

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

Anàlisi del comportament a compressió de perfils prims oberts d'acer conformats en fred

Autor: Jordi Bonada Bo

Director: Francesc Roure Fernández

Tesi Doctoral presentada per obtenir el títol de Doctor per la Universitat
Politécnica de Catalunya

Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria

Programa de Doctorat en Anàlisi Estructural

Barcelona, Octubre 2013

Agraïments

Voldria expressar el meu agraïment més sincer al professor Francesc Roure, director d'aquesta tesi, per tot el suport rebut, la seva confiança i els consells proporcionats que m'han ajudat a finalitzar amb èxit aquest treball. Així mateix, també mostrar el meu agraïment a la professora M^a Magdalena Pastor per tota la seva ajuda en aquests anys i especialment el seu suport a l'inici de la meva vida professional dins la Universitat Politècnica de Catalunya.

Voldria donar les gràcies al professor Miquel Casafont per tots els coneixements que m'ha transmès durant les reunions de treball, als tècnics de laboratori Juan Espada i Francesc Joaquim García que han dut a terme tots els assaigs experimentals utilitzats i a tota la resta del personal del departament de Resistència de Materials i Estructures en l'Enginyeria de l'ETSEIB, ja que tant el seu tracte personal com l'ajuda que m'han ofert els professors Miquel Ferrer, Josep M^a Pons, Frederic Marimón, la resta de personal Beatriz del Pilar i M^a Rosa Somalo i els professors associats ha estat sempre excel·lent.

També caldria mencionar a tots els amics que m'han acompanyat durant la meva formació universitària i a tots els companys que hem estat becaris del departament.

Es mereixen un agraïment especial els amics de Ripoll, que amb tots ells fa més de 10 anys que compartim moments extraordinaris i també han estat al meu costat en els difícils. Gràcies Xevico, Vila, Dantí, Miquel, Altesa, les Cristines, Maria i Glòria.

Per últim i més important voldria donar les gràcies i dedicar aquest treball a la meva família, als meus pares, Enric i Imma, i al meu germà Francesc, ja que sense el seu suport, sacrifici i paciència tot això no hauria estat possible, tot el que pugui expressar es quedaria curt, així que moltes gràcies de tot cor.

Resum

Els perfils primos oberts d'acer conformats en fred són elements estructurals molt utilitzats en les prestatgeries per a emmagatzematge de palets. Aquests perfils són habitualment emprats com a columnes i contenen perforacions uniformement distribuïdes per garantir la connexió entre els diferents elements estructurals. Un dels motius més freqüents de fallida d'aquestes prestatgeries és el col·lapse a compressió dels puntals, i per tant, la determinació de la seva capacitat resistent és un factor clau per assegurar el correcte dimensionament de l'estructura.

Els perfils primos conformats en fred, a diferència dels elements estructurals conformats en calent (IPN, IPE, HEB, etc), presenten una sensibilitat molt més elevada als modes de vinclament local i distorsional a causa de les seves característiques geomètriques. La inclusió d'aquests modes complica considerablement el procés de càlcul resistent, ja que les teories clàssiques de barres no tenen en compte les deformacions seccionals. Com a conseqüència, el desenvolupament de nous mètodes i les anàlisis mitjançant elements finits han cobrat una gran importància.

Nombroses investigacions actuals tenen com a objectiu l'adquisició de nous coneixements sobre el comportament a compressió dels perfils primos que permetin millorar les normatives de càlcul vigents. Alguns dels aspectes on més s'està aprofundint són: la interacció dels diferents modes de fallida, el tipus d'imperfeció geomètrica a utilitzar en les anàlisis per elements finits, l'efecte de l'enduriment per deformació, l'obtenció de les tensions residuals i la importància d'aquestes en la capacitat resistent del puntal i la caracterització de les perforacions en els diferents mètodes de càlcul.

La present tesi doctoral pretén aportar nous coneixements en alguns dels factors prèviament mencionats. S'ha estudiat l'efecte de l'enduriment per deformació, les tensions residuals i la modelització del problema d'estudi mitjançant el mètode dels elements finits verificant els valors obtinguts amb resultats experimentals sempre que hagi estat possible. També s'ha desenvolupat un programa per calcular càrregues elàstiques de vinclament per a qualsevol tipus de mode de fallida, ja que aquesta informació és necessària pels càlculs utilitzant la normativa i també per alguna de les metodologies de càlcul proposades mitjançant la simulació numèrica.

Paraules clau: Perfil prim obert, rack, imperfeció geomètrica, vinclament distorsional, GBT, tensions residuals, enduriment per deformació, anàlisi per elements finits.

Abstract

Cold-formed thin-walled steel sections are frequently used in pallet rack structures. This type of cross-sections are normally used as a columns and contains perforations uniformly distributed enabling the connection between other structural elements. One of the most typical reasons of failure for pallet-racking systems is the buckling of the uprights. As a consequence, the calculation of ultimate strength under compression is a key factor for a safe structural design.

The influence of distortional and local buckling in cold formed thin-walled sections is really important, whereas the influence in hot-rolled sections (IPN, IPE, HEB, etc) is insignificant. The analysis of distortional and local buckling in the upright behaviour is difficult because the classical beam theories cannot handle sectional deformations. As a result, different new methodologies have been developed and finite element analysis has taken an important role.

Several recent research activities are focused to study the buckling behaviour of rack sections under pure compression in order to improve the current design codes. Specifically, most of the present research is dealing with the following factors: interaction effects involving the different modes of buckling, initial geometric imperfections in nonlinear finite element analysis, cold-work effects, residual stresses and its influence in the upright ultimate load and the modelling of the perforations.

The present doctoral thesis aims to provide new knowledge in some of the previously cited factors. It has been studied the influence of the cold-work effect, residual stresses and the load carrying capacity of cold-formed steel rack columns via nonlinear finite element analysis. Moreover, several experimental tests have been done in order to validate the numerical results. Furthermore, a new software has been developed to calculate the lineal elastic buckling load for any mode of deformation. These values are used for the current design codes and for a new numerical methodology developed.

Keywords: Thin-walled section, rack, geometric imperfection, distortional buckling, GBT, residual stresses, cold-work effects, finite element analysis

Sumari

RESUM	3
ABSTRACT	5
SUMARI	7
LLISTAT DE FIGURES	11
LLISTAT DE TAULES	19
NOMENCLATURA BÀSICA	21
1. INTRODUCCIÓ	25
1.1. Estructures metàl·liques convencionals per a palets.....	25
1.2. Puntal. Seccions tipus <i>rack</i>	27
1.3. Col·lapse a compressió dels puntals.....	29
1.4. Objectiu de la tesi.....	31
1.5. Contingut de la tesi.....	31
2. CÀLCUL A COMPRESSIÓ DE PERFILS PRIMOS OBERTS	35
2.1. Mètode dels elements finits.....	35
2.2. Teoria de la biga generalitzada.....	47
2.2.1. Formulació pel càlcul lineal de vinclament per a perfils primos oberts.....	48
2.2.2. Altres formulacions.....	58
2.3. Altres metodologies.....	68
2.3.1. Mètode de la banda finita.....	68
2.3.2. Mètode de la resistència directa.....	69
2.3.3. Mètode d'erosió de la càrrega crítica de bifurcació.....	69
2.3.4. Mètodes combinats.....	70
2.4. Puntals perforats: gruix equivalent.....	71
3. TENSIONS RESIDUALS DEGUDES AL PROCÉS DE FABRICACIÓ	75
3.1. Procés de fabricació: <i>Roll-Forming</i>	75
3.2. Models Analítics.....	82
3.3. Models obtinguts per elements finits.....	87
3.4. Models obtinguts experimentalment.....	92
3.5. Enduriment per deformació.....	95

4. MESURES EXPERIMENTALS	99
4.1. Càrrega última a compressió.....	99
4.1.1. Perfils estudiats.....	99
4.1.2. Muntatge experimental.....	100
4.1.3. Resultats.....	104
4.2. Tensions residuals del perfil S4 sense perforacions.....	106
4.3. Enduriment per deformació.....	111
5. DESENVOLUPAMENT D'UN PROGRAMA D'ANÀLISI LINEAL DE VINCLAMENT PER PERFILS PRIMS OBERTS	121
5.1. Cornell University Finite Strip Method.....	121
5.2. Generalized Beam Theory University of Lisbon.....	122
5.3. Rack Linear Buckling Analysis v1.3.....	122
5.3.1. Funcionament.....	124
5.3.2. Verificació dels resultats.....	128
5.4. Implementació del càlcul de seccions amb gruixos variables.....	139
5.4.1. Modificació de l'anàlisi seccional.....	139
5.4.2. Verificació dels resultats.....	140
5.5. Obtenció i verificació de fórmules analítiques.....	147
5.5.1. Modes individuals.....	147
5.5.2. Modes combinats.....	156
6. APORTACIÓ DE MILLORA DE LES ANÀLISIS A COMPRESSIÓ MITJANÇANT IMPERFECCIONS GEOMÈTRIQUES	161
6.1. Perfil analitzat.....	161
6.2. Model per elements finits.....	162
6.3. Anàlisi de la secció a través de la GBT.....	163
6.3.1. Identificació modal via GBT.....	166
6.4. Identificació modal i combinació dels modes FEM.....	167
6.5. Esquemes de càlcul de les tres metodologies proposades.....	171
6.6. Resultats experimentals.....	174
6.7. Resultats numèrics.....	176
6.8. Aplicació a altres perfils.....	181
7. SIMULACIÓ DEL PROCÉS DE CONFORMAT	187
7.1. Disseny de la línia de conformat.....	187
7.2. Característiques del model d'elements finits.....	192
7.2.1. Discussió del tipus d'element finit.....	192
7.2.2. Modelització emprada per la simulació.....	195

7.3.	Resultats de la simulació sense perforacions.....	197
7.4.	Resultats de la simulació amb perforacions	201
8.	ANÀLISI A COMPRESSIÓ INCORPORANT LES TENSIONS RESIDUALS	207
8.1.	Trasllat d'informació per perfils sense perforacions	207
8.2.	Simulacions per elements finits del comportament a compressió de perfils sense perforacions.....	209
8.2.1.	Metodologia acurada	210
8.2.2.	Metodologia simplificada	213
8.2.3.	Resultats	214
8.3.	Simulacions per elements finits del comportament a compressió del perfil amb perforacions.....	218
8.3.1.	Metodologia multi-patró	218
8.3.2.	Metodologia del patró virtual.....	227
8.3.3.	Resultats	233
8.4.	Aplicació a puntals de longituds globals	235
8.5.	Influència de l'enduriment per deformació.....	241
8.5.1.	Perfil S4 sense perforacions.....	242
8.5.2.	Perfil S4 amb perforacions	244
9.	DETERMINACIÓ DE LA CÀRREGA ÚLTIMA A TRAVÉS DE NORMATIVA	247
9.1.	Normativa europea (EC3, EN15512).....	247
9.1.1.	Modelització de les perforacions	250
9.2.	AISI S100 (DSM).....	254
9.2.1.	Modelització de les perforacions	257
10.	CONCLUSIONS	261
10.1.	Futures línies de recerca.....	265
11.	BIBLIOGRAFIA	267
12.	PUBLICACIONS FETES EN EL CAMP D'ESTUDI	277

Llistat de Figures

Fig 1.1 Estructura convencional de paletització. Font: [121]	25
Fig 1.2 (a) Bastidor d'una estructura convencional de paletització. (b) Unió cargolada entre puntal i diagonal. (c) Unió cargolada entre puntal i placa-terra. (d) Unió per pestanyes entre puntal i llarguer. Font [121]	26
Fig 1.3 Unions puntal-llarguer de diversos fabricants.....	27
Fig 1.4 Zones d'una secció rack	28
Fig 1.5 Vinclament local	29
Fig 1.6 (a) Vinclament distorsional simètric (b) Vinclament distorsional antimètric	30
Fig 1.7 (a) Vinclament global a flexió (b) Vinclament global a torsió (c) Vinclament global a flexo-torsió.....	30
Fig 1.8 Esquema conceptual pel desenvolupament dels continguts de la tesi doctoral	33
Fig 2.1 Modes purs de deformació (global, distorsional i local, d'esquerra a dreta)	35
Fig 2.2 Possibles zones afectades per l'enduriment per deformació. Font [11]	37
Fig 2.3 Condicions de contorn imposades. Els nodes inferiors tenen bloquejats tots els graus de llibertat i els superiors també excepte al desplaçament vertical. Font [11]	37
Fig 2.4 Predicció de la càrrega última a compressió variant el tipus d'element i el refinament de la malla. Font [10].....	39
Fig 2.5 Tipus d'element finit i dimensió de la malla. Font [10].....	39
Fig 2.6 Solucions obtingudes utilitzant el mètode de Riks (a i b) i l'artificial damping (c i d). Font [10].....	40
Fig 2.7 Comparació entre ABAQUS i ADINA en la sensibilitat del model material enfront al col·lapse de l'element resistent. Font [10]	41
Fig 2.8 Sis dels vint perfils diferents analitzats en [15]. Font [15].....	41
Fig 2.9 A l'esquerra forma del primer mode del càlcul lineal de vinclament. A la dreta deformada en càrrega màxima de l'anàlisi no lineal. Font [15].....	42
Fig 2.10 (a) Forma distorsional simètrica. (b) Forma distorsional antimètrica. (c) Forma real mesurada. (d) i (e) Punts de mesura experimental Font [16]	44
Fig 2.11 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes local/distorsional. Font [18].....	46
Fig 2.12 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes distorsional/global. Font [19]	46
Fig 2.13 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes local/distorsional/global. Font [20].....	47
Fig 2.14 Discretització de la secció per mitjà de plaques rectangulars.....	49
Fig 2.15 Secció discretitzada. En vermell es mostren els nodes naturals, en groc i negre els interiors	49
Fig 2.16 Imposició del moviment longitudinal unitari en un node natural i la funció lineal $u_k(s)$ que genera (en vermell)	50
Fig 2.17 Funcions $v^k(s)$ que es generen en els elements naturals després d'imposar un desplaçament longitudinal unitari	51
Fig 2.18 Desplaçaments $w^{k-1}(s_k)$ i $w^k(s_k)$ per tal de garantir la compatibilitat geomètrica de la secció.....	52

<i>Fig 2.19 Deformada que es genera al imposar un desplaçament unitari longitudinal al node 5. Es pot observar que els nusos es mantenen rígids.....</i>	<i>53</i>
<i>Fig 2.20 Desplaçaments que es generen al imposar un desplaçament w_k unitari en un node interior mentre la resta romanen immòbils.....</i>	<i>54</i>
<i>Fig 2.21 Passos necessaris per determinar tots els modes de deformació de la GBT aplicats a l'any 2003. Font [31].....</i>	<i>59</i>
<i>Fig 2.22 "Shear Modes" per un perfil en C aplicant la metodologia de l'any 2003. Font [31].....</i>	<i>59</i>
<i>Fig 2.23 Diagrama d'anàlisi de la GBT. Font [31].....</i>	<i>60</i>
<i>Fig 2.24 Diagrama incremental-iteratiu utilitzat per resoldre la no linealitat geomètrica. Font [31].....</i>	<i>61</i>
<i>Fig 2.25 Corbes d'equilibri a post-vinclament en funció del desplaçament per imperfeccions locals i distorsionals. Font [31].....</i>	<i>61</i>
<i>Fig 2.26 Influència dels diferents modes de deformació per la determinació del procés de càrrega a post-vinclament. Font [31].....</i>	<i>62</i>
<i>Fig 2.27 Diferents condicions de contorn no estàndard considerades per [34]. Font [34].....</i>	<i>62</i>
<i>Fig 2.28 Comparativa entre el model d'ANSYS i per GBT. Font [34].....</i>	<i>63</i>
<i>Fig 2.29 Tipus de seccions de paret prima a nivell geomètric: (a) seccions obertes, (b) seccions obertes amb branques, (c1) seccions tancades i (c2 i d) seccions tancades amb branques. Font [35].....</i>	<i>63</i>
<i>Fig 2.30 Desplaçaments sobre el pla dels modes convencionals (1-6), dels modes de deformació tangencial (7-12) i dels modes convencionals locals més destacats (13-18). Font [35].....</i>	<i>64</i>
<i>Fig 2.31 Característiques cinemàtiques dels diferents subespais de deformació. Font [36].....</i>	<i>65</i>
<i>Fig 2.32 Deformacions associades a cadascuna de les matrius de la GBT. Font [36].....</i>	<i>66</i>
<i>Fig 2.33 Modes de deformació purs obtinguts a través de la GBT. Font [36].....</i>	<i>67</i>
<i>Fig 2.34 Exemple de perfil de secció variable ("Tapered beam"). Font [37].....</i>	<i>67</i>
<i>Fig 2.35 (a) Desplaçaments longitudinals (b) Desplaçaments transversals. Font [52].....</i>	<i>68</i>
<i>Fig 2.36 (a) Mode distorsional (b) Mode global (c) Interacció local-global (d) Interacció distorsional-global (e) Interacció local-distorsional-global. Font [59].....</i>	<i>69</i>
<i>Fig 2.37 Esquema per determinar el factor d'erosió. Font [113].....</i>	<i>70</i>
<i>Fig 2.38 Càrrega elàstica del mode distorsional simètric pur acoblant el FEM amb la GBT. Font [62].....</i>	<i>71</i>
<i>Fig 2.39 (a) Malla i condicions de contorn emprades. (b) Restriccions imposades per obtenir els modes purs. Font [63].</i>	<i>71</i>
<i>Fig 2.40 Procediment per determinar un gruix equivalent per a tota la secció. Font [66].....</i>	<i>72</i>
<i>Fig 2.41 Forma deformada del puntal (a) ISFSM, (b) FEM, (c) Experimental. Font [119].....</i>	<i>73</i>
<i>Fig 3.1 Esquema bàsic d'una línia de conformat per roll-forming. Font [99].....</i>	<i>75</i>
<i>Fig 3.2 Matriu responsable de fer les perforacions a la xapa metàl·lica.....</i>	<i>76</i>
<i>Fig 3.3 Estacions de rodets d'una línia de fabricació.....</i>	<i>77</i>
<i>Fig 3.4 Cap de turc d'una línia de fabricació.....</i>	<i>77</i>
<i>Fig 3.5 Exemple de flor per fabricar un perfil utilitzant 10 estacions. Font [99].....</i>	<i>78</i>
<i>Fig 3.6 Exemple de disseny dels rodets en una línia de fabricació. Font [99].....</i>	<i>79</i>
<i>Fig 3.7 Procés de doblat en excés per compensar l'efecte del rebot elàstic. Font: [99].....</i>	<i>80</i>
<i>Fig 3.8 Esquerdes generades en el radi d'acord per un excés de deformació. Font: [100].....</i>	<i>80</i>
<i>Fig 3.9 (a) Desalineació vertical (b) Desalineació horitzontal (c) Torsió. Font: [99].....</i>	<i>81</i>
<i>Fig 3.10 (a) Forats deformats; (b) Forats sense deformar. Font: [100].....</i>	<i>81</i>
<i>Fig 3.11 Ondulació d'una part plana d'un perfil. Font: [100].....</i>	<i>81</i>
<i>Fig 3.12 Possibles distorsions provocades pel tall d'un perfil. Font: [99].....</i>	<i>82</i>

Fig 3.13 Paràmetres i procés de deformació assumit per [94,95]. Font [95]	83
Fig 3.14 Procés de doblat de la xapa en contacte amb els rodets segons [96]. Font [97].....	83
Fig 3.15 Comparativa entre el model analític proposat i el mètode d'elements finits. Font [98].....	84
Fig 3.16 Configuració de la línia de fabricació: la xapa subministrada prové de la part superior de la bobina. Font [74]	85
Fig 3.17 Distribució de tensions longitudinals degudes al enrotllat, desenrotllat i aplanat. Font [74]	86
Fig 3.18 Distribució de tensions transversals degudes al doblat i al rebot elàstic. Font [74]	86
Fig 3.19 Distribució de tensions longitudinals degudes al doblat i al rebot elàstic. Font [74].....	86
Fig 3.20 Model d'elements finits emprat per [67]. Font [67].....	87
Fig 3.21 Model d'elements d'una línia de fabricació de secció variable. Font [70].....	88
Fig 3.22 Model d'elements per estudiar el pic de deformació longitudinal de membrana. Font [70]	89
Fig 3.23 Resultats d'una simulació utilitzant el programa METAFOR. Font [72]	89
Fig 3.24 Procés d'equilibri realitzar en l'etapa 2 per definir l'estat inicial de tensions. Font [73]	90
Fig 3.25 Comparativa entre els resultats experimentals [78] i la simulació. Font: [75]	91
Fig 3.26 Comparativa entre els resultats experimentals [79] i la simulació. Font: [75]	91
Fig 3.27 Procés per tal d'obtenir les tensions residuals longitudinals. Font: [84].....	92
Fig 3.28 Col·locació de les galgues al llarg del desenvolupament del perfil. Font: [83].....	92
Fig 3.29 Perfil després de realitzar els talls longitudinal. Font: [83]	93
Fig 3.30 Perfil després de realitzar els talls longitudinal. Font: [12]	93
Fig 3.31 Muntatge i equipament experimental per la mesura de tensions residuals a través de la difracció de raig X. Font: [103].....	94
Fig 3.32 Esquema de les zones de la secció per on es van tallar les tires per obtenir les tensions residuals. Font: [105] ..	94
Fig 3.33 Resultat de l'estudi òptic d'una de les tires. Font: [108].....	95
Fig 3.34 Provetes corbades extrems dels radis d'acord amb el cap parcialment aplanat. Font: [105].....	97
Fig 3.35 Muntatge per assajar provetes corbades articulants els extrems. (a) Vista lateral. (b) Vista frontal. Font: [106]..	97
Fig 4.1 Geometria dels diferents perfils assajats. Font: [93].....	99
Fig 4.2 Muntatge experimental per l'assaig a compressió amb els extrems del puntal encastats.....	101
Fig 4.3 Detall de la unió placa-puntal per reproduir un encastament del perfil.....	101
Fig 4.4 Detall de l'assaig de columna curta per determinar el centre de gravetat efectiu. Font [15].....	102
Fig 4.5 Muntatge experimental per l'assaig a compressió. La torsió al voltant de l'eix longitudinal està restringida	103
Fig 4.6 Detall de la unió placa-puntal que evita la distorsió de la secció extrema.....	103
Fig 4.7 Detall de la col·locació dels captadors per mesurar el desplaçament longitudinal del puntal durant l'assaig	104
Fig 4.8 Muntatge experimental. Vista de les galgues situades a la cara interior.....	106
Fig 4.9 Muntatge experimental. Vista de les galgues situades a la cara exterior	107
Fig 4.10 Puntal després de realitzar el tall transversal.....	107
Fig 4.11 Puntal després de realitzar el tall transversal i els longitudinals.....	108
Fig 4.12 Comparativa entre les tensions longitudinals residuals numèriques i experimentals en la cara exterior	108
Fig 4.13 Comparativa entre les tensions longitudinals residuals numèriques i experimentals en la cara interior.....	109
Fig 4.14 Tensions longitudinals residuals a flexió obtingudes per el mètode òptic de la curvatura de les tires. Font [113]	110
Fig 4.15 Diferents zones on s'han col·locat les galgues extensiomètriques en el perfil S4 per fer les mesures experimentals	110
Fig 4.16 Zones on es van extreure les provetes de les parts planes	112

Fig 4.17 Increment del límit elàstic degut al conformat ($\%f_y$). Font: [113]	112
Fig 4.18 Increment de la tensió última degut al conformat ($\%f_u$). Font: [113]	112
Fig 4.19 Disseny CAD de l'utilatge per fer els assaig a tracció de les provetes extretes dels radis d'acord	114
Fig 4.20 Assaig de les provetes planes (esquerra) i corbades (dreta).....	115
Fig 4.21 Detall de l'utilatge dissenyat per realitzar l'assaig de les provetes corbades.....	116
Fig 4.22 Comportament material en la zona elàstica de les diferents provetes assajades	116
Fig 4.23 Comportament material en la zona elàstica i plàstica de les diferents provetes assajades	117
Fig 4.24 Ajust de la corba de Swift pel comportament material de la proveta plana 2	119
Fig 5.1 Pantalla d'inici del programa RLBA	123
Fig 5.2 Pantalla de definició de la geometria del perfil a analitzar.....	124
Fig 5.3 Pantalla de les característiques seccionals del perfil.....	125
Fig 5.4 Pantalla de definició de les característiques del procés de solució.....	126
Fig 5.5 Pantalla de visualització de resultats.....	127
Fig 5.6 Exemple de deformada tridimensional generada pel RLBA v1.3 en un càlcul lineal de vinclament.....	127
Fig 5.7 (a) S2, (b) S4, (c) S5 i (d) S6.....	128
Fig 5.8 Discretització en RLBA i CUFISM. (a) S2, (b) S4, (c) S5 i (d) S6	129
Fig 5.9 Comparativa dels valors obtinguts amb RLBA i CUFISM respecte ANSYS amb els dos extrems encastats.....	132
Fig 5.10 Comparativa entre els tres modes de deformació pel perfil S2 amb RLBA i ANSYS	133
Fig 5.11 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S4 amb RLBA i ANSYS.....	134
Fig 5.12 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S5 amb RLBA i ANSYS.....	135
Fig 5.13 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S6 amb RLBA i ANSYS.....	136
Fig 5.14 Comparativa dels valors obtinguts amb RLBA respecte ANSYS amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida.....	138
Fig 5.15 Moviments en al pla característics de la GBT al imposar un desplaçament longitudinal nodal unitari.....	140
Fig 5.16 Discretització utilitzada en RLBA i CUFISM	141
Fig 5.17 Modelització en ANSYS pel perfil (b).....	142
Fig 5.18 Comparativa dels valors obtinguts en RLBA i CUFISM respecte ANSYS pel perfil (a).....	143
Fig 5.19 Comparativa dels valors obtinguts en RLBA i CUFISM respecte ANSYS pel perfil (b).....	144
Fig 5.20 Deformades seccionals obtingudes. A l'esquerra amb CUFISM, al centre RLBA a la dreta ANSYS. (i) Longitud de 500mm i gruix reduït de 0,018 mm (ii) Longitud de 500mm i gruix reduït de 0,18 mm (iii) Longitud de 1200 mm i gruix reduït de 0,18 mm	145
Fig 5.21 Deformades en ANSYS: (i) longitud de 500 mm i un gruix reduït de 0,018 mm (ii) Longitud de 1200mm i un gruix reduït de 0,018 mm	146
Fig 5.22 Solució gràfica de la segona família de funcions.....	149
Fig 5.23 Funcions de forma per una columna biarticulada.....	150
Fig 5.24 Funcions de forma per el segon tipus de càlcul (modes globals de més d'una semiona)	153
Fig 5.25 Funcions de forma per el tercer tipus de càlcul (modes distorsionals de més d'una semiona).....	153
Fig 5.26 Valor de la càrrega crítica a flexo-torsió en funció del paràmetre de torsió sota diferents condicions d'enllaç	159
Fig 5.27 Valor de la participació modal a flexió en funció del paràmetre de torsió sota diferents condicions d'enllaç	159
Fig 6.1 Secció d'estudi utilitzada en les simulacions i en els assaig experimentals.....	161
Fig 6.2 Model material utilitzat en les simulacions numèriques. El comportament plàstic segueix una corba de Swift.....	162
Fig 6.3 Condicions de contorn imposades en FEA.....	163
Fig 6.4 Discretització de la secció en la GBT	164

<i>Fig 6.5 Modes de deformació convencionals de deformació obtinguts a través de l'anàlisi de la secció (GBT).....</i>	<i>166</i>
<i>Fig 6.6 En la fila superior hi ha els modes FEM II i IV i en la inferior els VI i VII (d'esquerra a dreta).....</i>	<i>169</i>
<i>Fig 6.7 Forma final de la imperfecció geomètrica després de combinar els modes FEM II, IV, VI i VII (desplaçaments exagerats).....</i>	<i>170</i>
<i>Fig 6.8 Esquema de càlcul de la metodologia del primer mode FEM.....</i>	<i>171</i>
<i>Fig 6.9 Esquema de càlcul de la metodologia del mode FEM apropiat.....</i>	<i>172</i>
<i>Fig 6.10 Esquema de càlcul de la metodologia que combina FEM i GBT.....</i>	<i>173</i>
<i>Fig 6.11 Mode de fallida experimental.....</i>	<i>175</i>
<i>Fig 6.12 Comparativa de càrrega última entre els valors experimentals i les diferents metodologies numèriques.....</i>	<i>177</i>
<i>Fig 6.13 Modes de fallida numèrics. La imatge de la tercera metodologia per una longitud de 1500 mm correspon la inclusió del mode FEM I.....</i>	<i>178</i>
<i>Fig 6.14 Càrregues elàstiques pures de vinclament obtingudes amb RLBA.....</i>	<i>180</i>
<i>Fig 6.15 Participació dels modes purs en el primer mode.....</i>	<i>181</i>
<i>Fig 6.16 Càrregues elàstiques pures pel perfil S1.....</i>	<i>182</i>
<i>Fig 6.17 Càrregues elàstiques pures pel perfil S2.....</i>	<i>182</i>
<i>Fig 6.18 Càrregues elàstiques pures pel perfil S3.....</i>	<i>183</i>
<i>Fig 6.19 Càrregues elàstiques pures pel perfil S4.....</i>	<i>183</i>
<i>Fig 7.1 Flor del perfil dissenyada pel perfil S4.....</i>	<i>188</i>
<i>Fig 7.2 Disseny dels rodets de cada una de les estacions de la línia.....</i>	<i>191</i>
<i>Fig 7.3 Equilibri de forces en un diferencial de volum corbat.....</i>	<i>194</i>
<i>Fig 7.4 Model d'elements finits del procés de conformat.....</i>	<i>196</i>
<i>Fig 7.5 Model material utilitzat per la simulació.....</i>	<i>196</i>
<i>Fig 7.6 Forma final del perfil obtingut després de simular el procés de fabricació.....</i>	<i>197</i>
<i>Fig 7.7 Uniformitat de les tensions residuals en la direcció longitudinal.....</i>	<i>198</i>
<i>Fig 7.8 Tensió residual de Von Mises.....</i>	<i>199</i>
<i>Fig 7.9 Rati tensió equivalent residual - límit elàstic.....</i>	<i>199</i>
<i>Fig 7.10 Deformació plàstica equivalent residual.....</i>	<i>200</i>
<i>Fig 7.11 Distribució de les deformacions transversals totals residuals.....</i>	<i>200</i>
<i>Fig 7.12 Distribució de les deformacions longitudinals totals residuals.....</i>	<i>201</i>
<i>Fig 7.13 Discretització utilitzada per la xapa amb perforacions.....</i>	<i>202</i>
<i>Fig 7.14 Uniformitat de la tensió equivalent residual de Von Mises.....</i>	<i>203</i>
<i>Fig 7.15 Deformació plàstica equivalent en la cara interior del perfil.....</i>	<i>204</i>
<i>Fig 7.16 Deformació plàstica equivalent en la cara exterior del perfil.....</i>	<i>204</i>
<i>Fig 8.1 Definició de la coordenada S.....</i>	<i>208</i>
<i>Fig 8.2 Condicions de contorn del primer pas de la metodologia acurada.....</i>	<i>210</i>
<i>Fig 8.3 Comparativa de les deformacions elàstiques en la cara interior.....</i>	<i>211</i>
<i>Fig 8.4 Comparativa de les deformacions elàstiques en la cara exterior.....</i>	<i>211</i>
<i>Fig 8.5 Condicions de contorn imposades en el segon pas de la metodologia acurada.....</i>	<i>212</i>
<i>Fig 8.6 Tensions residuals longitudinals en la cara interior. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats.....</i>	<i>212</i>
<i>Fig 8.7 Tensions residuals longitudinals en la cara exterior. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats.....</i>	<i>213</i>
<i>Fig 8.8 Tensions residuals longitudinals de membrana. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats.....</i>	<i>213</i>
<i>Fig 8.9 Imperfecció geomètrica i condicions de contorn aplicades a un puntal de 1000 mm amb la metodologia simplificada.....</i>	<i>214</i>

<i>Fig 8.10 Comparativa entre els resultats experimentals i FEM.....</i>	<i>216</i>
<i>Fig 8.11 Variació del desplaçament màxim per un puntal de 1000 mm amb la inclusió o no de les tensions residuals. Es marca el valor de càrrega on s'inicia la plastificació de zones del puntal de la simulació amb les tensions residuals.....</i>	<i>217</i>
<i>Fig 8.12 Zones diferents al llarg del mòdul (pitch) del puntal S4 amb perforacions.....</i>	<i>218</i>
<i>Fig 8.13 Localització longitudinal del les fileres de nodes de la simulació en COPRA utilitzades per obtenir el patró de deformacions residuals per les tres zones definides.....</i>	<i>219</i>
<i>Fig 8.14 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 0.....</i>	<i>220</i>
<i>Fig 8.15 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 0.....</i>	<i>220</i>
<i>Fig 8.16 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 0.....</i>	<i>221</i>
<i>Fig 8.17 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 1.....</i>	<i>221</i>
<i>Fig 8.18 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 1.....</i>	<i>222</i>
<i>Fig 8.19 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 1.....</i>	<i>222</i>
<i>Fig 8.20 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 2.....</i>	<i>223</i>
<i>Fig 8.21 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 2.....</i>	<i>223</i>
<i>Fig 8.22 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 2.....</i>	<i>224</i>
<i>Fig 8.23 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en COPRA a causa de la presència de les perforacions. Cara interior.....</i>	<i>224</i>
<i>Fig 8.24 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del multi-patró. Cara interior.....</i>	<i>225</i>
<i>Fig 8.25 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en COPRA a causa de la presència de les perforacions. Cara exterior.....</i>	<i>225</i>
<i>Fig 8.26 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del multi-patró. Cara exterior.....</i>	<i>226</i>
<i>Fig 8.27 Primera secció utilitzada per definir el patró virtual, del node P al P'.....</i>	<i>227</i>
<i>Fig 8.28 Segona secció utilitzada per definir el patró virtual, del node P' al P''.....</i>	<i>227</i>
<i>Fig 8.29 Comparativa de les deformacions elàstiques Z en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>228</i>
<i>Fig 8.30 Comparativa de les deformacions elàstiques Z en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>228</i>
<i>Fig 8.31 Comparativa de les deformacions elàstiques YZ en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>229</i>
<i>Fig 8.32 Comparativa de les deformacions elàstiques YZ en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>229</i>
<i>Fig 8.33 Comparativa de les deformacions elàstiques XZ en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>230</i>
<i>Fig 8.34 Comparativa de les deformacions elàstiques XZ en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual.....</i>	<i>230</i>
<i>Fig 8.35 Comparativa entre les deformacions del patró virtual inicials (COPRA) i després de l'equilibri (ANSYS) en la cara interior.....</i>	<i>231</i>
<i>Fig 8.36 Comparativa entre les deformacions del patró virtual inicials (COPRA) i després de l'equilibri (ANSYS) en la cara exterior.....</i>	<i>231</i>
<i>Fig 8.37 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del patró virtual. Cara interior.....</i>	<i>232</i>

<i>Fig 8.38 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del patró virtual. Cara exterior.</i>	232
<i>Fig 8.39 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del multi-patró.</i>	234
<i>Fig 8.40 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del patró virtual.</i>	235
<i>Fig 8.41 Gràfica força desplaçament pel puntal de 1800 mm de longitud.</i>	237
<i>Fig 8.42 Gràfica força desplaçament pel puntal de 2200 mm de longitud.</i>	237
<i>Fig 8.43 Gràfica força desplaçament pel puntal de 2600 mm de longitud.</i>	238
<i>Fig 8.44 Comparativa entre les zones de material en regim plàstic (zona vermella) amb i sense tensions residuals de la secció crítica. Longituds de puntal: (a) 600 mm, (b) 1000 mm, (c) 1500 mm, (d) 1800 mm, (e) 2200 mm i (f) 2600 mm.</i>	240
<i>Fig 8.45 Comparativa entre el comportament material de les zones endureides per deformació obtingudes experimentalment respecte a la modelització utilitzada en les simulacions per elements finits.</i>	241
<i>Fig 8.46 Comparativa entre el comportament material de les zones endureides respecte a les zones planes utilitzada en la simulació per elements finits.</i>	242
<i>Fig 8.47 Les zones liles utilitzen la corba de material que té en compte l'efecte de l'enduriment per deformació.</i>	242
<i>Fig 8.48 Comparativa entre els resultats experimentals i numèrics amb i sense l'efecte de l'enduriment per deformació.</i>	244
<i>Fig 8.49 Comparativa entre els resultats experimentals i numèrics amb i sense l'efecte de l'enduriment per deformació.</i>	246
<i>Fig 9.1 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 sense perforacions.</i>	250
<i>Fig 9.2 Primera modelització per tenir en consideració l'efecte de les perforacions en el càlcul normatiu.</i>	251
<i>Fig 9.3 Segona modelització per tenir en consideració l'efecte de les perforacions en el càlcul normatiu.</i>	253
<i>Fig 9.4 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 amb perforacions.</i>	254
<i>Fig 9.5 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 sense perforacions.</i>	256
<i>Fig 9.6 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions. (a) Primera modelització. (b) Segona modelització.</i>	258

Llistat de Taules

<i>Taula 2.1 Comparativa dels resultats en l'àrea efectiva i en el centre de gravetat efectiu. Font [15].....</i>	<i>43</i>
<i>Taula 2.2 Mesures experimentals de la imperfecció geomètrica real. Font [16].....</i>	<i>44</i>
<i>Taula 2.3 Comparació dels resultats experimentals amb els numèrics. Font [16].....</i>	<i>44</i>
<i>Taula 4.1 Mesures experimentals dels límits elàstics per a cada perfil.....</i>	<i>100</i>
<i>Taula 4.2 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S1.....</i>	<i>105</i>
<i>Taula 4.3 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S2.....</i>	<i>105</i>
<i>Taula 4.4 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S3.....</i>	<i>105</i>
<i>Taula 4.5 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S4 amb perforacions.....</i>	<i>105</i>
<i>Taula 4.6 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S4 sense perforacions.....</i>	<i>106</i>
<i>Taula 4.7 Valor de les tensions residuals de flexió i membrana obtinguts experimentalment pel perfil S4.....</i>	<i>111</i>
<i>Taula 4.8 Valors del límit elàstic i tensió última obtinguts amb un assaig de tracció.....</i>	<i>113</i>
<i>Taula 4.9 Dimensions de les àrees de les provetes assajades per valorar l'enduriment per deformació.....</i>	<i>115</i>
<i>Taula 4.10 Taula comparativa dels límits elàstics i tensions màximes enginyerils.....</i>	<i>117</i>
<i>Taula 4.11 Taula comparativa del valor experimental respecte els normatius i teòrics del límit elàstic de les zones endurides per deformació.....</i>	<i>120</i>
<i>Taula 5.1 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>129</i>
<i>Taula 5.2 Comparativa dels resultats amb CUFMS i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>130</i>
<i>Taula 5.3 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>130</i>
<i>Taula 5.4 Comparativa dels resultats amb CUFMS i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>130</i>
<i>Taula 5.5 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>130</i>
<i>Taula 5.6 Comparativa dels resultats amb CUFMS i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>131</i>
<i>Taula 5.7 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>131</i>
<i>Taula 5.8 Comparativa dels resultats amb CUFMS i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems encastats.....</i>	<i>131</i>
<i>Taula 5.9 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida.....</i>	<i>137</i>
<i>Taula 5.10 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida.....</i>	<i>137</i>
<i>Taula 5.11 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida.....</i>	<i>137</i>
<i>Taula 5.12 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida.....</i>	<i>138</i>
<i>Taula 5.13 Resultats de la càrrega crítica (N) pel perfil (a).....</i>	<i>142</i>
<i>Taula 5.14 Resultats de la càrrega crítica (N) en la secció (b).....</i>	<i>143</i>
<i>Taula 5.15 Comparativa entre la metodologia clàssica i la proposada mitjançant la GBT.....</i>	<i>152</i>
<i>Taula 5.16 Rati entre la càrrega crítica analítica i numèrica per columnes articulades.....</i>	<i>154</i>
<i>Taula 5.17 Rati entre la càrrega crítica analítica i numèrica per columnes encastades.....</i>	<i>155</i>
<i>Taula 5.18 Comparativa de càrregues crítiques a flexo-torsió sota diferents condicions d'enllaç.....</i>	<i>160</i>
<i>Taula 6.1 Magnitud de la imperfecció pels modes de vinclament.....</i>	<i>167</i>

<i>Taula 6.2 Identificació modal pels primers set modes FEM</i>	168
<i>Taula 6.3 Modes usats per generar la imperfecció geomètrica pel puntal de 1200 mm de longitud</i>	168
<i>Taula 6.4 Resultats experimentals de l'assaig a compressió</i>	174
<i>Taula 6.5 Resultats obtinguts a partir de la metodologia del primer mode FEM</i>	176
<i>Taula 6.6 Resultats obtinguts a partir de la metodologia del mode FEM apropiat</i>	176
<i>Taula 6.7 Resultats obtinguts a partir de la metodologia que combina FEM i GBT</i>	177
<i>Taula 6.8 Càrrega última obtinguda de l'anàlisi no lineal utilitzant els modes FEM simètrics, asimètrics o tots</i>	179
<i>Taula 6.9 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia del primer mode FEM</i>	184
<i>Taula 6.10 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia del mode apropiat</i>	185
<i>Taula 6.11 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia FEM-GBT</i>	186
<i>Taula 8.1 Resultats experimentals i numèrics amb tensions residuals utilitzant la metodologia simplificada</i>	215
<i>Taula 8.2 Resultats experimentals i numèrics sense tensions residuals i amb la mateixa imperfecció geomètrica</i>	217
<i>Taula 8.3 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del multi-patró</i> ...	233
<i>Taula 8.4 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del patró virtual</i> .	234
<i>Taula 8.5 Comparativa de càrregues màximes obtingudes en el perfil S4 sense perforacions en longituds globals</i>	238
<i>Taula 8.6 Comparativa de càrregues màximes obtingudes entre els valors experimentals i numèrics amb enduriment per deformació</i>	243
<i>Taula 8.7 Comparativa de càrregues màximes obtingudes entre els valors experimentals i numèrics amb enduriment per deformació pel perfil amb perforacions</i>	245
<i>Taula 9.1 Comparativa de càrrega crítica a flexo-torsió entre un càlcul teòric (EC3), un càlcul lineal de vinclament (RLBA) i el càlcul analític GBT</i>	248
<i>Taula 9.2 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 sense perforacions</i>	249
<i>Taula 9.3 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 amb perforacions. (a) Primera modelització de les perforacions. (b) Segona modelització</i>	253
<i>Taula 9.4 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 sense perforacions</i> .	256
<i>Taula 9.5 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions per la primera modelització</i>	257
<i>Taula 9.6 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions per la segona modelització</i>	258

Nomenclatura bàsica

t : Gruix de la xapa

w : Longitud de l'ànima del perfil

f : Longitud de l'ala del perfil

L : Longitud del puntal

K, n : Paràmetres per definir el comportament plàstic en una corba de Swift

r : Coordenada radial per plaques corbades

a : Radi d'acord intern

b : Radi d'acord extern

σ_{yc} : Tensió de límit elàstic del radi d'acord

n_{90} : Nombre d'angles a 90° (No té perquè ser un nombre sencer)

E : Mòdul de Young

ν : Coeficient de Poisson

G : Mòdul d'elasticitat transversal

f_y : Límit elàstic

f_u : Tensió última

DS: Distorsional Simètric

DA: Distorsional Antimètric

d_{FEM} : Vector que conté els desplaçaments seccionals d'un mode FEM

d_{GBT} : Matriu que conté els desplaçaments seccionals normalitzats dels modes purs convencionals

φ : Vector que conté els factors de participació modal

ε_θ : Deformació en la direcció transversal en el doblat de xapes

ε_r : Deformació en la direcció radial en el doblat de xapes

$\bar{\varepsilon}_p$: Deformació plàstica equivalent

$\bar{\sigma}_p$: Tensió plàstica equivalent

r_0 : Fibra que no s'allarga ni s'escurça en el doblat de xapes

Coordenada S : Coordenada que segueix la línia mitja d'un perfil

$\sigma_{cr,s}$: Tensió crítica elàstica de vinclament mínima del mode distorsional d'una semionna amb els extrems articulats.

