

Libros de **Cátedra**

Antenas Reflectoras en microondas

José Alberto Bava

FACULTAD DE
INGENIERÍA

e
exactas

 **EduLP**
Editorial
de la Universidad
de La Plata



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

ANTENAS REFLECTORAS EN MICROONDAS

J. Alberto Bava



2013

Bava, J. Alberto

Antenas reflectoras en microondas. - 1a ed. - La Plata : Universidad Nacional de La Plata, 2013.

E-Book: ISBN 978-950-34-1054-7

1. Antenas Reflectoras. 2. Microondas. I. Título

CDD 537.534 4

Fecha de catalogación: 23/12/2013

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP



Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata

47 N.º 380 / La Plata B1900AJP / Buenos Aires, Argentina
+54 221 427 3992 / 427 4898
editorial@editorial.unlp.edu.ar
www.editorial.unlp.edu.ar

Edulp integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2013
ISBN 978-950-34-1054-7
© 2013 - Edulp

COLABORADORES

Ing. Gerardo A. Bava

Ing. Juan Pablo Ciafardini

Ing. Julieta Vernieri

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - PROPAGACIÓN

1-1	Características generales y espectro electromagnético	1
1-2	Ecuaciones de Maxwell	3
1-3	Ecuación de la onda	7
1-4	Propagación en medios no confinados	8
1-5	Vector de Poynting	13
1-6	Ondas electromagnéticas polarizadas	14
1-7	Polarización lineal, circular y elíptica	15

CAPÍTULO 2 - PROPAGACIÓN EN MEDIOS CONFINADOS

2-1	Propagación en medios confinados	17
2-2	Ecuación de la línea de transmisión	17
2-3	Constante de propagación e impedancia característica	21
2-4	Impedancia de entrada de una línea de transmisión	22
2-5	Condiciones especiales de carga de una línea de transmisión	24
2-6	Coefficiente de reflexión y relación de onda estacionaria	26
2-7	Parámetros de dispersión o parámetros S	29
2-8	Líneas de transmisión en microondas	36
2-9	Líneas de transmisión coaxiales	36
2-10	Formas constructivas de líneas de transmisión coaxiales	39
2-11	Líneas de microtira	39
2-12	Diseño de líneas de microtira	41
2-13	Guías de onda	45
2-14	Guías de onda rectangular	46

2-15	Modos de propagación en una guías de onda rectangular	50
2-16	Rango de operación prácticos de una guías de onda rectangular	52
2-17	Impedancia de la guía de onda	52
2-18	Guías de onda circular	53
2-19	Criterios de Diseño de Guías de Onda	56

CAPÍTULO 3 - CARACTERÍSTICAS DE ANTENAS REFLECTORAS

3-1	Parámetros básicos de una antena	58
3-2	Angulo solidó y eficiencia del haz principal	62
3-3	Ancho de haz y resolución	63
3-4	Directividad	64
3-5	Eficiencia de apertura de una antena reflectora	65
3-6	Alimentador principal para óptima eficiencia de apertura	70
3-7	Ganancia y área efectiva de una antena reflectora	71
3-8	Radiación de cuerpo negro	73
3-9	Temperatura de antena	75
3-10	Temperatura aparente de brillo	77
3-11	Temperatura de antena radiometrica	81
3-12	Variaciones de ganancia en una antena	84
3-13	Polarización	87
3-14	Esfera de Poincaré	92
3-15	Parámetros de Stoke	93

CAPÍTULO 4 - GEOMETRÍA DE REFLECTORES PASIVOS

4-1	Superficies esféricas y asféricas	98
4-2	Superficies conicoides	98

4-3	Superficies parabólicas	101
4-4	Propiedades y parámetros de una parábola	103
4-5	Superficies parabólicas de revolución	105
4-6	Superficies parabólicas toroidales	107
4-7	Superficies toroidales esféricas	110
4-8	Superficies parabólicas de foco desplazado	111

CAPÍTULO 5 – REFLECTORES PASIVOS Y ALIMENTADOR

5-1	Antenas con reflectores pasivos	115
5-2	Geometría de los sistemas de reflectores pasivos	115
5-3	Diagrama de irradiación de reflectores pasivos	119
5-4	Resolución de reflectores pasivos	123
5-5	Reflectores parabólicos	125
5-6	Antenas con doble reflector	129
5-7	Sistemas Cassegrain	131
5-8	Sistemas Gregoriano	134
5-9	Otros sistemas de doble reflector	137
5-10	Reflectores de haces múltiples	142
5-11	Alimentador principal	147
5-12	Bocinas rectangulares	148
5-13	Bocinas cónicas	152
5-14	Bocinas cónicas de pared lisa	155
5-15	Bocinas cónicas corrugadas	156
5-16	Centro de fase de las bocinas	159

BIBLIOGRAFÍA	163
---------------------	-----

EL AUTOR	167
-----------------	-----

PRÓLOGO

Alberto Bava, autor del libro me solicitó que le escribiera el prólogo de su excelente texto sobre *Antenas Reflectoras en Microondas*.

Existen muchas aplicaciones a frecuencias de microondas y milimétricas, entre las que cabe destacar las comunicaciones espaciales, sistemas de radar y sistemas de radioastronomía. En dicho margen de frecuencias, donde las longitudes de onda son del orden de centímetros y milímetros, las dimensiones de las antenas pueden ser de varias longitudes de onda.

Las antenas más usadas son las que utilizan reflectores para concentrar la radiación en un punto y para confinarla en una línea de transmisión o guía de onda a través de bocinas.

En el presente libro se describen los principios básicos de la radiación electromagnética y de las ondas guiadas y se aplican al diseño de reflectores pasivos y de sus alimentadores.

Los primeros capítulos están dedicados a conceptos generales de antenas, microondas y propagación. Los capítulos finales revisan las geometrías reflectoras simples, los reflectores combinados y la alimentación mediante bocinas, incluyendo los diseños más avanzados.

El libro puede resultar de gran utilidad para estudiantes universitarios de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicación y para ingenieros en ejercicio que utilicen y diseñen sistemas de comunicaciones, radar y radioastronomía en las bandas de microondas y milimétricas.

El enfoque es eminentemente práctico, con enlaces multimedia de gran utilidad, pero manteniendo en todo momento el rigor científico. Se utilizan herramientas avanzadas de simulación electromagnética como FEKO.

Existen muy pocos libros escritos en español sobre temas avanzados de telecomunicación, por lo que hay que felicitar al Dr. Ing. Alberto Bava, por realizar esta contribución tan importante para el campo de las telecomunicaciones, trasladando su experiencia de muchos años en el diseño de este tipo de antenas.

Miguel Ferrando Bataller
Doctor Ingeniero de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Valencia. España

RECONOCIMIENTOS

El autor desea dar las gracias al Ingeniero Gerardo Bava por su colaboración en las revisiones y compaginado de esta obra, al Ingeniero Juan Pablo Ciafardini por su valiosa ayuda en la concreción de las simulaciones y a la Ingeniera Julieta Vernieri por su exhaustiva revisión del material, proporcionado recomendaciones y comentarios. Un especial agradecimiento al Dr. Mario Garavaglia por su aporte profesional en temas relacionados con reflectores pasivos y al Dr. Miguel Ferrando Bataller por sus comentarios, como así también por la redacción del prólogo.

También deseo manifestar gratitud hacia el Ingeniero Aldo G. Peruggia Horjales de la empresa AllOptics Designs, distribuidora de EMSS S.A. (Pty) Ltda., el cual ha facilitado la licencia del software FEKO 6.2 y ha aportado sugerencias sobre el uso del mismo a fin de concretar las simulaciones utilizadas en este libro.

CAPÍTULO 1 - PROPAGACIÓN

1-1 Características generales y espectro electromagnético

Según define el Instituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica (*Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE*), una *antena* es una parte de un sistema transmisor y/o receptor diseñada específicamente para radiar o recibir ondas electromagnéticas (IEEE Std. 145-1983). Una antena se puede definir también como una región de transición entre una zona donde existe una onda electromagnética en un medio confinado y una onda en el espacio libre.

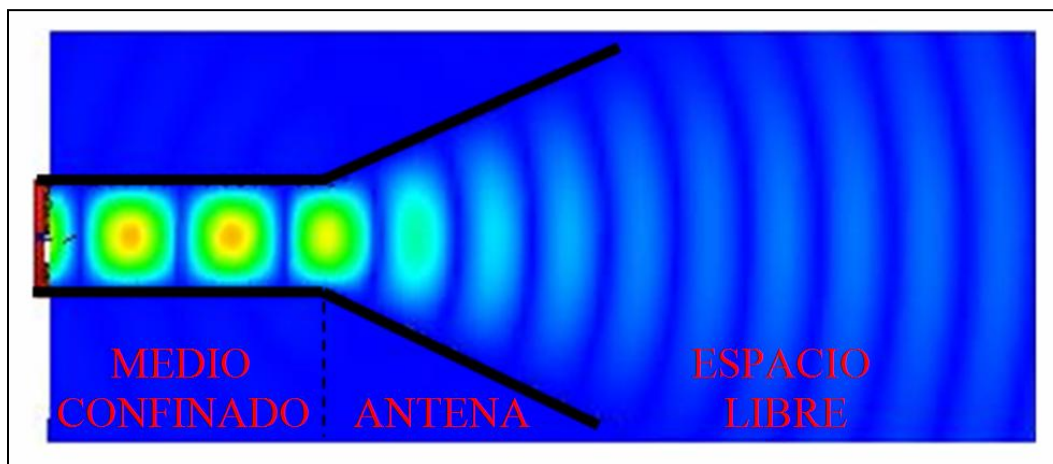
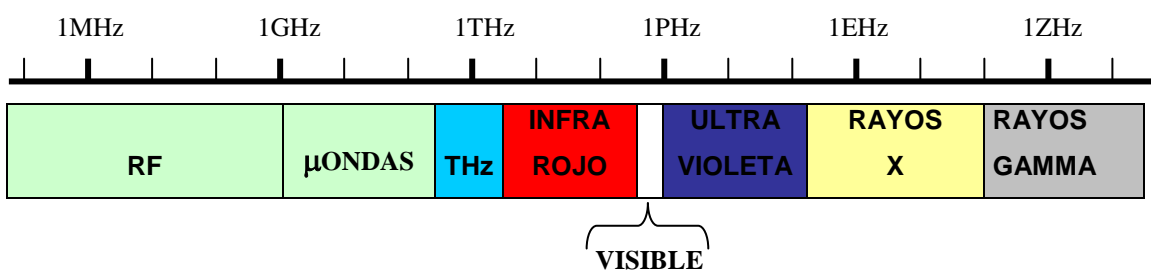


Figura 1.1 – Antena irradiando ondas electromagnéticas ([simulación](#)) [29].

En un medio confinado, como es el caso de una línea de transmisión o en un medio no confinado, como es el espacio libre, la señal viaja en forma de una onda electromagnética compuesta de un campo eléctrico E y un campo magnético H . Las distintas designaciones del espectro electromagnético según la banda de frecuencia se pueden observar en la figura 1.2.



1Megahertz = 10^6 Hz, 1Gigahertz = 10^9 Hz, 1Terahertz = 10^{12} Hz,
 1Petahertz = 10^{15} Hz, 1Exahertz = 10^{18} Hz y 1Zettahertz = 10^{21} Hz

Figura 1.2 – Espectro electromagnético

Significando RF a las ondas electromagnéticas en radio frecuencia, μONDAS a las microondas y THz a las ondas en los terahertz (Figura 1.2).

La onda electromagnética se caracteriza por su frecuencia (f) o su longitud de onda (λ), ambas relacionadas por la velocidad de propagación en el medio (c), según la ecuación:

$$c = f \cdot \lambda \quad (1.1)$$

Habitualmente se asume como aproximación válida para el espacio libre las propiedades del vacío, siendo la velocidad de propagación correspondiente a $c=3 \cdot 10^8$ m/s.

Es clásico en radio frecuencia y microondas dividir el espectro electromagnético en bandas por décadas (Figura 1.3).

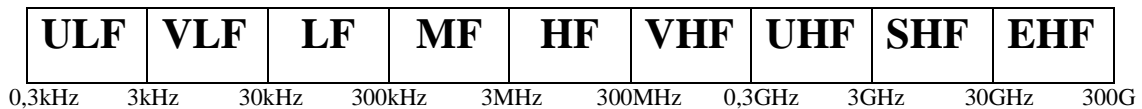


Figura 1.3 – Espectro electromagnético de RF.

Esta designación de las ondas de radio por décadas se pueden observar con más detalle en la Tabla 1.1, en donde se puede observar el rango de frecuencia y longitudes de onda y el significado de las siglas en ingles (nomenclatura de la Unión Internacional de Telecomunicaciones, UIT).

TABLA 1.1 – Bandas de frecuencia del espectro electromagnético en longitudes de onda de radio

BANDA	FRECUENCIA	LONGITUD DE ONDA	DENOMINACION
ULF	0,3-3 kHz	1000-100 km	Ultra Low Frequency
VLF	3-30 kHz	100-10 km	Very Low Frequency
LF	30-300 kHz	10-1 km	Low Frequency
MF	0,3-3 MHz	1000-100 m	Medium Frequency
HF	3-30 MHz	100-10 m	High Frequency
VHF	30-300 MHz	10-1 m	Very High Frequency
UHF	0,3-3 GHz	100-10 cm	Ultra High Frequency
SHF	3-30 GHz	10-1 cm	Super High Frequency
EHF	30-300 GHz	10-1 mm	Extremely High Frequency

En frecuencias de microondas existe una subdivisión en bandas asignadas por letras mayúsculas acompañadas a veces de un índice (generalmente una letra minúscula) como vemos en detalle en la Tabla 1.2 (nomenclatura del estándar del IEEE), las que son muy utilizadas para designar el uso de un sistema dentro de una banda de frecuencias. La designación de *mm* es derivada de ondas milimétrica.

TABLA 1.2 – Bandas de frecuencia del espectro electromagnético en microondas

BANDA	FRECUENCIA [GHz]
L	1-2
S	2-4
C	4-8
X	8-12
Ku	12-18
K	18-27
Ka	27-40
V	40-75
W	75-110
mm	110-300

A frecuencias superiores nos encontramos con ondas electromagnéticas que se propagan en una banda de transición, denominada banda de los Terahertz (submilimétricas), y luego siguen las ondas electromagnéticas del infrarrojo, visible, ultravioleta, rayos X y rayos γ (Tabla 1.3).

TABLA 1.3 – Bandas de frecuencias del espectro electromagnético de frecuencias superiores

BANDA	FRECUENCIA	LONGITUD DE ONDA	DENOMINACION
THz	0,300-3 THz	0,1-1 mm	Terahertz
IR	3-400 THz	0,8-100 micrómetro	Infrarrojo
V	400-750 THz	0,4-0,8 micrómetro	Visible
UV	750-10000 THz	3-400 nanómetro	Ultravioleta
X	30- 3000 PHz	0,1-10 nanómetro	Rayos X
γ	> 30 EHz	< 1 Å	Rayos γ

Donde, en la Tabla 1.3, un metro (1 m) es 10^3 mm, 10^6 micrómetro, 10^9 nanómetro y 1Å (Armstrong) es igual a 10^{-10} m.

1-2 Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell relacionan los campos eléctricos y magnéticos con las cargas y corrientes que los crean. La solución general de las ecuaciones, en el caso variable en el tiempo, es en forma de ondas, que pueden estar ligadas a una estructura,

como es el caso de una línea de transmisión o guía de ondas, o bien libres en el espacio, como ocurre con las producidas por las antenas.

Entonces podemos decir que todos los fenómenos electromagnéticos no cuánticos se pueden describir a partir de las ecuaciones de Maxwell [1] [10-12], cuyas expresiones, en forma integral o diferencial, están dadas por:

TABLA 1.4 - Ecuaciones de Maxwell

FORMA INTEGRAL	FORMA DIFERENCIAL	
$\oint E \cdot dl = -\int_s \frac{\partial B}{\partial t} \cdot ds$	$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$	(1.2)
$\oint H \cdot dl = \int_s \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot ds$	$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$	(1.3)
$\int_s D \cdot ds = \int \rho \cdot dv$	$\nabla \cdot D = \rho$	(1.4)
$\int_s B \cdot ds = 0$	$\nabla \cdot B = 0$	(1.5)

Donde E es el campo eléctrico, D es la densidad de flujo eléctrico, H el campo magnético y B densidad de flujo magnético. Las fuentes de campo son ρ que es la densidad volumétrica de cargas y J que es la densidad de conducción de corriente.

Las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de cuatro ecuaciones (originalmente 20 ecuaciones) que describen los fenómenos electromagnéticos. La formulación moderna de las ecuaciones de Maxwell es debida a Oliver Heaviside y Willard Gibbs quienes en 1884 reformularon las ecuaciones originales de Maxwell en un sistema abreviado utilizando una notación vectorial [7]. La formulación original de Maxwell databa de 1865 y contenía 20 ecuaciones de 20 variables. La gran contribución de James Clerk Maxwell fue reunir en estas ecuaciones largos años de resultados experimentales, debidos a Gauss, Ampere, Faraday y otros, introduciendo los conceptos de campo y corriente de desplazamiento, y unificando los campos eléctricos y magnéticos en un solo concepto: *el campo electromagnético*.

Recordemos que el gradiente de un campo escalar, define un campo vectorial cuyas componentes son las derivadas parciales del campo escalar. Este campo vectorial representa en cada punto la magnitud y la dirección de máxima rapidez de cambio del campo escalar. En coordenadas cartesianas el gradiente se expresa como sigue:

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{z} \quad (1.6)$$

Siendo ϕ el campo escalar, y $\nabla \phi$ su gradiente.

La divergencia de un campo vectorial mide para cada punto la diferencia entre el flujo entrante y el flujo saliente del vector sobre una superficie que rodea al volumen. Su expresión correspondiente en forma cartesiana resulta:

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1.7)$$

En el cálculo vectorial, el rotacional o rotor es un operador vectorial que muestra la tendencia de un campo vectorial a inducir rotación alrededor de un punto. Estrictamente el rotor de un campo vectorial en un punto, es un vector que resulta de la circulación del campo por unidad de área, cuando el área encerrada por dicha circulación tiene al punto, y tiene la dirección en que es máxima la circulación. En coordenadas cartesianas se expresa de la siguiente manera:

$$\nabla \times A = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (1.8)$$

que se puede escribir en forma de determinante como:

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (1.9)$$

En el cálculo vectorial, también es posible definir el laplaciano de un campo vectorial, siendo este un operador diferencial elíptico de segundo orden. El laplaciano de un campo vectorial se define como el gradiente de la divergencia del campo vectorial menos el rotacional del rotacional de dicho campo. En coordenadas cartesianas su expresión corresponde a:

$$\nabla^2 A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \quad (1.10)$$

En resumen, el gradiente, la divergencia, el rotacional y el laplaciano serán los operadores en coordenadas cartesianas, que nos permitirán trabajar en el espacio, utilizando ecuaciones que ofrecen gran simplificación en su expresión.

La ecuación 1.2 de la Tabla 1.4 es conocida como la ecuación de Maxwell obtenida de la ley de Faraday, mientras que la ecuación 1.3 puede ser mencionada como la ecuación de Maxwell deducida de la ley de Ampere. Ambas ecuaciones expresan las fuentes de rotacional del campo eléctrico y del magnético respectivamente. La primera ecuación indica que el rotacional de un campo eléctrico es igual a la tasa de variación de la densidad del flujo magnético, con signo opuesto debido a la Ley de Lenz; la segunda indica que el rotacional de un campo magnético es igual a la suma de la densidad de corrientes y la derivada temporal de la densidad de flujo eléctrico. En las ecuaciones 1.4 y 1.5 en su forma diferencial expresan las fuentes de divergencia de la densidad del flujo eléctrico y de la densidad de flujo magnético, respectivamente, ambas deducidas a partir de la ley de Gauss.

Analicemos las ecuaciones de Maxwell en el espacio libre con el objetivo de deducir los fundamentos que ellas encierran con respecto a la propagación [1] [2]. Luego en un medio homogéneo y con carga tenemos:

$$D = \varepsilon \cdot E \quad (1.11)$$

$$B = \mu \cdot H \quad (1.12)$$

$$J = \sigma \cdot E \quad (1.13)$$

Por lo tanto las ecuaciones de Maxwell, para un medio no confinado y con las características anteriormente mencionadas, podemos expresarlas en términos del campo eléctrico E y el campo magnético H como:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1.14)$$

$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (1.15)$$

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (1.16)$$

$$\nabla \cdot H = 0. \quad (1.17)$$

En un medio homogéneo y sin cargas ni conductividad ($\sigma = 0$) como es el espacio libre, caracterizado por la permeabilidad μ y la permitividad ε , las ecuaciones quedan:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1.18)$$

$$\nabla \times H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (1.19)$$

$$\nabla \cdot E = 0, \quad (1.20)$$

$$\nabla \cdot H = 0. \quad (1.21)$$

De las ecuaciones 1.18 y 1.19 se deduce con respecto a la propagación de ondas electromagnéticas, que un campo eléctrico variable en el tiempo produce un campo magnético variable en el espacio, y un campo magnético variable en el tiempo produce un campo eléctrico variable en el espacio y así sucesivamente.

Si la energía eléctrica se desplaza más allá de la energía magnética que la generó y lo mismo pasa con la energía magnética, podemos decir que lo que se propaga es una onda electromagnética.

Viéndolo de otra forma, un campo eléctrico produce un campo magnético en la región donde varía el eléctrico y también en la región vecina, sucediendo lo mismo con el campo magnético.

Como conclusión podemos decir que una perturbación eléctrica o magnética originada en una región no puede ser confinada a ese espacio sino que la energía se propaga hacia afuera.

1-3 Ecuación de la onda

Operemos con la ecuación 1.14

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.22)$$

Apliquemos el operador rotor a ambos miembros:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \left(\nabla \times \frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (1.23)$$

En el medio homogéneo la permeabilidad es constante y puede salir fuera de la operación de rotacional, a su vez, como el orden de la derivada no altera el resultado, tenemos:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times H)}{\partial t} \quad (1.24)$$

Reemplazando la 1.19 en la 1.24, nos queda:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \frac{\partial \left(\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \right)}{\partial t} \quad (1.25)$$

Operando con el primer miembro:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla (\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \quad (1.26)$$

Como en un medio homogéneo y sin carga $\nabla \cdot E = 0$, tenemos:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\nabla^2 E \quad (1.27)$$

Luego la ecuación 1.23 queda:

$$\nabla^2 E = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.28)$$

Haciendo el mismo análisis para el campo magnético, es decir partiendo de la ecuación 1.15, y aplicando rotacional a ambos miembros, teniendo en cuenta que el medio es homogéneo y sin carga, obtendremos:

$$\nabla^2 H = \mu\epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1.29)$$

Las ecuaciones 1.28 y 1.29 derivadas de las ecuaciones de Maxwell de un medio homogéneo y sin carga son las *ecuaciones de onda* del campo eléctrico E y del campo magnético H en el espacio libre [1].

1-4 Constante de propagación

Se define la constante de propagación en un medio normal como:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\epsilon}, \quad (1.30)$$

donde

γ = constante de propagación [m^{-1}] (similitud con líneas de transmisión)

α = atenuación [m^{-1}].

β = constante de fase [rad / m^{-1}].

$\omega = 2\pi f$ = frecuencia angular [$radian \text{ seg}^{-1}$]

Como en un medio homogéneo y sin cargas, con $\sigma = 0$ nos queda:

$$\gamma = \pm j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = \pm j\beta \quad (1.31)$$

1-5 Propagación en medios no confinados

Desarrollando la ecuación de onda del campo eléctrico (1.28) en sus componentes espaciales podemos expresarla de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (1.34)$$

Si analizamos una onda plana viajando en la dirección x con una polarización lineal del campo eléctrico E en la dirección del eje y , tendremos que $E_x = 0$, $E_z = 0$, $E_y \neq 0$,

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0. \quad \text{Luego de las ecuaciones 1.32, 1.33 y 1.34 queda la componente}$$

sobre dicho eje:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (1.35)$$

Si el campo eléctrico varía armónicamente en el tiempo, con una frecuencia en radianes ω , su expresión trigonométrica correspondiente resulta:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - \beta x) \quad (1.36)$$

A esta forma trigonométrica le corresponde la siguiente expresión en forma exponencial,

$$E_y \equiv E_0 e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (1.37)$$

Si aplicamos la derivada temporal a su forma exponencial obtenemos:

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = j\omega E_y \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -\omega^2 E_y \quad (1.39)$$

Utilizando la ecuación 1.31 de la constante de propagación para el espacio libre $\gamma = \pm j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = \pm j\beta$ y la ecuación 1.39, expresamos la ecuación de la onda 1.35 como:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \gamma^2 E_y \quad (1.40)$$

implica que,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \gamma^2 E_y = 0 \quad (1.41)$$

La solución de ésta ecuación está dada por:

$$E_y = \bar{E}_0 \cdot e^{\pm\gamma x} \quad (1.42)$$

Como en un medio homogéneo y sin cargas $\gamma = \pm j\beta$, entonces nos queda:

$$E_y = \bar{E}_0 \cdot e^{\pm j\beta x} \quad (1.43)$$

Siendo \bar{E}_0 un fasor variando en el tiempo dado por:

$$\bar{E}_0 = E_0 \cdot e^{j\omega t} \quad (1.44)$$

Por lo tanto reemplazando en la ecuación 1.42,

$$E_y = E_0 \cdot e^{j(\omega t \pm \beta x)} \quad (1.45)$$

A esta expresión exponencial le corresponde la siguiente ecuación en forma trigonométrica:

$$E_y = E_0 \cdot \cos(\omega t \pm \beta x) \quad (1.46)$$

Analicemos ahora el campo magnético partiendo de la ecuación 1.18 dada por

$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$ y desarrollando el rotor en coordenadas cartesianas tendremos:

$$\nabla \times E = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \quad (1.47)$$

$$\nabla \times E = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (1.48)$$

Luego la ecuación 1.18 se puede expresar como:

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = - \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (1.49)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = - \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (1.50)$$

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = - \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (1.51)$$

Para una onda plana con polarización lineal del campo eléctrico E en la dirección del eje

y , propagándose en la dirección del eje x , tendremos que $E_x = E_z = 0$ y $\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$. Por

lo tanto nos queda:

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = - \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (1.52)$$

Luego reemplazando la ecuación 1.45 en esta ecuación y resolviendo las derivadas tenemos:

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = j\beta E_y \quad (1.53)$$

$$\mu\omega H_z = \beta E_y \quad (1.54)$$

$$H_z = \frac{\beta}{\mu\omega} E_y \quad (1.55)$$

De la ecuación 1.46 se desprende que la velocidad de propagación de la onda electromagnética queda expresada por:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (1.56)$$

Siendo $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ esta velocidad puede ser expresada también como:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (1.56)$$

Para el vacío, esta velocidad se convierte en:

$$v_p = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \quad (1.57)$$

Kohlrausch y Weber en 1856 obtienen este resultado en forma experimental. Este descubrimiento es utilizado por Maxwell cuando desarrolla su teoría electromagnética, prediciendo la existencia de las ondas electromagnéticas, que fue confirmada experimentalmente en 1888 por Hertz.

La ecuación 1.55, utilizando la ecuación 1.56, se puede expresar como:

$$H_z = \frac{1}{\mu \cdot v_p} E_y \quad (1.58)$$

Analizando esta ecuación se deduce que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí cuando la onda electromagnética se propaga en un medio.

Si realizamos el mismo proceso, pero ahora con el campo magnético, aplicando el rotacional a la ecuación 1.19 y reemplazando en ella el rotor del campo eléctrico por la ecuación 1.18, obtendremos la ecuación diferencial de la onda:

$$\nabla^2 H = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1.60)$$

De la misma forma que obtuvimos en la ecuación 1.35 para una onda plana que se propaga en la dirección x:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (1.61)$$

tendremos para el campo magnético que

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (1.62)$$

Luego la solución de esta ecuación es:

$$H_z = H_0 \cos(\omega t + \beta x) \quad (1.63)$$

La solución de las ecuaciones 1.61 y 1.62 es conocida como la formula de D'Alembert, habiendo sido desarrollada en 1747 [1], durante el estudio del movimiento de perturbación transversal de una cuerda estirada. En nuestro caso se refiere a las magnitudes del campo eléctrico E_y y del campo magnético H_z de una onda

electromagnética plana que se propaga en la dirección x y las ecuaciones diferenciales describen en forma general el movimiento de estos campos en función del tiempo y del espacio.

Luego la representación gráfica de una onda plana propagándose en un medio no confinado es mostrada en la figura 1.4.

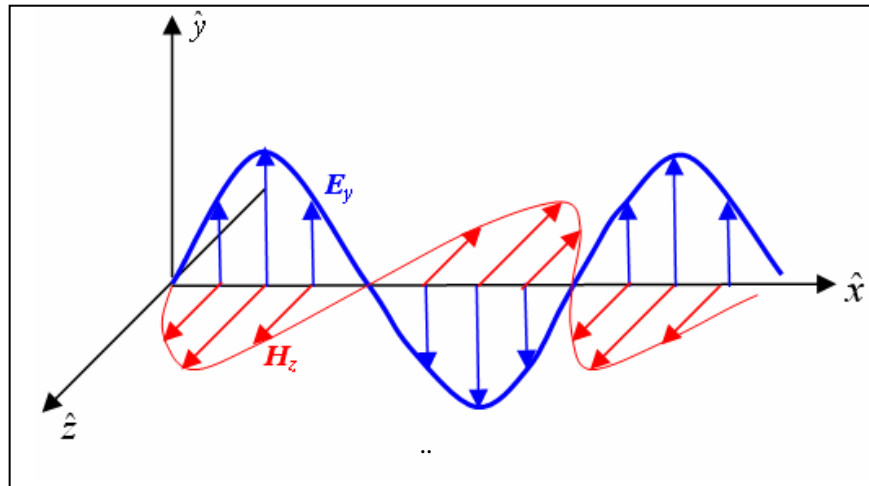


Figura 1.4 - Propagación de onda electromagnética plana de una onda plana.

Cabe destacar que una onda electromagnética se propaga en todas las direcciones como un frente de onda esférica, pero ésta a una gran distancia de la fuente irradiante es prácticamente una onda plana.

En una onda electromagnética progresiva plana hay una razón definida entre las amplitudes de E y H , este factor depende de las características del medio en el que se encuentran las ondas. A esta razón se las conoce como *impedancia característica* o *impedancia intrínseca* del medio (no conductor).

$$Z_i = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (1.64)$$

En el espacio libre (donde $\sigma = 0$) queda igual a la raíz cuadrada del cociente entre la permeabilidad y la permitividad del medio, dando un valor real puro.

$$Z_i = \frac{E_y}{H_z} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.65)$$

Cuando el medio es el espacio libre o vacío, se emplea el subíndice cero (μ_o y ϵ_o), y el valor de la *impedancia intrínseca del vacío* es:

$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cong 120\pi \cong 377 \text{ohm} \quad (1.66)$$

Considerando en el espacio libre un valor de permeabilidad $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{A/m}]$ y de permitividad de $\epsilon_0 = 8,85418717 \cdot 10^{-12} [\text{F/m}]$.

1-6 Vector de Poynting

Las leyes de Maxwell-Faraday y de Maxwell-Ampere (1.2 y 1.3) describen la interrelación entre campo eléctrico y magnético cuando dependen del tiempo y juntas expresan la propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio. Estas ondas electromagnéticas viajan por el espacio transportando energía.

Luego se define el *vector de Poynting* que describe el flujo de potencia por unidad de área que transporta la onda electromagnética [1] [2], y el mismo resulta:

$$S_a = (E \times H) \quad [\text{Watt/m}^2] \quad (1.67)$$

El concepto de vector de flujo de energía lo estableció Heaviside [7] y con más detalle que el Profesor Poynting en su desarrollo de la ley conservación de energía para los campos eléctricos y magnéticos (teorema de Poynting). Heaviside utilizó la notación vectorial para sus pruebas tal como la usamos hoy en día.

El valor medio del vector de Poynting expresa la densidad de potencia media que fluye a través de una superficie. Si los campos eléctrico y magnético varían armónicamente en el tiempo, podemos usar su notación fasorial y el valor medio del vector de Poynting se puede expresar como:

$$\bar{S}_a = \frac{1}{2} \text{Re} \left(E \times H^* \right) \quad (1.68)$$

La expresión 1.68 permite cuantificar la potencia de la energía electromagnética en cualquier punto del espacio. La magnitud \bar{S}_a definirá mucho de los parámetros que comúnmente caracterizan las propiedades de una antena, y serán descriptas en el Capítulo 3.

Si el campo eléctrico y el magnético de una onda plana, polarizada en campo eléctrico en la dirección y , y que viaja por un medio sin pérdidas, está dado por:

$$E_y = \hat{y} \cdot E_{\max} \cos(\omega t - \beta x) \quad (1.69)$$

$$H_z = \hat{z} \cdot H_{\max} \cos(\omega t - \beta x) = \hat{y} \cdot \frac{E_{\max}}{Z_i} \cos(\omega t - \beta x) \quad (1.70)$$

Podemos decir:

$$S_a = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & E_{\max} \cos(\omega t - \beta x) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_{\max}}{Z_i} \cos(\omega t - \beta x) \end{vmatrix} \quad (1.71)$$

$$S_a = \hat{x} \cdot \frac{E_{\max}^2}{Z_i} \cos^2(\omega t - \beta x) \quad (1.72)$$

La figura 1.5 grafica esta situación.

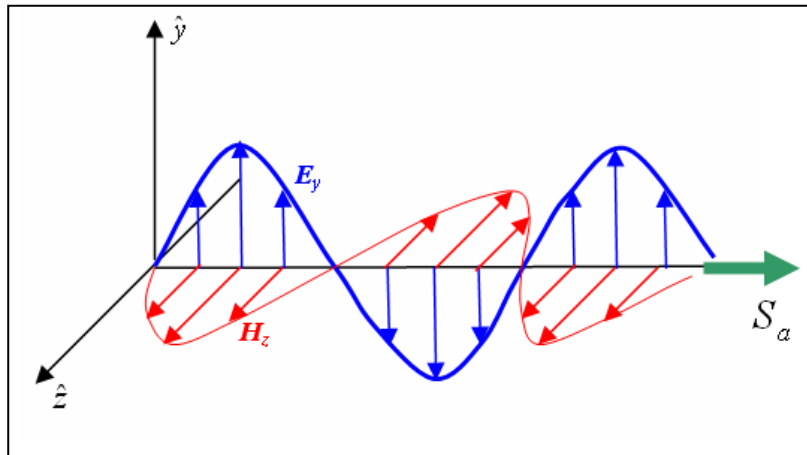


Figura 1.5 – Dirección del vector de Poynting de una onda plana.

Como hemos demostrado, la dirección del vector de Poynting S_a es perpendicular al plano que contiene a los campos E y H , o sea en la dirección de propagación.

1-7 Ondas electromagnéticas polarizadas

La polarización representa la orientación de cómo la onda oscila, por convención para el estudio de ondas electromagnéticas se utiliza la dirección de la oscilación del vector campo eléctrico. Luego el plano en el cual oscila el vector campo eléctrico es denominado plano de polarización.

Una onda plana, como el caso que estudiamos en este capítulo en las secciones anteriores, tendrá componentes de campo eléctrico en un solo plano, por lo tanto tendrá una *polarización lineal*. Los casos en donde el vector de campo eléctrico rote en forma circular, la polarización se define como *circular*, mientras que si lo hace conformando una elipse la polarización será *elíptica*.

También el vector de campo eléctrico puede variar su plano de polarización, no generando plano de oscilación definido, esto se conoce como ondas no polarizadas o *polarización al azar*. En una onda electromagnética no polarizada, al igual que en

cualquier otro tipo de onda transversal sin polarizar, el campo eléctrico oscila en todas las direcciones normales a la dirección de propagación de la onda. Estas emisiones se dan muy a menudo en radiaciones producidas por fenómenos naturales (emisión de moléculas, átomos, radiación solar, etc.).

1-8 Polarización lineal, circular y elíptica.

Una polarización lineal posee un solo plano de polarización y usualmente en los sistemas de comunicaciones terrestres se denomina polarización horizontal, cuando el plano es paralelo al plano de tierra y vertical cuando lo es perpendicular. Como se muestra en la figura 1.6, se puede dar el caso donde el plano de polarización no siga ninguna referencia, dando una onda lineal inclinada.

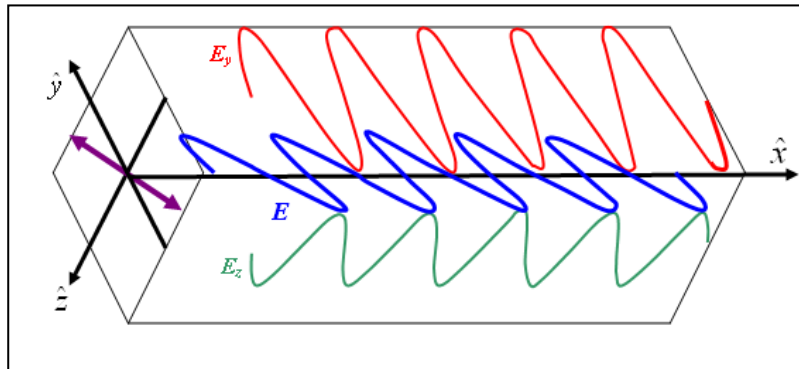


Figura 1.6 – Polarización lineal de una onda plana inclinada.

Como demostraremos en el Capítulo 3, la polarización circular se genera por componentes lineales de igual amplitud en cuadratura oscilando con una diferencia de fase de 90° (Figura 1.7). Esto genera un campo eléctrico girando en forma circular. El giro del vector del campo eléctrico será a derecha o a izquierda dependiendo del desfase de una componente con respecto a la otra. Se denomina polarización circular derecha si el vector campo eléctrico gira en sentido horario cuando la onda se aleja del observador e izquierda en el sentido antihorario.

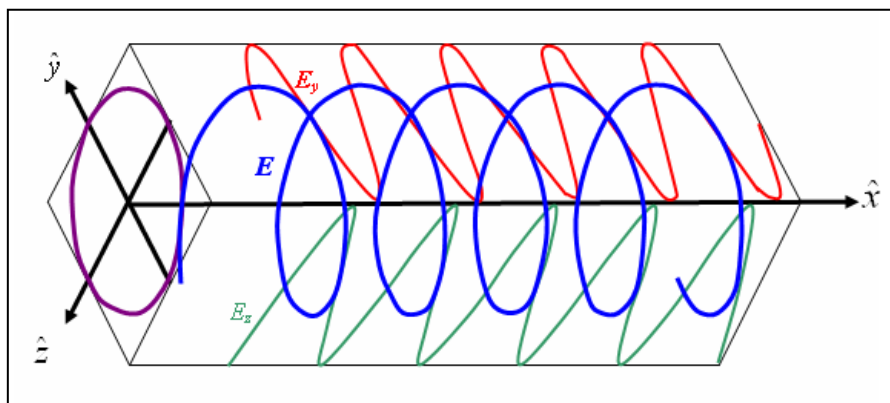


Figura 1.7 – Polarización circular.

En la polarización elíptica la componente horizontal y vertical también están desfasadas 90° , como en el caso de polarización circular, pero ahora las amplitudes de las componentes vectoriales en los ejes son distintas (Figura 1.8). También pueden ser polarización a derecha o izquierda adoptando la misma norma que la circular.

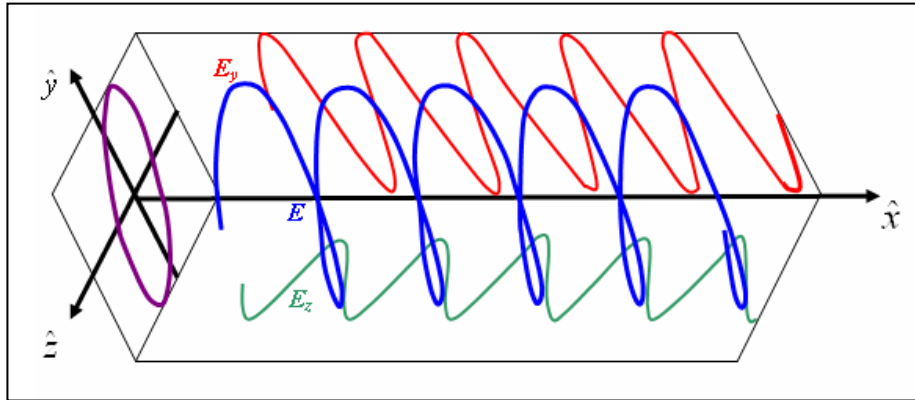


Figura 1.8 – Polarización elíptica.

Puede considerarse la polarización elíptica como el caso general de las polarizaciones, siendo la polarización lineal y circular casos particulares de esta, ya que en el caso que una de las componentes de la polarización elíptica sea cero estaríamos frente a una polarización lineal y cuando las amplitudes de vectores de los ejes son iguales se generaría una polarización circular.

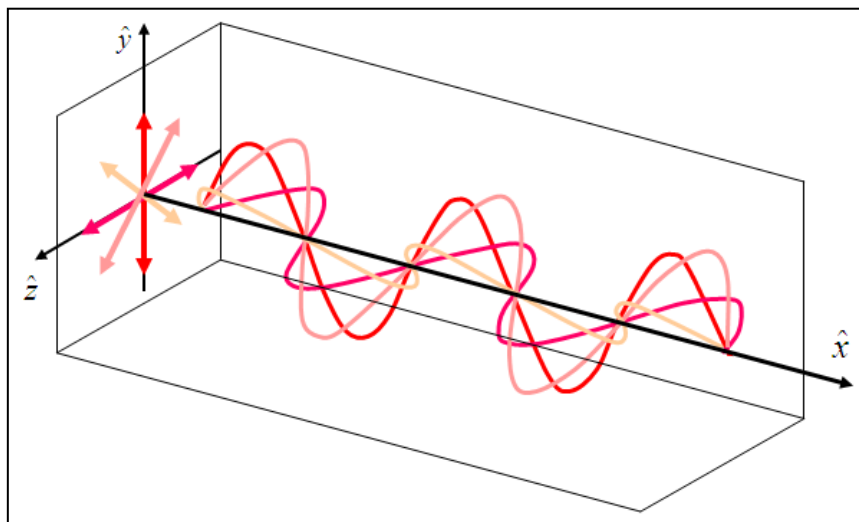


Figura 1.9 – Onda no polarizada o polarizada al azar.

En la naturaleza, la radiación electromagnética es producida a menudo por un gran conjunto de emisores individuales, cada uno de los cuales da lugar a un tren de ondas independiente. Estas radiaciones independientes de fuentes orientadas al azar generan una señal polarizadas en todas las direcciones transversales posibles. A estas señales se las conoce con el nombre de *ondas no polarizadas o polarizadas al azar*.

2-1 Propagación en medios confinados

Cuando las ondas electromagnéticas viajan en un medio confinado estamos en presencia de una línea de transmisión que permitirá guiar la señal en forma adecuada desde un punto a otro. Los medios confinados juegan un rol importante en una antena ya que permiten la conexión de esta con las etapas siguientes, siendo en algunos casos de vital importancia en el desarrollo de las mismas.

Estos medios no sólo permiten conducir la señal, sino que también son muy útiles ya que variando la relación entre la tensión y la corriente que transportan en función de la longitud de onda se pueden usar como adaptadores o cargas. Se analizarán las ecuaciones de líneas de transmisión deduciendo expresiones y términos que serán empleados en este capítulo y se caracterizarán los parámetros de adaptación y de dispersión usuales en medidas de microondas. Se estudiarán los medios confinados más utilizados en microondas, líneas coaxiales, líneas de microtira y guías de onda, medios de transmisión que están asociados a las antenas y que en muchos casos son parte del diseño de las mismas.

2-2 Ecuación de la línea de transmisión

La ecuación de la onda para un medio sin pérdida ($\sigma = 0$) en su forma diferencial fueron expresadas en las ecuaciones 1.2 y 1.3. En la situación en donde un medio posee pérdidas ($\sigma = \text{finita}$), las ecuaciones de la onda plana propagándose en la dirección x [1] [10-12], están dadas por:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (2.2)$$

En forma fasorial pueden expresarse como:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -(\sigma + j\omega\varepsilon)E_y \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu H_z \quad (2.4)$$

Al derivar respecto a x la ecuación 2.4 y sustituyendo en ella la ecuación 2.3 nos queda:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon)E_y \quad (2.5)$$

Siendo esta la ecuación de la onda plana en un medio conductor y que viaja en la dirección x .

El espacio puede considerarse como un arreglo de líneas de transmisión de celdas de campo. Si la atención se centra en una sola celda de la línea de transmisión, las superficies superior e inferior de la celda pueden considerarse que consisten en cintas conductoras de ancho w y de longitud infinita en la dirección de propagación de la onda (Figura 2.1). Se sabe que para celdas de campo [1] la inductancia l por unidad de longitud (en la dirección x) es igual a la permeabilidad del medio (μ), la capacitancia c por unidad de longitud es igual a la permitividad del medio (ε) y la conductancia g por unidad de longitud es igual a la conductividad del medio (σ).

$l = \mu$: inductancia por unidad de longitud [Hy/m]

$c = \varepsilon$: capacitancia por unidad de longitud [F/m]

$g = \sigma$: conductancia por unidad de longitud [Ω^{-1} /m]

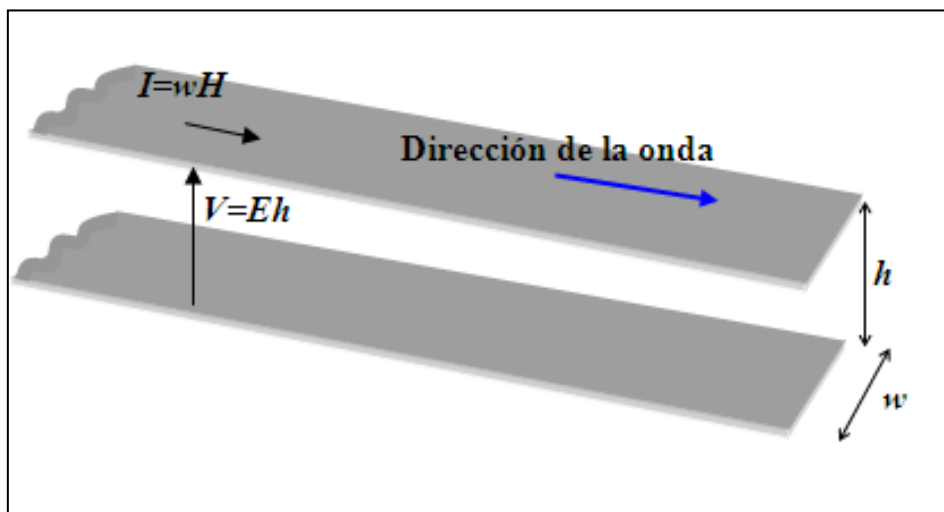


Figura 2.1 – Celda de campo en perspectiva

Luego si introducimos los parámetros concentrados en la ecuación 2.5, según las consideraciones anteriores, se obtiene,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = (j\omega l g - \omega^2 l c)E \quad (2.6)$$

o

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = j\omega l (g + j\omega c)E_y \quad (2.7)$$

Si el conductor son dos cintas paralelas (Figura 2.1) a una distancia h entre ellas y si integramos el campo eléctrico E_y , entre las cintas se obtiene la diferencia de potencial V ($V=E_y h$) de manera que la ecuación 2.7 se puede expresar como:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = j\omega l(g + j\omega c)V \quad (2.8)$$

Si las cintas tienen una resistencia por unidad de longitud r dadas en ohms por metro (ohms /m), nos queda:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = (r + j\omega l)(g + j\omega c)V \quad (2.9)$$

Realizando el mismo planteo para el campo magnético H_z tendríamos:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = (r + j\omega l)(g + j\omega c)I \quad (2.10)$$

Estas ecuaciones diferenciales 2.9 y 2.10, son las *ecuaciones de la onda para una línea de transmisión* deducidas a partir de celdas de campo en términos de la tensión V y la corriente $I_{[1]}$. Referente a las ecuaciones de una línea de transmisión, fue Oliver Heaviside (autodidacta y telegrafista) el que publicó una serie de trabajos entre 1874 y 1889, donde completó y rectificó así la teoría inicial, formulando la que se conoció durante mucho tiempo como "ecuación de Heaviside" o "ecuación del telegrafista", que suministra el valor instantáneo del voltaje (V) en cualquier punto (x) de la línea en función de sus características eléctricas resistencia (r), capacitancia (c) e inductancia (l). El tema fundamental de las investigaciones iniciales de Heaviside fue la propagación de las señales por las líneas telegráficas, de ahí su nombre, especialmente la distorsión que sufrían a su paso por líneas subterráneas o de cable submarino. Heaviside también reformuló la teoría electromagnética de las ecuaciones de Maxwell, como hemos mencionado en el Capítulo 1.

Las ecuaciones del telegrafista pueden entenderse como una simplificación de las ecuaciones de Maxwell. Para fines prácticos, podemos asumir que el conductor está compuesto por una serie de redes de dos puertos (cuadripolos) elementales, representando cada cual un segmento infinitesimal de la línea de transmisión. Dicho segmento de línea de transmisión queda caracterizado por los parámetros distribuidos, conocidos también habitualmente como parámetros primarios de la línea de transmisión y puede representarse como se observa en la figura 2.2 [2].

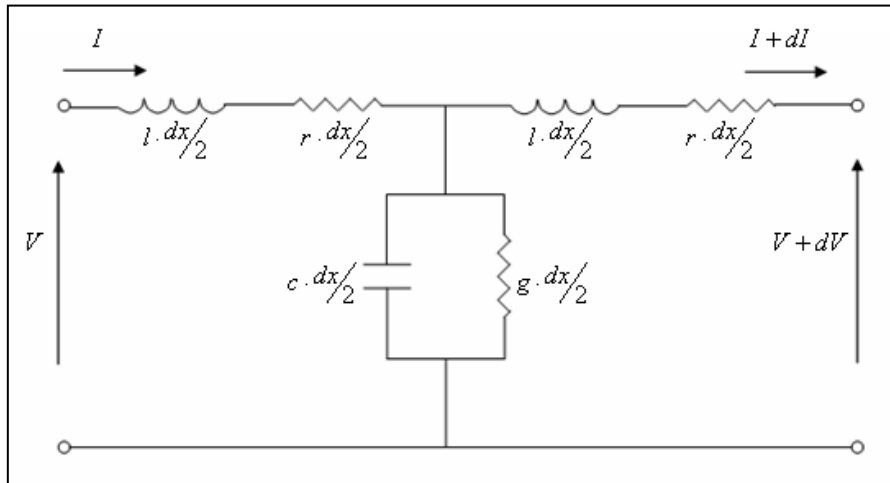


Figura 2.2 – Representación de un diferencial de línea con sus parámetros concentrados.

Habiéndose ya definido r , l , c y g que son la resistencia, la inductancia, la capacidad y la conductancia por unidad de longitud.

Analizando la figura 2.2 se pueden deducir las siguientes expresiones:

$$V - (V + dV) = (r + j\omega l) \frac{dx}{2} I + (r + j\omega l) \frac{dx}{2} (I + dI) \quad (2.11)$$

$$I - (I + dI) = (V + dV)(g + j\omega c) dx \quad (2.12)$$

Estas expresiones se pueden agrupar de la siguiente manera:

$$-dV = (r + j\omega l) I dx + (r + j\omega l) dI \frac{dx}{2} \quad (2.13)$$

$$-dI = (g + j\omega c) V dx + (g + j\omega c) dV \frac{dx}{2} \quad (2.14)$$

Despreciando los segundos términos tenemos:

$$-dV = (r + j\omega l) I dx \quad (2.15)$$

$$-dI = (g + j\omega c) V dx \quad (2.16)$$

Luego:

$$\frac{dV}{dx} = -(r + j\omega l) I \quad (2.17)$$

$$\frac{dI}{dx} = (g + j\omega c) V \quad (2.18)$$

Diferenciando en ambos miembros con respecto a x :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -(r + j\omega l) \frac{dI}{dx} \quad (2.19)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = (g + j\omega c) \frac{dV}{dx} \quad (2.20)$$

Reemplazando la ecuación 2.17 y 2.18 en las ecuaciones 2.19 y 2.20 nos queda:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = (r + j\omega l)(g + j\omega c)V \quad (2.21)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = (r + j\omega l)(g + j\omega c)I \quad (2.22)$$

Estas expresiones son idénticas a las deducidas en las ecuaciones 2.9 y 2.10 a partir de las ecuaciones de Maxwell y que hemos denominado *ecuaciones de la onda para líneas de transmisión*.

Definida la impedancia serie por unidad de longitud como $z = (r + j\omega l)$ y la admitancia paralelo por unidad de longitud como $y = (g + j\omega c)$, reemplazando tendremos:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = zyV \quad (2.23)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = zyI \quad (2.24)$$

Si se plantea un régimen forzado senoidal puro y no transitorio, la solución de las ecuaciones diferenciales 2.23 y 2.24 son las siguientes:

$$V = Ae^{-\sqrt{zy}x} + Be^{\sqrt{zy}x} \quad (2.25)$$

$$I = \frac{A}{\sqrt{z/y}} e^{-\sqrt{zy}x} + \frac{B}{\sqrt{z/y}} e^{\sqrt{zy}x} \quad (2.26)$$

Esta es otra forma de expresar las ecuaciones de la línea de transmisión en función de las constantes A y B que deduciremos más adelante.

2-3 Constante de propagación e impedancia característica

De la misma forma que en medios no confinados, se puede definir la *constante de propagación* que será dependiente de las características de la línea. Por lo tanto:

$$\gamma = \sqrt{zy} = \alpha + j\beta \quad (2.27)$$

Siendo α la *constante de atenuación* de la línea de transmisión y β la *constante de fase* de la misma.

Efectuando la razón de la tensión V (2.25) y la corriente I (2.26) a través de la línea de transmisión para una onda viajera, y considerando lo primeros términos de las ecuaciones, se obtiene la impedancia Z_0 que se denomina *impedancia característica* de la línea de transmisión. Esto es,

$$Z_o = \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (2.28)$$

Esta impedancia es una función de los parámetros concentrados de la línea de transmisión, desarrollando se obtiene,

$$Z_o = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}} \quad (2.29)$$

Cuando r y g son cero (línea sin pérdida) o cuando la frecuencia es grande, de manera que $\omega l \gg r$ y $\omega c \gg g$ se reduce a,

$$Z_o = \sqrt{\frac{l}{c}} \quad (2.30)$$

En este caso la impedancia característica Z_o es enteramente real, de manera que puede hablarse de resistencia característica R_o .

En base a las ecuaciones de constante de propagación e impedancia característica, las ecuaciones de la línea de transmisión pueden expresarse,

$$V = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \quad (2.31)$$

y

$$I = \frac{A}{Z_o} e^{-\gamma x} + \frac{B}{Z_o} e^{\gamma x} \quad (2.32)$$

2-4 Impedancia de entrada de una línea de transmisión

Consideremos un circuito como el de la figura 2.3, en donde una línea de transmisión de una longitud L e impedancia característica Z_o es excitada por un generador con impedancia Z_g y está cargada en su extremo por una impedancia de carga Z_c .

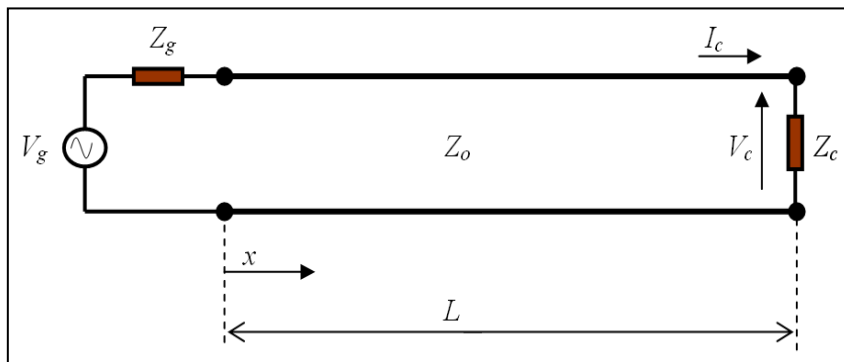


Figura 2.3 – Circuito generador, línea de transmisión y carga

Apliquemos las ecuaciones de línea en todo el largo de la misma (L), luego,

$$V_c = Ae^{-\gamma L} + Be^{\gamma L} \quad (2.33)$$

y

$$I_c = \frac{A}{Z_o} e^{-\gamma L} + \frac{B}{Z_o} e^{\gamma L} \quad (2.34)$$

Sumando y restando las ecuaciones 2.33 y 2.34 resulta:

$$V_c + Z_o I_c = 2Ae^{-\gamma L} \quad (2.35)$$

$$V_c - Z_o I_c = 2Be^{\gamma L} \quad (2.36)$$

Despejando las constantes A y B ,

$$A = \frac{V_c + Z_o I_c}{2} e^{\gamma L} \quad (2.37)$$

$$B = \frac{V_c - Z_o I_c}{2} e^{-\gamma L} \quad (2.38)$$

Reemplazando A y B en las ecuaciones 2.31 y 2.32, tendremos:

$$V = \frac{V_c + Z_o I_c}{2} e^{\gamma(L-x)} + \frac{V_c - Z_o I_c}{2} e^{-\gamma(L-x)} \quad (2.39)$$

y

$$I = \frac{V_c + Z_o I_c}{2Z_o} e^{\gamma(L-x)} + \frac{V_c - Z_o I_c}{2Z_o} e^{-\gamma(L-x)} \quad (2.40)$$

Desarrollando y agrupando convenientemente,

$$V = V_c \frac{e^{\gamma(L-x)} + e^{-\gamma(L-x)}}{2} + Z_o I_c \frac{e^{\gamma(L-x)} - e^{-\gamma(L-x)}}{2Z_o} \quad (2.41)$$

y

$$I = V_c \frac{e^{\gamma(L-x)} + e^{-\gamma(L-x)}}{2Z_o} + I_c \frac{e^{\gamma(L-x)} - e^{-\gamma(L-x)}}{2} \quad (2.42)$$

Reemplazando los segundos términos por sus correspondientes funciones de senos y cosenos hiperbólicos, tenemos:

$$V = V_c \cosh(\gamma(L-x)) + Z_o I_c \sinh(\gamma(L-x)) \quad (2.43)$$

$$I = \frac{V_c}{Z_o} \sinh(\gamma(L-x)) + I_c \cosh(\gamma(L-x)) \quad (2.44)$$

Luego la impedancia de entrada se calcula haciendo el cociente entre las ecuaciones 2.43 y 2.44 con un valor de $x = 0$,

$$Z_{ent} = \frac{V_{x=0}}{I_{x=0}} = \frac{V_c \cosh(\gamma(L-x)) + Z_o I_c \sinh(\gamma(L-x))}{\frac{V_c}{Z_o} \sinh(\gamma(L-x)) + I_c \cosh(\gamma(L-x))} \quad (2.45)$$

$$Z_{ent} = \frac{I_c \frac{V_c}{I_c} \cosh(\gamma(L-x)) + Z_o \sinh(\gamma(L-x))}{V_c \frac{1}{Z_o} \sinh(\gamma(L-x)) + \frac{I_c}{V_c} \cosh(\gamma(L-x))} \quad (2.46)$$

Si $Z_c = V_o/I_c$ nos queda,

$$Z_{ent} = \frac{1}{Z_c} \frac{Z_c \cosh(\gamma(L-x)) + Z_o \sinh(\gamma(L-x))}{\frac{1}{Z_o} \sinh(\gamma(L-x)) + \frac{1}{Z_c} \cosh(\gamma(L-x))} \quad (2.47)$$

Luego

$$Z_{ent} = Z_o \frac{Z_c \cosh(\gamma(L-x)) + Z_o \sinh(\gamma(L-x))}{Z_c \sinh(\gamma(L-x)) + Z_o \cosh(\gamma(L-x))} \quad (2.48)$$

Agrupando convenientemente tenemos

$$Z_{ent} = Z_o \frac{Z_c + Z_o \operatorname{tgh}(\gamma(L-x))}{Z_c \operatorname{tgh}(\gamma(L-x)) + Z_o} \quad (2.49)$$

La impedancia de entrada de la línea de transmisión cargada con una impedancia Z_o se determina cuando $x = 0$, por lo tanto,

$$Z_{ent} = Z_o \frac{Z_c + Z_o \operatorname{tgh}(\gamma L)}{Z_c \operatorname{tgh}(\gamma L) + Z_o} \quad (2.50)$$

En el caso particular de que la carga sea igual a la impedancia característica ($Z_c = Z_o$), que es la condición de máxima transferencia de potencia o condición de adaptación, de la ecuación 2.50 se deduce que $Z_{ent} = Z_o$.

