

## Dinamikus rendszerek kvalitatív és kvantitatív tulajdonságainak vizsgálata és alkalmazásai

*Kutatási zárójelentés*

**OTKA 68187 sz. projekt**

A lineáris rendszerek algebrai vizsgálata Kálmán Rudolf munkásságából kiindulva teljesedett ki az utóbbi három évtizedben. A - Molnár Sándor által - a 90-es évek elején bevezetett ún. vertikuum-típusú rendszerek segítségével sikerült igen bonyolult gráfú komplex gazdasági és műszaki rendszereket „egyszerűbb szerkezetűvé” transzformálni. Itt az alapvető eszközök a rendszerelmélet klasszikusnak számító irányíthatóságra és megfigyelhetőségre vonatkozó Kalman-féle tételei, valamint az ún. realizációelmélet voltak.

A különféle vertikuum-típusú rendszerek mind gyakorlati, mind elméleti jelentősége abban rejlik, hogy egy természetes algoritmizálást kínál, másrészt az is kiderült, hogy „szinte minden” rendszer vertikuum-típusú rendszerré transzformálható.

Ezt az algoritmizálási lehetőséget kiaknázzhatjuk a rendszer irányíthatósága és megfigyelhetősége vizsgálatokor, valamint a vertikuum-típusú rendszer optimalizálásakor is.

Fontos eredmény volt a kutatás során, hogy a részvertikuumok irányíthatósága, megfigyelhetősége és a teljes rendszer irányíthatósága és megfigyelhetősége közötti kapcsolat, amely szerint ha a részvertikuumok megfigyelhetőek és/vagy irányíthatóak, akkor a teljes rendszer is megfigyelhető és/vagy irányítható. Megmutattuk, hogy minden kanonikus egybementű és egykimenetű rendszer ekvivalens egy kísérőmátrix strukturájú rendszerrel, megmutattuk továbbá, hogy ezek a rendszerek pontosan azok, amelyek  $\mathbf{A}$  struktúramátrixnak normálalakjában minden normál-blokk különböző sajátértékhez tartozik.

A vertikuum-típusú rendszerek vizsgálatokor felmerülő fontos probléma, ha az egyik  $\mathbf{A}_i$ -t alrendszert ki-, vagy bekapcsoljuk. Egy ilyen rendszer irányíthatóságára adtunk rangfeltételt a kapcsolásokra feltett gerjesztési feltételek mellett, és ezután általánosítottuk több alrendszerre is. [31] Ha az ún. kapcsolási függvényeket is kontrollváltozóknak tekintjük, akkor egy multilineáris rendszert kapunk.

Sajnos a  $v$  „kontrollok” nagyon speciális (0,1)-függvények, ezért ezeket a rendszereket egy időben változó együtthatós lineáris rendszerként kezelhetjük. Wei-Normann és M. Fliess és S. Diop és Szigeti F. eredményeit is figyelembevéve sikerült a kapcsolt vertikuum típusú rendszerek irányíthatóságára és megfigyelhetőségére szükséges és elégséges feltételt adnunk [4].

A kutatási tervben szereplő alkalmazásokat illetően egyfelől teljes mértékben teljesítettük a kitűzött kutatási feladatokat, másrészt azokat csatlakozó tematikával sikerült messzemenően kiterjeszteni, és új kontrollelméleti és játékelméleti modellezési vizsgálatokkal kiegészíteni. Először a pályázati kutatásokat megelőző, annak részbeni módszertani előkészítéséül szolgáló műhelymunkáról adtunk összefoglalást a [2] dolgozatban, módszertani eszközöket javasolva a további kutatásokhoz.

A *nem Lotka-Volterra típusú* ökoszisztémákban vizsgáltuk a monitorozás problémáját. A [13] dolgozatban, valamint a [20] konferencia-előadáson történt megvitatást követően a [21] cikkben tápanyag- vagy energiaforrás–növény–növényevő” táplálékláncok állapotbecslésére adtunk eljárást mind a nyílt, mind a zárt lánc esetére. A [9] dolgozatban ugyancsak *nem Lotka-Volterra típusú* rendszert vizsgálva, először ökológiai jellegű elégséges feltételt adtunk az ökoszisztéma egyensúlyának aszimptotikus stabilitására, majd a témavezető egy korábbi, a *vertikum típusú rendszerekre* vonatkozó eredményét alkalmaztuk egy négy szintű ökológiai kölcsönhatási lánc esetében megfigyelő rendszer konstrukciójára. Ezzel lehetővé vált, hogy az ökoszisztéma állapotának részleges megfigyeléséből rekonstruáljuk a teljes állapotfolyamatot.

