. (2003). Conocimientos matemáticos de maestros en formación. *Suma* 44, 71-81.
- Nortes Martínez-Artero, R. (2011). Pruebas de conocimientos en Matemáticas de 6.º de Educación Primaria: Una aplicación a futuros maestros. En II Jornadas de los Másteres en Investigación e Innovación en Educación Infantil y Educación Primaria. Universidad de Murcia, 527-538.
- RAE (2012). Diccionario de la lengua española. Recuperado el 13 de enero de 2013, de <http://www.rae.es/>

- Rico, L. y Díez, A. (2011). Las matemáticas y el maestro de Primaria, En I. Segovia y L. Rico, (Coords.) *Matemáticas para Maestros de Educación Primaria*, 23-45. Pirámide: Madrid.
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de las Matemáticas. En Kilpatrick, J.; Rico, L. y Gómez, P. *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Segovia, I. y Rico, L. (2011). *Matemáticas para Maestros de Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Táboas, J. (1954). *Geometría y Trigonometría*. Obra adaptada al cuestionario oficial de Magisterio. Madrid: Librería Vinchés.
- Wikipedia (2012). Enciclopedia libre. Recuperado el 13 de enero de 2013 de <http://es.wikipedia.org>

Rosa Nortes Martínez-Artero. Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia. Líneas de Investigación centradas en Formación de profesores y en Resolución de problemas. Artículos recientes: La función de la Didáctica de las Matemáticas en la formación del profesorado (2012), Enseñanza, aprendizaje y calificaciones en el Grado de Maestro de Primaria (2012). mrosa.nortes@um.es.

Andrés Nortes Checa. Doctor en Didáctica de las Matemáticas. Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia. Líneas de investigación centradas en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Ha coordinado el Monográfico “Matemáticas y su didáctica” de la revista *Educatio Siglo XXI* de la Facultad de Educación (29.2) en 2011. Autor de libros sobre Matemáticas y su didáctica para el Grado de Maestro de Primaria. anortes@um.es