2-5 Condiciones especiales de carga de una línea de transmisión

Dos situaciones de carga de una línea de transmisión interesantes a considerar son el cortocircuito y el circuito abierto.

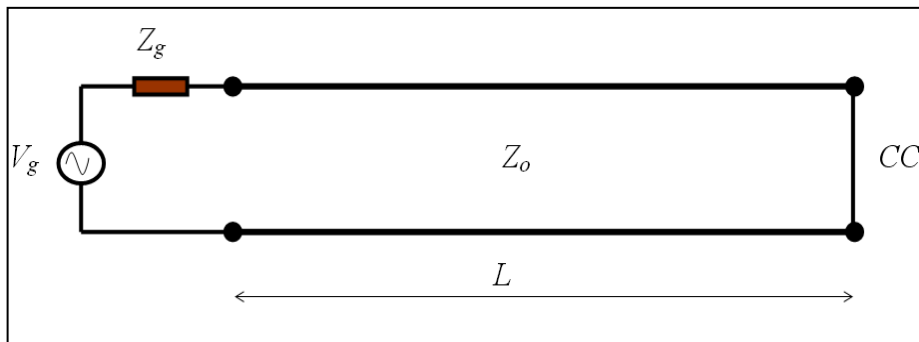


Figura 2.4 – Línea de transmisión cargada con un corto circuito

Consideremos un circuito como vemos en la figura 2.4 en donde la impedancia de carga es un cortocircuito, por lo tanto $Z_c = 0$. Luego la ecuación 2.50 nos queda,

$$Z_{entCC} = Z_o \operatorname{tgh}(\gamma L) \quad (2.51)$$

Para una línea corta podemos suponer que el valor de la atenuación es muy pequeño ($\alpha \cong 0$), por lo tanto $\gamma = j\beta$, en este caso,

$$Z_{entCC} = Z_0 \operatorname{tgh}(j\beta L) = jZ_0 \operatorname{tg}(\beta L) \quad (2.52)$$

Como la constante de fase puede expresarse:

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} \quad (2.53)$$

y

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (2.54)$$

Donde v_p es la velocidad de propagación en la línea de transmisión, ω es la frecuencia en radianes por segundo ($2\pi f$), T el periodo de la señal y λ la longitud de onda, luego,

$$\beta = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.55)$$

Por lo tanto la ecuación 2.52 para una línea cargada con un corto circuito queda,

$$Z_{entCC} = jZ_0 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} L\right) \quad (2.56)$$

Esta última expresión nos muestra cómo una línea de transmisión de poca longitud con uno de los extremos en corto circuito puede generar distintas reactancias inductivas o capacitivas según su longitud.

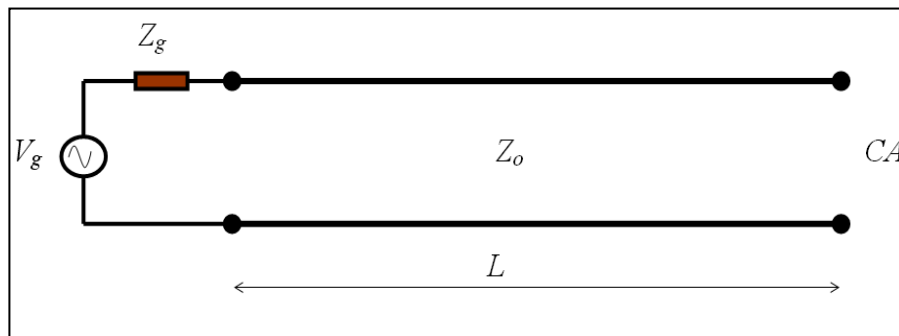


Figura 2.5 – Línea de transmisión cargada con un circuito abierto

El mismo criterio podremos aplicar con una línea en circuito abierto (Figura 2.5), luego en este caso $Z_c = \infty$, por lo tanto la ecuación 2.50 queda,

$$Z_{entCA} = \frac{Z_0}{\operatorname{tgh}(\gamma L)} = \frac{Z_0}{\operatorname{tgh}(j\beta L)} = \frac{Z_0}{j \operatorname{tg}(\beta L)} \quad (2.57)$$

Luego

$$Z_{entCA} = \frac{Z_0}{\operatorname{tgh}(\gamma L)} = \frac{Z_0}{\operatorname{tgh}(j\beta L)} = \frac{Z_0}{j \operatorname{tg}(\beta L)} \quad (2.58)$$

Vemos también que con una línea en circuito abierto se pueden generar reactancias capacitivas e inductivas al variar la longitud (L).

En la figura 2.6 se observa la gráfica de la representación de las ecuaciones 2.56 y 2.58, que muestran las impedancias inductivas y capacitivas que van generando una línea en corto circuito y una línea en circuito abierto cuando varía su longitud.

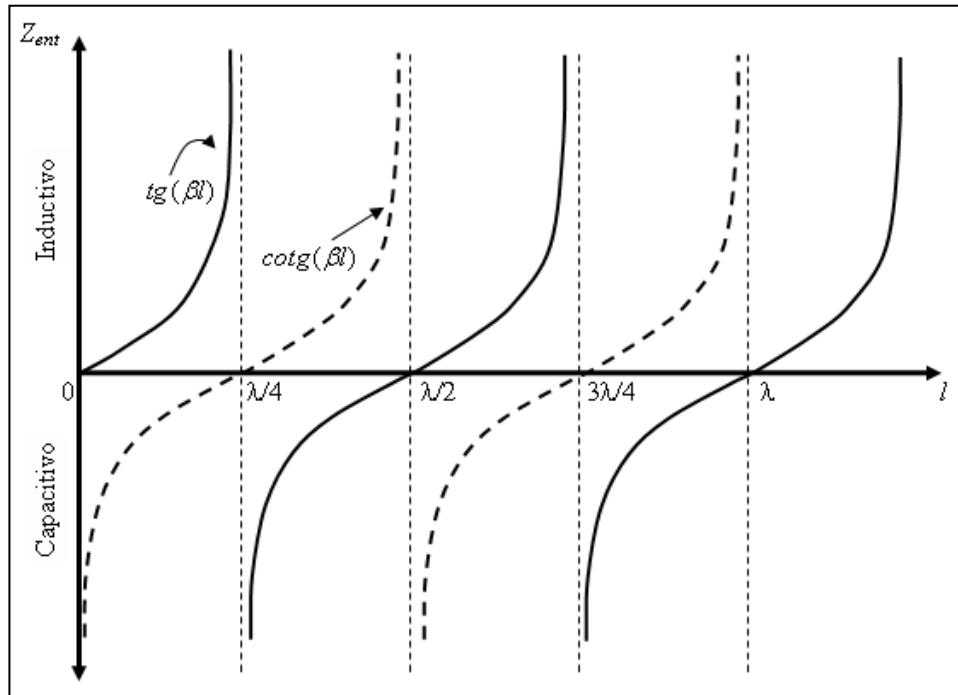


Figura 2.6 – Grafica de impedancia de entrada de una línea de transmisión cargada con circuito abierto (línea punteada) y corto circuito (línea llena).

2-6 Coeficiente de reflexión y relación de onda estacionaria

Una línea de transmisión cargada con una impedancia de carga de valor diferente a la impedancia característica ($Z_c \neq Z_o$) generará una onda de voltaje incidente (V^+) producida por el generador y una onda de voltaje reflejada (V^-) debido a la desadaptación en la carga, luego el voltaje sobre la línea de transmisión estará dado por:

$$V = V^+ + V^- \quad (2.59)$$

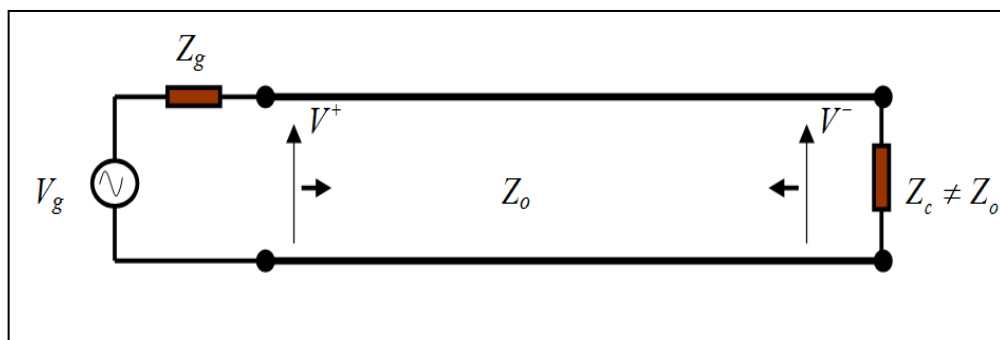


Figura 2.7 – Línea de transmisión cargada con $Z_c \neq Z_o$.

Según la ecuación 2.39 teníamos que el voltaje sobre una línea de transmisión podía expresarse como,

$$V = \frac{V_c + Z_o I_c}{2} e^{\gamma(L-x)} + \frac{V_c - Z_o I_c}{2} e^{-\gamma(L-x)} \quad (2.60)$$

Comparando las ecuaciones 2.59 y 2.60 podemos deducir que:

$$\text{Onda Incidente:} \quad V^+ = \frac{V_c + Z_o I_c}{2} e^{\gamma(L-x)} \quad (2.61)$$

$$\text{Onda Reflejada:} \quad V^- = \frac{V_c - Z_o I_c}{2} e^{-\gamma(L-x)} \quad (2.62)$$

En un circuito en donde $Z_c \neq Z_o$ (Figura 2.8), la suma vectorial de la onda de voltaje incidente y la onda de voltaje reflejada, darán una onda estacionaria causada por la desadaptación entre la impedancia característica de la línea de transmisión y la impedancia de carga.

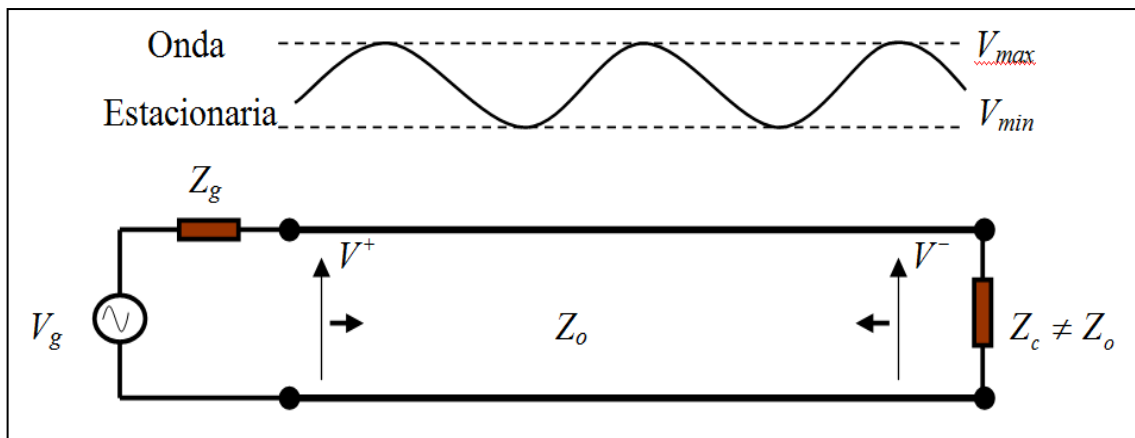


Figura 2.8 – Onda estacionaria en una línea de transmisión cargada con $Z_c \neq Z_o$.

Luego los máximos y mínimos pueden expresarse como:

$$V_{\max} = V^+ + V^- \quad (2.63)$$

$$V_{\min} = V^+ - V^- \quad (2.64)$$

Se define como relación de onda estacionaria (*ROE* o *SWR* en inglés) a la relación entre los valores máximos y mínimos que toma la envolvente de la onda estacionaria, siendo uno de los parámetros que nos permite medir el grado de adaptación entre una línea de transmisión y su carga.

$$ROE = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \quad (2.65)$$

Utilizando las ecuaciones 2.63 y 2.64 también se puede expresar,

$$ROE = \frac{V^+ + V^-}{V^+ - V^-} \quad (2.66)$$

Los valores que puede tomar el ROE van entre uno e infinito. Cuando el $ROE=1$ estamos en un circuito adaptado en donde $Z_c = Z_o$, mientras que tomará valores altos cuando el circuito está totalmente desadaptado, siendo su valor máximo en cargas de circuito abierto y corto circuito (CA y CC).

Otro de los parámetros que me permite medir la adaptación de una línea de transmisión con su carga es el coeficiente de reflexión (Γ), que nos indica cuánto voltaje del incidente en la carga se refleja hacia el generador, por lo tanto lo podemos decir que:

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+} \quad (2.67)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.61 y 2.62 en la ecuación 2.67,

$$\Gamma = \frac{(V_c - Z_o I_c) e^{-\gamma(L-x)}}{(V_c + Z_o I_c) e^{\gamma(L-x)}} \quad (2.68)$$

Operando,

$$\Gamma = \frac{(Z_c - Z_o)}{(Z_c + Z_o)} e^{-2\gamma(L-x)} \quad (2.69)$$

Luego el módulo del coeficiente de reflexión será:

$$|\Gamma| = \left| \frac{(Z_c - Z_o)}{(Z_c + Z_o)} \right| \quad (2.70)$$

Los valores que toma el coeficiente de reflexión van desde cero cuando el circuito está adaptado ($Z_c = Z_o$) hasta uno cuando está en la máxima desadaptación o sea con cargas en circuito abierto o cortocircuito (CA y CC).

Las relaciones entre ambos parámetros que cuantifican la adaptación en un circuito son:

$$ROE = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (2.71)$$

y

$$|\Gamma| = \frac{ROE - 1}{ROE + 1} \quad (2.72)$$

La desadaptación entre la impedancia característica de la línea y la impedancia de carga provoca una pérdida, pudiendo determinarse la potencia en juego en la carga (P_c) como:

$$P_c = P_i - |\Gamma|^2 P_i = P_i (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.73)$$

Donde P_c es la potencia disipada en la carga y P_i es la potencia incidente. La atenuación por desadaptación se puede determinar con el cociente entre la potencia incidente y la disipada en la carga, luego se puede deducir de la ecuación 2.73 despejando la relación entre dichas potencias:

$$At_{desad.} = \frac{P_i}{P_c} = \frac{1}{(1-|\Gamma|^2)}$$

o expresada en dB queda,

$$At_{desad.} = 10 \cdot \log\left(\frac{1}{1-|\Gamma|^2}\right) \quad (2.74)$$

Esta atenuación se puede calcular como pérdida de retorno (*PR*) con la siguiente expresión,

$$PR = -20 \log|\Gamma| \quad (2.75)$$

TABLA 2.1- ROE, Coeficiente de Reflexión y Pérdida de Retorno

<i>ROE</i>	$ \Gamma $	<i>At_{desad.}</i>	<i>PR</i> [dB]
1,00	0,000	0,000	∞
1,05	0,024	0,003	32,26
1,10	0,048	0,010	26,44
1,15	0,070	0,021	23,13
1,20	0,091	0,036	20,83
1,25	0,111	0,054	19,08
1,30	0,130	0,075	17,69
1,40	0,167	0,122	15,56
1,50	0,200	0,177	13,98
1,75	0,273	0,336	11,29
1,92	0,315	0,454	10,03
3,00	0,500	1,249	6,02
5,00	0,667	2,553	3,52
10,00	0,818	4,807	1,74
20,00	0,905	7,413	0,87
∞	1,000	∞	0,00

2-7 Parámetros de dispersión o parámetros S

Habiendo desarrollado los factores que permiten evaluar la adaptación en una línea de transmisión, podemos definir los *Parámetros de Dispersión* (Scattering Parameters) o *Parámetros S*, que permiten evaluar y medir el comportamiento de un componente en microondas [6].

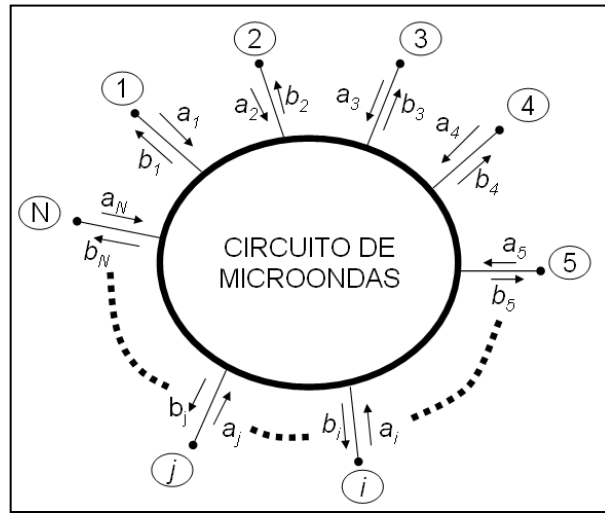


Figura 2.9 – Circuito de microondas de N puertos

Para definir los Parámetros S de un circuito de N puertos como se observa en la figura 2.9, seleccionemos el puerto i . Luego debemos definir una impedancia de cada puerto, $Z_{o1}, Z_{o2}, \dots, Z_{oi}, \dots, Z_{on}$, y sobre la línea de entrada al puerto definimos la onda de voltaje incidente y la onda de voltaje reflejada. Por lo tanto para el puerto i tendremos la onda incidente entrante a la red V_i^+ y una onda reflejada saliente V_i^- como se observa en la figura 2.10.

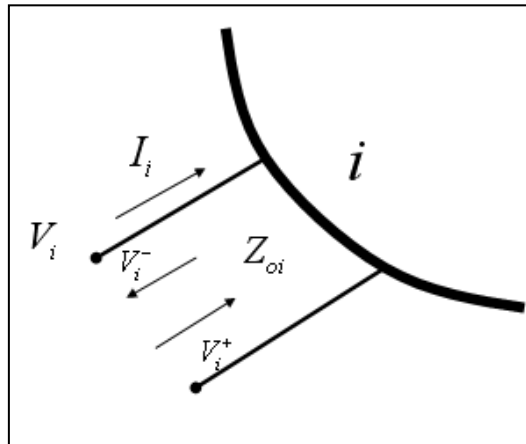


Figura 2.10- Voltajes en el puerto i .

Definamos también la variable a_i como la onda incidente normalizada respecto a la impedancia de ese puerto y la variable b_i como la onda reflejada normalizada del mismo puerto,

$$a_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{oi}}} \quad (2.76)$$

y

$$b_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{oi}}} \quad (2.77)$$

Estas variables también son llamadas ondas de potencia. Además de estar relacionadas con las ondas incidentes y reflejadas del puerto, están relacionadas con las tensiones y corrientes (V_i, I_i) en dicho puerto (Figura 2.10),

$$V_i = V_i^+ + V_i^- \quad (2.78)$$

y

$$I_i = \frac{V_i^+ - V_i^-}{Z_{oi}} \quad (2.79)$$

Sumando y restando ambas ecuaciones y despejando las ondas reflejadas e incidentes nos queda:

$$V_i^- = \frac{V_i - Z_{oi} \cdot I_i}{2} \quad (2.80)$$

y

$$V_i^+ = \frac{V_i + Z_{oi} \cdot I_i}{2} \quad (2.81)$$

Luego reemplazando estas últimas en las ecuaciones 2.76 y 2.77, las ondas de potencia se pueden expresar como,

$$a_i = \frac{V_i + Z_{oi} \cdot I_i}{2\sqrt{Z_{oi}}} \quad (2.82)$$

y

$$b_i = \frac{V_i - Z_{oi} \cdot I_i}{2\sqrt{Z_{oi}}} \quad (2.83)$$

La matriz de parámetros S se genera de la relación del vector de potencia \vec{a} con el vector de ondas de potencia \vec{b} en cada uno de los puertos (Figura 2.9). Luego:

$$\vec{b} = \vec{S} \cdot \vec{a} \quad (2.84)$$

Por lo tanto en una matriz de N puertos tendremos,

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \dots & S_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & S_{N3} \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

siendo la matriz de parámetros S,

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \dots & S_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & S_{N3} \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Cada parámetro S se puede determinar como,

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq i \\ k \neq j}} \quad (2.87)$$

El parámetro S entre los puertos i y j es el cociente entre la onda de potencia saliente en el puerto i sobre la onda de potencia entrante en el puerto j , cuando en el resto de los puertos la onda de potencia entrante es cero ($a_k=0$ con $k \neq j$).

Los elementos de la diagonal de la matriz de la ecuación 2.86 están expresados como,

$$S_{ii} = \frac{b_i}{a_i} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq i}} \quad (2.88)$$

Luego reemplazando las ondas de potencia expresadas en las ecuaciones 2.67 y 2.68 en esta última ecuación nos queda,

$$S_{ii} = \frac{V_i^-}{V_i^+} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq i}} \quad (2.89)$$

Vemos que cada elemento de la diagonal de la matriz de parámetros S es la relación entre la onda reflejada (V_i^-) y la onda incidente (V_i^+), proporcionando la información del coeficiente de reflexión (Γ) en cada uno de los puertos, cuando los $a_k=0$ y con $k \neq i$. Analizando los parámetros S fuera de la diagonal tendremos,

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq j \\ k \neq i}} \quad (2.90)$$

Si reemplazamos las ondas de potencia nos queda,

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq i \\ k \neq j}} = \sqrt{\frac{Z_{oj}}{Z_{oi}}} \cdot \frac{V_i^-}{V_j^+} \Big|_{\substack{a_k=0 \\ k \neq i \\ k \neq j}} \quad (2.91)$$

Tenemos que cada parámetro fuera de la diagonal corresponde a la relación de la onda de potencia saliente en el puerto i (V_i^-) y la onda entrante en el puerto j (V_j^+), y es el coeficiente de transmisión entre el puerto j y el puerto i , cuando las ondas de potencias entrantes a todos los puertos, excepto i y j , son nulas ($a_k=0$ con $k \neq i$ y $k \neq j$).

Para conseguir que los $a_k=0$ tenemos que, según visto en la ecuación 2.82,

$$a_k = \frac{V_k + Z_{ok} \cdot I_k}{2\sqrt{Z_{ok}}} = 0 \quad (2.92)$$

por lo tanto

$$V_k + Z_{ok} \cdot I_k = 0 \quad (2.93)$$

luego

$$\frac{V_k}{-I_k} = Z_{ok} = Z_c \quad (2.94)$$

Lo que indica que cada puerto está cargado con su impedancia característica (Figura 2.11).

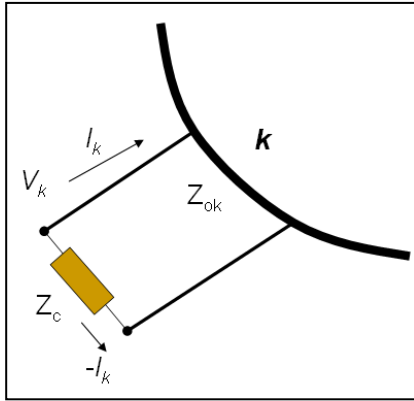


Figura 2.11 – Puerto k cargado con su impedancia característica.

Es importante destacar que la determinación de estos parámetros nos permite medir en forma simultánea la adaptación de cada puerto y las funciones de transferencias entre puertos. Además hemos podido demostrar que los puertos que no se excitan deben cargarse con su impedancia característica (2.94), brindando así una condición excelente para evaluar circuitos de microondas. Otra de las ventajas de los parámetros S es que permiten cambiar el plano de referencia, sin alterar la medida (Figura 2.12).

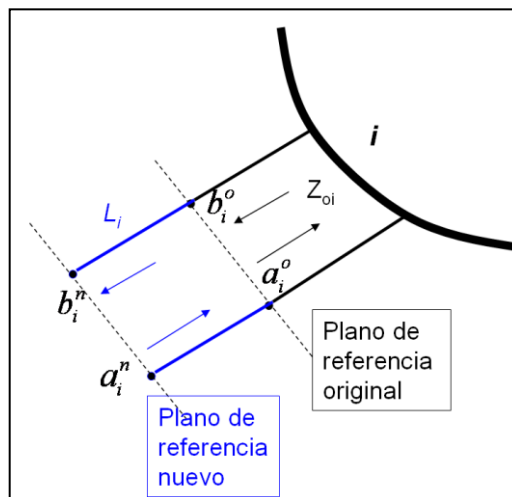


Figura 2.12 – Cambio de plano de referencia

Analizando el gráfico de la figura 2.12, en donde se efectúa un cambio de plano de referencia, adosando un tramo de línea de longitud L_i , podemos deducir que las relaciones entre las ondas de potencia del plano de referencia original y del nuevo plano de referencia están dadas por:

$$a_i^o = a_i^n \cdot e^{-j\beta L_i} = a_i^n \cdot e^{-j\theta} \quad (2.95)$$

y

$$b_i^n = b_i^o \cdot e^{-j\beta L_i} = b_i^o \cdot e^{-j\theta} \quad (2.96)$$

Donde $\beta L_i = \theta$ es el cambio de fase producido por el cambio de plano de referencia.

Luego los parámetros S de la matriz en estudio estarán dados por:

$$S_{ii}^n = \frac{b_i^n}{a_i^n} = \frac{b_i^o \cdot e^{-j\theta_i}}{a_i^o \cdot e^{+j\theta_i}} = S_{ii}^o \cdot e^{-2j\theta} \quad (2.97)$$

y

$$S_{ij}^n = \frac{b_i^n}{a_j^n} = \frac{b_i^o \cdot e^{-j\theta_i}}{a_j^o \cdot e^{+j\theta_j}} = S_{ij}^o \cdot e^{-j(\theta_i + \theta_j)} \quad (2.98)$$

Podemos apreciar (2.97 y 2.98) que los cambios de planos de referencia sólo producen cambios en la fase de cada parámetro.

Los parámetros S son una de las herramientas fundamentales en los diseños de microondas y nos permite caracterizar un componente de N puertos. Debemos remarcar que en un circuito con N número de puertos se van a cumplir las siguientes reglas en la matriz de parámetros S:

- El número de parámetros S del circuito será N^2 , donde N es el número de puertos.
- Los elementos de las diagonales de la matriz de parámetros S son los coeficientes de reflexión de cada puerto.
- Los elementos fuera de la diagonal de esta matriz son coeficientes de transmisión de los puertos evaluados.

En el caso particular de un cuadripolo (Figura 2.13) tendremos,

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (2.99)$$

y

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (2.100)$$

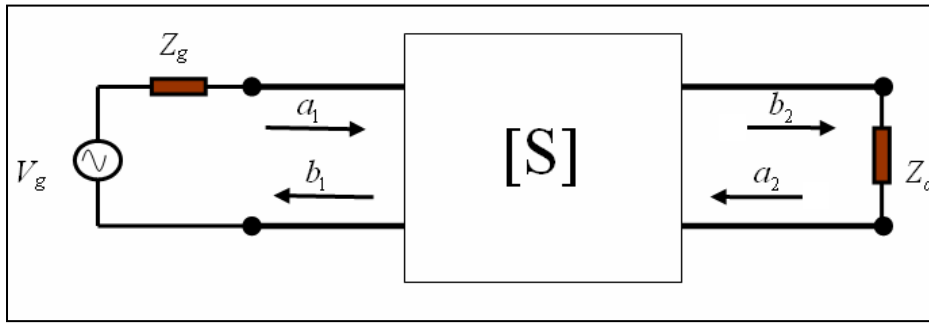


Figura 2.13 – Parámetros S para cuadripolo

Luego la matriz de un cuadripolo será de cuatro parámetros,

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

donde,

$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}$: Coeficiente de reflexión a la entrada con la salida adaptada

$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$: Coeficiente de reflexión a la salida con la entrada adaptada

$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$: Coeficiente de transmisión directo con la salida adaptada

$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$: Coeficiente de transmisión inverso con la entrada adaptada

En el caso particular de una antena, que posee un solo puerto, la matriz de parámetros S estará expresada solo por el parámetro S_{11} .

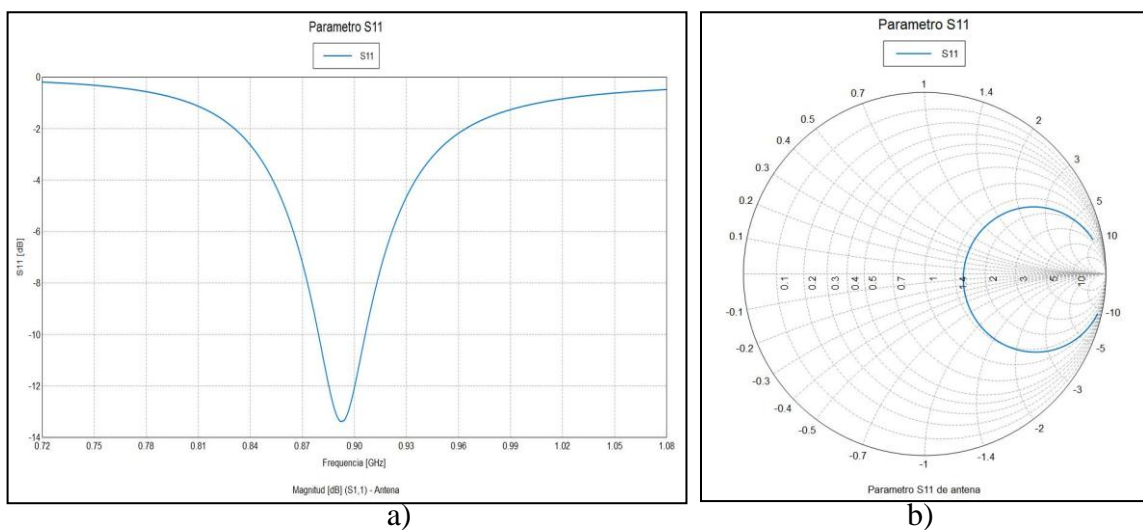


Figura 2.14 – Simulación del parámetro S_{11} de una antena en función de la frecuencia a) representación cartesiana y b) representación en carta de Smith [29].

En la figura 2.14 se observa la caracterización de una antena realizada con una simulación; en la grafica 2.14a se puede apreciar el parámetro S_{11} en función de la frecuencia en coordenadas cartesianas, mientras que en la 2.14b se simula el mismo parámetro sobre la carta de Smith.

2-8 Líneas de transmisión en microondas

El propósito de una línea de transmisión es transportar la energía de una onda electromagnética en forma confinada de un punto a otro. Cuando por ella fluye una señal electromagnética se produce un acoplamiento mutuo entre los conductores logrando que la potencia radiada sea lo menor posible y evitando que funcione como antena.

Las líneas de transmisión más usadas en la banda de microondas son la línea coaxil, la línea de microtira (*microstrip*) y la guía de onda (Figura 2.15).

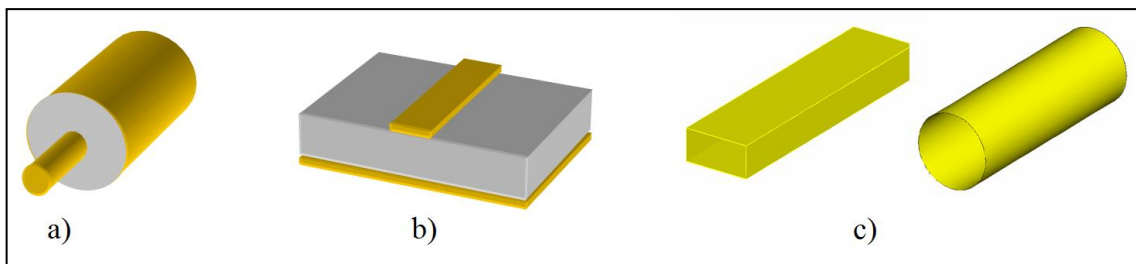


Figura 2.15 – a) Línea coaxil, b) microtira y c) guías de ondas

2-9 Líneas de transmisión coaxiales

Con anterioridad a Maxwell y Heaviside, en 1857 Gustav Kirchhoff encontró las ecuaciones del telegrafista para una línea coaxial. También halló que, si la resistencia del cable es pequeña, estas ecuaciones llevan a la ecuación de ondas con una velocidad, que para un cable coaxil da un valor muy cercano a la velocidad de la luz. Kirchhoff se dio cuenta de esta incidencia y fue así el primero en hallar que las señales electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz.

Aunque un número infinito de configuraciones de campos electromagnéticos o modos, pueden propagarse en una línea de transmisión coaxil, nosotros estamos interesados fundamentalmente en el modo principal o transversal electromagnético (TEM), ya que salvo muy raras ocasiones este es el modo normal de uso. El nombre transversal electromagnético es debido a que ambos campos, el eléctrico y el magnético, son normales a la dirección de propagación. Todos los otros modos, de orden superior, tienen componentes de algún campo en la dirección de propagación.

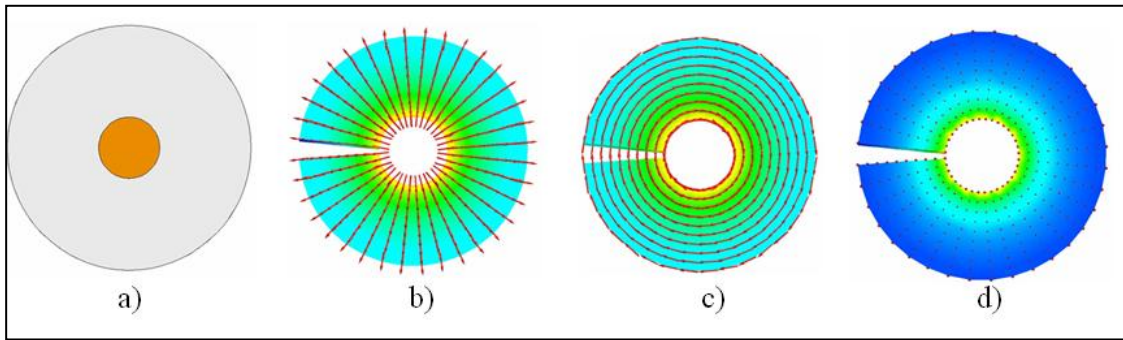


Figura 2.16- Simulación de modo TEM en una línea coaxil ([simulación](#)) [29], a) vista frontal línea coaxil, b) campo E , c) campo H y d) vector de Poynting.

La simulación del modo TEM en una línea coaxil del campo E y H se pueden observar en las figuras 2.16b y 2.16c y el vector de Poynting con dirección saliente de la hoja en la figura 2.16c.

Los parámetros concentrados teóricos de un cable por unidad de longitud (r , l , c y g) los definimos en la sección 2.2. Estas magnitudes tienen un valor definido para cada cable y están afectados por la frecuencia.

Las magnitudes características derivadas de los parámetros fundamentales anteriores que más interesan en el estudio y funcionamiento de las líneas de transmisión y sus expresiones simplificadas para RF son las siguientes [2]:

a) *Impedancia característica (Z_o)*: habíamos visto que este parámetro cuando la línea no tiene pérdidas (2.30) se puede expresar como,

$$Z_o = \sqrt{\frac{l}{c}} \quad (2.102)$$

Esta impedancia representa el cociente entre la tensión y la corriente en cualquier punto del cable, supuesto éste lo suficientemente largo como para despreciar las reflexiones o bien de una longitud definida, pero cargado con su propia impedancia característica Z_o .

b) *Atenuación (α)*: la expresión de la atenuación en función de los parámetros distribuidos es,

$$\alpha = 4,343 \left(\frac{r}{Z_o} + \frac{g}{Z_o} \right) \quad [\text{dB/m}] \quad (2.103)$$

La atenuación representa la pérdida de energía transmitida en el cable. Se indica normalmente como una expresión logarítmica de la relación entre la potencia de salida P_2 , y la potencia de entrada P_1 o mediante tensiones.

$$\alpha = 10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 20 \log \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (2.104)$$

c) *Velocidad de propagación (v_p)*: según la ecuación 2.53 está dada por:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\text{Im } \gamma} = \frac{\omega}{\text{Im } \sqrt{zy}} \quad (2.105)$$

Con $\omega = 2\pi f$ y γ es la constante de propagación (2.27).

En una línea sin pérdidas $r = 0$ y $g = 0$, o pérdidas despreciables $r \ll \omega l$ y $g \ll \omega c$

$$v_p = \frac{\omega}{\omega \sqrt{lc}} = \frac{1}{\sqrt{lc}} \quad (2.106)$$

La velocidad de propagación determina la rapidez con que las ondas de tensión o corriente se transmiten a lo largo del cable. Una forma de expresarla es porcentualmente con respecto a la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, o bien en función de la constante dieléctrica del medio,

$$v\% = \frac{v_p}{c} 100 = \frac{100}{\sqrt{\epsilon}} \quad (2.107)$$

donde $c = 299,8 \times 10^6$ m/s (velocidad de la luz).

d) Constante de fase (β): de las expresiones vistas anteriormente (2.53) se puede decir:

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \omega \sqrt{lc} \quad [\text{rad/m}] \quad (2.108)$$

La constante de fase, representa la diferencia de fase entre dos puntos de la onda de tensión o intensidad de corriente, distanciadas en la unidad de longitud.

e) Influencia de las frecuencias sobre parámetros fundamentales: El valor de la resistencia efectiva de un cable está influenciado directamente por la frecuencia mediante el efecto pelicular o efecto “*skin*”, que origina una reducción en la profundidad de la penetración de la corriente en el conductor a medida que aumenta la frecuencia. Como consecuencia, el valor de la resistencia por unidad de longitud r se incrementa con una magnitud aproximadamente igual a \sqrt{f} , (2.144).

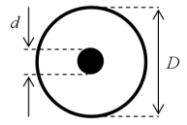
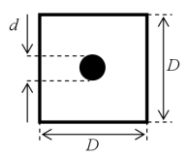
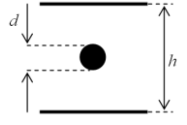
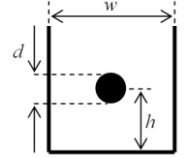
El valor de la inductancia por unidad de longitud l del cable, está también influenciada por el efecto pelicular. Para igual corriente que circula, a medida que aumenta la frecuencia, la cantidad de flujo magnético dentro de los conductores se hace menor, por lo que la inductancia reduce su valor. Para frecuencias muy elevadas y una vez que la corriente ha reducido a un mínimo su profundidad de penetración, la inductancia permanece constante. La capacitancia por unidad de longitud c se mantiene prácticamente independiente de la frecuencia debido a que en los cables de radio frecuencia se utilizan como aislantes materiales en los que las constantes dieléctricas y la tangente del ángulo de pérdidas ($\tan \delta$) permanecen prácticamente invariables, desde

la audiofrecuencia hasta la microondas. La conductancia de pérdidas por unidad de longitud g resulta ser una función directa de la frecuencia.

2-10 Formas constructivas de líneas de transmisión coaxiales

En la Tabla 2.2 se pueden ver las formas más usuales de líneas de transmisión coaxial y el valor de su impedancia característica en función de las dimensiones de la línea y de la constante dieléctrica del aislante.

TABLA 2.2 – Formas de líneas de transmisión coaxial y la ecuación de su impedancia característica.

FORMAS	IMPEDANCIA CARACTERISTICA
	$Z_o = \left(\frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \right) \log \left(\frac{D}{d} \right)$
	$Z_o = \left[138 \cdot \log \left(\frac{D}{d} \right) + 6,48 + 2,34A - 0,48B - 0,12C \right] \sqrt{\epsilon}$ donde $A = \frac{\left[1 + 0,405 \left(\frac{D}{d} \right)^{-4} \right]}{\left[1 - 0,405 \left(\frac{D}{d} \right)^{-4} \right]}, \quad B = \frac{\left[1 + 0,163 \left(\frac{D}{d} \right)^{-8} \right]}{\left[1 - 0,163 \left(\frac{D}{d} \right)^{-8} \right]} \quad \text{y} \quad C = \frac{\left[1 + 0,067 \left(\frac{D}{d} \right)^{-12} \right]}{\left[1 - 0,067 \left(\frac{D}{d} \right)^{-12} \right]}$
	$Z_o = \left(\frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \right) \log \left(\frac{4h}{\pi d} \right) \quad \text{para} \quad \frac{d}{h} < 0,75$
	$Z_o = \left(\frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \right) \log \left(\frac{4w \tanh \left(\frac{\pi h}{w} \right)}{\pi d} \right) \quad \text{para} \quad d \ll h \text{ y } w$

Las formas comerciales usuales de las líneas coaxiales son las circulares. Cuando existe la necesidad de efectuar la construcción de una línea en forma artesanal, por lo general la forma más fácil de maquinar su parte externa es la cuadrada.

2-11 Líneas de microtira

En 1949 Robert M. Barrett del Air Force Cambridge Research Centre propuso usar técnicas de circuitos impresos en aplicaciones de UHF. A partir de 1950 varios laboratorios hicieron realidad las sugerencias de Barret, aplicando líneas de microtira (microstrip) a diseños de microondas. Desde 1950 hubo una evolución constante en el tema y se fueron desarrollando distintos materiales de circuito impreso (fibra de vidrio,

epoxy, teflón, alúmina, etc) que permitieron el avance más progresivo sobre técnicas de microondas con este tipo de líneas de transmisión. H. A. Wheeler, M. V. Schneider, E. Hammerstad y O. Jensen fueron algunos de los autores que reportaron ecuaciones de análisis y síntesis para el diseño de las líneas talladas sobre circuito impreso o líneas de microtira^[3-5].

La microtira es uno de los más importantes y populares medios de transmisión en microondas debido a sus ventajas como: costo, medidas, características y buena performance en su elaboración, siendo fácilmente reproducibles.

Las líneas de microtiras no sólo permiten conectar elementos entre sí transportando señal, sino que como se vio anteriormente las líneas pueden simular elementos concentrados, dependiendo de la longitud y su carga, como capacitores e inductores, difícil de lograr en frecuencias elevadas con elementos concentrados. Esto permite que las líneas de microtiras sean fácilmente utilizadas como elemento de adaptación.

Una línea de transmisión en microtira consiste en una cinta conductora ubicada en un lado de un sustrato dieléctrico sólido, mientras que en el lado opuesto está cubierto por una superficie conductora que cumple la función de plano de tierra (Figura 2.17). El sustrato debe tener bajas pérdidas para la frecuencia de trabajo.

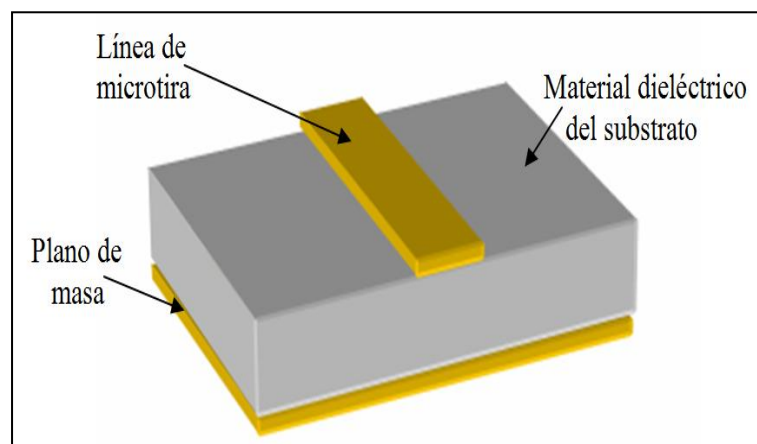


Figura 2.17 – Esquema de una línea de microtira

La característica de propagación en una línea de microtira es muy similar a la de una línea coaxil. La configuración de los campos electromagnéticos en esta línea es la etapa final de una modificación progresiva de una línea coaxil convencional.

En la figura 2.18 las líneas continuas indican el campo eléctrico y las discontinuas el magnético. Ambos campos están en un plano transversal a la dirección de propagación y en ángulo recto uno respecto del otro, esto se conoce como modo transversal electromagnético o modo TEM.

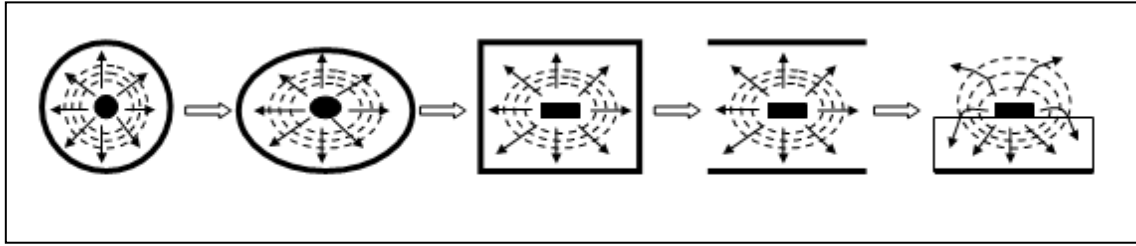


Figura 2.18 – Modificación progresiva de una línea coaxial.

Mientras que en coaxiales la propagación se produce en un modo TEM puro, en microtira las líneas de campo no son totalmente contenidas en el sustrato como se observa en las simulaciones de las figuras 2.19a y 2.19b. Por esta razón el modo de propagación es denominado cuasi-TEM.

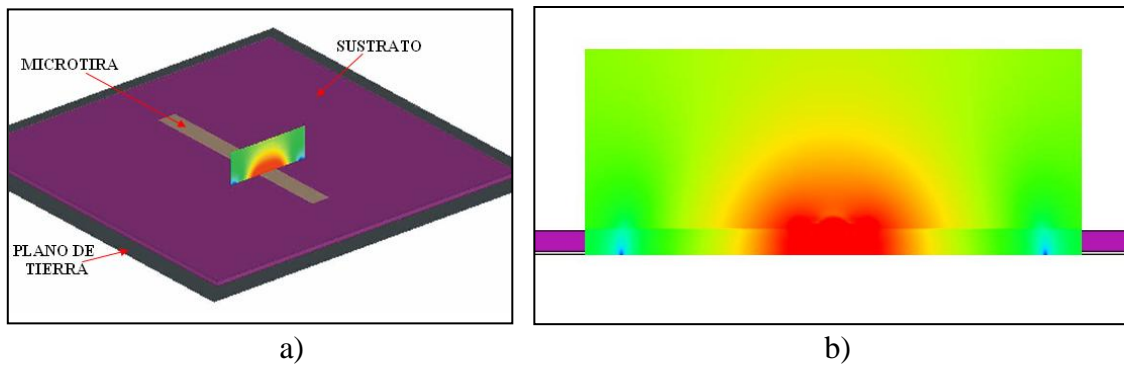


Figura 2.19 – Simulación de línea de microtira ([simulación](#)) [29], a) vista isométrica y b) vista del campo eléctrico en el aire y en sustrato.

2-12 Diseño de líneas de microtira

Desde 1950 varios investigadores buscaron las ecuaciones que con mayor exactitud permitieran el diseño de las líneas de microtira. H. A. Wheeler [3] publicó las ecuaciones de análisis y síntesis en 1964, otros autores como M. V. Schneider [4] trabajaron para mejorar estas ecuaciones, pero fueron E. Hammerstad y O. Jensen [5] quienes reportaron, en una Conferencia de Europa de Microondas en 1975, que habían desarrollado las ecuaciones de análisis y síntesis con una exactitud del orden del 1%, considerando éste un resultado excelente.

Las ecuaciones de cálculo no son simples ya que la inductancia y capacidad distribuida de las líneas son función de la geometría de la microtira. Las expresiones de las ecuaciones simplificadas de Hammerstad[5] para determinar la impedancia característica en función de las dimensiones de la microtira son:

Para $w/h < 1$, donde w es el ancho de la línea y h es la altura del sustrato (Figura 2.20),

$$Z_o = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \ln \left(8 \frac{h}{w} + \frac{w}{4h} \right) \quad (2.109)$$

donde

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 12h/w}} \right) + 0,04 \left(1 - w/h \right)^2 \quad (2.110)$$

Para $w/h > 1$

$$Z_o = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \ln \left(\frac{w}{h} + 1,393 + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{w}{h} + 1,44 \right) \right) \quad (2.111)$$

donde

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 12h/w}} \right)^2 \quad (2.112)$$

Siendo w el ancho de la microtira, h la altura del material dieléctrico y ε_{ef} la constante dieléctrica relativa efectiva, debido a que las líneas de campo no viajan totalmente por el medio dieléctrico, y este valor es dependiente de ε_r , que es la constante dieléctrica relativa del material del circuito impreso.

La longitud de onda en la línea de microtira (λ_g) estará dada por:

$$\lambda_g = \frac{v_p}{f} = \frac{c}{f \sqrt{\varepsilon_{ef}}} = \frac{\lambda_o}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \quad (2.113)$$

Donde λ_o es la longitud de onda en el vacío, f es la frecuencia, c es la velocidad de la luz y v_p es la velocidad de propagación en la línea.

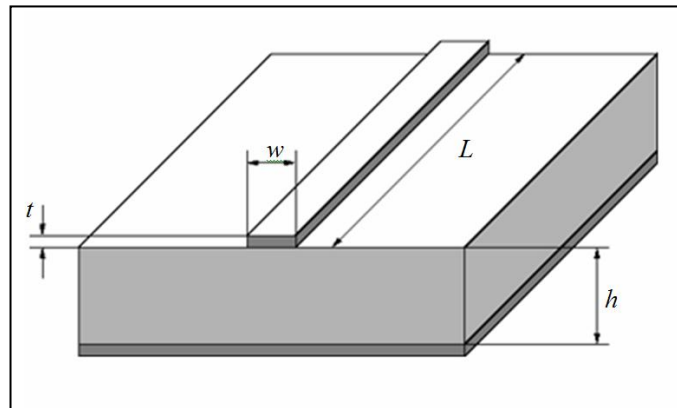


Figura 2.20 – Geometría de la línea de microtira

Las ecuaciones de síntesis de Hammerstad para w/h en términos de Z_o y ε_r son, para: $w/h < 2$,

$$\frac{w}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \quad (2.114)$$

Para $w/h > 2$,

$$\frac{w}{h} = \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left(\ln(B - 1) - \frac{0,61}{\epsilon_r} + 0,39 \right)) \right] \quad (2.115)$$

donde

$$A = \frac{Z_o}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0,23 + \frac{0,11}{\epsilon_r} \right)} \quad (2.116)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_o\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.117)$$

En la figura 2.21 se puede observar la gráfica, para distintos valores de la constante dieléctrica relativa del material del circuito impreso (ϵ_r), de la impedancia característica de la línea de microtira (Z_o) en función de las dimensiones w/h .

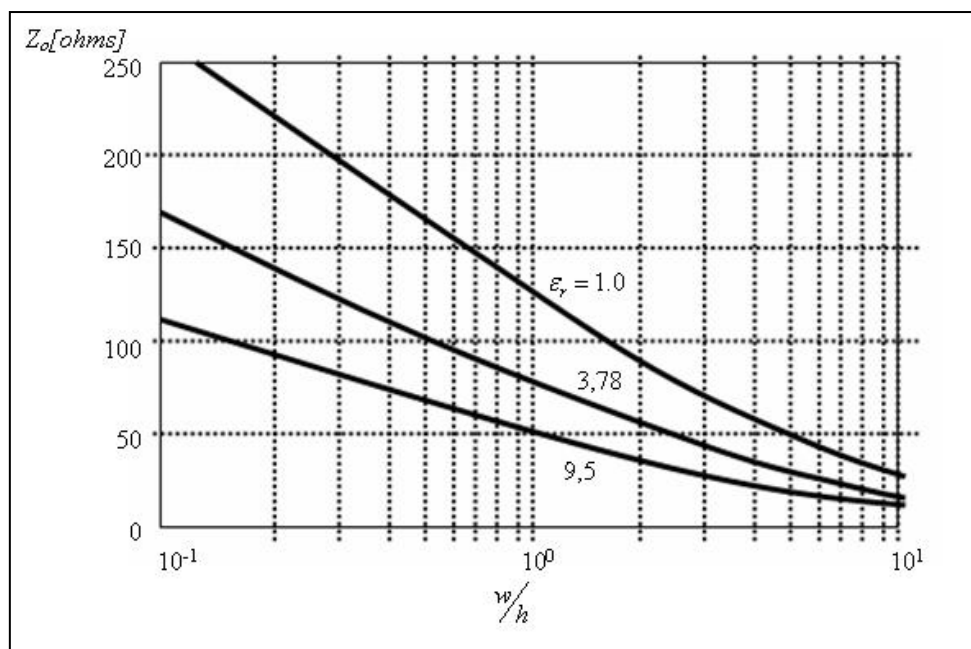


Figura 2.21 – Impedancia de línea de microtira en función de w/h para distintos ϵ_r

Hammerstad dice que para una constante dieléctrica ϵ_r menor que 16, las ecuaciones poseen un error relativo menor a 0,5% para $w/h > 0,5$ y que para $w/h < 20$ el error es menor que 0,8%.

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta el espesor de la tira conductora, considerándola, obtenemos una corrección del ancho de la microtira determinado por las siguientes ecuaciones, para $w/h > 1/2\pi$ tenemos:

$$w_{ef} = w + \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \left(\frac{2h}{t} \right) \right) \quad (2.118)$$

y para $w/h < 1/2\pi$

$$w_{ef} = w + \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \left(\frac{4w\pi}{t} \right) \right) \quad (2.119)$$

Donde t es el espesor de la microtira y w_{ef} es el ancho de la microtira corregido por el espesor de la misma.

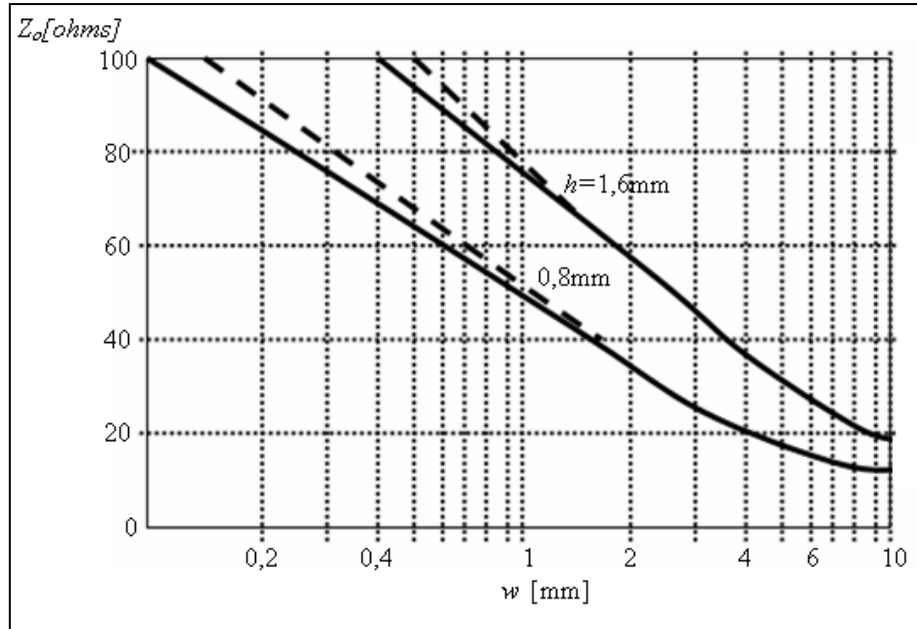


Figura 2.22 – Efecto de espesor de la tira (t) en la línea de microtira para dos espesores (h) de dieléctrico. Gráfica sin corregir en línea llena, corregido por espesor en línea punteada.

En la figura 2.22 vemos que el efecto del espesor de la tira toma importancia en los cálculos cuando el ancho de microtira es menor que 1 mm.

Otro de los parámetros de importancia en una línea de microtira es la pérdida total dada por,

$$\alpha_t = \alpha_c + \alpha_d + \alpha_r \quad (2.120)$$

donde

α_t : pérdida total

α_c : pérdida en el conductor

α_d : pérdida del dieléctrico

α_r : pérdida por radiación

siendo,

$$\alpha_c = \frac{r_s}{\omega \cdot Z_0} \quad (2.121)$$

Donde r_s es la resistencia del conductor y ω es la frecuencia angular igual a $2\pi f$,

$$\alpha_d = 27,3 \frac{\epsilon_{ef} - 1}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{ef}} \frac{tg(\delta)}{\lambda} \quad (2.122)$$

Donde λ es la longitud de onda y $tg(\delta)$ es la tangente del ángulo de pérdida del material dieléctrico del circuito impreso.

Como la línea es una estructura abierta, la pérdida de radiación será,

$$\alpha_r = \left[\frac{32\pi Z_i}{2\varepsilon_{ef} Z_o} + \frac{\varepsilon_{ef} \sqrt{\varepsilon_{ef} Z_o}}{45} \left(\frac{w}{h} \right)^2 \right] \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 \quad (2.123)$$

2-13 Guías de onda

Aunque varios investigadores estudiaron y experimentaron las ondas electromagnéticas en medios confinados, el primer análisis matemático de los modos de propagación de un cilindro metálico hueco fue realizado por primera vez por Lord Rayleigh en 1897 [9]. Este investigador llegó a resolver el problema de contorno para ecuaciones de Maxwell en un espacio limitado por una superficie cilíndrica, demostrando que las ondas podían propagarse dentro de un cilindro hueco de paredes conductoras. También encontró que una limitación fundamental en la existencia de tales ondas fue que la frecuencia debe superar un límite en función al número de modos y a las dimensiones en la sección transversal del cilindro.

Rayleigh dio soluciones concretas para los casos de cilindros de sección transversal rectangular y circular. Debido a que la longitud de onda de corte fue del mismo orden de magnitud que la mayor dimensión de sección transversal del cilindro, era evidente que los fenómenos sólo serían de valor práctico en las altas frecuencias, por lo tanto para ese momento este estudio se utilizó sólo en el trabajo de investigación.

La guía de onda es una alternativa de la línea de transmisión en frecuencias de microondas y es un término usado para significar una estructura cerrada que guía los campos electromagnéticos.

En su forma más sencilla una guía de onda es un tubo conductor hueco. Las secciones más usuales son rectangulares y circulares. En la figura 2.23 se muestran simulaciones de guías de ondas rectangular y circular con una ilustración del campo eléctrico en uno de los planos.

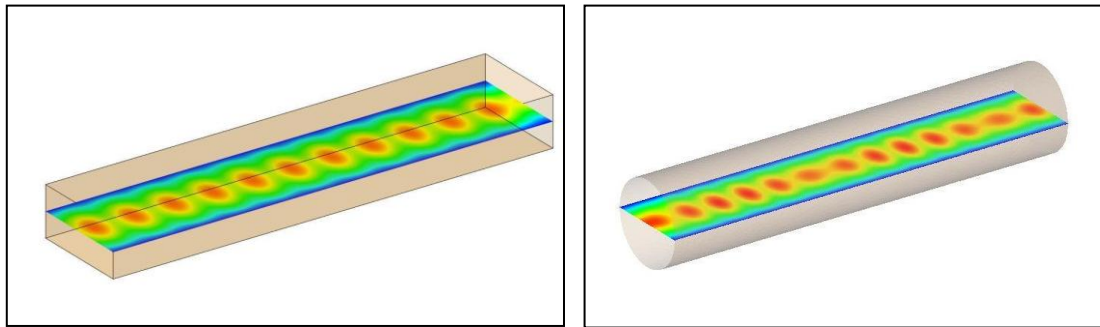


Figura 2.23 - Simulación de propagación en un plano del campo E de una guía de onda rectangular y circular.