Környezeti változások monitorozásának további módszertani fejlesztésével foglalkoztunk a [28] dolgozatban. Eredményünk lehetővé teszi, hogy populációrendszerek állapotfolyamatának rekonstruálásán túlmenően olyan megfigyelő rendszert konstruáljunk, amelynek segítségével az ökoszisztémát érő ismeretlen abiotikus hatások is becsülhetők. Az módszer alkalmazását egyszerű, háromfajos ragadozó-zsákmány rendszeren mutattuk be, ld. még a [1] és a [2] publikációk térstrukturált populációkra vonatkozó eredményeit is.

Ökoszisztémák monitorozási kérdéseikhez kapcsolódnak azok a publikációink, amelyekben egy populációrendszer állapotfolyamatát időben változó környezetben is becsülni tudtuk, miközben a modellparaméterek változását egy ismert differenciálegyenlet-rendszer írja le, l. [30], [19].

Ugyancsak populációk dinamikus kölcsönhatásának modellezésével kapcsolatosan, a [13] dolgozatban eljárást adtunk arra, miként lehet egy szexuális populáció fenotípusgyakorosságainak megfigyeléséből a háttérben zajló genetikai folyamatot rekonstruálni. Mivel a modell nem denzitás- hanem frekvenciafüggő, az invariáns sokasággal rendelkező megfigyelési rendszerekre vonatkozó, korábbi eredményünk alkalmazására volt szükség. A módszert egy ismert evolúciós játékelméleti példán illusztráltuk. Ez utóbbi modell esetében a játék paraméterére vonatkozóan superkritikus Hopf-bifurkációt is találtunk.

Ökoszisztémák esetében a konzervációökológiai igényeknek megfelelően nemcsak a rendszer *megfigyelésével* (monitorozásával), hanem *irányíthatóságával* (egyensúlyba irányításával) is foglalkoztunk. Különböző populációrendszerekre egyrészt interpretálható elégséges feltételeket adtunk arra, hogy a rendszer az egyensúlyba irányítható legyen, másrészt egy MatLab-környezetben készült optimális irányítási programcsomaggal meg is határoztuk az adott idő alatt egyensúlyba vivő irányítást. Ugyancsak foglalkoztunk azzal a kérdéssel, hogy lineáris állapot-visszacsatolással miként vihető a populációrendszer adott, új egyensúlyba. Egyensúlyba irányítással kapcsolatos az [1] és a [2] publikáció is, ezekben logisztikus populációnövekedésen alapuló olyan halászati modellt vizsgáltunk, ahol a fenntartható kitermelés érdekében halászati tilalmi zóna is van. Itt a megfigyelő rendszer a teljes halállomány becsülésére használható, irányítás pedig a halászati intenzitás. Külön említjük, mert radioterápiás alkalmazás miatt is érdekes lehet a következő eredmény: Rendszerelméleti módszerekkel eljárást adtunk radioaktív sugárzásnak kitett sejtpopuláció monitorozására, valamint arra, miként lehet egy alkalmas besugárzási protokoll segítségével a rendszert egy kívánatos állapotba irányítani. Eredményeink a [32] konferencia-előadás alkalmával megvitatásra kerültek. Az ennek nyomán elkészült [25] folyóiratcikk.

A megfelelő kutatási kapcsolatok kedvező alakulása folytán sikerült a pályázati kutatásokat a tervezett témákhoz képest (az ökológián belül maradván) az alábbi két új területre is kiterjeszteni:

Környezetvédelmi konfliktusok dinamikus játékelméleti modellezésével kapcsolatban a [26] előadásban adott termék „zöld” és „nem zöld” változatának előállító termelők és a környezetvédelmi adóval operáló állami szabályozás konfliktusát egy többszemélyes stratégiai játékkal modellezve igazoltuk egy speciális egyensúlyi megoldás, az ún. attraktív megoldás létezését Cournot-féle oligopol piaci szituációban lineáris inverz keresleti függvény esetén. A konferencián való megvitatást követően az eredményeket teljes cikk formájában közzéadásra benyújtottuk [8].

Az ökológiai modellek nemlineáris rendszerelméleti vizsgálata a beszámolási időszakban kiegészült a kártevők biológiai kontrolljának alapjául szolgáló dinamikus populációmodellek felépítésével és elemzésével. A különböző fitofág rovarfajok (kártevők) ragadozó és /vagy parazitoid rovarfajokkal történő irtásával kapcsolatos modellezés-módszertani eredményeinket a [23][24][10][11][12] nemzetközi konferencia-előadásokon vitattuk meg, illetve kívánjuk megvitatni, ld. [6][7][18]. Néhány eredmény már megjelent a [18] dolgozatban, további folyóiratcikkek vannak előkészületben.