A_{eff} : Àrea efectiva

χ_d : Factor reductor de l'àrea pel mode distorsional (EC3)

P_{ult} : Càrrega última resistent

χ : Factor reductor de l'àrea per determinar la càrrega última resistent (EC3)

$N_{cr,F}$: Càrrega crítica a flexió

$N_{cr,T}$: Càrrega crítica a torsió

$N_{cr,FT}$: Càrrega crítica a flexio-torsió

I_w : Inèrcia d'alabeig (warping)

J : Inèrcia a torsió

i_y, i_z : Radis de gir de l'eix pertinent

y_c : Coordenada en l'eix pertinent del centre de gravetat

y_s : Coordenada en l'eix pertinent del centre d'esforços tallants

$()_n$: Valor nominal

$()_{eq}$: Valor equivalent

$P_{cr,g}$: Càrrega crítica global (DSM)

$P_{cr,d}$: Càrrega crítica distorsional (DSM)

P_{ng} : Càrrega última global (DSM)

P_{nd} : Càrrega última distorsional (DSM)

Nomenclatura GBT

$()^M$: Component de membrana

$()^F$: Component de flexió

Coordenada x , s i z : Coordenades locals en la direcció longitudinal, de la línia mitja i perpendicular a l'element.

$u_k(s)$: Desplaçament longitudinal o de warping pel mode k

$v_k(s)$: Desplaçament transversal (direcció de l'element) pel mode k

$w_k(s)$: Desplaçament perpendicular a l'element pel mode k

$u^k(s)$: Desplaçament longitudinal o de warping per l'element k

$v^k(s)$: Desplaçament transversal (direcció de l'element) per l'element k

$w^k(s)$: Desplaçament perpendicular a l'element per l'element k

$\phi_k(x)$: Funció de forma longitudinal pel mode k

b_k : Longitud de l'element k

m_k : Moment redundant en el node k

q_j : Vector de càrregues externes

$[\quad]_{ik}$: Conjunt de matrius pròpies de la GBT

$[\quad]_{ik}$: Conjunt de matrius pròpies de la GBT en la base de modes purs

$[vep]$: Base de modes purs

$[K]$: Matriu de rigidesa

$[G]$: Matriu geomètrica

$[\quad]^e$: Matriu elemental

$[\quad]^{ij}$: Matriu modal

L_e : Longitud de l'element finit

W_{k0} : Resultat de l'esforç intern del mode k

1. Introducció

1.1. Estructures metàl·liques convencionals per a palets

Les estructures metàl·liques lleugeres convencionals per a palets són elements molt utilitzats en la indústria per emmagatzemar productes gràcies a la seva flexibilitat per adaptar-se a diferents exigències geomètriques i resistents (Fig 1.1).



Fig 1.1 Estructura convencional de paletització. Font: [121]

Els elements estructurals bàsics per construir aquests tipus d'estructures són: els puntals, els llarguers i les diagonals. Els llarguers són els elements que suporten directament la càrrega emmagatzemada en els palets i la transmeten als puntals (columnes de l'estructura). Les diagonals són les encarregades de arriostrar els puntals, formant els bastidors (Fig 1.2(a)). La unió entre puntal i diagonal sol ser cargolada (Fig 1.2 (b)), en canvi, la unió puntal llarguer habitualment és amb

pestanyes i clips (Fig 1.2 (d)). Per poder realitzar aquestes connexions és necessari que els puntals tinguin perforacions distribuïdes longitudinalment al llarg de l'element de forma regular. D'aquesta manera, a més a més de garantir-se la unió, es té la flexibilitat per decidir l'alçada de col·locació dels llarguers. L'arriostament dels puntals dóna estabilitat estructural en la direcció del bastidor. L'estabilitat en la direcció del llarguer ve determinada per la connexió puntal-llarguer i puntal-terra (si no hi ha cap arriostament en aquesta direcció) que es comporten en ambdós casos com unions semirígides. Aquests perfils solen ser conformats en fred i cada fabricant els produeix amb geometries i perforacions diferents (Fig 1.3).

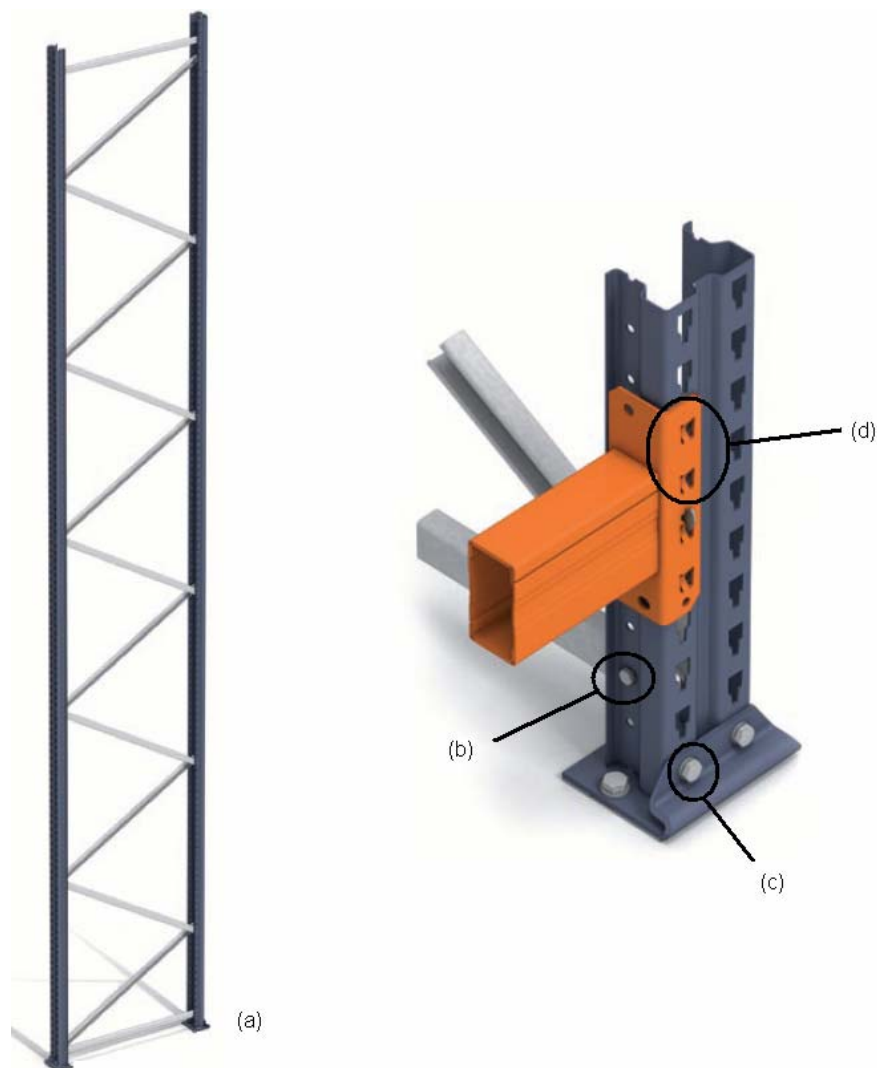


Fig 1.2 (a) Bastidor d'una estructura convencional de paletització. (b) Unió cargolada entre puntal i diagonal. (c) Unió cargolada entre puntal i placa-terra. (d) Unió per pestanyes entre puntal i llarguer. Font [121]

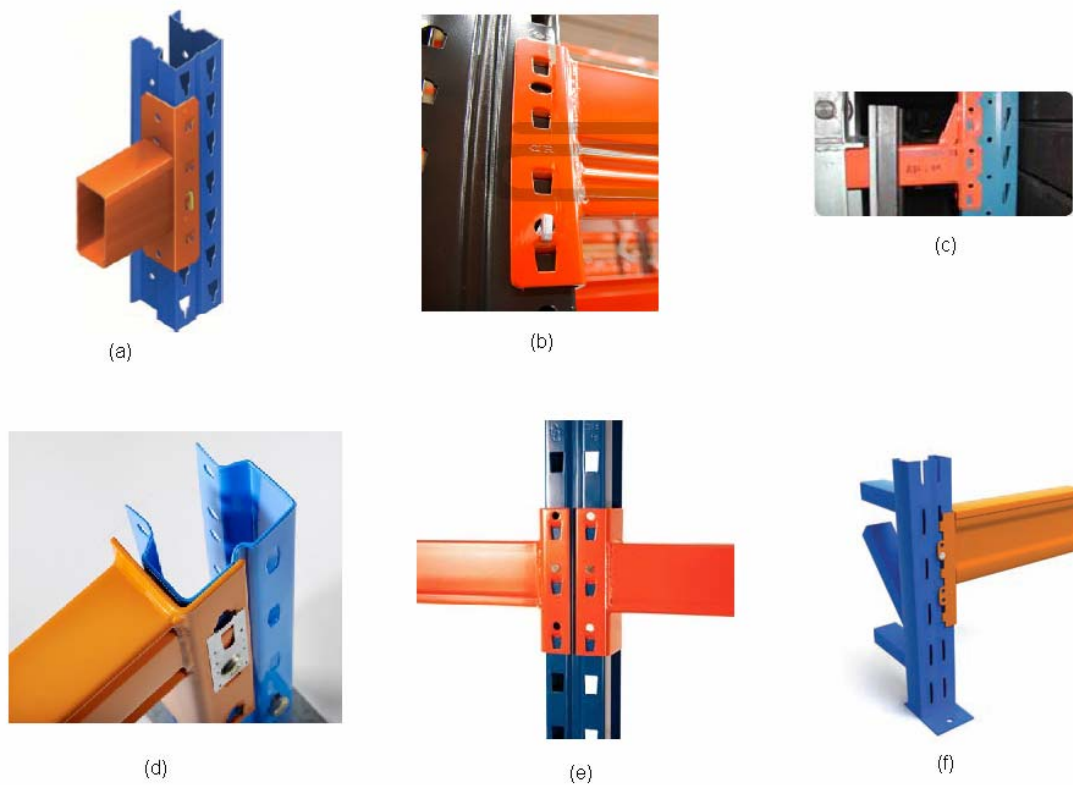


Fig 1.3 Unions puntal-llarguer de diversos fabricants

La fallida d'aquestes estructures es pot deure bàsicament a les següents causes: fallida dels llarguers, saturació de les unions (puntal-llarguer o puntal-terra) o per compressió dels puntals.

1.2. Puntal. Seccions tipus *rack*

Els elements estructurals definits com a puntals, solen ser perfils metàl·lics prims oberts (menys de 6 mm de gruix), per tal que es puguin fixar les diagonals. Normalment són seccions monosimètriques, amb geometries com les de la Fig 1.3. Aquests tipus de perfils s'anomenen seccions omega o *rack*.

Les seccions *rack* tenen una sèrie d'elements geomètrics comuns (Fig 1.4):

- L'ànima: part plana situada a la base del perfil que conté les perforacions per on s'uneix amb el llarguer.
- L'ala: part plana situada habitualment en la direcció perpendicular a l'ànima. Conté perforacions, normalment circulars, per connectar el puntal amb les diagonals.

- Radi d'acord: zones de xapa corbada entre les diferents parts planes.
- Rigiditzadors: elements geomètrics situats normalment a l'ànima i ala per disminuir la longitud de les zones planes i així reduir l'efecte dels abonyegaments locals.
- Llavi: element pla situat a l'extrem de l'ala orientat en una altre direcció que aquesta. No totes les seccions en tenen.
- Perforacions: presents en l'ànima i/o l'ala del perfil per tal de garantir la connexió entre elements estructurals.
- Mòdul (*pitch*): longitud mínima necessària en la direcció longitudinal per definir el patró de perforacions.

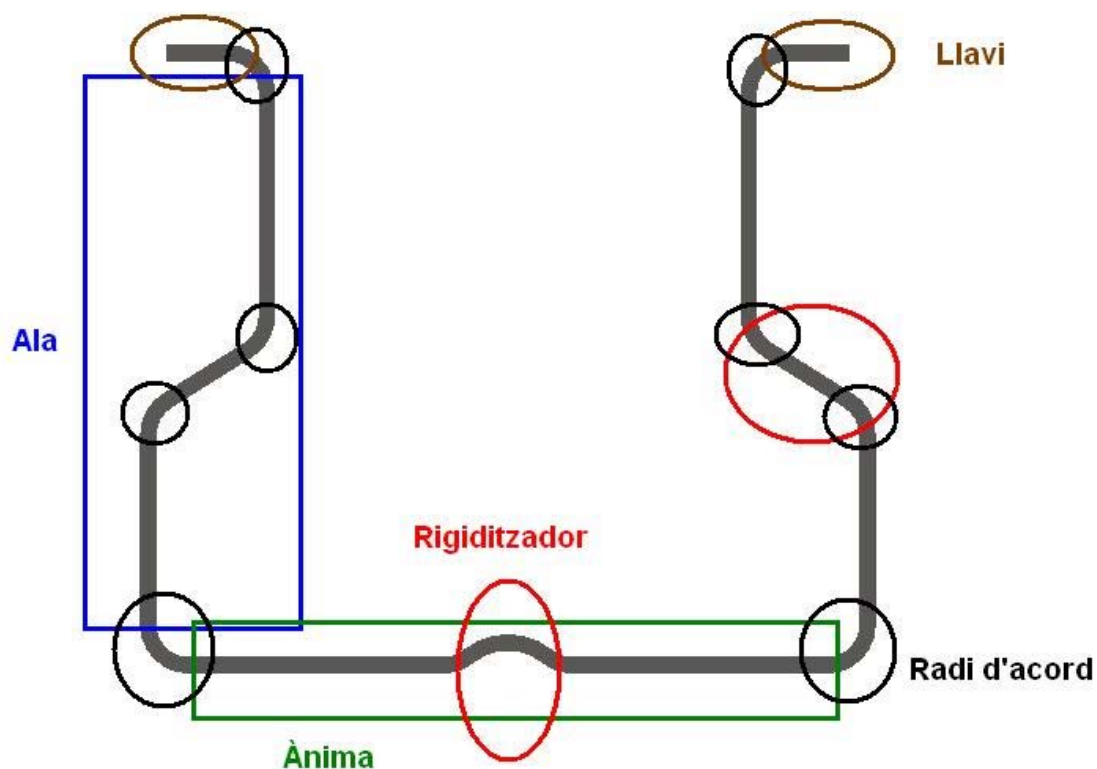


Fig 1.4 Zones d'una secció rack

1.3. Col·lapse a compressió dels puntals

Quan un puntal de secció tipus *rack* està sotmès a compressió i es va augmentant progressivament l'esforç axil, la seva càrrega màxima resistent ve limitada, la majoria de les vegades, pel col·lapse a vinclament. Al tractar-se de seccions de paret prima, on el gruix de la xapa és molt reduït, la presència d'inestabilitats locals i distorsionals pot resultar predominant respecte als efectes d'inestabilitat global. El conjunt d'inestabilitats estructurals a vinclament que poden sorgir es poden classificar en tres grups o modes en funció de la tipologia de la deformació:

- Vinclament local: es tracta d'un abonyegament local de les parts planes del puntal. En el vinclament local, els nusos interiors d'una secció romanen immòbils mentre les parets es deformen (Fig 1.5).
- Vinclament distorsional: es tracta d'una deformació seccional. En el vinclament distorsional, alguns dels nusos interiors de la secció es desplacen. Les parets entre els nusos també es deformen. En seccions monosimètriques normalment es distingeix entre modes distorsionals simètrics (Fig 1.6(a)) i asimètrics (Fig 1.6(b)).
- Vinclament global: en el vinclament global no existeix cap tipus de deformació seccional. Tots els nusos de la secció presenten desplaçament però amb una deformació nul·la de les parets planes. El vinclament global es pot produir a flexió (Fig 1.7(a)), torsió (Fig 1.7(b)) o flexo-torsió (Fig 1.7(c)). Habitualment el mode més crític per aquests perfils és la flexo-torsió, ja que es tracten de seccions de paret prima obertes i monosimètriques i per tant el mòdul a torsió de la secció té un valor molt baix i el centre d'esforços tallants i el centre de gravetat de la secció es troben a diferent posició.

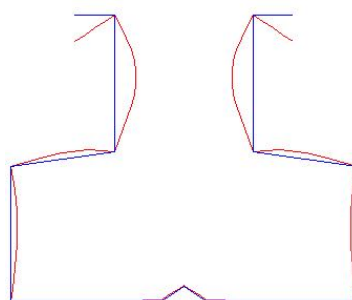


Fig 1.5 Vinclament local

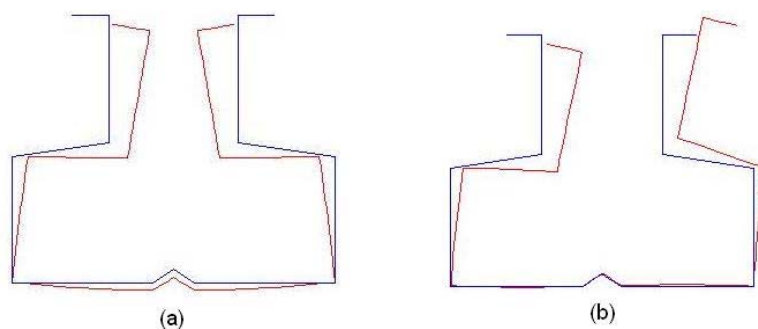


Fig 1.6 (a) Vinclament distorsional simètric (b) Vinclament distorsional asimètric

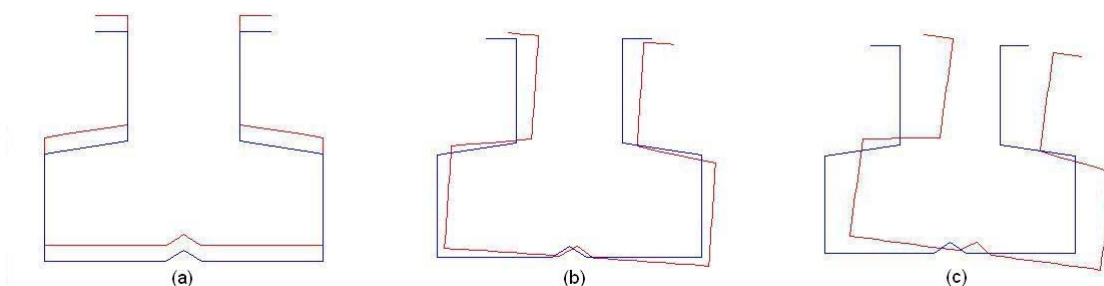


Fig 1.7 (a) Vinclament global a flexió (b) Vinclament global a torsió (c) Vinclament global a flexo-torsió

Tant en el vinclament local com distorsional les parets planes d'una secció del puntal es deformen. En canvi en el vinclament global aquesta es trasllada sense patir cap deformació a nivell seccional. La participació d'un tipus de vinclament o un altre pel mateix perfil depèn de la longitud del puntal. Per a longituds curtes, els vinclaments o abonyegaments locals predominen. Per altra banda, per a longituds elevades, predomina el vinclament global i per a longituds intermèdies predomina el vinclament distorsional. El canvi entre un tipus de fallida a una altre no es produeix de forma brusca o sobtada, hi ha una zona on interaccionen els diferents modes i el vinclament resultant és una combinació modal. Una de les grans diferències d'aquests elements estructurals respecte als conformats en calent (IPN, IPE, HEB, etc) recau en la influència dels modes de vinclament seccionals en la seva capacitat resistent. En les longituds de treball habituals de les columnes dels pòrtics construïts amb perfils conformats en calent predominen els modes de fallida global, a més a més, al tenir més gruix de xapa, els modes locals i distorsionals presenten una influència negligible en la majoria de casos. En canvi, les longituds de treball dels puntals *rack* (longitud lliure entre els

arriostaments de les diagonals) la presència de modes distorsionals normalment no es pot negligir i pot fins i tot ser predominant en el càlcul de la seva capacitat resistent.

La influència dels modes de fallida seccional per al càlcul de la càrrega resistent és un tema complex i fortament estudiat en l'actualitat. Malgrat que les normatives específiques per aquests elements estructurals tenen en compte aquests modes de vinclament, es continua treballant per definir més clarament i millorar el seu mètode de càlcul. Cal tenir present que les teories clàssiques de barres no permeten el seu càlcul, ja que una de les hipòtesis que utilitzen és la no deformació de la secció. Per aquest motiu, les fórmules analítiques que s'han desenvolupat i es continuen desenvolupant es basen en teories més complexes (teoria de plaques, bandes finites, elements finits, etc).

1.4. Objectiu de la tesi

L'objectiu general de la tesi doctoral consisteix en l'estudi de la capacitat resistent a compressió pura de puntals primers oberts d'acer conformats en fred. Aquest treball ha de permetre aportar nous coneixements sobre el seu comportament. L'adquisició de nous coneixements és molt important de cara a la millora de les normatives i mètodes de càlcul actuals.

Els objectius específics que s'han fixat per aconseguir l'objectiu general són els següents:

- 1) Creació d'un programa per determinar les càrregues elàstiques lineals de vinclament per a qualsevol mode de fallida (RLBA, "*Rack Linear Buckling Analysis*"). Aquestes càrregues s'utilitzen per determinar la càrrega resistent en els mètodes normatius per a longituds on predomina el vinclament distorsional.
- 2) Desenvolupament de diferents metodologies per determinar la càrrega resistent mitjançant el mètode dels elements finits a través de la introducció d'imperficcions geomètriques fictícies.
- 3) Determinar les tensions residuals causades pel procés de fabricació d'un perfil *rack* a través del mètode dels elements finits i experimentalment.
- 4) Determinar l'enduriment per deformació de les zones del radi d'acord experimentalment.
- 5) Desenvolupament d'una metodologia de càlcul que tingui en consideració la influència de les tensions residuals i de l'enduriment per deformació mitjançant el mètode dels elements finits.
- 6) Comparació dels diferents mètodes de càlcul respecte als valors experimentals.

1.5. Contingut de la tesi

A continuació s'exposa el contingut de cada un dels capítols que formen part d'aquesta tesi doctoral:

- Capítol 2: estat de l'art de diferents metodologies actuals per determinar la càrrega resistent a compressió dels puntals primos oberts.
- Capítol 3: estat de l'art sobre els efectes que provoca el conformat en fred, les tensions residuals i l'enduriment per deformació.
- Capítol 4: descripció dels assaigs experimentals que s'utilitzen en aquesta tesi doctoral. Engloba els assaigs de càrrega última a compressió, mesura de les tensions residuals longitudinals i l'enduriment per deformació causat pel procés de fabricació.
- Capítol 5: desenvolupament d'un programa per obtenir les càrregues elàstiques lineals de vinclament per a perfils primos oberts a través de la teoria de la biga generalitzada (RLBA). Els resultats que s'obtinguin del programa desenvolupat seran utilitzats en els capítols 6 i 9. També es desenvolupen un seguit de fórmules analítiques per tal de poder aplicar el càlcul normatiu sense la necessitat de disposar d'un programa específic.
- Capítol 6: estudi de tres metodologies diferents per dur a terme el càlcul resistent d'un puntal amb el mètode dels elements finits incorporant una imperfecció geomètrica fictícia. La primera metodologia és la utilitzada habitualment, les dos següents són noves propostes. La tercera metodologia combina el mètode dels elements finits amb la teoria de la biga generalitzada, per tant, caldrà haver desenvolupat el programa de càlcul del capítol 5. Es comparen els valors obtinguts amb els assaigs experimentals.
- Capítol 7: disseny i modelització del procés de conformat per elements finits per un perfil comercial amb i sense perforacions. Obtenció de les tensions residuals causades pel procés de fabricació. Es realitza un estudi sobre el tipus d'element finit a utilitzar per obtenir els resultats més acurats possibles.
- Capítol 8: desenvolupament d'una metodologia de càlcul per elements finits incorporant l'efecte de les tensions residuals i l'enduriment per deformació, sense la necessitat d'incorporar cap imperfecció geomètrica arbitrària. Es comparen els valors obtinguts amb els assaigs experimentals.
- Capítol 9: determinació de la càrrega resistent a compressió utilitzant la normativa europea i americana. Es comparen els valors obtinguts amb els assaigs experimentals.

Els continguts de cada un dels capítols es poden veure reflectits i com es relacionen entre ells a l'esquema conceptual del desenvolupament de la tesi doctoral (Fig 1.8).

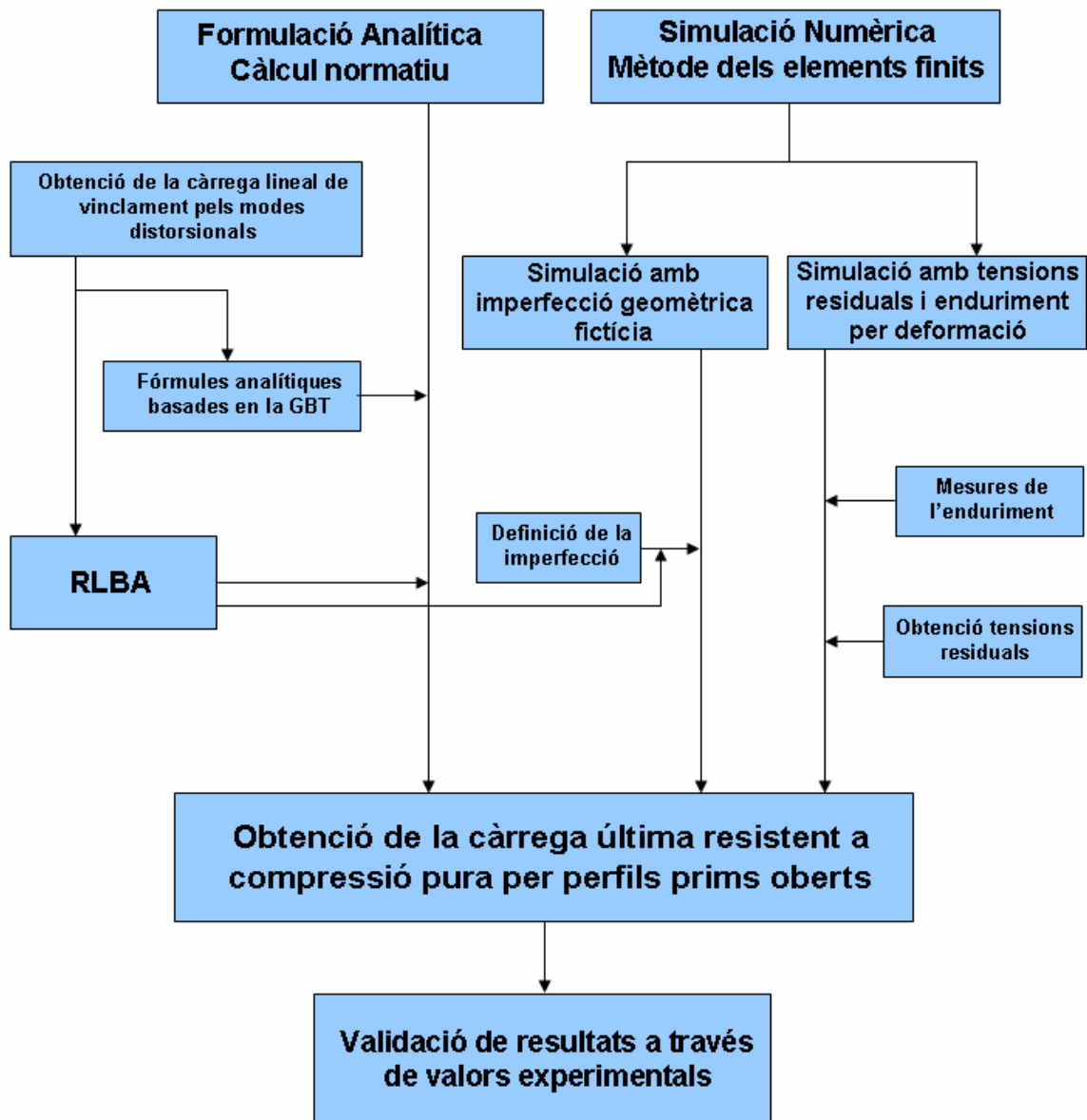


Fig 1.8 Esquema conceptual pel desenvolupament dels continguts de la tesi doctoral

2. Càlcul a compressió de perfils primers oberts

Aquesta tipologia de perfils, quan estan sotmesos a compressió, presenten una fallida per vinclament. En funció de la longitud del puntal es poden produir tres modes diferents de vinclament: global, distorsional o local. En la fallida per vinclament global, que es produeix per a longituds elevades, la secció presenta un moviment de sòlid rígid. En la fallida per vinclament distorsional, que es produeix per a longituds intermèdies, la secció es deforma al mateix temps que alguns nusos interiors es desplacen. En la fallida per vinclament local, que es produeix per longituds curtes, es generen uns abonyegaments en les plaques de la secció mentre que els nusos interiors es mantenen fixes (Fig. 2.1). Les teories clàssiques de càlcul de bigues permeten obtenir únicament el valor últim resistent en el cas que es produeixi una fallida per vinclament global. En els últims anys, nombroses investigacions han estat enfocades a l'estudi de l'efecte del vinclament distorsional en el càlcul resistent [1-7].

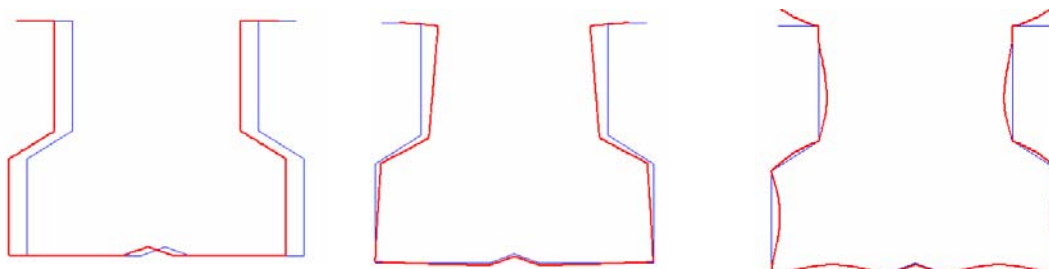


Fig 2.1 Modes purs de deformació (global, distorsional i local, d'esquerra a dreta)

2.1. Mètode dels elements finits

El càlcul per elements finits és una de les metodologies més emprades a l'hora d'obtenir el valor últim de càrrega resistent gràcies a la potència de càlcul dels ordinadors actuals i a la seva flexibilitat. Actualment, l'obtenció de dita càrrega es realitza en dos etapes. A la primera, es porta a terme una anàlisi lineal de vinclament (*eigenbuckling analysis*) per tal de trobar els diferents modes de fallida del puntal. S'utilitza la forma d'un d'aquests modes per generar una imperfecció geomètrica. Aquesta imperfecció geomètrica és fictícia ja que no té perquè representar fidelment la configuració geomètrica real de la columna, sinó que engloba l'efecte de la imperfecció geomètrica real, possibles excentricitats de càrrega i els efectes causats pel conformat (tensions residuals i

enduriment per deformació). A la segona etapa, es duu a terme un càlcul no lineal (no linealitat material i geomètrica) per tal d'obtenir el valor de càrrega última resistent, incorporant la imperfecció geomètrica prèviament seleccionada.

Aquest primer anàlisi lineal de vinclament [8] calcula de forma teòrica el valor de càrrega abans que es produeixi la fallida de l'estructura. Com que assumeix un comportament elàstic i lineal, la predicció de la càrrega és superior a la real. Per aquest motiu, el càlcul lineal de vinclament únicament s'utilitza per obtenir la forma de la imperfecció geomètrica. Per obtenir els modes de vinclament s'ha de resoldre l'Eq 2.1

$$[K][\phi_i] = \lambda_i [G][\phi_i] \quad (\text{Eq. 2.1})$$

A on $[\phi_i]$ correspon als vectors propis que defineixen els desplaçaments dels diferents modes de vinclament, $[K]$ la matriu de rigidesa, $[G]$ la matriu de rigidesa tensional (geomètrica) i λ_i els valors propis. Per resoldre l'Eq. 2.1 s'usen mètodes matemàtics per trobar només els n primers modes desitjats i així realitzar el procés de forma més ràpida. Alguns dels mètodes més usats són: Subespace i Block Lanczos [9].

Nombrosos autors han realitzat investigacions per tal d'estudiar la forma més acurada de dur a terme les anàlisis a compressió de perfils prims mitjançant el mètode dels elements finits [10-15].

A l'any 2003, Bakker i Peköz [13] van publicar un article en el qual es definien les principals dificultats i possibles errors a l'hora de realitzar un càlcul no lineal. Errors que van des de la idealització del problema d'estudi fins a la interpretació de resultats. En aquell mateix any, Sarawit et al [14] van publicar un estudi sobre el tipus d'anàlisi, element finit, model material i condicions de contorn per diferents aplicacions del mètode dels elements finits per a càlculs estructurals.

Al 2006, Ashraf et al [11] van estudiar la modelització per elements finits posant especial èmfasi en la representació de l'enduriment per deformació en els radis d'acord i la seva zona d'afectació (Fig 2.2), les imperfeccions geomètriques inicials i la importància de les tensions residuals per a perfils d'acer inoxidable. Per determinar les característiques materials de les zones del radi d'acord van utilitzar les expressions proposades en [122]. La modelització del perfil es va fer amb elements placa tal i com es pot veure a la Fig 2.3.

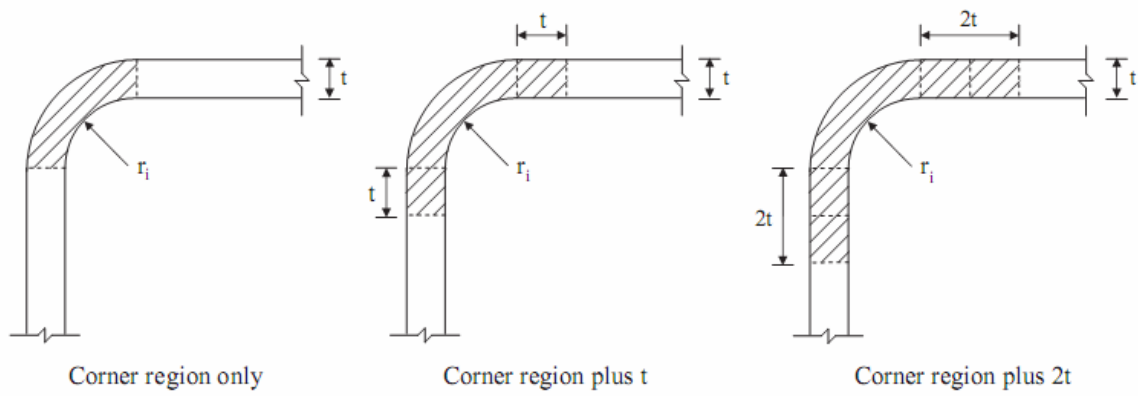


Fig 2.2 Possibles zones afectades per l'enduriment per deformació. Font [11]

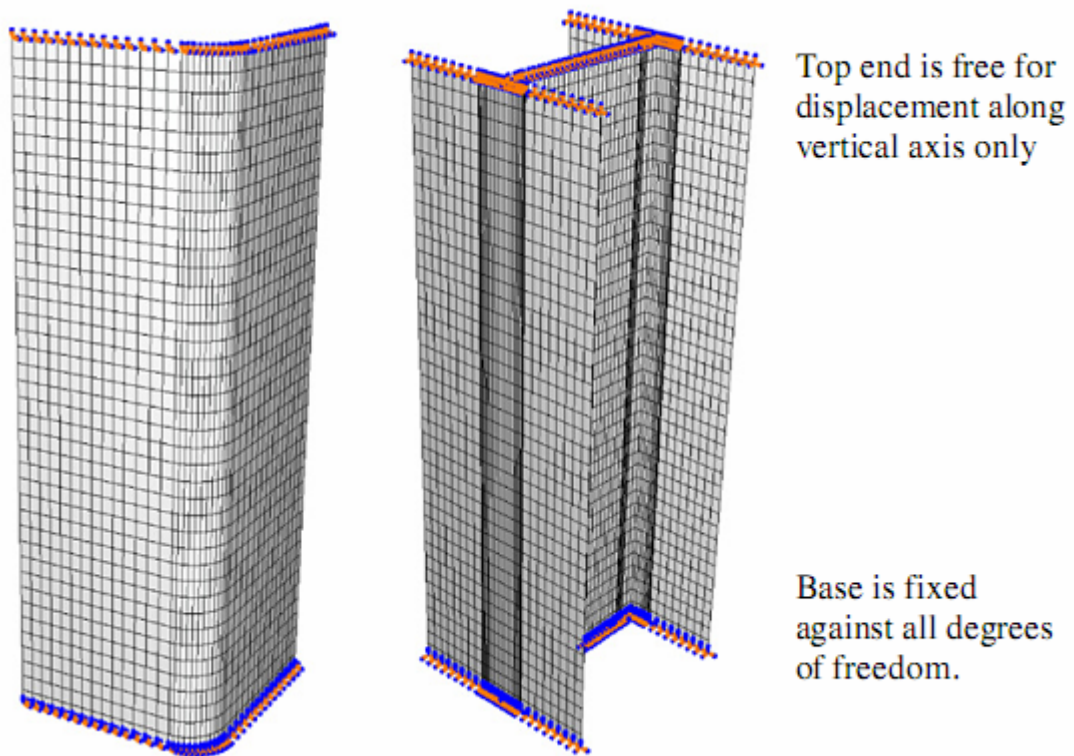


Fig 2.3 Condicions de contorn imposades. Els nodes inferiors tenen bloquejats tots els graus de llibertat i els superiors també excepte al desplaçament vertical. Font [11]

Pel que fa a les imperfeccions geomètriques necessàries per a la realització del càlcul no lineal els autors van provar diferents formes provinents del càlcul lineal de vinclament. En aquesta qüestió, van definir que la imperfecció inicial podia ser modelitzada amb la forma del primer mode del càlcul lineal de vinclament amb una amplitud $w_0 = 0,023(\sigma_{0,2} / \sigma_{cr})t$. Pel que fa a les tensions residuals, les van dividir en dos grups, les provinents del procés de fabricació en fred i les tèrmiques del procés de soldadura. Van considerar que la influència de les primeres es té present incrementant el valor de l'amplitud de la imperfecció geomètrica inicial. Per altra banda, van establir que les tensions residuals d'origen tèrmic eren poc influents en la determinació de la càrrega última i que només provocaven una lleu disminució de la rigidesa de la columna.

Al 2010, Schafer et al [10] van dur a terme un dels estudis més recents i extens de la modelització del comportament de perfils primers a través del mètode dels elements finits. Van analitzar la influència dels següents paràmetres en el càlcul resistent: imperfecció geomètrica, criteri de plastificació, condicions de contorn, element finit i procés de solució. En l'estudi no es van considerar les tensions residuals ni l'enduriment per deformació, ja que ignorar els dos efectes simultàniament considerant que es compensen entre ells és una pràctica força comuna. Un dels aspectes en que van posar més interès va ser la sensibilitat dels resultats respecte del tipus d'element finit i el procés de solució emprat. L'estudi es va dur a terme sobre un puntal en forma de C de 1200 mm de longitud. La imperfecció geomètrica introduïda es va generar com una combinació del mode local i distorsional obtinguts a través de l'anàlisi lineal de vinclament. Aquests, van ser convenientment escalats en funció d'un espectre de mesures experimentals [21] ($0,34 \cdot t$ pel mode local i $0,94 \cdot t$ pel distorsional). Els càlculs es van realitzar amb ABAQUS. Primer de tot, van estudiar com afectava el tipus d'element finit placa utilitzat (S4, element de 4 nodes amb funcions de forma lineals, S4R, element de 4 nodes amb funcions de forma lineals i integració reduïda i S9R5, element de 9 nodes amb funcions de forma quadràtica i integració reduïda) en l'obtenció de la capacitat màxima resistent (Fig. 2.4). També van estudiar la sensibilitat dels resultats en front de tres dimensions diferents de malla, gran (*coarse*), mitjana (*medium*) i petita (*fine*). (Fig. 2.5).

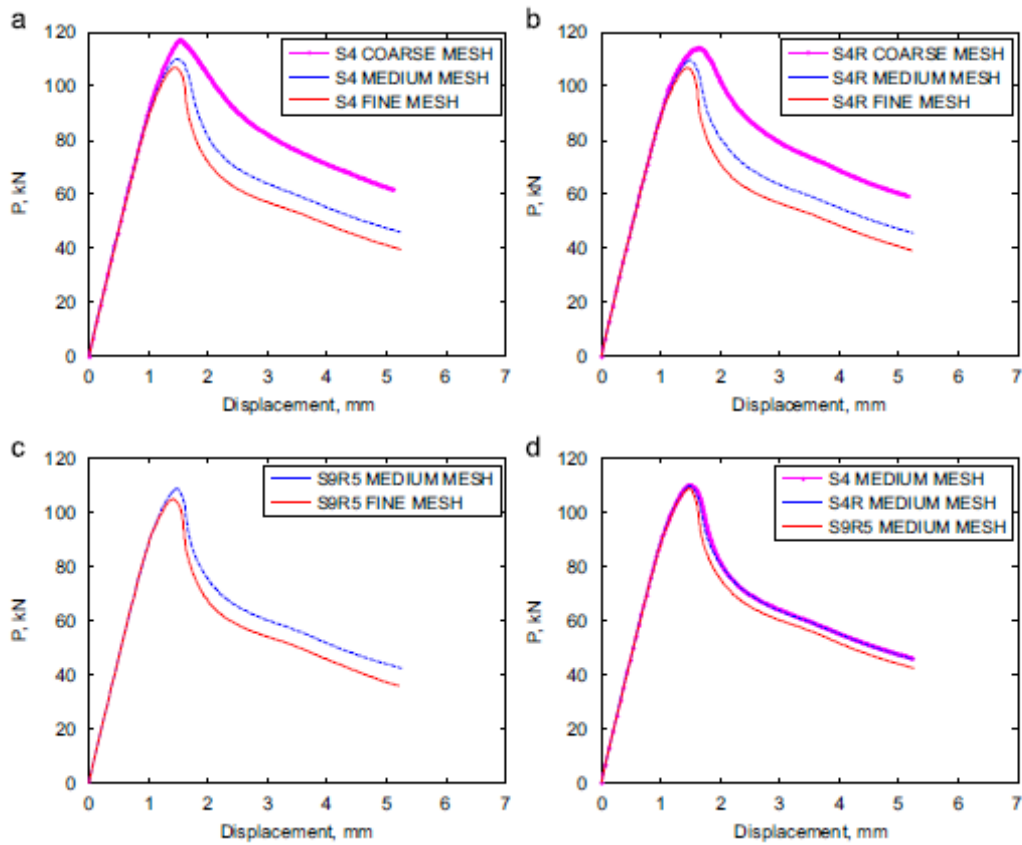


Fig 2.4 Predicció de la càrrega última a compressió variant el tipus d'element i el refinament de la malla. Font [10]



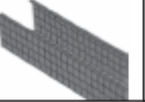
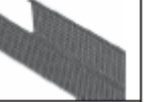
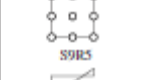

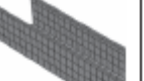
element	coarse mesh	medium mesh	fine mesh
 S4/S4R			
 S9R5	N/A		

Fig 2.5 Tipus d'element finit i dimensió de la malla. Font [10]

Pel que fa al procés de solució van analitzar la variació de resultats en funció del mètode utilitzat i el nombre de passos fets en el càlcul no lineal, tal i com es veu a la Fig 2.6.