2-14 Guía de onda rectangular

Un método muy común usado para explicar la guías de onda rectangular es partiendo de una línea de transmisión con dos alambres como se ilustra en la figura 2.24.

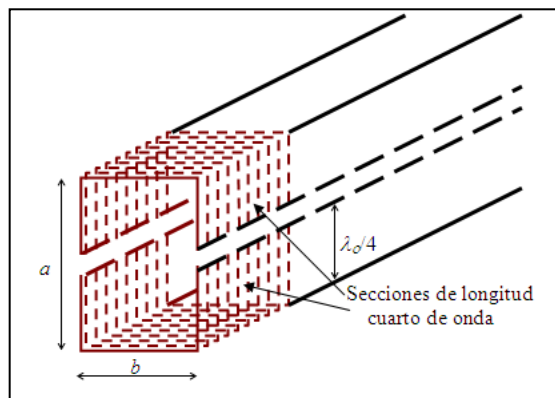


Figura 2.24 – Guía de onda rectangular conformada por dos secciones de líneas de transmisión.

La línea de transmisión es soportada por dos secciones de longitud cuarto de onda en cortocircuito, entonces la impedancia de entrada de cada sección es teóricamente infinita (Figura 2.24), ellas no afectan la potencia transmitida.

Si el número de secciones de cuarto de onda es incrementado hasta el infinito se tendrá una guía de onda rectangular (Figura 2.24). Se puede ver que la longitud " a " no puede ser menor que media longitud de onda. Deberá ser ligeramente mayor para que funcione como línea de transmisión y al mismo tiempo preserve las propiedades de aislación de la sección cuarto de onda. Cualquier otra frecuencia que haga que la dimensión " a " sea menor a media longitud de onda provocará que el circuito presente una inductancia paralelo, no permitiendo la propagación de la onda.

La frecuencia a la cual " a " corresponde a media longitud de onda es llamada frecuencia de corte y designada f_c . La longitud de onda en el espacio libre asociada con esta frecuencia es la longitud de onda de corte,

$$a = \frac{\lambda_c}{2} \quad \text{o} \quad \lambda_c = 2a \quad (2.124)$$

luego,

$$f_c = \frac{c}{2a} \quad (2.125)$$

Donde λ_c y f_c son la longitud de onda de corte y la frecuencia de corte respectivamente y c es la velocidad de la luz. λ_c es la longitud de onda más larga que se puede transmitir por la guía de onda. Por lo tanto las ecuaciones anteriores indican que el punto de corte ocurre en la frecuencia para la cual la dimensión transversal más grande de la guía de onda (a) es exactamente la mitad de la longitud de onda en el espacio libre [2] [8].

La figura 2.25 muestra la vista superior de una sección de guía de onda rectangular e ilustra cómo las ondas electromagnéticas se propagan a lo largo de la misma. Para frecuencias superiores a la frecuencia de corte las ondas se propagan a lo largo de la guía reflejándose en las caras opuestas de la misma (Figuras 2.25a y 2.25b). En la figura 2.25c vemos qué es lo que le sucede a la onda electromagnética por debajo de la frecuencia de corte.

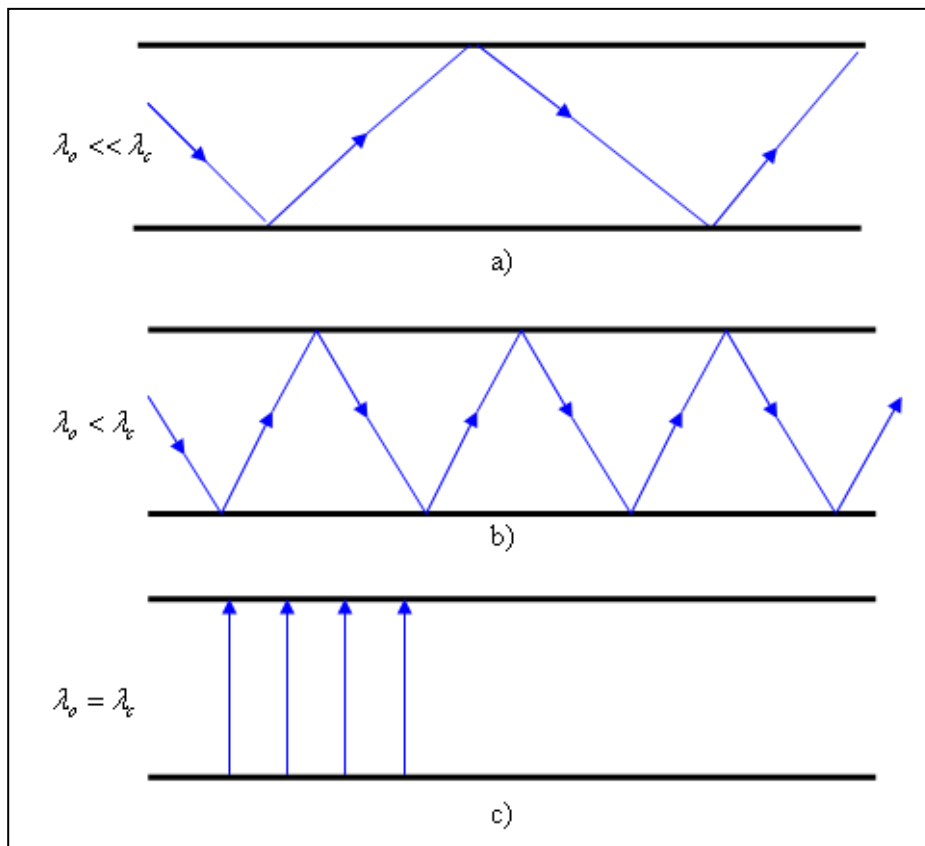


Figura 2.25 – Propagación de la onda electromagnética en una guía de onda rectangular

Luego analizando la propagación dentro de una guía de onda, vemos que hay una diferencia en el interior de la guía entre la longitud de la onda en el espacio libre (λ_o), considerando el dieléctrico en el interior de la guía aire y la longitud en la guía de onda (λ_g), como vemos en la figura 2.26.

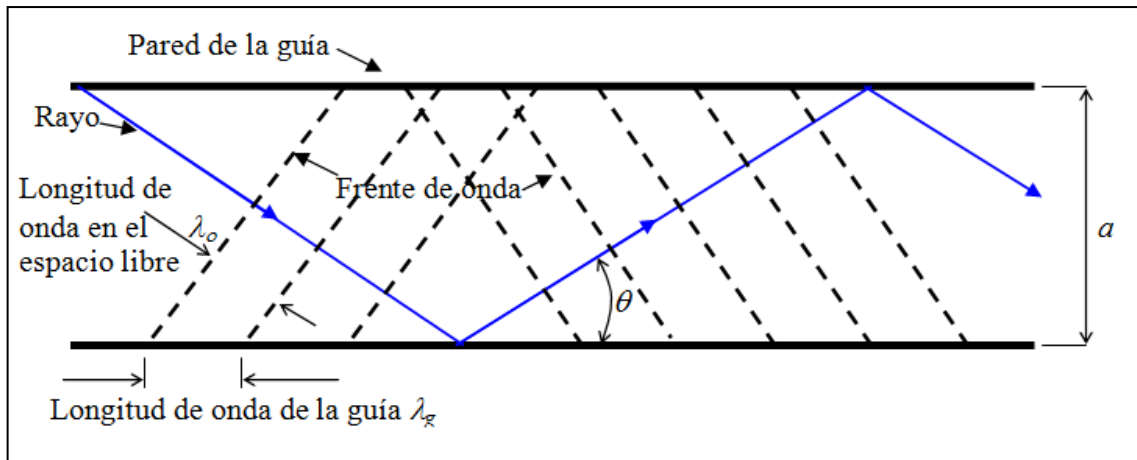


Figura 2.26 – Propagación en una guía de onda rectangular

De la misma gráfica podemos extraer la representación de las velocidades producidas por la reflexión de la onda en la pared de la guía (figura 2.27).

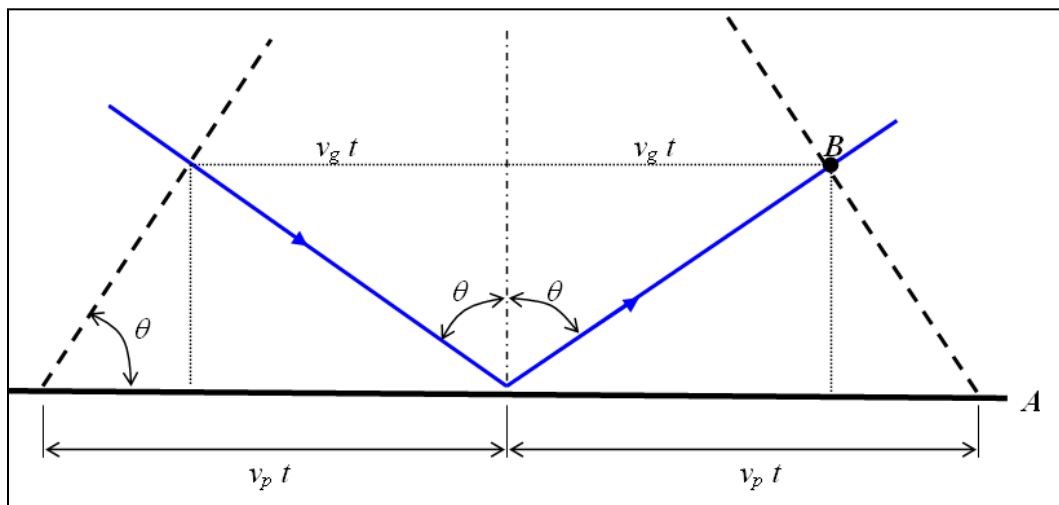


Figura 2.27 - Representación de las velocidades en una reflexión de una onda plana.

Luego un observador sobre la línea A (pared de la guía) verá que la distancia recorrida es $v_p t$, mientras que sobre la línea B es de $v_g t$,

Es posible entonces definir una cantidad llamada velocidad de fase (v_p) para describir la variación de fase a lo largo de la pared de la guía. La velocidad de fase es la rapidez con que al parecer se mueve la onda a lo largo de la pared de la guía. Sorprendentemente esta velocidad es mayor que la velocidad de la luz, físicamente imposible. Esta es una velocidad aparente y permite determinar la longitud de onda de la guía,

$$v_p = \frac{c}{\text{sen}\theta} \tag{2.126}$$

Pero la velocidad real a la que una señal viaja por la guía se llama velocidad de grupo (v_g) y está dada por:

$$v_g = c \cdot \text{sen}\theta \quad (2.127)$$

Luego para calcular la longitud de onda sobre la guía de onda se deben tener en cuenta los cambios de fase a lo largo de la guía, por lo tanto se debe partir de la velocidad de fase v_p , y de las relaciones trigonométricas que surgen del triángulo de la figura 2.28:

$$\cos\theta = \frac{\lambda_o}{2a} \quad (2.128)$$

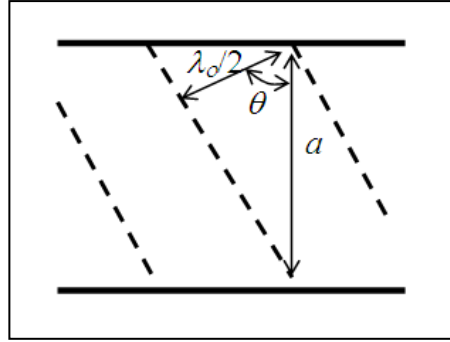


Figura 2.28 – Geometría de la reflexión

Luego

$$\text{sen}\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2} \quad (2.129)$$

Reemplazando la ecuación 2.129 en la ecuación 2.126 y 2.127 tenemos,

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2}} \quad (2.130)$$

y

$$v_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2} \quad (2.131)$$

Quedando expresada la velocidad de grupo y de fase en función de la longitud de onda y de la dimensión a de la guía de onda.

De la ecuación 2.126 podemos deducir que,

$$\text{sen}\theta = \frac{c}{v_p} = \frac{\lambda_o}{\lambda_p} \quad (2.132)$$

Siendo $\lambda_p = \lambda_g$ la longitud de onda de la guía de onda, despejando nos queda,

$$\lambda_g = \lambda_p = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2}} = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (2.133)$$

Luego,

$$\lambda_g = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (2.134)$$

Esta última es la ecuación de la longitud de onda de la guía en función de la longitud de onda en el vacío, de la frecuencia de trabajo y de la frecuencia de corte.

2-15 Modos de propagación en una guía de onda rectangular

Como se aprecia en la figura 2.25, en una guía de onda hay varias formas de propagación de la onda electromagnética que llamaremos modos. Luego los modos se designan según las direcciones que los campos eléctricos y magnéticos de la onda electromagnética asumen respecto a la dirección de propagación. Así tenemos en una guía de onda modo transversal eléctrico (TE) donde solo el campo eléctrico es perpendicular a la dirección de propagación y el modo transversal magnético (TM) donde el campo magnético es perpendicular a la dirección de propagación. Varios modos pueden coexistir en una guía de onda, aunque es deseable que solo se propague un modo.

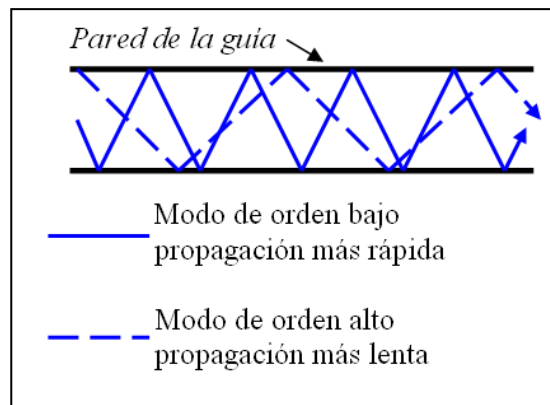


Figura 2.29 – Modos de propagación

En una guía de onda se puede propagar, en teoría, varios modos (Figura 2.29) y cada uno tendrá una longitud de onda de corte. Para indicar los modos se agregan subíndices [2] [8]. Los símbolos generales son: TE_{mn} o TM_{mn} donde el subíndice “ m ” indica el número de cambios de medias ondas de intensidad del campo eléctrico o magnético según sea el modo TE o TM respectivamente, a lo largo de la dimensión “ a ” de la guía. El segundo subíndice “ n ” es el número de cambios de medias ondas del campo eléctrico sobre las dimensiones “ b ” de la guía (Figura 2.29). Se debe tener precaución ya que algunos autores y software de simulación siguen una regla contraria a la expuesta anteriormente, asignándole “ m ” a la dimensión “ b ” y “ n ” a la dimensión “ a ” de la guía. Luego la longitud de onda de corte en función de los modos será:

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \quad (2.135)$$

El modo dominante es el que tiene la longitud de onda de corte más alta, por ejemplo en una guía de onda rectangular es el TE₁₀ (Figura 2.30).

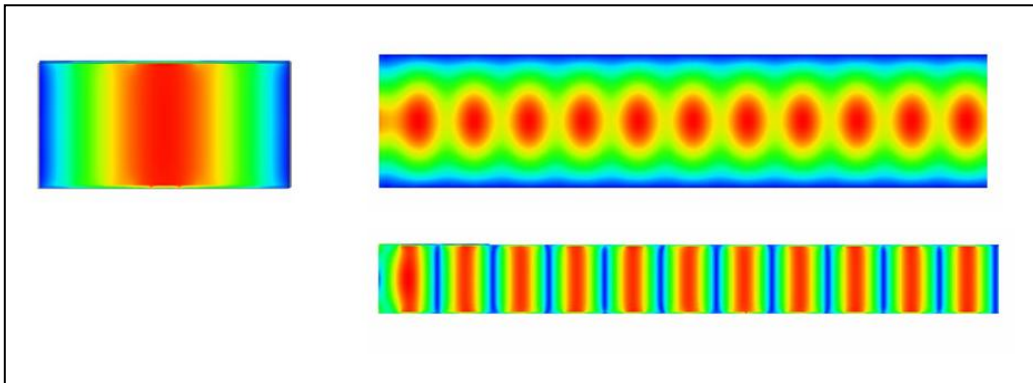


Figura 2.30 – Vista de frente, arriba y lateral de la simulación del modo de propagación fundamental TE₁₀ de una guía de onda rectangular ([simulación](#)) [29].

Luego las dimensiones de una guía de onda rectangular deben ser del orden de la longitud de onda correspondiente a la frecuencia del modo dominante y por debajo de la longitud de onda de la frecuencia de corte del modo siguiente, para que este último sea fuertemente atenuado.

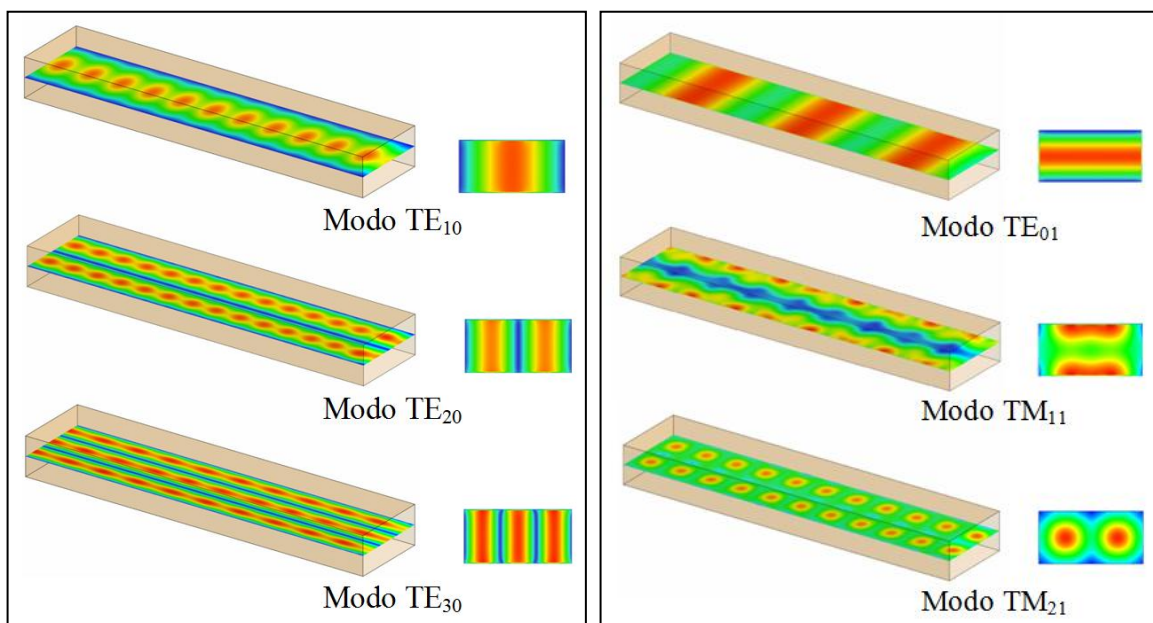


Figura 2.31 – Simulación del campo eléctrico de los modos de propagación TE_{mn} y TM_{mn} en una guía de onda rectangular ([simulación](#)) [29].

En la figura 2.31 se muestran las simulaciones del campo eléctrico de diferentes modos de propagación TE y TM en una guía de onda rectangular.

2-16 Rangos de operación prácticos de una guías de onda rectangular

El modo dominante de propagación de una guía de onda rectangular, es el modo deseable de usar, pues para una frecuencia dada tiene las menores pérdidas por disipación.

El rango operativo del modo TE_{10} en una guía rectangular con dimensiones de $b/a = 0,5$ es desde un 62% a un 95% de la frecuencia de corte del TE_{20} cuya $\lambda_c = a$. Así la dimensión de a debe ser mayor que $\lambda/2$ y menor que λ .

La región de operación práctica es mostrada en la figura 2.32. En la misma gráfica se muestran las velocidades de grupo y de fase para varias condiciones de operación. Tal como se observa, por debajo de la frecuencia de corte la guía actúa como un atenuador no disipativo, con velocidad de grupo cero y con velocidad de fase infinita. Cuando la frecuencia de operación se incrementa alejándose de la de corte, las velocidades de fase y de grupo alcanzan la correspondiente en el espacio libre.

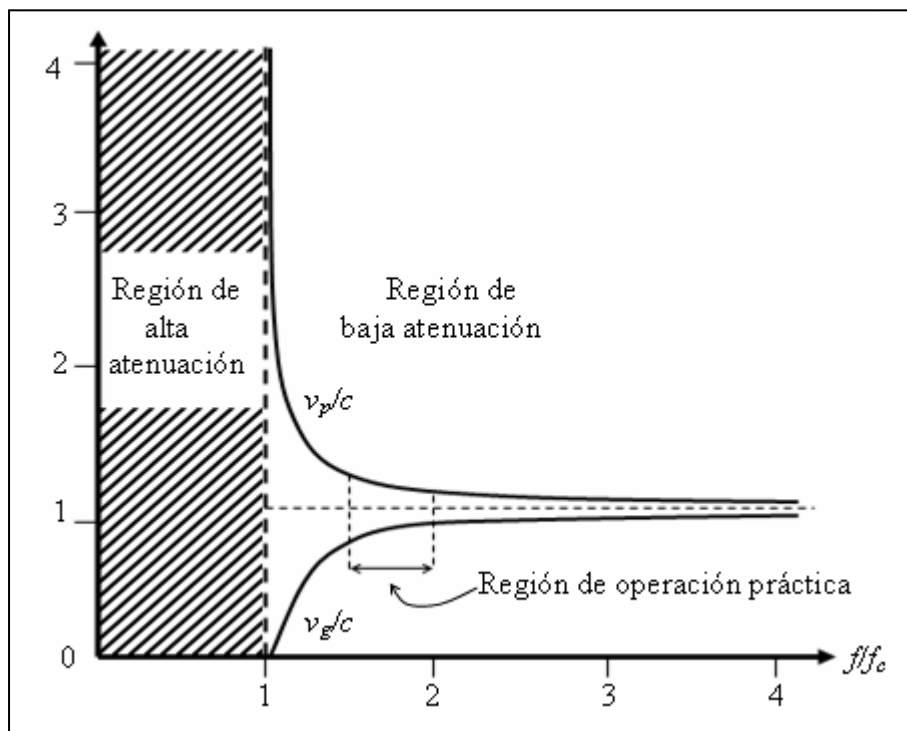


Figura 2.32 - Atenuación versus frecuencia de operación normalizada a la frecuencia de corte. Representación de velocidad de grupo y de fase.

2-17 Impedancia de la guía de onda

La impedancia característica de la guía representa la relación de los campos eléctricos y magnéticos [8].

La impedancia de la guía para los modos TE y TM es:

$$Z_o = \frac{Z_i}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{Z_i}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (2.136)$$

Era de esperar que una guía de onda con dieléctrico aire tuviera una relación con la impedancia intrínseca del medio Z_i , la cual fue definida en el Capítulo 1 Sección 1.5.

La impedancia característica de una guía de onda es análoga a la impedancia característica de una línea de transmisión (coaxil, microtira, etc), pero difiere en que la impedancia en la guía es una función de la frecuencia.

2-18 Guías de onda circular

La ventaja de este tipo de guía de onda reside en que puede manejar mayor potencia y tiene menor atenuación para una longitud de onda de corte (λ_c) dada, pero las desventajas son su tamaño y su peso. Además las irregularidades de sus paredes afectan a la polarización de las ondas transmitidas.

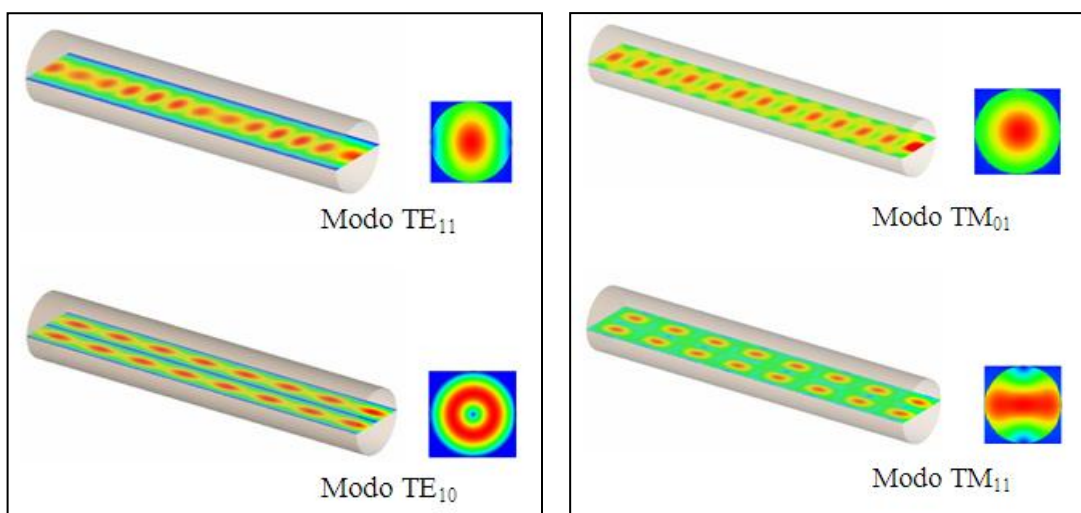


Figura 2.33 – Modos de propagación en una guía de onda circular ([simulación](#)) [29].

El modo dominante en la guía circular es el TE_{11} . Los subíndices que describen los modos en guías circulares son distintos de las rectangulares. En una guía circular el primer subíndice indica el número de componentes radiales de una longitud de onda del campo eléctrico. El segundo subíndice indica el número de medias longitudes de ondas en un plano que contenga la sección de la guía [8].

Los modos de orden superior más importantes son el TM_{01} y el TE_{01} . El TM_{01} tiene una simetría circular muy conveniente para usar en juntas rotativas. El modo TE_{01} tiene la propiedad de disminuir su atenuación a medida que la frecuencia de la señal se acerca a la de corte. Este modo es usado en medidores de frecuencias.

Las ecuaciones electromagnéticas para guía circular se expresan como funciones de Bessel (5.65 y 5.66) graficadas en la figura 2.34.

La longitud de onda de corte y los modos de orden superior están relacionados con el radio “a” por medio de los ceros de la función de Bessel.

Las curvas de las funciones de Bessel ($J_0(p)$, $J_1(p)$, $J_2(p)$ y $J_3(p)$), son mostradas en la figura 2.34. Como la naturaleza de estas funciones es oscilatoria, esto nos da la oportunidad de tabular los argumentos para los cuales estas funciones valen cero.

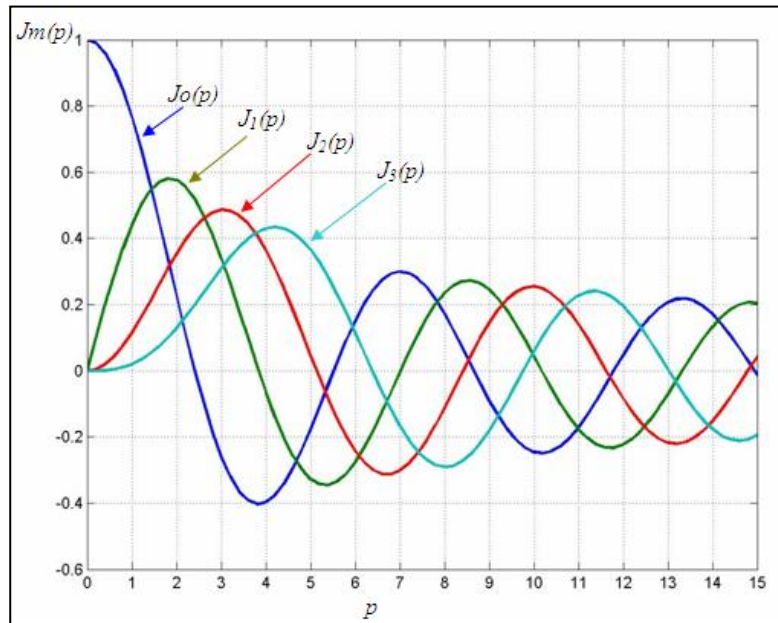


Figura 2.34 – Funciones de Bessel de primera clase.

De acuerdo a la figura 2.34 la función $J_0(p)$ vale cero cuando $p = 2,405; 5,520; 8,654; \dots$. Estas raíces ($n = 1, 2, 3, \dots$) originan la nomenclatura de los modos de propagación en la guía y nos sirven para calcular los modos TM. En la Tabla 2.3 vemos las raíces mencionadas.

TABLA 2.3 – Raíces p_{nm} para las cuales $J_m(p)=0$

n/m	0	1	2	3
1	2,405	3,832	5,136	6,380
2	5,520	7,016	8,417	9,761
3	8,654	10,173	11,620	13,015

Debido a que la derivada de cada función $J_m(p)$ vale cero en sus puntos máximos y mínimos, podemos ver en el diagrama de la figura 2.34 que $\frac{\partial J_m(p)}{\partial p}$ o $J'_m(p) = 0$ cuando $p' = 1,841; 5,331; 8,536; \dots$. Donde cada una de estas raíces tiene asociado un modo

“ mn ” determinado. Con ayuda de estas raíces podemos obtener los modos TE, mostrados en la Tabla 2.4.

TABLA 2.4 – Raíces p'_{nm} para las cuales $J'_m(p')=0$

n/m	0	1	2	3
1	3,832	1,841	3,054	4,201
2	7,016	5,331	6,706	8,105
3	10,173	8,536	9,969	11,346

Luego vemos que la frecuencia de corte para una guía de onda circular y modo de propagación TE se obtiene como:

$$f_{c_{mn}} = \frac{p'_{mn} \nu}{2\pi a} \quad (2.137)$$

Donde $f_{c_{mn}}$ es la frecuencia de corte, p'_{mn} es la solución de las ecuaciones de Bessel dada en la Tabla 2.4, ν es la velocidad de propagación y a es el radio de la guía de onda circular.

La longitud de onda de corte para el modo TE será:

$$\lambda_c = \frac{2\pi a}{p'_{mn}} \quad (2.138)$$

El modo de propagación dominante en este tipo de guía de onda, es el que tiene la longitud de onda de corte más grande, y por lo tanto el valor de p'_{mn} más pequeño, luego si observamos la Tabla 2.4 vemos que el modo dominante es el TE₁₁, donde $p'_{mn}=1,841$,

$$\lambda_{c_{TE_{11}}} = \frac{2\pi a}{1,841} = 3,41a \quad (2.139)$$

siendo $\lambda_{c_{TE_{11}}}$ la longitud de onda del modo TE₁₁.

Si deseamos propagar el modo TM tendremos que

$$f_{c_{mn}} = \frac{p_{mn} \nu}{2\pi a} \quad (2.140)$$

y

$$\lambda_c = \frac{2\pi a}{p_{mn}} \quad (2.141)$$

Donde en este caso p_{mn} son los distintos valores que son las solución de las raíces de las ecuaciones de Bessel obtenidas del la Tabla 2.3.

2-19 Criterios de Diseño de Guías de Onda

Las consideraciones para elegir las dimensiones de una guía son:

- El modo de operación.
- La longitud de onda de corte del modo de operación y del siguiente modo superior.
- La atenuación de las paredes de la superficie.

Una gran cantidad de modos es factible de transmitir en una guía de onda, pero el uso de una guía está concentrado prácticamente en su modo dominante. En general los otros modos son atenuados fuertemente.

En una guía rectangular es usual utilizar $a > b$ para que se propague en el modo fundamental TE_{10} . En la práctica las guías rectangulares tienen una relación de dimensiones del tipo $a = 2b$. Normalmente en una guía conviven simultáneamente un gran número de modos, normalmente el modo dominante es el que se propaga y los modos superiores se atenúan rápidamente muy cercanos a la fuente o en las discontinuidades.

El modo dominante en la guía de onda circular es el TE_{11} y al igual que en la guía de onda rectangular se transmite la más baja frecuencia. Luego el modo dominante tiene una longitud de onda de corte dada por:

$$\lambda_c = 3,41a \quad (2.142)$$

Donde a es el radio de la guía de onda cilíndrica. Un valor aceptado del diámetro para el modo fundamental es:

$$D = \frac{3}{4}\lambda_o \quad (2.143)$$

donde D es el diámetro de la guía de onda circular.

Podríamos considerar como un criterio válido en forma generalizada por los diferentes tipos de guías, las siguientes consideraciones para definir la zona de trabajo:

- a) El límite inferior corresponde a una frecuencia mínima superior a un 30% de la frecuencia de corte, para evitar que se produzca atenuación.
- b) El límite superior está dado por la frecuencia máxima, que debe ser inferior a un 5% de la correspondiente frecuencia de corte del modo superior siguiente, para permitir la transmisión de un solo modo.

Las características que deben tener los materiales para realizar la construcción de guías de onda, tanto rectangular como cilíndricas, serán: bajas pérdidas eléctricas o buena conductividad, fácil maquinado, posibilidad de soldar, buen funcionamiento ante atmósferas corrosivas.

El bronce es el material más usado porque es fácil de maquinar y de soldar. Tubos de acero inoxidable o de hierro son usados en aplicaciones donde la atenuación no es una consideración importante. Para lograr buena conductividad se pueden recubrir con baños de cobre o de plata. También se usa aluminio porque es fácil de maquinar y liviano. Un punto importante es la rugosidad de las paredes de la guía, factor que incrementa la resistencia efectiva y la atenuación por unidad de longitud.

Este incremento en la resistencia puede ser explicado en términos del efecto "skin" o pelicular en un conducto a altas frecuencias. El efecto de penetración skin ρ está dado por:

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi f \sigma \mu}\right)} \quad (2.144)$$

Donde

f : frecuencia (Hz).

σ : conductividad del material (mhos / m).

μ : permeabilidad del material (Hy / m).

El espesor de las paredes deberá contener por lo menos diez veces el factor de penetración (ρ) para asegurar que toda la corriente sea transportada.

CAPÍTULO 3 - CARACTERÍSTICAS DE ANTENAS REFLECTORAS

3-1 Parámetros básicos de una antena

Todos los fenómenos electromagnéticos no cuánticos se pueden describir a partir de las ecuaciones de Maxwell (Capítulo 1 en la Sección 1.2) [1] [10-12]. Particularmente, las expresiones válidas para el espacio libre, es decir un medio homogéneo y sin cargas, son:

$$\nabla \times E = -\mu_o \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times H = \epsilon_o \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (3.4)$$

Las leyes de Faraday y de Maxwell-Ampere (3.1 y 3.2) describen la interrelación entre campo eléctrico y magnético cuando dependen del tiempo y expresan el fenómeno de propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio.

Asociado con el campo eléctrico y magnético está el vector de Poynting que señala en la dirección de propagación, definido en el Capítulo 1 Sección 1.6. Siendo el valor medio de la densidad de potencia S_a (1.68):

$$\bar{S}_a = \frac{1}{2} \text{Re} \left(E \times H^* \right) \quad (3.5)$$

La densidad de potencia da la energía electromagnética en cualquier punto del espacio y permitirá definir mucho de los parámetros que comúnmente utilizamos para caracterizar una antena (directividad, ancho de haz y área efectiva).

La distribución espacial de la energía radiada por una antena está caracterizada por el *diagrama de antena*. Luego la representación de los gráficos del diagrama de antena se realiza utilizando coordenadas esféricas (Figura 3.1) [12].

Las variables utilizadas son la distancia al punto considerado (r), ángulo de elevación (θ) y ángulo de azimut (ϕ).

El diagrama de radiación de una antena es la distribución de la amplitud del campo electromagnético o más comúnmente la distribución de la densidad de potencia (S_a), también aplicado en forma recíproca a antenas utilizadas como receptoras.

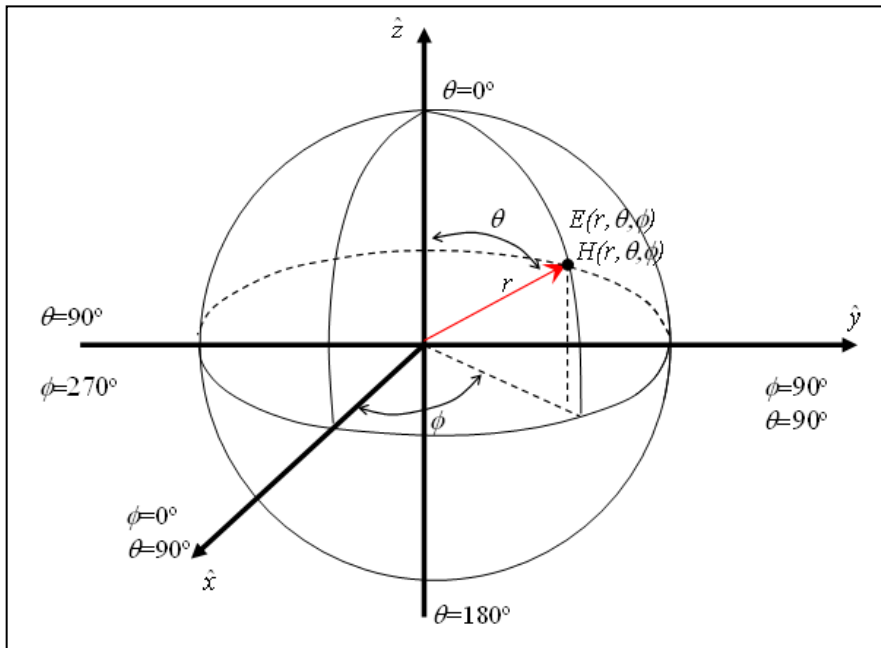


Figura 3.1 -Coordenadas esféricas.

Consideremos un transmisor colocado en el origen del sistema mostrado en la figura 3.2 y elijamos r lo suficientemente grande para considerar que el frente de onda en el diferencial de área (dA) es plano. En estas condiciones nos aseguramos que estamos en una zona definida como de *campo lejano*. Esta región es de particular interés, no sólo porque matemáticamente puede simplificar los procesos a estudiar, sino porque generalmente las observaciones con radiómetros se efectúan a grandes distancias o sea en el campo lejano.

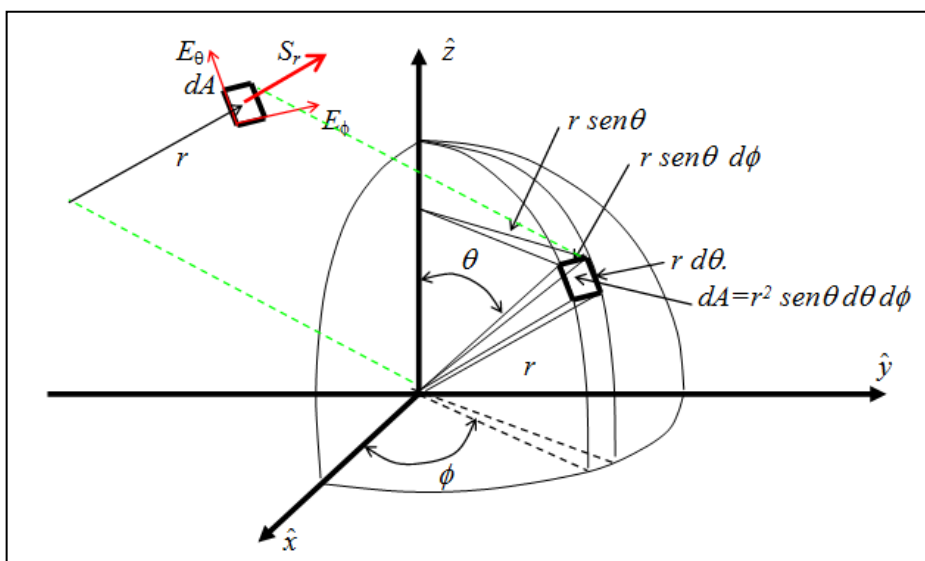


Figura 3.2 – Radiación de radiofuente en coordenadas esféricas.

En una onda plana, como vimos en el Capítulo 1, los vectores de campo eléctrico E y campo magnético H en el campo lejano son perpendiculares entre sí y se producen en un plano normal al vector r (Figura 3.2). Luego,

$$\hat{E} = \hat{\theta} \cdot E_{\theta} + \hat{\phi} \cdot E_{\phi} \quad (3.6)$$

Siendo Z_i la impedancia intrínseca del medio, definida en el Capítulo 1, tenemos:

$$\hat{H} = \left(\frac{1}{Z_i} \right) \cdot \hat{E} = \left(\frac{1}{Z_i} \right) \cdot (\hat{\theta} \cdot E_{\theta} + \hat{\phi} \cdot E_{\phi}) \quad (3.7)$$

Luego la densidad de potencia S_r en el área considerada tiene una componente radial, y no en las direcciones θ o ϕ con lo que:

$$S_r(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}(E \times H) = \frac{1}{2Z_i} \cdot (|E_{\theta}|^2 + |E_{\phi}|^2) \quad (3.8)$$

A grandes distancias de la antena, el campo radiado E_{θ} (y el campo E_{ϕ}) puede ser descrito por una función de propagación esférica $\frac{e^{-j\beta r}}{r}$, características de una fuente

puntual, multiplicada por la *función dirección o factor de radiación* $f(\theta, \phi)$:

$$E_{\theta} = \frac{e^{-j\beta r}}{r} f_1(\theta, \phi) \quad (3.9)$$

y

$$E_{\phi} = \frac{e^{-j\beta r}}{r} f_2(\theta, \phi) \quad (3.10)$$

donde $\beta = 2\pi/\lambda$ y λ la longitud de onda de la radiación.

Luego el flujo de potencia en el campo lejano está dado por:

$$S_r(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2Z_i r^2} (|f_1(\theta, \phi)|^2 + |f_2(\theta, \phi)|^2) \quad (3.11)$$

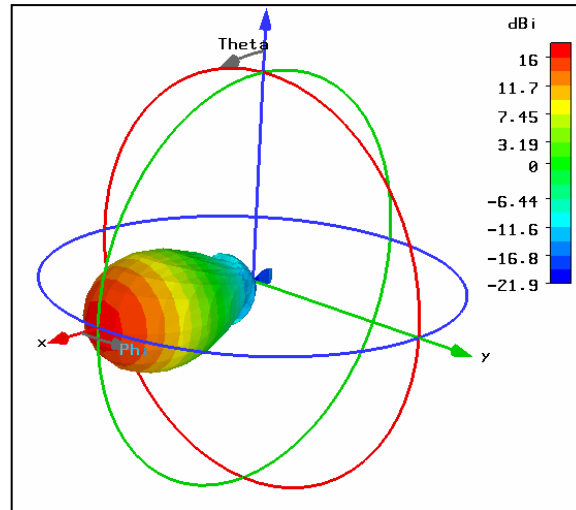
La densidad de potencia $S_r(r, \theta, \phi)$ describe las propiedades de direccionalidad de la antena. Generalmente es conveniente usar una función independiente de la distancia r conocida como *intensidad de radiación* o *diagrama de radiación* $F(\theta, \phi)$ [12], dada por:

$$F(\theta, \phi) = r^2 \cdot S_r = \frac{1}{2Z_i} (|f_1(\theta, \phi)|^2 + |f_2(\theta, \phi)|^2) \quad (3.12)$$

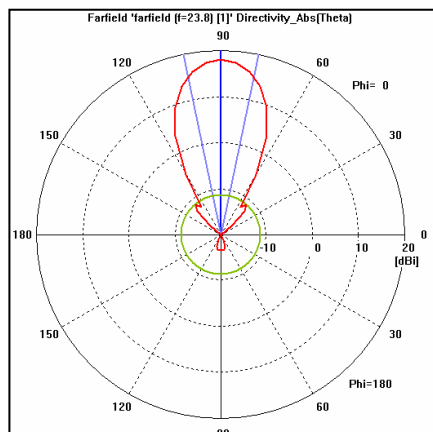
Donde $F(\theta, \phi)$ es ahora expresado en watt por unidad de ángulo sólido (watt por estereorradián). Es frecuente normalizar al máximo valor de $F(\theta, \phi)$, en ese caso el diagrama es referido como *diagrama de radiación normalizado* $F_n(\theta, \phi)$. Luego:

$$F_n(\theta, \phi) = \frac{F(\theta, \phi)}{F_{\max}(\theta, \phi)} = \frac{S_r}{S_{r \max}} \quad (3.13)$$

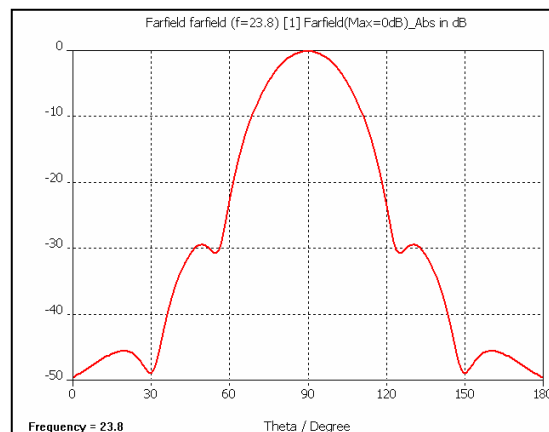
En las figuras 3.3a, 3.3b y 3.3c podemos ver las distintas formas de representar un diagrama de radiación ($F(\theta, \phi)$ o $F_n(\theta, \phi)$) donde la escala de amplitud está en veces o decibels y las coordenadas de posición en grados. Este formato permite convenientemente la interpretación de la radiación de los lóbulos.



a)



b)



c)

Figura 3.3 – Resultados de una simulación de una antena [29], a) diagrama en 3D, y b) diagrama polar y c) diagrama cartesiano.

En la figura 3.3 se observa un diagrama de radiación direccional, gráficos obtenidos con un software de simulación [29]. La amplitud puede estar definida en veces o en dB y puede estar normalizada, como hemos definimos en la expresión 3.13. Además se puede representar la directividad o la ganancia parámetros que definiremos más adelante. En los diagramas se pueden distinguir el lóbulo principal, los lóbulos laterales y lóbulos traseros (lóbulos menores). El primer lóbulo lateral, es el primer lóbulo que aparece a ambos lados del haz principal.

De estos diagramas se pueden extraer varios valores numéricos, que especificarán parámetros que caracterizan a la antena, como veremos a continuación.

3-2 Angulo sólido y eficiencia del haz principal

Si definimos el ángulo sólido del diagrama de radiación como Ω_p y el ángulo sólido del haz principal como Ω_M y el haz de los lóbulos laterales como Ω_m (Figura 3.4) [12], tendremos:

$$\Omega_p = \iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.14)$$

y

$$\Omega_M = \iint_{LP} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.15)$$

Siendo LP el cono del lóbulo principal producido sobre la región definida alrededor del pico máximo de ganancia y entre los primeros valles o nulos. Luego el ángulo sólido de los lóbulos menores será:

$$\Omega_m = \Omega_p - \Omega_M \quad (3.16)$$

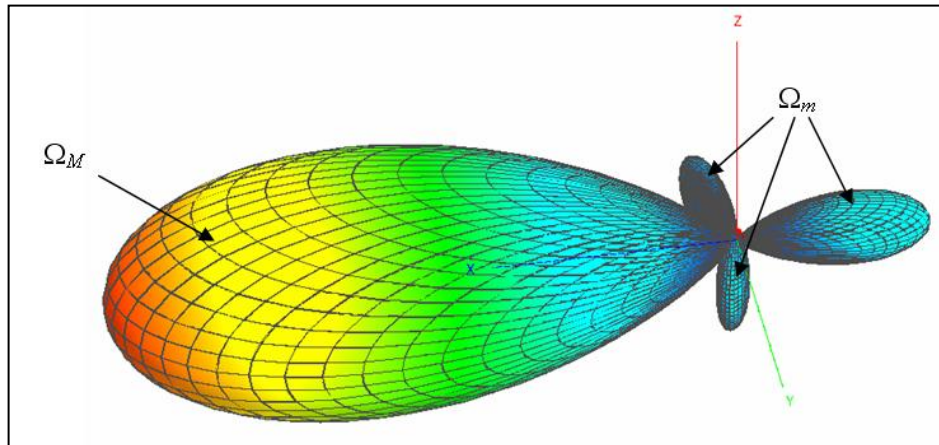


Figura 3.4 – Angulos sólidos de un haz de antena [29].

Los ángulos sólidos están en estereorradianes y el diferencial de ángulo sólido es:

$$d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (3.17)$$

Podemos definir la *eficiencia del haz principal* η_M de la antena como la fracción de potencia recibida (o emitida) por el lóbulo principal:

$$\eta_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_p} \quad (3.18)$$

De la misma forma definimos la eficiencia de los lóbulos laterales como:

$$\eta_m = \frac{\Omega_m}{\Omega_p} = 1 - \eta_M \quad (3.19)$$

Estas eficiencias son de importancia en las características de antenas utilizadas en radiometría, en donde el objetivo es observar zonas determinadas y evaluar la energía recibida a través del haz principal, deseando que la contribución en otras direcciones sea la mínima posible.

3-3 Ancho de haz y resolución

Los ángulos sólidos anteriormente definidos determinan las propiedades de direccionalidad en las dos dimensiones del diagrama de radiación de la antena $F_n(\theta, \phi)$.

La característica del ancho del lóbulo principal para un determinado ángulo se define como *ancho de haz*.

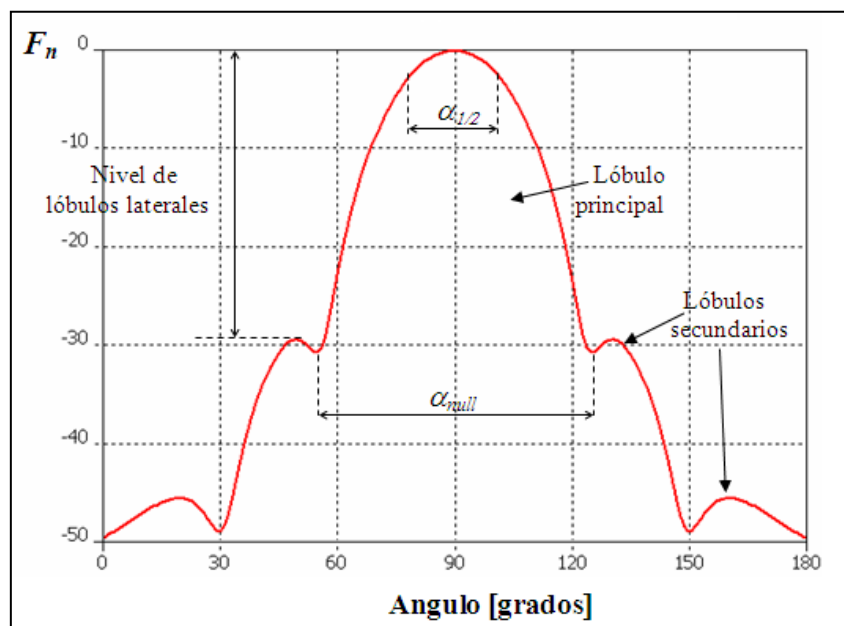


Figura 3.5 – Características de un diagrama de antena [29].

En la figura 3.5 vemos un diagrama de antena con la amplitud normalizada en el eje de las ordenadas, en donde se muestran también los parámetros que lo caracterizan, como son el *nivel de lóbulos laterales*, el *ancho de haz* ($\alpha_{1/2}$) y *ancho entre primeros nulos* (α_{null}) [12].

Se define como *ancho de haz de 3 dB* o *ancho de potencia mitad* ($\alpha_{1/2}$), al ancho angular del haz principal en uno de los planos, en donde la magnitud del diagrama de radiación normalizado es mayor que -3 dB. Luego el ancho de potencia mitad en el plano θ es:

$$\alpha_{1/2-\theta} = 2 \cdot \theta_{1/2} \tag{3.20}$$

y en el plano ϕ ,

$$\alpha_{1/2-\phi} = 2 \cdot \phi_{1/2} \tag{3.21}$$

donde $\theta_{1/2}$ y $\phi_{1/2}$ son los ángulo donde

$$F_n(\theta, \phi) = 0,5 \quad (3.22)$$

El ángulo entre los primeros nulos (α_{null}) define al haz principal. Luego tenemos:

$$\alpha_{null_\theta} = 2 \cdot \theta_{null} \quad (3.23)$$

y en el plano ϕ ,

$$\alpha_{null_\phi} = 2 \cdot \phi_{null} \quad (3.24)$$

donde θ_{null} y ϕ_{null} son los ángulos en los cuales ocurre un mínimo de $F_n(\theta, \phi)$. Por lo tanto:

$$\frac{\partial F_n(\theta, \phi)}{\partial \theta} = 0 \quad (3.25)$$

En el caso de no estar definido los nulos en el diagrama de irradiación se puede definir el haz principal como el ángulo de 2,5 veces el ángulo de potencia mitad ($\alpha_{1/2}$).

En el caso de diagramas rotacionalmente simétricos, estos ángulos ($\alpha_{1/2_\theta} = \alpha_{1/2_\phi}$ y $\alpha_{null_\theta} = \alpha_{null_\phi}$) son iguales en ambos planos.

3-4 Directividad

La *directividad* $D(\theta, \phi)$ de una antena, en una determinada dirección, es el cociente entre el diagrama de radiación $F_n(\theta, \phi)$ en esa dirección y el valor promedio del mismo [15-18].

$$D(\theta, \phi) = \frac{F_n(\theta, \phi)}{\frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.26)$$

Utilizando la ecuación 3.12 la directividad puede ponerse en función de las densidades de potencia, luego nos queda:

$$D(\theta, \phi) = \frac{4 \cdot \pi \cdot S_r(\theta, \phi)}{\iint_{4\pi} S_r(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.27)$$

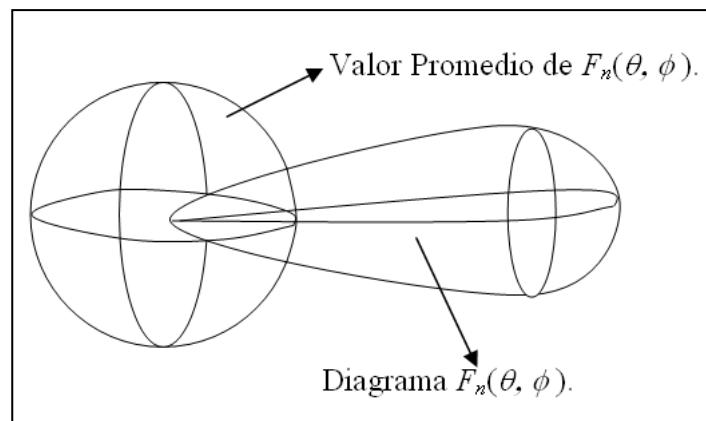


Figura 3.6 – Ejemplo de direccionalidad.

En particular tiene importancia en el diseño de la antena el cálculo de *directividad máxima* D_o que ocurre cuando $F_n(\theta, \phi) = 1$. Luego, de la ecuación 3.26 tendremos:

$$D_o = \frac{4 \cdot \pi}{\iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_p} \quad (3.28)$$

Por lo tanto directividad en una dirección (θ, ϕ) puede escribirse como:

$$D(\theta, \phi) = D_o \cdot F_n(\theta, \phi) \quad (3.29)$$

En una antena con un lóbulo principal en la dirección \hat{z} , como se muestra en la figura 3.7, el diagrama del ángulo sólido Ω_p puede determinarse con buena aproximación como el producto de los anchos de haz de potencia mitad en dos ejes ortogonales:

$$\Omega_p \cong \alpha_{xz} \cdot \alpha_{yz} \quad (3.30)$$

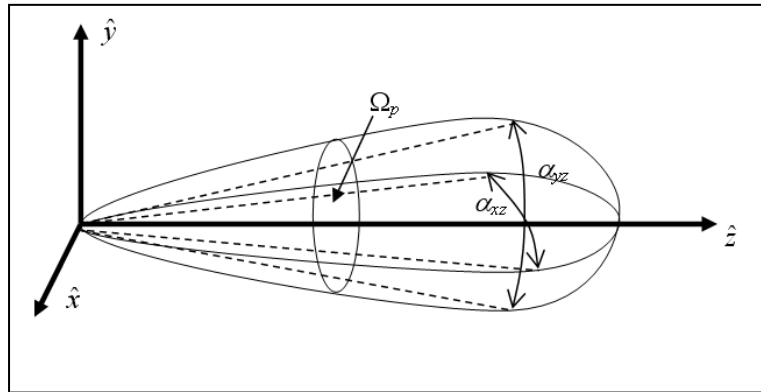


Figura 3.7 – Angulo sólido del lóbulo.

donde α_{yz} es el ancho del lóbulo de 3 dB en el plano yz y α_{xz} es el ancho del lóbulo de 3 dB en el plano xz, que son los ángulos definidos como α_{null_θ} y α_{null_ϕ} respectivamente.

Como consecuencia:

$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega_p} \cong \frac{4\pi}{\alpha_{xz} \cdot \alpha_{yz}} = \frac{4\pi}{\alpha_{1/2_\theta} \cdot \alpha_{1/2_\phi}} \quad (3.31)$$

Esta aproximación permite estimar la directividad a través de los ángulos de potencia mitad de los diagramas de radiación de planos ortogonales.

3-5 Eficiencia de apertura de una antena reflectora

Si P_t es la potencia total que alimenta la antena, una parte P_o se irradia en el espacio, y parte de P_t se pierde en la antena, luego definimos la *eficiencia de apertura o radiación*

[10-12] [14-18] como:

$$\eta_a = \frac{P_o}{P_t} \quad (3.32)$$

La eficiencia de apertura de un sistema de antena reflectora es dependiente de varios factores y puede expresarse como:

$$\eta_a = \eta_i \cdot \eta_s \cdot \eta_c \quad (3.33)$$

donde η_i es la eficiencia de iluminación, η_s es la eficiencia de iluminación de bordes o sobre iluminación (spillover) y η_c es la eficiencia de construcción o alineación. Según lo definido los valores que puede tomar la eficiencia de apertura son $0 \leq \eta_a \leq 1$.

La eficiencia de iluminación cuantifica con qué uniformidad el alimentador principal ilumina la superficie del reflector [16], y puede definirse como:

$$\eta_i = \frac{2 \cdot \cotg^2(\theta_0) \cdot \left| \int_0^{2\theta_0} (|F_\theta| + |F_\phi|) \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot d\theta \right|^2}{\int_0^{2\theta_0} (|F_\theta|^2 + |F_\phi|^2) \cdot \text{sen}(\theta) \cdot d\theta} \quad (3.34)$$

Mientras que la eficiencia de iluminación de bordes mide cuánto el alimentador ilumina fuera del reflector [16], en su objetivo de iluminar eficientemente la superficie del mismo. Su expresión es la siguiente:

$$\eta_s = \frac{\int_0^{2\theta_0} (|F_\theta|^2 + |F_\phi|^2) \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta}{\int_0^\pi (|F_\theta|^2 + |F_\phi|^2) \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta} \quad (3.35)$$

siendo F_θ y F_ϕ los diagramas de amplitud en los planos θ y ϕ respectivamente y $2\theta_0$ el ángulo formado entre los bordes del reflector y su foco (F), como se observa en la figura 3.8.

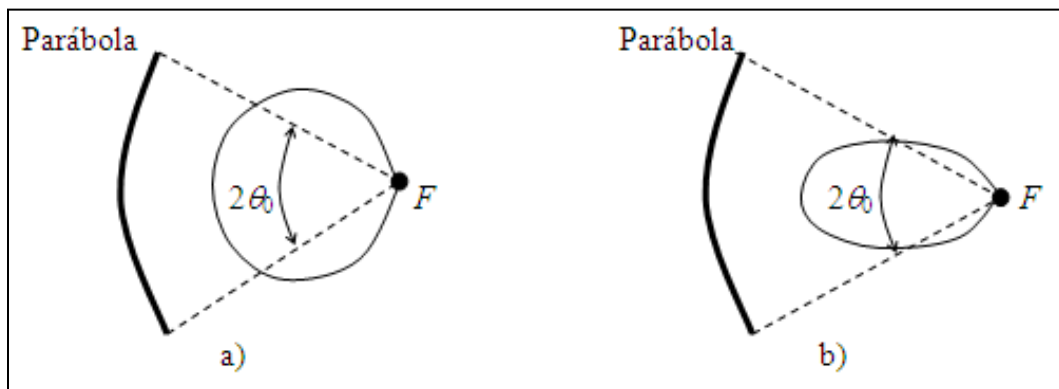


Figura 3.8 – Relación entre la eficiencia de iluminación y la de iluminación de bordes, a) η_i alta y η_s baja y b) η_i baja y η_s alta [17].