## 2011

1. M. Gámez, I. López, J. Garay and Z. Varga, Monitoring and control in a spatially structured population model. International Workshop on Biomathematics, Bioinformatics and Biostatistics, June 20-23, 2011, Santander, Spain
2. M. Gámez, I. López, J. Garay and Z. Varga, Monitoring and control in a spatially structured population model. In: [Beniamino Murgante](#), [Oswaldo Gervasi](#), [Andrés Iglesias](#), [David Taniar](#), [Bernady O. Apduhan](#) (Eds.): *Computational Science and its Applications*, LNCS, Springer-Verlag 2011, 511-520
3. Molnár S., Klinkó P., Szabó I.: A method for identification of irregular objects under noisy conditions, *International Journal of System of Systems Engineering*, ISSN **1748-0671** 2011, (elfogadva, megjelenés alatt)
4. Molnár S., Szigeti F.: A generalisation of Fuhrmann's rank condition for discrete dynamic systems, *International Journal of Systems Engineering*, ISSN **1748-0671**, 2011, (elfogadva, megjelenés alatt)
5. Molnár S, Szidarovszky F.: *Játékelmélet.: Többcélű optimalizáció, konfliktuskezelés, differenciáljátékok.* Budapest: ComputerBooks, 2011. 297 p. (ISBN:978 963 618 367 7)
6. Z. Sebestyén, Z. Varga, M. Gámez, R. Carreño, T. Cabello (2011). Dynamic model for a host-parasitoid interaction of insects. VII congreso nacional de entomología aplicada, 24-28 octubre, 2011, Baeza, España (accepted)
7. Fernández-Maldonado, F.J.; Gallego, J.R.; Gámez, M.; Carreño, R.; Garay, J.; Varga, Z.; Cabello, T.: Interguild competition between *Trichogramma achaeae* Nagaraja and Nagarkatti - *T. brassicae* Bezdenko (Hym.: Trichogrammatidae) and its importance in biological control. VII congreso nacional de entomología aplicada, 24-28 octubre, 2011, Baeza, España (accepted)

8. A. Scarelli, J. Garay and Z. Varga, Game-theoretic model for the conflict of producers with the environmental policy of the government. *Journal of Environmental Protection and Ecology* (submitted)

## 2010

9. M. Gámez, I. López, I. Szabó and Z. Varga, Verticum-type systems applied to ecological monitoring. *Applied Mathematics and Computation*, 215 (2010) 3230-3238. IF: 1.534
10. López, M. Gámez, S. Molnár and Z. Varga, Controlling a trophic chain to equilibrium. Third Conference on Computational and Mathematical Population Dynamics” (CMPD3). May 31-June 4, 2010, Bordeaux, France Abstracts, p. 148.
11. M. Gámez, Z. Varga, J. Garay, E. Vila, T. Cabello, Mathematical Model for Biological Control of the South American Tomato Pinworm, *Tuta absoluta* (Lep.: Gelechiidae), with releases of *Trichogramma achaeae* (Hym.: Trichogrammatidae) and *Nesidiocoris tenuis* (Hem.: Miridae), in tomato greenhouses of Spain. IXth European Congress of Entomology, 22-27 August 2010, Budapest/Hungary Abstracts, p. 214.
12. M. Gámez, A. Torres, I. López, J. Garay, Z. Varga, T. Cabello, Biological Control of Beet Armyworm, *Spodoptera exigua* (Lep.: Noctuidae), by *Chelonus oculator* (Hym.: Braconidae) in greenhouse crops. IXth European Congress of Entomology, 22-27 August 2010, Budapest/Hungary. Abstracts, p. 141.
13. Z. Varga, M. Gámez, and I. López, Observer design for open and closed trophic chains. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 11 (2010), pp. 1918-1924 **IF: 2.138**
14. Miranda M, Edelmayer A, Molnár S.: Federated filtering: classical approaches in new approximations for distributed systems estimation., *Mechanical Engineering Letters* (Szent István University) 4: pp. 266-280. (2010)
15. Molnár Sándor, Soumelidis Alexandros, Edelmayer András: On the qualitative properties of hierarchical systems. *Mechanical Engineering Letters* (Szent István University) 4: pp. 37-47. (2010)
16. Molnár Sándor: Lineáris rendszerek. pp. 1-80. Szent István Egyetem, Gödöllő (2010), Egyetemi jegyzet
17. Molnár S., Klinkó P.: Detecting Amorphously Shaped Objects In A Noisy Imaging Environment, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, ISSN: 1311-8080: Volume 61, No. 1 (2010), pp. 11-20
18. Z. Varga, Z. Sebestyén, M. Gámez, T. Cabello, A. Attias, Models of Applied Population Dynamics. *Mechanical Engineering Letters* 4 (2010), 22-36.