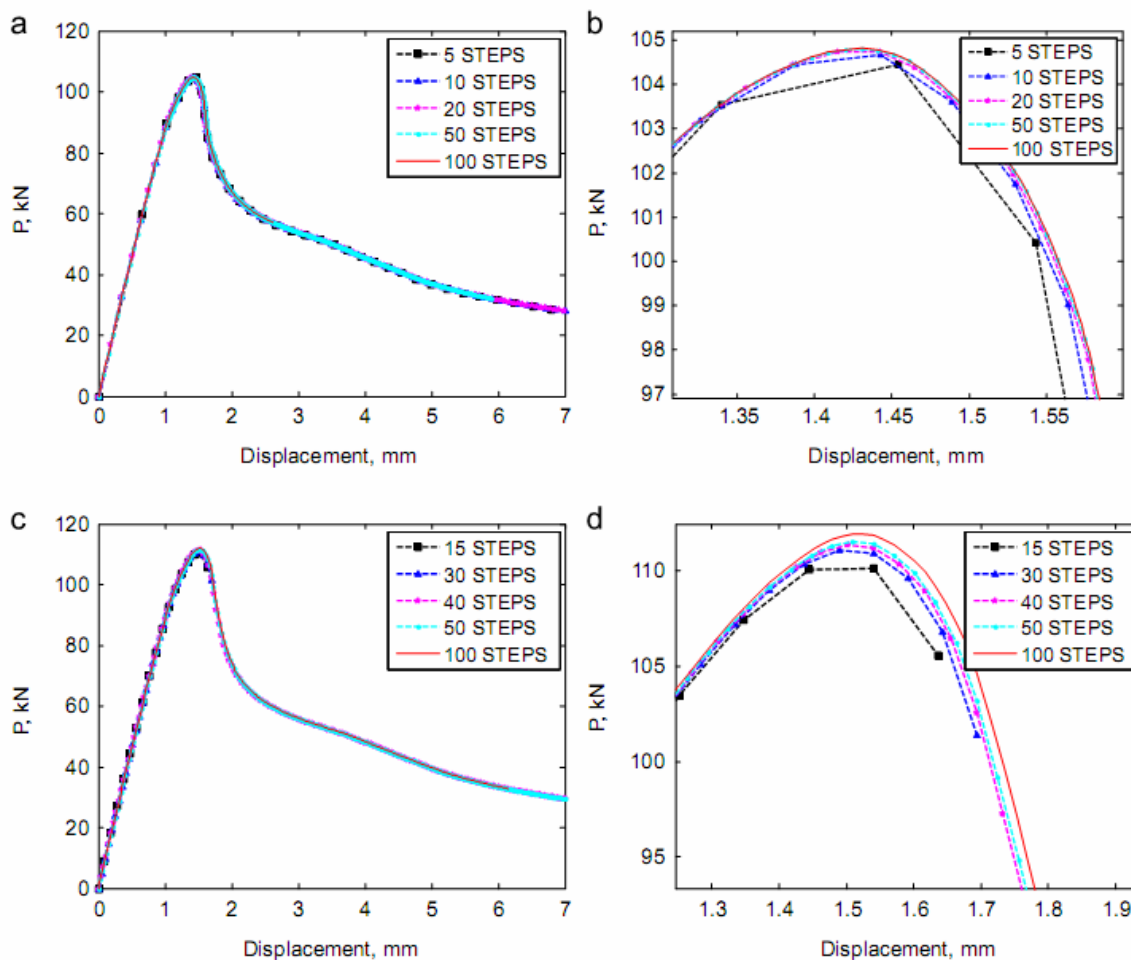


Fig 2.6 Solucions obtingudes utilitzant el mètode de Riks (a i b) i l'artificial damping (c i d). Font [10]

Per últim, van comparar la sensibilitat del model material en el col·lapse de l'element resistent entre dos programes diferents: ABAQUS i ADINA (Fig 2.7).

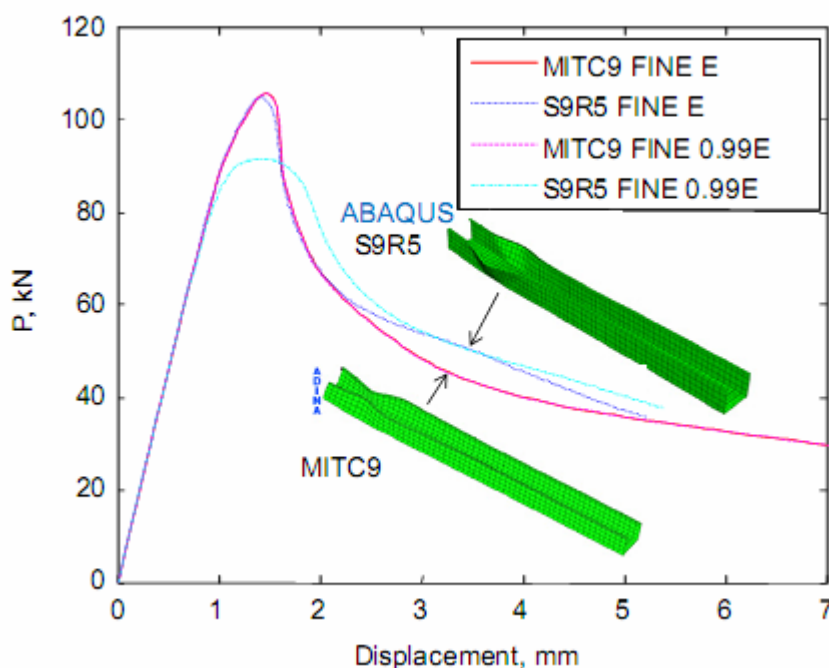


Fig 2.7 Comparació entre ABAQUS i ADINA en la sensibilitat del model material enfront al col·lapse de l'element resistent. Font [10]

En el Laboratori d'Elasticitat i Resistència de Materials (LERMA) de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB) s'han obert diferents línies d'investigació en l'estudi a compressió de puntals tipus *rack*. Roure et al [15] van realitzar un estudi comparatiu dels valors d'àrea eficaç i del centre de gravetat efectiu obtinguts per 20 puntals de columna curta diferents (Fig 2.8) a través de mètodes analítics (EN 1993), experimentals i aplicant el mètode dels elements finits.

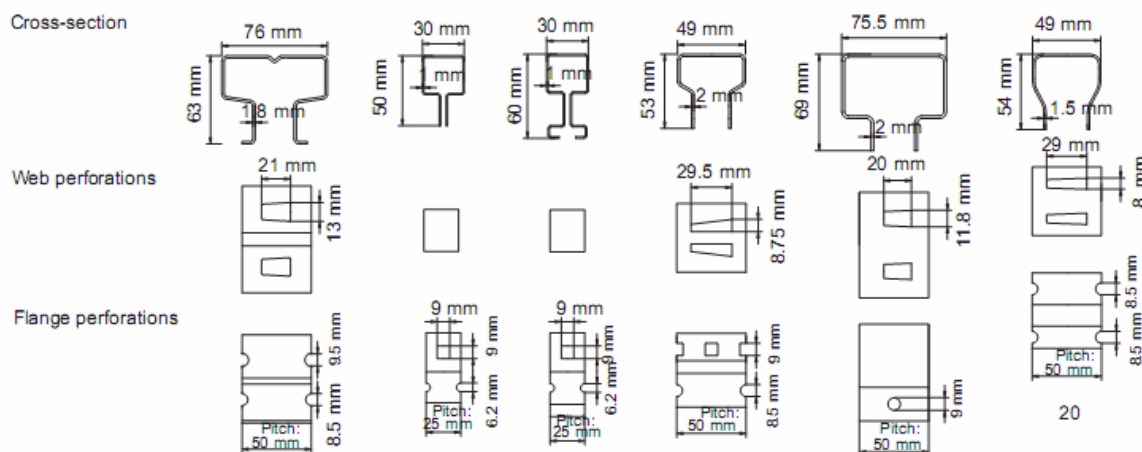


Fig 2.8 Sis dels vint perfils diferents analitzats en [15]. Font [15]

El càlcul a través del mètode dels elements finits es va fer utilitzant el programa ANSYS. Es va modelitzar el puntal a través de l'element *Shell 181*, element placa de 4 nodes. La imperfecció geomètrica utilitzada tenia la forma del primer mode del càlcul lineal de vinclament. Van utilitzar les següents amplituds: $w/200$ (w és la longitud de l'ànima) per vinclaments locals i $f/50$ (f és la longitud de l'ala) per vinclaments distorsionals. Aquests valors d'amplitud estan extrets de la normativa EN 1993, malgrat que aquesta no està definida per a perfils conformats en fred. El càlcul no lineal (no linealitat geomètrica i material) es va realitzar a través del procés incremental-iteratiu de Newton-Rhapson. En la Fig 2.9 es pot veure un exemple de la forma de la imperfecció geomètrica induïda i del resultat final del càlcul no lineal.

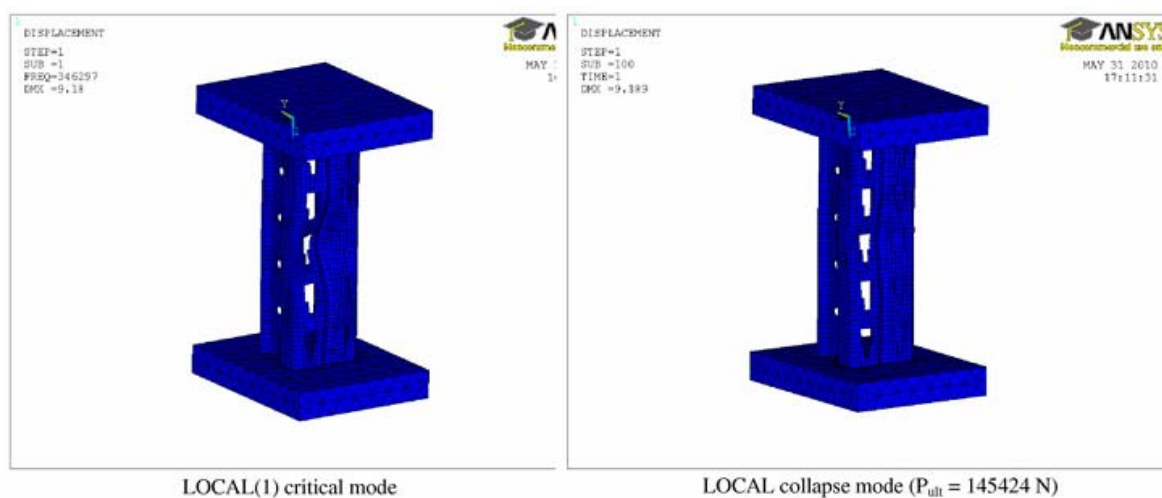


Fig 2.9 A l'esquerra forma del primer mode del càlcul lineal de vinclament. A la dreta deformada en càrrega màxima de l'anàlisi no lineal. Font [15]

A la Taula 2.1 es poden veure la comparativa entre els resultats analítics, experimentals i a través del mètode dels elements finits, fet que demostra que aquest mètode és una eina perfectament vàlida per estudiar aquests tipus de perfils amb perforacions.

Upright	Effective area		Centre of gravity	
	EC3/Exp	FEA/Exp	EC3/Exp	FEA/Exp
1	0.965	1.000	0.950	1.000
2	0.948	0.938	0.970	0.967
3	0.903	0.872	1.043	1.036
4	0.955	0.965	0.954	1.000
5	0.993	0.973	0.893	0.963
6	0.939	0.875	1.036	1.000
7	0.974	0.981	0.944	1.000
8	1.004	0.965	1.012	1.042
9	0.969	0.896	1.033	1.000
10	1.010	0.950	1.036	1.040
11	0.984	0.900	0.969	1.000
12	0.984	0.920	0.989	1.000
13	0.949	0.867	0.943	1.000
14	1.074	1.127	0.976	1.085
15	1.024	1.055	0.912	1.036
16	1.068	0.965	1.041	1.037
17	1.151	0.961	1.111	1.111
18	1.607	1.080	0.983	1.055
19	1.010	0.948	1.025	0.929
20	1.241	0.889	1.335	1.000

Taula 2.1 Comparativa dels resultats en l'àrea efectiva i en el centre de gravetat efectiu. Font [15]

Un dels aspectes importants per fer una anàlisi no lineal és la forma i amplitud de la imperfecció geomètrica utilitzada. Diverses investigacions han revelat que la utilització de diferents formes d'imperfecció poden proporcionar resultats diferents en el càlcul no lineal [16-17]. En [16] Dubina i Ungureanu van comparar els resultats experimentals amb els obtinguts a través d'un càlcul no lineal per dos perfils diferents. Van utilitzar tres formes d'imperfecció geomètrica seccional. La primera, basada en el primer mode lineal de vinclament (deformada simètrica de tipus sinusoidal), la segona, basada en el cinquè mode lineal de vinclament (deformada antimètrica de tipus sinusoidal) i la tercera, basada en mesures experimentals. La forma i valor de la imperfecció real es pot consultar a la Fig 2.10 i a la Taula 2.2 respectivament. A la Taula 2.3 es comparen els resultats experimentals amb els numèrics.

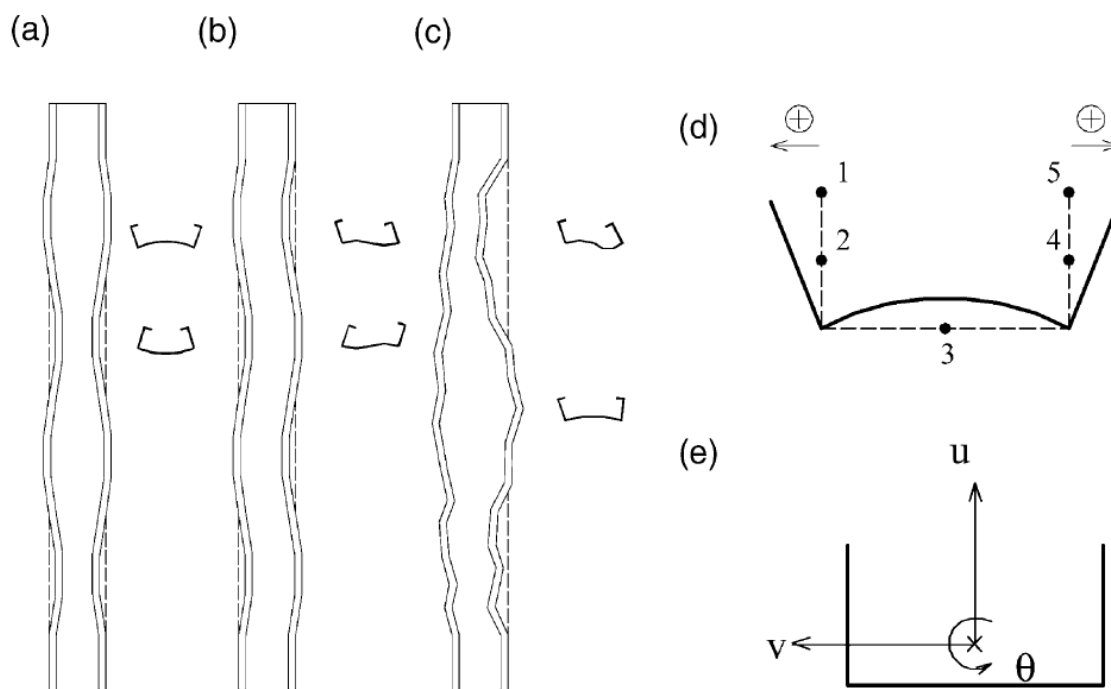


Fig 2.10 (a) Forma distorsional simètrica. (b) Forma distorsional antimètrica. (c) Forma real mesurada. (d) i (e) Punts de mesura experimental Font [16]

Series	d_1 (mm)	d_2 (mm)	d_3 (mm)	d_4 (mm)	d_5 (mm)	u_o (mm)	v_o (mm)	θ_o (rad)
P36P0815-	-1.20	0.24	0.13	0.17	0.67	-0.17	0.33	-0.00120
P36P1315-	1.37	-0.57	-0.53	-0.64	1.76	-0.61	1.14	-0.00378
L36P0815+	0.71	0.25	0.25	0.33	-0.94	-0.46	0.25	0.00072
L36P1315-	-1.39	0.38	0.41	0.29	-0.77	-0.51	0.02	0.00292

Taula 2.2 Mesures experimentals de la imperfecció geomètrica real. Font [16]

Specimen	Tests	ANSYS 5.4 with measured imperfections		
		Case 1 (symmetric sine imperfections)	Case 2 (asymmetric sine imperfections)	Case 3 (real imperfections)
P36P0815-	40.9	36.53	45.78	39.72
P36P1315-	27.0	24.54	30.85	26.93
L36P0815+	67.9	64.50	80.22	65.33
L36P1315-	41.1	38.95	43.51	39.39

Taula 2.3 Comparació dels resultats experimentals amb els numèrics. Font [16]

Diferents valors d'imperfeció són habitualment utilitzats degut a la manca d'una normativa específica per aquesta tipologia de perfils. Schafer i Peköz [21] suggereixen una amplitud de $0,006 \cdot w$ en el cas de modes locals i t en els distorsionals, a on w correspon a la dimensió de l'ànima del puntal i t al gruix. Altres autors utilitzen amplituds basades únicament en el gruix per les imperfeccions seccionals (locals i distorsionals), com és el cas de Yap i Hancock [22] que utilitzen valors de $0,15 \cdot t$ i $0,64 \cdot t$, i Chou et al. [23] va realitzar proves per valor de $0,1 \cdot t$, $0,5 \cdot t$ i t . En el grup d'investigació del LERMA els valors d'amplituds que s'utilitzen per fallides seccionals estan inspirades en la normativa EN 1993-1-5:2006/AC:2009 [24], encara que aquesta no està definida per perfils conformats en fred. Els valors són els següents: $0,005 \cdot w$ i $f/50$ en el cas de fallides locals i distorsionals respectivament. En el cas de fallides globals el valor de la imperfeció més habitual té un valor de $L/1000$ (L correspon a la longitud del puntal), valor recomanat per ECCS [25], encara que altres valors també són utilitzats o recomanats ($L/750$ en EN 1090-2:2008).

En els últims anys, el grup de recerca liderat per Dinar Camotim ha estat estudiant la interacció existent entre els modes de vinclament en les anàlisis lineals i no lineals de seccions primes obertes [18-20]. Aquests estudis estan centrats en perfils C, en aquelles longituds on les càrregues crítiques dels modes locals/distorsionals [18], distorsionals/globals [19] o locals/distorsionals/globals [20] presenten valors semblants. La forma de la imperfeció geomètrica inicial prové d'una combinació dels diferents modes purs de vinclaments obtinguts en l'anàlisi lineal, de forma que els coeficients que afecten al pes de cada mode segueix l'Eq. 2.2:

$$C_L^2 + C_D^2 + C_G^2 = 1 \quad (\text{Eq. 2.2})$$

Una millor visualització de les possibles formes inicials d'imperfeció geomètrica s'obté considerant un cercle de radi unitari per la interacció dels modes local/distorsional (Fig 2.11), distorsional/global (Fig 2.12) i una esfera de radi unitari per la interacció dels modes local/distorsional/global (Fig 2.13). Cal destacar que utilitzen una amplitud de $0,1 \cdot t$ pels modes locals i distorsionals i $L/1000$ pels modes globals.

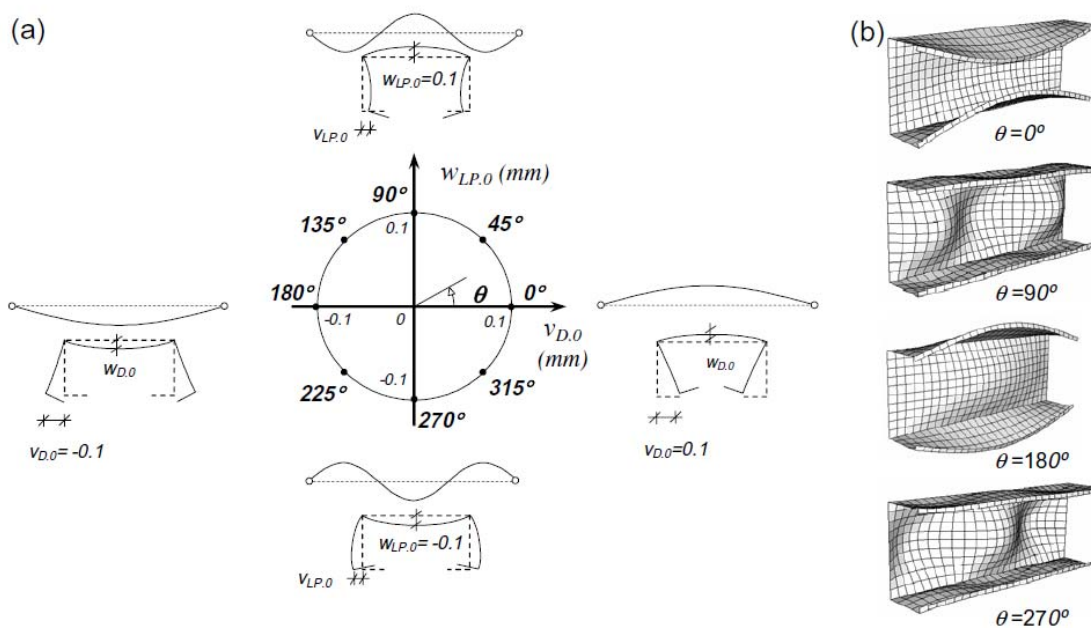


Fig 2.11 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes local/distorsional. Font [18]

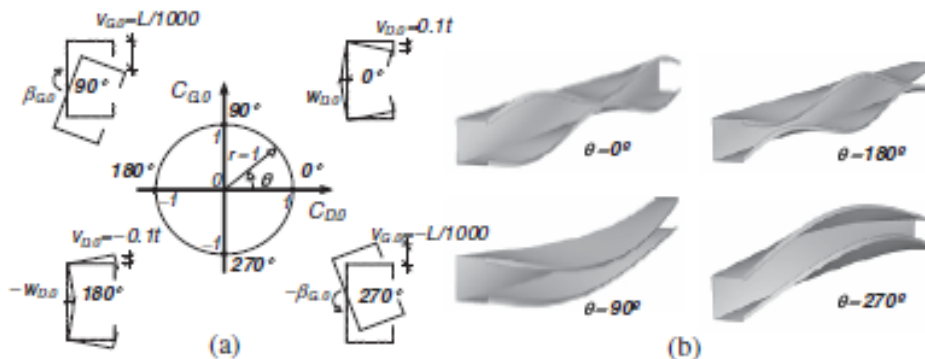


Fig 2.12 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes distorsional/global. Font [19]

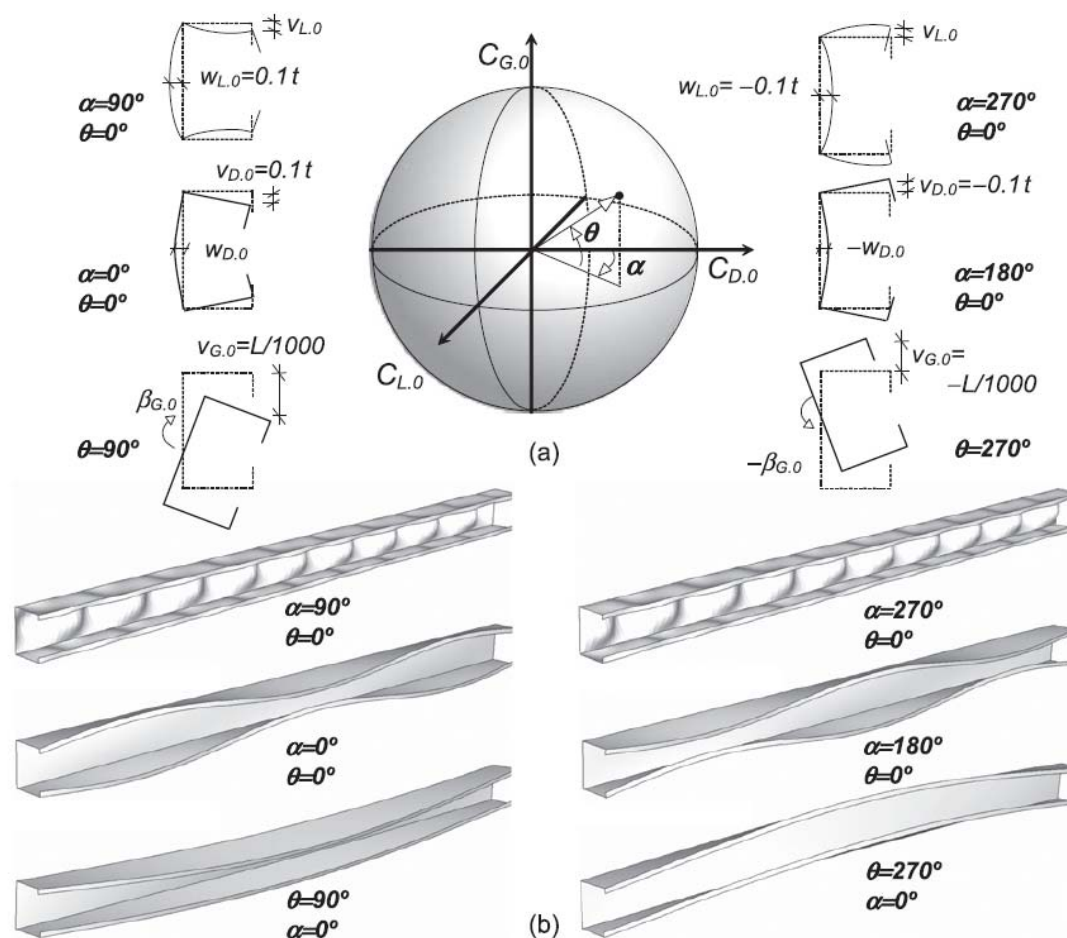


Fig 2.13 Tipologia d'imperficcions geomètriques utilitzades per analitzar la interacció dels modes local/distorsional/global. Font [20]

2.2. Teoria de la biga generalitzada

A final dels 80, Schardt [26] va presentar la teoria de la biga generalitzada (GBT, *Generalised Beam Theory*), la qual permetia analitzar el comportament resistent de puntals primers oberts amb una modelització material elàstica i isotròpica. Nombrosos investigadors van continuar la tasca iniciada i van contribuir amb valuoses aportacions a la GBT, expandint el seu àmbit de càlcul a materials ortotròpics, càlculs lineals de vinclament (*eigenbuckling analysis*), incorporació de materials no lineals, càlcul amb no linealitats geomètriques i grans desplaçaments, càlcul de seccions tancades, anàlisi de pòrtics, càlculs d'elements de secció variable, creació d'un element finit a partir de la GBT i desenvolupament un programa de càlcul lineal de vinclament (GBTUL) [27-43].

2.2.1. Formulació pel càlcul lineal de vinclament per a perfils primos oberts

A continuació es realitza una breu explicació teòrica per a perfils oberts, sense branques (*unbranched*), amb material isotròpic i de gruix constant al llarg de tota la secció, formulació bàsica utilitzada per desenvolupar el programa RLBA v1.3 (*Rack Linear Buckling Analysis*) que es presenta en el capítol 5.

La formulació de la GBT utilitzada es basa en les següents simplificacions (Fig 2.14):

- S'utilitzen les hipòtesis de Kirchoff de la teoria clàssica de plaques, fet que comporta que algunes deformacions siguin nul·les ($\gamma_{xz} = \gamma_{sz} = \varepsilon_{zz} = 0$).
- S'assumeix un estat de tensió plana en la direcció Z ($\tau_{xz} = \tau_{sz} = \sigma_{zz} = 0$).
- El pla mig de la secció no s'estira ni s'escurça en la direcció S ($\varepsilon_{ss}^M = 0$). La deformació per flexió no té perquè ser nul·la ($\varepsilon_{ss}^F \neq 0$).
- El pla mig no es distorsiona ($\gamma_{xs}^M = 0$, hipòtesi de Vlasov).
- La deformació longitudinal del perfil està permesa ($\varepsilon_{xx}^M \neq 0; \varepsilon_{xx}^F \neq 0$).
- Les incògnites de desplaçament es troben en el pla mig de la secció. Coneixent els desplaçaments en aquest pla és possible determinar el que succeeix al llarg de tot el gruix.

L'anàlisi a través de la GBT consta principalment de dos etapes, primer una anàlisi seccional (i) i posteriorment una anàlisi global de tot el puntal (ii).

(i) Anàlisi seccional

Es discretitza la secció de l'element resistent en un seguit de plaques rectangulars de gruix constant (elements). Aquesta discretització genera k elements i $k+1$ nodes en la secció situats a la línia mitja del perfil (Fig. 2.14). A partir d'aquest punt cal distingir entre dos tipus de nodes. S'identifiquen com a nodes naturals aquells mínims i necessaris per definir la geometria de la secció, per tant, tres nodes naturals consecutius no poden ser col·lineals. Un element és natural si uneix dos nodes naturals. Un node local o interior és aquell que està situat entre dos nodes naturals (Fig. 2.15). Un element és interior si un dels dos nodes que el defineix és interior.

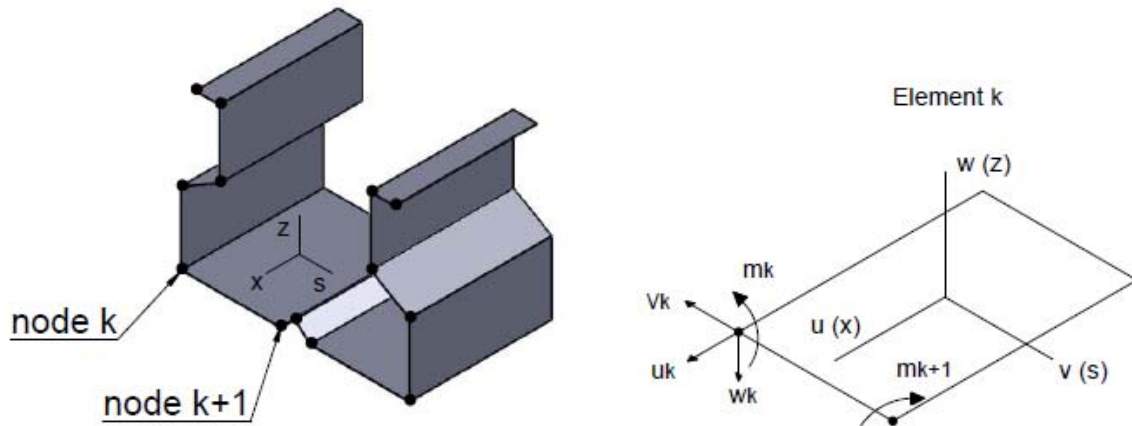


Fig 2.14 Discretització de la secció per mitjà de plaques rectangulars

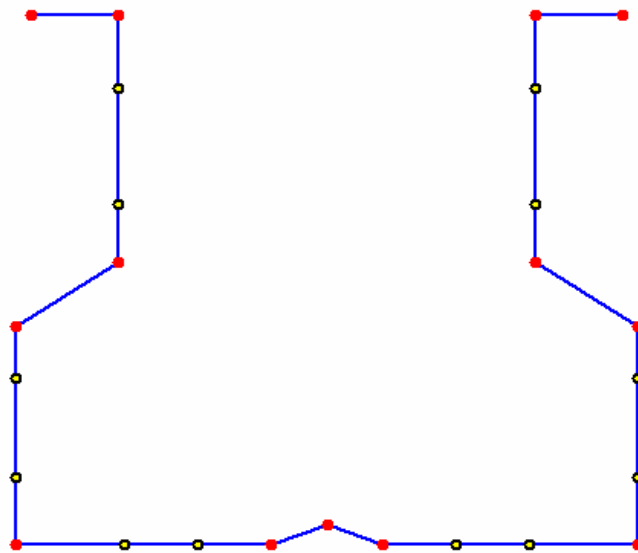


Fig 2.15 Secció discretitzada. En vermell es mostren els nodes naturals, en groc i negre els interiors

Els desplaçaments de cada un dels nodes, tant si són naturals com interiors, es poden expressar mitjançant les expressions de l'Eq. 2.3:

$$\begin{aligned}
 u(x, s) &= u_k(s)\phi_{k,x}(x) \\
 v(x, s) &= v_k(s)\phi_k(x) \\
 w(x, s) &= w_k(s)\phi_k(x)
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 2.3}$$

A on $u_k(s)$ és la funció de *warping* (desplaçament longitudinal) pel mode k , $v_k(s)$ i $w_k(s)$ corresponen als desplaçaments en el pla de la secció del mode k (Fig. 2.14). Per altra banda $\phi_k(x)$ és una funció d'amplitud de desplaçament pel mode k al llarg de la coordenada longitudinal.

El primer pas per dur a terme l'anàlisi seccional consisteix en calcular tots els desplaçaments possibles amb les hipòtesis assumides. Per començar, cal aplicar un desplaçament longitudinal unitari en cadascun dels nodes naturals mentre el desplaçament longitudinal de la resta de nodes naturals roman nul. Es generen tantes funcions $u_k(s)$ com nodes naturals tingui la secció analitzada. El valor de les expressions $u_k(s)$ entre dos nodes naturals es determina mitjançant interpolació lineal (Fig 2.16). Aquest primer pas genera una família de funcions $u_k(s)$ igual al nombre de nodes naturals.

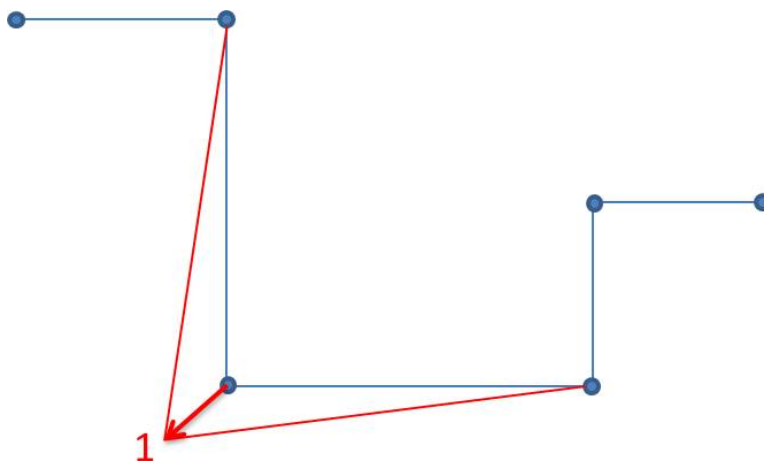


Fig 2.16 Imposició del moviment longitudinal unitari en un node natural i la funció lineal $u_k(s)$ que genera (en vermell)

Tot seguit, es troben la resta de desplaçaments nodals que genera la família de funcions $u_k(s)$ trobada. El desplaçament v_k dels nodes naturals es calculen mitjançant una de les hipòtesis prèviament formulades, impedint que el pla mig es distorsioni ($\gamma_{xs}^M = 0$). Per respectar aquesta hipòtesi és necessari que el desplaçament v_k en el node on s'ha aplicat el desplaçament longitudinal unitari tingui el valor de l'Eq 2.4.

$$v^{k-1}(s_k) = \frac{1}{b_{k-1}}$$

$$v^k(s_k) = \frac{1}{b_k}$$
(Eq. 2.4)

A on b_k és la longitud de l'element k .

En un mateix node natural poden determinar-se dos desplaçaments v_k diferents en funció de quin element natural es prengui de referència ($v^{k-1}(s_k)$ o $v^k(s_k)$). En canvi, aquesta problemàtica desapareix en determinar $v_k(s)$. A més a més, per tal que es compleixi la hipòtesis $\varepsilon_{ss}^M = 0$ (considerant transformacions infinitesimals) és necessari que la funció $v_k(s)$ sigui constant en cada element natural. Un cop determinades les funcions $v^k(s)$ s'observa que es genera una discontinuïtat geomètrica en el node que s'ha aplicat el desplaçament longitudinal unitari (Fig 2.17).

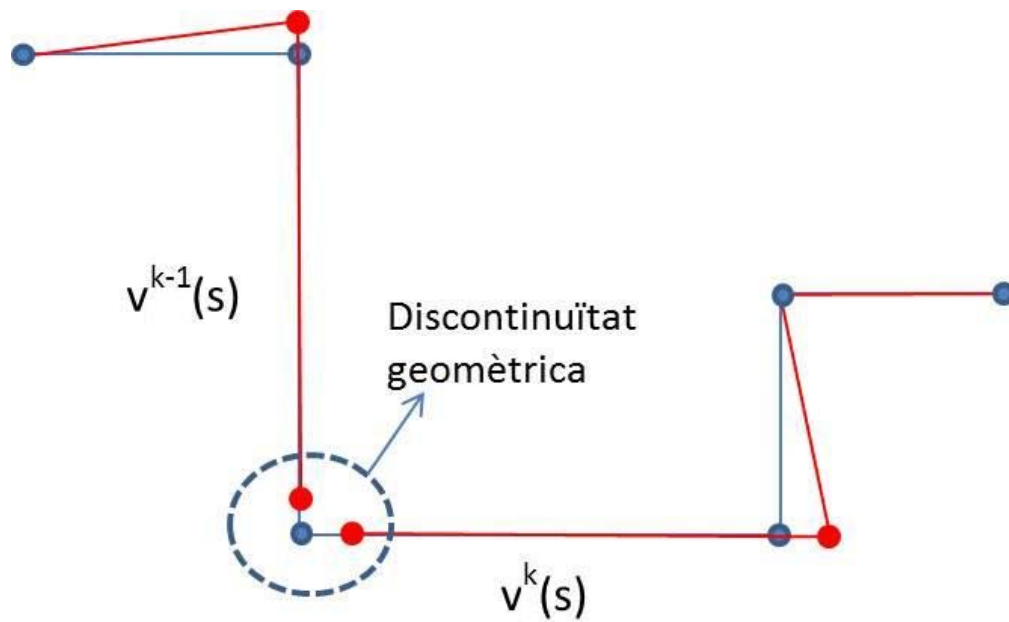


Fig 2.17 Funcions $v^k(s)$ que es generen en els elements naturals després d'imposar un desplaçament longitudinal unitari

El tercer pas consisteix en determinar els desplaçaments $w^{k-1}(s_k)$ i $w^k(s_k)$ dels elements naturals per garantir la compatibilitat geomètrica de deformació en la secció tal i com es pot veure en la Fig 2.18.

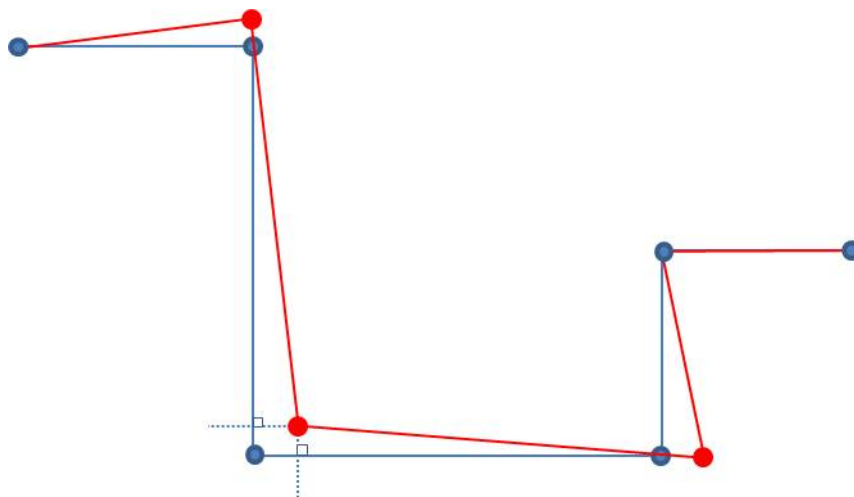


Fig 2.18 Desplaçaments $w^{k-1}(s_k)$ i $w^k(s_k)$ per tal de garantir la compatibilitat geomètrica de la secció

El quart pas consisteix en determinar les expressions de la funcions $w^k(s)$. Aquestes es determinen imposant la condició de nus rígid dels nodes naturals. L'expressió final del valor del desplaçament w en l'element k es mostra a l'Eq. 2.5:

$$w^k(s) = w_{ok} \cdot \varphi_1 + \frac{b_k}{2} \cdot \theta_{ok} \cdot \varphi_2 - \frac{b_k}{3K_q} (m_k \cdot \varphi_3 + m_{k+1} \cdot \varphi_4)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1 \\ \varphi_2 &= 2\xi - 1 \\ \varphi_3 &= -\xi + \frac{3}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\xi^3 \\ \varphi_4 &= -\frac{1}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3 \\ \xi &= \frac{s - s_k}{b_k} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.5})$$

A on b_k és la longitud de l'element natural k , s_k la coordenada S del node k , m_k el moment redundat del node k per tal de garantir la hipòtesi de nus rígid, w_{ok} el desplaçament en l'eix Z del centre de l'element, θ_{ok} la rotació de l'element respecte l'eix X , v_{ok} el desplaçament en l'eix Y del centre de l'element i K_q la rigidesa de l'element, que en el cas de plaques rectangulars isotròpiques té el valor de l'Eq 2.6.

$$K_q = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (\text{Eq. 2.6})$$

Un cop finalitzat el quart pas es disposa d'una base de desplaçaments linealment independents i completament definits. En la Fig. 2.19 es pot veure tots els desplaçaments que es generen a una secció *rack* al imposar un desplaçament longitudinal unitari en un dels nodes naturals. Es pot apreciar com els desplaçaments longitudinals segueixen una funció lineal, els desplaçaments en la direcció de l'element són constants i en la direcció perpendicular a l'element tenen la forma d'una funció cúbica.