Vemos que hay un factor de compromiso entre ambas eficiencias, cuando uno ilumina en mayor proporción la superficie reflectora la eficiencia de iluminación aumenta, mientras la de iluminación de bordes disminuye y viceversa (Figura 3.8) [17]. Además

podemos deducir que ambas eficiencias son íntimamente dependientes del diseño del alimentador principal.

Si consideramos una antena ideal desde el punto de vista constructivo ($\eta_c=1$), tendremos que:

$$\eta_a = \eta_i \eta_s. \quad (3.36)$$

De esta forma podremos evaluar directamente cómo intervienen los parámetros del alimentador principal en la eficiencia de apertura, ya que según lo expresado, ambas eficiencias (η_i y η_s) están íntimamente vinculadas al diseño del alimentador principal.

Analicemos la eficiencia de apertura para un reflector, cuando se varía la iluminación en los bordes. Este objetivo se logró utilizando los datos extraídos de las simulaciones obtenidas con distintos modelos de bocinas cónicas corrugadas con distintas aperturas, iluminando un reflector parabólico de foco desplazado. En la Figura 3.9 se observan los resultados, gráfico típico de un reflector, en donde se ve la variación de la eficiencia de apertura para distintas iluminaciones de bordes [14] [17].

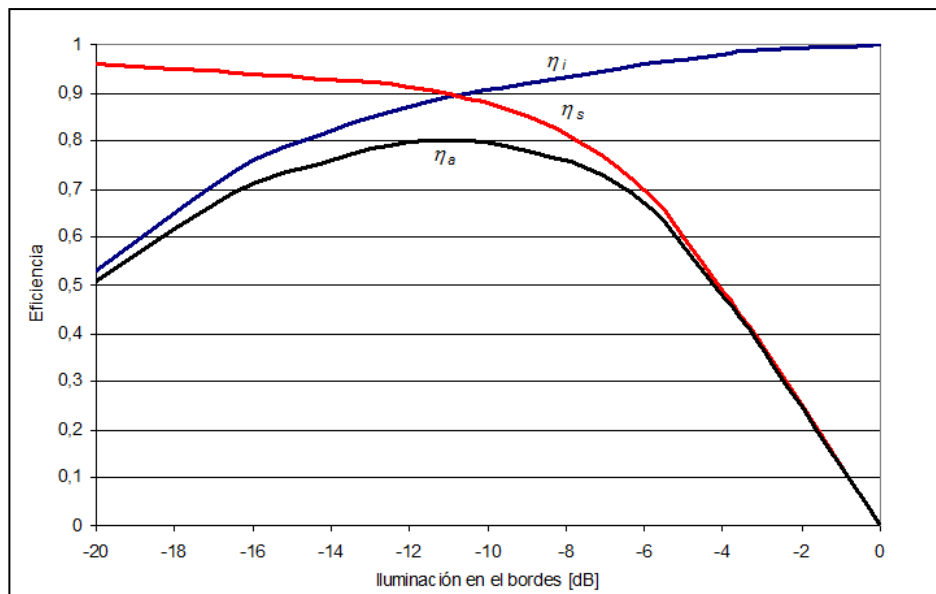


Figura 3.9 – Gráficos de eficiencia de iluminación, iluminación de bordes y de apertura en función de la iluminación en los bordes.

Como se observa en la figura 3.9, la eficiencia de apertura máxima teórica ($\eta_a = 80\%$) se obtiene para iluminaciones en los bordes del alimentador principal del orden de -10 dB. Para el caso de alimentadores con diagramas rotacionalmente simétricos la eficiencia total considerando estos factores podría llegar al 75%. Mientras que en la práctica, debido a los factores constructivos, se llega a valores menores que al 60%.

Analicemos ahora la eficiencia de construcción o alineación (η_c). Los factores más importantes de los cuales depende dicha eficiencia son los siguientes:

$$\eta_c = \eta_e \cdot \eta_b \cdot \eta_f \cdot \eta_p \quad (3.37)$$

donde η_e es la eficiencia de error de superficie, η_b es la eficiencia de bloqueo, η_f es la producida por el error de fase y η_p es la eficiencia de polarización cruzada.

La eficiencia del error de superficie evalúa los errores de construcción, maquinado u otra deformación de la estructura, comparando la superficie real de la antena con la superficie ideal; la diferencia entre éstas da una desviación, que puede expresarse en valor cuadrático medio (rms - root mean square) [18] [20]. La eficiencia η_e puede obtenerse con la siguiente ecuación:

$$\eta_e = e^{-\left(\frac{4\pi t}{\lambda}\right)^2} \quad (3.38)$$

donde t es la desviación en rms del reflector y λ la longitud de onda. Esta expresión (3.38) se determinó para un reflector plano con distribución de errores gaussianos, pero se han encontrado muy buenos resultados en la práctica con distintos tipos de reflectores. Es lógico admitir que para $t \ll \lambda$ la eficiencia sea cercana al 100%. En la figura 3.10 se observa una gráfica de la eficiencia de error de superficie en función de la desviación estándar, para distintas frecuencias de microondas.

La desviación t de la superficie de una antena, suele producirse por *defectos constructivos o de maquinado* que ocurren en el proceso de fabricación de la misma.

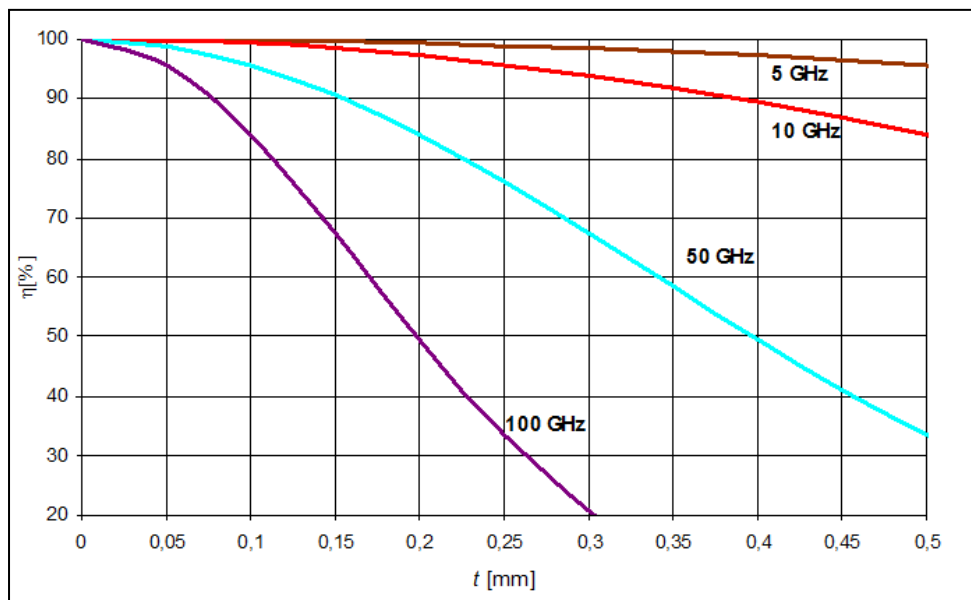


Figura 3.10 – Eficiencia de error de superficie en función de la desviación de superficie para distintas frecuencias.

Los cabezales del receptor, los alimentadores principales y los soportes de sujeción en antenas reflectoras de foco primario o el subreflector en antenas con doble reflector,

producen un bloqueo de rayos que deberían incidir en la superficie reflectora de la antena, produciendo una pérdida de energía que es evaluada por la eficiencia de bloqueo η_b . Una simple aproximación para la determinación de esta eficiencia [17] es:

$$\eta_b = 1 - \left(\frac{A_b}{A_p} \right)^2 \quad (3.39)$$

Donde A_b es el área de bloqueo proyectada sobre el área total de apertura física de la antena A_p . La representación gráfica de la eficiencia de bloqueo (3.39) en función del cociente porcentual entre el área de bloqueo y el área de apertura se puede observar en la figura 3.11.

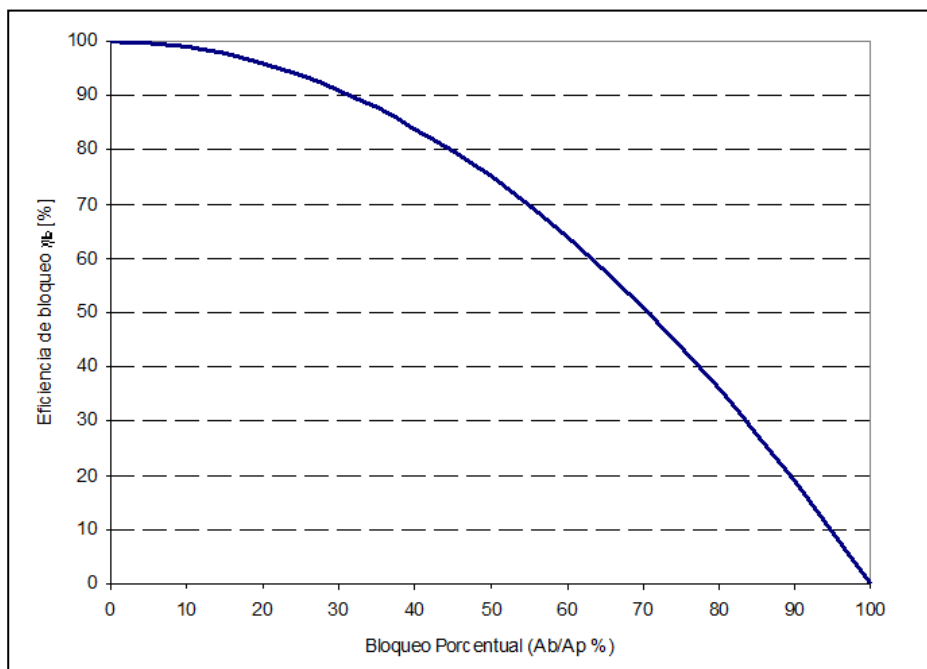


Figura 3.11 – Eficiencia de bloqueo en función del área de bloqueo.

La eficiencia de fase η_f , es generalmente provocada por los siguientes factores:

- a- Desplazamiento del alimentador principal de la posición del foco del reflector transversalmente al eje, más conocido como efecto de coma o aberraciones por coma.
- b- Desviaciones determinísticas del reflector; estos efectos pueden producirse por efecto del viento, temperatura, etc. Que provocan un error en la posición del foco.
- c- Una imperfección del centro de fase del alimentador; esto generalmente se puede solucionar con un reposicionamiento.

En la figura 3.12 se observa la gráfica de la eficiencia de fase en función del corrimiento del ángulo del haz principal en grados, teniendo como parámetro distintas relaciones de foco a diámetro del reflector (f/D) [15].

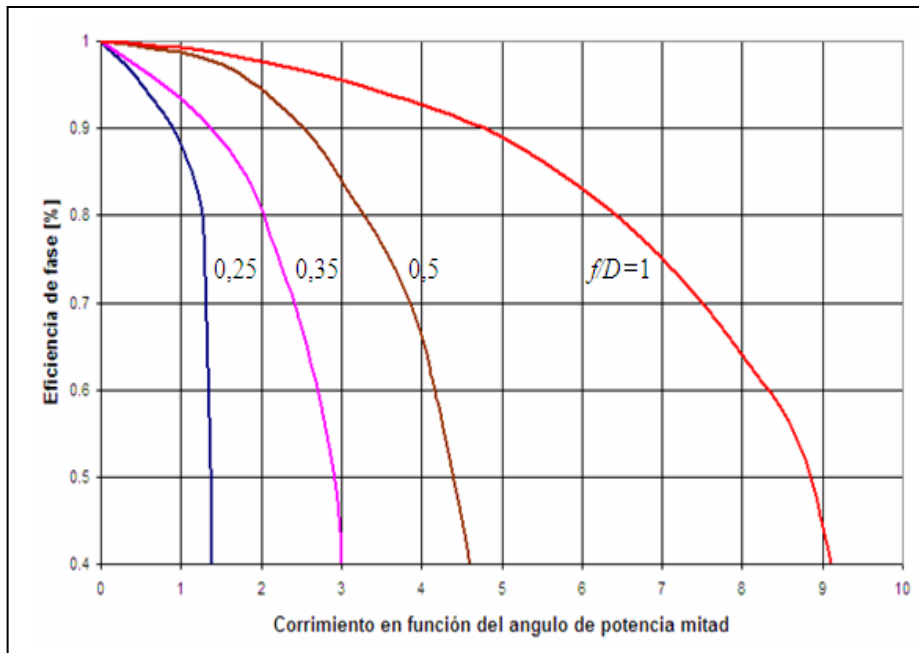


Figura 3.12 - Eficiencia de fase relacionada al corrimiento del ángulo del haz principal.

La eficiencia de polarización cruzada η_p (cross-polarization) se produce debido a que las antenas tienen una componente ortogonal a la deseada polarización a la cual fue diseñada. Su contribución es debida al reflector y al alimentado principal. Normalmente tiene una contribución despreciable y es de mayor importancia en los reflectores con foco desplazado. Típicos valores de esta eficiencia son del orden de 96 a 99% correspondientes a pérdidas de ganancia desde 0,2 a 0,04 dB.

La experiencia indica que los efectos que no se han contemplado, en la determinación de la eficiencia de antena, son despreciables y eventualmente su omisión no afectará al diseño.

3-6 Alimentador principal para óptima eficiencia de apertura

Como se vio en la expresión 3.36, considerando los efectos constructivos igual a 1, teníamos:

$$\eta_a = \eta_i \cdot \eta_s \quad (3.40)$$

quedando la eficiencia de apertura netamente dependiente de las características de radiación del alimentador principal. El diseño del reflector se reduce a un compromiso entre la iluminación y la iluminación en los bordes (spillover) (Figura 3.8).

Un ideal e irrealizable diagrama de antena para iluminar un reflector, puede expresarse matemáticamente como [15] [17]:

$$F_n(\theta, \phi) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\theta_o}{2}\right) \cdot \sec^2\left(\frac{\theta}{2}\right), & \theta_o \leq \theta \\ 0, & \theta_o > \theta \end{cases} \quad (3.41)$$

Vemos que el diagrama de iluminación compensa en forma esférica las pérdidas con el aumento del ángulo θ y cae abruptamente a cero en los bordes del reflector. En esta condición tendríamos una eficiencia de iluminación y de iluminación en los bordes del 100%, y por lo tanto una eficiencia de apertura de igual valor.

Estos alimentadores ideales no pueden ser evaluados numéricamente y hay una función de un diagrama de irradiación que es usado como modelo de alimentadores reales. Este diagrama es rotacionalmente simétrico y está expresado como:

$$F_n(\theta, \phi) = \begin{cases} \cos^q \theta, & \theta \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.42)$$

donde q es un parámetro numérico usado para modelar diagramas de irradiación de alimentadores en forma analítica.

3-7 Ganancia y área efectiva de una antena reflectora

La ganancia $G(\theta, \phi)$ de una antena en una dirección, es definida como el cociente entre la densidad de potencia radiada por la antena en cuestión ($S_r(\theta, \phi)$), con la densidad de potencia de un radiador isotrópico S_{ri} (radiador de igual intensidad en todas las direcciones), excitando a ambas antenas con la misma potencia P_t [15-18].

$$G(\theta, \phi) = \frac{S_r(\theta, \phi)}{S_{ri}} \quad (3.43)$$

La potencia total radiada por la antena sujeta a medición puede ser evaluada por la integral $S_r(\theta, \phi)$ sobre una superficie esférica de radio r :

$$P_o = \iint_{4\pi} S_r(\theta, \phi) \cdot r^2 \cdot d\Omega = r^2 \iint_{4\pi} S_r(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.44)$$

mientras que la potencia radiada por la antena de radiación isotrópica esta dada por:

$$P_{oi} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot S_{ri} \quad (3.45)$$

Como las potencias se relacionan según la ecuación 3.32 por:

$$P_t = P_{oi} = \frac{P_o}{\eta_a} \quad (3.46)$$

Tenemos que reemplazando las dos ecuaciones 3.44 y 3.45 en la 3.46 y despejando S_{ri} , resulta:

$$S_{ri} = \frac{1}{4\pi\eta_a} \iint_{4\pi} S_r(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.47)$$

Sustituimos la ecuación 3.47 en la ecuación 3.43 y nos queda:

$$G(\theta, \phi) = \frac{4 \cdot \pi \cdot \eta_a \cdot S_r(\theta, \phi)}{\iint_{4\pi} S_r(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.48)$$

Si utilizamos la directividad definida en la ecuación 3.27 tendremos:

$$G(\theta, \phi) = \eta_a \cdot D(\theta, \phi) \quad (3.49)$$

Para una distribución de apertura de amplitud uniforme se puede deducir que la directividad está expresada por:

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_p \quad (3.50)$$

siendo A_p el área de apertura de la antena y λ la longitud de onda, en el caso de un reflector parabólico de revolución el área de apertura (A_p) es el círculo que contiene al borde de la misma (Figura 3.13).

Luego, la ganancia será igual a:

$$G(\theta, \phi) = \eta_a \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_p \quad (3.51)$$

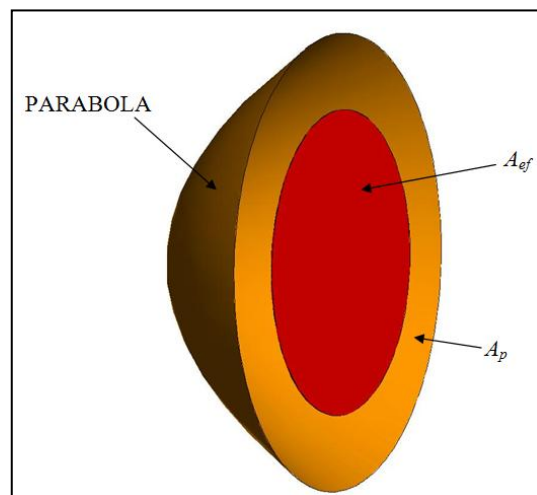
donde se puede deducir el área efectiva de la antena [12] dado por:

$$A_{ef} = \eta_a \cdot A_p \quad (3.52)$$

que es la medida de cómo el área física de la antena es utilizada. Reemplazando queda:

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_{ef} \quad (3.53)$$

Figura 3.13 – Representación en una parábola del área de apertura (A_p) y área efectiva (A_{ef}).



Vemos en la figura 3.13 que el área de apertura de una antena reflectora (A_p) se reduce, generando con la eficiencia de apertura el área efectiva de captura del reflector (A_{ef}), pudiendo lograr en la práctica por lo general valores menores al 60% como se mencionó anteriormente.

3-8 Radiación de cuerpo negro

El concepto de radiación de cuerpo negro es de fundamental importancia para el entendimiento de las emisiones térmicas de los materiales y es principio fundamental de la teoría de antenas cuando son utilizadas en radiometría. En general cuando una radiación incide sobre una sustancia sólida o líquida, parte es absorbida y el remanente es reflejado. *Un cuerpo negro es definido en forma ideal perfectamente opaco, material que absorbe toda la radiación incidente en todas las frecuencias y no refleja ninguna. Visto de otra forma, el cuerpo negro es también un perfecto emisor* [10-12].

Este mecanismo de radiación térmica, está basado en la *teoría cuántica de Planck*, quien en 1900 introduce su *ley de radiación de cuerpo negro* [10-12], llegando a que un cuerpo negro radia uniformemente en todas las direcciones con un brillo espectral dado por:

$$B_f = \frac{2 \cdot h \cdot f^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{KT}} - 1} \quad (3.54)$$

Donde B_f es el brillo espectral del cuerpo negro, definido como la cantidad de potencia por unidad de ángulo sólido y de área, h es la constante de Planck, f es la frecuencia, K es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta y c es la velocidad de la luz.

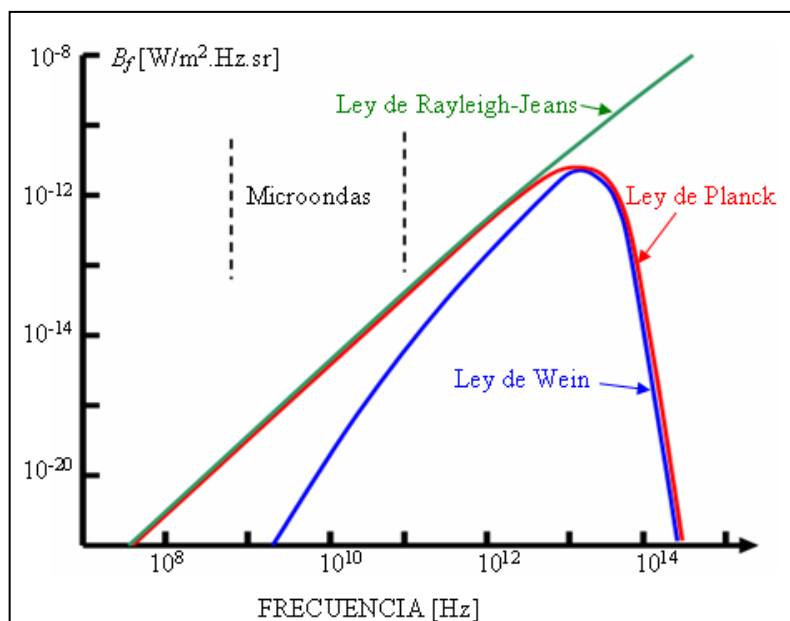


Figura 3.14 - Radiación espectral de cuerpo negro [12].

La ley de radiación de Planck reúne todos los requisitos para ser considerada revolucionaria. En primer lugar explica por medio de una sola ley, hipótesis diferentes y en partes inconexas. De ella se derivan matemáticamente tanto la *ley del desplazamiento de Wien*, como la *ley de Stefan-Boltzmann* y como la *ley de Rayleigh-Jeans*, todas anteriores a la ley de radiación de Planck (Figura 3.14)

Con la propuesta de Planck, teóricamente progresiva, se inicia la revolución cuántica, al cambiar el concepto de que la energía no sólo se propaga en ondas (la física clásica con las ecuaciones de Maxwell), sino también en forma discreta. La teoría cuántica dio nacimiento a muchas líneas de investigación y hoy se considera como la base fundamental de la física moderna y de la tecnología de semiconductores.

Las curvas de Planck de radiación de un cuerpo negro a diferentes temperaturas, exhiben la propiedad interesante de que *cuando la temperatura se incrementa el nivel de brillo espectral se incrementa* (Figura 3.15).

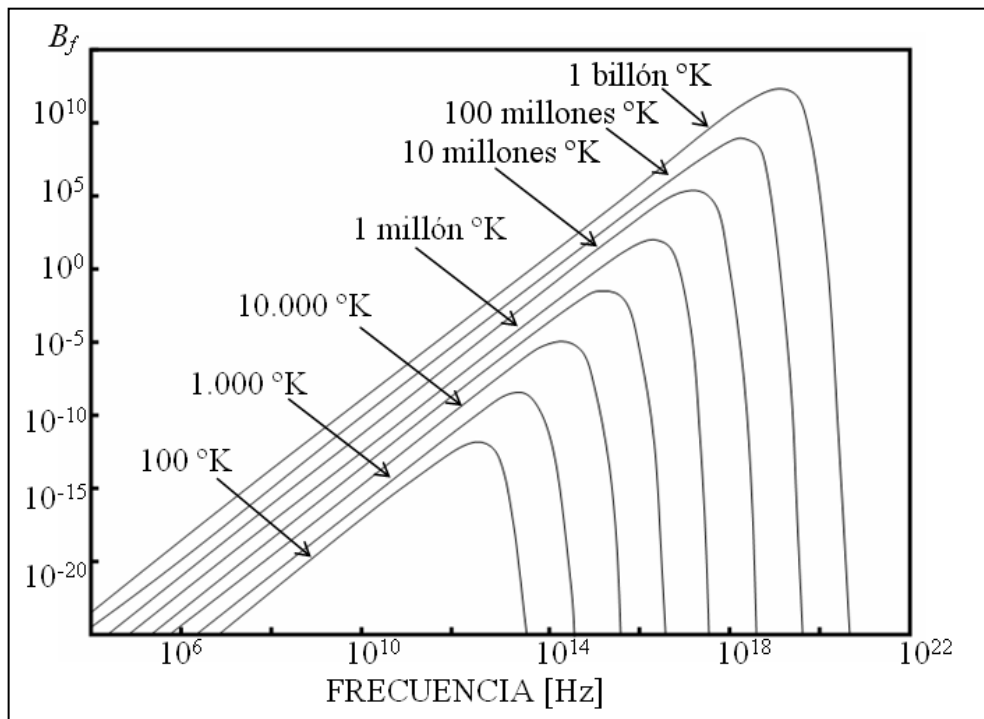


Figura 3.15 – Radiación espectral del cuerpo negro para distintas temperaturas [11].

Las aproximaciones a la ley de Planck son: para longitudes de onda corta (altas frecuencias) la ley de radiación de Wien, mientras que para bajas frecuencias (contemplando las ondas de radio) la ley de Rayleigh-Jeans. Como en esta última banda de frecuencias se cumple que $\frac{hf}{KT} \ll 1$, se puede realizar la siguiente aproximación:

$$e^x - 1 = \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots\right) - 1 \cong x \quad \text{para} \quad x \ll 1 \quad (3.55)$$

Luego la ecuación de la ley de Planck expresada por la ecuación 3.54 quedará:

$$B_f = \frac{2 \cdot h \cdot f^3}{c^2} \cdot \frac{K \cdot T}{h \cdot f} = \frac{2 \cdot K \cdot T}{\lambda^2} \quad (3.56)$$

Esta ecuación es la aproximación de Rayleigh-Jeans y es muy útil en microondas y es una aproximación de la ley de Planck con un error menor del 1% si se cumple que:

$$\lambda T > 0,77 \text{ mK}$$

o su equivalente:

$$f/T < 3,9 \times 10^8 \text{ Hz K} \quad (3.57)$$

Para una fuente a 300°K la desigualdad quedará: $\lambda > 2,57\text{mm}$ o $f < 110\text{GHz}$, cubriendo la parte más usable del espectro de microondas.

3-9 Temperatura de antena

La radiometría es el campo de la ciencia e ingeniería relacionada con la medida de radiaciones incoherente de energía electromagnética. Por lo tanto, consideremos una situación donde un cuerpo emite una onda electromagnética con un área A_t y es captada por una antena receptora con un área de captura A_r , que se encuentra a una distancia r de la misma. La densidad de potencia $S_t(\theta, \phi)$ radiada por la radiofuente puede considerarse constante en todo el ángulo sólido de la antena receptora Ω_r .

Luego, la potencia interceptada por la antena receptora será:

$$P_r = S_t(\theta, \phi) \cdot A_r \quad (3.58)$$

La densidad de potencia $S_t(\theta, \phi)$, en función de la distribución de brillo generado por la radiofuente (figura 3.16), está expresada como:

$$S_t(\theta, \phi) = \iint_{4\pi} B_i(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.59)$$

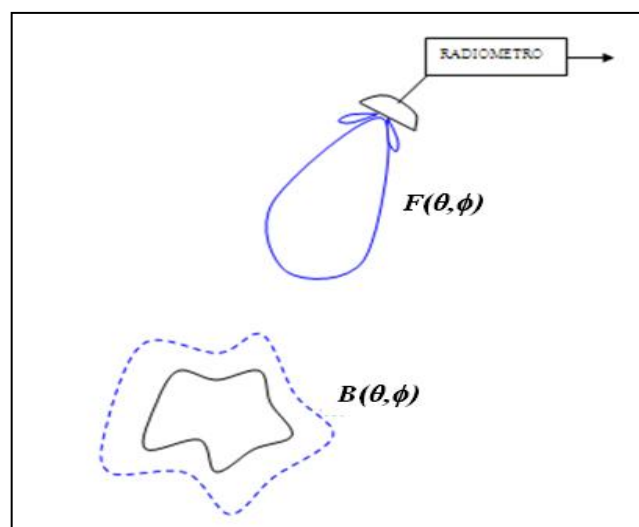


Figura 3.16 – Antena observando una radiofuente.

Por lo tanto la potencia recibida expresada en la ecuación 3.58 queda:

$$P_r = A_r \iint_{4\pi} B_t(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.60)$$

Si la antena detecta una señal polarizada, entonces la potencia en bornes de la antena va a ser un medio de la potencia incidente.

$$P_r = \frac{1}{2} A_r \iint_{4\pi} B_t(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.61)$$

Utilizaremos la ecuación 3.56, para deducir la potencia de la antena puesta dentro de una cámara (cuerpo negro) como la mostrada en la figura 3.17. Si consideramos:

$$B_t(\theta, \phi) = B_f = \frac{2 \cdot K \cdot T}{\lambda^2} \quad (3.62)$$

En base a esto, reemplazamos la aproximación de Rayleigh-Jeans dada por la ecuación 3.62, en la ecuación 3.61, quedando:

$$P_r = A_r \iint_{4\pi} \frac{K \cdot T}{\lambda^2} \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.63)$$

luego,

$$P_r = A_r \left(\frac{K \cdot T}{\lambda^2} \right) \iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.64)$$

Sabiendo que (3.14):

$$\Omega_p = \iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega, \quad \text{y} \quad \Omega_p = \frac{\lambda^2}{A_r} \quad (3.65)$$

tenemos:

$$P_r = A_r \left(\frac{K \cdot T}{\lambda^2} \right) \cdot \Omega_p = K \cdot T \quad (3.66)$$

expresión que representa la potencia captada por la antena, generada por la radiofuente a una temperatura de T grados Kelvin:

$$P_r = K \cdot T \quad (3.67)$$

donde P_r es la potencia por unidad de ancho de banda y resulta análoga a la expresión de Nyquist para un resistor a una temperatura de T grados Kelvin. Luego si ΔB es el ancho de banda, tendremos,

$$P_r = K \cdot T_a \cdot \Delta B \quad (3.68)$$

siendo ahora P_r la potencia en bornes de la antena y $T=T_a$ es la temperatura de la antena generada por la radiación del cuerpo negro [12].

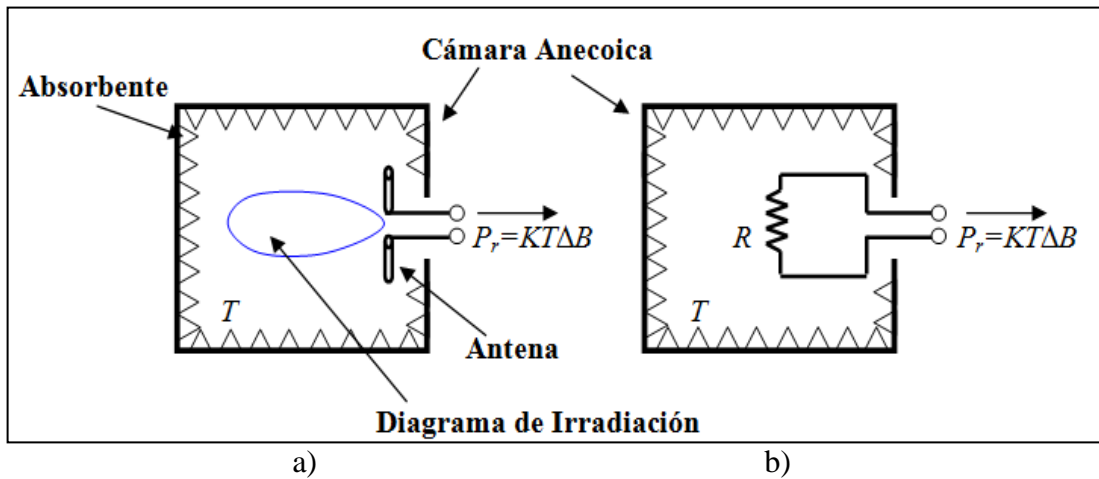


Figura 3.17 – a) Antena colocada en una cámara que simula un cuerpo negro a una temperatura T y b) circuito equivalente.

3-10 Temperatura aparente de brillo

Un cuerpo negro es un elemento ideal que en equilibrio termodinámico a una temperatura T , irradia por lo menos tanta energía como cualquier otro cuerpo a igual temperatura. Los materiales reales generalmente se refieren como *cuerpos grises*, ya que emiten menos que un cuerpo negro y no necesariamente absorben toda la energía que les incide. Luego en la región de microondas el brillo de un cuerpo negro (B_{cn}) en un determinado ancho de banda será:

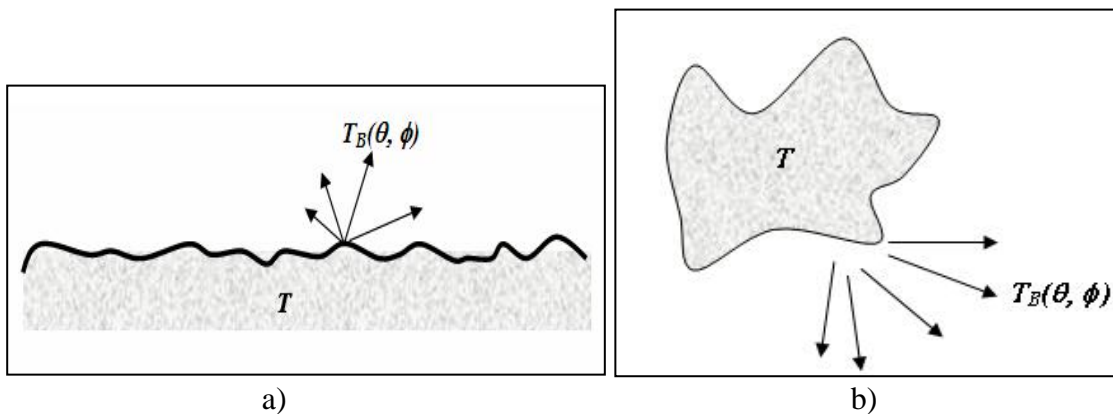


Figura 3.18 – Fuentes generadoras de temperatura de brillo, a) superficie terrestre y b) radiofuente celeste.

$$B_{cn} = B_f \cdot \Delta B = \frac{2 \cdot K \cdot T}{\lambda^2} \cdot \Delta B \quad (3.69)$$

Analicemos una antena utilizada como radiotelescopio o una antena de un satélite observando parámetros geofísicos de la corteza terrestre (Figura 3.19), ya que son casos similares y en donde podemos aplicar los mismos conceptos teóricos; por lo tanto podemos decir que si un brillo $B(\theta, \phi)$ correspondiente a la radiación, en una

determinada dirección es producido por una temperatura $T_B(\theta, \phi)$, llamada *temperatura de brillo* (Figura 3.18) [12], éste se puede expresar como:

$$B(\theta, \phi) = \left(\frac{2 \cdot K \cdot T_B(\theta, \phi)}{\lambda^2} \right) \cdot \Delta B \quad (3.70)$$

Considerando la emisión de una radiofuente o de una zona de la corteza terrestre, como se observa en las figuras 3.19a y 3.19b, podemos ver que la misma está compuesta por varios factores.

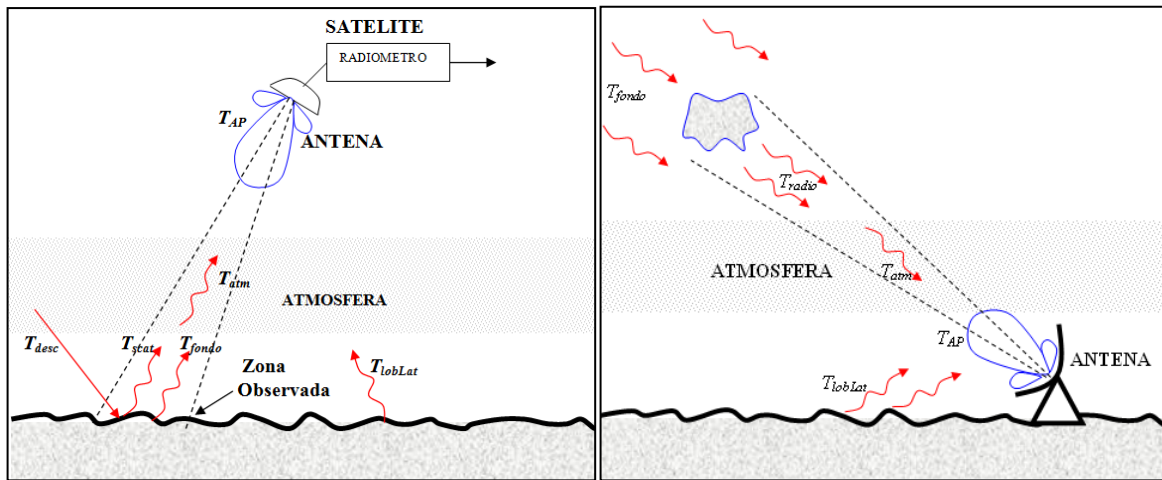


Figura 3.19 – a) Emisión de una zona de la corteza terrestre y b) emisión de una zona de una radiofuente.

Según la figura 3.19 las temperaturas que intervienen son los siguientes:

T_{desc} : temperatura de radiación descendente que puede ser producida por el sol, la atmósfera y otras fuentes; producirán una radiación por dispersión (scattering) sobre la tierra.

T_{scat} : temperatura de radiación por dispersión producidas al incidir rayos descendentes sobre la corteza terrestre.

T_{fondo} : temperatura a la cual se encuentra el fondo de la zona que se observa, en el caso de una observación satelital de la corteza terrestre va a depender principalmente de la temperatura física de la misma (mar o tierra), y en el caso de un radiotelescopio serán los 2,73°K de radiación de fondo del Universo.

T_{atm} : temperatura atmosférica y va a depender de la radiación o absorción que produce la atmósfera a la frecuencia que se está observando.

T_{lobLat} : temperatura que pueden detectar los lóbulos laterales y que puede ser de lo más variada; en el caso de observaciones remotas hasta parte de la estructura del satélite puede radiar y sumar por los lóbulos laterales una temperatura

adicional, en los radiotelescopios se producen niveles de señal por contribución principalmente de la tierra.

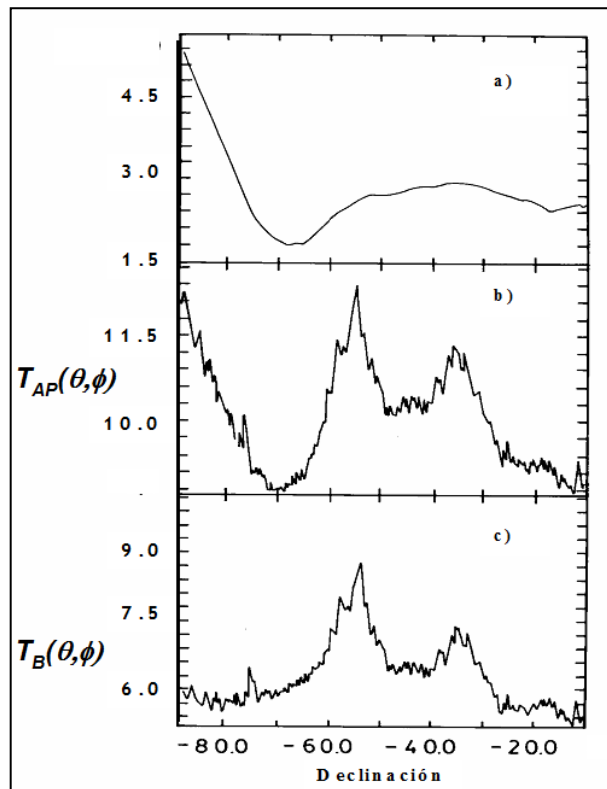
$T_B(\theta, \phi)$: temperatura de la radiofuente, generada por las variaciones térmicas producidas por los fenómenos físicos que se desean observar. Las otras temperaturas contribuirán como ruido o interferencia sobre la información a detectar.

Por lo tanto el brillo en estos casos lo definimos como:

$$B(\theta, \phi) = \left(\frac{2 \cdot K \cdot T_{AP}(\theta, \phi)}{\lambda^2} \right) \cdot \Delta B \quad (3.71)$$

donde $T_{AP}(\theta, \phi)$ es la *temperatura aparente* de la zona observada, siendo la contribución de varios factores como se observa en las figuras 3.19a y 3.19b, conteniendo a la temperatura de brillo ($T_B(\theta, \phi)$) de la radiofuente, la cual se desea determinar.

Figura 3.20 – Observación radioastronómica del continuo, barrido norte sur del hemisferio sur celeste [22].
 a) Observación promedio del fondo en zonas sin la presencia de radiofuentes.
 b) Barrido típico observado o temperatura aparente de brillo.
 c) El mismo barrido pero sin la contribución de fondo o temperatura de brillo de la zona observada.



En la figura 3.20 se ve un barrido de la antena en la dirección norte sur del hemisferio celeste detectado con un radiotelescopio y la forma de rescatar la información de la temperatura aparente de brillo. En la figura 3.20a podemos observar el promedio de observaciones en zonas donde no existe la presencia de radiofuente, con lo cual se puede rescatar la línea de base que representan todas las emisiones (temperatura de fondo, radiación atmosférica, señales entrantes por los lóbulos laterales, etc.) de los factores que se suman a la señal que se quiere detectar. En la figura 3.20b se observa un barrido típico en una zona del cielo donde hay presencia de radiofuentes, dicha

observación corresponde a la temperatura aparente ($T_{AP}(\theta, \phi)$) observada por el radiómetro. La diferencia entre los dos gráficos, mostrados en la figura 3.20c, permiten rescatar la temperatura de brillo ($T_B(\theta, \phi)$) de la zona observada.

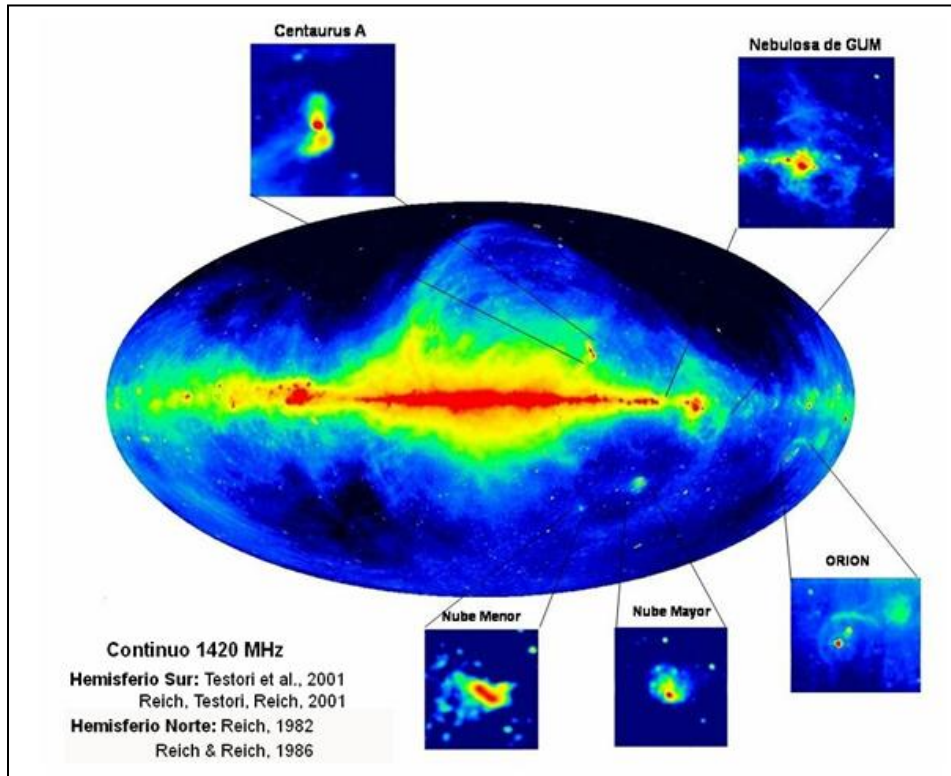
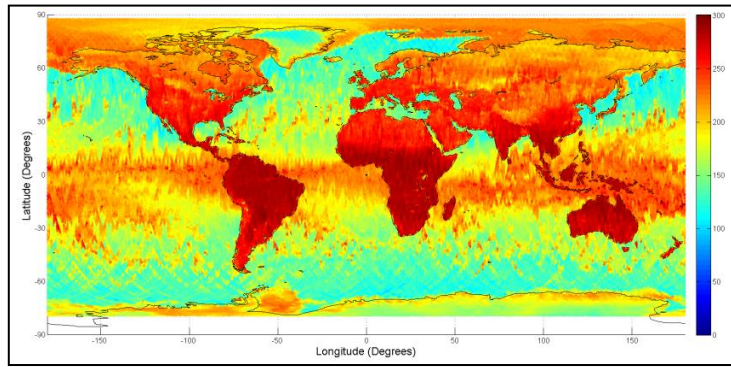


Figura 3.21 –Temperatura de brillo del Universo ([Video](#)), observación en el continuo en 1420 MHz.

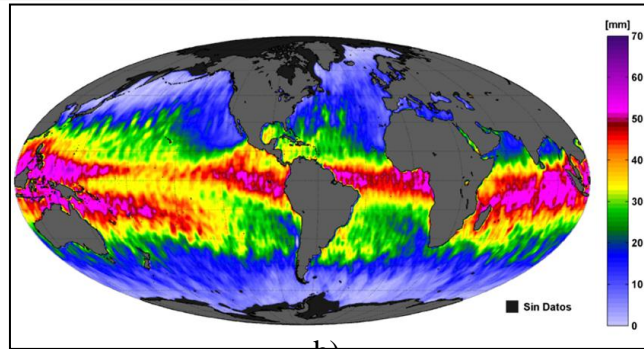
En la Figura 3.21 se observa un mapa total en el continuo en la banda de frecuencia de 1,4 GHz, siendo la figura 3.20 un barrido típico de este mapa. La observación del hemisferio sur se efectuó con un radiómetro polarimétrico instalado sobre una antena reflectora parabólica de 30 metros de diámetro [21-22], el hemisferio norte se realizó con una antena de características similares en el Max Planck Institut de Alemania. Los colores más intensos (rojo) representan mayor nivel de la señal en el continuo.

En la figura 3.22a se puede observar la temperatura aparente de brillo detectada con uno de los radiómetro de microondas montado sobre una antena reflectora parabólica toroidal de eje desplazado (MWR, Microwave Water Radiometer), instrumento del satélite Aquarius/SAC-D. Este satélite permite detectar parámetros geofísicos para el análisis del ciclo global del agua, datos de importancia para poder estudiar los cambios climáticos de la corteza terrestre. La información procesada, correspondiente a la temperatura de brillo referente a la columna de vapor de agua, se puede observar en la figura 3.22b.



a)

Figura 3.22 – a) Imagen de la temperatura aparente de brillo de la tierra en banda Ka (36,5 GHz) y b) datos procesados determinando la columna del vapor de agua de la atmósfera ([Video](#)).



b)

3-11 Temperatura de antena radiométrica

Según lo expresado referente a la potencia en terminales de una antena sumergida en una cámara simulando un cuerpo negro a una temperatura T , podemos expresar que una antena observando un cuerpo a una temperatura determinada generará:

$$P_r = K \cdot T_a \cdot \Delta B \quad (3.72)$$

Por otro lado habíamos definido que la potencia recibida (3.61) en función del brillo de la zona observada dentro del ancho de banda ΔB es:

$$P_r = \frac{1}{2} \cdot A_r \cdot \Delta B \iint_{4\pi} B(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.73)$$

Como expresa la ecuación 3.71, el brillo es función de la temperatura aparente, luego, reemplazando tenemos:

$$P_r = A_r \cdot \Delta B \iint_{4\pi} \frac{K \cdot T_{AP}(\theta, \phi)}{\lambda^2} \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.74)$$

Igualando las ecuaciones 3.72 y 3.74 y despejamos T_a , nos queda:

$$T_a = \frac{A_r}{\lambda^2} \iint_{4\pi} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega \quad (3.75)$$

siendo T_a la *temperatura de antena radiométrica* [12]. Usando las ecuaciones dadas en 3.65, tenemos:

$$T_a = \frac{\iint_{4\pi} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.76)$$

Para una radiofuente puntual de temperatura T_s , comparada con el ángulo sólido de la antena, la temperatura puede calcularse en forma aproximada por:

$$T_a \cong \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right) \cdot T_s \quad (3.77)$$

donde Ω_s es el ángulo sólido de la radiofuente y Ω_p es el ángulo sólido de la antena receptora dependiente del diagrama de radiación (3.14). Esta expresión está suponiendo que las pérdidas atmosféricas son muy pocas y que las contribuciones por otras fuentes son también menores.

En la realidad esto no sucede como hemos mencionado anteriormente y además el diagrama de radiación de la antena $F_n(\theta, \phi)$ no sólo tiene un lóbulo principal, sino tiene también lóbulos laterales (Figura 3.22).

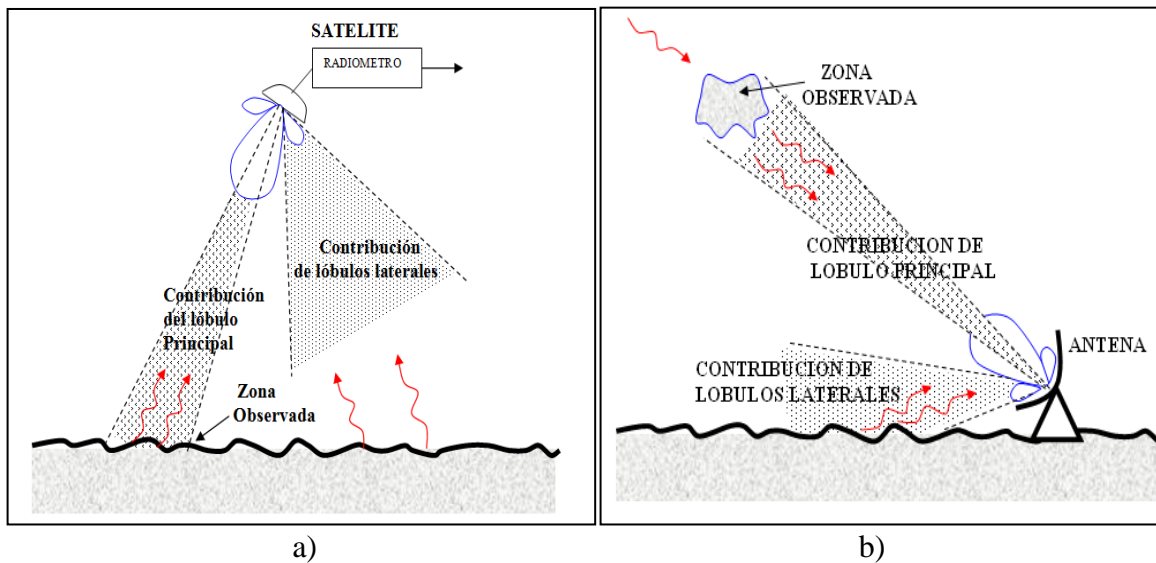


Figura 3.22 - Lóbulo principal y lóbulos laterales de observaciones a) de detección remota y b) radioastronómicas.

La contribución de todos los lóbulos de la antena producirá una expresión de la temperatura que se obtiene de la ecuación 3.76, al dividir el numerador en contribuciones del lóbulo principal y de lóbulos en otras direcciones (lóbulos menores) [12], luego:

$$T_a = \frac{\iint_{Lob.Princ.} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} + \frac{\iint_{4\pi-Lob.Princ.} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.78)$$

Si definimos la temperatura aparente efectiva de la contribución del lóbulo principal (T_M) como:

$$T_M = \frac{\iint_{Lob.Princ.} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{Lob.Princ.} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.79)$$

También podemos definir la temperatura aparente efectiva de la contribución del lóbulo menor (T_m) como:

$$T_m = \frac{\iint_{4\pi-Lob.Princ.} T_{AP}(\theta, \phi) \cdot F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{4\pi-Lob.Princ.} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.80)$$

Luego recordando la ecuación 3.18 de la eficiencia del lóbulo principal dada como:

$$\eta_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_p} = \frac{\iint_{Lob.Princ.} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega}{\iint_{4\pi} F_n(\theta, \phi) \cdot d\Omega} \quad (3.81)$$

y la ecuación 3.23 tenemos que:

$$\eta_m = 1 - \eta_M \quad (3.82)$$

Notando que el producto $T_M \cdot \eta_M$ dado por las ecuaciones 3.79 y 3.81, es idéntico al primer miembro de la ecuación 3.78 y del mismo modo el segundo miembro de esta expresión será $T_m \eta_m = T_m (1 - \eta_M)$. Luego, la ecuación 3.81 se puede escribir como:

$$T_a = T_M \cdot \eta_M + T_m \cdot (1 - \eta_M) \quad (3.83)$$

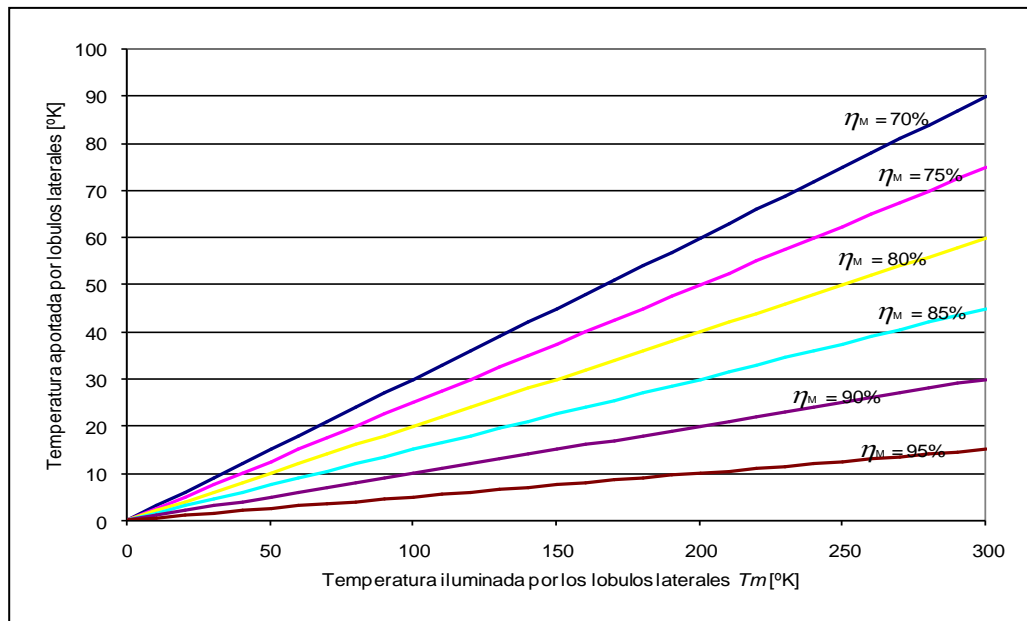


Figura 3.23 - Factor de contribución de temperatura aportada por los lóbulos laterales en función de la temperatura de brillo de la zona iluminada [12].

Luego, si $\eta_M = 100\%$ nos queda que $T_a = T_M$, no teniendo contribución de los lóbulos laterales.

En la figura 3.23 vemos que si los lóbulos laterales están observando zonas con ciertas temperaturas (eje de las abscisas), generarán una temperatura adicional al sistema (eje de las ordenadas), provocando un error adicional en la información ($T_B(\theta, \phi)$) a detectar, que aumenta a medida que baja la eficiencia del lóbulo principal (η_M).

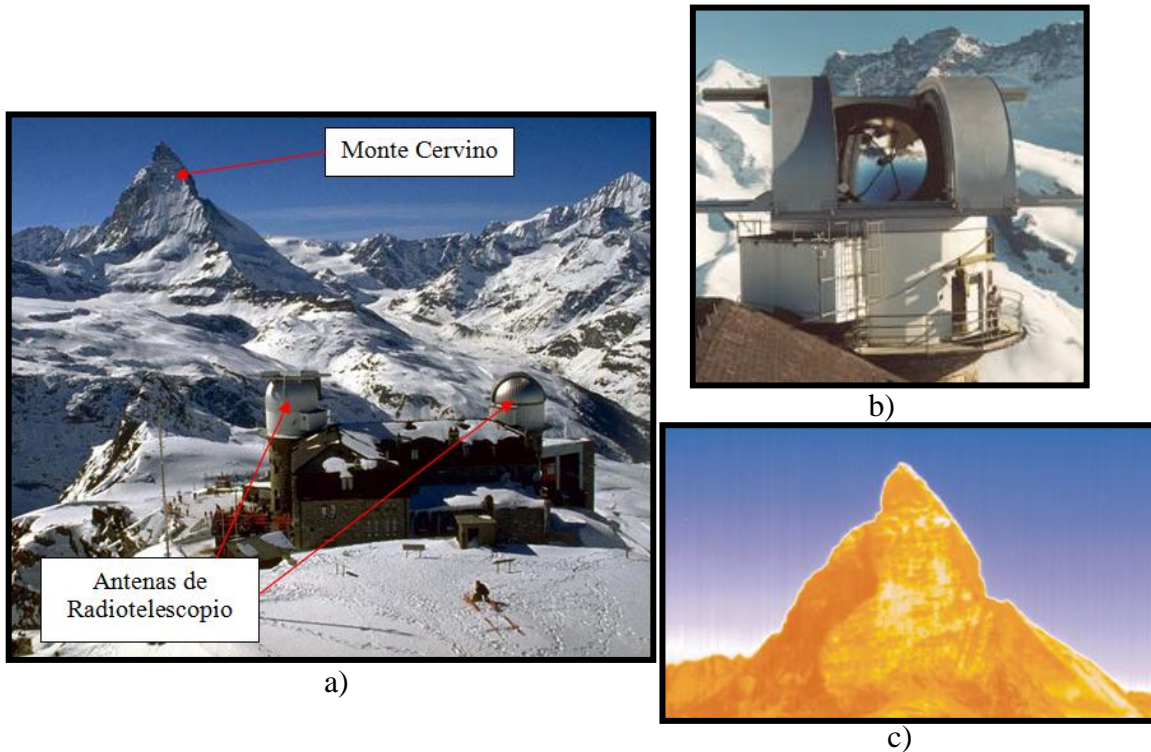


Figura 3.24 - Observatorio de KOSMA (Kölner Observatorium für Sub-Millimeter Astronomie) en Suiza ([video](#)), b) antena reflectora de 3 metros de diámetro del radiotelescopio que operaba en las bandas de ondas milimétricas y submilimétrica y c) temperatura de brillo del Monte Cervino en la longitud de onda de 4 mm (75GHz).

En la figura 3.24 puede verse el Matherhorn o Monte Cervino, una de las montañas más conocida de los Alpes Suizos por su forma piramidal. En la figura 3.24c se muestra la temperatura de brillo en ondas milimétricas de dicho monte observada con el radiotelescopio de KOSMA (Figuras 3.24a y 3.24b).

3-12 Variaciones de ganancia en una antena

Las fluctuaciones de ganancia afectarán la sensibilidad del radiómetro, pudiendo no alcanzarse los requerimientos que se le imponen al sistema. Por lo tanto analizaremos las variaciones de ganancia de antena y se evaluará cómo éstas afectan la sensibilidad del sistema.

