Részletes kutatási terv

A kutatás négy és fél éve alatt a résztvevők 87 tudományos dolgozatot írtak. Valamennyi cikk angol nyelvű. 81 dolgozat erős folyóiratban (eltekintve 3 Eötvös Annales cikktől), a maradék 6 cikk speciális alkalomra kiadott könyvben (cikkgyűjteményben) jelent meg. A 87 cikk közül 40 (46%) olyan volt, melynek társszerzői közt legalább egy külföldi volt; a kapott OTKA támogatás nagy mértékben hozzájárult e cikkek megszületéséhez. A 87 dolgozat közül 57 (65%) jelent meg külföldön. A legfontosabb cikkek témája prímszámelmélet (Pintz János és társszerzői), valamilyen értelemben rendezett struktúrák (bináris sorozatok, bináris "gyökeres" fák, rendezett halmazok részhalmazai, bináris vektorok) pszeudovéletlensége (Gyarmati Katalin, Mérai László, Sárközy András és társszerzőik), egész számok sorozatainak additív tulajdonságai (Gyarmati Katalin, Hegyvári Norbert, Károlyi Gyula, Ruzsa Z. Imre, Sárközy András és társszerzőik), véges testek számelmélete (Gyarmati Katalin, Sárközy András és társszerzőik), valamint moduláris formák (Biró András) volt.

A 87 cikk közül a kutatás első 3 évében elkészülteknek a tárgyát röviden már ismertettük a korábbi részjelentésekben, ezért - terjedelmi okokból - csak az utolsó másfél évben írt, eddig nem jelentett cikkekről adunk ismertetést.

Green és Ruzsa korábban igazolták, hogy multiplikatív Ábel csoportokban teljesül egy Freiman-típusú tétel. Egy cikkükben Hegyvári és Hennecart igazolják (Green egy publikálatlan eredményét jelentősen javítva), hogy nem kommutatív csoportokban általában nincs ilyen tétel.

Egy cikkében Csikvári gráfok un. „adjoint" polinomjának legnagyobb abszolút értékű gyökét vizsgálja.

Csikvári és Nagy a Turán-problémakörnek egy felfújt gráfokra vonatkozó változatát vizsgálják.

Dartyge és Sárközy igazolják, hogy a modulo p primitív gyökök halmaza nem írható fel $\mathbb{F}_p$ három, legalább 2 elemű részhalmazának összegeként.

Egy másik cikkben vizsgálják négyzetszámok, illetve prímszámok számjegyeinek bizonyos tulajdonságaira vonatkozó mély tételek analogonját véges testekben.

Dartyge és Szalay két (technikailag nagyon nehéz és terjedelmes) cikkben vizsgálják csupa különböző partíciók elemeinek maradékosztályokban való „lokális" eloszlását.

Goldston, Pintz és Yildrim egy korábbi eredményüket élesítve igazolják, hogy az egymást követő prímek különbségeinek egy „pozitív százaléka" olyan, hogy a várhatónál lényegesen kisebb. Pintzék prímdifferenciákra vonatkozó eredményei szenzációsak!

Gyarmati egy gyakorlati (kriptográfiai) szempontból nagyon fontos konstrukciót ad: olyan sorozatot készít, melynek viszonylag hosszú részsorozatai is erős pszeudovéletlen tulajdonságokkal rendelkeznek.

Gyarmati, Hubert és Sárközy „gyökeres", „uniform" bináris fák pszeudovéletlenségére vonatkozó korábbi vizsgálataikat kiterjesztik jóval általánosabb fákra.

Korábban Gyarmati megoldotta Mauduit egy nevezetes megoldatlan problémáját. Most Gyarmati és Mauduit egy közös cikkben jelentősen javítanak Gyarmati vonatkozó eredményén.

Két cikkben Gyarmati, Mauduit és Sárközy definiálják bináris rácsok pszeudovéletlenségének a mértékét, és erős pszeudovéletlen tulajdonságokkal rendelkező bináris rácsok két nagy nevezetes családjáról megállapítják, hogy a családok is erős pszeudovéletlen tulajdonságokkal rendelkeznek.

Bitsorozatok lineáris bonyolultsága igen fontos és sokat vizsgált kérdés. Egy cikkükben Gyarmati, Mauduit és Sárközy kiterjesztik a lineáris bonyolultság fogalmát két dimenzióra (ez meglepően nehéznek bizonyul!).

Gyarmati és Ruzsa igazolják, hogy N-nél kisebb négyzetszámok halmazá-

nak van egy olyan „nagy” részhalmaza, mely nem tartalmaz 3-tagú számtani sorozatot.

Gyarmati, Sárközy és Stewart folytatják egy korábbi cikkükben megkezdett, a Legendre szimbólumra épülő bináris rácsok pszeudovéletlenségére vonatkozó vizsgálataikat; ezúttal az un. „degenerált” esetet vizsgálják.

Hegyvári egy cikkében Sárközy összeg-szorzat tételével foglalkozik, és a tételben szereplő halmazokra vonatkozó bizonyos feltételek mellett javítja azt.

Hegyvári és Hennecart kiterjesztve J. Bourgain egy korábbi eredményét, azt igazolják, hogy ha H „nagy” approximatív részcsoport, I intervallum a mod redukált maradékosztályok halmazában és f polinom, akkor $f(I)H$ egyenletes eloszlású ebben a halmazban.

Károlyi és Nagy a divatos „polinom-módszer” alkalmazásával rövid és elegáns bizonyítást adnak Zeilberger és Bressoud egy fontos tételére.

Károlyi és Pál cikkükben olyan geometriailag irreducibilis projektív algebrai görbéket keresnek, melyeknek az alaptest egyetlen feloldható bővítése felett sincs racionális pontjuk.

Mérai egy cikkében elliptikus görbék pszeudovéletlen tulajdonságait vizsgálja, és konstrukciót ad „jó” pszeudovéletlen bináris sorozatokra.

P. Kovács Katalin azt vizsgálta, hogy bizonyos speciális egész értékű számelméleti függvények értékkészlete mely m-ekre tartalmaz modulo m teljes maradékrendszert?

Pintz feltételt ad arra, hogy az ikerprímek közt tetszőlegesen hosszú számtani sorozat legyen (feltétel nélkül természetesen teljesen reménytelen lenne ennek bizonyítása).

Rivat és Sárközy bizonyítják, hogy ha A, B természetes számok „sűrű” halmazai, akkor az $a + b$ összegekre (ahol a, b az A, ill. B halmaz elemei) teljesül a Turán-Kubilius tétel analogonja.

Lev és Sárközy igazolják, hogy véges Ábel csoportok nemtriviális részhal-

mazaira teljesül az Erdős-Fuchs tétel analogonja, és megmutatják, hogy az eredményük éles.

Sárközy igazolja, hogy a modulo p kvadratikus maradékok halmaza nem írható fel három, legalább 2 elemű halmaz összegeként.