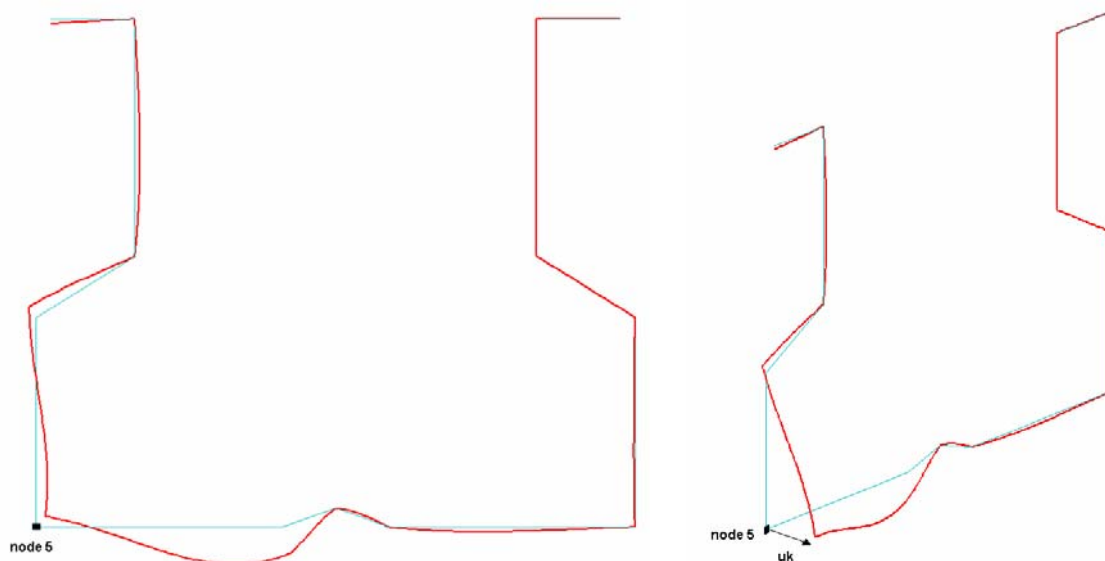


Fig 2.19 Deformada que es genera al imposar un desplaçament unitari longitudinal al node 5. Es pot observar que els nusos es mantenen rígids

En el cinquè pas es tracten de manera individual els nodes interiors. S'imposa successivament un desplaçament w_k unitari en cada node interior mentre la resta de nodes (naturals i interiors) romanen immòbils. Es determina la funció $w_k(s)$ imposant la condició de nus rígid en tots els nodes, tant interiors com naturals. L'expressió de $w^k(s)$ és la mateixa que en el cas anterior (Eq 2.5). Cal remarcar que els nodes naturals extrems es consideren tant naturals com interiors, per tant cal tractar-los dues vegades. D'aquesta forma, en una secció de n nodes s'imposen $n+2$ desplaçaments unitaris diferents. En la Fig 2.20 es pot veure els desplaçaments que es generen en una secció *rack* al imposar el moviment unitari en un dels nodes interiors.

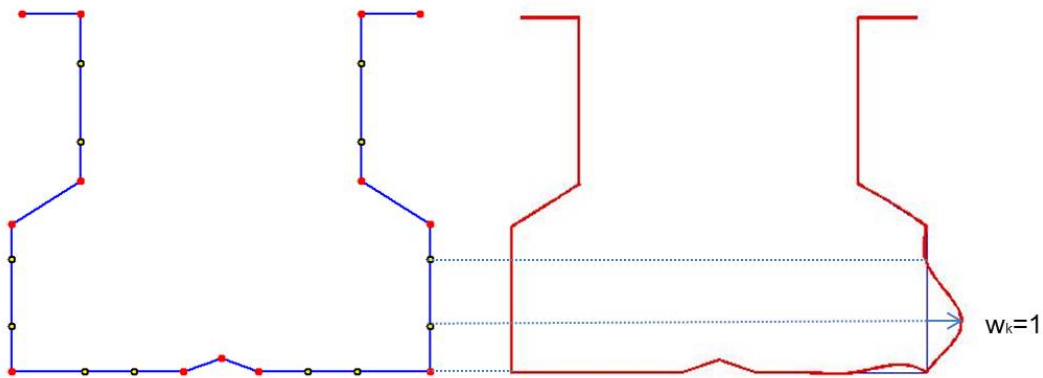


Fig 2.20 Desplaçaments que es generen al imposar un desplaçament w_k unitari en un node interior mentre la resta romanen immòbils

Noteu que per trobar $w_k(s)$ s'han de combinar les $w^k(s)$ dels diferents elements.

Un cop determinades totes les funcions dels desplaçaments és possible calcular el valor de les deformacions no nul·les per mitjà de les següents expressions (Eq. 2.7):

$$\varepsilon_{xx}^M = u_{,x}; \varepsilon_{xx}^F = -z \cdot w_{,xx}; \varepsilon_{ss}^F = -z \cdot w_{,ss}; \gamma_{xs}^F = -2z \cdot w_{,xs}; \quad (\text{Eq. 2.7})$$

Sabent que les tensions i les deformacions existents a la placa estan relacionades a través de les equacions constitutives del material, s'aplica el principi del treball virtual, imposant que la variació de l'energia de deformació interna de la biga sigui igual al treball de les càrregues externes.

$$dW_{\text{int}} = \int \int \int (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{ss} \delta \varepsilon_{ss} + 2 \sigma_{xs} \delta \gamma_{xs}) dz ds dx = -dW_{\text{ext}} \quad (\text{Eq. 2.8})$$

$$dW_{\text{ext}} = \int \int (q_x \delta u + q_s \delta v + q_z \delta w) ds dx \quad (\text{Eq. 2.9})$$

Combinant les Eq. 2.8 i 2.9, resolent-les, establint les condicions contorn i definit la relació de material adequada s'obté l'Eq. 2.10, característica de la GBT per l'anàlisi lineal de vinclament per materials isotròpics.

$$C_{ik} \phi_{k,xxxx} - D_{ik} \phi_{k,xx} + B_{ik} \phi_k = q_i \quad (\text{Eq. 2.10})$$

A on C_{ik} , D_{ik} i B_{ik} són els termes de les matrius bàsiques de la GBT i q_i el vector de càrregues. Aquests es poden calcular amb les expressions següents (Eq. 2.11):

$$\begin{aligned}
C_{ik} &= E \int_b t \cdot u_i \cdot u_k ds + \frac{E}{12(1-\nu^2)} \int_b t^3 \cdot w_i \cdot w_k ds \\
D_{ik} &= \frac{1}{3} \frac{E}{2(1+\nu)} \int_b t^3 \cdot w_{i,ss} \cdot w_{k,ss} ds - \frac{\nu E}{12(1-\nu^2)} \int_b t^3 (w_i \cdot w_{k,ss} + w_{i,ss} \cdot w_k) ds \\
B_{ik} &= \frac{E}{12(1-\nu^2)} \int_b t^3 \cdot w_{i,ss} \cdot w_{k,ss} ds
\end{aligned} \tag{Eq. 2.11}$$

L'Eq 2.10 és de difícil resolució ja que el sistema resultant està fortament acoblat. Per tal de desacoblar-lo es realitza un canvi de base, el qual permet obtenir els diferents modes purs de deformació de la secció. Per obtenir-los s'han de resoldre tres problemes generals de valors i vectors propis de forma que es garanteixi la simultània diagonalització de les matrius $[C_{ik}]$ i $[B_{ik}]$.

$$([B_{ik}] - \lambda [C_{ik}]) \alpha_k = 0 \tag{Eq. 2.12}$$

Resolent l'Eq 2.12 s'obtenen els desplaçaments nodals u_k i w_k dels modes distorsionals i locals purs, que corresponen als vectors propis de valor propi diferent de zero. Tot i això, els quatre modes globals (valors propis iguals a zero), no s'han aconseguit, ja que la submatriu $[C_{ik}]$ ($i, k \leq 4$) no ha diagonalitzat. La raó per la qual la submatriu $[C_{ik}]$ ($i, k \leq 4$) no diagonalitza de forma simultània és que el rang de $[B_{ik}]$ no és complet ($\text{Rang } [B_{ik}] = \text{Rang } [C_{ik}] - 4$), ja que en els modes globals la secció no es deforma.

A continuació, cal treballar en el subespai global en el segon problema de valors i vectors propis (Eq. 2.13)

$$\text{Subglobal} \longrightarrow ([D_{ik}] - \lambda [C_{ik}]) \alpha_k = 0 \tag{Eq. 2.13}$$

Resolent l'Eq 2.13, s'obtenen els desplaçaments nodals de *warping* del mode global de torsió, que és aquell amb el valor propi no nul. Per últim, cal trobar les altres funcions de *warping* corresponent als 3 modes globals restants, l'axil i les dos flexions. Per aconseguir-ho s'ha de resoldre el tercer problema de valors i vectors propis en el subespai global residual. Aquest es realitza amb la matriu $[X_{jik}]$ i $[C_{ik}]$, on $[X_{jik}]$ correspon a la matriu de que conté l'energia de deformació de membrana longitudinal dels termes de segon ordre pel mode j .

$$\begin{aligned}
X_{1ik} &= \int_b \frac{Et}{C_{11}} \cdot (v_i v_k + w_i w_k) ds \\
\text{Sub}_{\text{global reduït}} &\longrightarrow ([X_{1ik}] - \lambda [C_{ik}]) \alpha_k = 0
\end{aligned} \tag{Eq. 2.14}$$

Amb la resolució de l'Eq. 2.14 s'obtenen els desplaçaments nodals de *warping* dels modes purs globals restants. Un cop resolt els tres problemes de vectors i valors propis (Eq 2.12, 2.13 i 2.14) es

pot construir una base ($[vep]$) que conté els desplaçaments de *warping* dels nodes naturals i els desplaçaments w_k dels nodes interiors pels diferents modes purs convencionals de deformació. S'aplica un canvi de base a tot el sistema per tenir les diferents matrius i funcions de desplaçament en la base de modes purs (Eq 2.15).

$$\begin{aligned}
 \overline{[C_{ik}]} &= [vep]^T \cdot [C_{ik}] \cdot [vep] \\
 \overline{[B_{ik}]} &= [vep]^T \cdot [B_{ik}] \cdot [vep] \\
 \overline{[D_{ik}]} &= [vep]^T \cdot [D_{ik}] \cdot [vep] \\
 \overline{[X_{1ik}]} &= [vep]^T \cdot [X_{1ik}] \cdot [vep] \\
 \overline{[u_k(s)]} &= [u_k(s)] \cdot [vep] \\
 \overline{[w_k(s)]} &= [w_k(s)] \cdot [vep] \\
 \overline{[v_k(s)]} &= [v_k(s)] \cdot [vep]
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 2.15}$$

Alguns dels termes que apareixen en les matrius pròpies de la GBT tenen un significat físic fàcilment reconeixible, per exemple: $\overline{C_{11}} = E \cdot A$, $\overline{C_{22}} = E \cdot I_{11}$, $\overline{C_{33}} = E \cdot I_{22}$, $\overline{C_{44}} = E \cdot I_w$, $\overline{D_{44}} = G \cdot J$. Aplicant aquest canvi de base l'Eq. 2.10 es transforma en l'Eq 2.16. Aquest sistema ja no està fortament acoblant i per tant la seva resolució és més fàcil.

$$\overline{C_{ik}} \phi_{k,xxxx} - \overline{D_{ik}} \phi_{k,xx} + \overline{B_{ik}} \phi_k = \overline{q_i}
 \tag{Eq. 2.16}$$

(ii) Anàlisi global de tot el puntal

Inicialment es resolva l'Eq 2.16 de forma exacte obtenint les equacions de govern dels modes implicats en el càlcul, tot i això aquesta resolució tenia limitacions en quant a condicions de contorn imposades i interaccions entre els modes utilitzats. Ràpidament, Silvestre et al [32] van desenvolupar un element finit per resoldre l'Eq 2.16 de la GBT i poder realitzar les anàlisis lineals de vinclament. Aquest mètode de resolució aproximat és el més utilitzat gràcies a la seva potència de càlcul i els bons resultats proporcionats. L'element finit té unes dimensions variables, en funció de la discretització prèvia que s'ha fet de la secció. La solució de l'Eq. 2.17 proporciona els valors de càrrega elàstica de cada un dels diferents modes de vinclament.

$$([K] + \lambda[G])\{d\} = \{0\}
 \tag{Eq. 2.17}$$

A on $[K]$ és la matriu de rigidesa, $[G]$ la matriu geomètrica i $\{d\}$ el vector desplaçament. Aquestes es generen ensamblant les matrius de cada element, que es poden calcular a través de l'Eq. 2.18 si es vol realitzar un anàlisi lineal de vinclament. Com es pot veure les matrius elementals ($[K]^e$ i $[G]^e$)

estan formades per les matrius “modals” ($[K^{ij}]$) que contenen la informació de cada un dels modes purs i de la seva interacció. La dimensió de les matrius elementals depèn de la discretització de la secció del perfil estudiat i del nombre de modes que es vulgui incloure en l'anàlisi.

$$[K]^e = \begin{bmatrix} [K^{22}] & [0] & [0] & [K^{25}] & \dots \\ & [K^{33}] & [0] & [K^{35}] & \dots \\ & & [K^{44}] & [K^{45}] & \dots \\ & & & [K^{55}] & \dots \\ \text{sim} & & & & \dots \end{bmatrix}$$

$$[K^{ij}] = \frac{2\overline{C}_{ij}}{L_e^3} \begin{bmatrix} 2L_e^2 & 3L_e & L_e^2 & -3L_e \\ & 6 & 3L_e & -6 \\ & & 2L_e^2 & -3L_e \\ \text{sim} & & & 6 \end{bmatrix} + \frac{\overline{D}_{ij}}{30L_e} \begin{bmatrix} 4L_e^2 & 3L_e & -L_e^2 & -3L_e \\ & 36 & 3L_e & -36 \\ & & 4L_e^2 & -3L_e \\ \text{sim} & & & 36 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\overline{B}_{ij}L_e}{420} \begin{bmatrix} 4L_e^2 & 22L_e & -3L_e^2 & 13L_e \\ & 156 & -13L_e & 54 \\ & & 4L_e^2 & -22L_e \\ \text{sim} & & & 156 \end{bmatrix}$$

$$[G]^e = \begin{bmatrix} [G^{22}] & [0] & [G^{24}] & [G^{25}] & \dots \\ & [G^{33}] & [G^{34}] & [G^{35}] & \dots \\ & & [G^{44}] & [G^{45}] & \dots \\ & & & [G^{55}] & \dots \\ \text{sim} & & & & \dots \end{bmatrix}$$

(Eq. 2.18)

$$[G^{ij}] = -\frac{\overline{W}_{k0} X_{kij}}{30L_e} \begin{bmatrix} 4L_e^2 & 3L_e & -L_e^2 & -3L_e \\ & 36 & 3L_e & -36 \\ & & 4L_e^2 & -3L_e \\ \text{sim} & & & 36 \end{bmatrix}$$

$$\{d^j\} = \begin{Bmatrix} \overline{\phi}_{k,x}(0) \\ \overline{\phi}_k(0) \\ \overline{\phi}_{k,x}(L_e) \\ \overline{\phi}_k(L_e) \end{Bmatrix}$$

El principal avantatge de la GBT és que permet calcular les càrregues elàstiques de vinclament dels modes purs de forma individual o combinant aquells modes que es cregui oportú i poder definir condicions de contorn específiques per cada un d'ells.

2.2.2. Altres formulacions

En l'última dècada s'han dut a terme moltes aportacions a la teoria de la biga generalitzada expandint el seu àmbit de càlcul [31-43]. Moltes d'aquestes han estat dutes a terme pel grup de recerca de la universitat de Lisboa liderat per Dinar Camotim. Tot seguit es fa un repàs de les més destacades.

A l'any 2003, es va presentar una metodologia per aplicar la teoria a càlculs geomètricament no lineals [31]. Per realitzar el càlcul no lineal és necessari introduir nous modes de deformació addicionals als existents, els coneguts com a modes convencionals, que són els explicats a l'apartat 2.2.1 i els que Schardt va proposar originalment. Aquests nous modes de deformació, anomenats inicialment "*Shear Modes*" violen part de les hipòtesis anteriorment considerades, la assumció de Vlasov ($\gamma_{xs}^M = 0$) i la d'extensió transversal ($\varepsilon_{ss}^M = 0$). Aquests modes no havien estat anteriorment obtinguts ja que la seva influència en el càlcul lineal per perfils primos oberts és, en la majoria de casos, negligible. A la Fig 2.21 es pot veure un quadre resum del procés per determinar tots els modes de deformació d'un perfil que es va proposar en aquell moment. En la Fig 2.22 es poden veure com són alguns d'aquests modes "nous".

Table 1. Steps and procedures involved in a GBT cross-section analysis.

		FM_u	FM_w	SM_u	SM_v
I	Cross-section discretization	$n + 1$ natural nodes (NN) and m intermediate nodes (IN)			
II	Imposition of unit nodal displacements	$u_k = 1$ (NN)	$w_k = 1$ (IN)	$u_k = 1$ (NN + IN)	$v_k = 1$ (NN + IN)
III	Hypothesis	Vlassov ($\gamma_{xs}^M = 0$) $u_{k,s} + v_k = 0$	$u_k = v_k = 0$	$v_k = 0$	$u_k = 0$
IV	Evaluation of the displacement field	$u(s) \in P_0$ $v(s) \in P_1$ $w(s) \in P_3$	$w(s) \in P_3$	$u(s) \in P_1$	$v(s) \in P_1$ $w(s) \in P_0$
V	Matrix calculation	Full matrices with no physically meaningful components			
VI	Determination of the deformation modes	$([B_{kh}] - \lambda[C_{kh}]) \times u_k = 0$	Eigenvalue problem $([B_{kh}] - \lambda[C_{kh}]) \times w_k = 0$		$([D_{kh}] - \lambda[C_{kh}]) \times v_k = 0$
VII	Evaluation of cross-section modal properties	Matrices calculated using modal displacement fields and with physically meaningful components			

Fig 2.21 Passos necessaris per determinar tots els modes de deformació de la GBT aplicats a l'any 2003. Font [31]

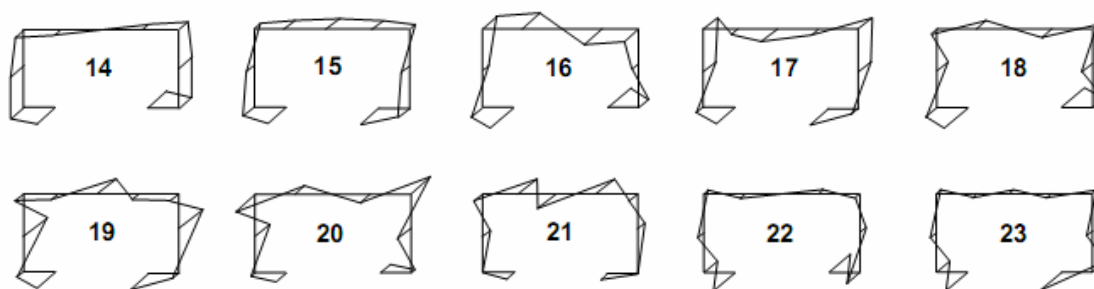


Fig. 8. Warping displacements (u_k) associated to the SM_u modes.

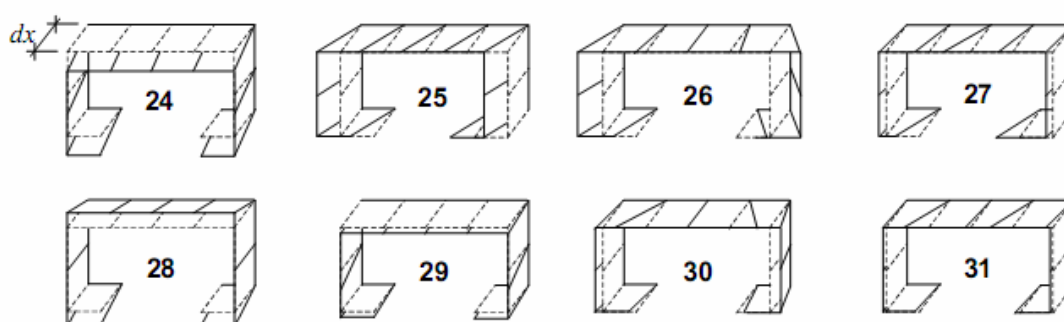


Fig. 9. Transverse (v_k) and flexural (w_k) displacements associated to the SM_v modes.

Fig 2.22 "Shear Modes" per un perfil en C aplicant la metodologia de l'any 2003. Font [31]

Un cop obtinguts tots els modes de deformació del perfil d'estudi es pot fer l'anàlisi global utilitzant un element finit basat en la GBT. La implementació del procés de càlcul és més complexa ja que és necessari dur a terme un procés iteratiu per tal de considerar la no linealitat geomètrica del problema. En les Fig 2.23 i 2.24 es poden veure els esquemes de càlcul utilitzats en [31].

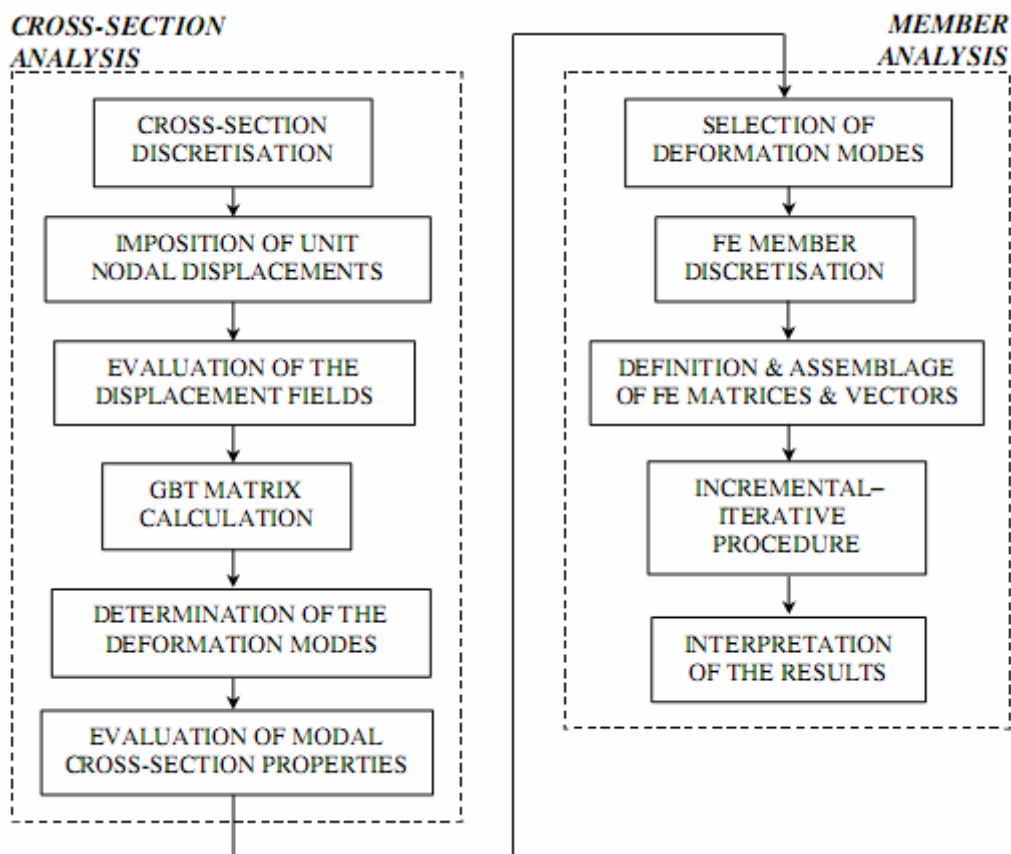


Fig 2.23 Diagrama d'anàlisi de la GBT. Font [31]

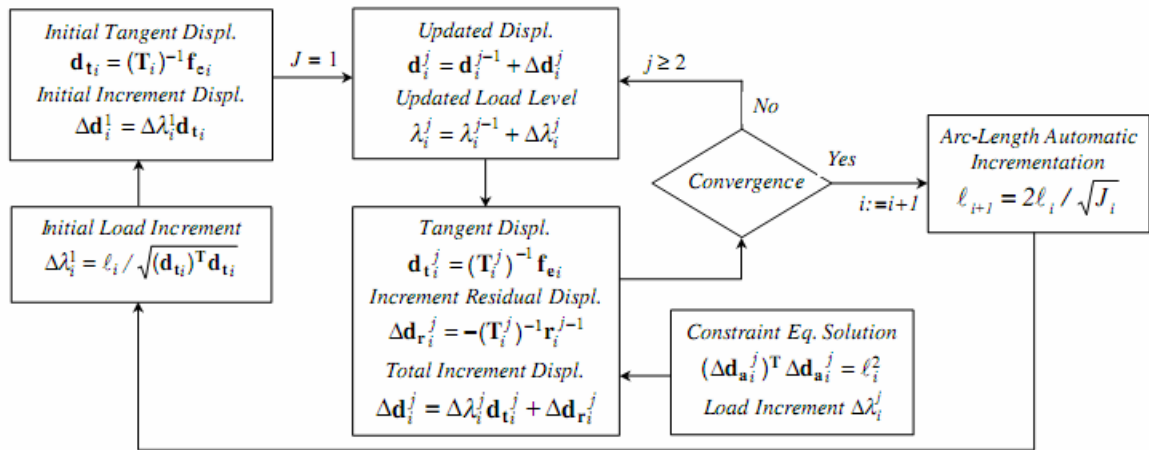


Fig 2.24 Diagrama incremental-iteratiu utilitzat per resoldre la no linealitat geomètrica. Font [31]

En les Fig 2.25 i 2.26 es mostren alguns dels resultats que Camotim et al [31] van obtenir.

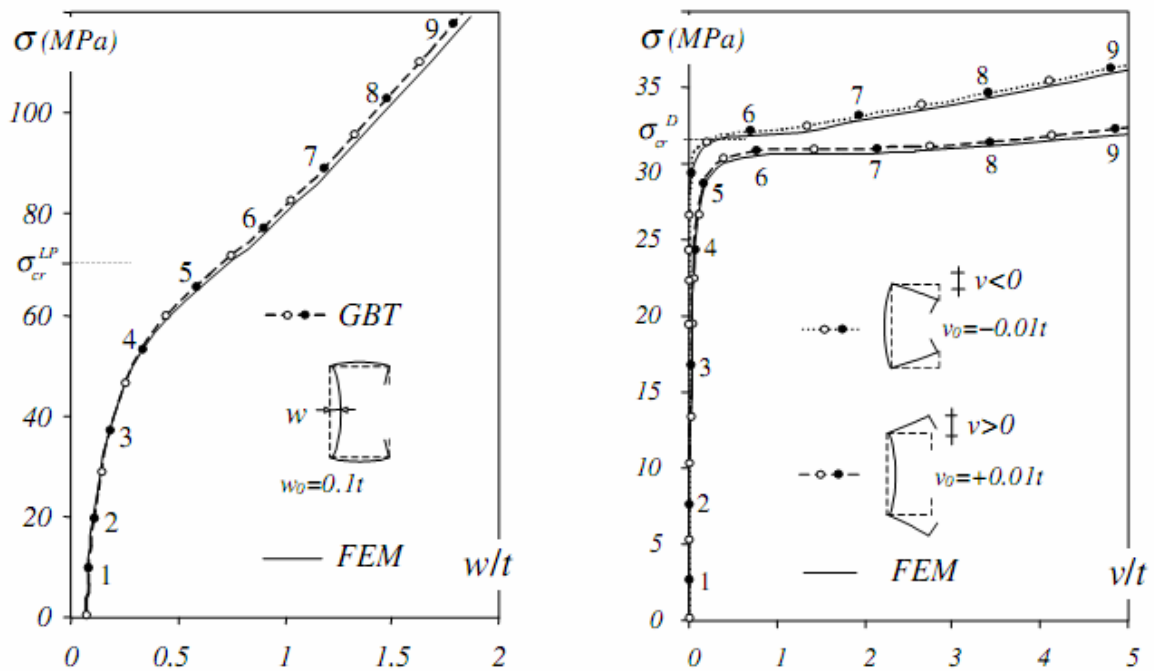


Fig 2.25 Corbes d'equilibri a post-vinclament en funció del desplaçament per imperfeccions locals i distorsionals. Font [31]

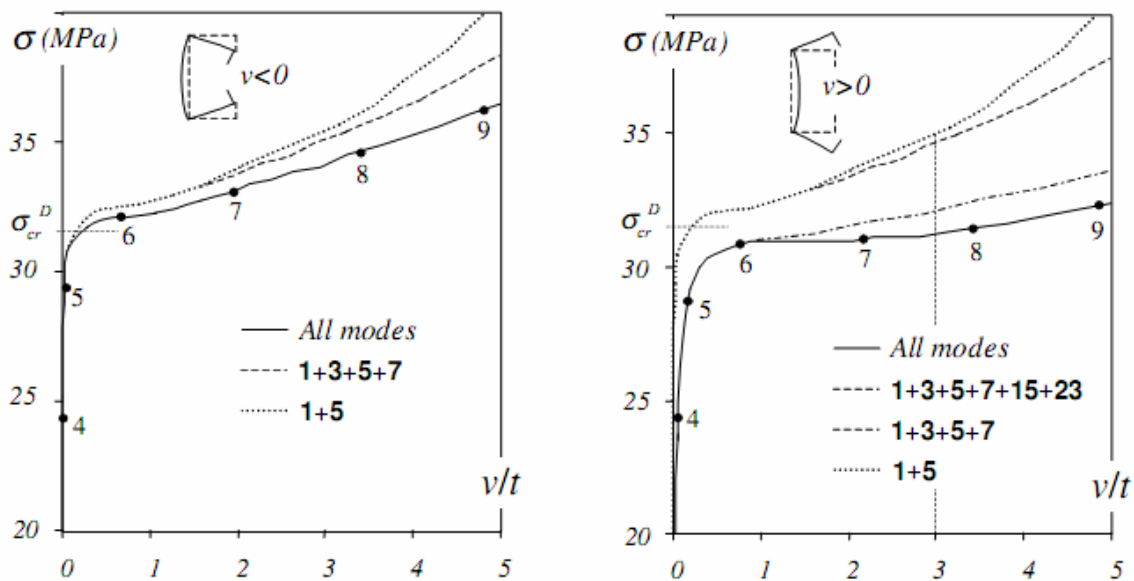


Fig 2.26 Influència dels diferents modes de deformació per la determinació del procés de càrrega a post-vinclament. Font [31]

A l'any 2008 Camotim et al [34] van presentar una millora en la formulació de la GBT per poder calcular càrregues lineals de vinclament per un perfil sotmès a condicions de contorn no estàndards, com ara: (i) restriccions localitzades parcials o totals de desplaçaments o rotacions, (ii) suports intermedis elàstics o rígids o (iii) suports en els extrems corresponents a connexions d'angles (Fig 2.27).

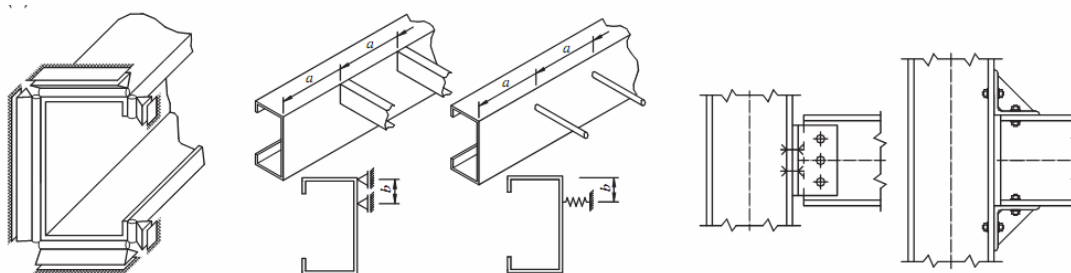


Fig 2.27 Diferents condicions de contorn no estàndard considerades per [34]. Font [34]

En [34] s'explica el procés a seguir per modificar la matriu de rigidesa global per tenir en compte l'efecte de diferents condicions de contorn no estàndards. Els resultats obtinguts es van comparar amb models d'elements finits placa utilitzant el programa ANSYS. La diferència màxima que van obtenir en la determinació de la càrrega crítica va ser inferior al 2%. A la Fig 2.28 es pot veure un dels casos d'estudis que van realitzar.

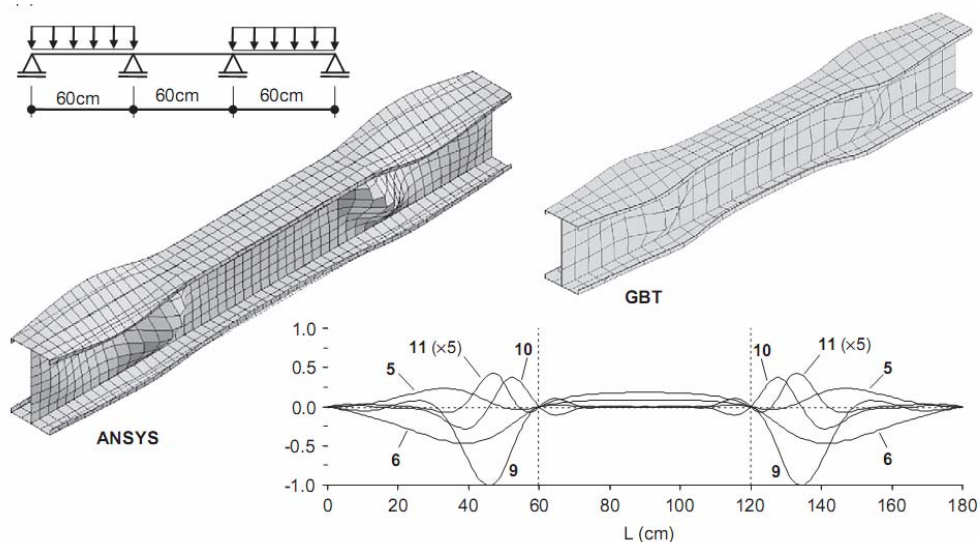


Fig 2.28 Comparativa entre el model d'ANSYS i per GBT. Font [34]

A l'any 2009 Gonçalves et al [35] van presentar la formulació pel càlcul de primer ordre i el càlcul lineal de vinclament per qualsevol tipus de secció de paret prima. La formulació clàssica únicament permetia el càlcul per perfils primos oberts. Les seccions de paret prima es poden agrupar en quatre grans famílies segons la seva concepció geomètrica, tal i com es mostra a la Fig 2.29.

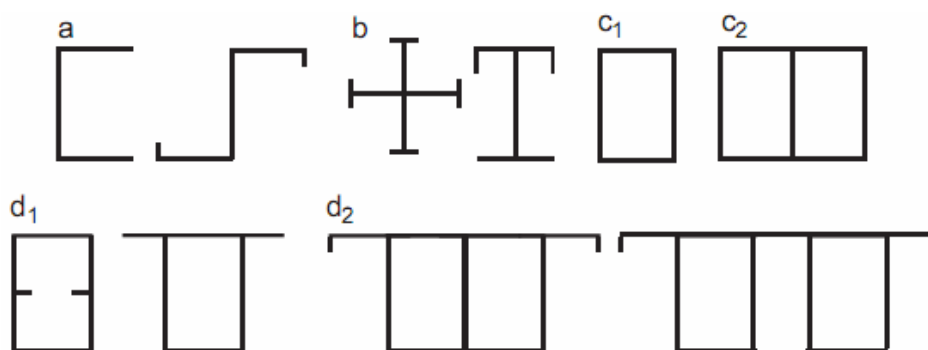


Fig 2.29 Tipus de seccions de paret prima a nivell geomètric: (a) seccions obertes, (b) seccions obertes amb branques, (c1) seccions tancades i (c2 i d) seccions tancades amb branques. Font [35]

Cada tipus de secció té el seu tractament. En el cas de les seccions amb branques hi ha menys funcions de *warping* linealment independents que nodes naturals. Per aquest motiu és necessari distingir entre nodes naturals dependents i nodes naturals independents.

Pel que fa a les seccions tancades, la deformació de membrana tangencial no pot ser negligida. És necessari incorporar els modes de deformació que violen la hipòtesi de Vlasov ($\gamma_{xs}^M = 0$) per tal d'obtenir bons resultats. A la Fig 2.30 es pot observar diferents modes de deformació per una secció tancada amb branques obertes.

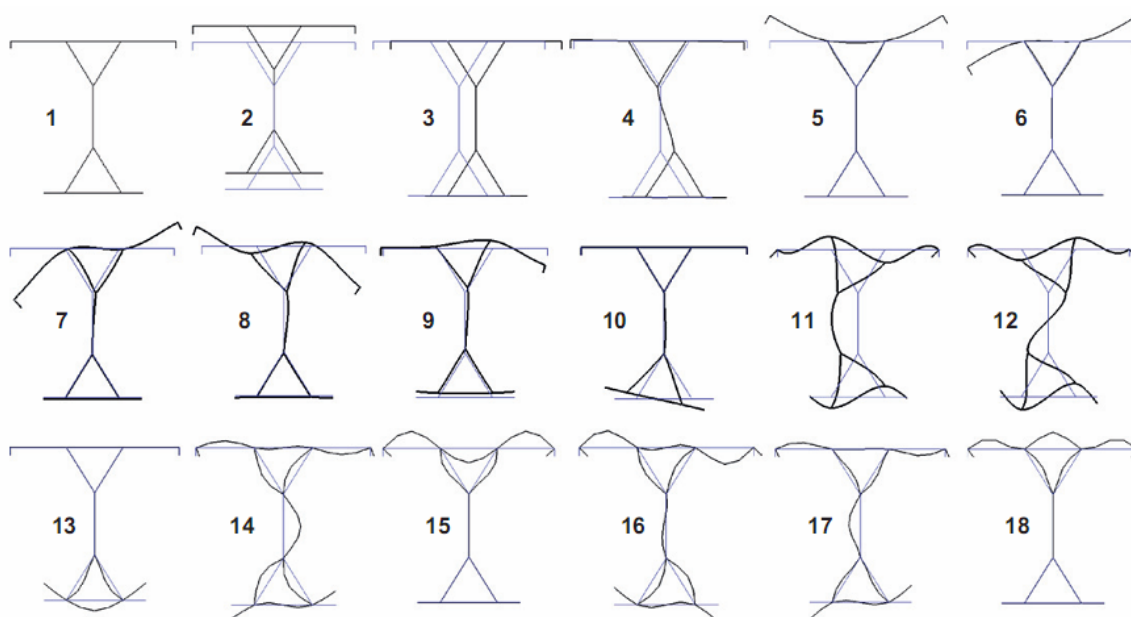


Fig 2.30 Desplaçaments sobre el pla dels modes convencionals (1-6), dels modes de deformació tangencial (7-12) i dels modes convencionals locals més destacats (13-18). Font [35]

Davant de l'aparició dels nous modes de deformació necessaris pel càlcul de seccions més complexes, Gonçalves et al [36] van separar-los en diferents subespais en funció de criteris cinemàtics. D'aquesta manera, a l'any 2010, van presentar una nova manera d'ordenar i calcular tots els possibles modes de deformació existents en una secció utilitzant la formulació de la teoria de la biga generalitzada desenvolupada fins al moment. En total van dividir els modes de deformació en set subespais diferents: N_w , N_{VLASOV} , $N_{\gamma \neq 0}^{\varepsilon \gamma = 0}$, $N_{\gamma \neq 0}^{\varepsilon \gamma \neq 0}$, L_w , L_u i L_v . Les característiques cinemàtiques dels set subespais definits es poden veure a la Fig 2.31.

Mode set	\bar{u}	\bar{v}	\bar{w}	ε_{xx}^M	ε_{yy}^M	γ_{xy}^M	ε_{xx}^B	ε_{yy}^B	γ_{xy}^B
\mathcal{N}_w	-	-	✓	-	-	-	✓	✓	✓
\mathcal{N}_{Vlasov}	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	✓	✓
$\mathcal{N}_{\gamma \neq 0}^{\varepsilon_y=0}$	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓
$\mathcal{N}_{v+w}^{\varepsilon_y \neq 0}$	-	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓
\mathcal{L}_u	✓	-	-	✓	-	✓	-	-	-
\mathcal{L}_v	-	✓	-	-	✓	✓	-	-	-
\mathcal{L}_w	-	-	✓	-	-	-	✓	✓	✓

Fig 2.31 Característiques cinemàtiques dels diferents subespais de deformació. Font [36]

Per tenir en compte els nous modes de deformació s'han de calcular les matrius pròpies de la GBT de forma diferent. En l'Eq 2.19 i la Fig 2.32 es poden veure les expressions per calcular totes les matrius de la GBT [36] per un càlcul lineal de vinclament i les deformacions associades a cadascuna d'elles.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_{ij} &= \mathbf{B}_{ij}^M + \mathbf{B}_{ij}^B = \int_S \frac{E}{1-\nu^2} \left(t\bar{v}_{i,y}\bar{v}_{j,y} + \frac{t^3}{12}\bar{w}_{i,yy}\bar{w}_{j,yy} \right) dy, \\
 \mathbf{C}_{ij} &= \mathbf{C}_{ij}^M + \mathbf{C}_{ij}^B = \int_S \frac{E}{1-\nu^2} \left(t\bar{u}_i\bar{u}_j + \frac{t^3}{12}\bar{w}_i\bar{w}_j \right) dy, \\
 \mathbf{D}_{1ij} &= \mathbf{D}_{1ij}^M + \mathbf{D}_{1ij}^B \\
 &= \int_S G \left(t(\bar{u}_{i,y} + \bar{v}_i)(\bar{u}_{j,y} + \bar{v}_j) + \frac{t^3}{3}\bar{w}_{i,y}\bar{w}_{j,y} \right) dy, \\
 \mathbf{D}_{2ij} &= \mathbf{D}_{2ij}^M + \mathbf{D}_{2ij}^B = \int_S \frac{\nu E}{1-\nu^2} \left(t\bar{v}_{i,y}\bar{u}_j + \frac{t^3}{12}\bar{w}_{i,yy}\bar{w}_j \right) dy, \\
 \mathbf{X}_{ij} &= \int_S t(\bar{v}_i\bar{v}_j + \bar{w}_i\bar{w}_j) dy,
 \end{aligned}$$

(Eq. 2.19)

Component	ε_{xx}^M	ε_{yy}^M	γ_{xy}^M	ε_{xx}^B	ε_{yy}^B	γ_{xy}^B
Matrix	\mathbf{C}^M	\mathbf{B}^M	\mathbf{D}_1^M	\mathbf{C}^B	\mathbf{B}^B	\mathbf{D}_1^B

Fig 2.32 Deformacions associades a cadascuna de les matrius de la GBT. Font [36]

Els modes convencionals s'obtenen de la unió dels següents subespais: $N_{VLA\text{SOV}} \cup N_w \cup L_w$. El procés d'obtenció dels modes ja és àmpliament conegut i detallat en l'apartat 2.2.1.

Els modes de deformació tangencial naturals s'obtenen a través del subespai $N_{\substack{\varepsilon_y=0 \\ \gamma \neq 0}}$. Per tal de calcular els modes de deformació cal resoldre el problema general de valors i vectors propis de l'Eq 2.20.

$$\left([\mathbf{B}]^B - \lambda \cdot [\mathbf{D}_1] \right) \alpha_k = 0 \quad (\text{Eq. 2.20})$$

Els modes de *warping* local s'extreuen del subespai L_u a través del problema general de valors i vectors propis de l'Eq 2.21.

$$\left([\mathbf{D}_1]^M - \lambda \cdot [\mathbf{C}]^M \right) \alpha_k = 0 \quad (\text{Eq. 2.21})$$

Per últim ja només resta calcular els modes d'extensió transversal, els quals s'obtenen de $N_{\substack{\varepsilon_y \neq 0 \\ v+w}} \cup L_v$ resolent el problema general de valors i vectors propis de l'Eq 2.22.

$$\left([\mathbf{B}]^M - \lambda \cdot [\mathbf{D}_1] \right) \alpha_k = 0 \quad (\text{Eq. 2.22})$$

En la Fig 2.33 es poden veure els 33 modes propis de deformació d'una secció C discretitzada en 11 nodes. Noteu que el nombre total de modes que es poden generar són tres vegades el número de nodes, ja que en la GBT cada node té tres graus de llibertat (els tres desplaçaments).