Considerando una emisión como se observa en las figuras 3.25a y 3.25b, hemos visto que la temperatura de la antena que llamamos T_a , estará generada por la suma de todas las contribuciones que arriban a la antena y que componen la temperatura aparente de brillo, luego:

$$T_a = T_{fondo} + T_{atm} + T_{scat} + T_{lobLat} \quad (3.84)$$

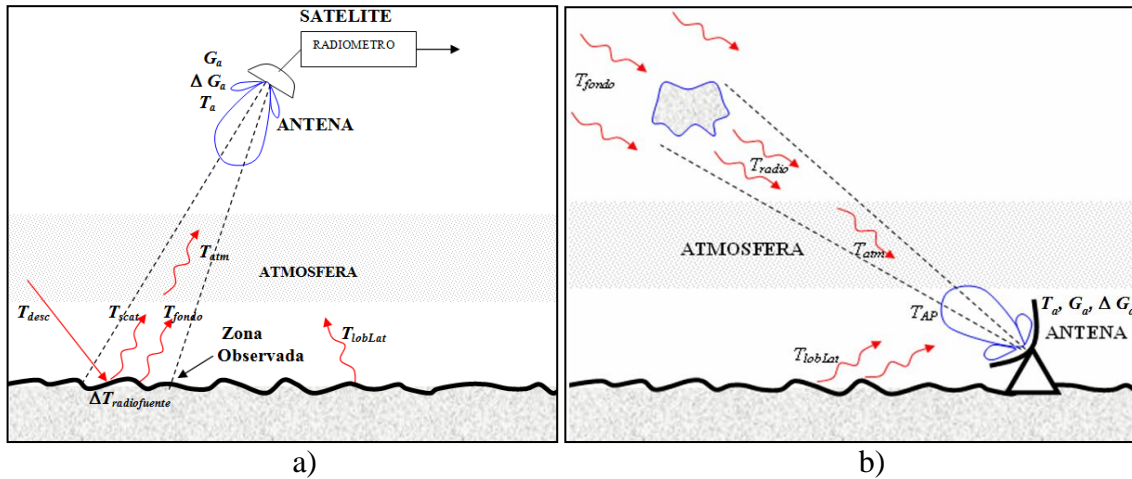


Figura 3.25 – Parámetros de la antena que intervienen en la recepción a) satelital y b) radioastronómica.

Si no hay variación producida por una radiofuente ($\Delta T_{radiofuente}$), el ruido debido a T_a , que detecta el radiómetro, se convierte en un nivel de base que deseamos que no esté influenciado por ninguna variación (por ejemplo variaciones de ganancia de la antena). Si esta variación se produce, se puede confundir como un delta de temperatura de una radiofuente.

Los parámetros de la antena que entran en juego (Figura 3.25) son:

G_a : ganancia de antena

ΔG_a : variación de ganancia producida por cualquier efecto. Generalmente en un reflector van a estar producidas por deformaciones mecánicas, las que pueden originarse por distintos motivos.

Analicemos cómo afectaría una variación de ganancia de antena (ΔG_a) a la sensibilidad del radiómetro. Llamamos P_s a la potencia a la salida del radiómetro, K la constante de Boltzmann y ΔB el ancho de banda. Luego la potencia de salida del radiómetro, según lo visto en la ecuación 3.72, puede expresarse como:

$$P_s = K \cdot T_a \cdot G_a \cdot \Delta B \quad (3.85)$$

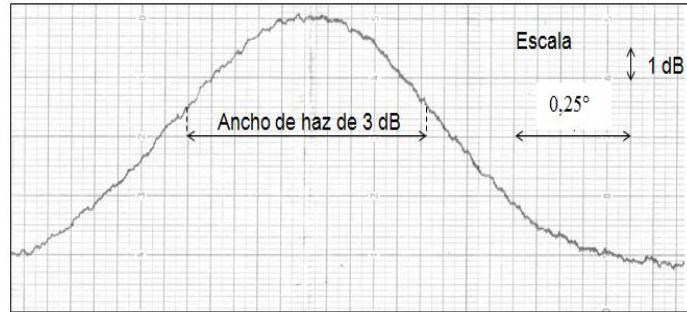
Cuando la zona observada produce una variación térmica ($\Delta T_{radiofuente}$), que generalmente es el efecto que se quiere detectar, tendremos:

$$P_s + \Delta P_{radiofuente} = K \cdot (T_a + \Delta T_{radiofuente}) \cdot G_a \cdot \Delta B \quad (3.86)$$

Por consiguiente se observará a la salida del radiómetro un cambio de amplitud de la señal detectada, similar a lo que se registra en la figura 3.26, pudiendo calcularse con la diferencia entre las ecuaciones 3.85 y 3.86.

$$\Delta P_{\text{radiofuente}} = (P_s + \Delta P_{\text{radiofuente}}) - P_s = K \cdot (T_a + \Delta T_{\text{radiofuente}}) \cdot G_a \cdot \Delta B - K \cdot T_a \cdot G_a \cdot \Delta B = K \cdot \Delta T_a \cdot G_a \cdot \Delta B \quad (3.87)$$

Figura 3.26 – Barrido de una antena sobre un radiofuente celeste en el continuo, detectada con una antena de 30 metros de diámetro y un radiómetro en la frecuencia 1420 MHz.



Una variación de ganancia de la antena (ΔG_a), por cualquier otro efecto que no sea una radiofuente, producirá errores en la detección de la señal. En ese caso tendremos que:

$$P_s + \Delta P_g = K \cdot T_a \cdot G_a \cdot \Delta G_a \cdot \Delta B \quad (3.88)$$

Donde ΔP_g es la variación de potencia producida por la variación de ganancia de antena (ΔG_a). Luego la diferencia entre potencias (3.85 y 3.88) nos dará la variación de salida del radiómetro,

$$\Delta P_g = (P_s + \Delta P_g) - P_s = K \cdot T_a \cdot G_a \cdot \Delta G_a \cdot \Delta B - K \cdot T_a \cdot G_a \cdot \Delta B = K \cdot T_a \cdot G_a \cdot (\Delta G_a - 1) \cdot \Delta B \quad (3.89)$$

Pero también el ΔP_g puede ser representado como una variación de potencia generada por un ΔT_g (valor que cuantifica las inestabilidades de ganancia a la entrada de la antena en grados Kelvin) por la ganancia de la antena (G_a), pudiendo expresarse como:

$$\Delta P_g = K \cdot \Delta T_g \cdot G_a \cdot \Delta B, \quad (3.90)$$

Si igualamos las ecuaciones 3.89 y 3.90 y despejamos ΔT_g , tenemos:

$$\Delta T_g = T_a \cdot (\Delta G_a - 1) \quad (3.91)$$

La ecuación 3.91 nos muestra las variaciones de ganancia de la antena ΔG_a representada como una variación en grados Kelvin a la entrada de la antena (ΔT_g). Para una temperatura de antena mirando a la tierra $T_a=300^\circ\text{K}$, tenemos en la figura 3.27 una representación gráfica de las variaciones térmicas en función de las variaciones de ganancia.

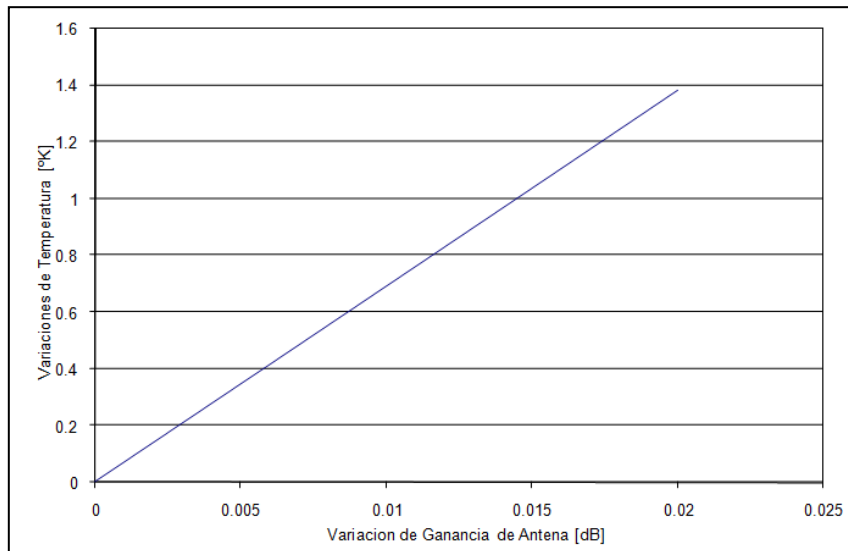


Figura 3.27 – Variaciones de temperatura (ΔT_g) en función de las variaciones de ganancia (ΔG_a) de antena para un sistema satelital de observación terrestre ($T_a=300^\circ\text{K}$).

Vemos en la Figura 3.27 que variaciones de 0,015 dB producen en el radiómetro variaciones de temperatura del orden de 1°K , o sea que señales de radiofuentes por debajo de este valor pueden ser enmascaradas por este efecto, y por consiguiente desmejorarán la sensibilidad del radiómetro.

3-13 Polarización

Hemos visto que en una onda plana, los vectores de campo eléctrico E y campo magnético H en el campo lejano son perpendiculares entre sí y se producen en un plano normal al vector r . La ecuación 3.6 del campo eléctrico está dada por:

$$E(t) = \hat{\theta} \cdot E_\theta + \hat{\phi} \cdot E_\phi \quad (3.92)$$

Si representamos el campo en ejes coordenadas cartesianas, y considerando una onda monocromática plana con campo eléctrico en la dirección \hat{y} , que avanza en la dirección \hat{z} (Figura 3.28a), la onda se la puede expresar por:

$$E_y = |E_y| \cdot \cos(\omega t - \beta z) \quad (3.93)$$

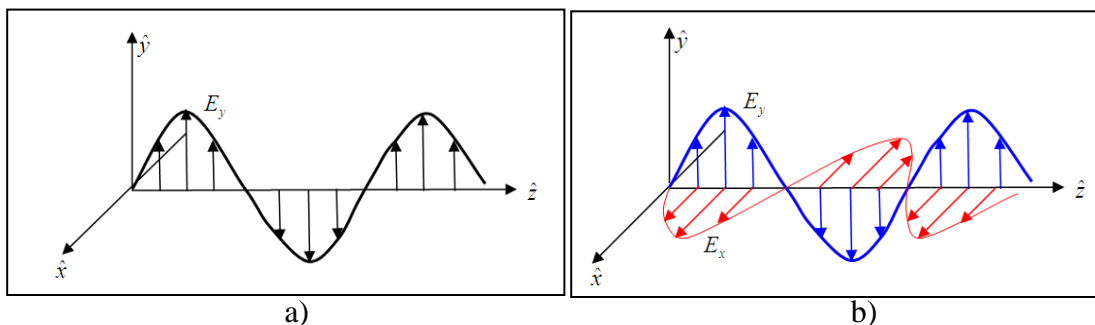


Figura 3.28 – Onda plana polarizada linealmente, a) con campo eléctrico en la dirección \hat{y} , b) campo eléctrico en las direcciones \hat{x} y \hat{y} .

Sin embargo, en otros casos de polarización, el campo eléctrico puede ser el resultante de dos componentes ortogonales como se observa en la figura 3.28b [11] y queda expresada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = |E_x| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \delta_x) \end{array} \right. \quad (3.94)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_y = |E_y| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \delta_y) \end{array} \right. \quad (3.95)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z = 0 \end{array} \right. \quad (3.96)$$

Donde δ_x y δ_y son los desfases de las ondas.

Luego el campo total resultante es la suma de las dos componentes linealmente polarizadas:

$$E(t) = \hat{x} \cdot E_x + \hat{y} \cdot E_y \quad (3.97)$$

O sea

$$E(t) = \hat{x} \cdot |E_x| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \delta_x) + \hat{y} \cdot |E_y| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \delta_y) \quad (3.98)$$

De esta ecuación podemos deducir que si las componentes están en fase, la onda sigue siendo plana y el campo eléctrico tendrá una dirección que no coincidirá con ningún eje y será la resultante de las magnitudes relativas del campo eléctrico en ambos ejes ($|E_x|$ y $|E_y|$).

Si consideramos:

$$\tau = \omega t - \beta z \quad (3.99)$$

Rescribimos las ecuaciones 3.94 y 3.95 como:

$$\frac{E_x}{|E_x|} = \cos(\tau) \cdot \cos(\delta_x) - \text{sen}(\tau) \cdot \text{sen}(\delta_x) \quad (3.100)$$

$$\frac{E_y}{|E_y|} = \cos(\tau) \cdot \cos(\delta_y) - \text{sen}(\tau) \cdot \text{sen}(\delta_y) \quad (3.101)$$

Operando con estas dos ecuaciones tenemos:

$$\frac{E_x}{|E_x|} \cdot \text{sen}(\delta_y) = [\cos(\tau) \cdot \cos(\delta_x) - \text{sen}(\tau) \cdot \text{sen}(\delta_x)] \cdot \text{sen}(\delta_y) \quad (3.102)$$

$$\frac{E_y}{|E_y|} \cdot \text{sen}(\delta_x) = [\cos(\tau) \cdot \cos(\delta_y) - \text{sen}(\tau) \cdot \text{sen}(\delta_y)] \cdot \text{sen}(\delta_x) \quad (3.103)$$

Haciendo la diferencia entre las ecuaciones 3.102 y 3.103 nos queda:

$$\frac{E_x}{|E_x|} \cdot \text{sen}(\delta_y) - \frac{E_y}{|E_y|} \cdot \text{sen}(\delta_x) = \cos(\tau) \cdot \cos(\delta_y - \delta_x) \quad (3.104)$$

Si hacemos la misma operación con los términos $\cos(\delta_x)$ y $\cos(\delta_y)$,

$$\frac{E_x}{|E_x|} \cdot \cos(\delta_y) - \frac{E_y}{|E_y|} \cdot \cos(\delta_x) = \text{sen}(\tau) \cdot \text{sen}(\delta_y - \delta_x) \quad (3.105)$$

Si elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación 3.104 y 3.105, y las sumamos, tenemos:

$$\left(\frac{E_x}{|E_x|}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{|E_y|}\right)^2 - 2 \cdot \frac{E_x}{|E_x|} \cdot \frac{E_y}{|E_y|} \cos(\delta) = \text{sen}^2(\delta) \quad (3.106)$$

siendo $\delta = \delta_y - \delta_x$.

Dividiendo por $\text{sen}^2(\delta)$ queda,

$$\left(\frac{E_x}{|E_x| \cdot \text{sen}(\delta)}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{|E_y| \cdot \text{sen}(\delta)}\right)^2 - 2 \cdot \frac{E_x}{|E_x|} \cdot \frac{E_y}{|E_y|} \frac{\cos(\delta)}{\text{sen}^2(\delta)} = 1 \quad (3.107)$$

Esta expresión es la ecuación de una elipse [11] cuyos ejes no coinciden con los ejes $\hat{x}\hat{y}$ (Figura 3.29).

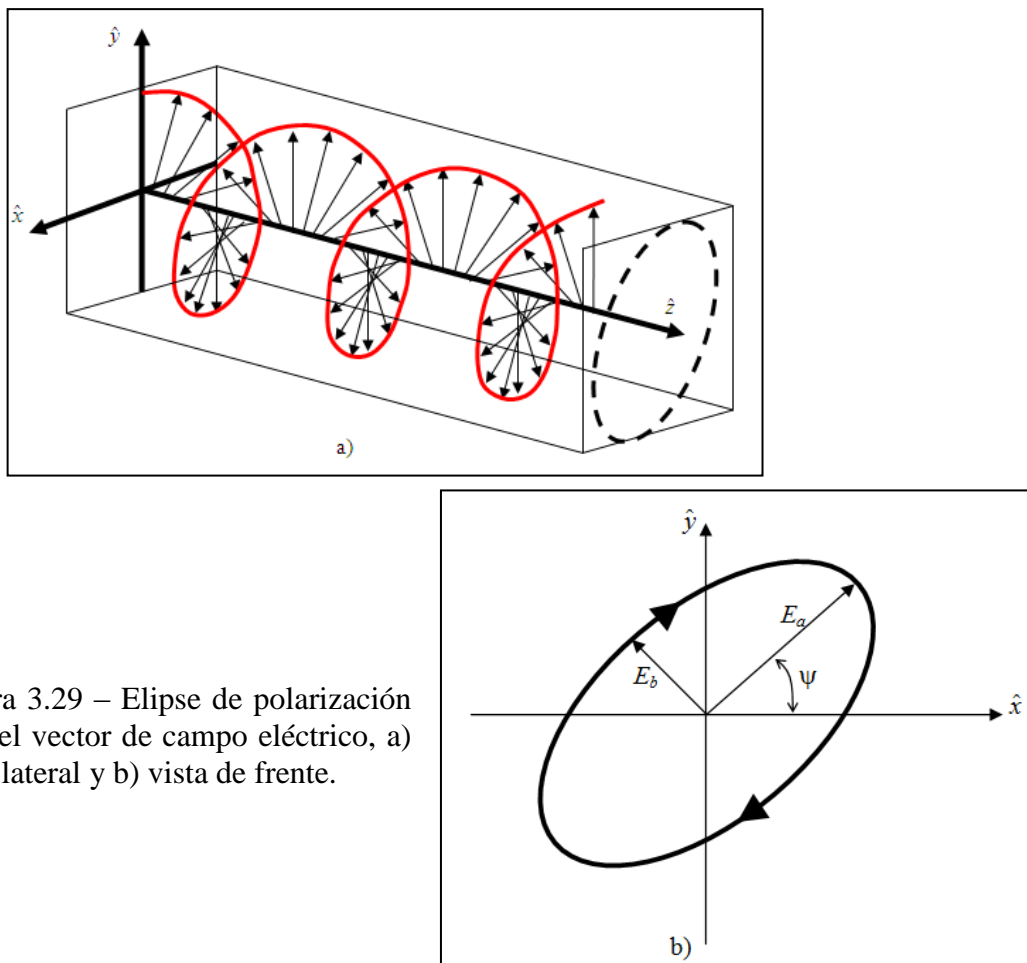
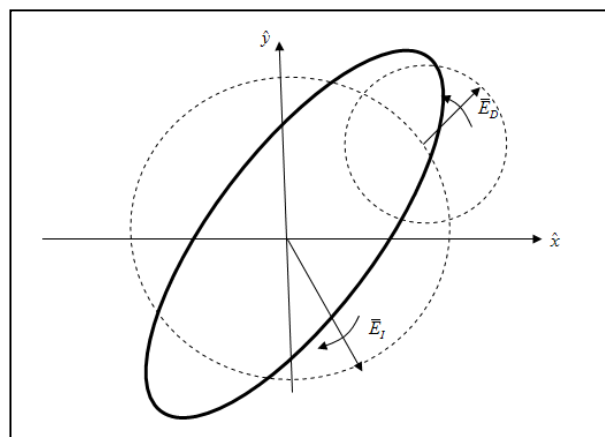


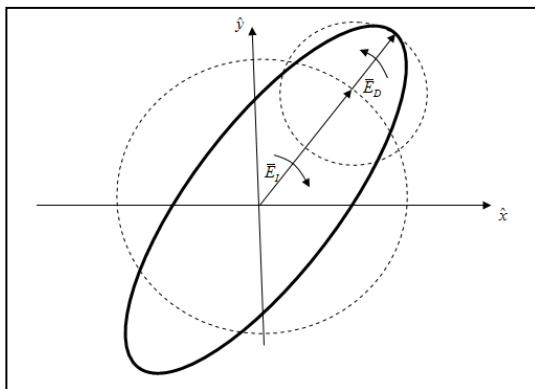
Figura 3.29 – Elipse de polarización para el vector de campo eléctrico, a) vista lateral y b) vista de frente.

Si la fase δ es igual a cero, estamos en presencia de una onda plana. Mientras si las amplitudes son iguales ($|E_x|=|E_y|$) y la diferencia de fase δ es $\pi/2$, se obtiene una polarización circular. Una polarización circular será a derecha o a izquierda dependiendo de que la diferencia de fase δ sea positiva o negativa.

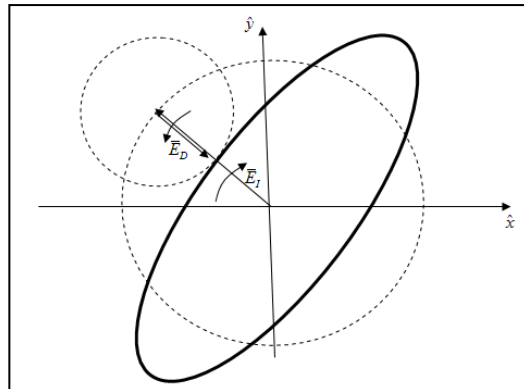
Como se observa en la figura 3.30, una onda polarizada en forma elíptica puede descomponerse en sus componentes de polarización lineal o en sus componentes de polarización circular a derecha (\bar{E}_D) y a izquierda (\bar{E}_I). El sentido de giro de la elipse, como vimos está dado por el signo de la diferencia de fase δ , pero desde otro punto de vista estará dado por el sentido de giro de la componente circular de mayor amplitud, puesto que esto imprimirá su sentido de campo total.



a)



b)



c)

Figura 3.30 – a) Descomposición de una onda polarizada elípticamente en componentes de polarización circular, b) máximo vectorial de la elipse y c) mínimo vectorial de la elipse.

El campo eléctrico en función de las componentes de polarización circular será:

$$E(t) = E_D(t) + E_I(t) \tag{3.108}$$

De la figura 3.30 se puede determinar el eje mayor de la elipse como la suma de las amplitudes de las componentes de polarización circular:

$$EJE_{MAYOR} = 2 \cdot (|E_I| + |E_D|) \quad (3.109)$$

Análogamente la longitud del eje menor resulta:

$$EJE_{MENOR} = 2 \cdot (|E_I| - |E_D|) \quad (3.110)$$

Los parámetros que permiten cuantificar la separación entre polarizaciones son la *relación axial* (r_a) y el *rechazo de polarización* (RPC), definidos como:

$$r_a = \left(\frac{|E_I| + |E_D|}{|E_I| - |E_D|} \right) \quad (3.111)$$

o

$$r_{a_dB} = 20 \cdot \log |r_a| \quad (3.112)$$

y

$$RPC = \left(\frac{|E_{Copolar}|}{|E_{Contrapolar}|} \right) \quad (3.113)$$

o

$$RPC_{dB} = 20 \cdot \log \left(\frac{|E_{Copolar}|}{|E_{Contrapolar}|} \right) \quad (3.114)$$

Siendo RPC la relación entre la componente copolar (circular a detectar) y la contrapolar (circular no deseada). La componente contrapolar (cross-polar) corresponde a la polarización ortogonal de la polarización que se desea detectar. Si el campo que se desea detectar en una antena es de polarización horizontal, la componente contrapolar tendrá polarización vertical. Si la antena está polarizada en circular derecha, luego la contrapolar será en polarización circular izquierda.

La relación axial variará desde uno (polarización circular), hasta infinito (polarización lineal) o de cero a infinito si es en dB. Mientras que el RPC variará desde cero (mínimo rechazo de polarización) a menos infinito (máximo rechazo de polarización).

Estos parámetros permiten cuantificar las características de la antena en cuanto a su capacidad de separar las polarizaciones.

Aunque estos parámetros (r_a o RPC) son de importancia para el diseño de un radiómetro polarimétrico, la función del mismo será analizar la señal detectada, más el estado de polarización que trae, de tal forma de poder detectar fenómenos geofísicos acarreados por estas características, temas que trataremos a continuación.

3-14 Esfera de Poincaré

Henri Poincaré fue un prestigioso matemático, científico teórico y filósofo de la ciencia, descrito a menudo como el último “*universalista*” (después de Gauss) capaz de entender y contribuir en todos los ámbitos de la disciplina matemática.

Poincaré, en 1892, introduce otra representación que permite una fácil visualización de todos los estados de polarización (Figura 3.31).

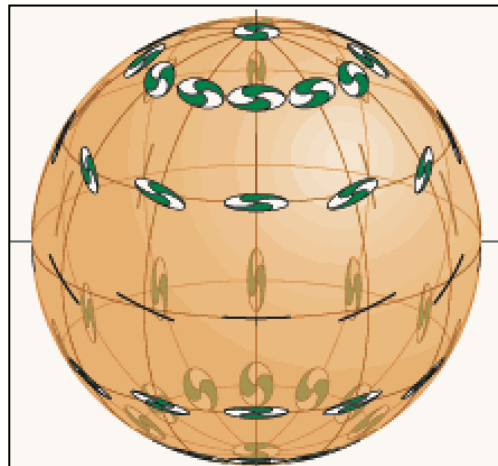


Figura 3.31 – Estados de polarización representado en la esfera de Poincaré ([Video](#)).

Si consideramos el ángulo 2ψ y 2χ como la longitud y latitud de la esfera con radio S_0 , habrá una relación uno a uno entre los estados de polarización y los puntos de la esfera

[1] [11].

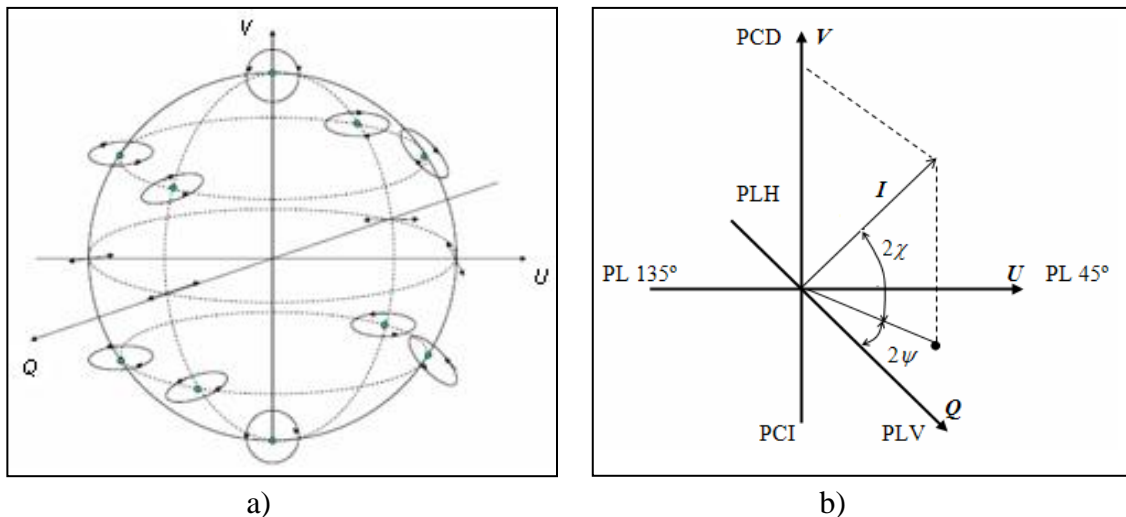


Figura 3.32 – a) Esfera de Poincaré y b) ejes de la esfera de Poincaré.

En la figura 3.32, vemos que el ecuador representa los puntos de polarización lineal (PL), mientras que el polo superior en la figura 3.32 corresponde a polarización circular derecha (PCD) y el polo inferior a la circular izquierda (PCI).

Cada punto sobre la esfera (Q, U, V) representa un estado de polarización de una onda con una intensidad I dada por:

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (3.115)$$

Donde las coordenadas cartesianas del punto (Q, U, V) sobre la esfera de azimut 2ψ y latitud 2χ son:

$$Q = I \cos(2\chi) \cos(2\psi) \quad (3.116)$$

$$U = I \cos(2\chi) \operatorname{sen}(2\psi) \quad (3.117)$$

$$V = I \operatorname{sen}(2\chi) \quad (3.118)$$

Algunas de las propiedades de la esfera de Poincaré son:

1. Los polos superior e inferior, puntos de cruce entre el eje V y la esfera (Figura 3.32), representan los estados de polarización circular derecha e izquierda, respectivamente.
2. Cada punto sobre el ecuador de la esfera representa un estado de polarización lineal diferente.
3. Por encima del ecuador todas las polarizaciones son de giro a la derecha, mientras que por debajo del ecuador son de giro a la izquierda.
4. Los contornos de igual orientación (acimut) constituyen una familia de semicírculos dibujados a través de los polos norte y sur (líneas de longitud).
5. Los contornos de igual elipticidad se representan por una familia de círculos coaxiales (latitudes) cuyo eje común es el eje polar.

3-15 Parámetros de Stokes

En 1852 George Gabriel Stokes introduce los parámetros (I, Q, U, V) para caracterizar el estado de polarización de una onda.

Los cuatro parámetros de Stokes, que constituyen el vector de Stokes [1] [11], se definen mediante:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

donde

S_0 : es la intensidad total de la señal.

S_1 : es la preferencia de la onda a la polarización lineal vertical (negativo), horizontal (positivo) o a ninguna de las dos (cero).

S_2 : es la preferencia de la onda a tener una polarización lineal con acimut dirigido a $+\pi/4$ (positivo) o $-\pi/4$ (negativo).

S_3 : nos indica la preferencia de la onda a ser polarizada circularmente con giro a la derecha (positivo) o a la izquierda (negativo).

De la esfera de Poincaré se deducen los parámetros de Stokes:

$$S_0 = I = |E_a|^2 + |E_b|^2 \quad (3.120)$$

$$S_1 = Q = S_0 \cdot \cos(2\chi) \cdot \cos(2\psi) \quad (3.121)$$

$$S_2 = U = S_0 \cdot \cos(2\chi) \cdot \text{sen}(2\psi) \quad (3.122)$$

$$S_3 = V = S_0 \cdot \text{sen}(2\chi) \quad (3.123)$$

donde E_a y E_b son las amplitudes de los ejes mayor y menor de la elipse (Figura 3.28b)

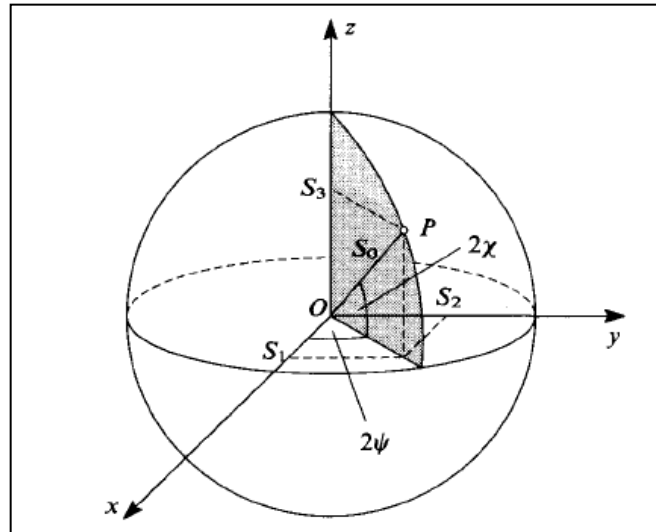


Figura 3.33 – Parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré.

Solo tres parámetros son independientes; observando la esfera de Poincaré podemos deducir también que:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (3.124)$$

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (3.125)$$

Los parámetros de Stokes pueden expresarse por parámetros de la elipse. Esto deriva de las siguientes expresiones:

$$\text{sen}(2\chi) = 2 \cdot \frac{|E_x| \cdot |E_y|}{S_0} \cdot \text{sen}(\delta) \quad (3.126)$$

$$\cos(2\chi) = \frac{1}{S_0} \cdot \sqrt{S_0^2 - (2 \cdot |E_x| \cdot |E_y|) \cdot \text{sen}^2(\delta)} \quad (3.127)$$

$$\cos(2\psi) = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{\sqrt{S_0^2 - (2 \cdot |E_x| \cdot |E_y|) \cdot \text{sen}^2(\delta)}} \quad (3.128)$$

$$\text{sen}(2\psi) = \frac{2 \cdot |E_x| \cdot |E_y| \cdot \cos(\delta)}{\sqrt{S_0^2 - (2 \cdot |E_x| \cdot |E_y|) \cdot \text{sen}^2(\delta)}} \quad (3.129)$$

Luego los cuatro parámetros de Stokes están dados por las siguientes ecuaciones:

$$S_0 = I = |E_x|^2 + |E_y|^2 \quad (3.130)$$

$$S_1 = Q = |E_x|^2 - |E_y|^2 \quad (3.131)$$

$$S_2 = U = 2 \cdot |E_x| \cdot |E_y| \cdot \cos(\delta) \quad (3.132)$$

$$S_3 = V = 2 \cdot |E_x| \cdot |E_y| \cdot \text{sen}(\delta) \quad (3.133)$$

Estos parámetros permitirán determinar y definir la polarización con las señales detectadas por el polarímetro. Para una polarización circular a derecha donde:

$$|E_x| = |E_y| \quad \text{y} \quad \delta = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} S_0 &= I = S_a \\ S_1 &= Q = 0 \\ S_2 &= U = 0 \\ S_3 &= V = S_a \end{aligned} \quad (3.134)$$

donde S_a es la potencia del vector de Poynting detectado por la antena. Para polarización circular a izquierda tendremos:

$$|E_x| = |E_y| \quad \text{y} \quad \delta = -\frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} S_0 &= I = S_a \\ S_1 &= Q = 0 \\ S_2 &= U = 0 \\ S_3 &= V = -S_a \end{aligned} \quad (3.135)$$

Y para polarización lineal:

$$|E_a| = 0 \quad , \quad |E_b| = E \quad \text{y} \quad \chi = 0$$

$$\begin{aligned} S_0 &= I = E = S_a \\ S_1 &= Q = I \cdot \cos(2\psi) \\ S_2 &= U = I \cdot \text{sen}(2\psi) \\ S_3 &= V = 0 \end{aligned} \quad (3.136)$$

En la figura 3.34 vemos el Vector de Stokes normalizado para distintos casos de polarización [1].

Onda No Polarizada	Onda Linealmente Polarizada			
	H	V	45°	-45°
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Onda Polarizada Circularmente Izquierda		Onda Polarizada Circularmente Derecha		
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$		

Figura 3.34 – Vector de Stokes para distintos estados de polarización.

Luego para emisiones parcialmente polarizadas tenemos que:

$$S_o^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (3.137)$$

Si alguno de los parámetros S_1 , S_2 o S_3 (Q , U o V) tiene un valor diferente de cero, eso indica la presencia de una componente de la onda polarizada.

Luego el grado de polarización ρ de una onda se define como la razón de la potencia completamente polarizada a la potencia total, es decir:

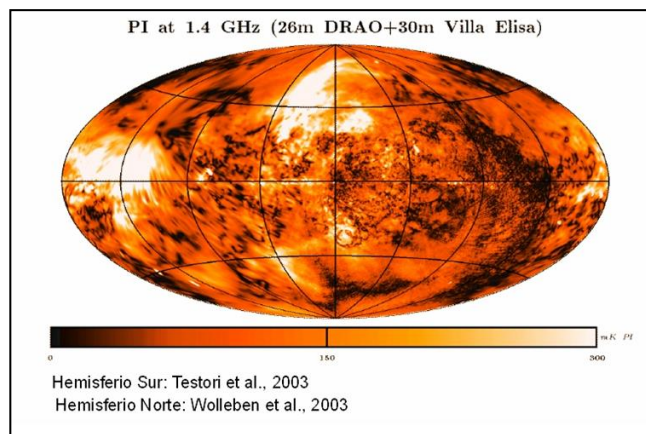
$$\rho = \frac{\text{Potencia_Polarizada}}{\text{Potencia_Total}} \quad \text{donde} \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (3.138)$$

luego

$$\rho = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_o} \quad (3.139)$$

Los fenómenos geofísicos que generalmente se quieren detectar con un radiómetro, están por lo general parcialmente polarizados y en algunos casos en pequeños grados. Con los parámetros de Stokes es fácil determinar el *grado de polarización* (ρ) de la señal detectada.

Figura 3.35 - Relevamiento polarimétrico radioastronómico, trabajo conjunto entre el IAR y el Max Planck Institut de Alemania, realizado en Argentina.



En la figura 3.35 se observa un relevamiento polarimétrico del Universo, observado con reflectores parabólicos de 30 metros de diámetro [21-22]. Vale señalar que las consideraciones y evaluaciones de radiómetros y antenas de uso en radioastronomía son perfectamente trasladables a radiómetros de detección remota con satélites.

4-1 Superficies esféricas y asféricas

La mayoría de las superficies que se emplean en óptica son superficies de revolución engendradas por la rotación de una línea curva alrededor de un eje contenido en su plano. Las superficies esféricas se generan por la rotación de una circunferencia alrededor de un eje de revolución (a, b) que pasa por el centro de curvatura (C), como se observa en la figura 4.1.

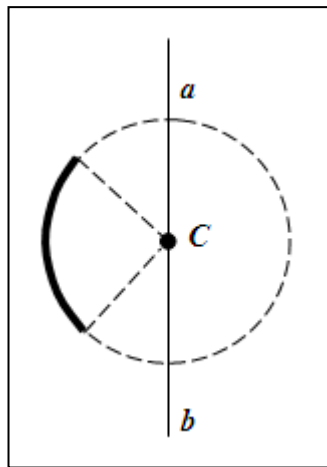


Figura 4.1 – Generación de una superficie esférica.

La intersección con la superficie de cualquier plano es una sección circular; la mayor circunferencia se obtiene cuando se secciona por un plano que contiene al centro de curvatura (C).

Las superficies esféricas son las más sencillas de estudiar ya que presentan equivalencia en todos sus meridianos; por lo que, tanto sus propiedades geométricas como ópticas son constantes en toda las secciones de la superficie. No obstante, ellas introducen importantes aberraciones ópticas, lo que compromete la calidad de la imagen.

Las superficies no esféricas, son llamadas superficies asféricas. Un tipo común de superficies asféricas con simetría rotacional son las conicoides. Estas superficies son muy utilizadas en reflectores de microondas y serán temas de análisis en este libro.

4-2 Superficies conicoides

El estudio de las cónicas tiene su origen en el año 250-220 a.C. en el libro *Las Cónicas* de Apolonio de Perga, en el cual se estudian las figuras que pueden obtenerse al cortar un cono cualquiera por diversos planos. Previamente a este trabajo existían estudios

elementales sobre determinadas intersecciones de planos perpendiculares a las generatrices de un cono, obteniéndose elipses, parábolas o hipérbolas según que el ángulo superior del cono fuese agudo, recto u obtuso, respectivamente. Si bien no disponía de la geometría analítica todavía, Apolonio hace un tratamiento de las mismas que se aproxima mucho a aquélla. Los resultados obtenidos por Apolonio fueron los únicos que existieron hasta que Fermat y Descartes en el siglo XVII, en una de las primeras aplicaciones de la geometría analítica, retomaron el problema llegando a su casi total estudio, haciendo siempre la salvedad de que no manejaban coordenadas negativas, con las restricciones que esto impone.

Las superficies esféricas conicoides o de asfericidad continua se generan por revolución de las curvas más simples, las cónicas.

Estos tipos de curvas se obtienen de la intersección de un cono y un plano (Figura 4.2); como se observa en la figura 4.2a, si el ángulo del plano con el eje del cono es mayor que el de la generatriz obtenemos una parábola; cuando el plano es perpendicular al eje del cono resulta una circunferencia (Figura 4.2b), mientras que si tiene una inclinación menor que el ángulo de la generatriz se obtiene una elipse como vemos en la figura 4.2c; si el plano es paralelo al eje del cono se obtienen las dos ramas de la hipérbola (Figura 4.2d).

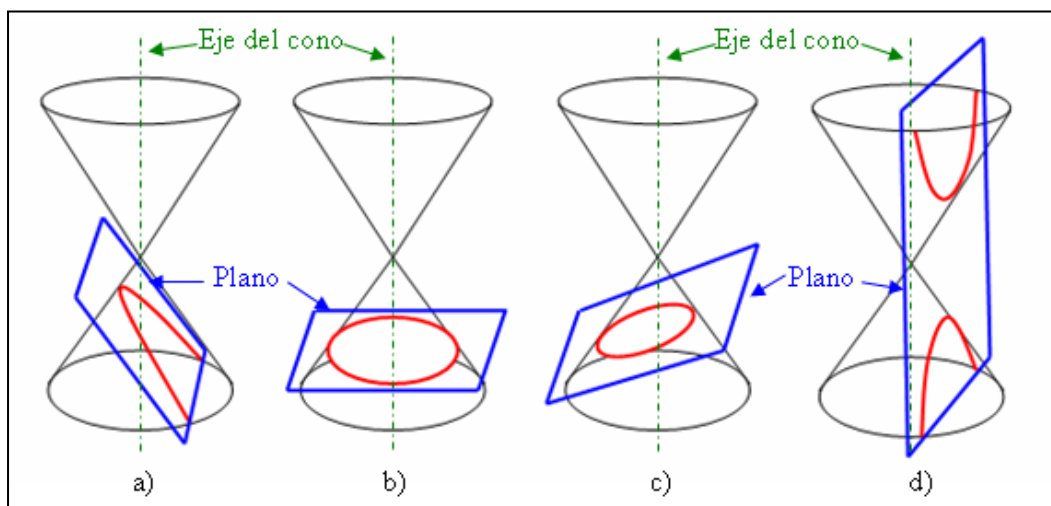


Figura 4.2 – Figuras cónica, a) parábola, b) círculo, c) elipse y d) hipérbola.

Al hacer girar estas secciones cónicas alrededor de un eje, según la cónica de revolución empleada, se generan superficies elipsoides, paraboloides e hiperboloides, considerándose la esfera como un caso particular del elipsoide. Así las superficies esféricas conicoides pueden representarse de un modo simple a través de las cónicas que las generan.

En la bibliografía específica [23-24] se pueden encontrar diversas expresiones matemáticas que representan este tipo de curvas; estas expresiones varían unas a otras en función del origen y del tipo de coordenadas empleado. Nosotros emplearemos la representación matemática válida para todas las cónicas, centrada con el vértice de la superficie en el origen de coordenadas en la que el eje \hat{z} es el eje de revolución y que se expresa del siguiente modo:

$$A \cdot z^2 + B \cdot x^2 + C \cdot y^2 + E \cdot z + F \cdot x + G \cdot y + H = 0 \quad (4.1)$$

Si llamamos:

$$A = (1+Q) \quad \text{y} \quad E = 2 \cdot r \quad (4.2)$$

y adoptamos $B = C = 1$ y $F = G = H = 0$, nos queda:

$$(1+Q) \cdot z^2 + x^2 + y^2 + 2 \cdot r \cdot z = 0 \quad (4.3)$$

Donde r es el radio de curvatura en el origen $(0,0,0)$ y Q es el coeficiente que indica el grado de asfericidad de la superficie. En función de cuál sea el valor de Q se puede deducir el tipo de cónica de revolución que genera la superficie esférica, tal como se muestra en la Figura 4.3.

$Q > 0$	elipsoide con eje mayor en el plano $x y$	
$Q = 0$	esfera	
$0 > Q > -1$	elipsoide, con eje mayor en \hat{z}	(4.4)
$Q = -1$	paraboloide	
$Q < -1$	hiperboloide	

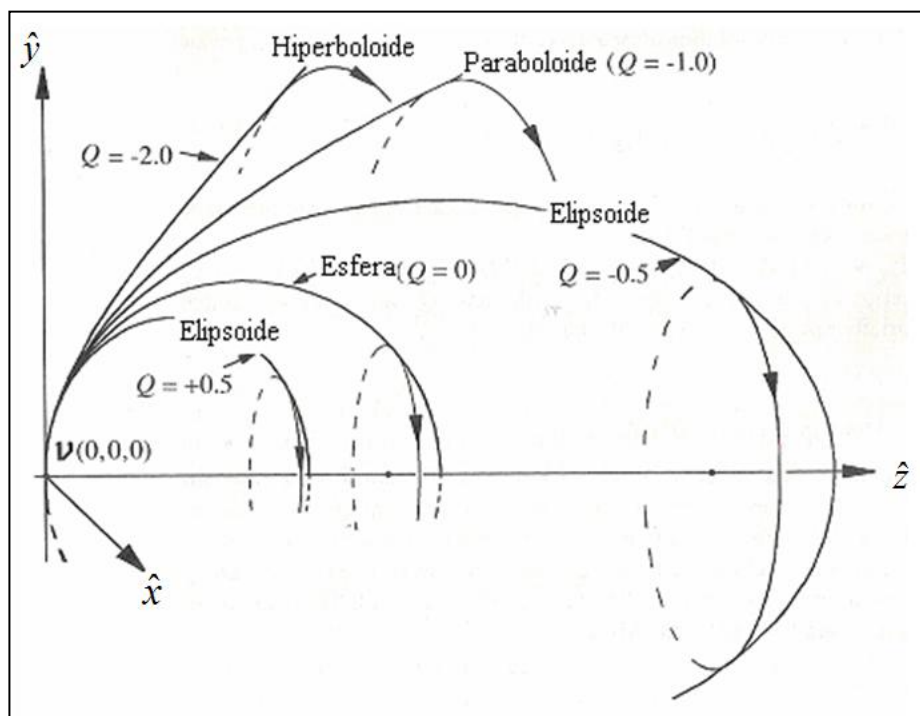


Figura 4.3 - Formación de conicoides de simetría rotacional y efecto del índice del grado de asfericidad de la superficie [23].

Las secciones sobre el plano $\hat{x}\hat{y}$ son círculos y en la figura 4.3 se ve el efecto del grado de asfericidad Q sobre el plano $\hat{y}\hat{z}$.

Las superficies reflectoras utilizadas como antenas, generalmente están construidas con superficies esféricas conicoides tales como paraboloides, hiperboloides y elipsoides. A estas superficies, también se las denomina cuádricas porque pueden definirse con una ecuación de segundo orden (4.1).

Nuestro interés está centrado en el estudio de las geometrías de los reflectores parabólicos, ya que constituyen una de las superficies más usadas, por sus excelentes características como antenas reflectoras en microondas.

4-3 Superficies parabólicas

Definamos una parábola: es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco (F) y de una recta fija llamada directriz (d) (Figura 4.4).

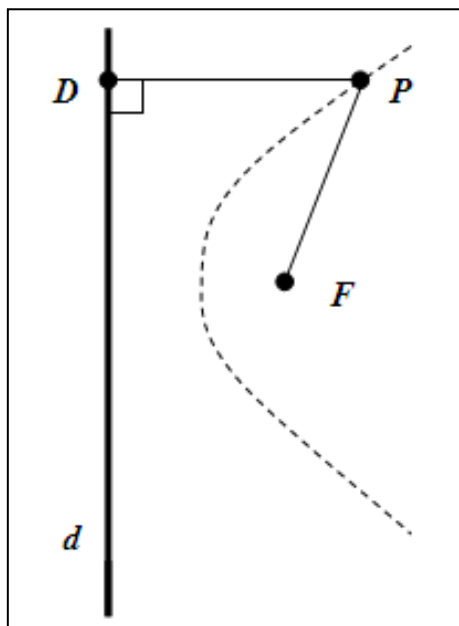


Figura 4.4 – Lugar geométrico de los puntos de una parábola. La recta d es la directriz y el punto F recibe el nombre de foco.

Luego según la definición y para cualquier punto P de la parábola, tenemos la siguiente expresión para los segmentos FP y DP :

$$FP=DP \tag{4.5}$$

Para llegar a la ecuación de la parábola le anexamos dos ejes de coordenada, tomando como eje de las abscisas \hat{z} el eje de la parábola, que es el que pasa por el vértice V y el foco F de la misma (Figura 4.5).

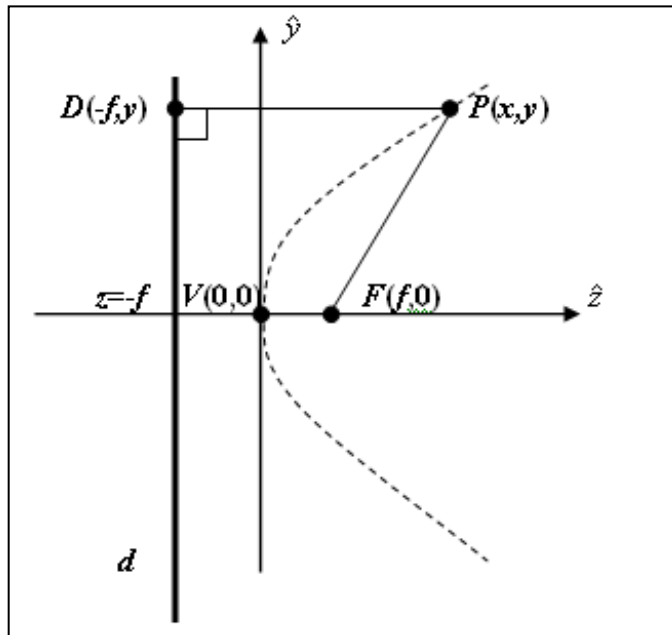


Figura 4.5 – Parábola sobre ejes de coordenadas.

Según los ejes de coordenadas de la Figura 4.5, tenemos que:

$$FP = \sqrt{y^2 + (z - f)^2} \quad (4.6)$$

y

$$DP = z + f \quad (4.7)$$

Reemplazamos en las ecuaciones 4.6 y 4.7 en la igualdad de la ecuación 2.5:

$$\sqrt{y^2 + (z - f)^2} = z + f \quad (4.8)$$

Desarrollando

$$y^2 = (z + f)^2 - (z - f)^2 \quad (4.9)$$

$$y^2 = z^2 + 2 \cdot z \cdot f + f^2 - z^2 + 2 \cdot z \cdot f - f^2 \quad (4.10)$$

$$y^2 = 4 \cdot f \cdot z \quad (4.11)$$

Siendo la expresión 4.11 la ecuación analítica de la parábola referida al eje de simetría como eje de las abscisas y a la tangente en el vértice como eje de ordenadas.

Si la parábola no tiene su vértice en (0,0), sino en un punto con coordenadas (a,b) tendremos:

$$(y - b)^2 = 4 \cdot f \cdot (z - a) \quad (4.12)$$

Luego la ecuación de la parábola nos queda:

$$y^2 + b^2 - 2by - 4fz + 4fa = 0 \quad (4.13)$$

Si expresamos esta ecuación en función de la ecuación general de las cónicas tendremos:

$$C \cdot y^2 + E \cdot z + G \cdot y + H = 0 \quad (4.14)$$

donde:

$$C = 1$$

$$E = -4f$$

$$G = -2b \quad (4.15)$$

$$H = b^2 + 4fa$$

Vemos que para esta posición de la parábola no existe el término z^2 .

4-4 Propiedades y parámetros de una parábola

Utilizamos la propiedad de la igualdad de trayectoria de una parábola para explicar el funcionamiento de la misma como reflector de una onda electromagnética. Supongamos un perfil parabólico con el foco coincidente con el eje que pasa por los bordes definidos por la recta que AB y que a su vez es paralela a la directriz (Figura 4.6). En el caso de una superficie reflectora el plano que contiene al borde se llama plano de apertura.

Aplicando la propiedad de igualdad de trayectoria nos queda:

$$2 \cdot f = R(1 + \cos \theta) \Rightarrow R = \frac{2f}{(1 + \cos \theta)} \quad (4.16)$$

Esta ecuación [15] [17] expresa que una onda irradiada desde una fuente puntual ubicada en el foco, que irradia sobre toda la superficie parabólica, genera una onda en fase sobre el segmento AB o sobre cualquier otro paralelo a este, $A'B'$.

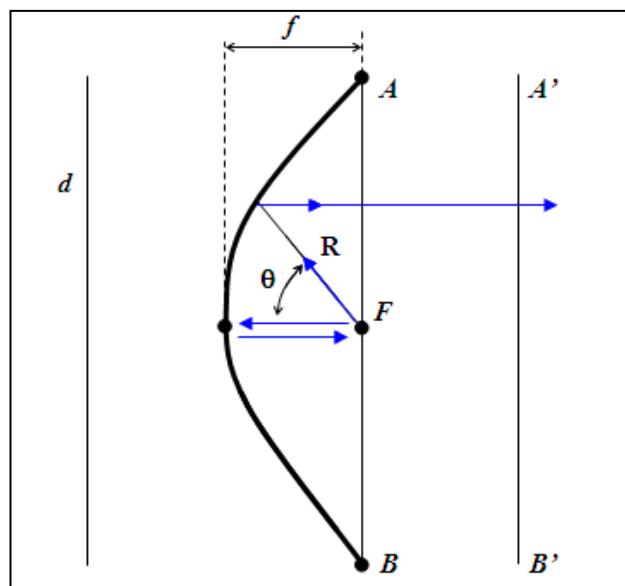


Figura 4.6 – Igualdad de trayectoria sobre un perfil parabólico.

A su vez, los rayos incidentes en una parábola, se concentrarán en el foco F (Figura 4.7) y una fuente instalada en el foco generará rayos paralelos al eje principal de la parábola o eje de simetría (eje que contiene al foco y al vértice de la misma).

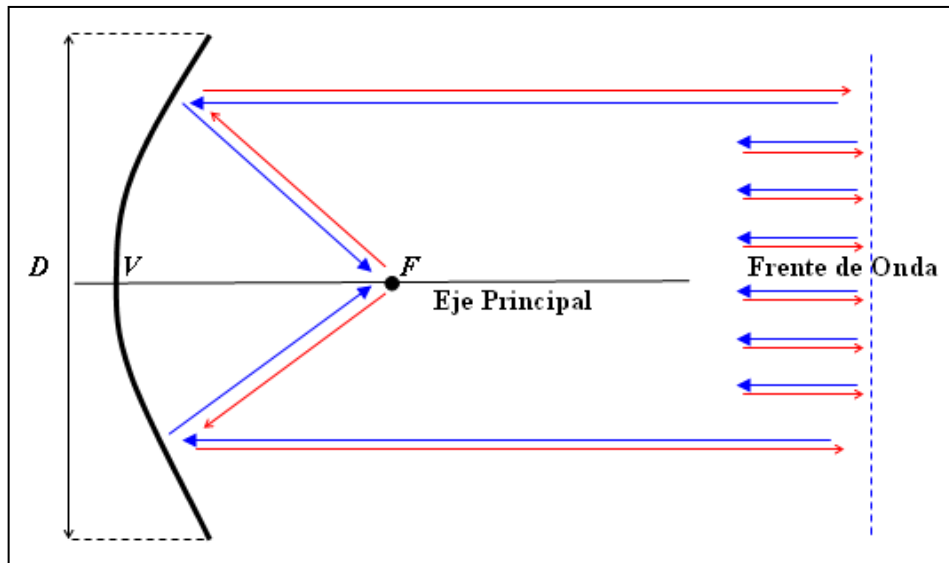


Figura 4.7 – Reflexión de frente de onda sobre perfil parabólico. Rayos incidentes desde el infinito: \leftarrow , y rayos incidentes desde el foco: \rightarrow .

Dentro de los parámetros que son de importancia en el diseño de una parábola, tenemos el ya definido foco (F), el vértice de la parábola (V) y tenemos también la distancia focal f , dada por el segmento focal que une V con F ($f = VF$). Este parámetro es de vital importancia en el diseño del reflector conjuntamente con el diámetro D del mismo (Figura 4.7) o el área de apertura definida en la Capítulo 3 Sección 3.7.

La distancia focal nos permite medir el ángulo que forman los rayos marginales en el foco.

Mientras mayor sea el diámetro o área de apertura mayor será la luminosidad (caso de reflectores ópticos), lo que implicaría un aumento de la ganancia en ondas de radio.

Un parámetro de importancia en reflectores utilizados en diferentes disciplinas es la relación distancia focal a diámetro (f/D). Esta relación marcará las dimensiones y la complejidad del diseño del sistema reflector.

Para $f/D < 0,25$ el foco se ubicará dentro de la parábola, dando un sistema más compacto, pero un perfil parabólico más cerrado y con más dificultad para su construcción (Figura 4.8a). Cuando el foco está contenido en la recta AB , como se muestra en la figura 4.8b, si aplicamos la propiedad de igualdad de trayectorias, tendremos:

$$2 \cdot f = R(1+0) = R = D/2 \Rightarrow f/D = \frac{1}{4}. \quad (4.17)$$

Por lo tanto se deduce que cuando el foco coincide con la recta AB , el mismo estará contenido en el plano o área de apertura del reflector y el valor de f/D será igual a 0,25.

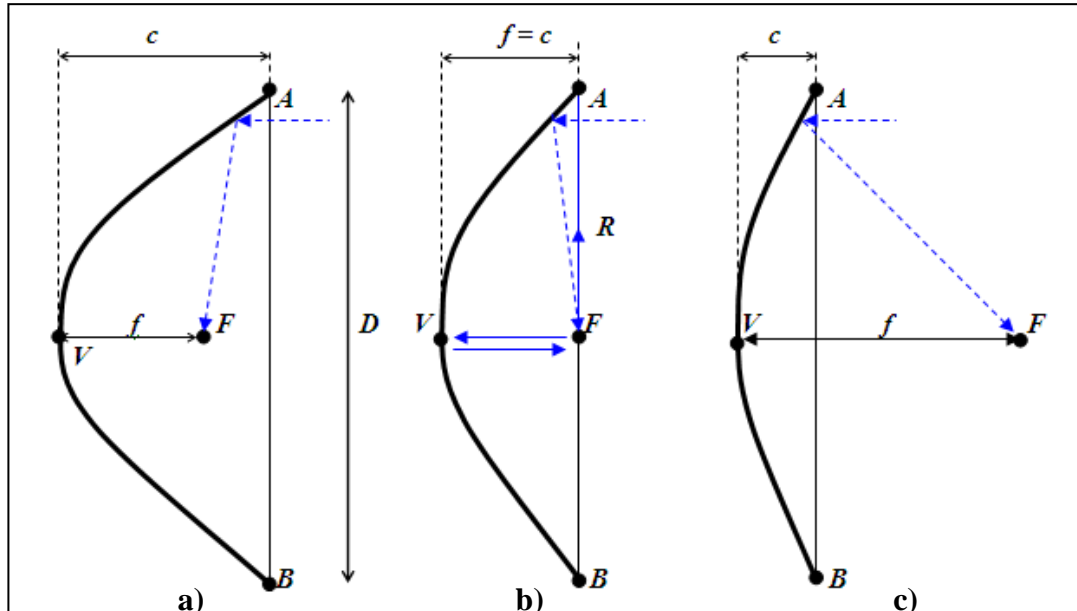


Figura 4.8 – Parábolas con distintas distancia focal a) $f < 0,25$, b) $f = 0,25$ y c) $f > 0,25$.

Para el caso en donde f/D es mayor que 0,25 tenemos una superficie parabólica más suave y más fácil de construir (Figura 4.8c).

Definimos la distancia entre el vértice V y el plano de apertura como la depresión c de la parábola (Figura 4.8), luego según la ecuación 4.11 resulta:

$$y^2 = 4 \cdot f \cdot z, \text{ donde } z = c \text{ e } y = D/2. \quad (4.18)$$

Por lo tanto,

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = 4 \cdot f \cdot c. \quad (4.19)$$

Luego la depresión de la parábola c podrá determinarse como:

$$c = \frac{D^2}{16f} \quad (4.20)$$

4-5 Superficies parabólicas de revolución

Las superficies esféricas originadas partiendo de una parábola, como son el caso de la superficie parabólica y el de las superficies toroidales, resultan de gran utilidad como reflectores y poseen excelentes características cuando se las emplea como antenas en las frecuencias de microondas.

Como vimos en la Sección 4.2, las formaciones de conicoides de simetría rotacional, por ejemplo en el caso de un paraboloides, se generan haciendo girar una parábola alrededor de su eje principal (en nuestro caso el eje \hat{z}); esto engendra una superficie llamada superficie parabólica de revolución o paraboloides.

Cualquier frente de onda plano que se proyecte sobre la superficie parabólica concentrará su energía en el foco. Estas superficies son las únicas que gozan de esta propiedad. Este principio es utilizado en óptica por los telescopios reflectores, y propagado luego a ondas de radio para la implementación de antenas.

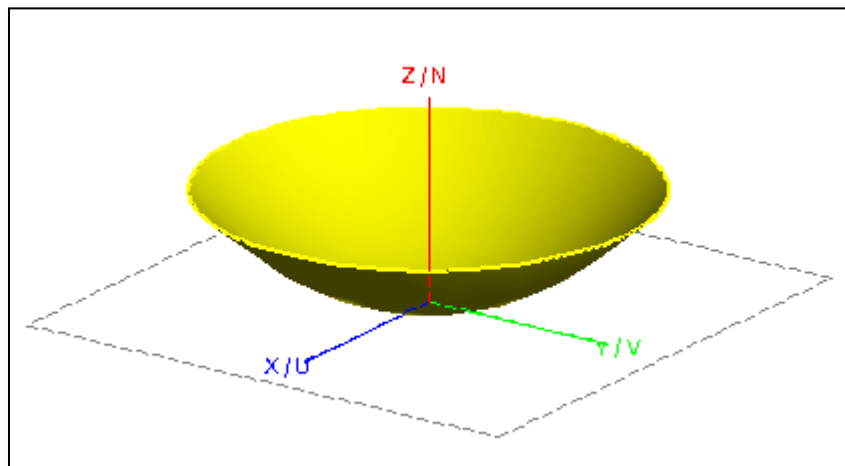


Figura 4.9 - Superficie parabólica de revolución.