19. M. Gámez, I. López, A. Shamandy, Open- and closed-loop equilibrium control of trophic chains. *Ecological Modelling* 221 (2010) 1839–1846

## 2009

20. López, J. Garay, R. Carreño and Z. Varga, Observer design for ecological monitoring. ICCMS 2009, International Conference on Computational and Mathematical Sciences". Paris, France, June 24-26, 2009
21. I. López, J. Garay, R. Carreño, Z. Varga, [Observer Design for Ecological Monitoring](#), *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology* (ISSN: 2070-3724) Vol. 54, 2009, 371-375.
22. J. Garay, A. Scarelli and Z. Varga, Dynamic model for the conflict of producers with the environmental policy. AIRO2009, the 40th Annual Conference of the Italian Operational Research Society, September 8-11, 2009, Siena, Italy (accepted)
23. M. Gámez, J. Garay, I. López, J. E. Belda, J. R. Gallego, T. Cabello, Z. Varga, Modelo dinámico para establecer la evolución de poblaciones de especies plagas. VI Congreso Nacional de Entomología Aplicada, XII Jornadas Científicas de la SEEA, Palma (Illes Balears) del 19 al 23 de octubre de 2009. Actas, p.135.
24. M. Gámez, J. Garay, Z. Varga, J. R. Gallego, T. Cabello, Desarrollo de un modelo matemático fitófago-depredador-parasitoide para la aplicación en lucha biológica en cultivos en invernaderos. VI Congreso Nacional de Entomología Aplicada, XII Jornadas Científicas de la SEEA. Palma (Illes Balears) del 19 al 23 de octubre de 2009. Actas, p.134.
25. M. Gámez, I. López, J. Garay, Z. Varga. (2009) Observation and control in a model of a cell population affected by radiation. *Biosystems* 96 (2009) Issue 2, 172–177. **IF: 1.478**
26. A. Scarelli, J. Garay and Z. Varga, Game-theoretic model for the conflict of producers with the environmental policy of the government. International Conference on Sustainable Development in Southeast Europe. 16-20 June 2009, Tekirdag-Istanbul, Turkey. Abstracts, 26.

## 2008

27. Z. Varga, Applications of mathematical systems theory in population biology. *Periodica Mathematica Hungarica*, Vol. 56 (1), (2008) 157-168.
28. M. Gámez, I. López, S. Molnár, Monitoring environmental change in an ecosystem. *BioSystems* 93 (2008) 211–217. **IF: 1.646**

29. López, M. Gámez and Z. Varga, Observer design for phenotypic observation of genetic processes. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 9 (2008) 290–302. **IF: 1.778**
30. M. Gámez, I. López, J. Garay and Z. Varga, Monitoring the effects of human activities and environmental change on a population system. *iEMMs 2008*, July 7-10, 2008, Barcelona, Spain. Peer-reviewed full paper in *Proceedings of the International Congress on Environmental Modelling and Software iEMSs 2008* (Eds.: Miquel Sànchez-Marrè, Javier Béjar, Joaquim Comas, Andrea E. Rizzoli, Giorgio Guariso, ISBN: 978-84-7653-074-0, Vol. 3, 1877-1884.
31. Molnár S., Szigeti F.: Generalized Fuhrmann's rank condition for Controllability and Reachability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems., *Pure Mathematics And Applications* 19:(1) pp. 55-66. (2008)
32. López, M. Gámez, R. Carreño and Z. Varga. Observation and control in a model of a cell population affected by radiation. *Conference on Boundary Value Problems: Mathematical Models in Engineering, Biology and Medicine*. Santiago de Compostela /Spain, September 16-19, 2008. Abstracts, 85.

## 2007

33. Edelmayer A, Bokor J, Szabó Z, Molnár S: Inversion-based residual generation for robust detection and isolation of faults by means of estimation of the inverse dynamics in linear dynamical systems. In: Biswas G, Koutsoukos X, Abdelwahed S (szerk.) *DX-07: 18th International Workshop of Principles of Diagnosis*. Nashville, Amerikai Egyesült Államok, 2007.05.29-2007.05.31., pp. 67-74.
34. Molnár Sándor, López I., Gámez M.: Observability and observers in a food web, *Applied Mathematics Letters*, 20:(8) pp. 951-957. (2007), IF: 0.699