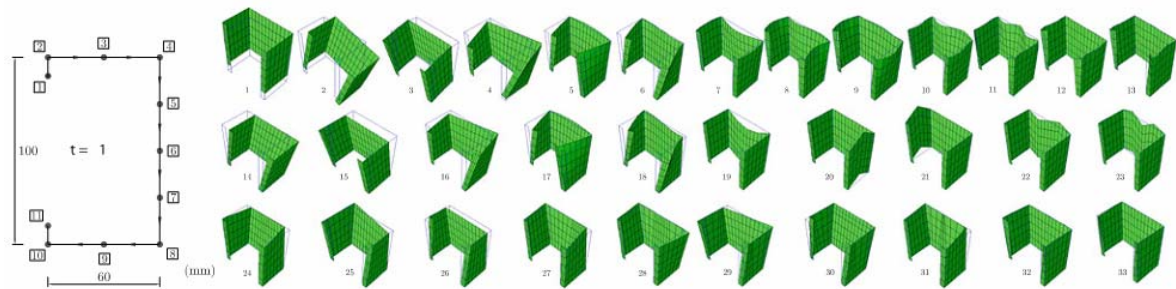


Fig 2.33 Modes de deformació purs obtinguts a través de la GBT. Font [36]

Gonçalves et al [33,42] també va implementar el càlcul utilitzant un comportament material no lineal amb èxit.

També cal destacar el treball de Nedelcu [37] el qual va presentar la formulació per analitzar perfils de secció variable. Aquest tipus de perfils (Fig 2.34), coneguts com a “*tapered beams*”, són força utilitzats en gran construccions, però difícilment apareixen en estructures de prestatgeries metàl·liques.

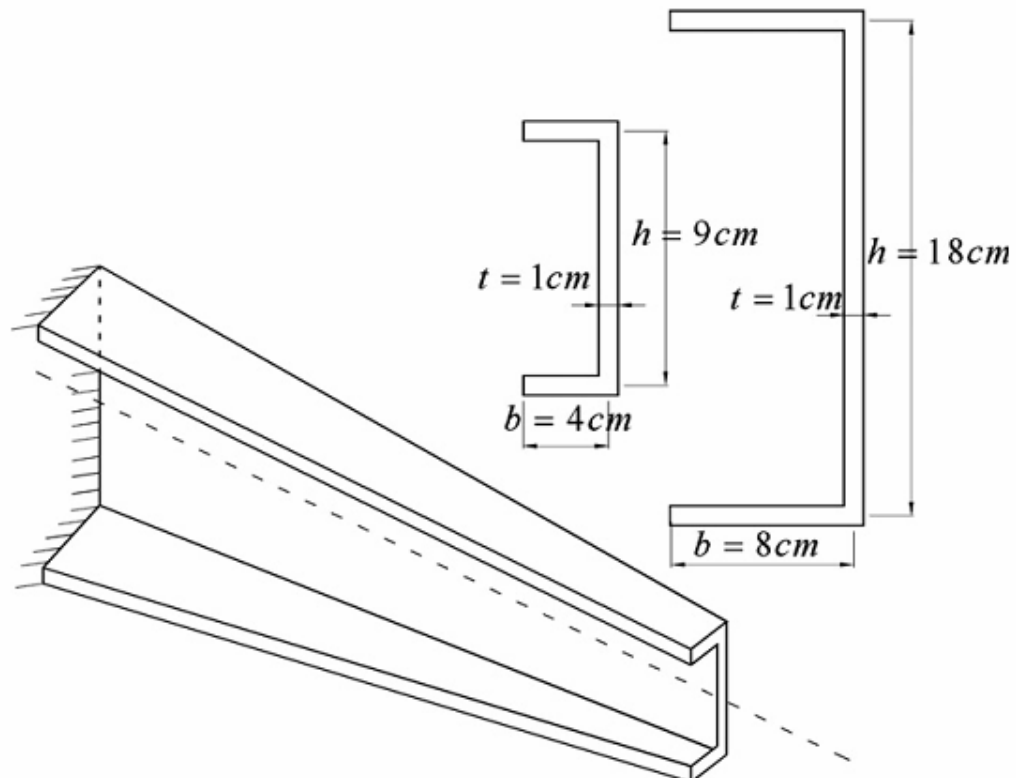


Fig 2.34 Exemple de perfil de secció variable (“*Tapered beam*”). Font [37]

2.3. Altres metodologies

A més a més del FEM i la GBT hi ha altres metodologies de càlcul a compressió per puntals primers que permeten obtenir la càrrega crítica o la càrrega última de fallida. El càlcul a través de normativa està descrit al capítol 9.

2.3.1. Mètode de la banda finita

El mètode de la banda finita (FSM, "*Finite Strip Method*") [44-47] és molt usat per realitzar càlculs lineals de vinclament. Una de les principals limitacions que tenia respecte la GBT és que no permetia fer càlculs desacoblant els diferents modes de vinclament. Diferents programes de càlcul utilitzant el FSM han estat implementats amb èxit: THIN WALL [48] i CUFSM [49]. A l'any 2006, Ádany i Schafer van introduir algunes millores, desenvolupant el cFSM ("*Constrained Finite Strip Method*"), el qual sí que permetia desacoblar els modes de vinclament [50,51]. A la Fig 2.35 es poden veure els modes de deformació globals i distorsionals que es van obtenir aplicant aquesta metodologia.

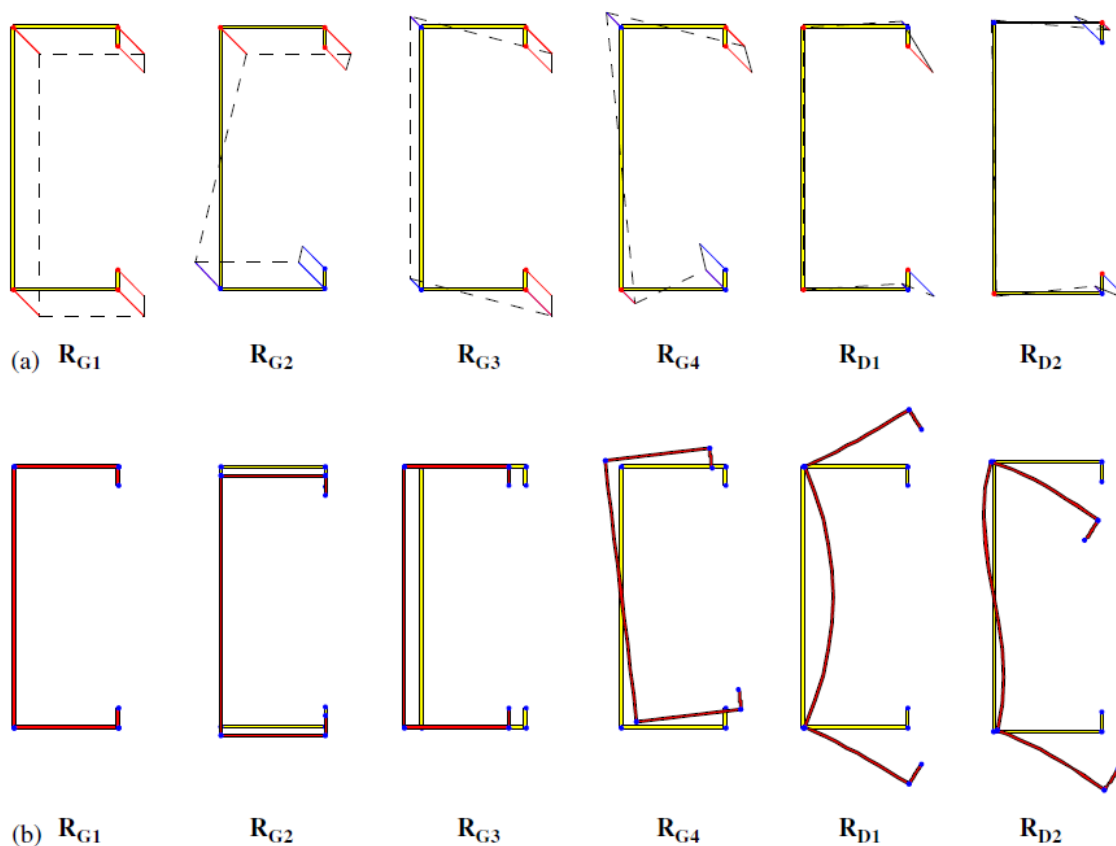


Fig 2.35 (a) Desplaçaments longitudinals (b) Desplaçaments transversals. Font [52]

2.3.2. Mètode de la resistència directa

El mètode de la resistència directa (DSM, “*Direct Strength method*”) [52] ha estat adoptat per les recomanacions de disseny americanes i australianes de perfils conformats en fred [53,85,54], per aquest motiu el seu procés de càlcul es detalla en el capítol 9. Actualment s'estan duent a terme diferents investigacions per tal d'estudiar la interacció de modes en el DSM [56-59]. La Fig 2.36 mostra la comparativa de càrregues considerant o no la interacció dels diferents modes amb les fórmules proposades (valors experimentals de la Fig 2.36) per Dinis et al [59] respecte valors dels assaig i resultats numèrics (ABAQUS).

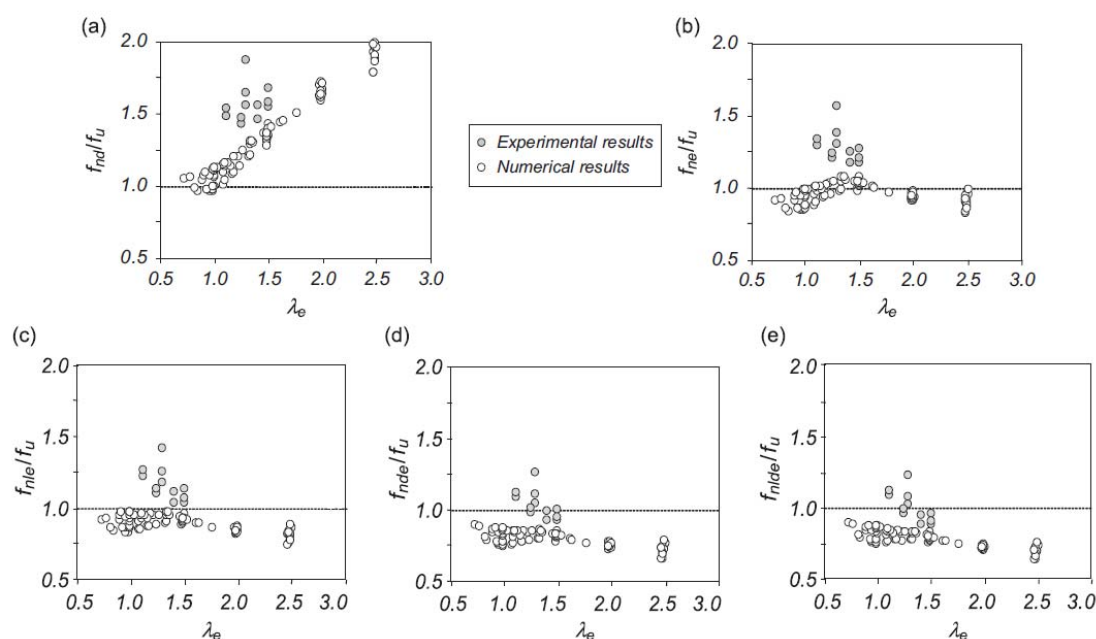


Fig 2.36 (a) Mode distorsional (b) Mode global (c) Interacció local-global (d) Interacció distorsional-global (e) Interacció local-distorsional-global . Font [59]

2.3.3. Mètode d'erosió de la càrrega crítica de bifurcació

El mètode d'erosió de la càrrega crítica de bifurcació (ECBL, “*Erosion of Critical Bifurcation Load*”) va ser presentat per Dubina [110] l'any 2001 i posteriorment desenvolupat en successives investigacions [111-114]. Aquest mètode dona la possibilitat d'acoblar els modes de vinclament seccionals (local i distorsional) amb el vinclament global a través del paràmetre d'erosió ψ (Fig 2.37). Un cop determinat aquest paràmetre és possible calcular el coeficient d'imperfeció geomètrica α (Eq 2.23) utilitzat per les corbes europees de vinclament de manera que tingui en compte la interacció distorsional-global.

$$\alpha = \frac{\psi^2}{1-\psi} \frac{\sqrt{N_D}}{1-0,2\sqrt{N_D}} \tag{Eq. 2.23}$$

El principal inconvenient d'aquest mètode és avaluar de forma correcta el paràmetre d'erosió, el qual es pot fer a través de tests experimentals o mitjançant simulacions numèriques no lineals.

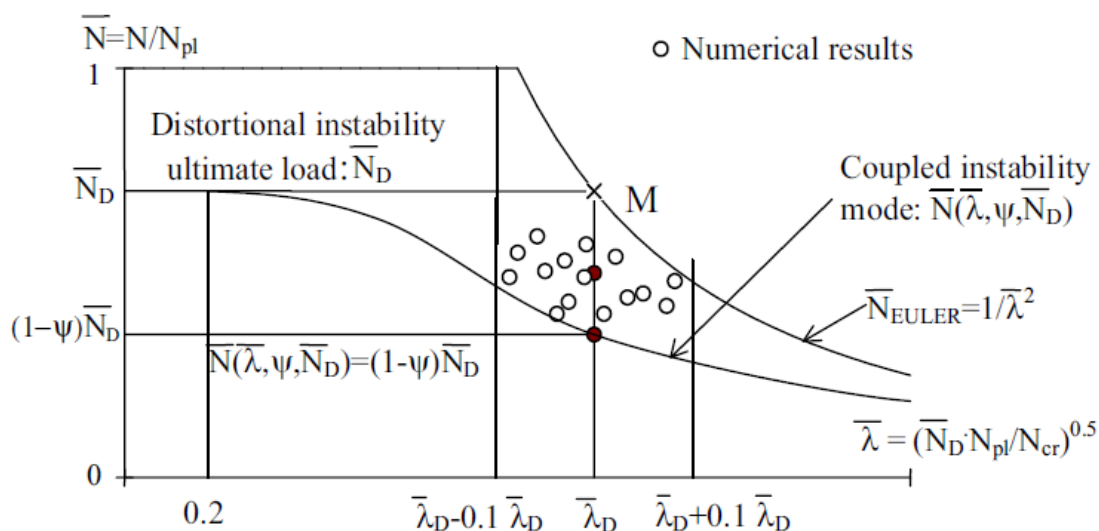


Fig 2.37 Esquema per determinar el factor d'erosió. Font [113]

2.3.4. Mètodes combinats

Diversos autors han combinat més d'una metodologia de forma simultània. L'objectiu no era obtenir la càrrega resistent del puntal, sinó proporcionar informació rellevant per comprendre millor el comportament de l'element resistent. Ádany et al [60,61] van desenvolupar una metodologia per identificar la participació de modes purs (del cFSM) en els modes obtinguts en un càlcul lineal per mitjà d'elements finits. Per altra banda, Casafont et al [62,63] van desenvolupat una metodologia que acobla el FEM i la GBT per tal de calcular les càrregues elàstiques lineals de vinclament de cada mode pur a través del mètode dels elements finits (Fig. 2.38 i 2.39).

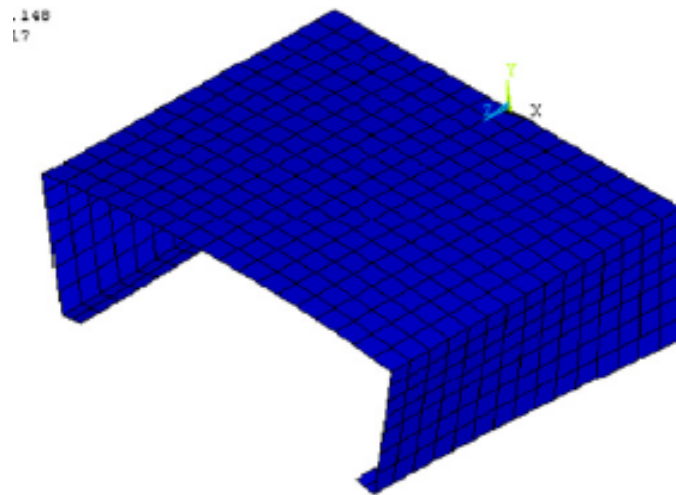


Fig 2.38 Càrrega elàstica del mode distorsional simètric pur acoblant el FEM amb la GBT. Font [62]

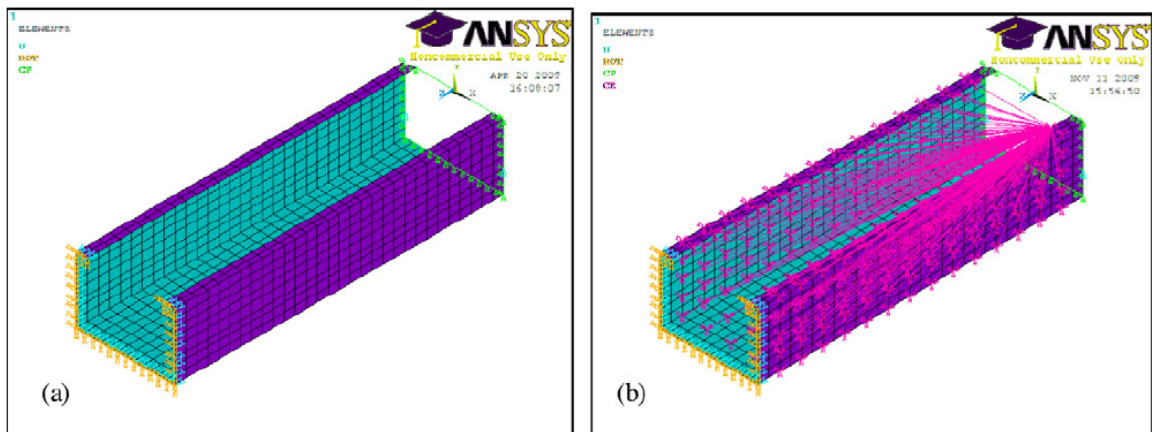


Fig 2.39 (a) Malla i condicions de contorn emprades. (b) Restriccions imposades per obtenir els modes purs. Font [63]

2.4. Puntals perforats: gruix equivalent

El mètode dels elements finits és l'únic que permet modelitzar de forma precisa les perforacions presents en els puntals. En canvi, les formulacions estàndards de les altres metodologies no les poden incloure. Per aquest motiu, diverses investigacions estan focalitzades en estudiar la relació entre la capacitat resistent d'un puntal amb i sense perforacions a través del concepte de gruix equivalent, ja sigui en tota la secció o només en algunes zones. A l'any 1997 Davies et al [115] va

proposar una fórmula (Eq 2.24) per determinar un gruix equivalent, basada en ratis geomètrics de la secció neta i bruta. Aquest gruix equivalent s'aplica a la banda de material que conté les perforacions al llarg de tota la longitud del puntal.

Casafont et al [64,116,117] van presentar unes fórmules per calcular un gruix equivalent per cada tipus de mode de fallida diferent: local (Eq 2.25), distorsional (Eq 2.26) i global (Eq 2.27). Per altra banda, Pastor et al [65-66] van presentar una metodologia per trobar un gruix equivalent per a tota la secció utilitzat un càlcul lineal de vinclament amb el mètode dels elements finits. A la Fig. 2.40 es pot veure l'esquema de càlcul proposat.

$$t_{eq} = \left(\frac{L_p}{L} \frac{b_n}{b_g} + \left(1 - \frac{L_p}{L} \right) \frac{b_g}{b_i} \right) t \tag{Eq. 2.24}$$

$$t_{eq,local} = 0,61 \cdot t \frac{L_{np} \cdot B_{np}}{L \cdot H} + 0,18 \cdot t \frac{B_p}{L_p} + 0,11 \tag{Eq. 2.25}$$

$$t_{eq,distorsional} = 0,9 \cdot t \cdot \left(\frac{L_{np}}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{Eq. 2.26}$$

$$t_{eq,global} = 0,7 \cdot t \cdot \left(\frac{L_{np}}{L} \right) \tag{Eq. 2.27}$$

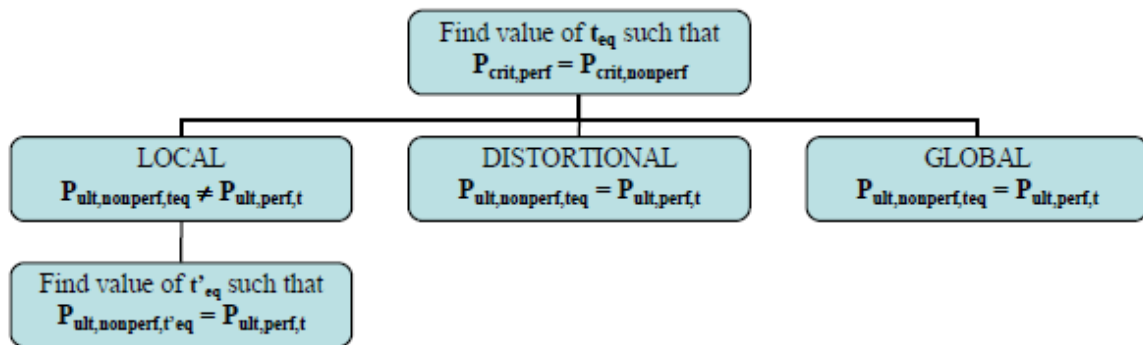


Fig 2.40 Procediment per determinat un gruix equivalent per a tota la secció. Font [66]

A l'any 2011 Yao i Rasmussen [118,119] van presentar el ISFSM (*Isoparametric Spline Finite Strip Method*) aplicat a materials inelàstic i amb anàlisis geomètricament no lineals per a elements estructurals d'acer de paret prima. L'avantatge d'aquesta metodologia és que permet tractar condicions de contorn arbitràries i anàlisis de geometries complexes (perforacions i cantonades moderadament corbades) (Fig 2.41).

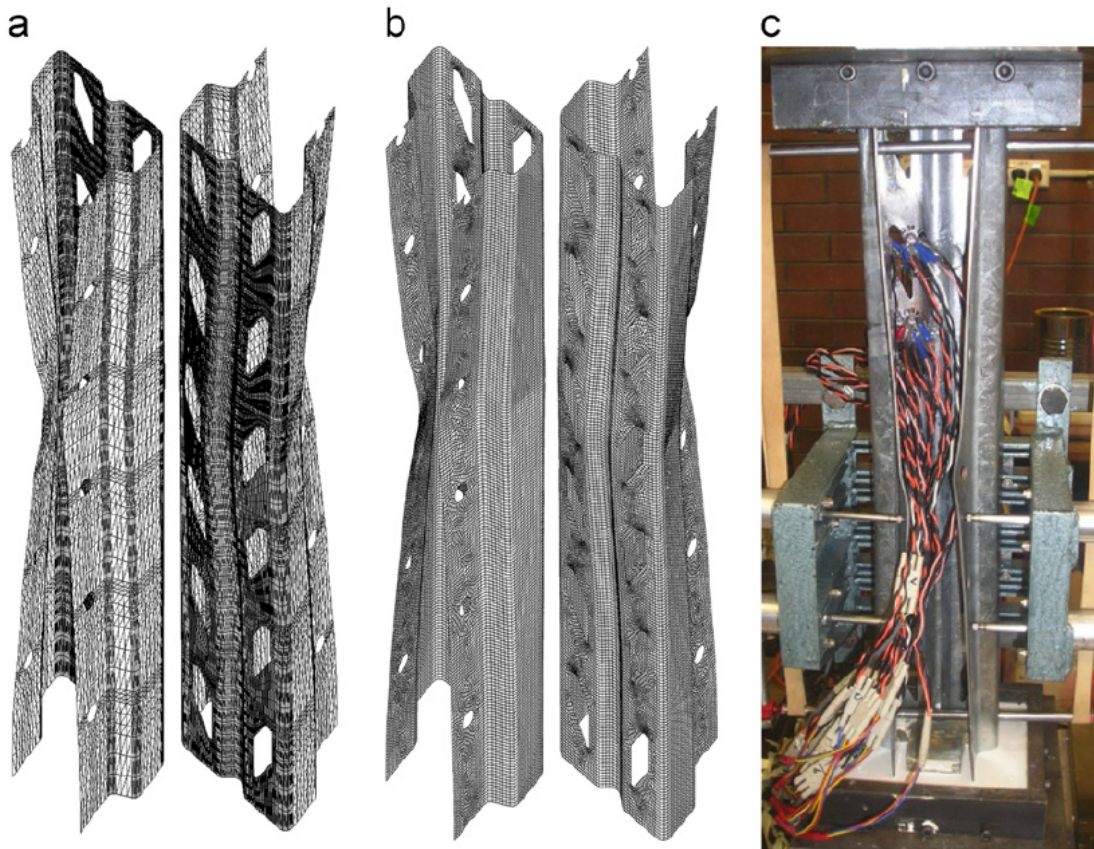


Fig 2.41 Forma deformada del puntal (a) ISFSM, (b) FEM, (c) Experimental. Font [119]

3. Tensions residuals degudes al procés de fabricació

L'obtenció de les tensions residuals derivades del procés de conformat en fred està essent estudiat, ja sigui per millorar les actuals línies de fabricació, o bé per avaluar la influència d'aquestes tensions en el comportament resistent dels elements estructurals. Bàsicament hi ha tres mètodes diferents per determinar aquestes tensions residuals: models analítics, el mètode dels elements finits i tècniques experimentals.

3.1. Procés de fabricació: *Roll-Forming*

Habitualment els perfils utilitzats per la construcció d'estructures lleugeres per a palets són conformats en fred, ja que són processos de fabricació ràpids i flexibles. Els dos processos de conformat en fred més freqüents per aquesta tipologia de perfils són el *roll-forming* (conformat per rodets o perfilat) i el plegat. Per la fabricació de perfils tipus *rack* es sol utilitzar el *roll-forming*, ja que encara que els costos inicials de la línia de fabricació són elevats, permet fabricar perfils de seccions complexes a una alta velocitat i conformar materials d'alta resistència (acers d'alt límit elàstic). El *roll-forming* es podria definir com un procés continu de doblat a on una xapa inicialment plana passa a través d'una sèrie d'estacions en les quals es va deformant progressivament fins a obtenir la forma desitjada.

Una línia de conformat en fred (Fig 3.1) sol estar formada pels següents elements bàsics: bobina de material, aplanador, la matriu de punxonat, estacions de rodets, el cap de turc i l'element de tall.

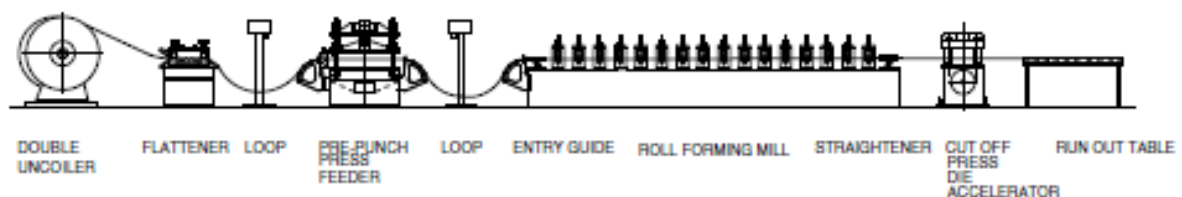


Fig 3.1 Esquema bàsic d'una línia de conformat per roll-forming. Font [99]

La bobina de material és l'element encarregat de subministrar el material necessari a la línia de fabricació en tot moment. És una pràctica habitual soldar la part final de material d'una bobina que s'està exhaurint amb l'inici de la nova per no aturar el procés, descartant posteriorment el puntal que contingui la soldadura. Cal que l'ample de banda de les bobines tinguin les dimensions adequades per la fabricació del perfil desitjat. Per complir aquest requisit és necessari desenrotllar, tallar i tornar

a enrotllar el material de les bobines d'origen així com la realització de possibles tractaments (neteja, tractaments superficials, canvis de gruix, etc).

Un cop el material surt de la bobina passa a través d'un aplanador (rodets) per tal que la xapa metàl·lica sigui plana. A continuació, passa a través de la matriu de punxonat que és la responsable de realitzar les perforacions, en cas que sigui necessari (Fig 3.2). Tot seguit la xapa perforada es dirigeix al conjunt d'estacions de rodets (Fig 3.3) que són les responsables d'anar doblant progressivament la xapa fins obtenir la forma final desitjada. Per últim, la xapa passa a través del cap de turc (Fig 3.4), que és un element que té com a objectiu corregir possibles defectes de fabricació i restaurar la forma de la secció en valors vàlids (dins toleràncies) i per acabar es talla en puntals de longitud desitjada.

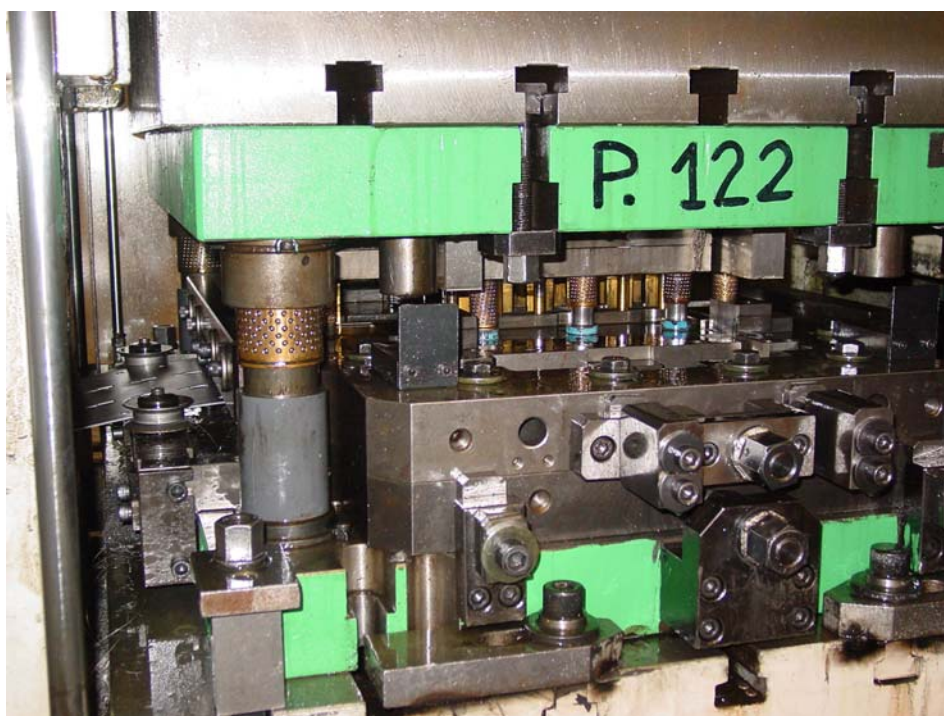


Fig 3.2 Matriu responsable de fer les perforacions a la xapa metàl·lica



Fig 3.3 Estacions de rodets d'una línia de fabricació



Fig 3.4 Cap de turc d'una línia de fabricació

Un dels aspectes més importants pel disseny d'una línia de perfilat és definir el nombre d'etapes necessàries per obtenir el perfil. Si es dissenya una línia amb poques etapes, el perfil produït pot contenir nombrosos defectes a causa dels alts nivells de les deformacions assolides durant el procés. Per altra banda, un nombre massa elevat d'etapes provoca unes línies de fabricació poc viables, a nivell econòmic i d'ocupació d'espai. La definició del nombre d'etapes és un procés complex, a on l'experiència és un factor molt important. L'esquema que habitualment serveix per representar el nombre d'etapes que té una línia de fabricació es coneix com a flor del perfil (Fig 3.5).

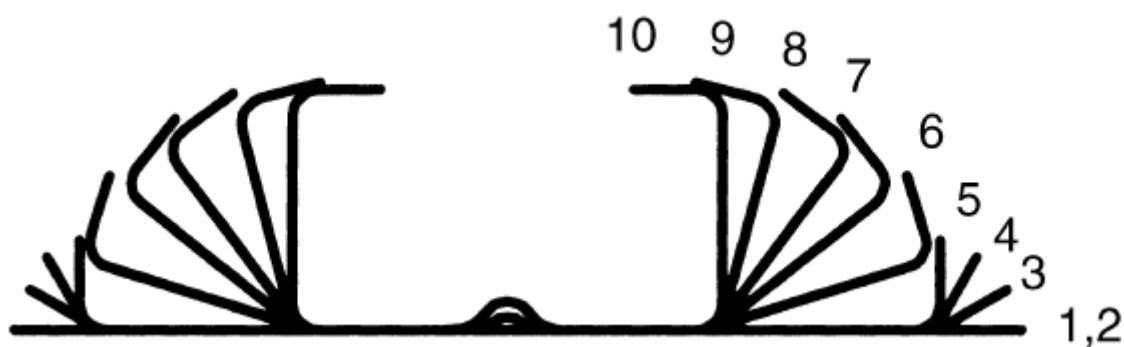


Fig 3.5 Exemple de flor per fabricar un perfil utilitzant 10 estacions. Font [99]

La flor és una representació gràfica que permet visualitzar la configuració geomètrica del perfil en cada una de les diferents estacions de la línia de fabricació, des de l'estat inicial com a xapa plana fins al resultat final a on s'obté la forma final del procés.

Un cop definida la flor es poden dissenyar la forma i disposició dels rodets necessaris en cada estació per tal d'aconseguir la forma de la xapa dissenyada en cada etapa (Fig 3.6). També caldrà definir altres paràmetres, com la distància entre estacions, dimensions dels rodets, etc.

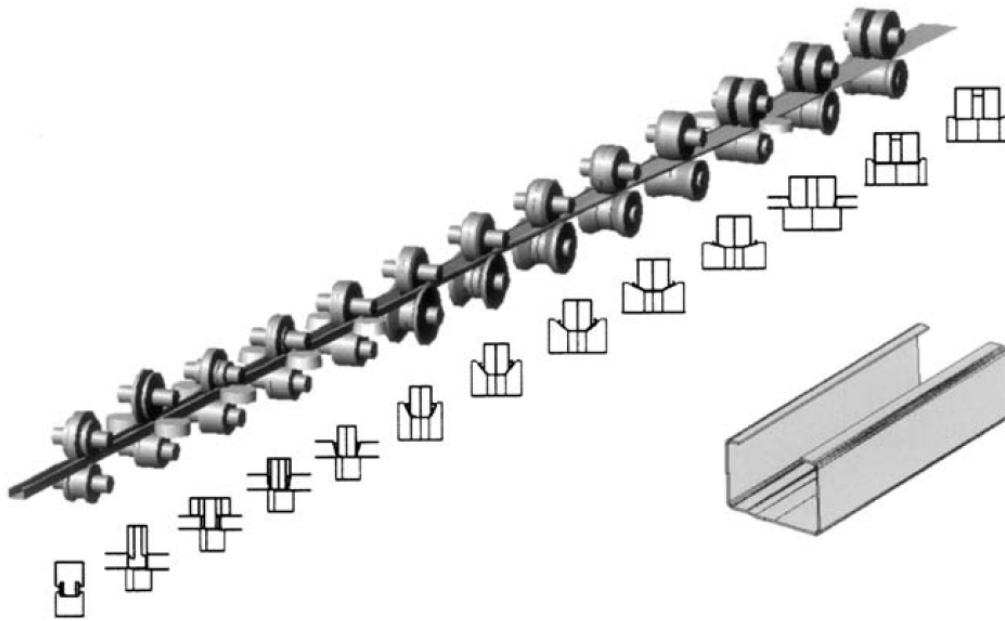


Fig 3.6 Exemple de disseny dels rodets en una línia de fabricació. Font [99]

Si la línia no està correctament dissenyada poden aparèixer alguns defectes de fabricació no desitjables, alguns dels quals podrien provocar un mal funcionament estructural de l'element resistent. La majoria de defectes són causats per una excessiva deformació durant el procés de fabricació. Es poden agrupar en dos grans blocs, els defectes causats per deformació transversal i els causats per deformació longitudinal.

Defectes per deformació transversal:

- Rebot elàstic (*Springback*): és un fenomen inevitable. Després que la secció hagi passat pels rodets, es produeix una recuperació elàstica a les zones dels radis d'acord que equilibren el moment plàstic que s'havia generat durant el doblat. Aquest equilibri provoca una obertura parcial de l'angle doblat (Fig 3.7). Per resoldre aquest fenomen normalment es fa un doblat en excés.
- Esquerdes i fractures: Si es produeix una deformació plàstica equivalent superior a la del límit del material poden aparèixer esquerdes i fractures. Poden ser causades per un intent d'aconseguir radis d'acord massa reduïts (Fig 3.8).
- Aprimament: En les zones dels radis d'acord sempre apareix una reducció del gruix de la xapa a causa de la gran deformació transversal que sofreix.

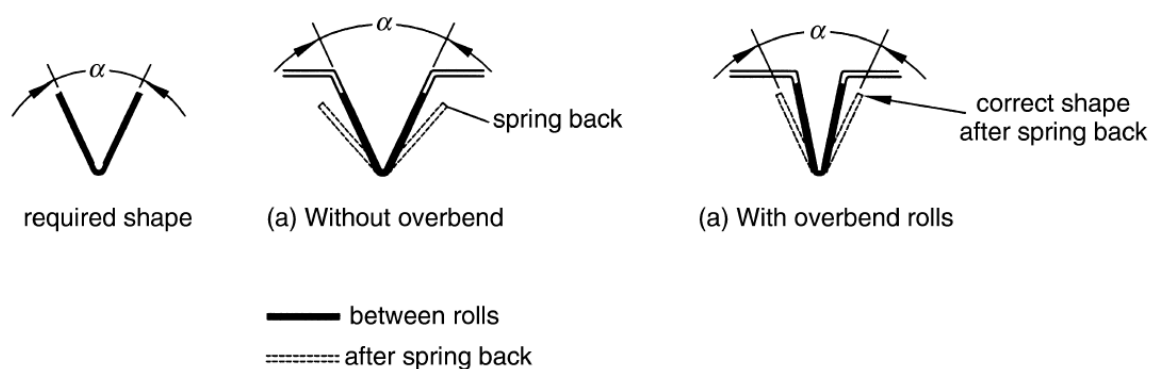


Fig 3.7 Procés de doblat en excés per compensar l'efecte del rebot elàstic. Font: [99]

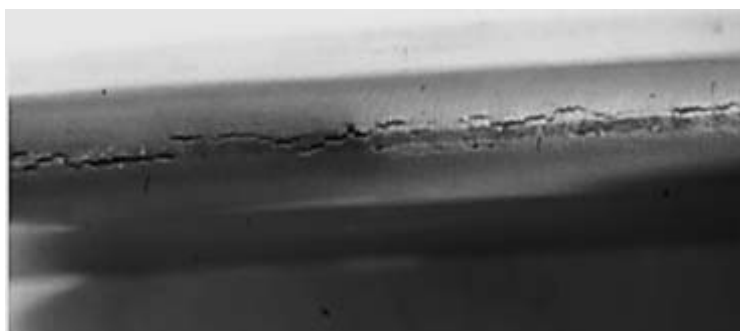


Fig 3.8 Esquerdes generades en el radi d'acord per un excés de deformació. Font: [100]

Defectes per deformació longitudinal:

- Desalineació horitzontal (*Camber*), desalineació vertical (*Arc bow*) i torsió: defectes causats per la no uniformitat de les tensions i deformacions longitudinals en la secció. Minimitzar aquestes deformacions pot ajudar a disminuir el problema (Fig 3.9).
- Alteració de les dimensions de les perforacions: si les zones on s'han realitzat les perforacions estan sotmeses a alts nivells de deformació longitudinal les dimensions geomètriques de les perforacions es poden veure modificades (Fig 3.10).
- Ondulació: defecte generat per una deformació longitudinal excessiva que provoca un allargament permanent de "bandes" de material, les quals s'han d'ondular per mantenir la longitud del perfil constant (Fig 3.11).
- Distorsió (*Flare*): Obertura o tancament de la secció causada pel tall del perfil (Fig 3.12).

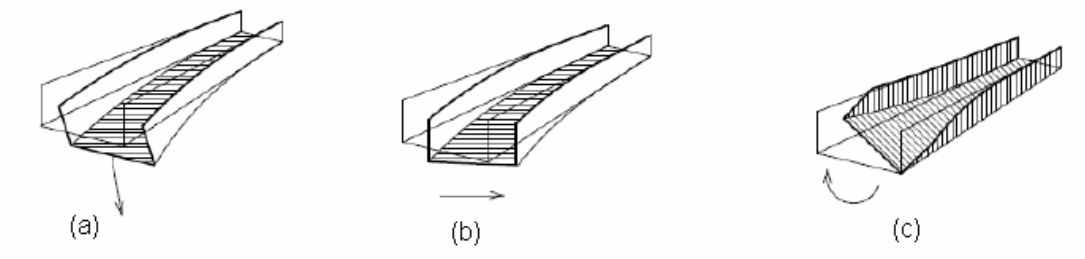


Fig 3.9 (a) Desalineació vertical (b) Desalineació horitzontal (c) Torsió. Font: [99]

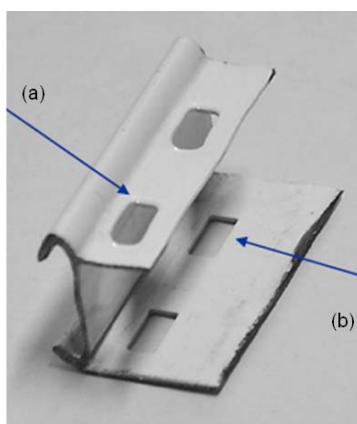


Fig 3.10 (a) Forats deformats; (b) Forats sense deformat. Font: [100]

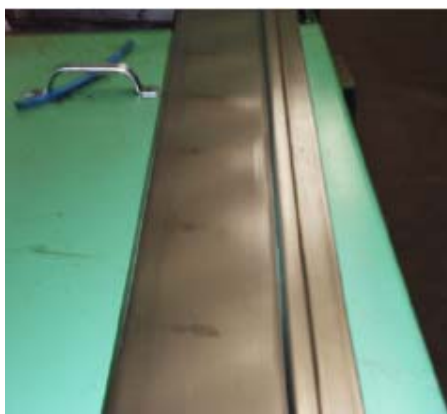


Fig 3.11 Ondulació d'una part plana d'un perfil. Font: [100]

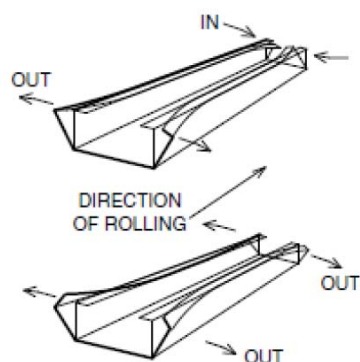


Fig 3.12 Possibles distorsions provocades pel tall d'un perfil. Font: [99]

3.2. Models Analítics

Al llarg dels anys s'han anat desenvolupant diferents models analítics que proporcionessin informació sobre els efectes del conformat en fred. A l'any 1984, Bhattacharyya et al [94] i Chiang [95] (ambdós treballs presenten el mateix model ja que el treball de Chiang és una tesi doctoral del mateix departament i universitat a on treballava Bhattacharyya) van presentar un model per calcular la longitud de deformació necessària entre etapes per un perfil de secció en U (Fig 3.13). Aquesta longitud s'obté minimitzant l'energia de deformació de la xapa metàl·lica sota les següents hipòtesis simplifícatives de càlcul:

- El material té un comportament elàstic perfectament plàstic.
- El doblat només té lloc a través d'una línia paral·lela a l'eix del conformat. El doblat fora del pla del perfil i de l'ànima es negligeix.
- L'ala adopta la forma que minimitza el treball plàstic.