La ecuación de la superficie parabólica de revolución que define puntos $P(x, y, z)$ está dada por la expresión general de las superficies esféricas conicoides con ejes de revolución en \hat{z} (4.3):

$$(1+Q) \cdot z^2 + x^2 + y^2 + 2 \cdot r \cdot z = 0. \quad (4.21)$$

Donde el índice del grado de asfericidad de la superficie Q para un paraboloides es -1.

Por lo tanto:

$$x^2 + y^2 + 2 \cdot r \cdot z = 0. \quad (4.22)$$

Siendo $r = 2f$, queda:

$$\frac{(x^2 + y^2)}{4f} = z. \quad (4.23)$$

Los puntos (x, y, k) , donde k es una constante, son los planos paralelos a los ejes $\hat{x}\hat{y}$, luego la ecuación queda:

$$(x^2 + y^2) = k. \quad (4.24)$$

Estas son circunferencias concéntricas con el eje \hat{z} , que en este caso es el eje de la parábola y el eje de rotación.

Para planos paralelos al $\hat{x}\hat{z}$ o al $\hat{y}\hat{z}$, la expresión dará:

$$\frac{x^2}{4f} = z \quad \text{o} \quad \frac{y^2}{4f} = z, \quad (4.25)$$

siendo estas las ecuaciones de las parábolas en cada plano.

4-8 Superficies parabólicas toroidales

Una superficie toroidal es una superficie de revolución usualmente formada cuando un arco o un círculo es rotado alrededor de un eje que no pasa a través del centro del círculo (Figura 4.12).

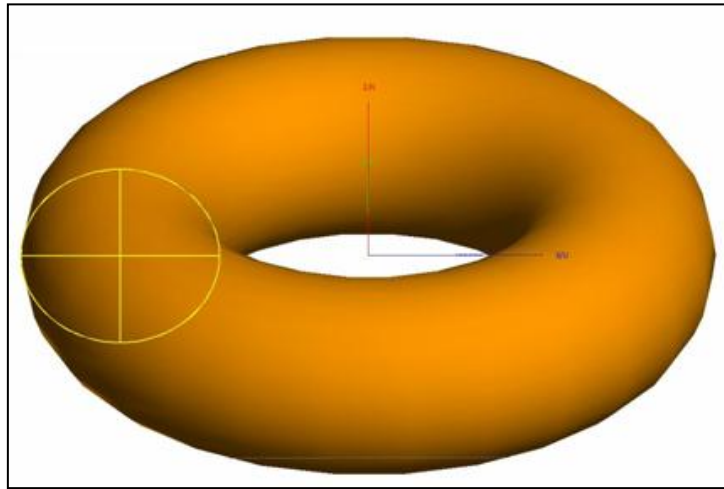


Figura 4.12 – Superficie toroidal.

A las superficies tóricas también se las denomina superficies astigmáticas, ya que no presentan equivalencia en todos sus meridianos, por lo tanto sus propiedades geométricas, así como las ópticas, no se mantienen constantes en todas las secciones de la superficie. Vemos en la figura 4.13, donde un círculo con radio r_v en el plano vertical es rotado alrededor del eje \hat{y} , a una distancia b desde el centro del círculo (C).

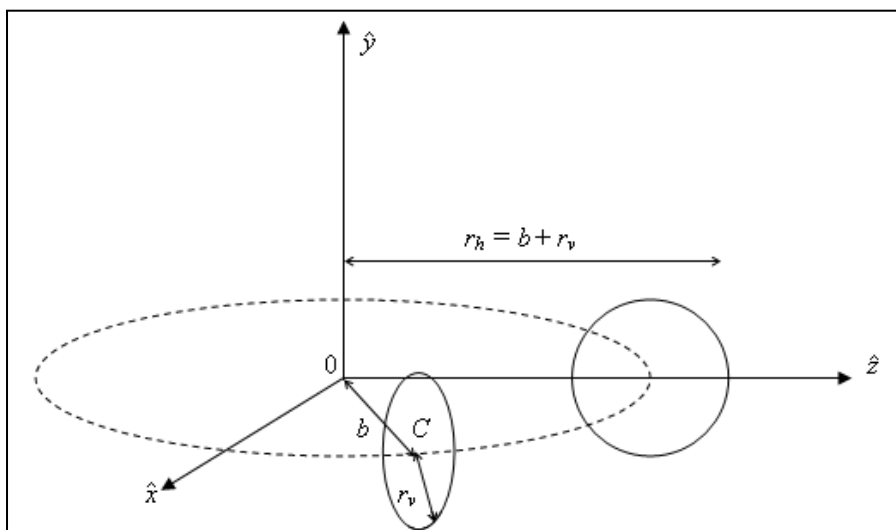


Figura 4.13 –Esquema de generación de superficie toroidal.

En la figura 4.13 también se observa que el centro del círculo C , con coordenadas $(x_0, 0, z_0)$, está a una distancia b del eje \hat{y} o del origen $(0,0,0)$. Luego cualquier punto del círculo, con radio r_v , satisface la siguiente ecuación:

$$(x-x_0)^2 + y^2 + (z-z_0)^2 = r_v^2 \quad (4.36)$$

Sin embargo, la ecuación 4.36 es también la ecuación de una esfera centrada sobre C . Como consecuencia es necesario restringir los valores de x , y , z para circunscribirlo sobre el círculo vertical. Esto puede hacerse sumando la condición que la normal al plano del círculo centrado sobre el punto C es perpendicular al eje \hat{y} . Esta condición se puede escribir como la nulidad del producto de vectores como:

$$[(x_0, 0, z_0) \times (x-x_0, y, z-z_0)] \cdot (0, 1, 0) = 0 \quad (4.37)$$

Esto se reduce a una simple condición:

$$x_0 \cdot z - x \cdot z_0 = 0 \quad (4.38)$$

Ahora el punto C describe un círculo de radio b dado por:

$$x_0^2 + z_0^2 = b^2 \quad (4.39)$$

Si desarrollamos la ecuación 4.36 tenemos:

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot x_0 + x_0^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot z \cdot z_0 + z_0^2 = r_v^2 \quad (4.40)$$

Si reemplazamos $x_0^2 + z_0^2$ por b^2 dado por la ecuación 4.39, nos queda:

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot x_0 + y^2 + z^2 - 2 \cdot z \cdot z_0 + b^2 = r_v^2 \quad (4.41)$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot x_0 + y^2 + z^2 - 2 \cdot z \cdot z_0 = r_v^2 - b^2 \quad (4.42)$$

Eliminamos los valores x_0 y z_0 de la ecuación 4.42, resolviendo las ecuaciones 4.38 y 4.39 como par de ecuaciones con dos incógnitas cuyas soluciones son:

$$x_0 = \pm \frac{b \cdot x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (4.43)$$

y

$$z_0 = \pm \frac{b \cdot z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (4.44)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.43 y 4.44 en la ecuación 4.42 y simplificando queda:

$$y^2 + (x^2 + z^2) \pm \frac{2 \cdot b}{\sqrt{x^2 + z^2}} = r_v^2 - b^2 \quad (4.45)$$

Si reemplazamos

$$b = r_h - r_v \quad (4.46)$$

en la ecuación 4.45 nos queda:

$$y^2 + (x^2 + z^2) \pm \frac{2 \cdot (r_h - r_v)}{\sqrt{x^2 + z^2}} = r_v^2 - (r_h - r_v)^2 \quad (4.47)$$

Algunas estructuras típicas de superficies toroidales se muestran en la figura 4.14.

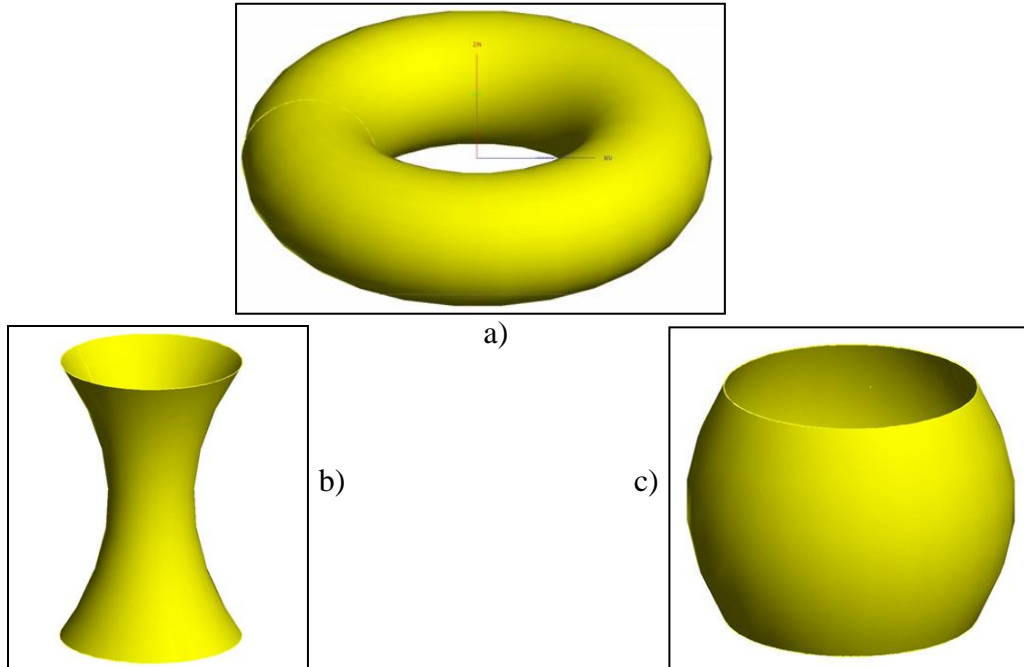


Figura 4.14 a) Toroide, b) Coursé y c) Barril.

En la figura 4.14a, el eje de rotación es interior al círculo ($r_h > 2 \cdot r_v$) y la superficie formada en este caso es un toroide convencional como el estudiado y de múltiples usos en reflectores. Si tomamos la superficie interna de este toroide, se forma el coursé mostrado en la figura 4.14b, de utilidad en algunos reflectores específicos. Mientras que en la figura 4.14c se muestra una superficie formada por un eje de rotación en el interior del círculo ($r_h < 2 \cdot r_v$).

4-7 Superficies toroidales esféricas

Las superficies toroidales esféricas se forman rotando una sección cónica (elipse, parábola o hipérbola) alrededor de un eje. Son de mucha utilidad como reflectores de ondas de radio y generalmente se utilizan en sistemas con haces múltiples.

Con las superficies cónicas se pueden generar el toroide anillo o barril y el coursé similares a las superficies típicas toroidales (Figuras 4.15a y 4.15b).

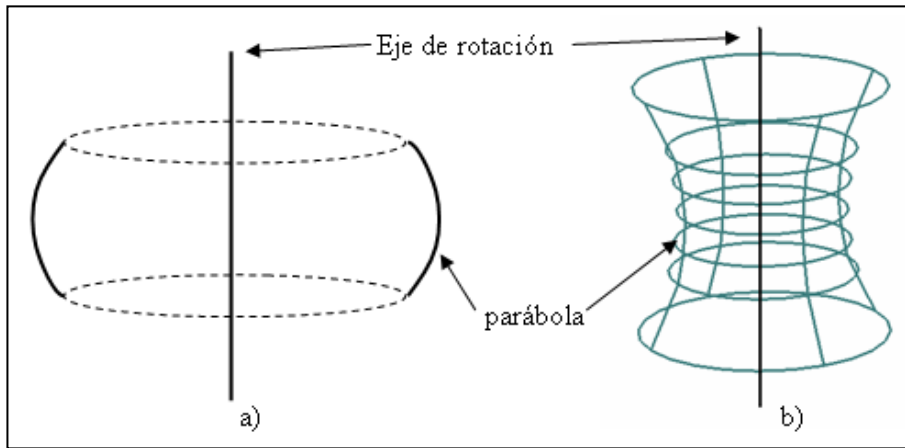


Figura 4.15 – a) Toroide anillo parabólico o barril parabólico y b) corsé parabólico

En aplicaciones como antenas se puede adoptar toda la superficie, como es el caso de antenas multipuntos utilizando un Corsé Parabólico, o sectores del toroide parabólico como analizaremos a continuación.

Para generar un toroide parabólico con eje focal f y vértice en el origen de coordenadas $V=(0,0,0)$, se debe rotar dicho perfil sobre un eje paralelo al eje \hat{y} que pase por $z = a$, como se observa en la figura 4.16. En este esquema, a es la distancia entre el vértice de la parábola y el eje de revolución:

$$a = f + d. \quad (4.48)$$

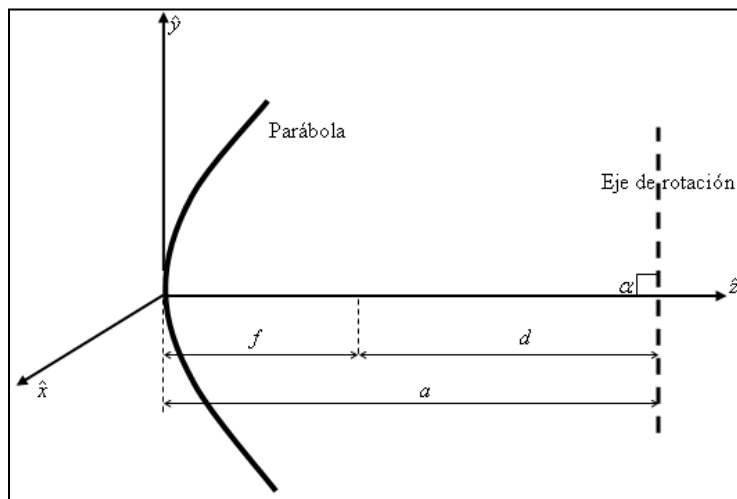


Figura 4.16 – Esquema para generar una superficie toroidal parabólica.

Siendo la expresión matemática que representa este toroide parabólico:

$$y^2 = 4 \cdot f \cdot \left[(f + d) + \sqrt{x^2 + (z - f - d)^2} \right] \quad (4.49)$$

En el caso en que se cumple $y = 0$ estamos en el plano $\hat{x}\hat{z}$ y la figura proyecta una circunferencia desplazada en su origen $(f+d)$ y de radio también $(f+d)$ expresada por:

$$x^2 + (z - (f + d))^2 = (f + d)^2 \quad (4.50)$$

Si además $x = 0$ estamos proyectando la figura sobre el plano $\hat{y}\hat{z}$ y nos da una parábola:

$$z = \frac{y^2}{4f} \quad (4.51)$$

4-8 Superficies parabólicas de foco desplazado

Las antenas con foco desplazado, como suelen designarse con el término en inglés *offset*, son antenas en las que la estructura de soporte del alimentador no presenta obstrucción significativa al haz reflejado por el paraboloide. Aunque hay cierta ambigüedad en el uso del término *offset* en la ingeniería de antenas, aquí entenderemos que una antena *offset*, la cual llamaremos antena con foco desplazado, es aquella que no es simétrica respecto al eje de revolución, ya que se descarta la porción de la superficie reflectora situada a un lado del eje.

La antena con foco desplazado puede ser originada efectuando la intersección entre un paraboloide u otro reflector pasivo de similares características con una cuerpo que delimitara los bordes (cilindro, cono, cubo etc.). Utilizando un cilindro se obtendrá un sector como se observa en la figura 4.17.

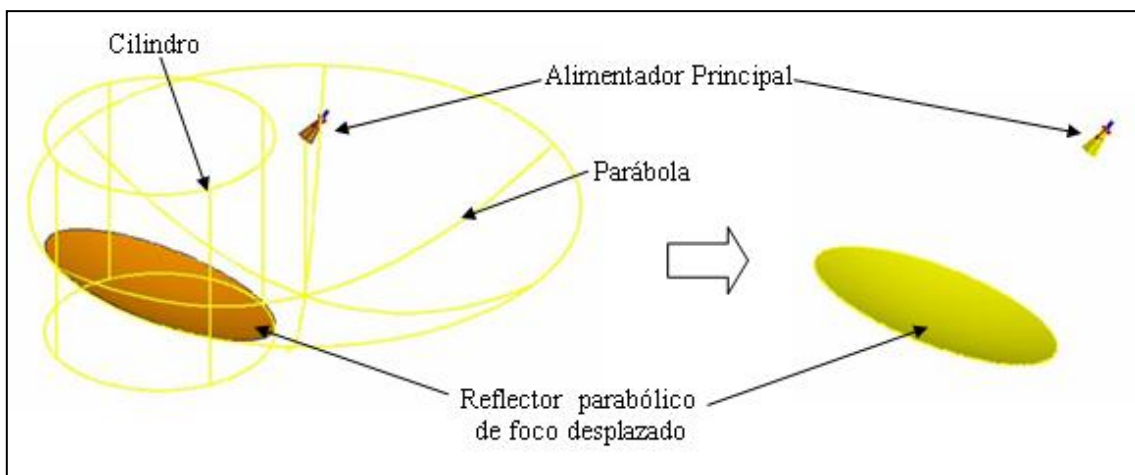


Figura 4.17 –Intersección entre parábola y cilindro para generar antena con foco desplazado [29].

La superficie resultante de dicha intersección recibe el nombre de antena con foco desplazado o comúnmente llamada antena *offset*, debido al aparente desplazamiento de su foco. Esta disposición es ventajosa frente a otros sistemas, ya que se reduce el bloqueo de señal producida por el alimentador, por los soportes y el cabezal del reflector.

De la misma forma que en el caso de las superficies parabólicas con foco desplazado, las superficies parabólicas toroidales con foco desplazado se generan al interceptar la

superficie con otra superficie proyectada desde el centro del foco, que puede ser un cilindro, cono, cubo etc., creando una superficie como la que se observa en la figura 4.18.

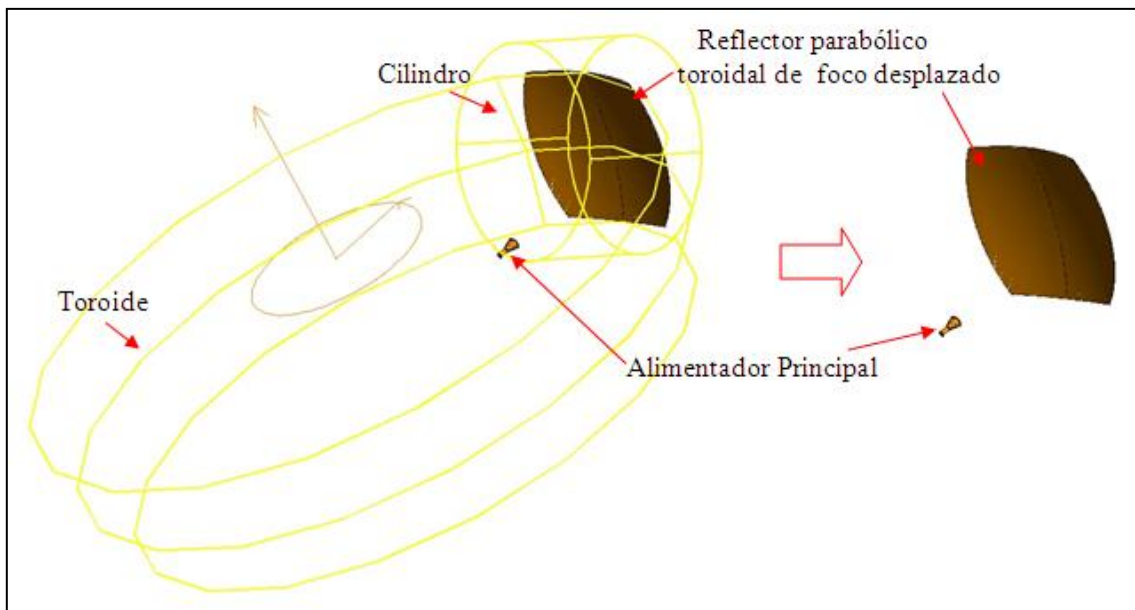


Figura 4.18- Generación de superficies parabólicas toroidales con foco desplazado [29].

Estas superficies tienen la particularidad de generar un arco focal, debido a su giro sobre un eje de rotación, que es de mucha utilidad para la ubicación de varios alimentadores, en el caso de pretender generar varios haces con un mismo reflector.

En ambos casos (Figuras 4.17 y 4.18) los reflectores con foco desplazados pueden definirse por el diámetro de apertura D y por un despeje dado por D_e , que es la distancia desde borde inferior del reflector al vértice V , como se observa en la figura 4.20. El borde del reflector estará definido por la intersección entre la parábola y el cilindro.

Si el centro de la superficie reflectora es C , y tiene sus coordenadas en (y_c, z_c) , tendremos que:

$$z_c = \frac{y_c^2}{4f}, \quad (4.52)$$

$$z_c = \frac{(D_e + D/2)^2}{4f}, \quad (4.53)$$

$$\zeta = \operatorname{arctg} \left(\frac{4 \cdot f \cdot D_e}{4 \cdot f^2 - D_e^2} \right) \quad (4.59)$$

El borde del reflector está contenido en un plano, y el ángulo sustentado ψ desde el foco [15] está dado por:

$$2 \cdot \psi = \theta_i - \zeta \quad (4.60)$$

$$\psi = \frac{\theta_i - \zeta}{2}$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \left[\frac{2 \cdot f \cdot D}{4f^2 + D_e(D_e + D)} \right] \quad (4.61)$$

Mientras que el ángulo de apuntamiento del alimentador principal [15] será:

$$\delta = \operatorname{arctg} \left[\frac{2f(2D_e + D)}{4f^2 - D_e(D_e + D)} \right] \quad (4.62)$$

Vemos que los ángulos sobre el reflector con foco desplazado son dependientes de la distancia focal y del diámetro de la antena o sea de la relación f/D ; también son dependientes del despeje D_e y este valor se determinará en función del espacio necesario para la ubicación del alimentador principal, de tal forma de no brindar bloqueo a la señal y mantener las ventajas del sistema con foco desplazado

El problema de diseño de un reflector consiste en adaptar el diagrama de radiación del alimentador principal al valor de 2ψ , como vimos en el Capítulo 3, Sección 3.5, que es la iluminación en los bordes.

5-1 Antenas con reflectores pasivos

Los reflectores pasivos son las antenas más importantes en la banda de microondas, permiten modificar los diagramas de irradiación de un alimentador, mejorando sus características.

Los sistemas reflectores son los más usados por lograr ganancias mayores de 20 dB en las regiones de microondas. Altas ganancias son difíciles de conseguir con otros tipos de antenas.

Un simple sistema de antena reflectora consiste en dos componentes, una superficie reflectora y un alimentador principal.

Las ventajas que poseen son: grandes ganancias y uso correcto en varias frecuencias.

Como desventajas no son fáciles de diseñar, ni de construir y en el caso de grandes estructuras el montaje resulta dificultoso.

5-2 Geometría de los sistemas de reflectores pasivos

Las diferentes superficies geométricas simples para diseñar una antena con reflector pasivo en microondas son: paraboloide, hiperboloide, esfera y elipsoide. En la figura 5.1 se muestran los perfiles de las superficies simples más usuales en la implementación de antenas reflectoras pasivas [2].

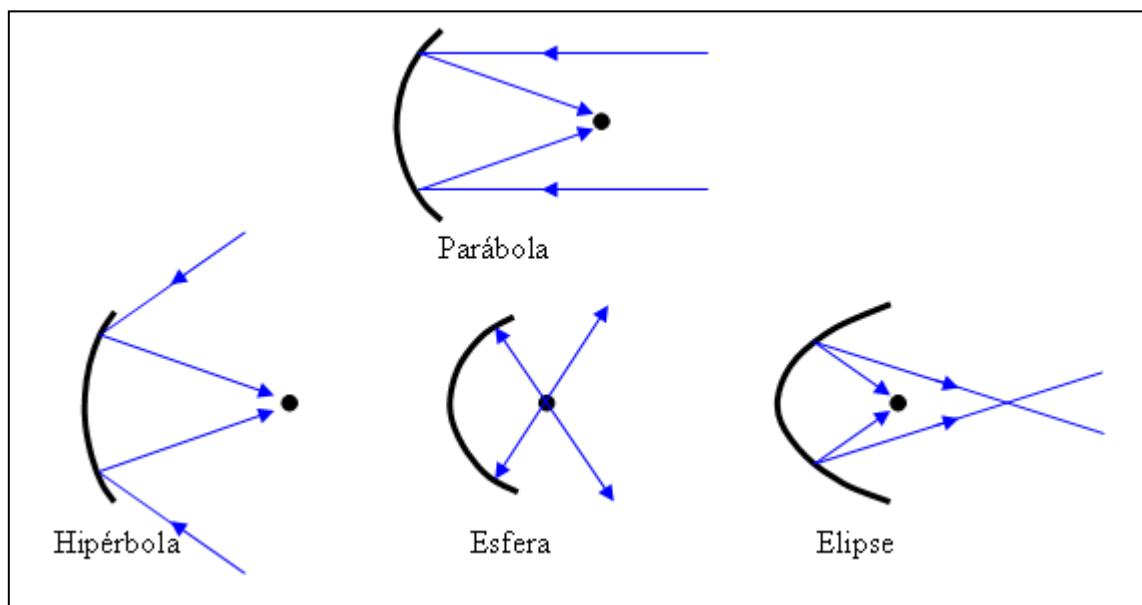


Figura 5.1 – Perfiles de superficies geométricas reflectoras simples.

Ciertas versiones históricas, aunque no confirmadas, indican que la primera aplicación de un reflector fue hecha por Arquímedes (287-212 aC) para defender su ciudad natal, Siracusa, utilizando espejos reflectores para concentrar los rayos del Sol y poder quemar la flota enemiga romana.

Las superficies reflectoras parabólicas pueden tomar distintas formas. Los reflectores simples más usados en el rango de microondas son el paraboloide de revolución y el paraboloide cilíndrico (Figuras 5.2a y 5.2b). El paraboloide de revolución se obtiene al hacer rotar una parábola sobre el eje que contiene al vértice del paraboloide y el foco del perfil parabólico, mientras que el cilíndrico se obtiene al desplazar un perfil parabólico en forma lineal.

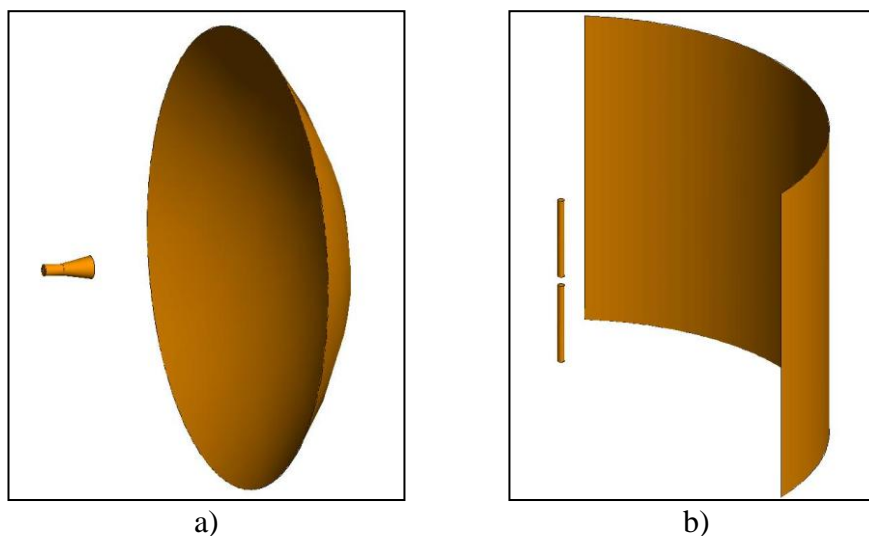


Figura 5.2 – a) Paraboloide de revolución alimentado con bocina y b) paraboloide cilíndrico alimentado con dipolo.

Utilizando óptica geométrica podemos demostrar que si un haz de rayos paralelos incide sobre un reflector del tipo paraboloide de revolución, éstos convergerán (enfoque) en un punto que se conoce como el punto focal. De la misma manera, si una fuente puntual se coloca en el punto focal, los rayos reflejados por un reflector parabólico van a surgir como un haz paralelo, lo cual demuestra el principio de reciprocidad de las antenas reflectoras.

Mientras, en un paraboloide cilíndrico, el haz de rayos paralelos incidente sobre el reflector se concentra en una línea ubicada en el foco, y viceversa. Este último reflector es sólo útil con alimentadores principales del tipo lineal.

Hay otros reflectores cuyo análisis está ampliamente documentado en la literatura. Uno de ellos es el reflector esférico, que ha sido utilizado para la radioastronomía y aplicaciones de estación de tierra, debido a que el haz de antena puede ser eficientemente escaneado moviendo su alimentación. Un ejemplo de esta superficie es el reflector esférico de Arecibo, Puerto Rico, cuyo diámetro es de 1000 pies (305 m) y

cuya superficie primaria está integrada en el suelo, mientras que el barrido del haz se lleva a cabo con el movimiento de la alimentación.



Figura 5.3 – Antena reflectora de Arecibo, Puerto Rico, utilizada como radiotelescopio ([video](#)).

Dado que en superficies geométricas simples (Figura 5.1) el cabezal de equipo (front-end), se coloca en el punto focal de la parábola, esta configuración es generalmente conocida como de foco primario (prime focus). El cabezal del equipo puede ser un receptor como en el caso de un radiómetro o un transmisor/receptor en un enlace satelital. La desventaja de estas geometrías simples es la disposición frontal del alimentador principal, siendo necesaria la colocación de una línea de transmisión para llegar al cabezal del equipo, que normalmente se coloca detrás o debajo del reflector. Esto puede requerir el uso de largas líneas de transmisión cuyas pérdidas no pueden no ser tolerables en muchas aplicaciones, especialmente en las de bajo ruido, o en sistemas de transmisión.

En el caso especialmente de los sistemas utilizados en radiometría, en donde es necesario amplificadores de bajo ruido con un sistema de enfriado, el cabezal del equipo receptor puede ser demasiado pesado y voluminoso, ocasionando un bloqueo de las señales que arriban al reflector.

Los reflectores duales o sistemas de doble reflector solucionan parte de esta problemática. Los reflectores duales más comunes, que surgen como combinación de reflectores simples son los observados en la figura 5.4.

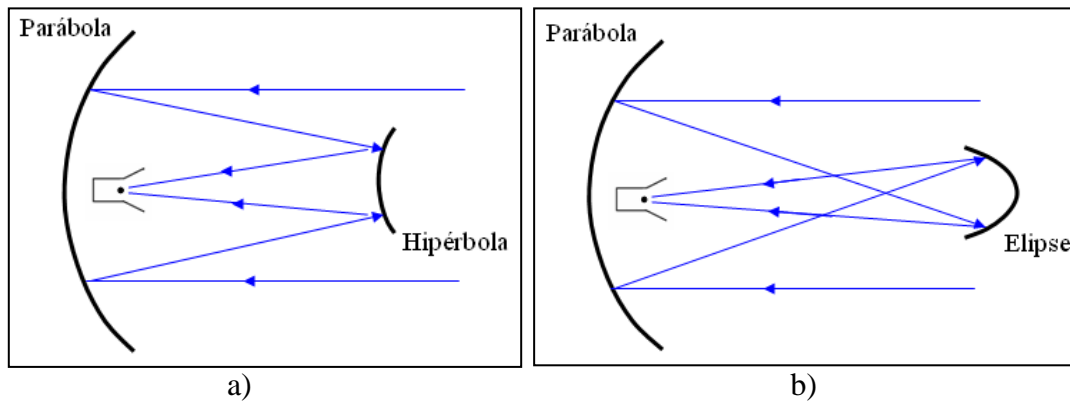


Figura 5.4 – Perfil de la geometría de combinación con doble reflector, a) Sistema Cassegrain y b) Sistema Gregoriano.

El sistema Cassegrain es un diseño de telescopio reflector publicado en 1672 y atribuido a Laurent Cassegrain. A través de la óptica geométrica, Cassegrain mostró que los rayos incidentes paralelos se pueden enfocar en un punto mediante la utilización de dos reflectores. Para lograr esto, la superficie del reflector principal (primario) debe ser una paraboloides, el reflector secundario (subreflector) una hiperboloides, y la alimentación debe ser colocada a lo largo del eje de la parábola, por lo general cerca del vértice. Cassegrain utilizó este sistema para construir telescopios ópticos, y entonces su diseño fue copiado para su uso en sistemas de radio frecuencia. Para esta disposición, los rayos que emanan de la alimentación iluminan el reflector secundario y se reflejan hacia el reflector primario, como si procedieran del punto focal del paraboloides (reflector primario). Los rayos reflejados por el reflector principal se convierten en rayos paralelos, siempre que el reflector principal sea un paraboloides y el reflector secundario sea un hiperboloides. Con la disposición de un Sistema Cassegrain, el equipo de transmisión y / o recepción se puede colocar detrás del reflector primario. Este esquema hace que el sistema sea relativamente más accesible para su mantenimiento y ajustes.

Entre los muchos tipos de telescopios reflectores, el sistema Gregoriano representa el primero, en orden de tiempo, en haber sido realizado. Ideado por el astrónomo James Gregory en 1663, está constituido por un espejo primario cóncavo que refleja la luz hacia otro espejo secundario también cóncavo, el cual a su vez la envía hacia el ocular situado más allá de un orificio practicado en el espejo primario. Se trata de un diseño muy similar al que más tarde se adoptaría en el telescopio Cassegrain, pero con la diferencia de que en este último el espejo secundario es convexo.

Como vimos en la Sección 4.8 se pueden generar también antenas del tipo foco desplazado (offset) tomando una sección de la superficie reflectora, con las mejoras de

reducir los lóbulos laterales, tener una buena eficiencia de apertura y evitar el boqueo de la señal que produce el cabezal del receptor como sucede en reflectores de foco primario (Figuras 5.5a y 5.5b).

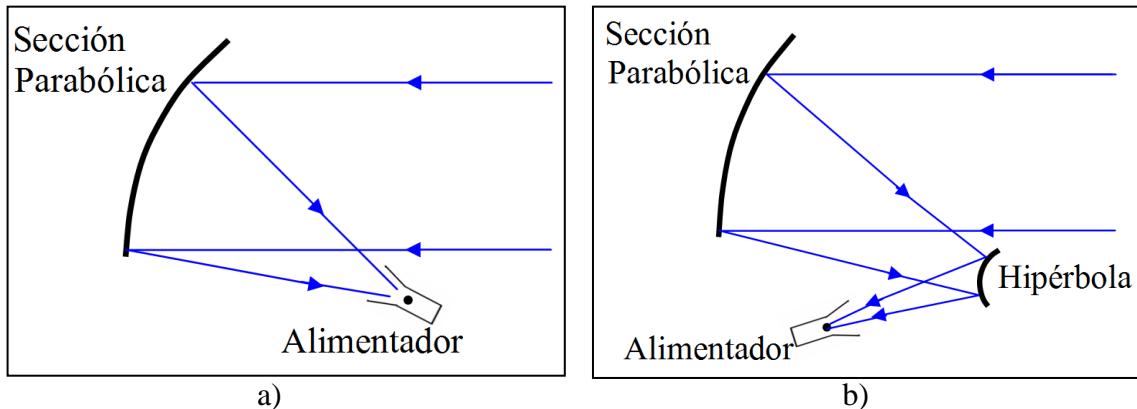


Figura 5.5 – Perfil geométrico de antenas tipo foco desplazado, a) antena foco desplazado con foco primario y b) antena foco desplazado con doble reflector.

5-3 Diagrama de irradiación de reflectores pasivos

La radiación en un gran paraboloide con iluminación de apertura uniforme es equivalente a la radiación de una apertura circular de igual diámetro D en una placa de metal infinito que se excita con una onda plana uniforme (Figura 5.6).

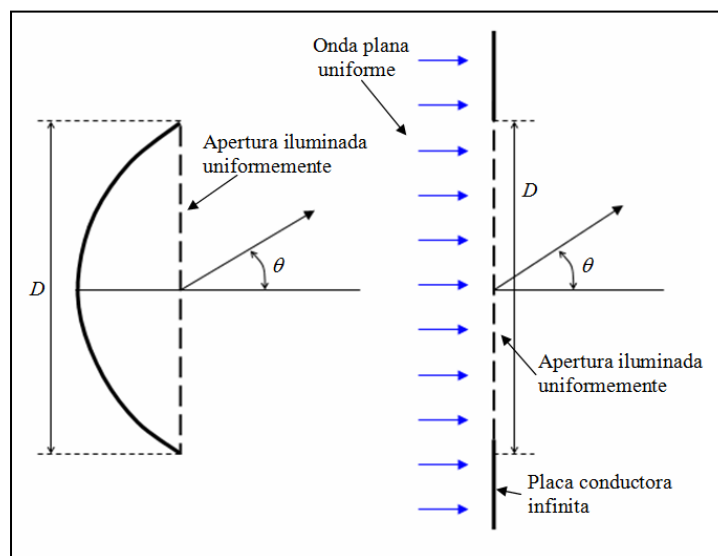
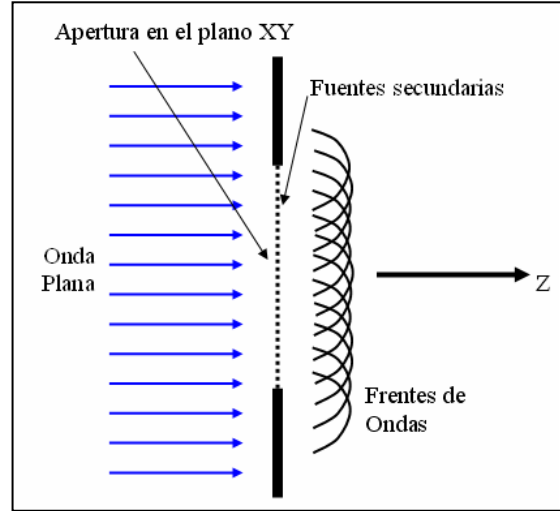


Figura 5.6 - Paraboloide iluminado uniformemente y su equivalente.

El análisis de esta antena se realiza a partir del conocimiento de los campos E y H del frente de onda que atraviesa la apertura. Estos campos se obtienen, en el caso de bocinas y ranuras, a partir de los modos que se propagan en su interior, mientras que para los reflectores y lentes se realiza habitualmente un trazado de rayos basado en óptica geométrica. El análisis se basa en la aplicación de los Principios de Equivalencia Electromagnética que responden al siguiente planteamiento: si se conocen los campos en una superficie cerrada S que contiene todas las fuentes (corrientes reales de campo),

se pueden definir corrientes eléctricas y magnéticas equivalentes a los campos H y E sobre la superficie. A partir de dichas corrientes se puede calcular el campo radiado fuera de dicha superficie. Esta formulación es equivalente a la propuesta por Huygens en 1690, para analizar la difracción que sufre un haz de luz cuando atraviesa una apertura (Figura 5.7). Huygens, físico y matemático holandés, fue el que primero postular la naturaleza ondulatoria de la luz.

Figura 5.7 – Principio de Huygens aplicado a una apertura.



Luego los campos de apertura corresponden a los propios de la onda que atraviesa dicha apertura. En el caso de antenas, y en primera aproximación, estos campos suelen tener propiedades de onda plana o sea estar en fase en toda la apertura, dando lugar a que el máximo de radiación se produzca en la dirección del eje z de la apertura o perpendicular a la apertura (broadside), puesto que en dicha dirección se suman toda las contribuciones individuales de las fuentes secundarias en fase. Luego el campo en la apertura está dado por:

$$\vec{E}_a = \hat{x} \cdot E_{ax}(x', y') + \hat{y} \cdot E_{ay}(x', y') \quad (5.1)$$

Y el campo radiado [12][16-17], según lo visto en las ecuaciones 3.9 y 3.10 será,

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = j \frac{e^{j\beta r}}{r} \cdot (\hat{\theta} \cos \phi - \hat{\phi} \cos \theta \cdot \text{sen} \phi) \cdot f(\theta, \phi) \quad (5.2)$$

Donde

$$\hat{p} = (\hat{\theta} \cos \phi - \hat{\phi} \cos \theta \cdot \text{sen} \phi) \quad (5.3)$$

es el vector de polarización. La polarización del campo radiado en la dirección de máxima radiación coincidirá con la polarización de la onda que ilumina la apertura: si la polarización de dicha onda es lineal la del campo radiado será lineal, si es circular será circular y así sucesivamente. Luego:

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = j \frac{e^{j\beta r}}{r} \cdot \hat{p} \cdot f(\theta, \phi) \quad (5.4)$$

Los campos radiados son en general el producto de un término de polarización por un *factor de radiación* ($f(\theta, \phi)$) que determina, para aperturas eléctricamente grandes, el diagrama de radiación que es función de las dimensiones y de la ley de iluminación de la apertura, como se vio en el Capítulo 3, Sección 3.1.

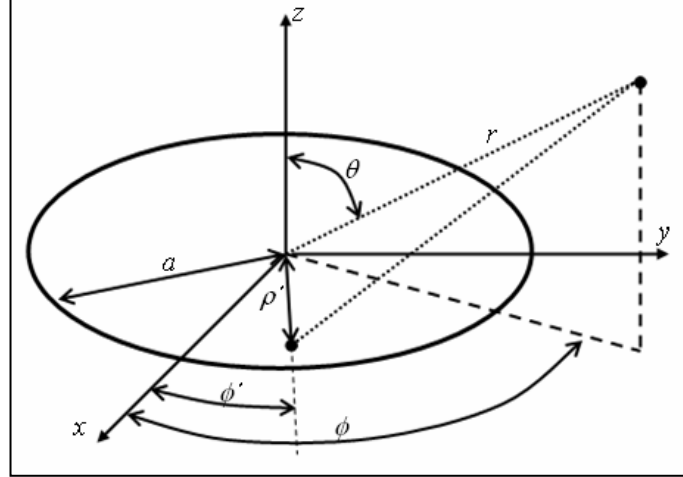


Figura 5.8 –Apertura circular

Luego el campo lejano radiado por estas fuentes secundarias se puede calcular en función de las integrales de radiación asociadas a las componentes E_{ax} y E_{ay} existentes en el plano de la apertura. El *factor de radiación*, salvo para aperturas pequeñas, coincide con la transformada inversa de Fourier bidimensional de los campos en la apertura,

$$f(\theta, \phi) = \iint_S E_{ax, ay}(x', y') \cdot e^{j\beta r r'} dS' \quad (5.5)$$

Según la figura 5.8 tenemos:

$$r' = \hat{x}\rho' \cos \phi' + \hat{y}\rho' \sin \phi' \quad (5.6)$$

y

$$r' \cdot r = \rho' \sin \theta (\cos \phi \cos \phi' + \sin \phi \sin \phi') \quad (5.7)$$

$$r' \cdot r = \rho' \sin \theta \cdot \cos(\phi - \phi') \quad (5.8)$$

Por lo tanto la ecuación 5.5 queda:

$$f(\theta, \phi) = E_o \int_0^a \left[\int_0^{2\pi} e^{j\beta \rho' \sin \theta \cdot \cos(\phi - \phi')} d\phi' \right] \rho' d\rho' \quad (5.9)$$

Las integrales de superficie, si la función de iluminación tiene simetría de revolución, se pueden simplificar y expresar a través de las funciones de Bessel, para una polarización arbitraria, utilizando las siguientes relaciones:

$$\int_0^{2\pi} e^{jz \cos x} dx = 2\pi J_0(z) \quad (5.10)$$

y

$$\int z J_0(z) dz = J_1(z) \quad (5.11)$$

Luego la ecuación 5.9 queda,

$$f(\theta, \phi) = E_0 2\pi \frac{a}{\beta \text{sen}\theta} J_1(\beta a \text{sen}\theta) \quad (5.12)$$

Por lo tanto la ecuación 5.4 [16] puede expresarse como:

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = jE_0 2\pi \frac{e^{j\beta r}}{r} \cdot \hat{p} \cdot \frac{a}{\beta \text{sen}\theta} J_1(\beta a \text{sen}\theta) \quad (5.13)$$

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = jE_0 \pi a^2 \frac{e^{j\beta r}}{r} \cdot \hat{p} \cdot f_n(\theta) \quad (5.14)$$

Donde $f_n(\theta)$ es la radiación normalizada al valor máximo del campo, siendo,

$$f_n(\theta) = 2 \frac{J_1(\beta a \text{sen}\theta)}{\beta a \text{sen}\theta} \quad (5.15)$$

Vemos que $f(\theta)$ es independiente de ϕ por la simetría circular de la apertura de distribución y puede expresarse en forma de las funciones de Bessel.

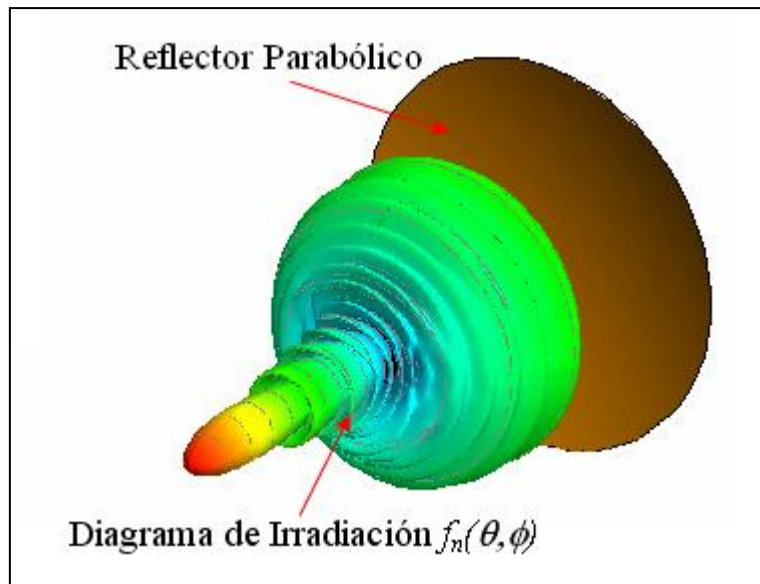


Figura 5.9 – Simulación del diagrama de reflector parabólico.

El diagrama de irradiación normalizado general para una apertura cilíndrica puede expresarse [17] como:

$$f_n(\theta, n) = 2^{n+1} (n+1) \frac{J_{n+1}(\beta a \text{sen}\theta)}{(\beta a \text{sen}\theta)^{n+1}} \quad (5.16)$$

Donde n nos indica el tipo de iluminación de la apertura circular, por ejemplo cuando $n=0$ estamos en el caso de una distribución uniforme (5.15) y con $n=1$ estamos en presencia de una iluminación parabólica.

5-4 Resolución de reflectores pasivos

Si analizamos la ecuación de la radiación normalizada al valor máximo de un reflector pasivo dada en la ecuación 5.15, podemos ver que el ángulo θ donde ocurren los primeros nulos del patrón de radiación ($J_1(x) = 0$), se produce cuando:

$$x = \beta \cdot a \cdot \text{sen}\theta_0 = 3,83 \quad (5.17)$$

Siendo $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ y $a = \frac{D}{2}$, luego:

$$\theta_0 = \arcsen\left(\frac{3,83\lambda}{\pi D}\right) = \arcsen\left(\frac{1,22}{D_\lambda}\right) \quad (5.18)$$

Donde $D_\lambda = D/\lambda$ es el diámetro de la apertura expresado en longitudes de onda.

El ancho del haz entre los primeros nulos es el doble del ángulo calculado en la ecuación 5.18, es decir $2\theta_0$. Cuando el ángulo entre nulos es muy pequeño, como es el caso de aperturas grandes, pueden aplicarse las siguientes relaciones:

$$\theta_0 \cong \frac{70^\circ}{D_\lambda} \quad (5.19)$$

Luego el ancho entre nulos es el doble de esta expresión:

$$\alpha_{nul} \cong \frac{140^\circ}{D_\lambda} \quad (5.20)$$

Luego el ancho de potencia mitad (Capítulo 3, Sección 3.3) de un reflector pasivo puede aproximarse por la siguiente ecuación:

$$\alpha_{1/2} \cong \frac{58^\circ}{D_\lambda} \quad (5.21)$$

La resolución de una antena es la capacidad del haz de antena de poder distinguir entre dos emisores cercanos. El criterio de Rayleigh, aplicado a la óptica, es el criterio generalmente aceptado para la resolución del mínimo detalle, y dice que el proceso de la imagen está limitado por la difracción; luego éste se produce cuando el primer mínimo de la imagen de un punto de luz coincide con el máximo del siguiente (Figura 5.10).

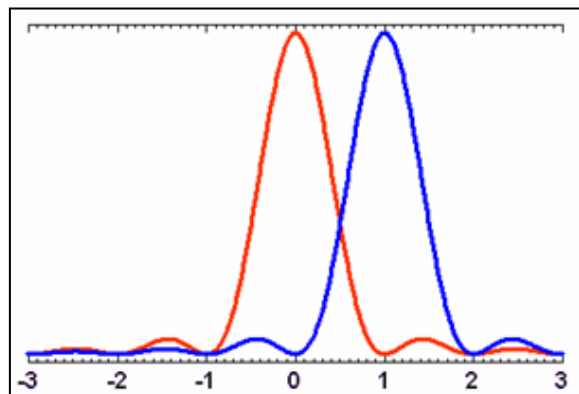


Figura 5.10 – Ilustración del criterio de Rayleigh.

Para la mayoría de las antenas en enlaces de comunicaciones, la resolución se adopta como la mitad del ángulo de potencia mitad ($\alpha_{1/2}$). Luego en un diagrama de radiación simétrico de un solo lóbulo, el ángulo sólido del haz está dado por:

$$\Omega_p \cong (\alpha_{1/2})^2 \quad (5.22)$$

Siendo Ω_p el ángulo sólido del haz de antena, y es igual al ángulo sólido por el cual un objeto puede resolverse. Puesto que el entorno de la antena contiene 4π estereorradián, el número de objeto que puede resolver una antena (N) está dado por [1]:

$$N = \frac{4\pi}{\Omega_p} = D_0 \quad (5.23)$$

Vemos que esta expresión es la de la directividad expresada anteriormente en el Capítulo 3 en la ecuación 3.28, en consecuencia podemos decir que la directividad puede considerarse como la medida del número de objetos que una antena puede identificar.

En Radioastronomía la antena se utiliza para observar fuentes discretas (por ejemplo una galaxia). Por otro lado el ángulo sólido del haz principal de la antena Ω_M es aproximadamente igual al ángulo sólido por el cual un objeto se puede resolver. Puesto que todo el cielo contiene 4π estereorradián, el número N de objetos que un radiotelescopio puede resolver en el cielo entero está dado por:

$$N = \frac{4\pi}{\Omega_M} \quad (5.24)$$

Analicemos ahora la resolución en un sistema de detección remota satelital, luego podemos definir que la *resolución espacial* es la medida del objeto más pequeño que puede distinguir el sensor, o dicho en otras palabras, es el área que representa cada pixel en el terreno. En el caso de un radiómetro satelital el pixel es el haz de la antena Ω_M , de igual forma como lo definimos para un sistema radioastronómico.

A nivel del sensor, la resolución espacial está representada por el campo de visión instantáneo del sensor (**I**ntantaneous **F**ield **O**f **V**iew - IFOV). El IFOV es el ángulo sólido mínimo subtendido por la abertura del sensor dado por la siguiente expresión,

$$IFOV = \alpha_{null} = 2 \cdot \theta_{null} \quad (5.25)$$

El campo de visión total del satélite (**F**ield **O**f **V**iew - FOV), representa el área total observada por el satélite de acuerdo a sus características radiométricas (Figura 5.11).

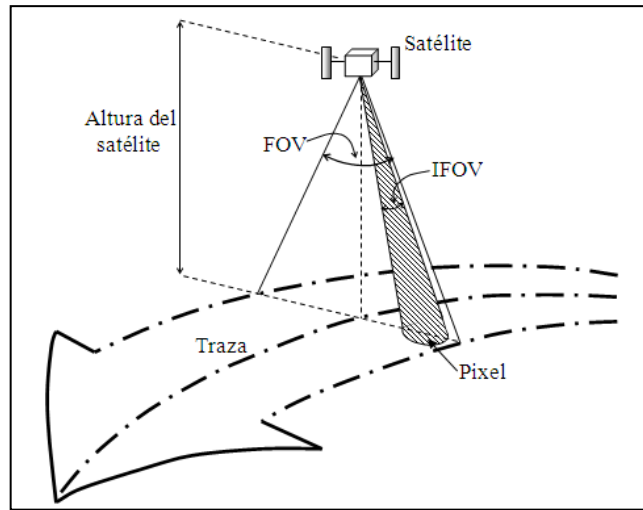


Figura 5.11 – Campo de visión de un satélite de detección remota.

5-5 Reflectores parabólicos

La antena reflectora más utilizada en sistemas de microondas es el reflector parabólico de revolución. En la figura 5.12 se muestran dos ejemplos de aplicaciones de reflectores parabólicos, en la figura 5.12a se observan las antenas reflectoras de la estación terrena de la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE), que se utilizan para la observación de satélites de órbita baja (LEO). En la figura 5.12b se ven las dos antenas que posee el Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR) para observaciones radioastronómicas en la frecuencia de 1420 MHz.



a)

Figura 5.12 - Antenas reflectoras parabólicas de revolución, a) estación terrena de observaciones de satélites de órbita baja (CONAE, Argentina) y b) antenas de observación radioastronómicas (IAR, Argentina).



b)

Las antenas reflectoras parabólicas o paraboloides simples, son llamadas también antenas de foco primario, ya que el alimentador principal se encuentra ubicado en el foco que genera el paraboloide (Figura 5.13).

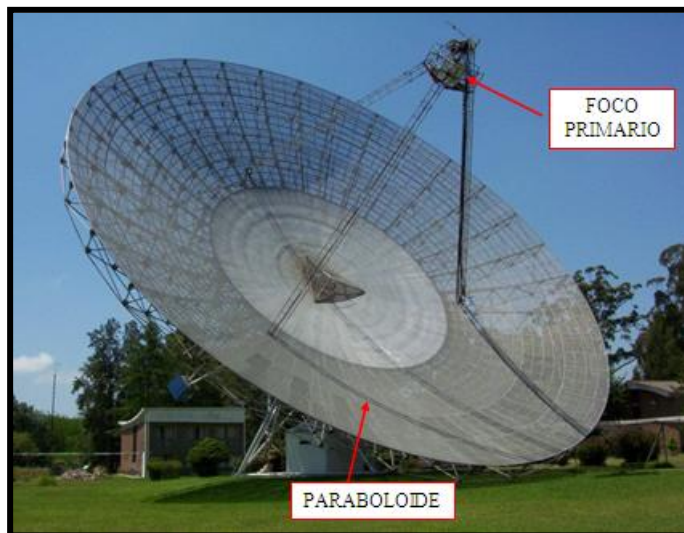


Figura 5.13 – Antena reflectora con foco primario, de 30 metros de diámetro ([video](#)), para uso en radioastronomía en la banda de 21 cm (IAR, Argentina).

La ecuación que describe la superficie de revolución, como se vio en el Capítulo 4 (4.23), está dada por:

$$\frac{x^2 + y^2}{4f} = z \quad (5.26)$$

donde f es la distancia focal del paraboloide.

Si cortamos al reflector con un plano que contenga al eje principal o eje de revolución de la parábola tendremos una sección como la que vemos en la figura 5.14.

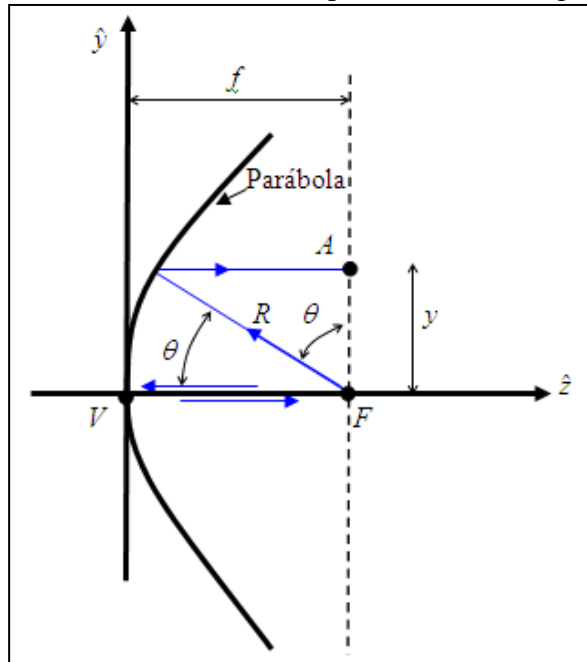


Figura 5.14 – Geometría de un perfil parabólico en el plano yz .

Luego la ecuación que describe el reflector parabólico en ejes rectangulares es:

$$z = \frac{y^2}{4f} \quad (5.27)$$

El vértice en este caso corresponde a $x = 0$ e $y = 0$ y el borde de la parábola corresponde a $y = D/2$ y $x = c' = (D^2/16f)$. Este valor de $x = c'$, fue definido en el Capítulo 4 en la Sección 4.4, como la depresión de la parábola.

La curva parabólica puede presentarse en coordenadas polares (R, θ) como:

$$R = \frac{2f}{1 + \cos \theta} \quad (5.28)$$

que no es más que otra forma de expresar la propiedad de igualdad de trayectoria visto en el Capítulo 4. Por relaciones trigonométricas podemos deducir que:

$$2 \cdot \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha, \quad \text{si } \alpha = \theta/2 \quad 2 \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1 + \cos \theta, \quad (5.29)$$

la ecuación 5.28 resulta:

$$R = f \cdot \sec^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (5.30)$$

La proyección de la distancia R sobre el plano de apertura nos da:

$$y = R \cdot \text{sen} \theta. \quad (5.31)$$

Reemplazamos el valor de R de la ecuación 5.30 en la ecuación 5.31 y nos queda:

$$y = f \cdot \sec^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \cdot \text{sen} \theta \quad (5.32)$$

Como:

$$\text{sen} 2\alpha = 2 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha, \quad \text{si } \alpha = \theta/2 \quad \text{sen} \theta = 2 \cdot \text{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (5.33)$$

la ecuación 5.32 resulta:

$$y = 2 \cdot f \cdot \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (5.34)$$

Cuando $y = D/2$, será:

$$D/2 = 2 \cdot f \cdot \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad \Rightarrow \quad f/D = \frac{1}{4 \cdot \tan \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (5.35)$$

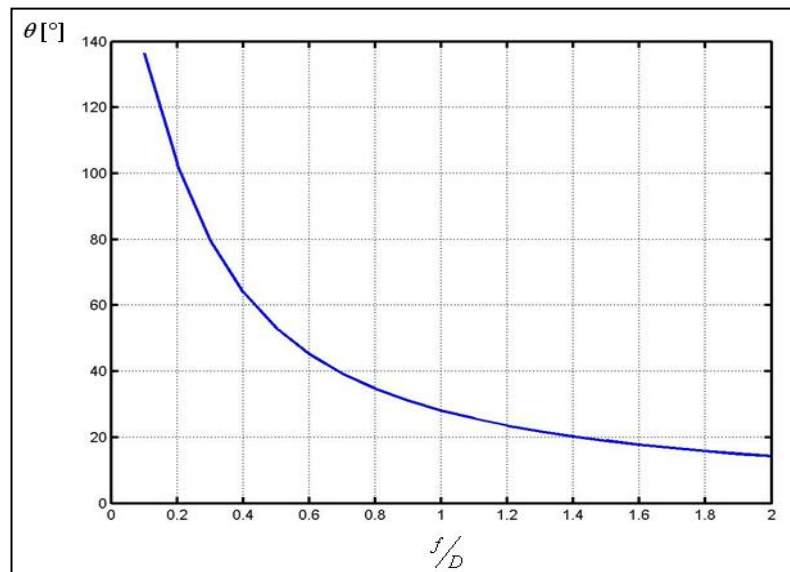
Despejando el ángulo θ , valor angular máximo del perfil parabólico de diámetro D , tenemos:

$$\theta = 2 \cdot \arctan \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(f/D)} \right) \quad (5.36)$$

Este es la mitad del ángulo que sustenta el borde del reflector y que lógicamente es dependiente de la relación f/D .

En la figura 5.15 se ve representado el valor de θ máximo del perfil parabólico en función de la relación f/D de un paraboloide [14] [17].

Figura 5.15 – Variación del ángulo θ en función al f/D para reflectores parabólicos.



La relación distancia focal a diámetro f/D es el factor fundamental que gobierna el diseño de un alimentador para un reflector parabólico.

Por ejemplo dos reflectores que tienen diferente diámetro, pero igual relación f/D , pueden emplear el mismo alimentador y lograr la misma eficiencia de iluminación. Para reflectores de igual diámetro pero distinta relación f/D , se deben utilizar distintos alimentadores para que iluminen con la misma eficiencia.

El valor de $f/D = 0.25$ corresponde a reflectores que poseen el foco contenido en el plano de apertura (plano que contiene al borde del reflector). Las relaciones f/D que producen depresiones en los discos, son usados para minimizar los lóbulos laterales pero con la desventaja de presentar mucha más dificultad para su construcción [14].

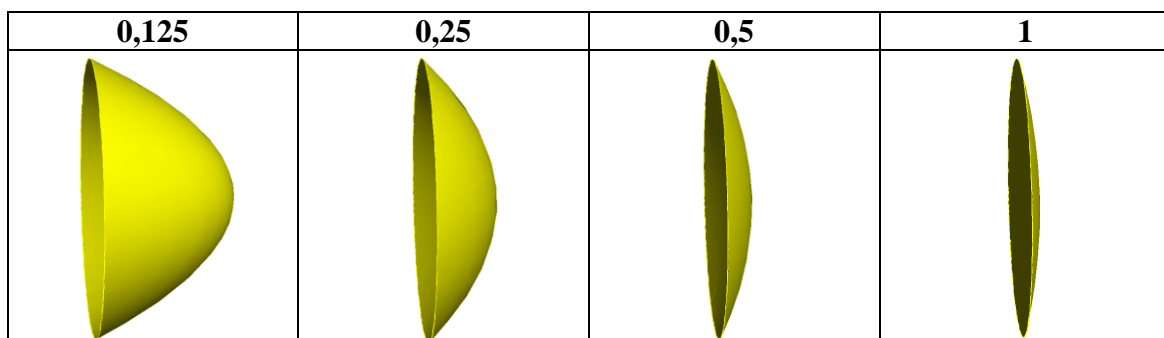


Figura 5.16 – Simulación de paraboloides con distintas relación de f/D [29].

Las relaciones f/D utilizadas en la práctica se sitúan entre 0.3 y 0.4 para conseguir antenas compactas (con soportes cortos para el alimentador). Esto da lugar a ángulos subtendidos θ grandes (ver gráfica de la Figura 5.15), de modo que se necesitan alimentadores muy poco directivos: bocas de guías cilíndricas abiertas, en todo caso con una o más corrugaciones frontales para simetrizar su diagrama de radiación.

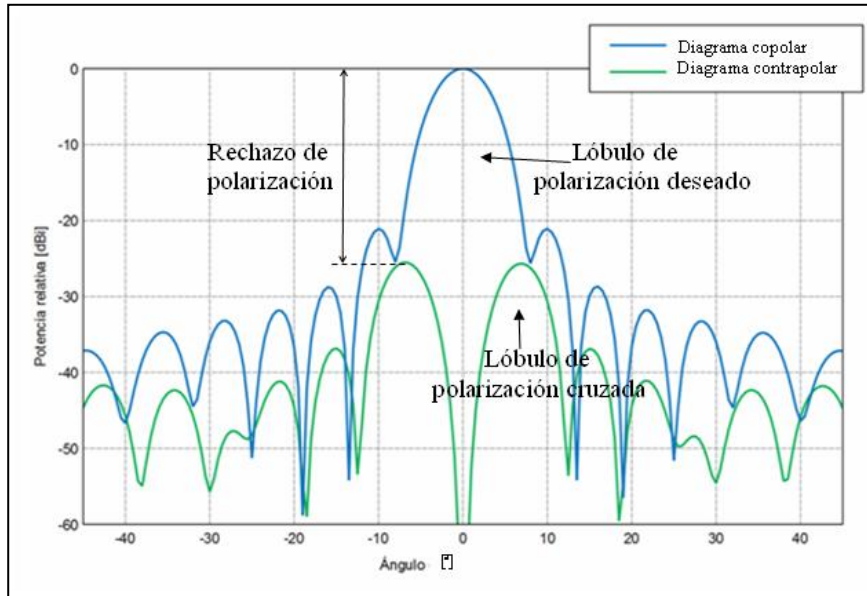


Figura 5.17 - Diagramas de radiación copolar y contrapolar [29].

Para que la antena esté bien enfocada, debe situarse el centro de fase del alimentador coincidente con el foco de la parábola, como se verá en la Sección 5.15. En la Figura 5.17 se presenta un diagrama cartesiano producto de una simulación de las componentes copolar y contrapolar que una bocina polarizada produce sobre la apertura equivalente del reflector [14]. El diagrama contrapolar es la componente que radia la antena con una polarización no deseada. La separación entre ambos lóbulos representa el *rechazo de polarización* de la antena (Cross-polarization ratio), tratado en el Capítulo 3 en la Sección 3.13.

5-6 Antenas con doble reflector

Las antenas con doble reflector están constituidas por un reflector principal parabólico y otro secundario (subreflector), en la forma que se ilustra esquemáticamente en la figura 5.18a. En la figura 5.18b se muestra una antena de doble reflector de 35 metros de diámetro, utilizada para el estudio del espacio profundo (Deep Space Network, DSN), instalada por la Agencia Espacial Europea (ESA) en Malargue, Argentina. La DSN tiene como misión principal el establecimiento de comunicaciones con los vehículos espaciales dedicados a la exploración científica del Sistema Solar.

En antenas de doble reflector el reflector secundario suele ser hiperbólico en cuyo caso el sistema se designa como reflector *Cassegrain* o bien elíptico y la antena se designa como *Gregoriana*. En la primera, el hiperboloide suele presentar la parte convexa hacia el reflector principal como en el caso de la figura 5.18 y en la gregoriana el elipsoide reflector suele presentar la parte cóncava.

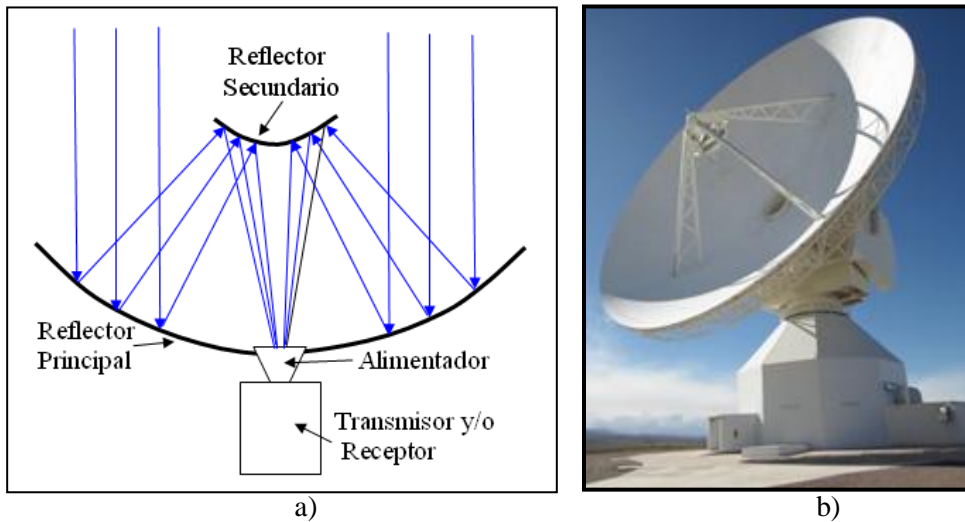


Figura 5.18– a) Ilustración gráfica de antena con doble reflector y b) Antena de doble reflector Cassegrain para el estudio del espacio profundo.

Las antenas con doble reflector se utilizan extensamente en comunicaciones espaciales y radioastronomía, y con menos frecuencia en sistemas de comunicaciones terrestres. Ofrecen algunas ventajas sobre las antenas de un solo reflector y, aunque pueden tener diseños diferentes, comparten un conjunto de aspectos básicos comunes. Una de las ventajas es que el alimentador de la antena no requiere de una línea de transmisión larga y se conecta casi directamente a la salida del transmisor o a la entrada del receptor reduciendo considerablemente las pérdidas. Si bien el bloqueo por la estructura de soporte no puede eliminarse, la eficiencia de las antenas de doble reflector en general es superior a la del reflector simple llegando aproximadamente al 70% o más. Su ganancia se calcula de la misma manera que la de una antena parabólica de foco primario (3.53).

Figura 5.19 – Antena para uso en observaciones científicas radioastronómicas ([video](#)) (Observatorio del Max Planck, Alemania).



Las características de los sistemas de doble reflector hacen que sean muy utilizados en antenas de gran porte. En la figura 5.19 se observa la antena del Observatorio Max Planck en Bonn, Alemania (Max Planck Institute for Radio Astronomy - MPIfR), que tiene 100 metros de diámetro y puede operar en la banda de frecuencia entre 300 MHz y

25 GHz. Esta antena posee la particularidad de poder operar tanto en foco primario, como con doble reflector con un sistema Gregoriano.

5-7 Sistemas Cassegrain

Un sistema Cassegrain utilizado como antena consiste de dos reflectores pasivos y un alimentador principal. El reflector primario es grande y cóncavo, reflejando la onda electromagnética incidente hacia un reflector secundario convexo y más pequeño, que se encuentra al frente del reflector primario (Figura 5.20a). Este reflector secundario refleja a su vez la onda hacia el centro del reflector primario en donde se situará el alimentador principal con su receptor.

El análisis del funcionamiento de la antena Cassegrain puede hacerse con la misma aproximación semióptica utilizada para antenas de un solo reflector. Por lo general, el alimentador es suficientemente pequeño como para que la onda radiada por éste pueda ser descrita en términos del campo lejano antes de alcanzar al subreflector y la onda incidente sobre éste aparece como si viajara a lo largo de rayos originados en un punto centrado en el alimentador.

El reflector secundario debe ser lo suficientemente grande como para interceptar la porción útil de la radiación del alimentador y reflejar esta onda sobre el reflector primario de acuerdo a las leyes de la óptica.

La amplitud de la onda a través de la apertura sufre una disminución gradual del centro hacia los bordes, al igual que en las antenas de reflector simple, que está determinada por la característica de radiación del alimentador y se modifica por el efecto de disminución de la geometría del reflector secundario y del reflector principal.

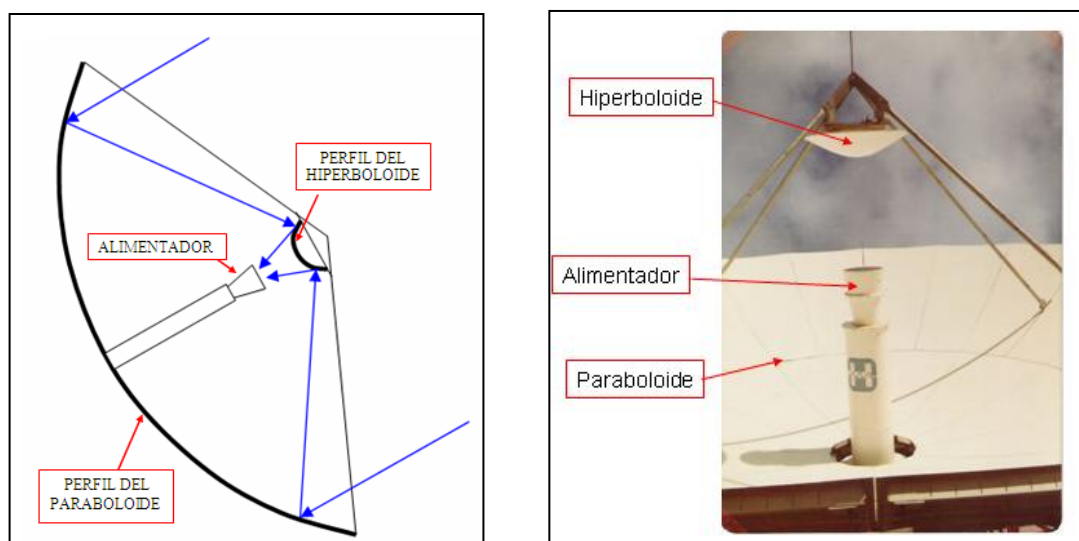


Figura 5.20 – Antena doble reflectora, a) Diagrama del sistema Cassegrain y b) foto de una antena reflectora Cassegrain utilizada en comunicaciones satelitales.

En la geometría clásica de la antena Cassegrain se emplea un paraboloide como reflector primario o principal y un hiperboloide para el reflector secundario, siendo uno de los dos focos de la hipérbola es el punto focal real del sistema en donde se localiza el alimentador principal (Figura 5.20). El otro es un foco virtual que se localiza en el foco del paraboloide.

Como resultado, todas las partes de la onda originada en el foco real, luego de ser reflejadas por ambas superficies, viajan distancias iguales hasta el plano de la apertura frente a la antena, comportamiento similar al reflector simple.

El sistema Cassegrain puede ser evaluado, con excepción del efecto del bloqueo de apertura producido por el reflector secundario (sombra), con la medida de la parábola equivalente (Figura 5.21) [15]. Esta se define como una parábola que tiene el mismo diámetro, pero su longitud focal es:

$$f_e = \left(\frac{f_1}{f_2} \right) f = m \cdot f \quad (5.37)$$

Donde:

f_e : distancia focal efectiva del sistema Cassegrain

f_1 : distancia desde el alimentador al vértice del reflector secundario

f_2 : distancia desde el punto focal primario al vértice del reflector secundario

m : coeficiente de magnificación

f : distancia focal del reflector primario

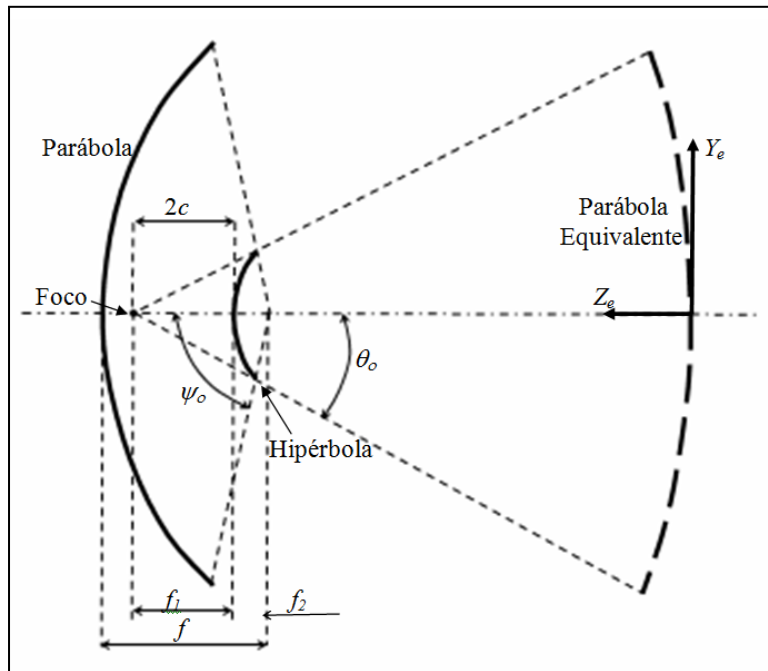


Figura 5.21 – Geometría de antena con sistema Cassegrain y su parábola equivalente.

Los coeficientes de magnificación (m) más usados varían entre 2 y 6.

Las siguientes ecuaciones proveen la relación entre la parábola equivalente y los parámetros de la antena mostrados en la figura 5.21.

$$\frac{D}{4f_e} = \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_o}{2}\right) \quad (5.38)$$

$$Z_e = \frac{Y_e}{4f_e} \quad (5.39)$$

$$\frac{f_e}{f} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\psi_o}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_o}{2}\right)} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{e+1}{e-1} \quad (5.40)$$

El contorno del reflector principal se puede determinar por la ecuación 5.27 y el contorno del reflector secundario está dado por:

$$Z_s = a\sqrt{1 + \frac{Y_s}{b}} - 1 \quad (5.41)$$

donde Y_s y Z_s son las coordenadas del reflector secundario. También se deduce que:

$$e = \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\psi_o + \theta_o)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\psi_o - \theta_o)} \quad \text{y} \quad f_c = f_1 + f_2 \quad (5.42)$$

siendo:

$$a = \frac{f_c}{2e} \quad (5.43)$$

$$b = a\sqrt{e^2 - 1} \quad (5.44)$$

donde las cantidades " e ", " a " y " b " son los parámetros de la hipérbola que forma el reflector secundario, " e " es la excentricidad, " a " es el eje transversal medio y " b " es el eje conjugado medio.

En forma analítica con las últimas expresiones se puede determinar el perfil del reflector secundario conociendo, por supuesto, los parámetros de la parábola real y equivalente.

Los sistemas Cassegrain se utilizan normalmente cuando la ganancia deseada es alta (>45 dBi). Para baja ganancia, con $\frac{D}{\lambda} \leq 75$, el incremento de lóbulos asociado al

bloqueo del reflector secundario (o las pérdidas debidas a la difracción si su diámetro es muy pequeño) se hacen muy importantes. Debemos señalar que para obtener buenos resultados con estas antenas se recomiendan valores de relación focal a diámetro equivalente mayores de 0,5.

5-8 Sistemas Gregoriano

El sistema Gregoriano es un sistema similar al Cassegrain, con un reflector parabólico primario y un reflector secundario con una configuración elíptica, como se vio en la Sección 5.2. El reflector secundario en este caso está ubicado fuera del punto focal del reflector primario. (Figura 5.22).

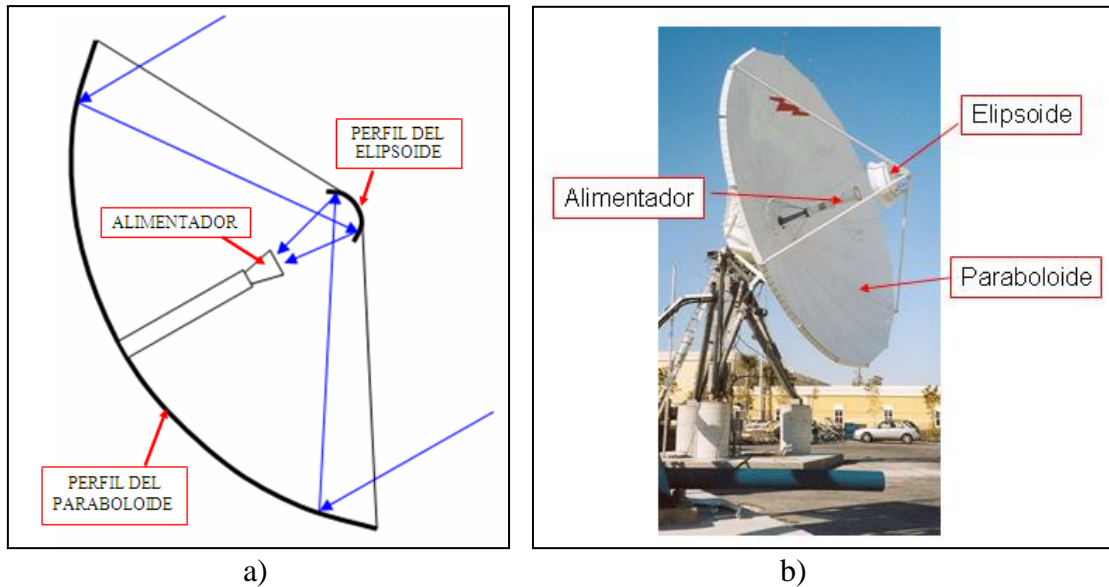


Figura 5.22 - Antena doble reflectora, a) Diagrama del sistema Gregoriano y b) foto de antena reflectora Gregoriana para uso en comunicaciones satelital.

Haciendo el mismo análisis que para el sistema Cassegrain, el sistema Gregoriano tendrá una parábola equivalente (Figura 5.23) [15] la cual podemos evaluar con la siguiente expresión:

$$f_e = \frac{f_1}{f_2} f = m \cdot f \quad (5.45)$$

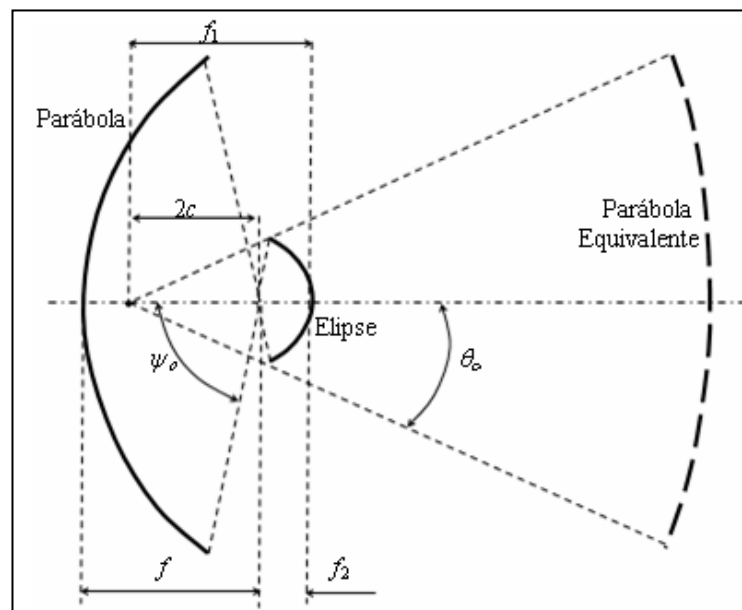


Figura 5.23 - Geometría de antena con sistema Gregoriano y su parábola equivalente.

Donde:

f_e : distancia focal efectiva del sistema Gregoriano

f_1 : distancia desde el alimentador al vértice del reflector secundario

f_2 : distancia desde el punto focal primario al vértice del reflector secundario

m : coeficiente de magnificación

f : distancia focal del reflector primario

Debido a la posición del reflector secundario el sistema Gregoriano es menos compacto que el sistema Cassegrain. Podemos decir que el sistema Gregoriano posee las mismas ventajas que el sistema Cassegrain.

En la Tabla 5.1 se resumen las ecuaciones que rigen el diseño de los sistemas de doble reflector Cassegrain y Gregoriano [15].

TABLA 5.1 – Ecuaciones de diseño de sistemas de doble reflector

DESCRIPCION	CASSEGRAIN	GERORIANO
Coefficiente de magnificación (m)	$\frac{f_e}{f}$	$\frac{f_e}{f}$
Excentricidad (e)	$\frac{\text{sen } \frac{1}{2}(\psi_o + \theta_o)}{\text{sen } \frac{1}{2}(\psi_o - \theta_o)}$ $\frac{m+1}{m-1}$	$\frac{\text{sen } \frac{1}{2}(\psi_o - \theta_o)}{\text{sen } \frac{1}{2}(\psi_o + \theta_o)}$ $\frac{m-1}{m+1}$
Distancia entre focos del subreflector ($2c$)	$\frac{2Pe^2}{e^2 - 1}$	$\frac{2Pe^2}{e^2 - 1}$
Parámetro de diseño (P)	$\frac{2c(e^2 - 1)}{2e^2}$	$\frac{2c(1 - e^2)}{2e^2}$
Diámetro del subreflector (D_s)	$\frac{2eP \text{sen}(\pi - \psi_o)}{1 - e \cdot \text{sen}(\pi - \psi_o)}$	$\frac{2eP \text{sen}(\pi - \psi_o)}{1 - e \cdot \text{sen}(\pi - \psi_o)}$
Distancia entre el vértice de la parábola y el alimentador (L_m)	$f - 2c$	$f - 2c$

Las ventajas de los sistemas de doble reflector frente a los sistemas reflectores simples son las siguientes:

- Ubicación del alimentador principal próxima al vértice del reflector, posibilitando la utilización de líneas de transmisión cortas (normalmente guía ondas de bajas pérdidas) para conectar aquél con el sistema tranceptor o radiómetro ubicado normalmente detrás del vértice del reflector.
- En recepción captan menos ruido del espacio circundante que los reflectores simples cuando apuntan su lóbulo principal al cielo, lo que los hace particularmente interesantes para implementar estaciones terrenas. El ruido captado es menor porque en la antenas de

doble reflector los lóbulos de spillover directo del alimentador están dirigidos hacia el cielo (con niveles de ruido incidente muy bajos ≈ 10 a 20 K según elevación), mientras que en los reflectores simples el spillover apunta a la Tierra, que se comporta como un cuerpo negro a una temperatura de 290 K.

Por el contrario, los inconvenientes que presentan son:

- El subreflector produce un “bloqueo” (Figura 5.23) mayor sobre la apertura que el alimentador en un reflector simple. El efecto más importante del bloqueo es el incremento del lóbulo secundario adyacente al principal. Este incremento depende del porcentaje de apertura bloqueada (ds/D), siendo tolerable hasta un 10% , pero crece rápidamente y da aumentos del orden de 10 dB cuando alcanza el 20% . Algunos autores expresan que el diámetro del subreflector debe ser mayor de 5λ y menos de $0,3$ veces el diámetro de la parábola, límite superior que está dado por la pérdida de ganancia de 1 dB. Como vemos este bloqueo produce una reducción de ganancia, y puede ser evaluado con la eficiencia de bloqueo expresada por la ecuación 3.39 del Capítulo 3. De la misma forma se puede evaluar el bloqueo producido por los soportes del subreflector. Estos bloqueos en general reducen la directividad ligeramente y aumentan los lóbulos secundarios lejanos y la radiación contrapolar.

Las características de estos sistemas de antenas con doble reflector lo hacen propicios para su utilización en arreglos de antenas.



a)

Figura 5.24 – Arreglos de antenas reflectoras para observaciones radioastronómicas, a) antenas del VLA, NRAO, EUA ([video](#)) y b) observatorio ALMA Atacama, Chile ([video](#)).



b)

En la figura 5.24 se observan arreglos de antenas de sistema de doble reflector utilizados para observaciones radioastronómicas interferométricas. En la figura 5.24a se observa el interferómetro del VLA (Very Large Array) del NRAO (National Radio Astronomy Observatory) de EUA. Cada antena es de 25 metros de diámetro en disposición Cassegrain, los datos de las antenas se combinan electrónicamente para dar la resolución de una antena de 36 km, con la sensibilidad de un diámetro de 130 metros. Puede operar en la banda de frecuencia entre 74 MHz y 50 GHz.

En la figura 5.24b se ven las antenas del proyecto ALMA (Atacama Large Milimeter/Submilimeter Array). El interferómetro, instalado en el desierto de Atacama está compuesto por antenas de 7 y 12 metros de diámetro con sistemas de doble reflector del tipo Gregoriano. El rango de frecuencias a observar es entre 300 GHz y 1 THz.

5-9 Otros sistemas de doble reflector

La limitación principal en la aplicación de la antena Cassegrain es el bloqueo de apertura principal producido por el reflector secundario. Esto no ha constituido un problema serio en los telescopios ópticos en los que las características del patrón de difracción no son severas y por la corta longitud de onda de la luz. En el caso de microondas estas condiciones no se dan y la presencia del reflector secundario opaco a la energía electromagnética produce un hueco en la iluminación que da como resultado una reducción de la ganancia y un aumento de los niveles de los lóbulos laterales.

Para analizar este efecto de forma empírica, la iluminación resultante puede dividirse en dos componentes: la iluminación original y el hueco o centro negativo no iluminado. El patrón resultante se obtiene sumando las dos componentes, con el resultado que se ilustra en la figura 5.25 [14].

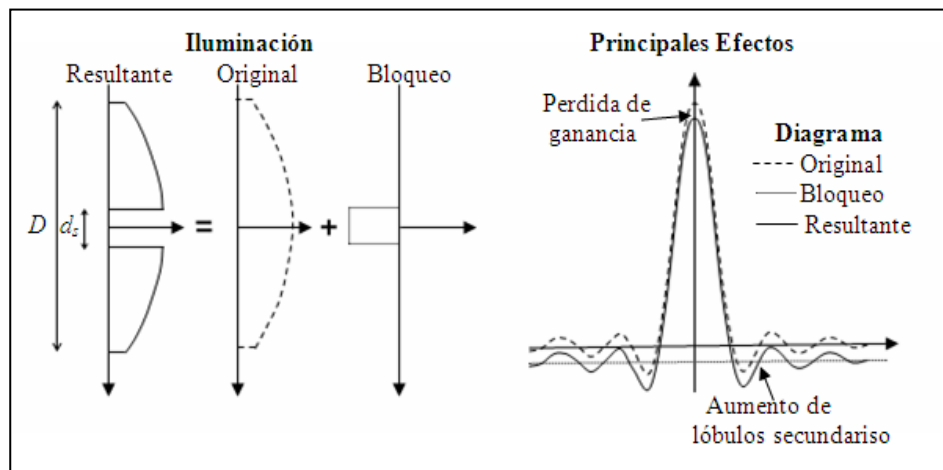


Figura 5.25 – Bloqueo del subreflector o del alimentador para reflectores de foco primario.

Los efectos de atenuación en la ganancia (ΔG) por bloqueo en dB se pueden evaluar con la siguiente ecuación:

$$\Delta G = 10 \log \left(1 - \left(\frac{d_s}{D} \right)^2 \right) \quad (5.46)$$

Siendo D el diámetro del reflector principal y d_s el del subreflector.

Este motivo lleva a realizar otras configuraciones de sistemas parabólicos descentrados como el Cassegrain de foco desplazado (formado por un hiperboloide y un paraboloide) o el Gregoriano de foco desplazado (formado por un elipsoide y un paraboloide) que no presentan bloqueo y tienen buenas prestaciones en radiación contrapolar, ya que el reflector principal y el reflector secundario se disponen de modo que las polarizaciones contrapolares que producen sean de signo opuesto para que se cancelen (Figuras 5.26a y 5.26b).

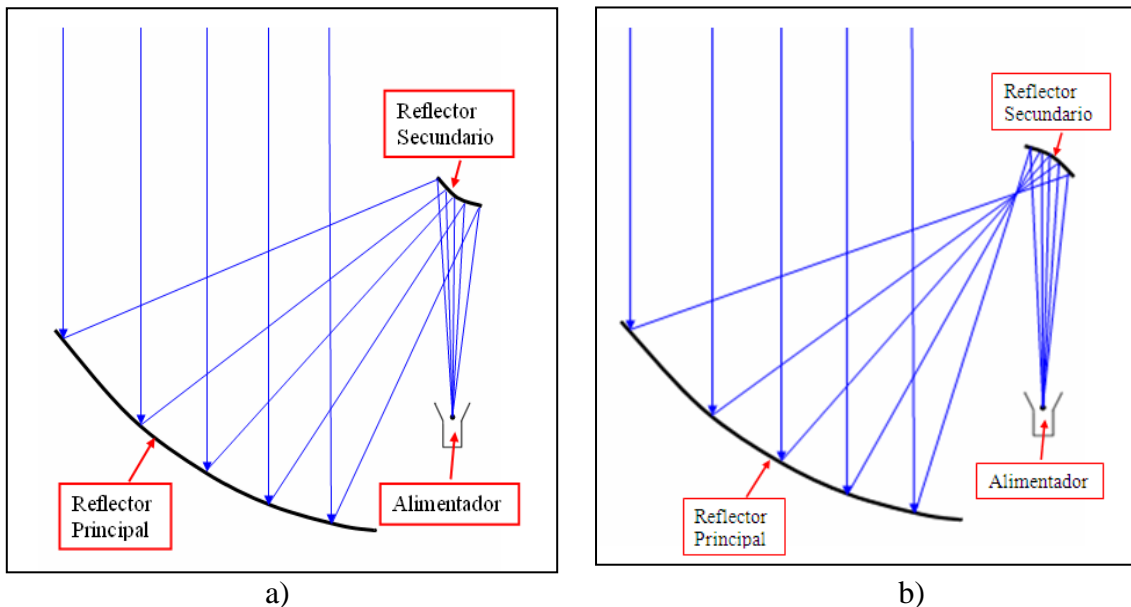
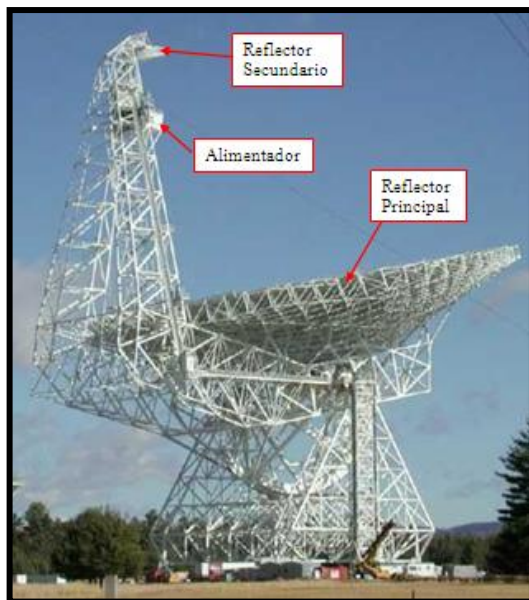


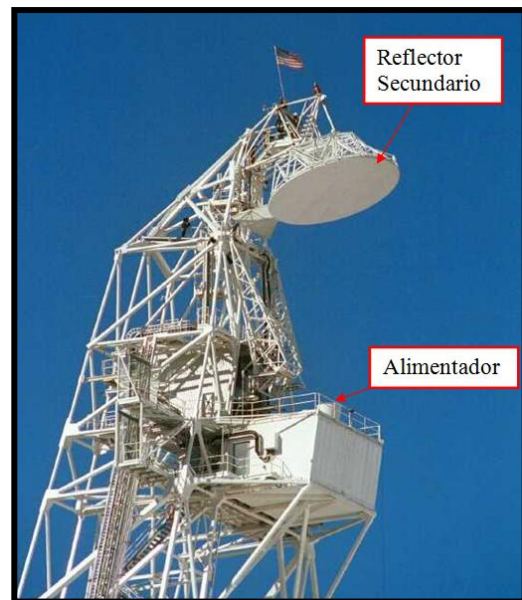
Figura 5.26 – Geometría de sistema de foco desplazado con doble reflector, a) Sistema Cassegrain y b) Sistema Gregoriano

Estas configuraciones con foco desplazado y de doble reflector se utilizan en estaciones terrenas de alta capacidad, con eficiencias de apertura más altas que otros sistemas.

En la figura 5.27a vemos la antena GBT (Green Bank Telescope) del observatorio radioastronómico del NRAO en Green Bank. Esta enorme área colectora de 100 metros de diámetro, posee una precisión en la superficie que proporciona una sensibilidad excelente en el rango entre 100 Mhz y 116 Ghz. En la figura 5.27b se observa con detalle el alimentador y el reflector secundario de dicha antena.



a)



b)

Figura 5.27 – a) Antena de foco desplazado Gregoriano para uso radioastronómico, Green Bank, EEUU ([video](#)), b) subreflector y alimentador de dicha antena y c) arreglos de antenas con foco desplazado gregoriano del observatorio de Hat Creek ([video](#)).



c)

En la figura 5.27c se muestra un arreglo de antenas, pionero en el uso de arreglos de antenas de pequeño diámetro (6,1 metros) en radioastronomía. El complejo de antenas está ubicado en el observatorio de Hat Creek, perteneciente al Laboratorio de la Universidad de California, Berkeley, Estados Unidos y es llamado Allen Telescope Array (ATA).

Otras configuraciones reflectoras que se utilizan son las antenas periscópicas y las bocinas reflector. La configuración de antena periscópica (Figuras 5.28a y 5.28b) permite instalar la antena en el suelo, cerca del transceptor de modo que facilita su mantenimiento.

En la figura 5.28c se ve la aplicación en radioastronomía de sistemas con doble reflector, con el reflector secundario plano. Esta antena, llamada Oído Grande (Big Ear), fue diseñada y construida por el Profesor Doctor Jhon Kraus y desmantelada en 1998. El telescopio, dependiente de la Universidad del Estado de Ohio de EUA, fue famoso por descubrir algunos de los objetos más distantes y fue uno de los primeros que efectuó un barrido del universo (sky survey). Consistía en un reflector plano móvil de 31 metros

de alto por 104 de largo, que hacía incidir la señal sobre uno parabólico de 21 metro de alto por 110 metros de largo, los alimentadores se encontraban entre ambos reflectores.

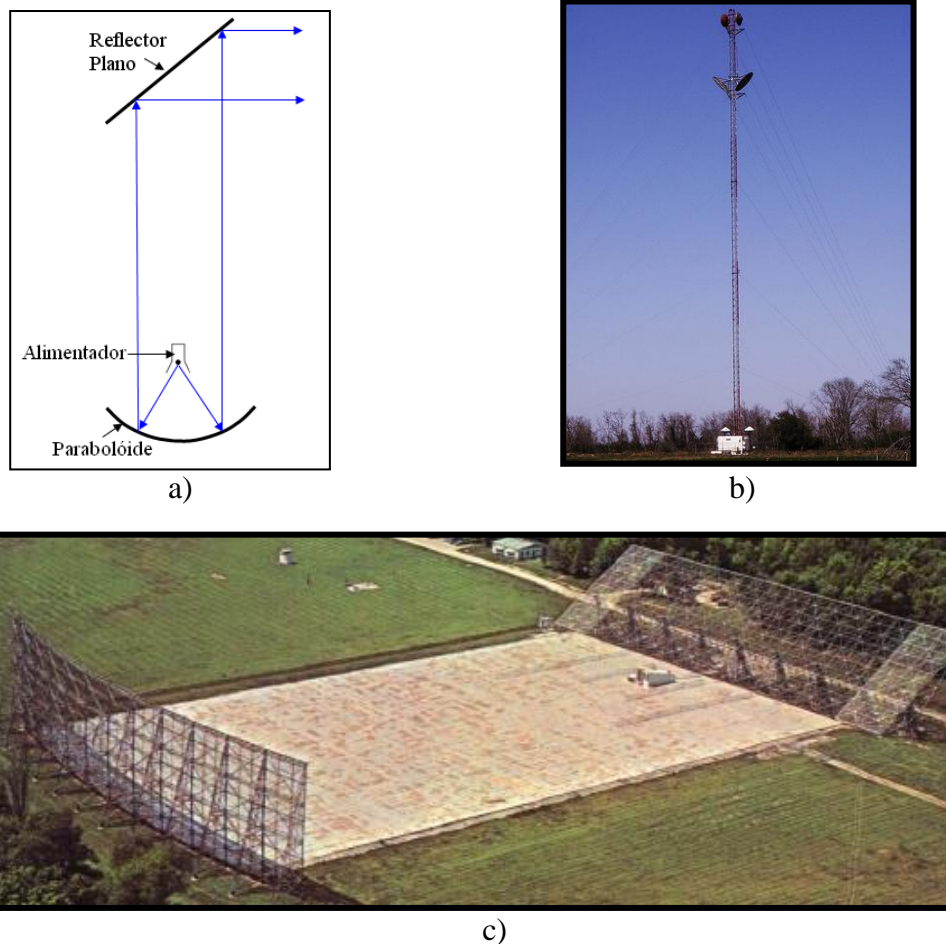


Figura 5.28 – Sistema de doble reflector con reflector secundario plano, a) Perfil de sistema periscopio, b) sistema utilizado en un radio enlace y c) su uso en radioastronomía.

Las bocinas reflector (Figuras 5.29a y 5.29b) se utilizan en torres donde conviven muchos radios enlaces por su baja radiación lateral y trasera (spillover apantallado), lo que hace que den lugar a interferencias entre antenas muy bajas.

Para el uso en radioastronomía la bocina reflector combina varias características ideales, es extremadamente de banda ancha, tiene una eficiencia de apertura calculable y los lóbulos laterales son tan bajos que apenas recogen energía del suelo, logrando eficiencia de iluminación en los bordes alta. En consecuencia es un radiotelescopio ideal para mediciones precisas de niveles bajos, como es la radiación del fondo del universo. Un famoso ejemplo es la bocina reflector situada en los laboratorios Bell en New Jersey de EUA (Figura 5.29c), utilizada para la medición, en longitudes de onda de radio, de la radiación de fondo de $2,7^{\circ}\text{K}$, eco perceptible de la creación del Universo, que la mayoría de los científicos conoce como el Big Bang. Esta antena también fue usada

para recibir la primera comunicación satelital en el año 1960 del satélite Echo I, éste era un balón metálico puesto en órbita diseñado para actuar como un reflector pasivo.

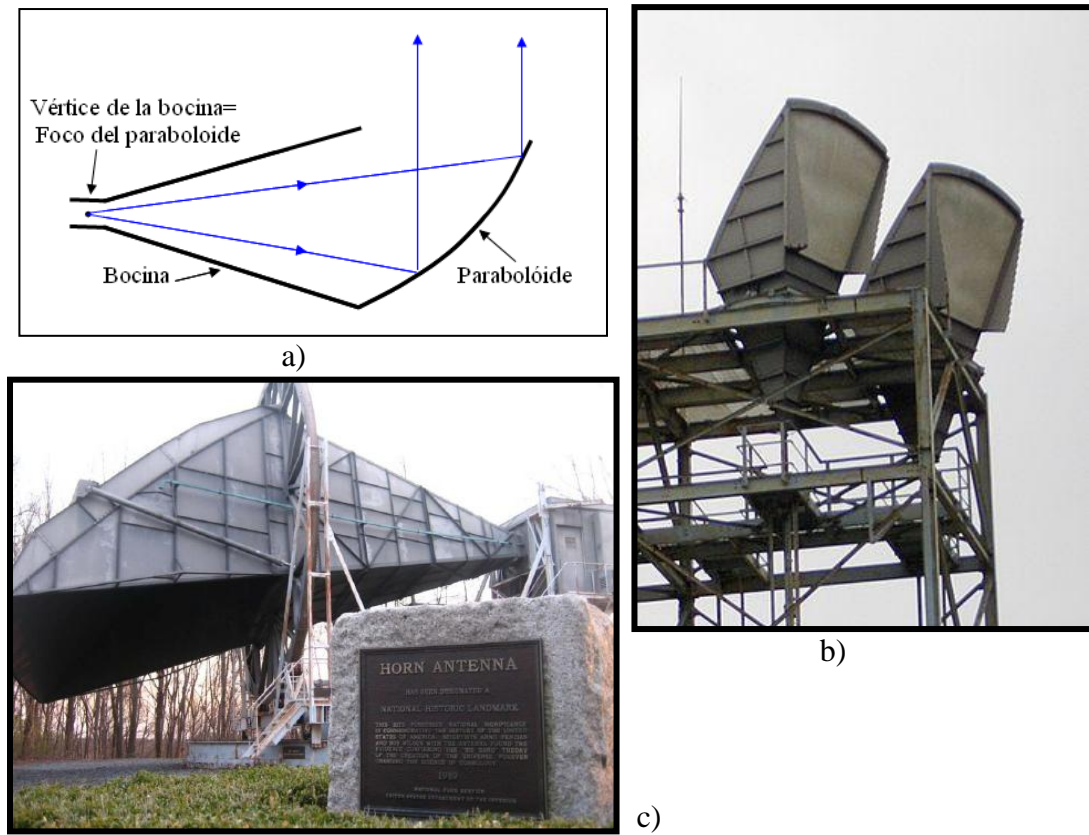


Figura 5.29 – Antena bocinas reflector, a) perfil del sistema, b) utilizada en un radio enlace y c) su uso en radioastronomía y en recepción satelital ([video](#)).

Las antenas reflectoras se protegen de las inclemencias meteorológicas mediante el uso de cobertores, que pueden construirse usando telas o materiales especiales, de tal forma que sean casi transparentes (materiales de bajas pérdidas) a las ondas electromagnéticas.

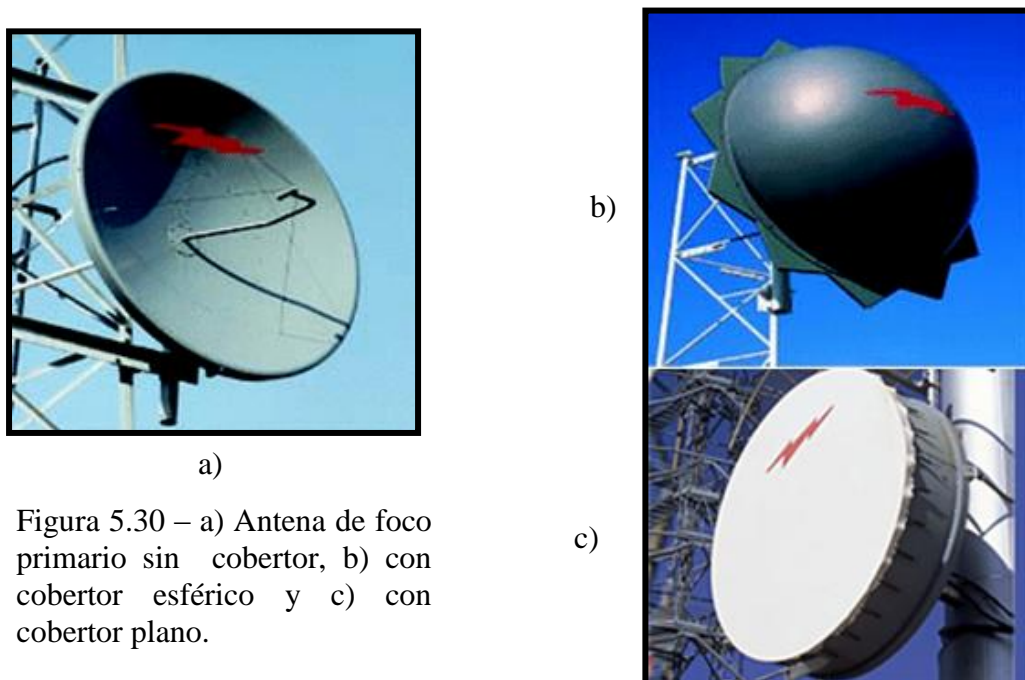
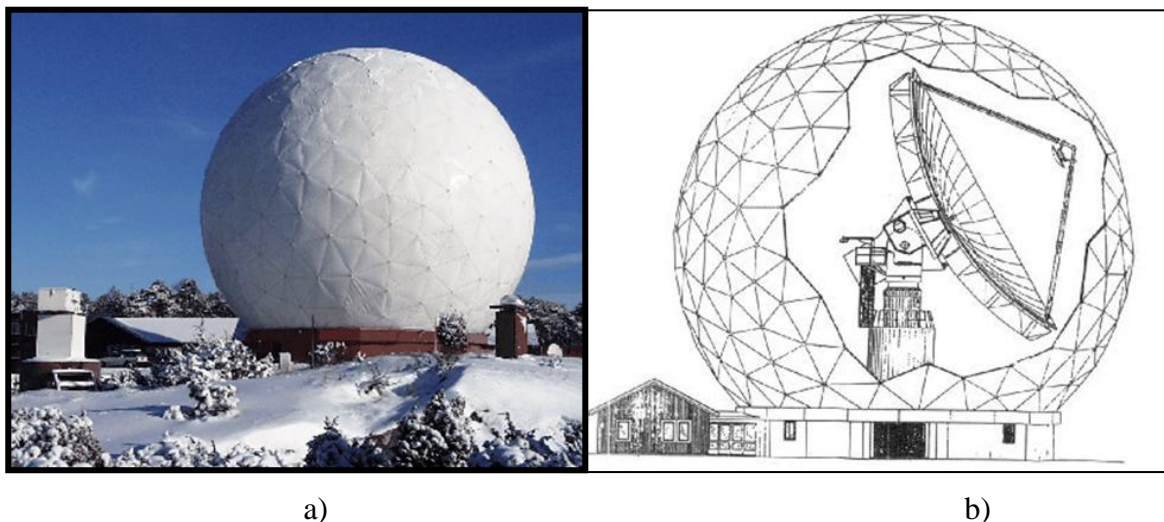


Figura 5.30 – a) Antena de foco primario sin cobertor, b) con cobertor esférico y c) con cobertor plano.

Estas protecciones o cobertores de los reflectores son comúnmente conocidos como *radomo* (su nombre en inglés radome).

En la figura 5.30a se observa un reflector parabólico de foco primario comercial utilizado para enlaces punto a punto: en la figura 5.30b se muestra un reflector de similares características al anterior con cobertor esférico y en la figura 5.30c tenemos un reflector parabólico con borde y con cobertor plano.



a) Antena con cobertor o radomo del Observatorio Espacial de Onsala en Suecia y b) Figura esquemática del Observatorio con corte del cobertor y vista del reflector en su interior.

En la figura 5.31 se puede ver el Observatorio Espacial de Onsala (Onsala Space Observatory – OSO), instalado en Gotemburgo, Suecia. En el interior del cobertor o radomo, como se observa en la figura 5.31b, hay una antena de 20,1 metros de diámetro con disposición Cassegrain que permite trabajar en ondas milimétricas y submilimétricas. Esta antena permite su uso en el rango de frecuencias entre 10 GHz y 115 GHz, principalmente empleada como telescopio en radioastronomía.

5-10 Reflectores de haces múltiples

Uno de los requerimientos de importancia en sistemas de antenas, para aplicaciones espaciales de detección remota y sistemas de comunicación, es la generación de múltiples haces con la habilidad de observar una gran cantidad de puntos. Estas necesidades exigen poseer la mayor resolución y cubrimiento posible, utilizando técnicas de antenas con haces múltiples (Multiple Beam Antenna, MBA).

Las estructuras más utilizadas en haces múltiples son las toroidales, ya que al hacer girar la parábola sobre el eje de rotación generando la superficie reflectora, también produce una rotación del foco de la parábola, formando un arco focal en donde podemos disponer los alimentadores para producir haces múltiples.

En las figuras 5.32a y 5.32b observamos dos disposiciones del eje de rotación del perfil parabólico de superficie toroidal, que conforman dos arcos focales en diferentes planos. En dichas figuras se observa δ y α que son los ángulos que forman el eje central y el eje de rotación con el eje \hat{z} respectivamente.

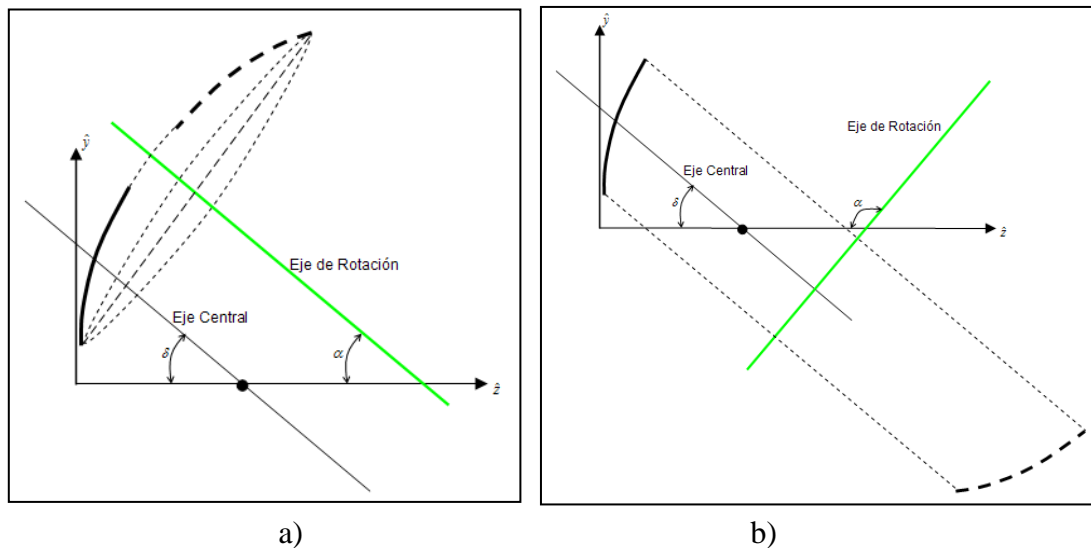
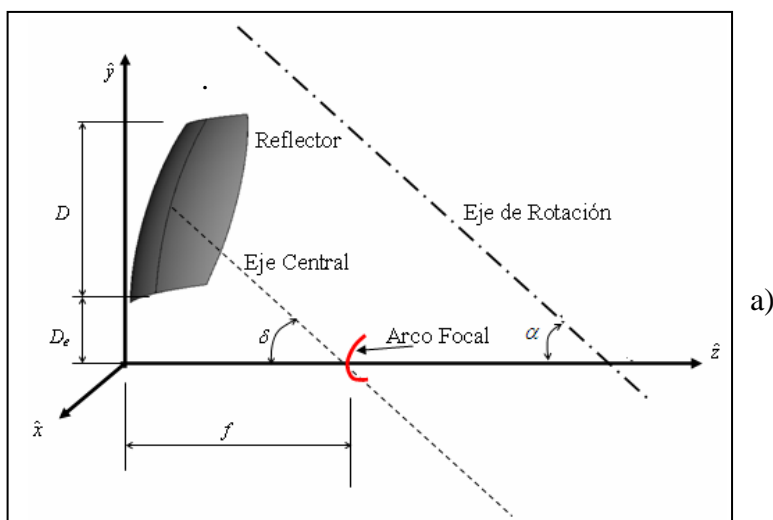


Figura 5.32 – Disposición del eje de rotación en superficies toroidales con foco desplazado, a) con eje de rotación con un ángulo respecto al eje \hat{z} de $\alpha = \delta$ y b) $\alpha = \delta + 90$.

Analicemos reflectores toroidales desplazados del foco, sistemas también utilizados en aplicaciones de antenas de haces múltiples. Estas superficies, como los casos de foco desplazado vistos anteriormente, no producen bloqueo de señal. En las figuras 5.33a y 5.33b se observa la superficie de reflectores toroidales con foco desplazado y sus respectivos arcos focales, generados con las mismas disposiciones de los ejes de rotación que se muestran en las figuras 5.32a y 5.32b respectivamente.



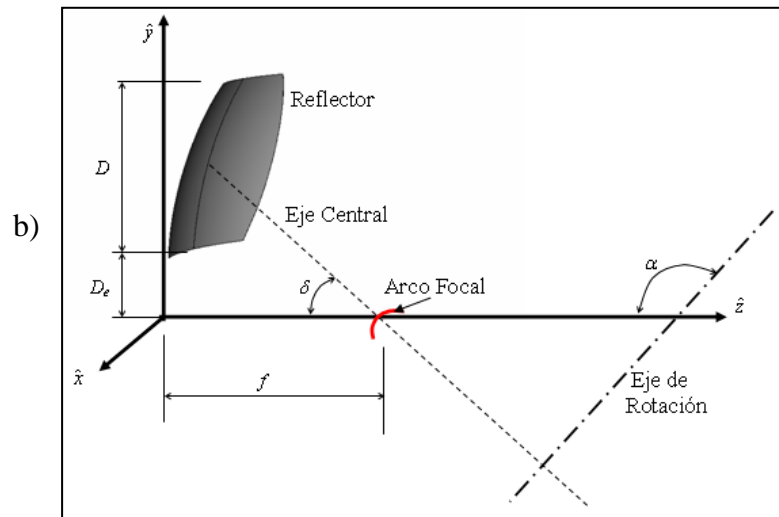


Figura 5.33 – Antenas reflectoras parabólicas toroidales con foco desplazado, a) con eje de rotación con un ángulo respecto al eje \hat{z} de $\alpha = \delta$ y b) con $\alpha = \delta + 90^\circ$.

En la figura 5.33a el plano del arco focal está a 90 grados del eje central de la parábola, siendo éste el caso donde el eje de rotación del toroide tiene un ángulo respecto al eje \hat{z} de $\alpha = \delta$. Mientras que en la figura 5.33b la disposición genera un arco focal en un plano que contiene al eje central de la parábola, en esta disposición el ángulo del eje de rotación respecto al eje \hat{z} es $\alpha = \delta + 90^\circ$.

Una aplicación del sistema de haces múltiples con la disposición mostrada en la figura 5.33b se puede observar en la figura 5.34 [25-26]. Estas antenas reflectoras parabólicas toroidales de foco desplazado con haces múltiples, fueron implementadas en los radiómetros (Microwave Water Radiometer – MWR) en banda K y Ka del satélite Aquarius/SAC-D, con el objetivo de observar parámetros geofísicos de nuestra corteza terrestre y de su atmósfera.

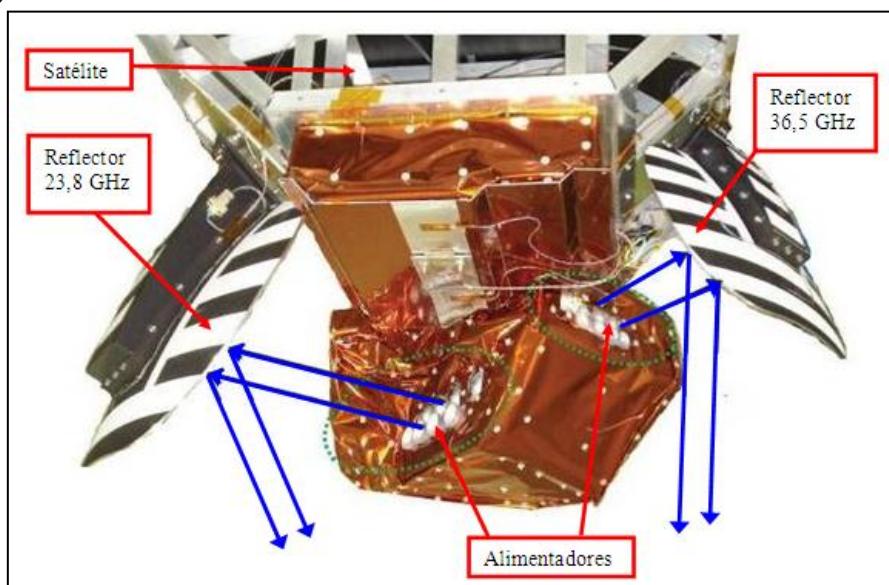


Figura 5.34 – Antenas reflectoras toroidales con foco desplazado sobre el cuerpo del satélite Aquarius/SACD ([video](#)).

Analizando la configuración de la antena toroidal, se puede demostrar con óptica geométrica que la desviación azimuthal del haz es en sentido contrario al desplazamiento del alimentador, como se demuestra en las simulaciones de la figura 5.35.

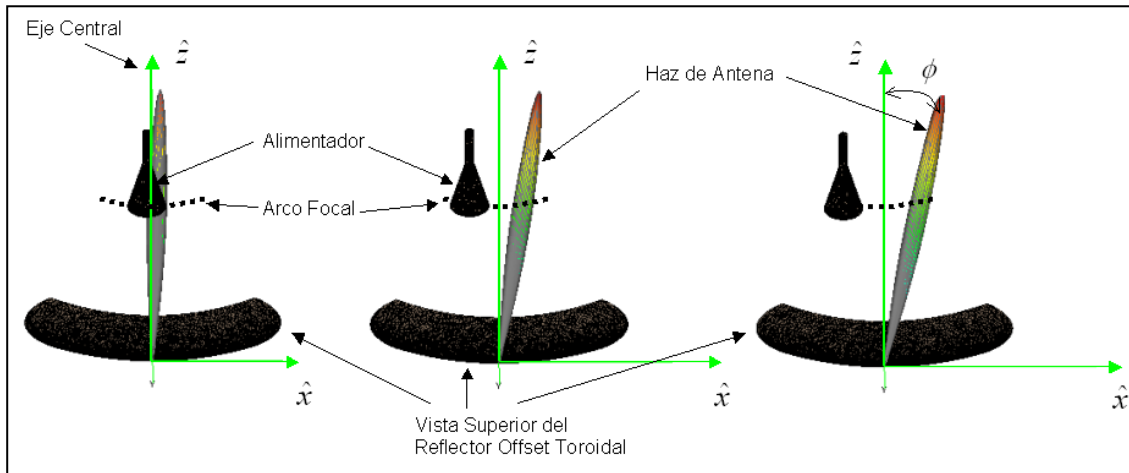


Figura 5.35 – Desplazamiento del haz de antena en reflector toroidal con foco desplazado [29].