A més a més de determinar l'expressió de la longitud de deformació necessària entre etapes (Eq 3.1) també es va obtenir una expressió per avaluar la deformació longitudinal de membrana a qualsevol punt de l'ala del perfil (Eq. 3.2).

$$L_{def} = f \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot f \cdot \theta_p}{3 \cdot t}} \quad (\text{Eq. 3.1}).$$

$$e = \frac{9}{32} \left(\frac{t^2}{f^6} \right) \cdot x^2 \cdot z^2 \longrightarrow 0 \leq x \leq f; \quad 0 \leq z \leq L \quad (\text{Eq. 3.2})$$

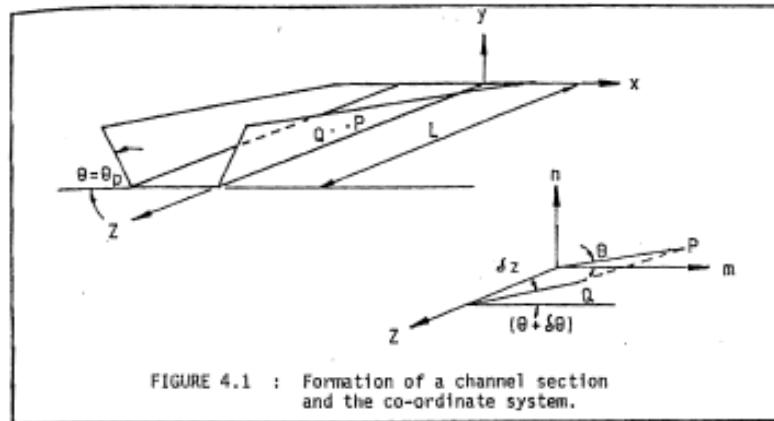


Fig 3.13 Paràmetres i procés de deformació assumit per [94,95]. Font [95]

Al 1993, Zhu [96] va estudiar com afectava la geometria dels rodets en l'angle de doblat d'un perfil de secció en U (Fig 3.14). Va determinar que el pic de deformació longitudinal màxim es produeix quan la xapa toca per primer cop al rodet.

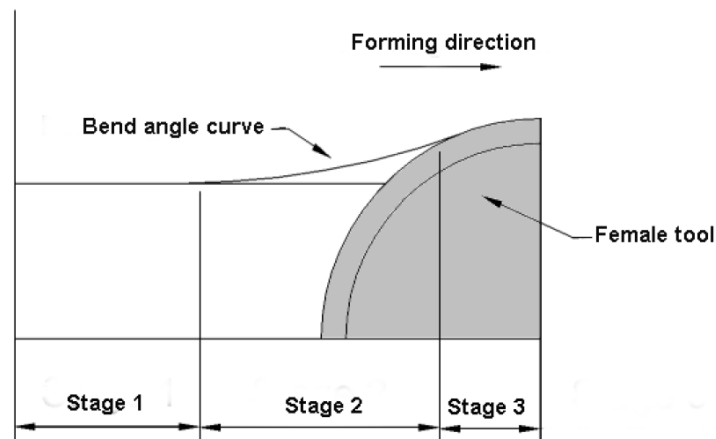


Fig 3.14 Procés de doblat de la xapa en contacte amb els rodets segons [96]. Font [97]

Al 2004, Quach et al [98] van presentar un model analític per calcular les tensions residuals provinents de l'enrotllat de la xapa metàl·lica de les bobines que serveixen per emmagatzemar el

material i el posterior desenrotllat i aplanat per introduir el material a la línia de fabricació. L'estudi es va dur a terme considerant el procés com una flexió pura en un estat de deformació plana, a on el material assumia un criteri de plasticitat de Von Mises i un comportament de fluència de Prandtl-Reuss. També es va considerar que no apareixia un enduriment per deformació durant el procés. Els resultats analítics que van obtenir enfront els obtinguts per una simulació amb elements finits a través d'ABAQUS es poden veure a la Fig 3.15.

Quach et al. van continuar les seves investigacions i l'any 2009 [99, 100] van publicar un model teòric per definir l'estat tensional que es genera en la fabricació de seccions per doblat, tenint en compte les tensions provinents del enrotllat, desenrotllat i les pròpies del plegat.

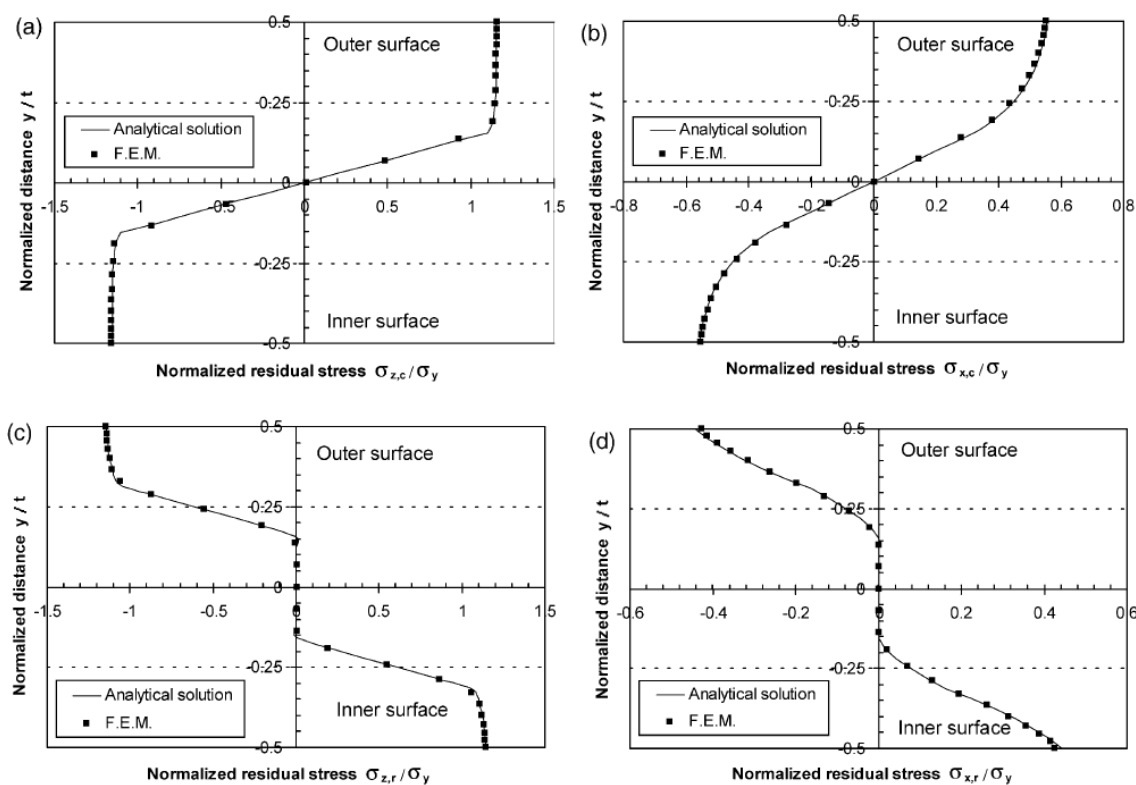


Fig 3.15 Comparativa entre el model analític proposat i el mètode d'elements finits. Font [98]

Per altra banda, també cal destacar la investigació realitzada per Moen et al [74]. L'objectiu d'aquesta investigació va consistir en determinar les tensions i deformacions plàstiques residuals en perfils conformats en fred per tal que poguessin ser utilitzades com a estat inicial en anàlisis posteriors. Les hipòtesis de partida d'aquesta investigació van ser les següents:

- Les seccions inicialment planes romanen també planes després del conformat.

- El gruix de la xapa metàl·lica roman constant durant tot el procés.
- La línia neutra de la xapa metàl·lica roman constant durant tot el procés.
- S'assumeix un model material elàstic perfectament plàstic.
- S'assumeix un estat de deformació plana en tot el procés (enrotllat, desenrotllat, aplanat i conformat).
- La xapa metàl·lica que alimenta la línia de fabricació prové de la part superior de la bobina (Fig 3.16).
- Les tensions residuals de membrana es consideren nul·les.

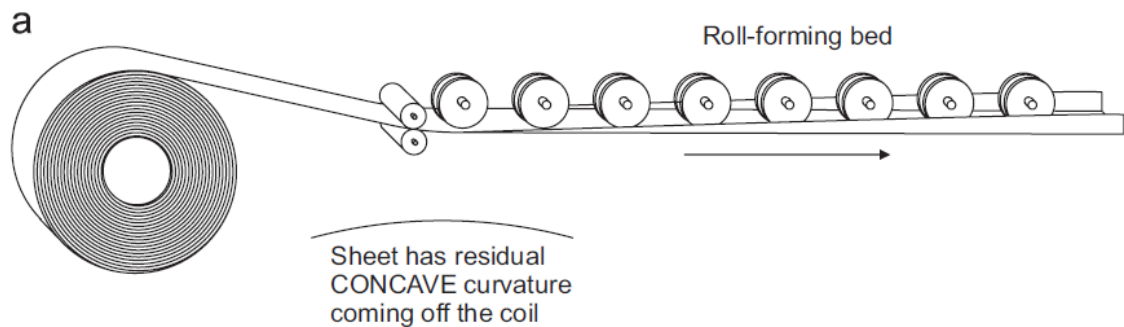


Fig 3.16 Configuració de la línia de fabricació: la xapa subministrada prové de la part superior de la bobina.
Font [74]

El model que van presentar permet predir la distribució de tensions longitudinals provinents de l'enrotllat, desenrotllat i aplanat de la xapa (Fig 3.17), les tensions residuals transversals (Fig 3.18) i les longitudinals en la zona dels radis d'acord (Fig 3.19).

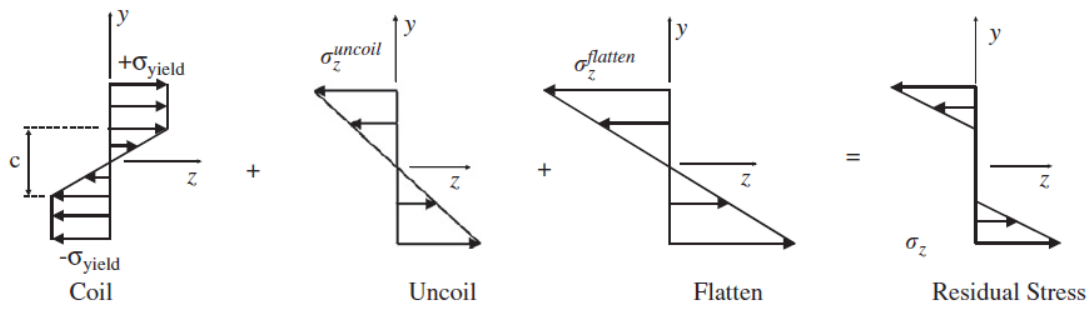


Fig 3.17 Distribució de tensions longitudinals degudes al enrotllat, desenrotllat i aplanat. Font [74]

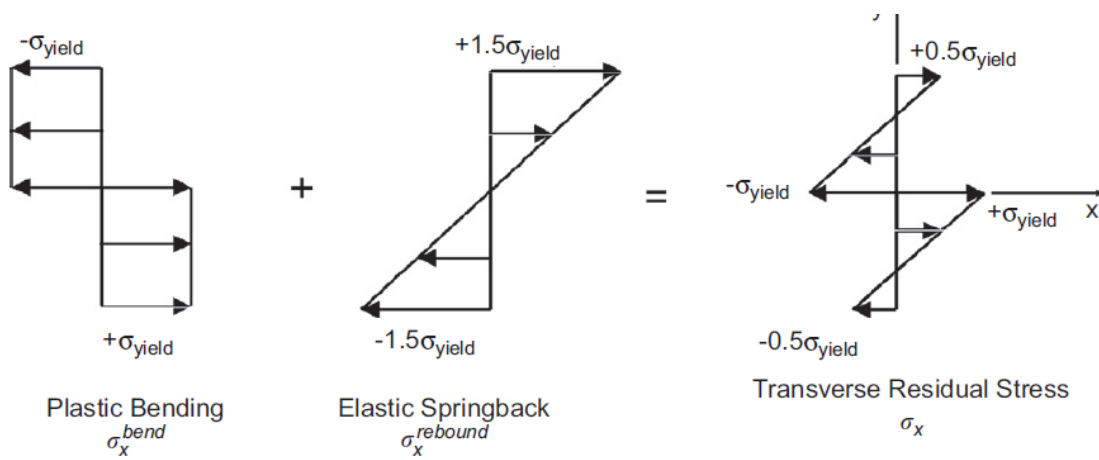


Fig 3.18 Distribució de tensions transversals degudes al doblat i al rebot elàstic. Font [74]

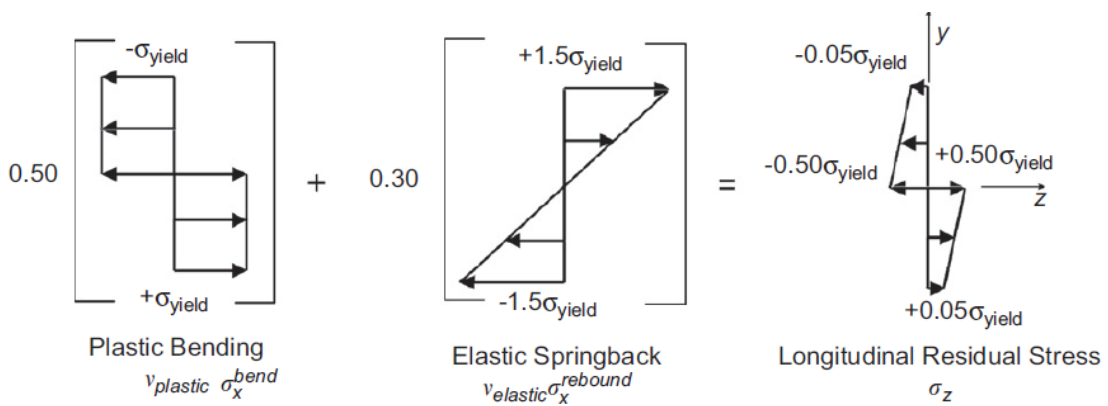


Fig 3.19 Distribució de tensions longitudinals degudes al doblat i al rebot elàstic. Font [74]

3.3. Models obtinguts per elements finits

Gràcies a l'avenç dels ordinadors i a l'increment de la potència de càlcul, la simulació per elements finits del procés de *roll-forming* ha cobrat una gran importància en els darrers anys. La simulació permet millorar els dissenys de les flors dels perfils, la geometria dels rodets i els paràmetres de la línia gràcies a la informació que se'n obté. D'aquesta manera, es pot millorar el temps de disseny i posada en marxa de les noves línies. La gran majoria de publicacions dutes a terme en aquest àmbit tenen com a finalitat entendre i millorar els processos de fabricació.

A l'any 1994, Senanayake et al [68] van presentar un estudi per elements finits d'una línia de fabricació de 6 estacions. L'estudi es va realitzar amb el programa MARC/MENTAT. La simulació es va dur a terme amb elements placa de 4 nodes de sis graus de llibertat per node. A l'any 1996, Heislitz et al [67] van presentar una investigació que tenia com a objectiu evitar defectes de la línia i millorar el seu procés de disseny a través de la informació obtinguda mitjançant el càlcul per elements finits. La simulació es va dur a terme amb el programa PAM-STAMP. La xapa metàl·lica es va discretitzar amb elements finits sòlids de 8 nodes i els rodets amb elements finits placa rígids de 4 nodes (Fig 3.20). La simulació consistia en un perfil en forma de U conformat en tres estacions. El temps de càlcul va rondar les 250 hores.

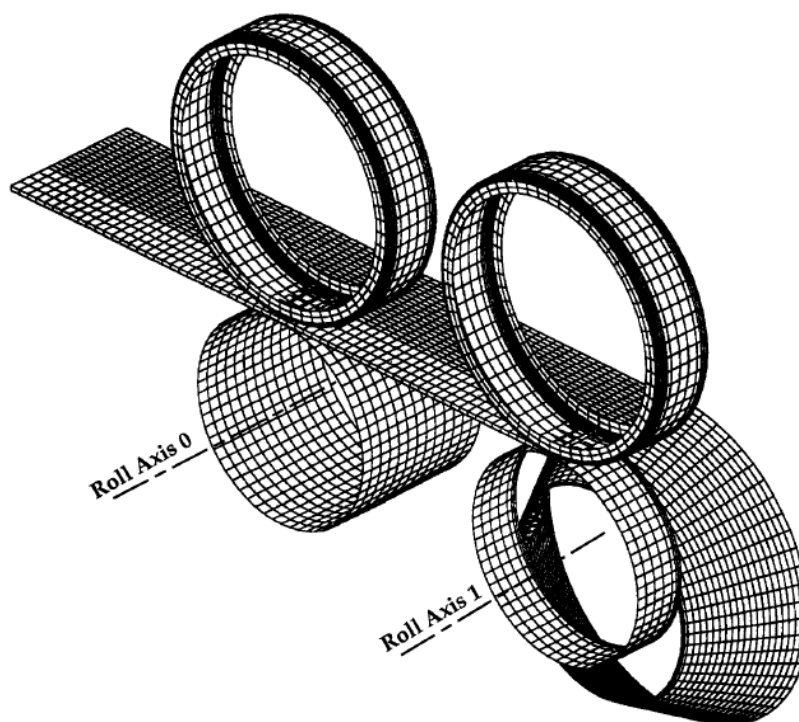


Fig 3.20 Model d'elements finits emprat per [67]. Font [67]

Posteriorment, Sheikh i Palavilayil [69] van presentar un estudi realitzat amb el programa SHAPE-RF gràcies el qual van poder realitzar simulacions per elements finits reduint considerablement el temps de càlcul. La simulació va utilitzar un mètode d'element finit tridimensional que utilitzava un algoritme inicial d'element bidimensional que estimava la situació d'equilibri de la secció en cada pas.

Gülçeken et al [70] van estudiar la simulació de perfils de secció variable. En els darrers anys s'ha anat desenvolupant de forma més eficient diferents tecnologies per tal de poder produir aquest tipus de perfils. L'estudi presentat va utilitzar el programa de disseny COPRA RF, el qual està acoblat al mòdul d'elements finits MSC MARC. Després d'avaluar diferents elements finits els autors van optar per la utilització d'un element finit sòlid de 8 nodes per la xapa i elements placa rígids pels rodets (Fig 3.21).



Fig 3.21 Model d'elements d'una línia de fabricació de secció variable. Font [70]

Lindgren [71] va investigar la variació del pic de deformació longitudinal de membrana que es produeix a l'ala d'una secció en U durant el procés de conformat. Va determinar que el pic de deformació disminueix mentre que la longitud de deformació entre etapes augmenta a mesura que el límit elàstic del material s'incrementa. El model d'elements finits el va realitzar a través del programa MARC/MENTAT utilitzant elements placa de 4 nodes i els rodets com a superfícies rígides (Fig 3.22).

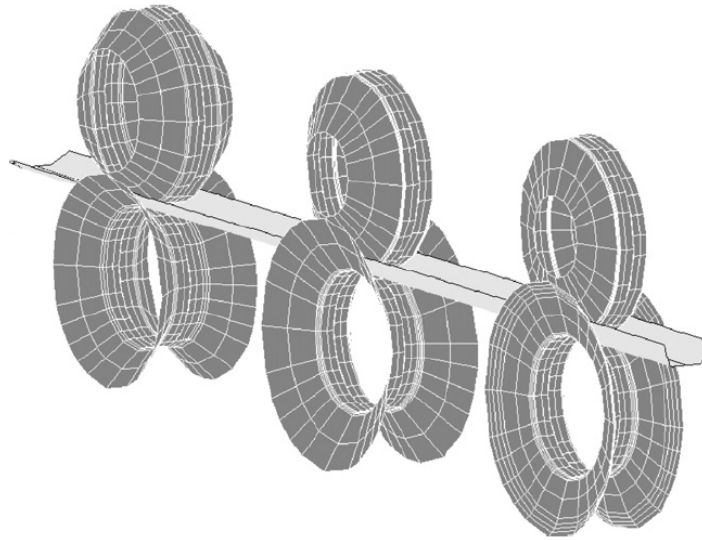


Fig 3.22 Model d'elements per estudiar el pic de deformació longitudinal de membrana. Font [70]

Bui i Ponthot [72] van analitzar la influència d'alguns paràmetres com la velocitat de la línia, el coeficient de fricció o les característiques materials de la xapa en la qualitat del perfil conformat. La simulació es va fer a través del programa METAFOR desenvolupat pel seu equip de treball. Van utilitzar elements finits sòlids de 8 nodes per modelitzar la xapa i elements rígids pels rodets (Fig 3.23).

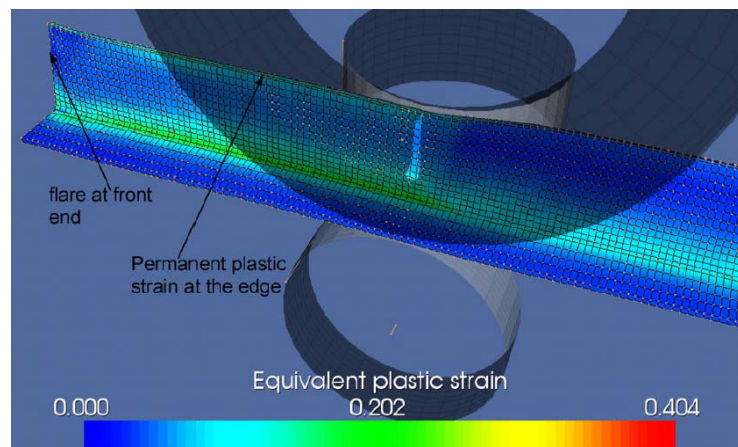


Fig 3.23 Resultats d'una simulació utilitzant el programa METAFOR. Font [72]

Cal destacar també el treball realitzat per Quach et al [73]. Van presentar un estudi que tenia com objectiu estudiar la influència de les tensions residuals i l'enduriment per deformació en el comportament a compressió d'un perfil de secció en C. En aquest cas es tractava d'un perfil fabricat

a partir de plegat, no a través del *roll-forming*, i les tensions residuals introduïdes provenien de models analítics desenvolupats pel mateix equip prèviament. Una de les dificultats per realitzar un càlcul d'aquestes característiques és la definició de l'estat inicial del perfil que incorpori les tensions i deformacions residuals. El procés que van idear consta de tres etapes:

- Etapa 1: Definició de la imperfecció geomètrica i de l'estat residual del procés de fabricació. La forma de la imperfecció geomètrica utilitzada va ser obtinguda a través dels modes del càlcul lineal de vinclament. Les tensions i deformacions plàstiques residuals van ser definides a partir de models analítics.
- Etapa 2: Creació del model. S'introdueix la imperfecció geomètrica i l'estat de tensions residuals en una columna "perfecte". Per introduir completament l'estat tensional residual es van haver de realitzar dos passos per equilibrar la columna i traslladar el model bidimensional de tensions analítiques a un model tridimensional (Fig 3.24).
- Etapa 3: Càlcul no lineal del model per obtenir la càrrega última resistent de la columna.

El càlcul per elements finits es va fer utilitzant el programa ABAQUS. El perfil va ser modelitzat amb elements placa de 4 nodes.

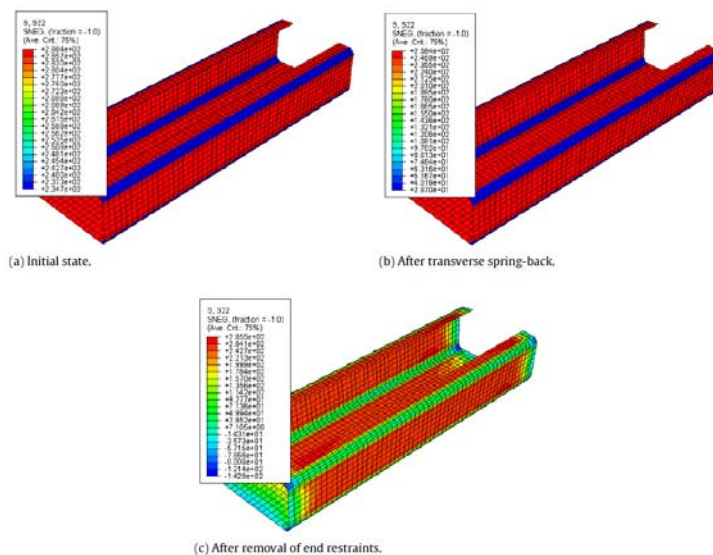


Fig 3.24 Procés d'equilibri realitzar en l'etapa 2 per definir l'estat inicial de tensions. Font [73]

En els darrer anys, el LERMA ha iniciat una línia d'investigació per obtenir les tensions residuals causades pel procés de fabricació per *roll-forming* per avaluar la seva influència en el comportament a compressió de puntals tipus *rack* [75,76].

Per realitzar la simulació per elements finits es va optar per utilitzar el software especialitzat COPRA RF [77]. La validació del correcte funcionament del programa es va fer a partir de les dades experimentals (deformacions longitudinals mesurades amb galgues extensiomètriques) extretes del procés de conformat de dos perfils de secció en U [78,79] (Fig. 3.25 i 3.26).

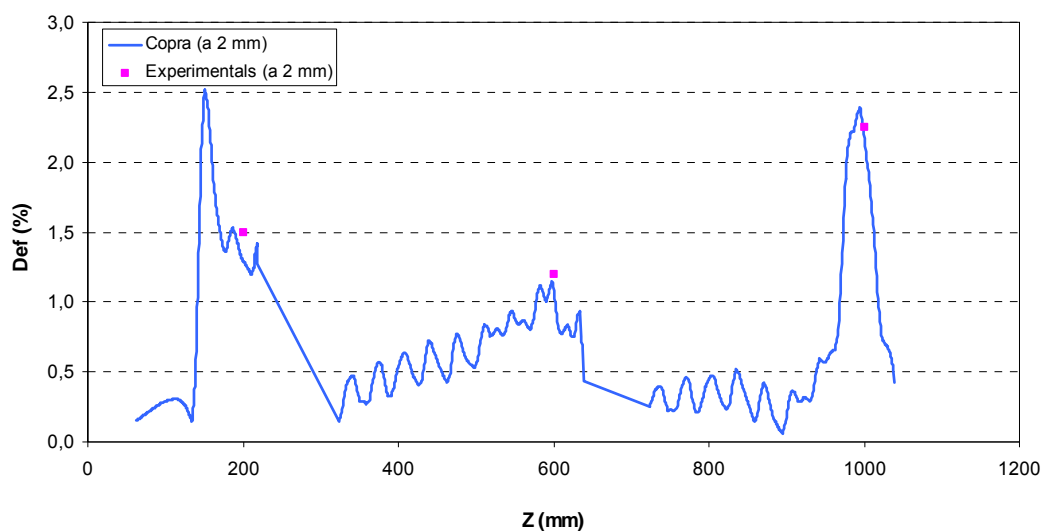


Fig 3.25 Comparativa entre els resultats experimentals [78] i la simulació. Font: [75]

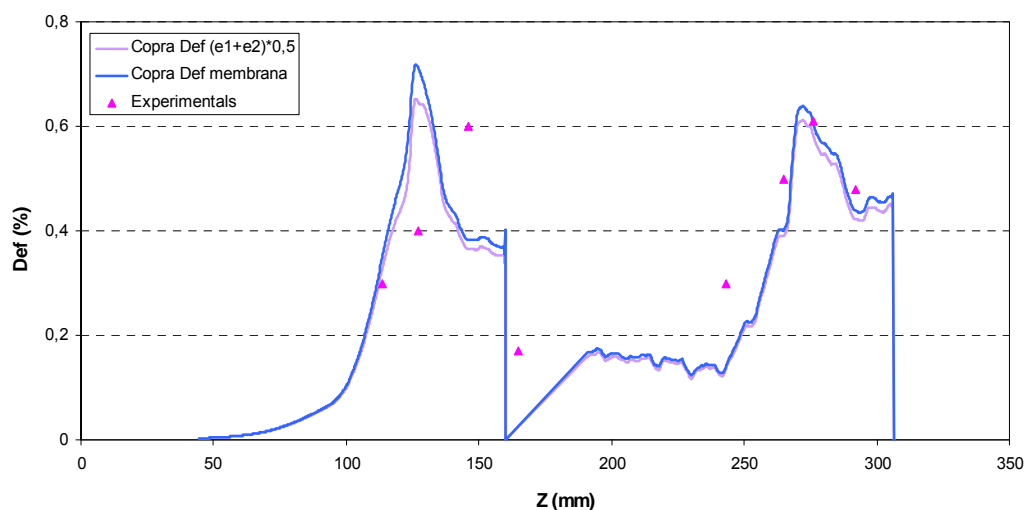


Fig 3.26 Comparativa entre els resultats experimentals [79] i la simulació. Font: [75]

3.4. Models obtinguts experimentalment

Diferents tècniques experimentals es poden utilitzar per mesurar les tensions residuals d'un perfil. Una de les tècniques més emprades consisteix en col·locar galgues extensiomètriques en el puntal (en la direcció del conformat) i a continuació, realitzar talls per tal d'alliberar les tensions residuals longitudinals. D'aquesta forma, es poden calcular les tensions residuals longitudinals produïdes pel procés de fabricació [12, 80-84]. El procés es realitza en dos etapes. Primer, es dur a terme un tall transversal a prop de l'extrem de les galgues. Seguidament, es fan talls longitudinals pel costat de les galgues de forma que s'alliberen completament les tensions longitudinals residuals (Fig. 3.27 - 3.30). La suma de les lectures del les galgues després de fer els dos tipus de talls permet calcular les deformacions elàstiques i tensions longitudinals residuals, tant les de membrana com les de flexió (si es posen dos galgues, una en la cara interior i l'altre en l'exterior).



Fig 3.27 Procés per tal d'obtenir les tensions residuals longitudinals. Font: [84]



Fig 3.28 Col·locació de les galgues al llarg del desenvolupament del perfil. Font: [83]

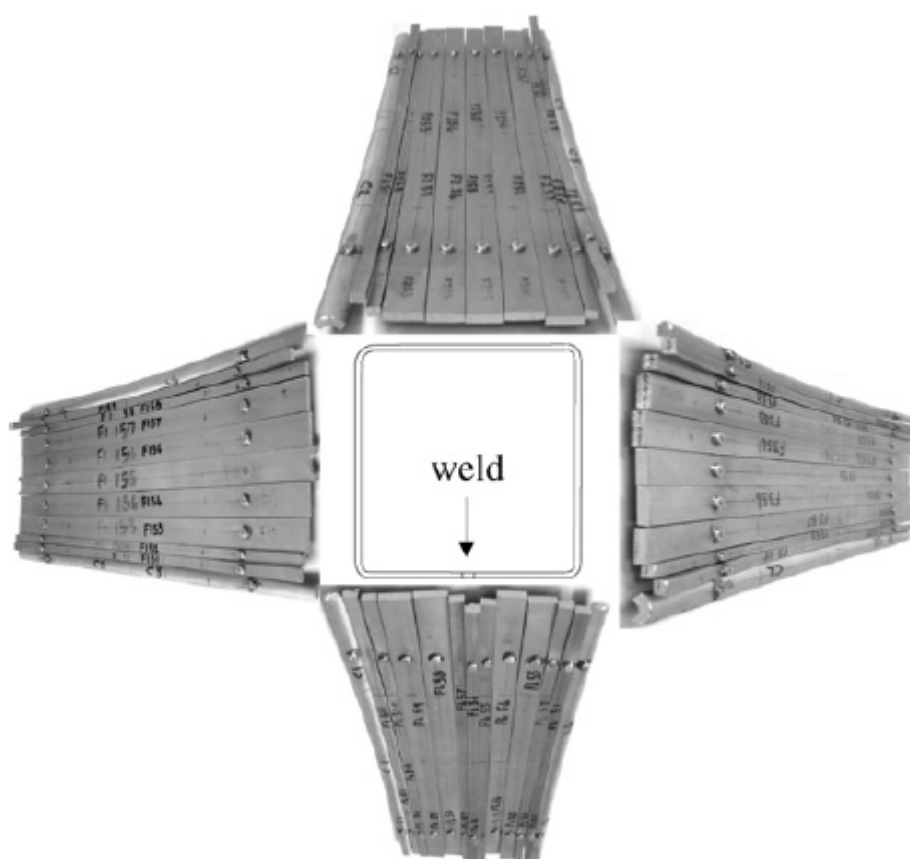


Fig 3.29 Perfil després de realitzar els talls longitudinal. Font: [83]

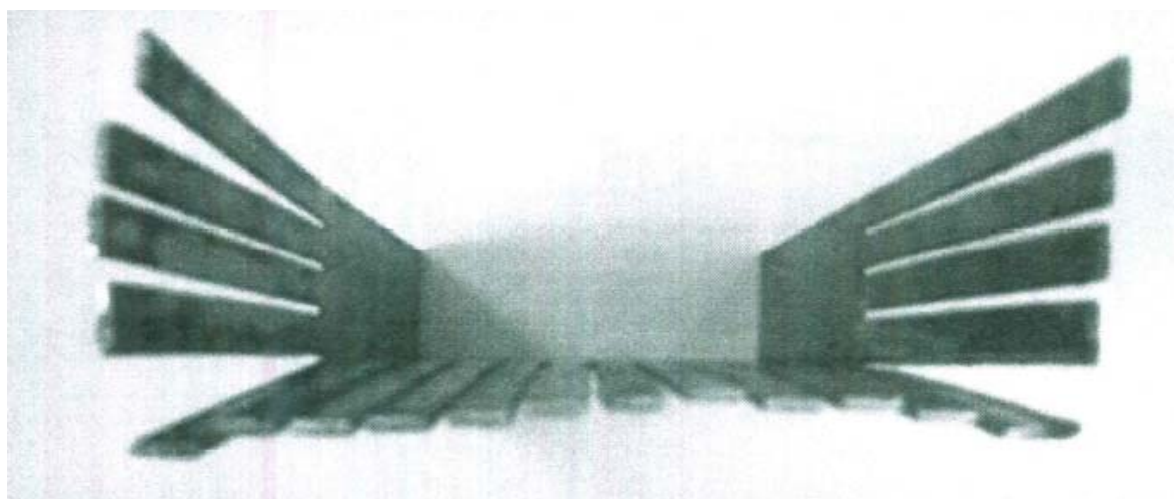


Fig 3.30 Perfil després de realitzar els talls longitudinal. Font: [12]

Altres tècniques experimentals per avaluar l'estat tensional residual consisteix en una anàlisi a través de la difracció de raigs X [102, 103] (Fig 3.31) o per mitjà de l'estudi de la curvatura de les tires del puntal un cop aquest ha estat tallat (de manera similar a la primera tècnica descrita) [80,101,108].

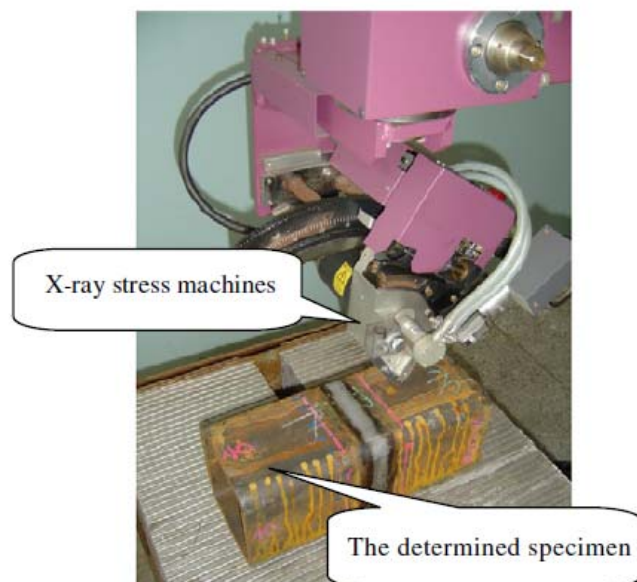


Fig 3.31 Muntatge i equipament experimental per la mesura de tensions residuals a través de la difracció de raig X. Font: [103]

Crisan [108] va estudiar les tensions residuals mitjançant la tècnica de la curvatura de les tires d'una secció tipus *rack* (Fig 3.32) a través d'un estudi òptic (Fig 3.33). Aquesta metodologia només permet calcular les tensions longitudinals de flexió, i per tant, s'assumeix la hipòtesi que les tensions longitudinals de membrana són nul·les o negligibles. L' Eq 3.3 permet calcular aquestes tensions longitudinals.

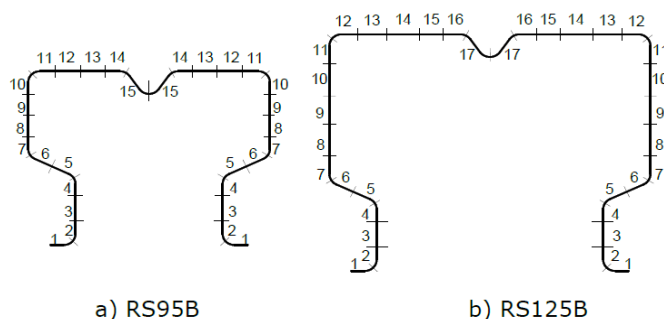


Fig 3.32 Esquema de les zones de la secció per on es van tallar les tires per obtenir les tensions residuals. Font: [105]

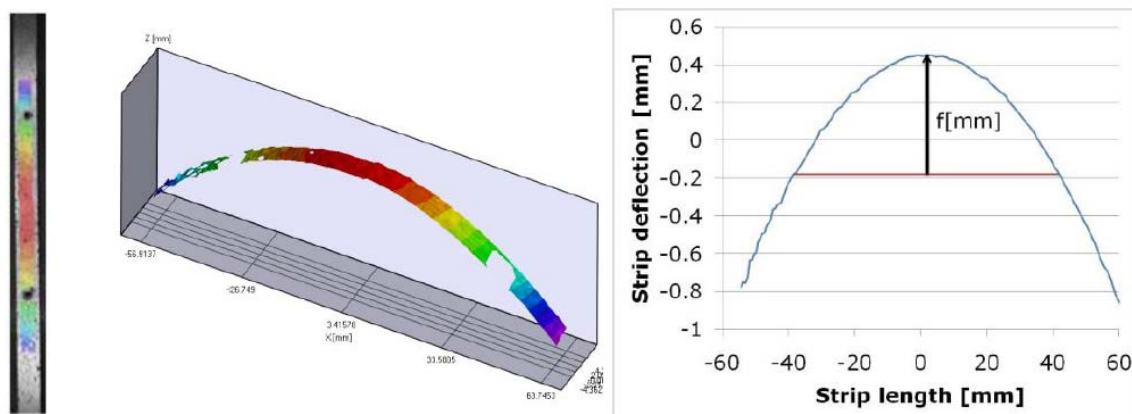


Fig 3.33 Resultat de l'estudi òptic d'una de les tires. Font: [108]

$$\sigma_{res, flexió} = 4 \cdot f \frac{E \cdot t}{l^2} \quad (\text{Eq. 3.3})$$

A on f és la fletxa màxima de la tira metàl·lica i l la seva longitud.

3.5. Enduriment per deformació

Quan un material és deformat per sobre del seu límit elàstic aquest pateix un canvi en les seves propietats mecàniques (límit elàstic, tensió de ruptura, elongació màxima, etc). El conformat en fred pot provocar un increment del límit elàstic en les zones amb una plastificació important, principalment en les zones dels radis d'acord.

Karren i Winter [106] van realitzar diversos estudis per determinar la variació del límit elàstic de diferents zones d'elements estructurals de paret prima conformats en fred mitjançant diferents processos de fabricació i materials. Van desenvolupar dos models per predir de forma teòrica el valor del límit elàstic de les zones dels radis d'acord. En els seus models, es considera que es produeix un enduriment per deformació del material, considerant l'efecte Bauschinger directe i invers [104]. Aquest fet implica que es produeix un increment del límit elàstic tant a tracció com a compressió, resultats que es van confirmar en els assaigs experimentals que van fer. L'Eq 3.4 mostra l'expressió del segon model que van desenvolupar.

$$\sigma_{yc} = \frac{K}{b-a} \int_a^b \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(\frac{r}{\sqrt{ab}} \right) \right]^n \frac{r}{\sqrt{ab}} dr \quad (\text{Eq. 3.4})$$

Els paràmetres a i b de L'Eq. 3.4 corresponen al radi interior i exterior de la zona del radi d'acord respectivament. Els paràmetres K i n pertanyen a la modelització de la zona plàstica del material.

La normativa americana AISI S100-2007 [85] permet calcular l'increment del límit elàstic de les zones de radi d'acord de perfils d'acer conformats en fred. La fórmula per calcular el "nou" límit elàstic (Eq. 3.5) està basada en els estudis de Karren i Winter [106].

$$F_{yc} = \frac{B_c \cdot F_{yv}}{\left(\frac{R}{t}\right)^m}$$

$$B_c = 3,69 \frac{F_{uv}}{F_{yv}} - 0,819 \left(\frac{F_{uv}}{F_{yv}}\right)^2 - 1,79 \quad (\text{Eq. 3.5})$$

$$m = 0,192 \left(\frac{F_{uv}}{F_{yv}}\right) - 0,068$$

Per altra banda, la normativa europea EC3-Part1-3 [86] permet determinar el valor del límit elàstic promig de tota la secció (tenint en compte les zones dels radis d'acord) amb l'Eq 3.6.

$$f_{ya} = f_y + (f_u - f_y) \frac{k \cdot n_{90} \cdot t^2}{A} \quad (\text{Eq. 3.6})$$

$$f_{ya} = \frac{f_{y,flat} \cdot A_{flat} + f_{y,corner} \cdot A_{corner}}{A}$$

Per trobar experimentalment l'increment del límit elàstic causat per l'enduriment per deformació de les zones del radis d'acord s'han utilitzat diferents muntatges experimentals. Guo et al [105], per poder assajar les provetes extretes dels radis d'acord, van optar per aplanar els caps per tal de subjectar-les amb les mordasses d'una màquina d'assaig universal (Fig 3.34).



Fig 3.34 Provetes corbades extretes dels radis d'acord amb el cap parcialment aplanat. Font: [105]

Zhu i Young [106] van assajar provetes corbades extretes de tubs metàl·lics. Per dur a terme l'assaig de tracció van preparar un muntatge específic. Van realitzar dos forats de 8,5 mm de diàmetre, cada un dels quals situat a 20 mm dels extrems de la proveta. A través dels forats van introduir uns passadors de manera que la proveta estigués articulada a cada extrem, evitant que apareguessin tensions de flexió al fer l'assaig (Fig 3.35).