En la figura 5.36 podemos ver una vista desde arriba de la antena toroidal con foco desplazado y analizar el comportamiento del haz cuando el alimentador se desplaza sobre el eje \hat{x} , situación similar a lo mostrado en la simulación de la figura 5.35. Como la superficie toroidal genera círculos en el plano $\hat{x}\hat{z}$, consideraremos en esa posición a la antena como un espejo esférico [24].

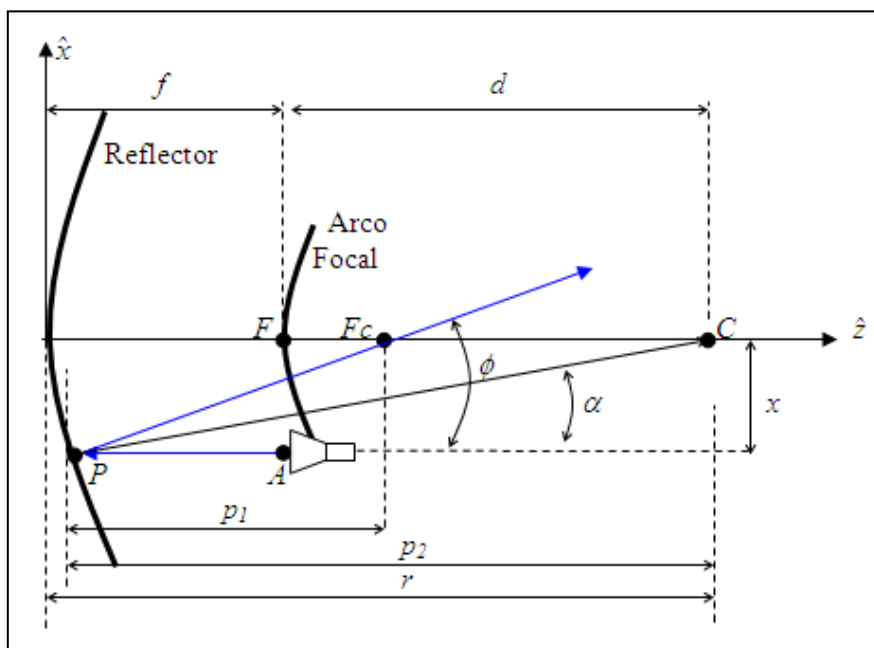


Figura 5.36 - Vista de arriba de la antena de foco desplazado toroidal

Donde:

F : foco de la parábola.

f : distancia focal de la parábola.

Fc : foco de la superficie esférica.

fc : distancia focal de la superficie esférica.

r : radio de la superficie esférica.

A : posición del alimentador desplazado.

C : punto de intersección del eje de rotación con el eje z .

x : distancia al eje central del alimentador desplazado o sea FA según los ejes mostrados en la figura 5.36.

P : punto de proyección de A sobre la superficie.

p_1 : distancia PFc .

p_2 : distancia PC .

La distancia entre los puntos PC , puede expresarse como:

$$p_2 = \sqrt{r^2 - x^2} \quad (5.48)$$

y también:

$$p_1 = p_2 - \frac{r}{2} = \sqrt{r^2 - x^2} - \frac{r}{2} \quad (5.49)$$

En espejos esféricos, el rayo de un frente de onda plano pasará por el foco determinando el ángulo ϕ (Figura 5.36). Este es el ángulo de desplazamiento del centro del haz del lóbulo de la antena generado por el alimentador desplazado una distancia x de la posición central. Luego:

$$\phi = \arctg\left(\frac{x}{p_1}\right) \quad (5.50)$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2} - r/2}\right) \quad (5.51)$$

Para determinar una expresión aproximada de la ecuación 5.49, y atento al límite impuesto por la óptica geométrica, podemos decir que:

$$\arctg(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \quad (5.52)$$

y para valores pequeños de x tenemos que:

$$\arctg(x) \cong x \quad (5.53)$$

por lo que, con buena aproximación, podemos decir que:

$$\phi \cong \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2} - \frac{r}{2}} \quad (5.54)$$

siendo esta última ecuación el desplazamiento angular del haz principal en azimut (ϕ) en función del desplazamiento lineal del alimentador en la dirección \hat{x} (Figura 5.36).

Según los desarrollos efectuados, hemos visto que haciendo aproximaciones esféricas a las superficies asféricas se logran las expresiones como las ecuaciones 5.54, con las cuales podemos determinar la dirección máxima del diagrama de irradiación en azimutal (ϕ) en función de la posición de cada alimentador sobre el arco focal en la dirección x .

Si adoptáramos como:

$$r \cong a = f + d \quad (5.55)$$

Donde r es el radio de cada perfil esférico (Figura 5.36) y a es la intersección entre el eje de rotación y el eje \hat{z} . Luego:

$$\phi_i \cong \frac{x_i}{\sqrt{a^2 - x_i^2} - \frac{a}{2}} \quad \text{donde } i = 1, 2, \dots \quad (5.56)$$

donde i indica los alimentadores en distintas posiciones del arco focal, x_i es la posición de cada uno de ellos sobre el arco focal y ϕ_i es el ángulo de azimut del haz principal de cada alimentador conformando una antena de múltiples haces.

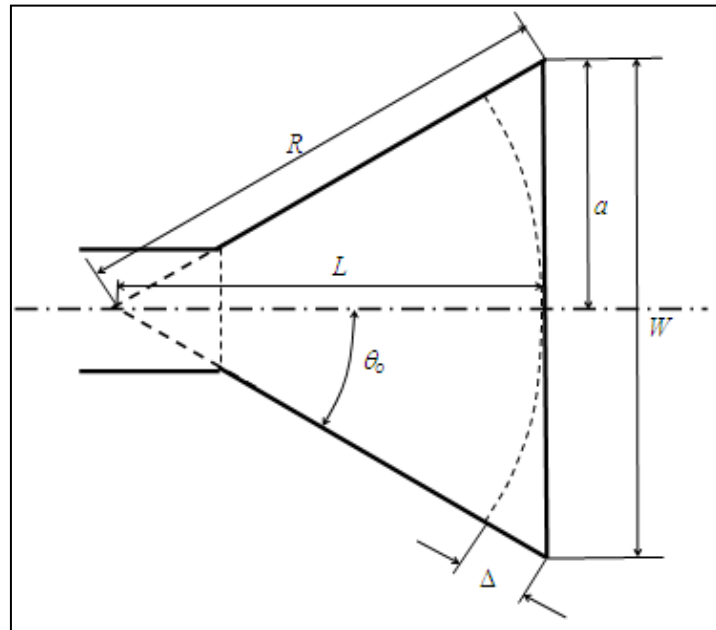
5-11 Alimentador principal

Las antenas del tipo bocina son muy utilizadas como alimentador principal en la banda de frecuencia de microondas porque proporcionan buena adaptación con reflectores, baja onda estacionaria, ancho de banda grande y son relativamente fáciles de construir. Los alimentadores principales del tipo bocina más usados en microondas con este propósito son:

- Bocina rectangular
- Bocinas cónicas lisas
- Bocinas cónicas corrugadas

La Figura 5.37 muestra la geometría general de un alimentador del tipo bocina. La guía de ondas de entrada puede ser rectangular o circular, donde W es el ancho de una apertura rectangular, y a es el radio de una apertura circular.

Figura 5.37 – Geometría de un alimentador tipo bocina.



La distancia desde la unión de los lados hasta la apertura es el radio de inclinación R , mientras que la distancia a lo largo del eje central está dada por L . Se puede apreciar en la figura 5.37 que al irradiar una onda esférica desde la unión de los lados, vemos que la distancia extra que se recorre a lo largo de los lados (distancia R) en comparación con la distancia sobre el eje central hasta el centro de la apertura (distancia L) está dada por:

$$\Delta = R - L = R - \sqrt{R^2 - a^2} = R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}} \right) \quad (5.57)$$

$$\Delta \approx R \left(1 - \left(1 - \frac{a^2}{2R^2} \right) \right) = \frac{a^2}{2R} = \frac{W^2}{8R} \quad (5.58)$$

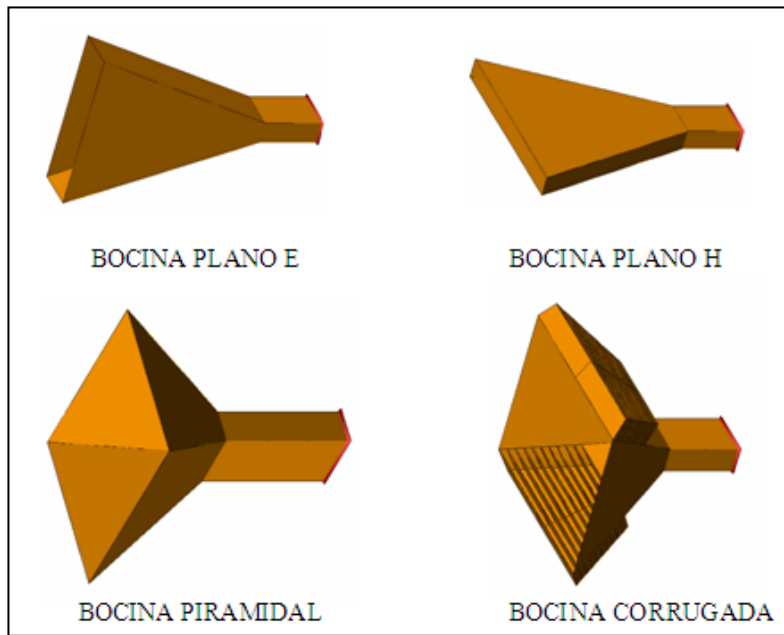
Dividimos por la longitud de onda para obtener la constante S adimensional de la distribución de fase cuadrática [14-15].

$$S = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{W^2}{8\lambda R} = \frac{a^2}{2\lambda R} \quad (5.59)$$

Puesto que el ángulo θ_0 de la mayoría de los alimentadores tipo bocina es pequeño, se utiliza la aproximación del error de fase cuadrático.

5-12 Bocinas rectangulares

Las antenas del tipo bocina rectangulares se alimentan con una guía de onda rectangular y se usan principalmente como alimentador principal cuando se necesita excitar a la antena con el modo TE_{10} que es el modo dominante de la guía de onda que la alimenta.



5.38 – Formas de bocinas rectangulares.

Si la bocina rectangular se ensancha en la cara ancha de la guía sin cambiar de dimensiones en la cara estrecha, se la llama Bocina Sectorial Plano H. Si la bocina sólo se ensancha en las dimensiones del plano E se la llama Bocina Sectorial del plano E (Figura 5.38). Si se ensancha en ambos sentidos se conforma una Bocina Piramidal (Figuras 5.39a y 5.39b).

El objetivo de las bocinas rectangulares es el de aumentar la directividad al ampliar las dimensiones verticales y/o horizontales de la apertura. Luego los campos que llegan a la apertura son fundamentalmente una versión expandida de los campos en la guía de onda. De hecho la zona abocinada se comporta como una guía de onda sectorial que soporta una onda cilíndrica en la que el campo eléctrico tangencial sobre las paredes laterales se anula.

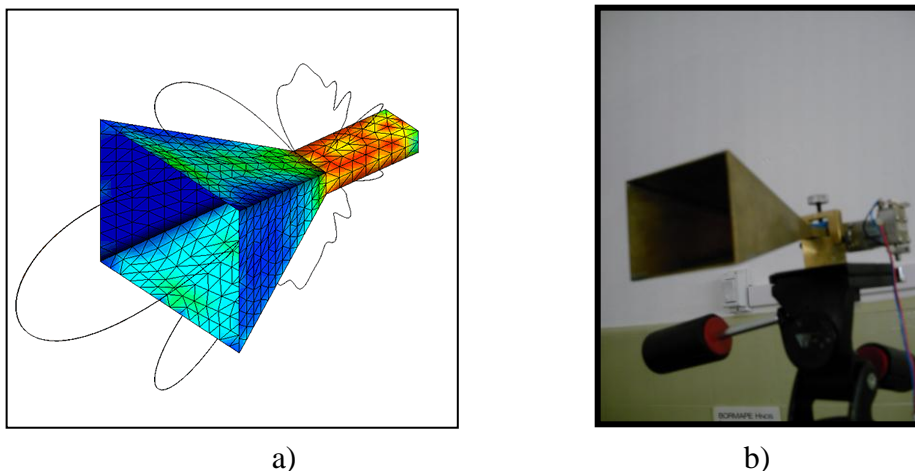


Figura 5.39 – a) Simulación de bocina rectangular piramidal ([simulación](#)) [29] y b) bocina rectangular piramidal en la banda de 23 GHz.

La piramidal es la bocina más común de las bocinas rectangulares y las más usada como alimentador principal dentro de las bocinas rectangulares. Como se muestra en la figura 5.40 la bocina piramidal se ensancha tanto en el plano E como en el plano H , lo que permite radiar haces más estrechos en ambos planos.

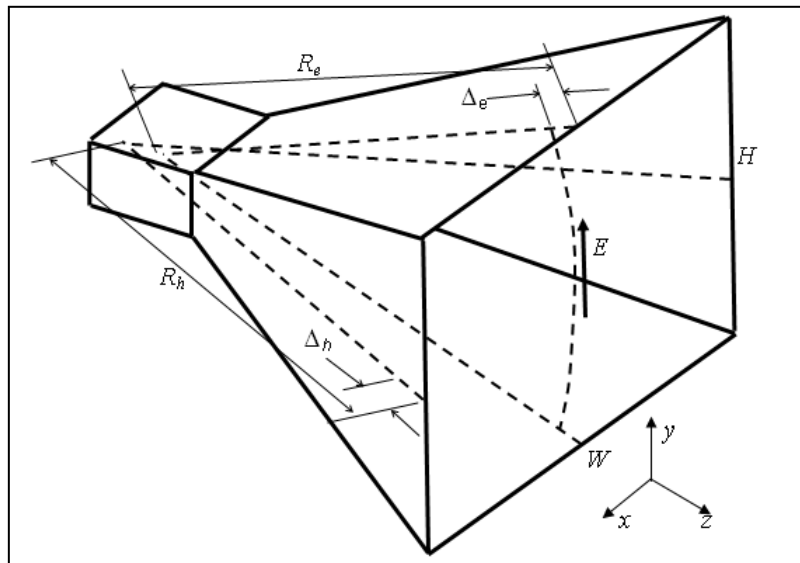


Figura 5.40 – Geometría de bocina rectangular.

En una bocina de forma piramidal aumentan las dimensiones horizontales y verticales, y el error de fase aparece en ambos planos.

La apertura tiene un ancho W en el plano-H y una altura H en el plano-E. Cada coordenada de apertura tiene su propia distribución de fase cuadrática constante [15] dada por:

$$S_e = \frac{H^2}{8\lambda R_e} \quad \text{y} \quad S_h = \frac{W^2}{8\lambda R_h} \quad (5.60)$$

La distribución de campos en la boca de una guía de onda rectangular en el modo fundamental TE_{10} es el siguiente:

$$E_y = E_o \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (5.61)$$

Al ser los campos en la bocina una versión expandida de los campos producidos en la guía de onda, éstos llegan a los distintos puntos de la apertura plana con diferencias de fase debido a la curvatura del frente de fase cilíndrico, como se muestra en la figura 5.37.

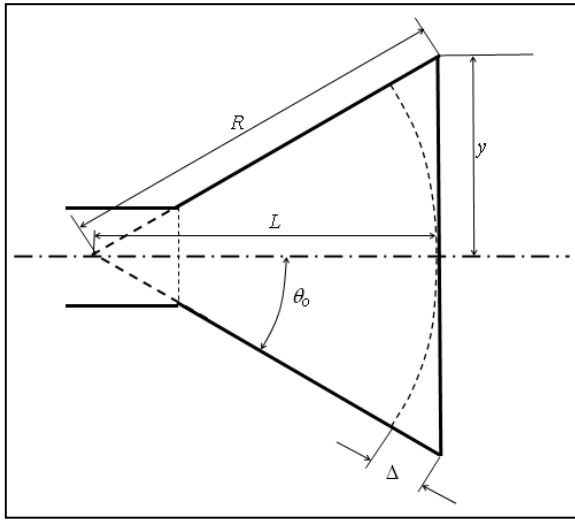


Figura 5.41 – Vista lateral de la geometría de una bocina rectangular.

Supongamos el ensanchamiento de la bocina en uno de sus planos, y analicemos la diferencia de fase (Figura 5.41). Según lo visto en la Sección 5.11 tendremos:

$$\beta\Delta = \beta(R-L) = \beta\left(R - \sqrt{R^2 - y^2}\right) \cong \beta R \left[1 - \left(\sqrt{1 - \frac{y^2}{R^2}}\right)\right] \quad (5.62)$$

Luego:

$$\beta(R-L) = \beta \frac{y^2}{2R} \quad (5.63)$$

Por lo tanto la variación de fase en la dirección y es:

$$e^{j\frac{\beta y^2}{2R}} \quad (5.64)$$

Similar tratamiento podemos hacer para bocinas de plano E , plano H y piramidal, obteniendo las correspondientes diferencias de fase.

La diferencia de fase tiene un comportamiento proporcional al cuadrado de la distancia. Luego la distribución de campos en las bocinas [14-15] será la misma que el de la boca de una guía de onda rectangular (5.61) con un término de fase adicional (Tabla 5.2).

TABLA 5.2 – Distribución de campo eléctrico en bocinas rectangulares.

BOCINA DE PLANO E	$E_y = E_o \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta y^2}{2R_E}}$
BOCINA DE PLANO H	$E_y = E_o \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2R_H}}$
BOCINA PIRAMIDAL	$E_y = E_o \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2R_H}} e^{-j\frac{\beta y^2}{2R_E}}$

Los diagramas de radiación normalizados en el plano E y plano H se suelen expresar en forma de diagramas de radiación universal (Figura 5.42), teniendo como parámetro el máximo error de fase cuadrático S en la apertura. Estos gráficos se utilizan para estimar el patrón de irradiación de una antena del tipo bocina rectangular [14-15].

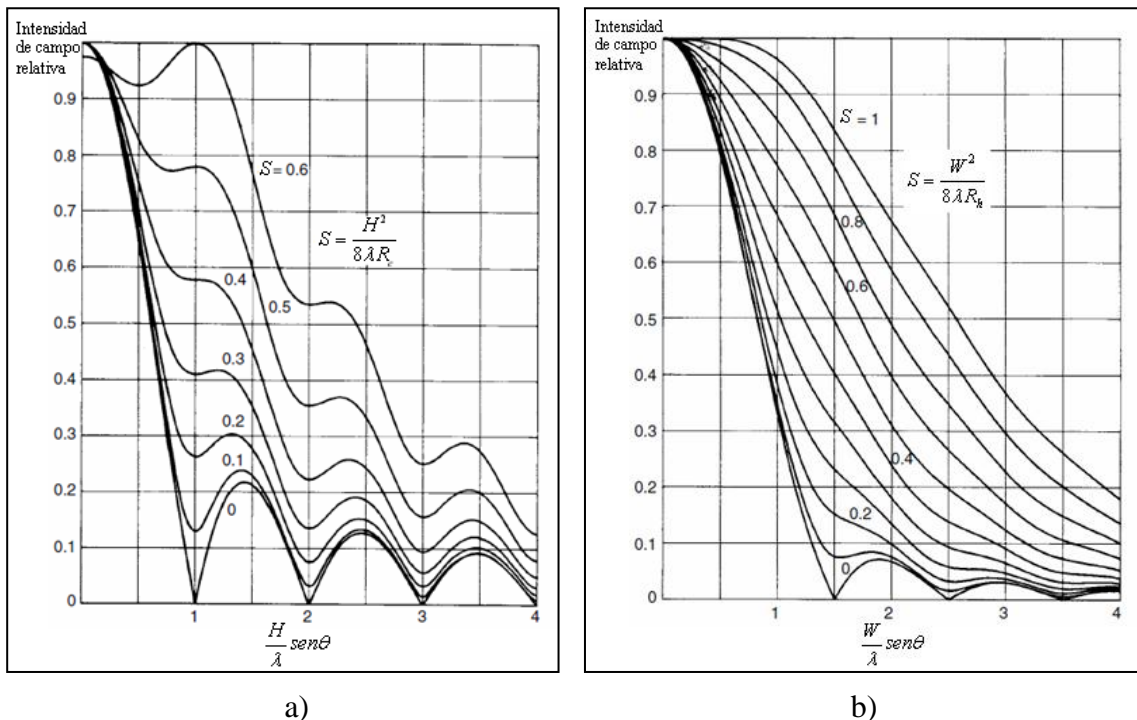


Figura 5.42 – a) Diagrama universal del plano E y b) en el plano H de bocina rectangular, en el modo TE_{10} .

Los diagramas universales en el plano E se representan en función de $H/\lambda \sin \theta$, con el error de fase como parámetro, mientras que el diagrama del plano H está trazado en función de $W/\lambda \sin \theta$ (Figuras 5.42a y 5.42b).

Si el error es despreciable ($S=0$) el diagrama corresponde a la boca de una guía de onda rectangular abierta con iluminación del tipo coseno (5.61). Los errores de fase cuadrático pequeños elevan el nivel de lóbulos laterales relleno los nulos entre éste y el lóbulo principal, reduciendo la directividad, como se aprecia en la figura 5.42.

5-13 Bocinas cónicas

Lo usual en la elección de alimentadores principales para iluminar reflectores y captar señales electromagnéticas en el modo TE_{11} (modo dominante de una guía de onda circular) es el empleo de bocinas cónicas. Los alimentadores principales más usados para diseños de microondas son:

- Bocina cónicas de pared lisa
- Bocina cónica corrugada

- Bocina Multimodo

Las *bocinas cónicas de pared lisa* son la prolongación natural de una guía de onda circular. El campo en la apertura es la distribución de amplitud del modo fundamental (TE_{11}) de la guía, expandida sobre el radio de la apertura (a). Su principal inconveniente es que no presenta una pureza de polarización (Figura 5.43a).

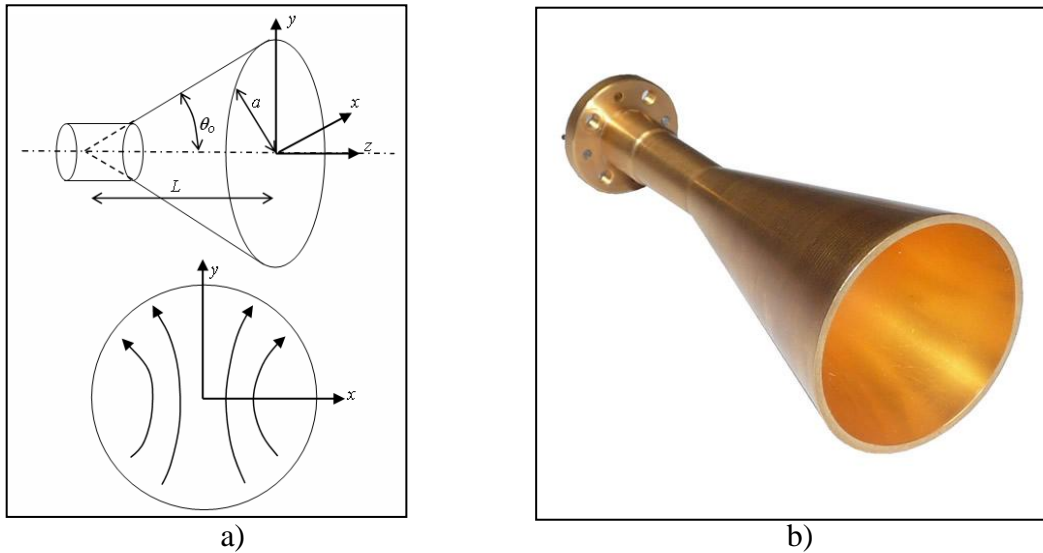


Figura 5.43 – a) Gráfica de bocina cónica de pared lisa y sus líneas de campo y b) bocina cónica lisa en 23 GHz.

El efecto de las corrugaciones en las paredes es el de modificar la distribución de los campos, en especial el plano E , convirtiendo la distribución uniforme original en una cosenoidal. Las líneas de campo también se modifican y quedan prácticamente paralelas a la dirección de polarización (Figura 5.44a).

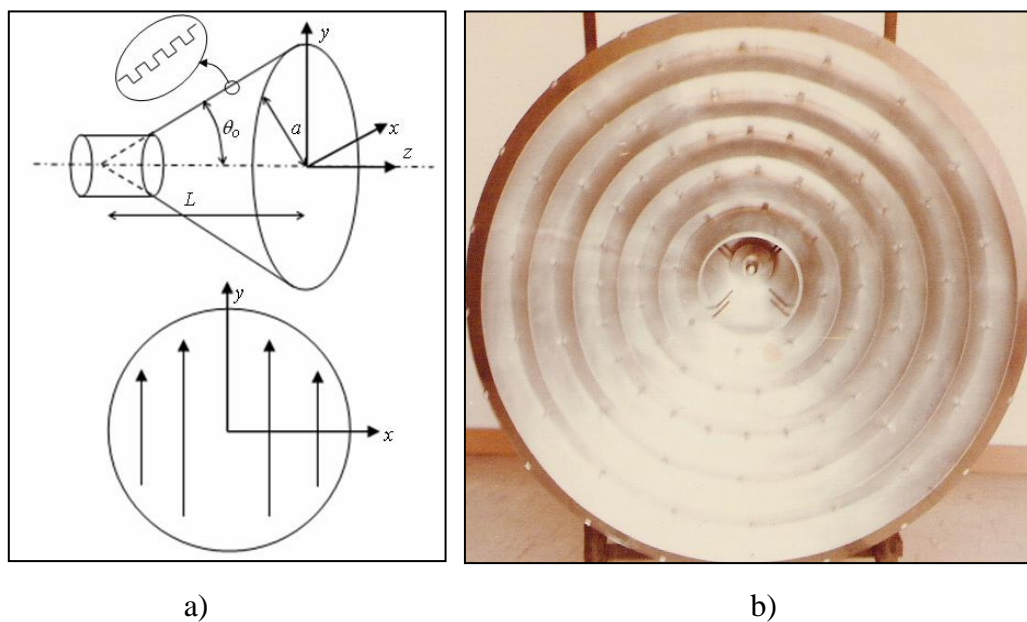


Figura 5.44 – a) Gráfico de bocina cónica corrugada y sus líneas de campo y b) vista de frente de una bocina cónica corrugada en 1,42 GHz [25].

Los campos del modo dominante HE_{11} ($TE_{11}+TM_{11}$) de la *bocina corrugada*, comparados con los del modo TE_{11} de la bocina lisa, producen una mayor pureza de la polarización. La finalidad de las bocinas corrugadas es conseguir diagramas más simétricos con un ancho de haz igual en los planos E y H , y obtener niveles de polarización cruzada más bajos y elevadas eficiencias del haz.

Podemos decir que el campo que se consigue en la apertura en este tipo de alimentadores es un modo híbrido equilibrado HE_{11} , que posee las siguientes características:

- Líneas de campo rectas y paralelas.
- Variación de amplitud rotacionalmente simétrica, decreciendo desde el centro hacia los bordes.
- Alta eficiencia.
- Bajos niveles de polarización cruzada.

Debido a esto, son ampliamente utilizadas como alimentadores en radiómetros de microondas y ondas milimétricas.

Se puede conseguir una distribución de campo de apertura similar a la de las bocinas cónicas corrugadas con *bocinas de pared lisa multimodo* [14] (Figura 5.45).

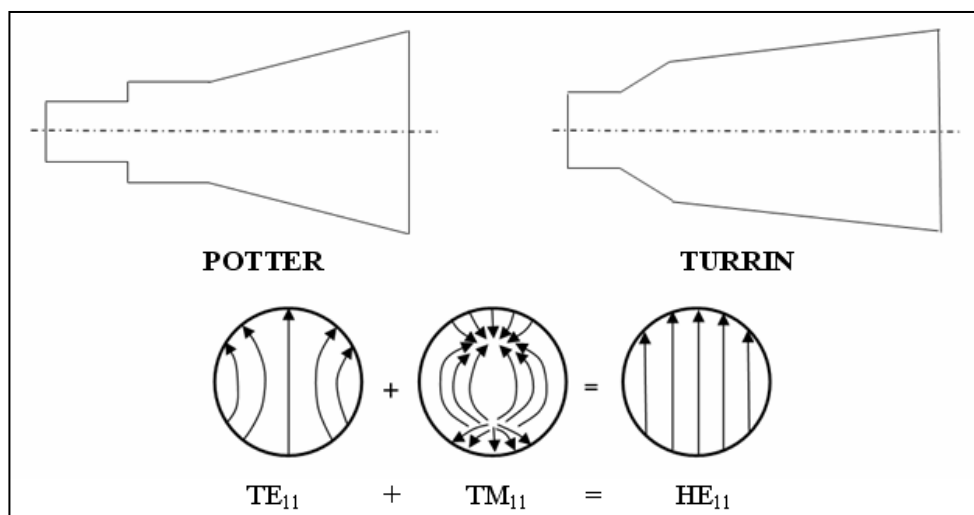


Figura 5.45 – Bocinas multimodo Potter y Turrin, y sus líneas de campo.

En la figura 5.45 vemos dos tipos de bocinas multimodos (Potter y Turrin). Los quiebres en el perfil interior de esta bocina generan una cantidad de modos TM_{11} , que sumados sobre la apertura con la del TE_{11} , rectifican la curvatura de las líneas de campo dando una distribución similar a la del modo HE_{11} de las bocinas cónicas corrugadas.

5-14 Bocinas cónicas de pared lisa

En una guía de onda circular se propaga el modo fundamental TE_{11} . Las expresiones del campo [15-16] para este modo son:

$$E_\rho = \frac{E_o}{\rho} J_1\left(1,841 \frac{\rho}{a}\right) \text{sen}\phi \quad (5.65)$$

$$E_\phi = \frac{E_o}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(J_1\left(1,841 \frac{\rho}{a}\right) \right) \cos\phi \quad (5.66)$$

Donde a es el radio de la guía y ρ es la componente radial de la guía y J_1 es la función de Bessel.

Las bocinas cónicas son la prolongación natural de una guía de onda circular. La distribución de campos en una bocina cónica tiene la misma distribución de amplitud que el modo fundamental (TE_{11}) de la guía de onda, luego,

$$E_\rho = \frac{E_o}{\rho} e^{-j2\pi S \left(\frac{\rho}{a}\right)^2} J_1\left(1,841 \frac{\rho}{a}\right) \text{sen}\phi \quad (5.67)$$

$$E_\phi = \frac{E_o}{\rho} e^{-j2\pi S \left(\frac{\rho}{a}\right)^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(J_1\left(1,841 \frac{\rho}{a}\right) \right) \cos\phi \quad (5.68)$$

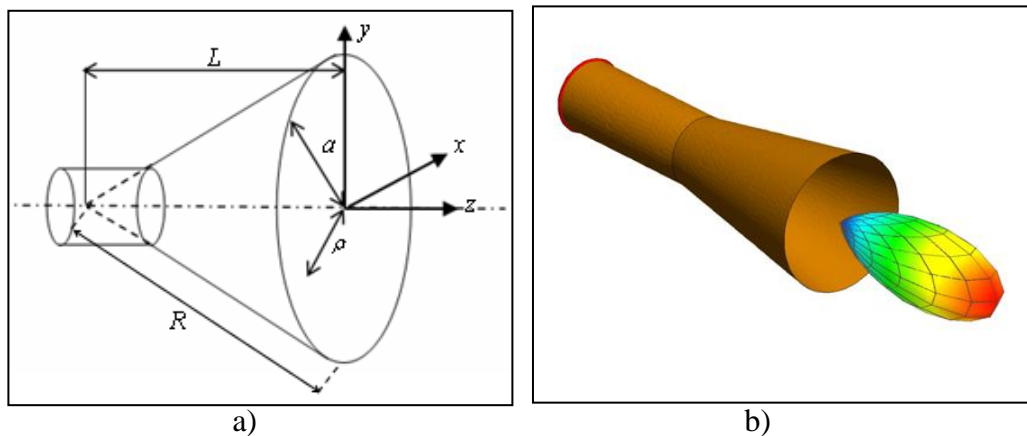


Figura 5. 46 – a) Geometría de bocina cónica y b) simulación de diagrama de irradiación de bocina lisa ([simulación](#)) [29].

Al igual que en las bocinas rectangulares aparece un error cuadrático de fase debido a la diferencia de caminos recorridos por las ondas dado por:

$$S = \frac{a^2}{2\lambda R} \quad (5.69)$$

De la misma forma que en la bocina rectangular, uno puede determinar el diagrama universal del campo E y H (figura 5.47) de una bocina cónica lisa, permitiéndonos

determinar el diagrama de irradiación para distintos valores del error cuadrático de fase S [14-15].

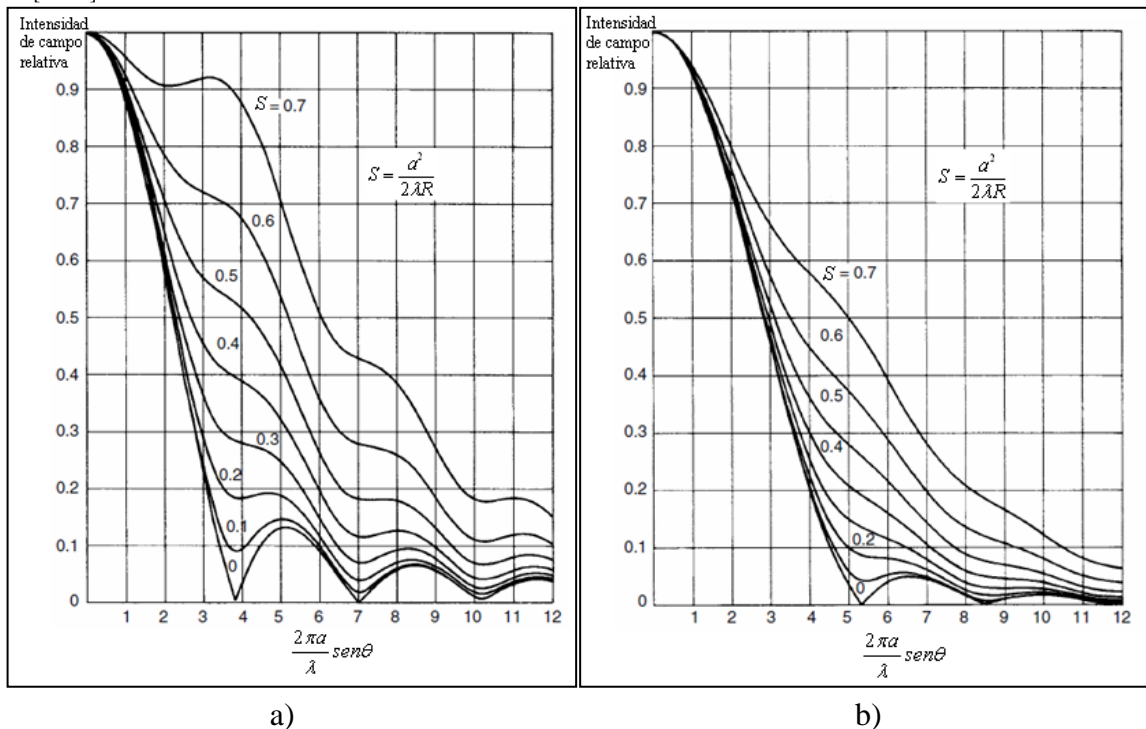


Figura 5. 47 – a) Diagrama universal del plano E y b) en el plano H de una bocina cónica, en el modo TE_{11} .

5-15 Bocinas cónicas corrugadas

Para uniformar el campo de apertura, sobre todo en cuanto a pureza de polarización, se corrugan las paredes de una bocina lisa.

Una de las desventajas de los simples alimentadores cónicos de pared lisa (sin corrugaciones) es la relación frente a espalda (front to back), esto produce una diferencia entre los diagramas de campo E y H . Estudios sobre el tema muestran que el campo H no produce contribuciones importantes en el diagrama de irradiación. Por lo tanto, se deben obtener mejores condiciones en los bordes en el plano E . Uno de los métodos es colocar corrugaciones en los laterales con valores reactivos capacitivos, de forma de alterar el campo E . Se produce como consecuencia una considerable mejora de la relación frente a espalda, lográndose características de irradiación y de fase satisfactorias.

El campo en la apertura que se consigue es un modo híbrido equilibrado, que posee las siguientes propiedades:

- Variación de amplitud rotacionalmente simétrica, decreciendo del centro hacia los bordes.

- Variación de fase propia del frente de onda esférico con centro en el vértice del cono.



a) b)

Figura 5.48 – a) Bocina cónica corrugada, diseño en 36,5 GHz y b) Distintos modelos de bocinas cónicas corrugas con diferentes aperturas.

Las profundidades de las corrugaciones (d_a) deben ser mayores a $\lambda/4$, presentando efectos capacitivos a masa en el plano E de la bocina [15], respondiendo al siguiente rango:

$$0,255 < d_a/\lambda < 0,383 \quad (5.70)$$

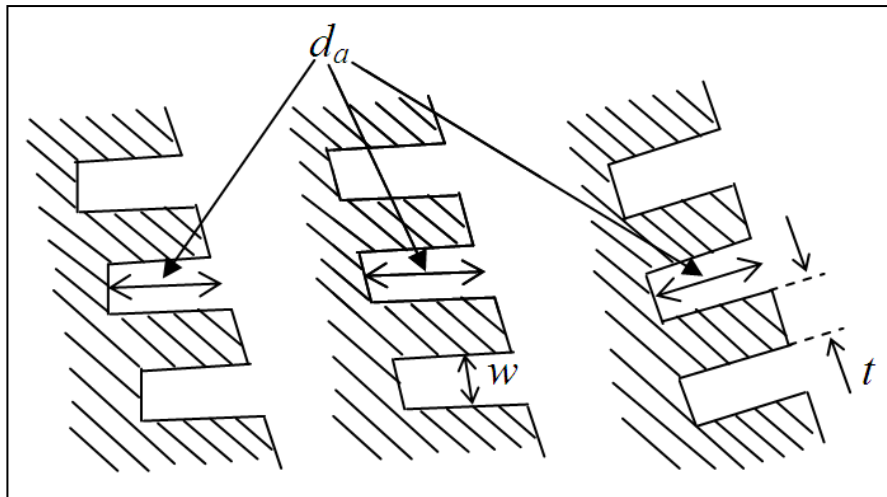


Figura 5.49 – Formas de maquinado de las corrugaciones [28].

La densidad de las corrugaciones debe estar entre 2 y 4 por longitud de onda. Algunas referencias [28] marcan una relación de:

$$\frac{w}{(w+t)} > 0,8 \quad (5.71)$$

o

$$\frac{w}{4} > t \quad (5.72)$$

Donde w es el ancho de las corrugaciones y t es espesor de las mismas (Figura 5.49).
 Los diagramas de irradiación obtenidos de la bocina cónica corrugada son rotacionalmente simétricos e independientes del plano considerado.

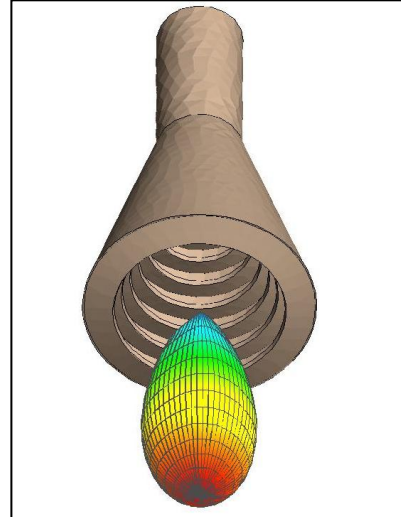


Figura 5.50 – Simulación de diagrama de irradiación de bocina cónica corrugada (simulación) [29].

Estas bocinas son ampliamente utilizadas como alimentador principal en satélites y estaciones terrenas, porque proporcionan una alta eficiencia global y poseen baja radiación contrapolar, en una banda de frecuencia del orden de $\frac{1}{2}$ octava.

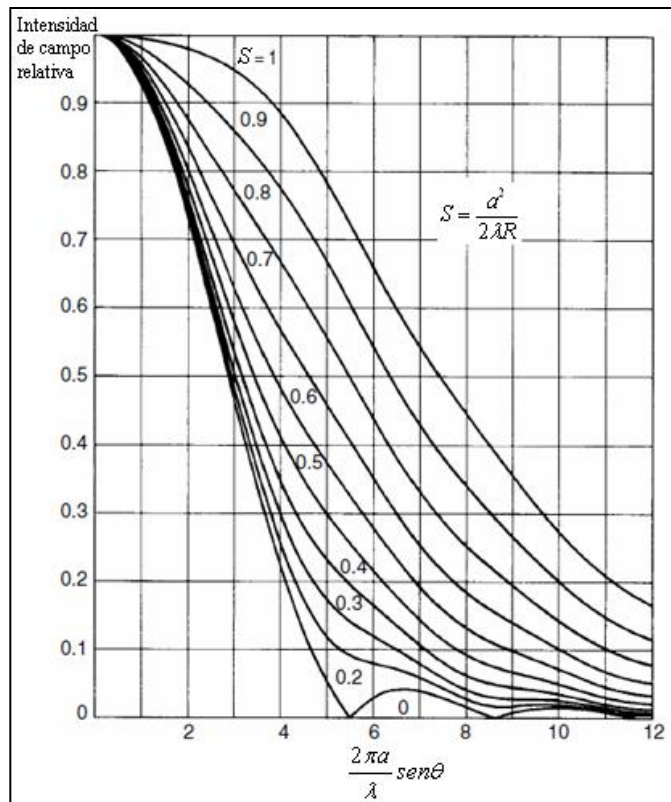


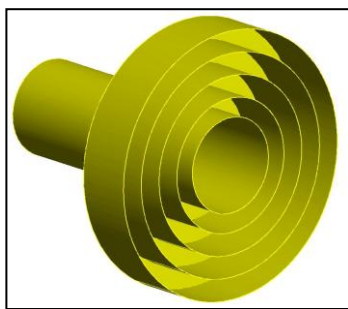
Figura 5.51 – Diagrama universal de una bocina corrugada, modo EH_{11} [15].

Los alimentadores cilíndricos corrugados (Figura 5.52) están basados en una guía de onda circular con una serie de corrugaciones o anillos concéntricos que mejoran sus

características y se pueden considerar como una bocina cónica corrugada con $\theta_o = 90^\circ$, pudiendo efectuar el mismo análisis teórico.

Las bocinas cilíndricas corrugadas son muy utilizadas en comunicaciones satelitales debido a que se pueden lograr buenas características en las bandas de frecuencia de 4 Ghz y en 6 Ghz (Banda C). Generalmente en 4 Ghz se trabaja en el modo TE_{11} y en 6 Ghz en el modo TM_{11} .

Suelen usarse en reflectores que posean relaciones de distancia focal a diámetro (f/D) de la antena menor que 0,35. Esto es debido a que con estos alimentadores se logran ángulos de iluminación de potencia mitad mayores que 80 grados con iluminación de -10 dB en los bordes del reflector.



a)



b)



c)

Figura 5.52 – a) Dibujo de una bocina cilíndrica corrugada en 3D, b) bocina cilíndrica corrugada comercial y c) Separador de polarización y bocina cilíndrica corrugada en 3GHz para uso en un radiómetro para radioastronomía.

Las corrugaciones deben estar colocadas algo por detrás de la boca de la antena. Experimentalmente se ha encontrado que en estos tipos de alimentadores uno puede obtener distintas características variando la distancia de las corrugaciones de la boca de la antena.

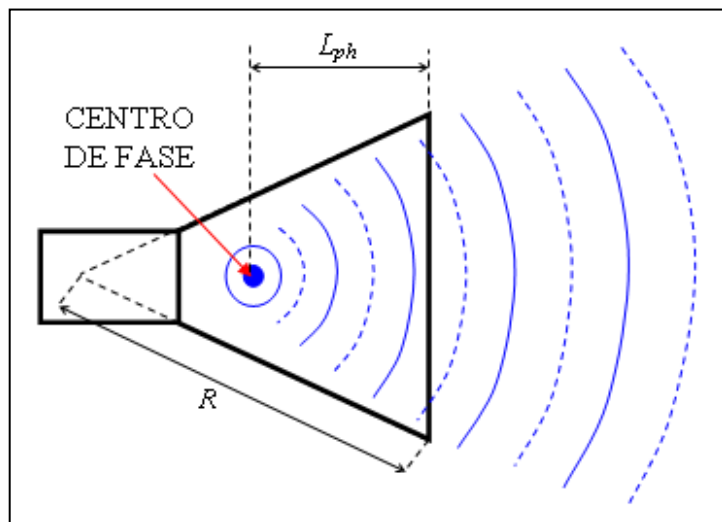
En la figura 5.51b se observa una bocina cilíndrica corrugada utilizada en banda C (4GHz) para recepción de sistemas satelitales. En la figura 5.51c se ve un polarizador (juntura turnstile) acoplado a una bocina cilíndrica corrugada para observaciones en radioastronomía en la banda de 3,3 GHz.

5-16 Centro de fase de las bocinas

El centro de fase de las bocinas se puede interpretar como el origen de su radiación, recordando que la densidad de potencia se propaga según rayos ortogonales a las superficies equifásicas o sea es el punto desde el cual parece que la antena radia ondas esféricas (Figura 5.53).

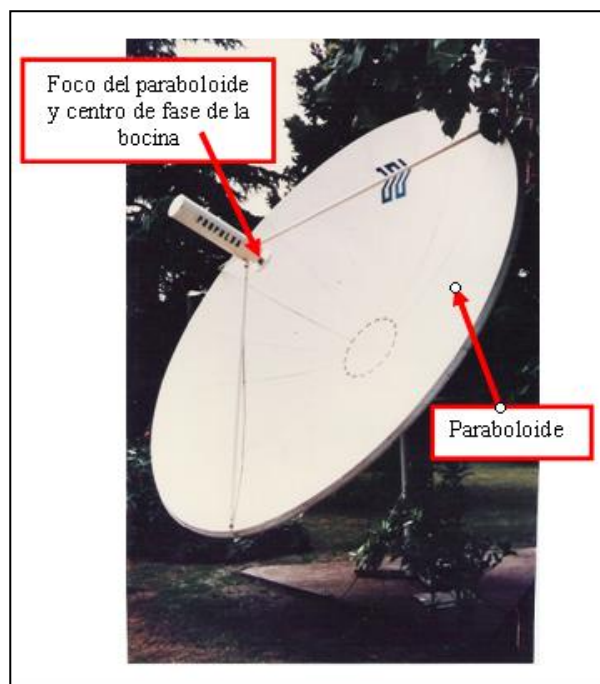
Las mediciones muestran que el centro de fase difícilmente sea un único punto y los centros de fase en el plano E y H también serán ligeramente distintos en cada uno de los planos.

Figura 5.53 – Representación del centro de fase de una bocina



Su conocimiento es importante cuando se utilizan las bocinas como alimentadores de reflectores, ya que se deben situar coincidentemente con el foco de estos, a fin de minimizar las pérdidas por errores de fase (Figura 5.54).

Figura 5.54 – Reflector de foco primario, en donde para un ajuste óptimo de recepción el centro de fase del alimentador debe coincidir con el foco del paraboloide.



Una apertura con una distribución de fase cuadrática indica que su centro de fase está radiando por detrás de la apertura. Sin error de fase cuadrática ($S = 0$), el centro de fase se encuentra en el plano de la apertura o boca de la bocina, como es el caso de los alimentadores cilíndricos corrugados (Figura 5.52).

La distancia al centro de fase (L_{ph}) se mide con respecto al plano de apertura o boca de la bocina (Figura 5.3) [15].

Según referencias (Muehldorf, 1970) [27] se ha calculado la ubicación del centro de fase en función de S (Tablas 5.3, 5.4 y 5.5). El centro de fase localizado en el interior de la apertura es dado con relación a la longitud R de la bocina (Figura 5.51).

TABLA 5.3 – Localización del centro de fase de bocinas rectangular (Modo TE_{10}).

S	Plano H L_{ph}/R_h	Plano E L_{ph}/R_e
0,00	0,0	0,0
0,04	0,0054	0,011
0,08	0,022	0,045
0,12	0,048	0,102
0,16	0,086	0,182
0,20	0,134	0,286
0,24	0,191	0,416
0,28	0,258	0,572
0,32	0,334	0,755

En la Tabla 5.3 vemos la localización del centro de fase (L_{ph}) para una bocina rectangular, siendo las longitudes radiales R_e y R_h correspondientes a las longitudes en los planos E y H respectivamente (Figura 5.39)

TABLA 5.4 – Localización del centro de fase de bocinas cónicas (Modo TE_{11}).

S	Plano H L_{ph}/R	Plano E L_{ph}/R	S	Plano H L_{ph}/R	Plano E L_{ph}/R
0,00	0,0	0,0	0,28	0,235	0,603
0,04	0,0046	0,012	0,32	0,310	0,782
0,08	0,0,18	0,048	0,36	0,397	0,801
0,12	0,042	0,109	0,40	0,496	0,809
0,16	0,075	0,194	0,44	0,604	0,836
0,20	0,117	0,305	0,48	0,715	0,872
0,24	0,171	0,419			

En una bocina cónica corrugada los centros de fase de ambos planos E y H son coincidentes (Tabla 5.5). En la práctica habrá alguna variación entre los planos, ya que el equilibrio entre los modos no será perfecto.

TABLA 5.5 – Localización del centro de fase de bocinas cónicas corrugadas (Modo HE_{11}).

S	L_{ph}/R	S	L_{ph}/R
0,00	0,0	0,36	0,386
0,04	0,005	0,40	0,464
0,08	0,0,20	0,44	0,542
0,12	0,042	0,48	0,614
0,16	0,080	0,52	0,673
0,20	0,124	0,56	0,718
0,24	0,178	0,60	0,753
0,28	0,240	0,64	0,783
0,32	0,310	0,68	0,811

La localización del centro de fase depende de S , como vemos en las Tablas 5.3, 5.4 y 5.5. El aumento de S mueve el centro de fase hacia el ápice o vértice de la bocina e incrementa la distancia entre la localización del centro de fase de los planos E y H .

BIBLIOGRAFÍA

1. Kraus J. D., *Electro-magnetismo*, Mc Graw Hill, México, Junio 1992.
2. Bava J. A. y Sanz A. J., *Microondas y Recepción Satelital*, HASA, Bs As, Argentina, febrero 1995.
3. Wheeler H. A., *Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 13, no. 2, pp. 172-185, Mar. 1965.
4. Schneider M. V., *Microstrip Lines for Microwave Integrated Circuits*, The Bell System Technical Journal, vol. 48, pp. 1421-1444, May 1969.
5. Hammerstad E. and Jensen Ø., *Accurate Models for Microstrip Computer-Aided Design*, Symposium on Microwave Theory and Techniques, pp. 407-409, June 1980.
6. Dobrowolski J. A., *Microwave Network Design Using the Scattering Matrix*, Artech House, 2010.
7. Unz H., *Oliver Heaviside (1850-1925)*, IEEE Transactions on Education, p.p. 30-33, September 1963.
8. Marcuvitz N., *Waveguide Handbook*, McGraw-Hill Book, 1951.
9. Packard K., *The Origin of Waveguides: A Case of Multiple Rediscovery*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-32, p.p. 961-969, No.9, September 1984.
10. Krauss J. D., *Radio Astronomy*, McGraw-Hill, 1966.
11. Kristen Rholfs, *Tools of Radio Astronomy*, Springer, Verlag Berlin Heidelberg New York – Second Edition, Astronomy and Astrophysics Library, 1990.
12. Ulaby F. T., Moore R. K. and Fung A. K., *Microwave Remote Sensing Active and Passive*, Addison Wesley Publishing Company, 1981.
13. Franelo G. y otros, *Formulas Elegantes: Grandes Ecuaciones de la Ciencia*, Editor TusQuets, 2005.
14. Cardama Aznar A., y otros, *Antenas*, Edición de La Universidad Politécnica de Cataluña, 2000.
15. Milligan T. A., *Modern Antenna Design*, Mc Graw Hill Book Company, 2005.
16. Balanis C., *Antenna Theory Analysis and Design*, John Wiley Sons, Inc., 2005.

17. Stuzman W. L. and Thiele G. A., *Antenna Theory and Design*, John Wiley & Sons. Inc., 1998.
18. Balanis C., *Modern Antenna Handbook*, Wiley, 2008.
19. Bava J. A., Maltz A. and Garavaglia M., *Analysis of beam efficiency in multiple beam reflector antennas*, Progress in Electromagnetic Research, Symposium PIERS 2009 in Moscow, RUSSIA, 18-21 August, pp. 718-721, 2009.
20. Ruze J., *Antenna Tolerance Theory*, Proceeding IEEE, Vol. 54, p.p. 633-640, April 1966.
21. Testori J. C., Reich P., Bava J. A., et al., *A radio continuum survey of the southern sky at 1420 MHz*, Astronomy & Astrophysics, 368, pp. 1123-1113, 2001.
22. Testori. J. C, Reich P. and Reich W., *A large-Scale Radio Polarization Survey of the Southern Sky at 21 cm*, The Magnetized Interstellar Medium Proceeding of the Conference, Antalya, Turke, 2003.
23. Smith G. and Atchison D. A., *The Eye and Visual Optical Instruments*, Cambridge Universty Press – 1997.
24. Meyer-Arendt Juegen R, *Introducción Clasical and Modern Optics*,- Prentice Hall Inc, 1989..
25. Bava J. A. y Sanz A. J., *Antena bocina cónica corrugada*, Anales del III Congreso Nacional de Electrónica, Bs As, Argentina – p. 47-49, 1983.
26. Bava J. A., Maltz A. and Garavaglia M., *Parabolic Torus Reflector Antenna with Asymmetric Multiple Beams*, XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium to be Held in Istanbul, Turkey, August 13-20, 2011.
27. Muehldorf E. I., *The phase center of horn antennas*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-18, no. 6, November 1970, pp. 753–760.
28. Clarricoats P. B. J. and Oliver A. D., *Corrugates horns for microwave antennas*, Peter Peregrinus Ltd, 1984.
29. EM Software & Systems - S.A. (Pty) Ltd - FEKO (www.feko.info) - EM Software & Systems - S.A. (Pty) Ltd Address: PO Box 1354, Stellenbosch, 7599, South Africa.

PÁGINAS WEB DE VIDEOS

- http://www.youtube.com/watch?v=ks8_J3mF5Jg
- http://www.youtube.com/watch?v=0gDOmJIKu_8
- <http://www.youtube.com/watch?v=L4VwmTfLtJY>
- <http://www.youtube.com/watch?v=5RRfeEXwxaU&feature=related>
- <http://www.youtube.com/watch?v=yKtasDqKyiU>
- <http://www.youtube.com/watch?v=rdwowyvMVX8&feature=related>
- <http://www.youtube.com/watch?v=t2zO82RC9kQ>
- http://www.youtube.com/watch?v=C_UwL3IZuHs
- <http://www.youtube.com/watch?v=OvBnqdRp3g0>
- <http://www.youtube.com/watch?v=rGcFZvoubXU>
- <http://www.youtube.com/watch?v=Vhn6VRVOQiU>

IMÁGENES WEB

- http://pendientedemigracion.ucm.es/info/Astrof/users/jaz/MI/MI_03_RA.pdf
- <http://www.ph1.uni-koeln.de/gg/kosma-presentation/KOSMA-Dateien/frame.htm>
- http://www.mpifr-bonn.mpg.de/effelsberg/facts/technical_data
- <http://apod.nasa.gov/apod/ap020528.html>
- <http://www.radiofueguina.com/index.php/2012/12/19/instalan-una-poderosa-antena-espacial-en-mendoza/>
- <http://apod.nasa.gov/apod/ap020311.html>
- <http://www.cv.nrao.edu/course/ast534/RadioTelescopes.html>
- <http://www.seti.cl/la-nueva-era-en-busqueda-et/>
- <http://www.naapo.org/W8JK/W8JK.htm>
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bell_Labs_Horn_Antenna_Crawford_Hill_NJ.jpg
- <http://www.engr-metr.com/IEEE.html>
- http://antennasystems.com/category/antennas-andrew-4_4-5_0-ghz.html
- <http://www.iar.unlp.edu.ar/tt-sacd.htm>
- <http://www.almaobservatory.org/en/about-alma/how-does-alma-work/technology/antennas>

PÁGINAS WEB RECOMENDADAS

- <http://www.mpifr-bonn.mpg.de/2169/en>
- <http://www.naic.edu/general/>
- <http://www.nrao.edu/index.php/learn/vlavc>
- <http://www.almaobservatory.org/es>
- <http://www.iar.unlp.edu.ar/>
- <http://www.nrao.edu/index.php/learn/gpsc>
- <http://ral.berkeley.edu/ata/>
- <http://www.bigear.org/default.htm>
- http://www.nps.gov/history/history/online_books/butowsky5/astro4k.htm
- <http://www.chalmers.se/rss/oso-en>
- <http://www.conae.gov.ar/index.php/es/>
- <http://blogs.esa.int/rocketscience/2012/11/04/esas-new-tracking-station-gets-ready-in-the-argentinian-desert/>
- <http://aquarius.nasa.gov/>
- <http://www.feko.info/about-us/quarterly/feko-quarterly-september-2012>

Este libro ha sido descargado del Repositorio Institucional de la Universidad Nacional de La Plata (SEDICI). Puede verse el registro completo en el siguiente enlace:

<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/35628>

EL AUTOR

José Alberto Bava nació en Pergamino, provincia de Buenos Aires, Argentina. Finalizó su carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones en 1976. Obtuvo el Doctorado en Ingeniería en la Universidad Nacional de La Plata (UNLP) y se graduó con el título de Magister en Redes de Datos en la Facultad de Informática de la UNLP

Desde el año 1978 se desempeña como docente universitario en la Facultad de Ingeniería de la UNLP, en cátedras relacionadas con las comunicaciones. Actualmente es profesor de dos asignaturas del último año de la carrera de Ingeniería Electrónica, de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Además es Profesor de la Universidad Argentina de la Empresa (UADE) y Profesor de Postgrado de la Maestría de Sistemas de Redes de Telecomunicaciones de la Universidad Nacional del Nordeste.

Es autor de más de 90 presentaciones a congresos y publicaciones nacionales e internacionales relacionadas con comunicaciones, microondas, antenas y radiómetros. Ha dirigido 40 proyectos finales de carrera.

Escribió dos libros relacionados con las comunicaciones en microondas, uno de ellos recibió un premio de la Secretaria de Ciencia y Técnica (SECYT), como obra inédita sobre temas de electrónicas para enseñanza universitaria en el año 1989.

Como actividad destacada en su vida profesional, efectuó el diseño y construcción de componentes y antenas para los satélites SAC-A, SAC-B y SAC-D, para la Comisión Nacional de Asuntos Espaciales (CONAE) de Argentina. Estos son satélites de investigación científica para observación de la tierra, y son misiones conjuntas entre CONAE y la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio de los Estados Unidos (NASA).

Entre sus actividades profesionales también se puede resaltar su actividad en investigación y desarrollo en radioastronomía (IAR), como así también en laboratorios de investigaciones ópticas (CIOP). También ha realizados diversos trabajos particulares asesorando a empresas públicas y privadas en el área de comunicaciones.