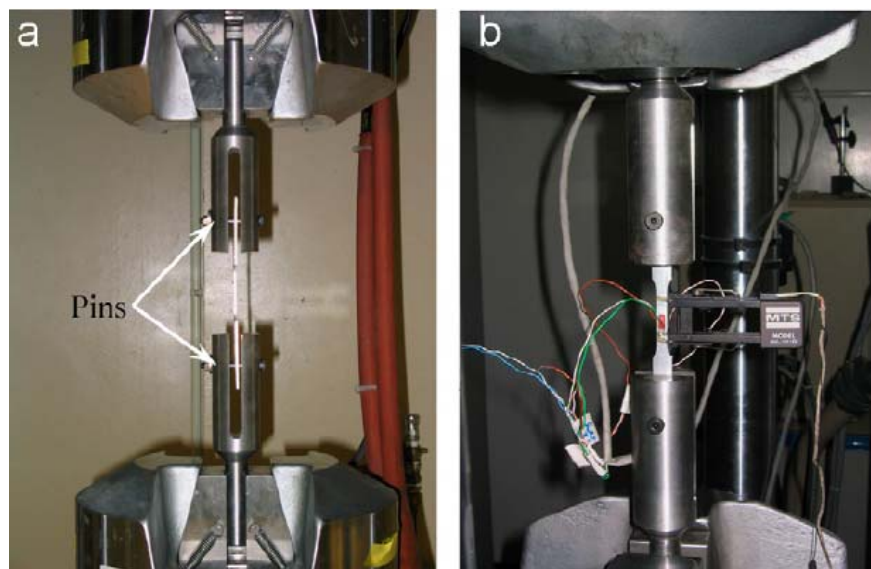


Fig 3.35 Muntatge per assajar provetes corbades articulant els extrems. (a) Vista lateral. (b) Vista frontal. Font: [106]

4. Mesures experimentals

4.1. Càrrega última a compressió

Els resultats experimentals dels assaigs resistents a compressió de puntals que s'utilitzen al llarg d'aquesta tesi doctoral van ser realitzats entre els anys 2008 i 2010.

4.1.1. Perfils estudiats

Tots els perfils que apareixen corresponen a models comercials existents. Per motius de confidencialitat no es revelen ni els noms comercials dels diferents puntals ni tots els detalls geomètrics. Els perfils estudiats experimentalment són els que es mostren a la Fig 4.1. També s'han fet assaigs del perfil S4 sense perforacions.

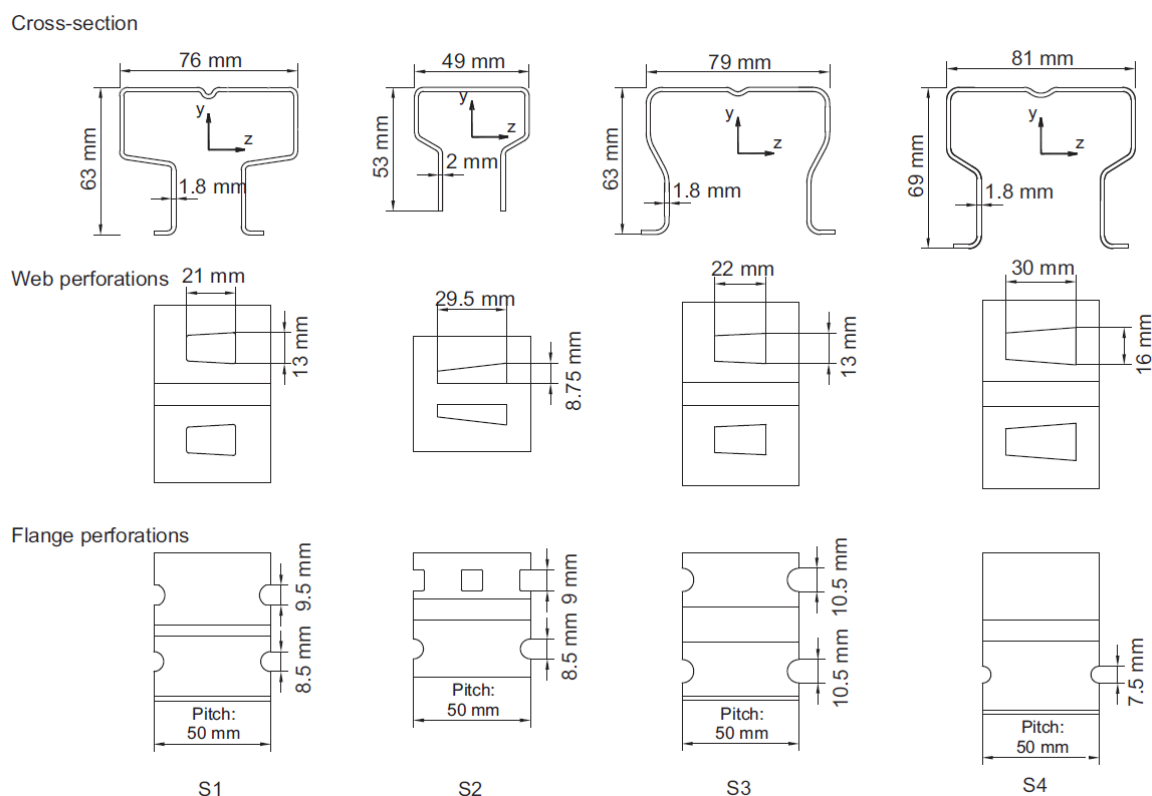


Fig 4.1 Geometria dels diferents perfils assajats. Font: [93]

Per determinar les característiques materials de l'acer en que han estat fabricats s'han extret provetes de les parts planes de cada perfil per assajar-les a tracció. S'ha comprovat prèviament que les característiques materials de la xapa metàl·lica abans de conformar amb les provetes extretes de les parts planes són pràcticament iguals (apartat 4.3). A la Taula 4.1 es poden consultar els límits elàstics obtinguts per a cada un dels perfils

Perfil	$f_y (N/mm^2)$
S1	440
S2	356
S3	395
S4	423

Taula 4.1 Mesures experimentals dels límits elàstics per a cada perfil

4.1.2. Muntatge experimental

Els assaigs experimentals fets reproduïen dos condicions d'enllaç diferents, la primera amb els dos extrems encastats, la segona articulats a flexió amb la torsió i la deformació seccional dels extrems restringida.

Pel primer tipus de condició d'enllaç (Fig 4.2) es va seguir el següent procediment. Primer de tot, es va aplicar una precàrrega a unes plaques d'acer inicialment articulades, de 30 mm de gruix, fixades a l'extrem del puntal a través de cargols. Gràcies aquesta precàrrega les dos plaques s'alineen per tal de compensar possibles errors de muntatge. A continuació, aquestes es bloquegen mitjançant quatre cargols (Fig 4.3) per assegurar l'encastament de les seccions extremes i s'inicia l'assaig. La càrrega és aplicada al centre de gravetat efectiu de la secció, determinat a través d'assaigs de columna curta (Fig 4.4) segons marca la normativa europea EN 15512 [87]. La càrrega es transmet a través d'un cilindre hidràulic, a una velocitat controlada de 150 N/s.

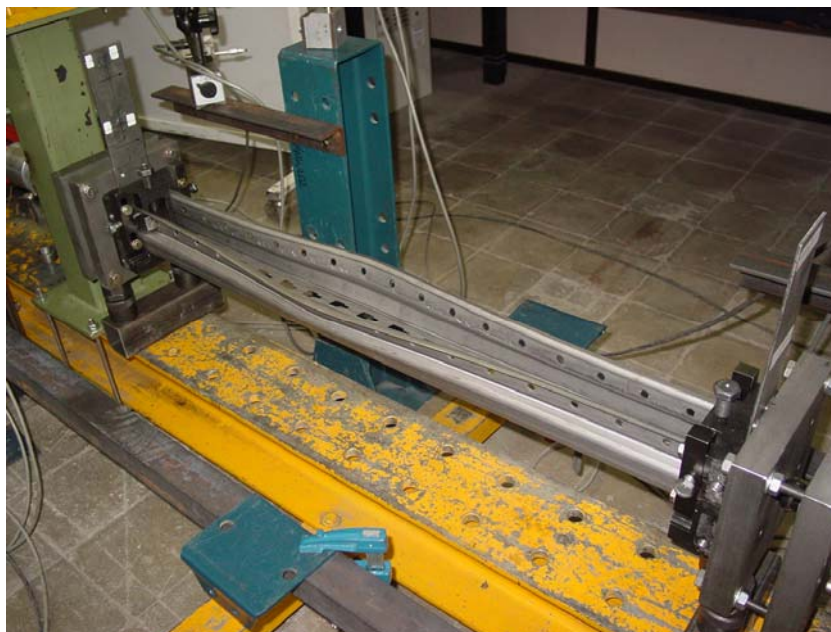


Fig 4.2 Muntatge experimental per l'assaig a compressió amb els extrems del puntal encastats



Fig 4.3 Detall de la unió placa-puntal per reproduir un encastament del perfil

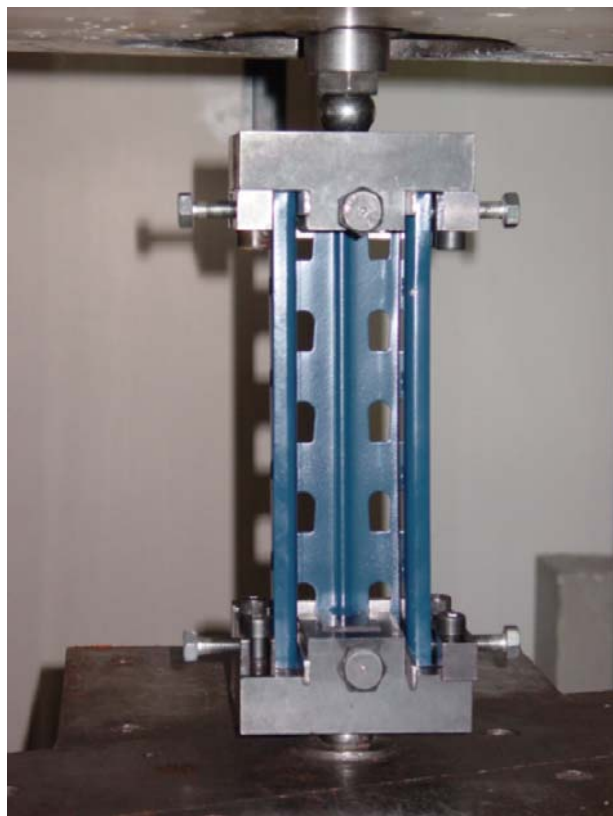


Fig 4.4 Detall de l'assaig de columna curta per determinar el centre de gravetat efectiu. Font [15]

L'utilatge experimental utilitzat pel segon tipus de condició d'enllaç es pot veure en les Fig. 4.5 i 4.6. A cada extrem del puntal es fixen unes plaques d'acer de 30 mm de gruix. La unió entre placa i puntal restringeix la distorsió de la secció extrema d'aquest gràcies a un sistema de guies i cargols. El conjunt està articulats a cada extrem, amb un muntatge específic que restringeix la torsió al voltant de l'eix longitudinal.

El sistema d'aplicació de la càrrega s'efectua de la mateixa manera que en el cas anterior. En els dos casos, el desplaçament axial del puntal es mesura a través de quatre captadors de desplaçament col·locats a unes platines metàl·liques solidàries a les plaques de 30 mm d'acer (Fig 4.7). En alguns assaigs es van col·locar captadors addicionals per obtenir més informació sobre el mode de vinclament dels perfils. Per obtenir més informació sobre el muntatge experimental es recomana consultar la documentació de Roure et al. [15] i Casafont et al. [93].

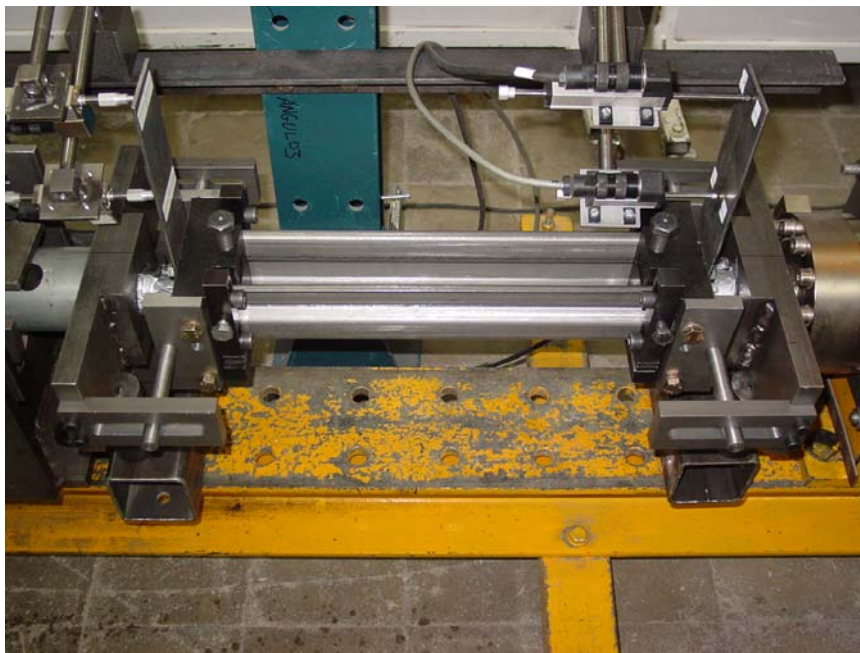


Fig 4.5 Muntatge experimental per l'assaig a compressió. La torsió al voltant de l'eix longitudinal està restringida



Fig 4.6 Detall de la unió placa-puntal que evita la distorsió de la secció extrema

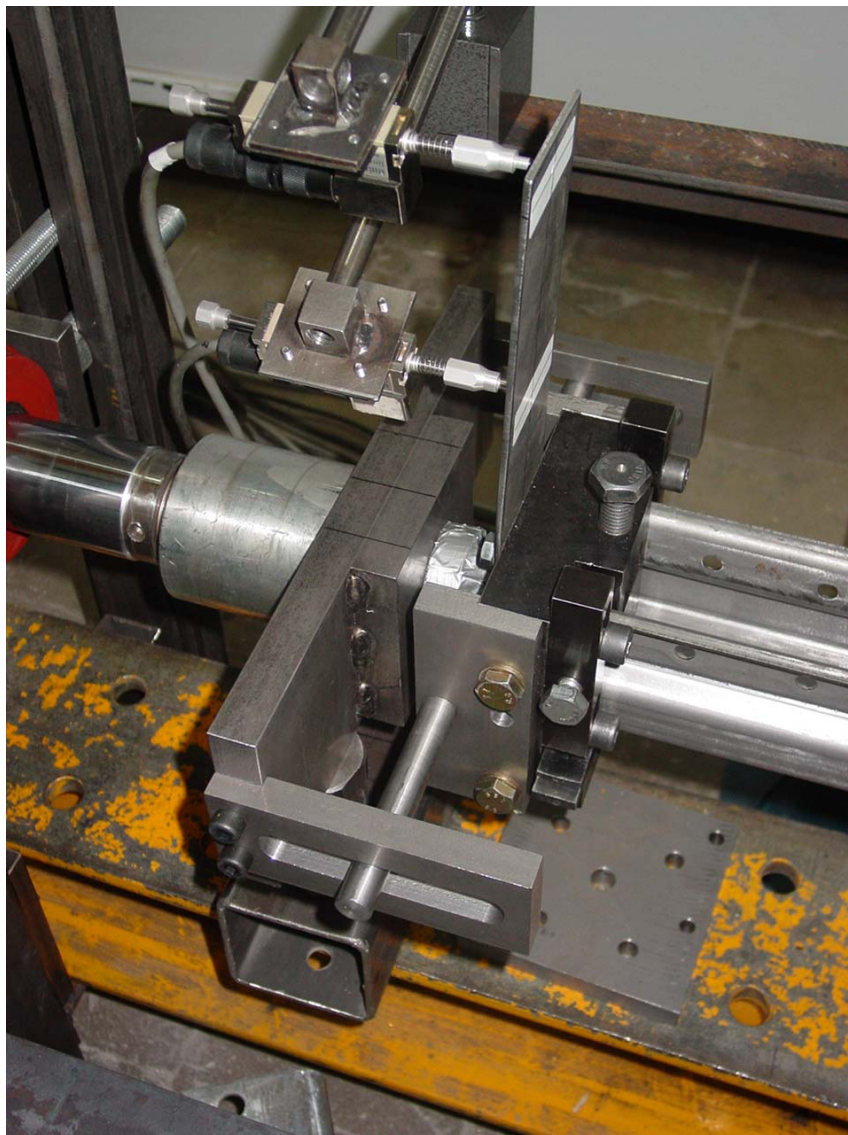


Fig 4.7 Detall de la col·locació dels captadors per mesurar el desplaçament longitudinal del puntal durant l'assaig

4.1.3. Resultats

Es van assajar més d'una longitud per a cada tipus de perfil, de tal manera que apareguessin diferents modes de fallida, bàsicament vinclaments distorsionals i globals. Per cada una de les longituds d'assaig també es van realitzar més d'un test. Es poden consultar tots els valors de càrrega última obtinguts pels perfils S1, S2, S3, S4 perforat i S4 sense perforar en les Taules 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 i 4.6 respectivament.

Longitud (mm)	Condicions d'enllaç	Pu1 (kN)	Pu2 (kN)	Pu3 (kN)	Mitjana (kN)
900	Encastament	151,49	148,24	150,5	150,07
1300	Encastament	132,76	136,54	133,59	134,3
1650	Encastament	123,92	112,2	117,92	118,01

Taula 4.2 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S1

Longitud (mm)	Condicions d'enllaç	Pu1 (kN)	Pu2 (kN)	Pu3 (kN)	Mitjana (kN)
750	Encastament	65,5	71,01	65,11	67,21
875	Encastament	57,42	58,15	73,76	63,11
1000	Encastament	54,19	52,54	60,08	55,6

Taula 4.3 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S2

Longitud (mm)	Condicions d'enllaç	Pu1 (kN)	Pu2 (kN)	Pu3 (kN)	Mitjana (kN)
900	Encastament	94,55	85,78	92,24	90,86
1100	Encastament	77,2	92,88	93,11	87,73

Taula 4.4 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S3

Longitud (mm)	Condicions d'enllaç	Pu1 (kN)	Pu2 (kN)	Pu3 (kN)	Mitjana (kN)
250	Articulat amb torsió restringida	143,46	144,27	143,47	143,73
400	Articulat amb torsió restringida	128,35	130,81	129,06	129,41
600	Articulat amb torsió restringida	121,68	127,88	126,88	125,48
800	Articulat amb torsió restringida	108,57	112,04	109,29	109,97
1000	Articulat amb torsió restringida	104,9	108,42	107,6	106,97
1200	Articulat amb torsió restringida	100,33	102,98	99,22	100,33
1500	Articulat amb torsió restringida	87,86	94,11	99,59	93,85
1800	Articulat amb torsió restringida	72,61	77,05	73,84	74,5
2200	Articulat amb torsió restringida	47,89	48,2	47,52	47,87
2600	Articulat amb torsió restringida	45,75	43,99	42,37	44,04

Taula 4.5 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S4 amb perforacions

Longitud (mm)	Condicions d'enllaç	Pu1 (kN)	Pu2 (kN)	Pu3 (kN)	Mitjana (kN)
250	Articulat amb torsió restringida	177,52	178,85	176,79	177,72
400	Articulat amb torsió restringida	157,92	156,28	157,1	157,1
600	Articulat amb torsió restringida	138,55	139,14	138,32	138,67
800	Articulat amb torsió restringida	132,11	133,06	129,78	131,65
1000	Articulat amb torsió restringida	125,28	130,29	132,64	129,4
1200	Articulat amb torsió restringida	121,2	129,16	132,05	127,47
1500	Articulat amb torsió restringida	121,88	111,33	101,53	111,58
1800	Articulat amb torsió restringida	93,58	92,45	95,36	93,8
2200	Articulat amb torsió restringida	64,08	65,02	64,28	64,46
2600	Articulat amb torsió restringida	48,9	50,04	49,29	49,41

Taula 4.6 Càrrega última experimental obtinguda pel perfil S4 sense perforacions

4.2. Tensions residuals del perfil S4 sense perforacions

Es van mesurar experimentalment les tensions residuals degudes al procés de fabricació del perfil S4 sense perforacions per mitjà del procés de tall amb galgues extensiomètriques. D'aquesta forma es poden obtenir les tensions residuals longitudinals de diferents punts de la secció i es poden comparar amb els valors obtinguts a través de la simulació per elements finits (capítol 7). Es va optar per aquesta metodologia ja que permet obtenir tant les tensions longitudinals de flexió com les de membrana a diferència dels mètodes òptics.

El muntatge experimental consta de 24 galgues situades únicament en mitja secció per la simetria d'aquesta, amb 12 galgues a la cara interior i les 12 restants a l'exterior. Totes les galgues es troben a les zones planes del perfil. La seva distribució es pot veure en les Fig. 4.8 i 4.9.



Fig 4.8 Muntatge experimental. Vista de les galgues situades a la cara interior

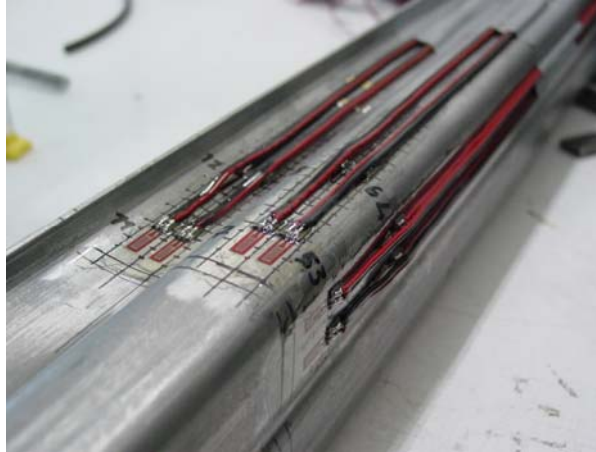


Fig 4.9 Muntatge experimental. Vista de les galgues situades a la cara exterior

Com es pot veure hi ha dos files de galgues. La primera es troba a 5 mm de la secció per on es realitza el tall transversal. La segona es troba a 45 mm. S'utilitzen dos files de galgues per tal de validar l'estabilitat de resultats en la direcció del perfil (hipòtesi assumida en la definició del patró de tensions residuals en el capítol 8).

Per tal d'obtenir les tensions residuals longitudinals s'inicia el procés de tall. Primer es fa un tall transversal de tota la secció. Posteriorment, es van realitzar els talls longitudinals, en forma de tires, seguint les posicions de les galgues, de forma que aquestes quedin centrades al mig. Els talls es van fer fins a una profunditat de 10 cm tal i com es pot veure en les Fig. 4.10 i 4.11. Aquests es van fer manualment amb refrigeració per aire, per evitar els efectes tèrmics en les mesures. Entre tall i tall es va esperar el temps necessari perquè el valors registrats a les galgues afectades pel tall fossin constants.



Fig 4.10 Puntal després de realitzar el tall transversal

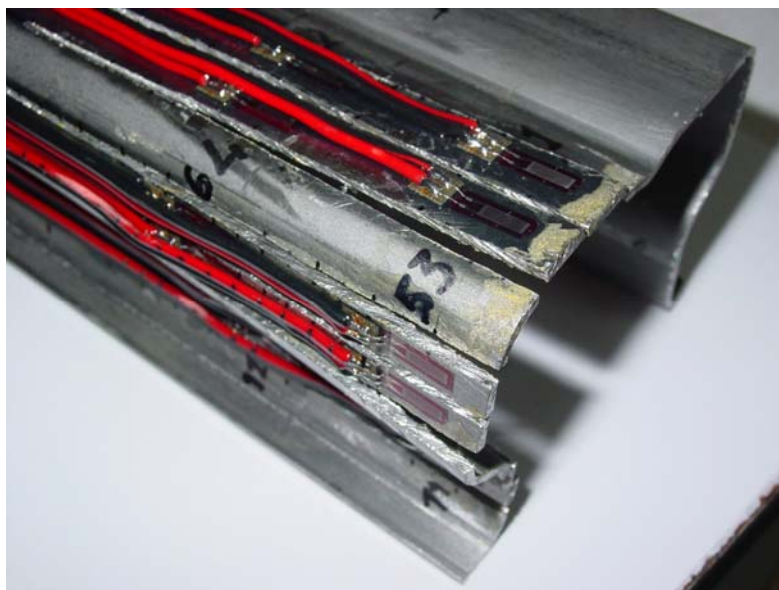


Fig 4.11 Puntal després de realitzar el tall transversal i els longitudinals

Un cop fets tots els talls, es van obtenir les deformacions i tensions longitudinals residuals (S_z) en els punts on les galgues estaven col·locades. Els resultats finals obtinguts es mostren a les Fig. 4.12 i 4.13.

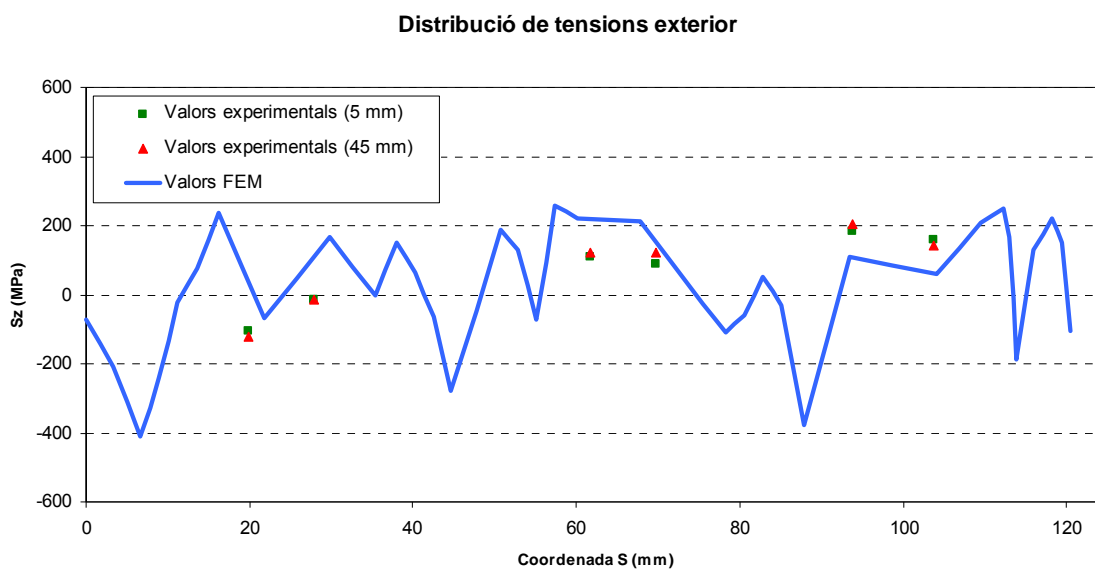


Fig 4.12 Comparativa entre les tensions longitudinals residuals numèriques i experimentals en la cara exterior

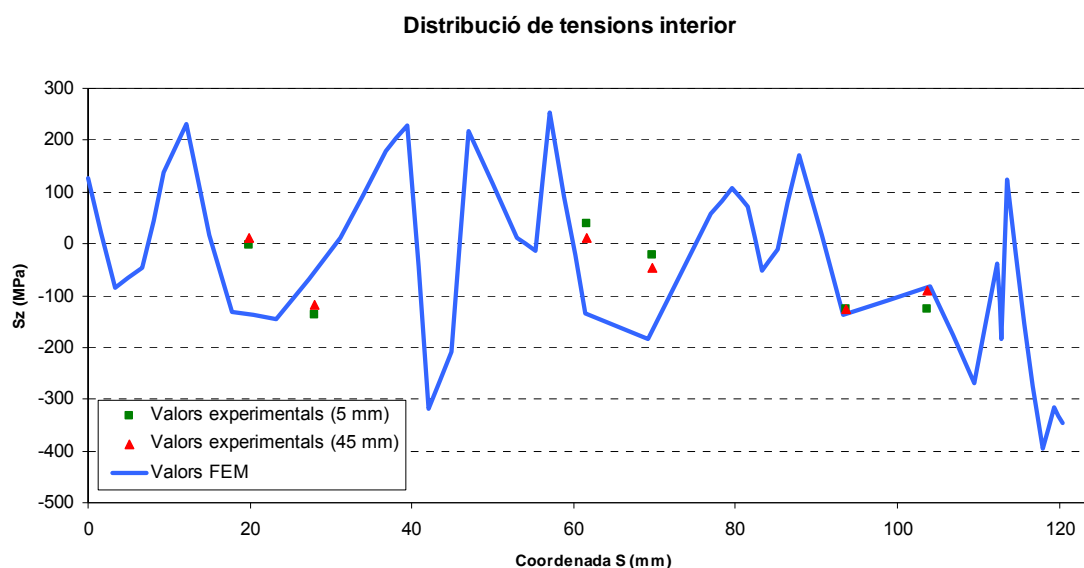


Fig 4.13 Comparativa entre les tensions longitudinals residuals numèriques i experimentals en la cara interior

Com es pot observar els resultats entre les galgues situades a 5 i 45 mm són pràcticament iguals, fet que indica la validesa de les lectures. El problema d'aquesta metodologia radica en la dificultat de col·locar galgues en les zones dels radis d'acord i per tant avaluar les tensions en aquests punts. A més a més, és difícil situar les galgues perfectament ben alineades en la direcció del perfil, sempre poden haver-hi desviacions pròpies del procés manual d'enganxat. De totes maneres, es pot veure com la magnitud de les tensions és raonablement similar a l'obtinguda amb la simulació per elements finits (capítol 7) malgrat que el procés de conformat simulat i real no són iguals, però sí similars, i que els resultats vàlids de la simulació es troben als punts d'integració de l'element, i per obtenir els valors en la cara interior i exterior s'han d'extrapolar els resultats.

També s'han comparat la magnitud dels valors experimentals obtinguts respecte a les mesures realitzades per Crisan et al [113] per seccions tipus *rack*. Crisan et al van optar per la utilització del mètode òptic de la curvatura de les tires, explicat a l'apartat 3.4, i per tant, només van determinar les tensions longitudinals residuals de flexió. A la Fig 4.14 es poden veure els resultats que van obtenir. La Fig 4.15 mostra i enumera les zones on s'han col·locat les galgues en el muntatge experimental utilitzat pel perfil S4. La Taula 4.7 mostra els valors experimentals obtinguts de tensions residuals de membrana i de flexió. Es pot veure com els valors de flexió tenen unes magnituds raonablement similars a les obtingudes per Crisan et al malgrat la diferència entre els perfils. En canvi, s'observa com els valors de tensió residual de membrana no són negligibles.

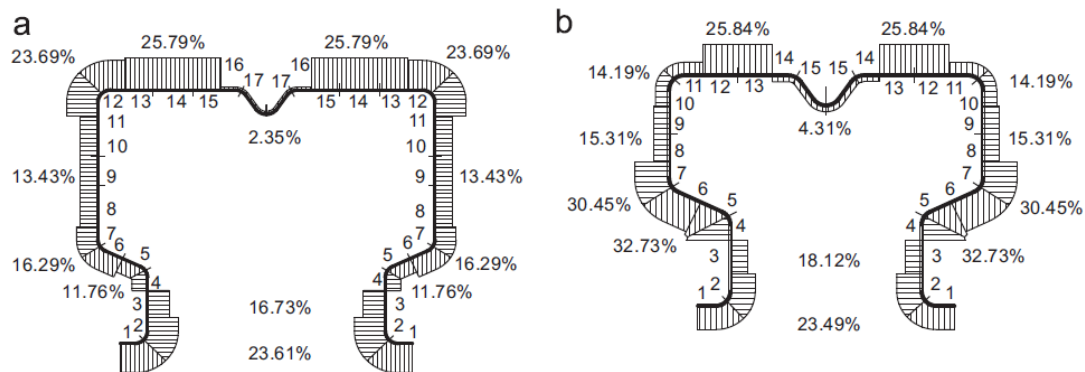


Fig. 5. Residual stress distribution ($\%f_y$): (a) RS125B, (b) RS95B.

Fig 4.14 Tensions longitudinals residuals a flexió obtingudes per el mètode òptic de la curvatura de les tires.

Font [113]

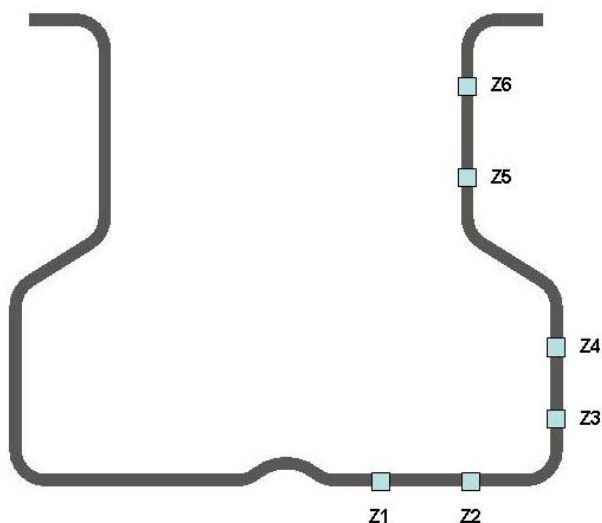


Fig 4.15 Diferents zones on s'han col·locat les galgues extensiomètriques en el perfil S4 per fer les mesures experimentals

Zona	Tensió de flexió (% f_y)	Tensió de Membrana (% f_y)
Z1	30,6%	4,8%
Z2	37,6%	7,9%
Z3	16,15%	8,4%
Z4	10,75%	16,8%
Z5	13,3%	-16,92%
Z6	-13,84%	-12,9%

Taula 4.7 Valor de les tensions residuals de flexió i membrana obtinguts experimentalment pel perfil S4

4.3. Enduriment per deformació

Per tenir en compte tots els efectes causats durant el procés de fabricació s'han fet una sèrie d'assaigs experimentals, en el perfil S4 sense perforacions, per avaluar l'enduriment per deformació de la secció i per tant el canvi de les característiques resistents del material (límit elàstic i tensió última). S'ha considerat que els canvis produïts en el material han augmentat tant el límit elàstic a tracció com a compressió en magnituds similars, tal i com diverses investigacions han demostrat [107, 109]. Així, per avaluar aquest increment s'ha optat per dur a terme només un assaig de tracció, ja que el muntatge experimental per fer l'assaig a compressió és més complex, doncs s'ha d'evitar el vinclament de la proveta.

Primer de tot, es va comprovar si existia un increment de les propietats resistents del material en les parts planes, tant en el límit elàstic com en la tensió última respecte al material provinent de la bobina. Es van extreure provetes de tres zones planes diferents, com es mostra a la Fig 4.16. Els resultats d'aquests assaigs van mostrar unes variacions insignificants en el valor del límit elàstic i de tensió última (Taula 4.8). Aquests resultats coincideixen amb els obtinguts per Crisan et al [113] en seccions de característiques similars (Fig 4.17 i 4.18).

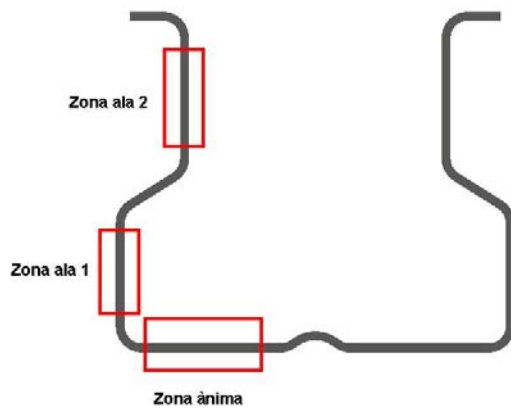


Fig 4.16 Zones on es van extreure les provetes de les parts planes

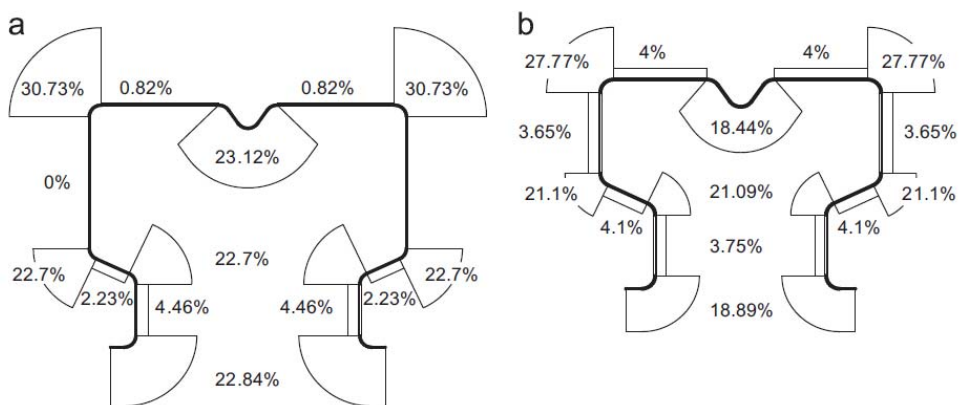


Fig 4.17 Increment del límit elàstic degut al conformat (%f_y). Font: [113]

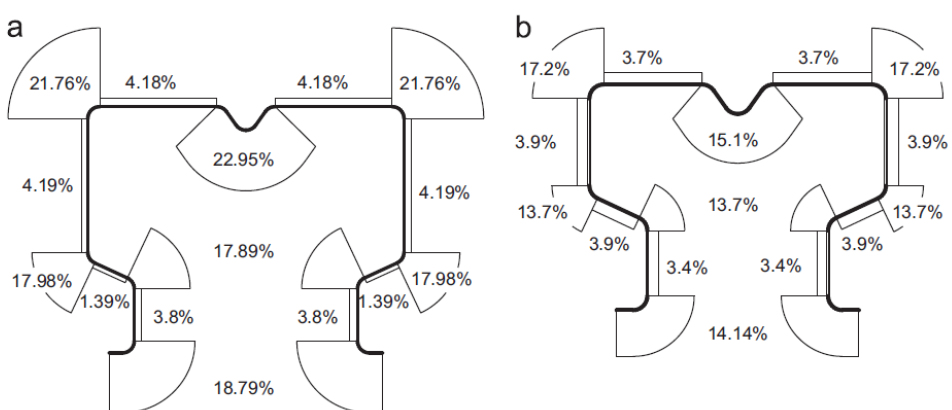


Fig 4.18 Increment de la tensió última degut al conformat (%f_u). Font: [113]

Mostra	Zona	f_y (MPa)	f_u (MPa)
1	Bobina	424,0	486,0
2	Bobina	429,3	492,6
3	Bobina	427,5	495,4
4	Bobina	434,8	497,5
5	Bobina	433,2	496,2
6	Ànima	422,5	494,1
7	Ànima	422,9	482,2
8	Ànima	428,1	492,4
9	Ala 1	433,8	491,2
10	Ala 1	429,5	494,5
11	Ala 1	414,7	479,3
12	Ala 2	429,9	502,8
13	Ala 2	428,0	497,5
14	Ala 2	416,8	490,6

Taula 4.8 Valors del límit elàstic i tensió última obtinguts amb un assaig de tracció

Posteriorment es va dissenyar un utillatge (Fig 4.19) per tal de poder dur a terme assaigs de tracció de provetes extretes del radi d'acord del perfil que uneix l'ànima i l'ala. La necessitat de dissenyar un utillatge va ser degut a dos motius:

- (i) Assegurar que la càrrega s'aplica pel centre de gravetat de la proveta i per tant es disminueixi la presència de la flexió en l'assaig.
- (ii) La necessitat de subjectar la proveta amb les mordasses de la màquina d'assaig sense haver d'aplanar els caps de les provetes.

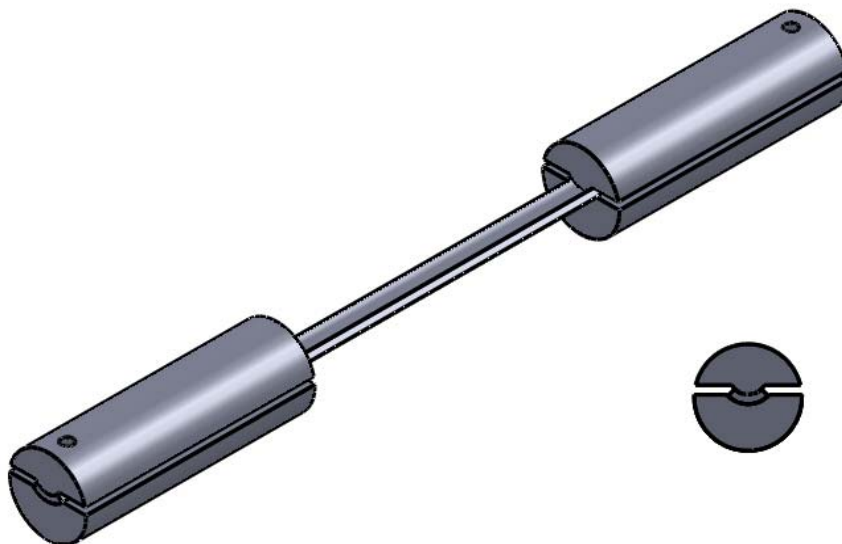


Fig 4.19 Disseny CAD de l'utilatge per fer els assaig a tracció de les provetes extretes dels radis d'acord

L'utilatge està format per dos peces a cada un dels extrems de la proveta. Les dos peces juntes formen un cilindre, en el qual hi ha una regata a on s'allotja el cap de la proveta. La forma de les peces ha estat dissenyada de tal manera que el centre del cilindre que formen coincideixi amb el centre de gravetat de la secció de la proveta. El correcte posicionament i centratge de la proveta dins l'utilatge es dur a terme a través d'un passador.

Per avaluar l'efecte de l'enduriment per deformació és van tallar sis provetes extretes del radi d'acord entre l'ànima i l'ala del puntal i tres provetes de la zona ala 1 (Fig 4.16). Es van enregistrar dades durant tot l'assaig per poder obtenir tota la corba que defineix el comportament del material. El control de la màquina d'assaig MTS es va fer a través del desplaçament de les mordaces, a una velocitat constant de 0,03 mm/s, tant per l'assaig de les provetes planes com de les provetes corbades (Fig 4.20 i 4.21). Una de les problemàtiques que presenta l'estudi de l'enduriment per deformació de les provetes corbades és determinar la seva àrea. Aquesta es va obtenir pesant la proveta amb una bàscula de precisió, mesurant la seva longitud i determinant prèviament la densitat de l'acer de les provetes planes (ja que les dimensions d'aquestes són fàcils de mesurar experimentalment). La densitat experimental obtinguda va ser de 7624 Kg/m³. A la Taula 4.9 es pot consultat l'àrea mesurada de les provetes planes i l'obtinguda per les provetes corbades.

Proveta	Àrea (mm ²)
Plana 1	35,80
Plana 2	35,93
Plana 3	36,23
Corbada 1	7,31
Corbada 2	9,22
Corbada 3	8,35
Corbada 4	8,80
Corbada 5	8,81
Corbada 6	7,95

Taula 4.9 Dimensions de les àrees de les provetes assajades per valorar l'enduriment per deformació



Fig 4.20 Assaig de les provetes planes (esquerra) i corbades (dreta)



Fig 4.21 Detall de l'utilatge dissenyat per realitzar l'assaig de les provetes corbades

A la Figura 4.22 i 4.23 i Taula 4.10 es comparen els valors de la corba tensió deformació enginyeril per a les nou provetes. S'observa com les provetes corbades s'han endurit per deformació, augmentant tant el valor del límit elàstic com el valor de la tensió de ruptura. Per altra banda, les provetes corbades han perdut ductilitat, conseqüència del procés d'enduriment.

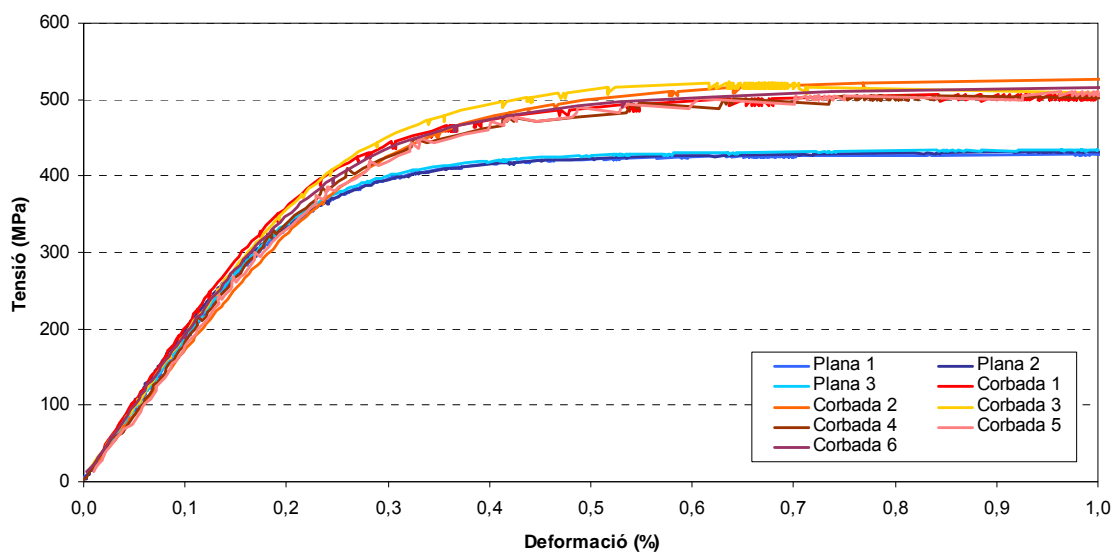


Fig 4.22 Comportament material en la zona elàstica de les diferents provetes assajades

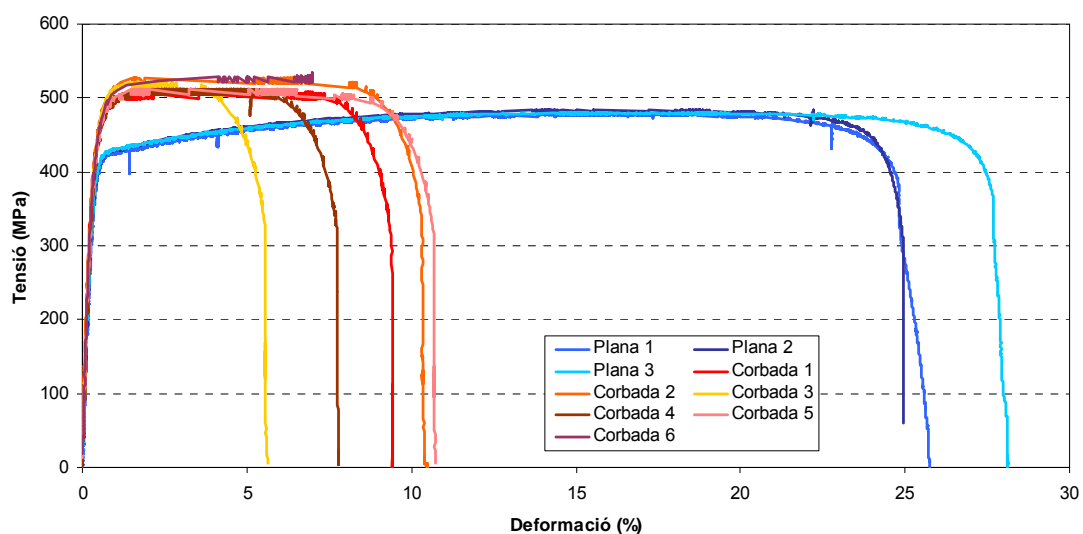


Fig 4.23 Comportament material en la zona elàstica i plàstica de les diferents provetes assajades

Proveta	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Plana 1	417	478
Plana 2	416	483
Plana 3	422	479
Mitjana	418	480
Corbada 1	486	506
Corbada 2	500	527
Corbada 3	510	521
Corbada 4	477	510
Corbada 5	478	510
Corbada 6	492	530
Mitjana	491 ($\Delta 17,5\% f_y$ plana)	517 ($\Delta 7,7\% f_u$ plana)

Taula 4.10 Taula comparativa dels límits elàstics i tensions màximes enginyerils

Els valors obtinguts tant del límit elàstic com de la tensió última de les provetes planes de la Taula 4.10 són lleugerament diferents a les de la Taula 4.1 ja que es tracta d'una partida diferent de puntals.

Si comparem els resultats obtinguts pel perfil S4 respecte als mostrats per Crisan et al [113] veurem que són força similars a nivell qualitatiu. En ambdós casos, les parts planes dels perfils no pateixen un enduriment per deformació significatiu a diferència de les zones dels radis d'acord. Els resultats obtinguts per Crisan et al [113] (Fig 4.17) mostren un increment del límit elàstic entre el 22,84% i el 30,73% per un perfil de 3,2 mm de gruix i un 18,44% fins a un 27,77% per un perfil de 2,6 mm de gruix. Es pot veure a través dels estudis duts a terme per Karren [106] i comentats al apartat 3.5, que un augment del gruix provoca un augment de l'enduriment per deformació a igualtat cota de radi. El perfil S4 presenta un gruix inferior que els dos analitzats per Crisan et al, i per tant és lògic esperar un enduriment per deformació menor. En els assajos duts a terme, l'increment del valor del límit elàstic de les zones del radis d'acord es situa al voltant del 17,5%, un valor consistent amb els obtinguts per Crisan et al [113]. Pel que fa als valors de la tensió de ruptura, s'han obtinguts un increment del voltant del 7,7% a les zones dels radis d'acord, resultats lleugerament inferiors als mostrats per Crisan et al [113] (Fig 4.18), però també consistents.

A la Taula 4.11 es comparen els resultats de l'enduriment per deformació obtinguts experimentalment respecte als càlculs utilitzant la normativa europea (EC3-Part1-3 [86], Eq 4.1), l'americana (AISI S100-2007 [85], Eq 4.2) i la fórmula proposada per Karren i Winter [106] (Eq. 4.3). Es poden veure que els resultats són similars, especialment respecte la fórmula teòrica proposada per Karren i Winter.

$$f_{ya} = f_y + (f_u - f_y) \frac{k \cdot n_{90} \cdot t^2}{A} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

$$f_{ya} = \frac{f_{y,flat} \cdot A_{flat} + f_{y,corner} \cdot A_{corner}}{A}$$

$$F_{yc} = \frac{B_c \cdot F_{yv}}{\left(\frac{R}{t}\right)^m}$$

$$B_c = 3,69 \frac{F_{uv}}{F_{yv}} - 0,819 \left(\frac{F_{uv}}{F_{yv}}\right)^2 - 1,79 \quad (\text{Eq. 4.2})$$

$$m = 0,192 \left(\frac{F_{uv}}{F_{yv}}\right) - 0,068$$

$$\sigma_{yc} = \frac{K}{b-a} \int_a^b \left| \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{\sqrt{ab}}\right) \right|^n \frac{r}{\sqrt{ab}} dr \quad (\text{Eq. 4.3})$$

Per tal d'aplicar la fórmula proposada per Karren i Winter (Eq 4.3) s'ha d'ajustar una corba de Swift a la corba tensió deformació vertadera del material. A la Fig 4.24 es mostra la corba tensió deformació enginyeril experimental, la corba tensió deformació vertadera obtinguda a través de l'enginyeril i la corba de Swift proposada (Eq 4.4).

$$\sigma = 780(\varepsilon_p + 0,044)^{0,22} \quad (\text{Eq. 4.4})$$

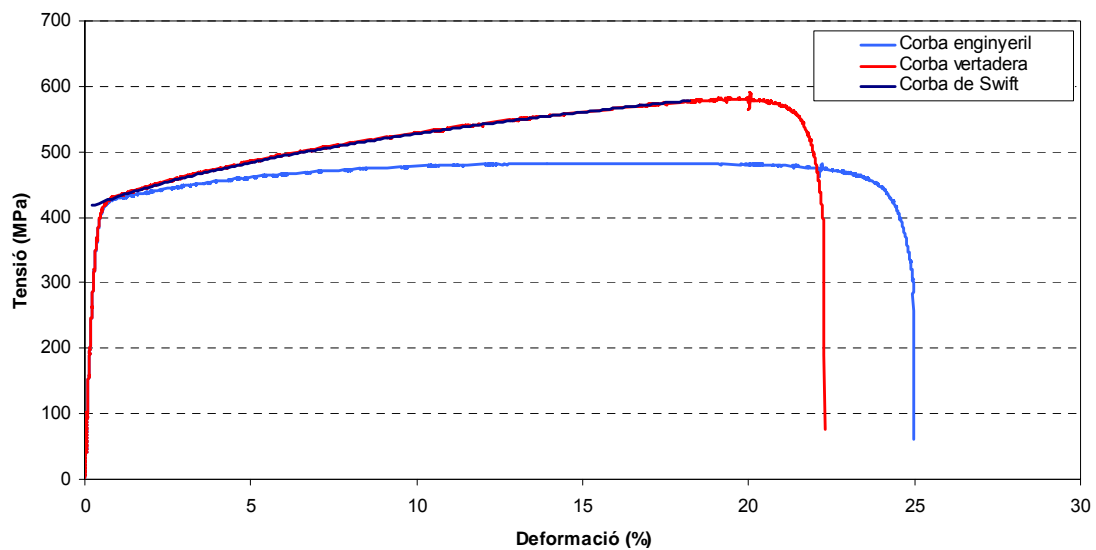


Fig 4.24 Ajust de la corba de Swift pel comportament material de la proveta plana 2

	Mitjana experimental	EC3-Part1-3	AISI S100-2007	F. Karren
f_y (MPa)	491	512	516	501

Taula 4.11 Taula comparativa del valor experimental respecte els normatius i teòrics del límit elàstic de les zones endurides per deformació

5. Desenvolupament d'un programa d'anàlisi lineal de vinclament per perfils primos oberts

Tant pel càlcul normatiu com per a la tercera metodologia proposada amb imperfecció geomètrica fictícia per la determinació de la càrrega màxima resistent a través del mètode dels elements finits (capítol 6) és necessari calcular les càrregues elàstiques de vinclament pels diferents modes purs de deformació. Per poder obtenir aquesta informació es va procedir a desenvolupar un programa que realitzés càlculs lineals de vinclament utilitzant la GBT, ja que els programes existents no complien amb tots els requisits que es van fixar prèviament. En l'actualitat, hi ha dos grans programes de lliure distribució que permeten realitzar càlculs similars: CUFISM[49] i GBTUL[43]. Malgrat l'existència d'ambdós programes, es va optar per desenvolupar-ne un de nou pels motius que s'exposen a continuació. També s'han desenvolupat unes fórmules teòriques basades en la GBT per tal de poder aplicar el càlcul normatiu sense la necessitat d'utilitzar algun programa de càlcul que subministri el valor de la càrrega elàstica de vinclament per qualsevol mode de deformació.

5.1. Cornell University Finite Strip Method

El CUFISM (*Cornell University Finite Strip Method*) és un programa de càlcul desenvolupat pel grup de recerca liderat per Schafer de la universitat de Cornell als Estats Units. Està basat en el mètode de la banda finita. Permet realitzar càlculs lineals de vinclament en diferents distribucions de càrrega per a perfils primos oberts. A partir de la versió 4, el programa permet dur a terme càlculs utilitzant diferents condicions de contorn en els extrems (encastat i articulat).

Malgrat que és un programa molt utilitzat en el camp d'estudi, no es considera adient pels següents motius:

- No permet utilitzar diferents condicions de contorn per cada mode concret, i per tant, no permet reproduir una de les condicions de contorn imposades als assaigs experimentals (articulat amb torsió restringida).
- No permet obtenir directament els desplaçaments nodals dels modes purs per tal de poder realitzar una identificació modal. El mètode de la banda finita ho permet [61], però no es pot obtenir la base de modes a través del programa.

5.2. Generalized Beam Theory University of Lisbon

El GBTUL (*Generalized Beam Theory University of Lisbon*) és un programa de càlcul desenvolupat pel grup de recerca liderat per Camotim de la universitat de Lisboa. Està basat en la teoria de la biga generalitzada. Permet fer càlculs lineals de vinclament per diferents distribucions de càrrega per a perfils prim oberts. Aquest programa permet obtenir els diferents modes purs de cada secció, obtenir les càrregues elàstiques pures per tots els modes i imposar condicions de contorn diferent per cada un d'ells. Tot i això, no es va utilitzar pels següents motius:

- No permet obtenir directament els desplaçaments nodals dels modes purs per tal de realitzar una identificació modal.
- No permet tenir un control de la posició dels nodes interiors en la discretització de la secció a l'hora de fer l'anàlisi seccional. Aquest fet limita l'aplicació de la metodologia del gruix equivalent per perfils amb perforacions.
- Presenta problemes de funcionament segons la versió de sistema operatiu que s'utilitza.

5.3. Rack Linear Buckling Analysis v1.3

El RLBA (*Rack Linear Buckling Analysis*) és el nou programa que s'ha desenvolupat. Es basa en la teoria de la biga generalitzada ja que aquesta permet obtenir els diferents modes purs de deformació d'una secció (s'obté una base per realitzar la identificació modal). A més a més, permet calcular càrregues elàstiques pures de vinclament i definir diferents condicions de contorn per cada un dels diferents modes (permet imposar les condicions de contorn experimentals). Ha estat desenvolupat mitjançant MATLAB (Fig. 5.1). L'objectiu del programa, en aquesta fase de disseny, és realitzar el càlcul lineal de vinclament d'un perfil prim obert, eina de càlcul necessària per aplicar la metodologia d'anàlisi a compressió FEM-GBT explicada en el capítol 6 i per poder aplicar el càlcul normatiu (capítol 9). Actualment, el programa es troba en la versió 1.3. Aquesta versió ja disposa d'un instal·lable que permet la seva utilització en qualsevol ordinador, disposi o no del programa MATLAB.



Fig 5.1 Pantalla d'inici del programa RLBA

La versió 1.3 del programa permet el càlcul de les càrregues elàstiques de vinclament de perfils prims oberts, d'un material isotròpic, sotmès a un estat de compressió pura. Per dur a terme el càlcul de càrregues elàstiques de vinclament s'han de realitzar tres passos: anàlisi seccional del perfil, creació d'un element finit barra basat en la GBT (matriu de rigidesa i matriu rigidesa geomètrica) i resolució del problema de vectors i valors propis. Si es vol aprofundir en la base teòrica d'aquests processos es recomana consultar el capítol 2 i els articles especialitzats [29-30,32]. La versió 1.3 del programa només utilitza els modes de deformació convencionals de la GBT (apartat 2.2.1).

Actualment s'està treballant en futures versions del programa que ampliaran la seva potència de càlcul.

5.3.1. Funcionament

El programa presenta un seguit de menús/pantalles diferents que permeten definir totes les característiques del perfil a analitzar. A continuació, es fa una breu descripció de cadascuna d'aquestes i de les opcions que el programa presenta.

La primera pantalla correspon a la geometria del perfil (Fig. 5.2). En aquesta es defineixen les característiques materials (mòdul de Young i coeficient de Poisson), el nombre de nodes amb que es vol caracteritzar la secció d'estudi, la posició d'aquests nodes i el gruix del perfil. Com s'ha comentat, el programa només permet realitzar càlculs de seccions obertes sense branques constituïdes per un únic material isotròpic (cas dels perfils *rack*). També és necessari que la secció tingui un mínim de 4 nodes naturals (es poden fer anàlisis de xapes mitjançant la GBT però no està implementat en el codi del RLBA v1.3).

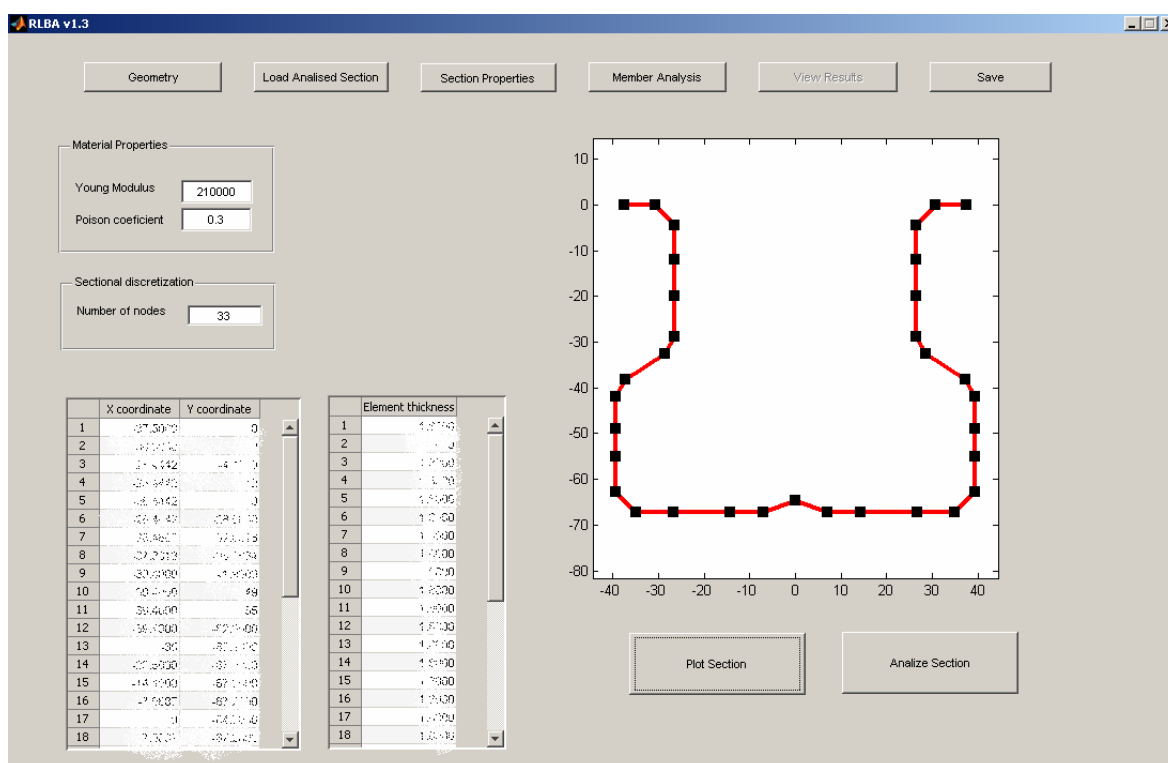


Fig 5.2 Pantalla de definició de la geometria del perfil a analitzar

Cal tenir present que es pot definir un gruix diferent per cada un dels elements en que s'ha discretitzat la secció. La definició dels elements es produeix de forma consecutiva, és a dir, l'element 1 està format pels nodes 1 i 2, l'element 2 pels nodes 2 i 3, i així successivament. També es pot veure com es representa la geometria de la secció, els punts negres corresponen als nodes i les

línies vermelles als elements en que s'ha discretitzat la secció. La dimensió de la matriu de rigidesa elemental depèn de la discretització seccional.

Un cop definida la geometria, es pot analitzar la secció. Les pantalles "Section Properties" i "Member Analysis" només són visibles després de finalitzar aquest anàlisi, o quan s'ha carregat una secció prèviament analitzada. En la Fig 5.2 s'han eliminat les coordenades dels nodes per motius de confidencialitat.

La segona pantalla ("Section Properties", Fig. 5.3) permet obtenir les següents propietats geomètriques de la secció: l'àrea (A), les inèrcies dels eixos principals (I_1 i I_2), la constant d'alabeig o inèrcia de warping (I_w) i la inèrcia a torsió (J). A més a més, permet visualitzar les deformades de cada un dels modes purs.

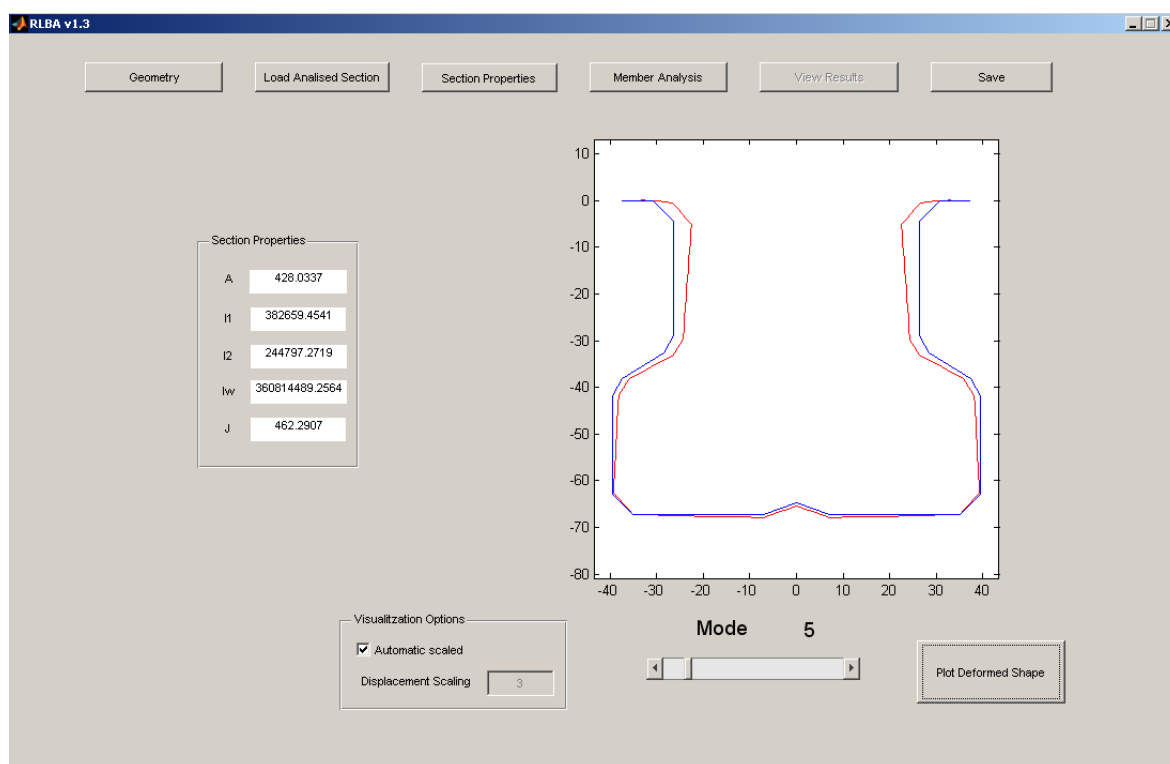


Fig 5.3 Pantalla de les característiques seccionals del perfil

La tercera pantalla ("Member Analysis", Fig. 5.4) permet definir les característiques i opcions de l'anàlisi lineal de vinclament. A la banda esquerra es defineixen les condicions de contorn dels extrems del puntal. Aquestes estan desacoblades pels tres modes globals (dos flexions i torsió) i els modes seccionals (locals i distorsionals). Cal remarcar que les condicions de contorn són les mateixes per ambdós extrems del puntal i només permet que estiguin articulats o encastats. A les dos taules centrals, es pot seleccionar els modes purs que es volen incloure en el càlcul lineal de

vinclament i les longituds en que es vol dur a terme l'anàlisi. A la banda dreta, es pot seleccionar el tipus de solucionador (per defecte s'utilitza el solucionador del MATLAB), la possibilitat de calcular la participació modal, el nombre d'elements finits en que es vol discretitzar el puntal en la direcció longitudinal, el nombre de modes de vinclament que es vol calcular i el nombre de longituds a analitzar.

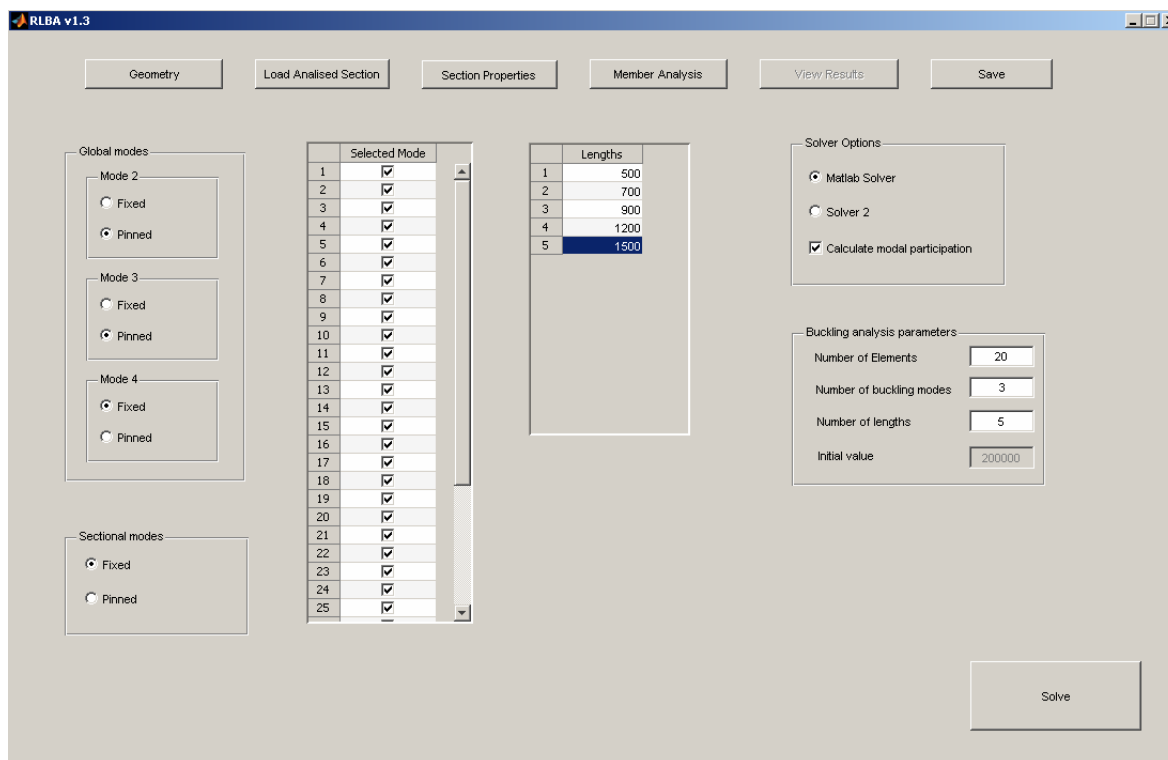


Fig 5.4 Pantalla de definició de les característiques del procés de solució

La última pantalla (*“View Results”*, Fig. 5.5) mostra els resultats de l'anàlisi lineal de vinclament. Permet veure les corbes de les càrregues elàstiques, el valor de la càrrega, les diferents participacions modals de les tres famílies de modes (global, distorsional i local) i la participació del mode pur que es desitgi. També es pot visualitzar la deformada d'una secció situada a una posició longitudinal concreta, la deformada tridimensional (Fig. 5.6) i es poden exportar tots els resultats en un arxiu Excel.

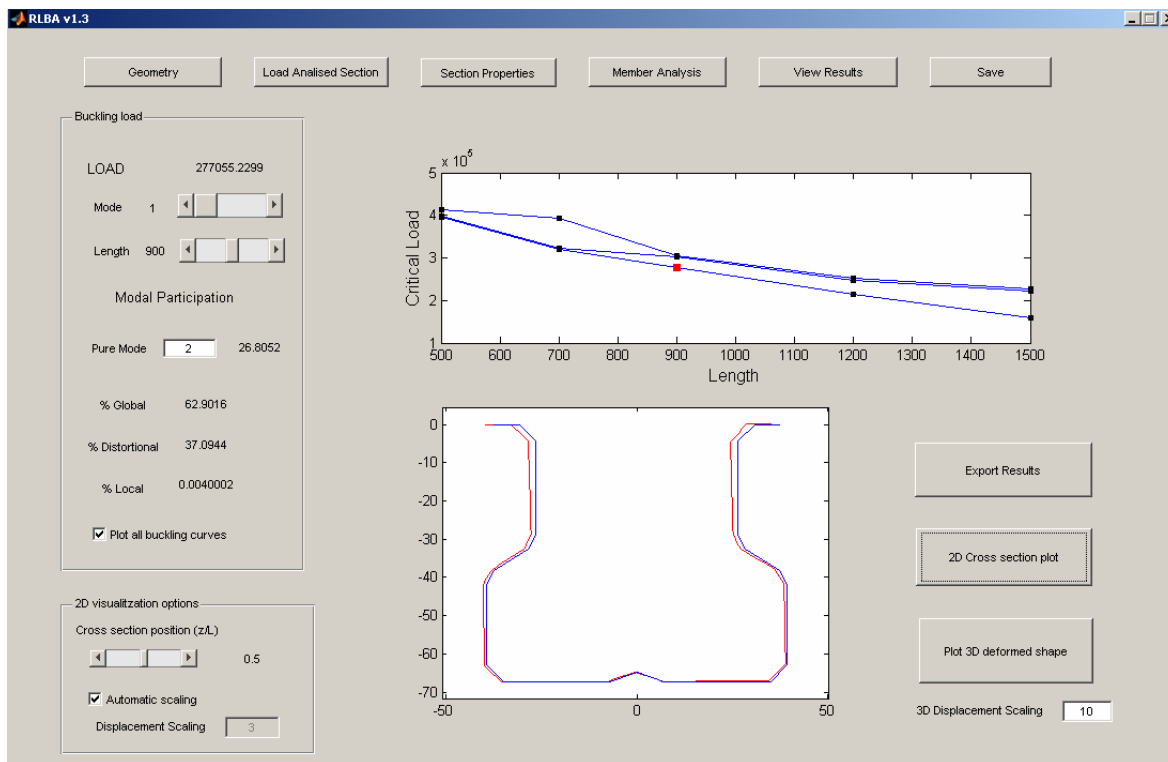


Fig 5.5 Pantalla de visualització de resultats

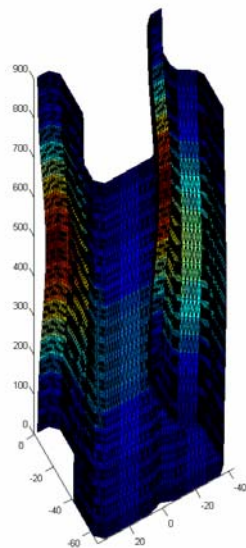


Fig 5.6 Exemple de deformada tridimensional generada pel RLBA v1.3 en un càlcul lineal de vinclament

5.3.2. Verificació dels resultats

S'han verificat els resultats obtinguts amb el programa desenvolupat respecte els valors obtinguts amb CUSFM v4.04 i ANSYS 13, a on s'ha utilitzat l'element placa *Shell 63* (4 nodes per element) per crear el model. Les verificacions s'han dut a terme en 4 perfils comercials, sense tenir en compte les perforacions. Com es pot veure són seccions (S2, S4, S5 i S6 (Fig. 5.7)) tipus *rack*, geomètricament molt diferents per tal de poder efectuar correctament la validació.

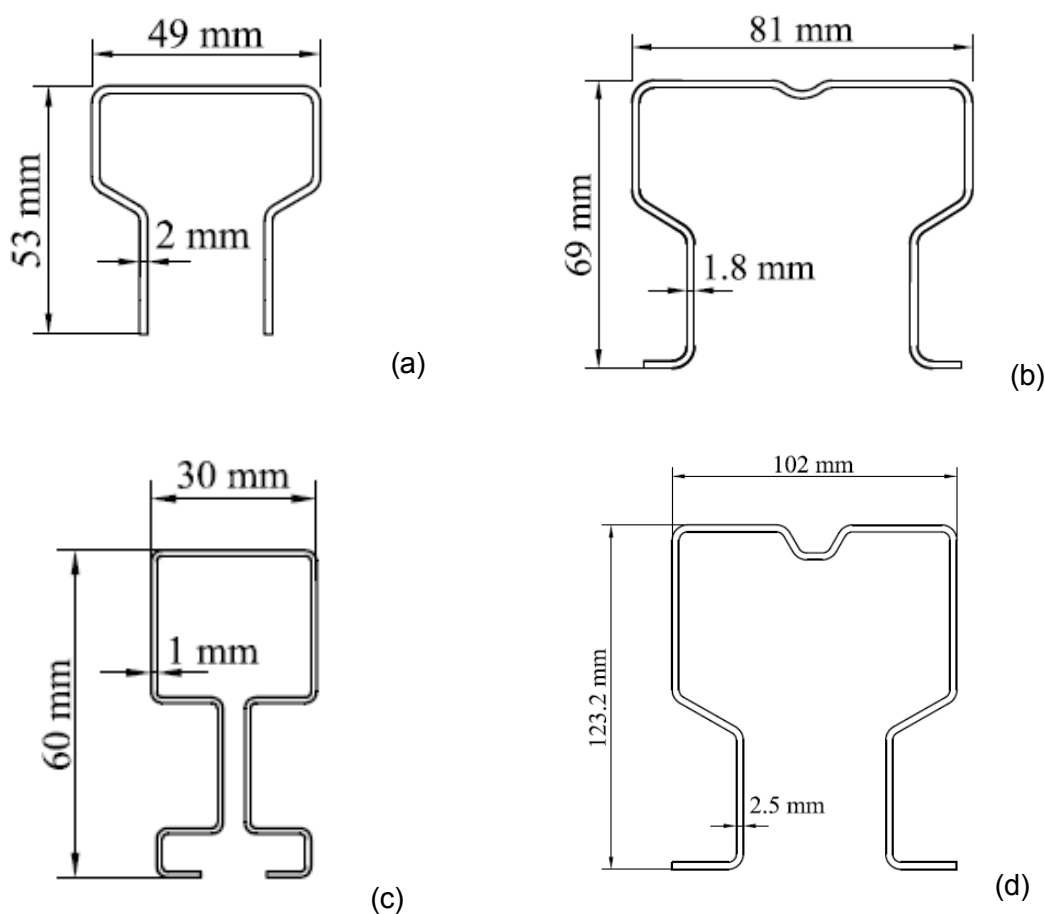


Fig 5.7 (a) S2, (b) S4, (c) S5 i (d) S6

S'han modelitzat dos condicions de contorn diferent per cada una de les seccions i s'han comparat els valors dels tres primers modes de vinclament en cada cas. La discretització de cada secció utilitzada en RLBA i CUSFM és la mateixa (Fig. 5.8). La discretització d'ANSYS s'ha fet amb elements de 5x5 mm.

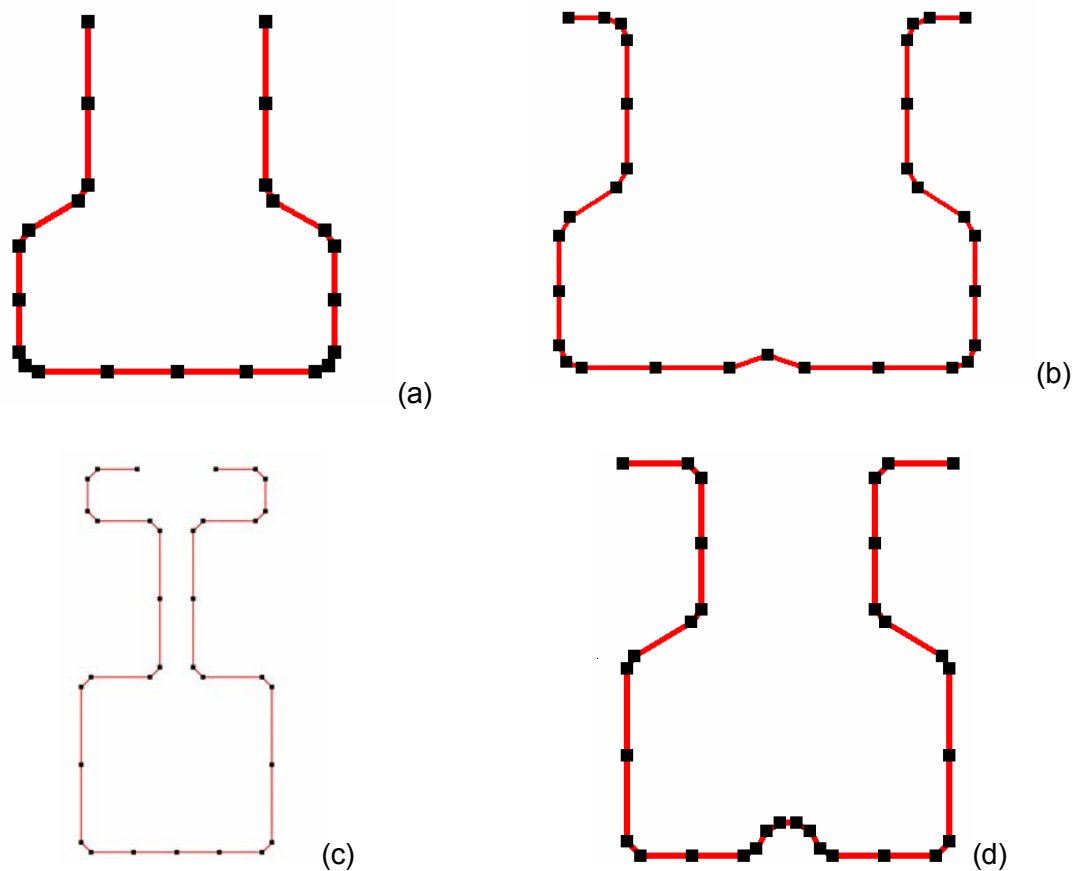


Fig 5.8 Discretització en RLBA i CUFSM. (a) S2, (b) S4, (c) S5 i (d) S6

Puntal amb els dos extrems encastats

Les Taules 5.1-5.8 i les Fig 5.9-5.13 mostren la comparativa de resultats entre els programes, agafant com a valor de referència el valor obtingut amb ANSYS.

S2 encastat - RLBA/ANSYS							
Mode	Longitud						
	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,05	1,03	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01
2	1,06	1,05	1,03	1,02	1,01	1,02	1,01
3	1,08	1,03	1,02	1,02	1,02	1,01	1,02

Taula 5.1 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems encastats

S2 encastat - CUFSM/ANSYS							
Mode	Longitud						
	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
2	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
3	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01

Taula 5.2 Comparativa dels resultats amb CUFSM i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems encastats

S4 encastat - RLBA/ANSYS								
Mode	Longitud							
	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2500
1	1,06	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00
2	1,06	1,02	1,02	1,01	1,02	1,02	1,01	1,01
3	1,07	1,04	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01

Taula 5.3 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems encastats

S4 encastat - CUFSM/ANSYS								
Mode	Longitud							
	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2500
1	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Taula 5.4 Comparativa dels resultats amb CUFSM i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems encastats

S5 encastat - RLBA/ANSYS							
Mode	Longitud						
	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,06	1,04	1,02	1,01	1,01	1,01	1,00
2	1,06	1,04	1,02	1,03	1,02	1,01	1,01
3	1,06	1,06	1,04	1,02	1,01	1,02	1,01

Taula 5.5 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems encastats

S5 encastat - CUFSM/ANSYS							
Mode	Longitud						
	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
2	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
3	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01

Taula 5.6 Comparativa dels resultats amb CUFSM i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems encastats

S6 encastat - RLBA/ANSYS							
Mode	Longitud						
	500	750	1000	1250	1500	2000	2500
1	1,07	1,06	1,04	1,02	1,02	1,01	1,00
2	1,07	1,07	1,04	1,02	1,02	1,02	1,01
3	1,07	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01

Taula 5.7 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems encastats

S6 encastat - CUFSM/ANSYS							
Mode	Longitud						
	500	750	1000	1250	1500	2000	2500
1	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00
2	1,04	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01
3	1,04	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01

Taula 5.8 Comparativa dels resultats amb CUFSM i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems encastats

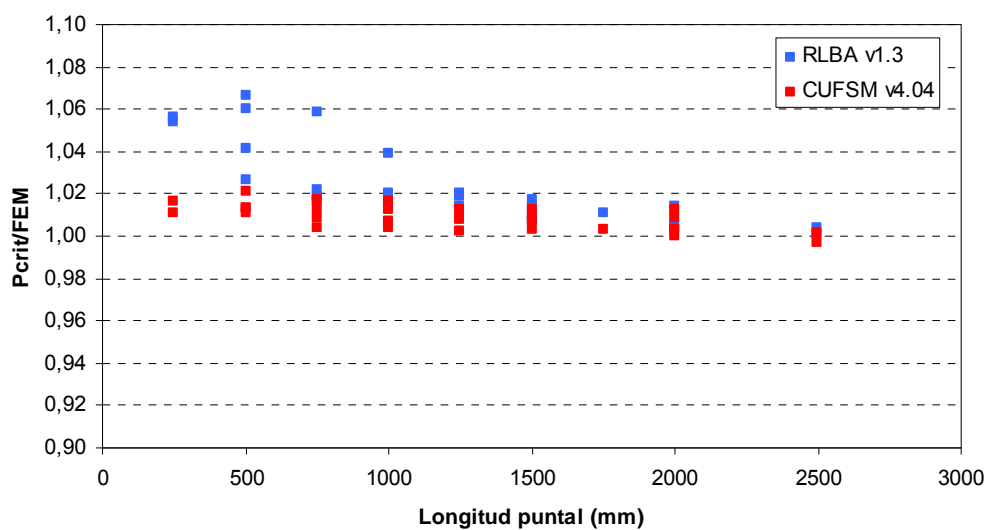
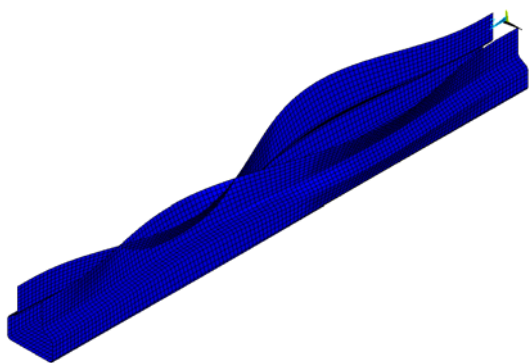


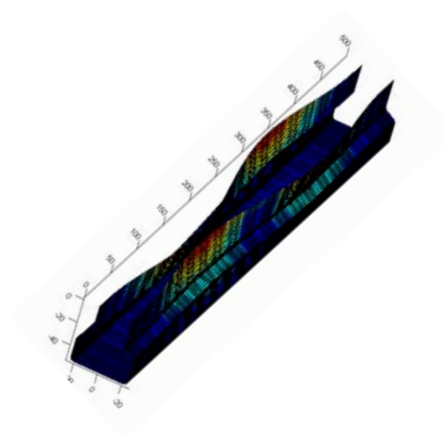
Fig 5.9 Comparativa dels valors obtinguts amb RLBA i CUFSM respecte ANSYS amb els dos extrems encastats

Perfil S2 Longitud 500

ANSYS



RLBA



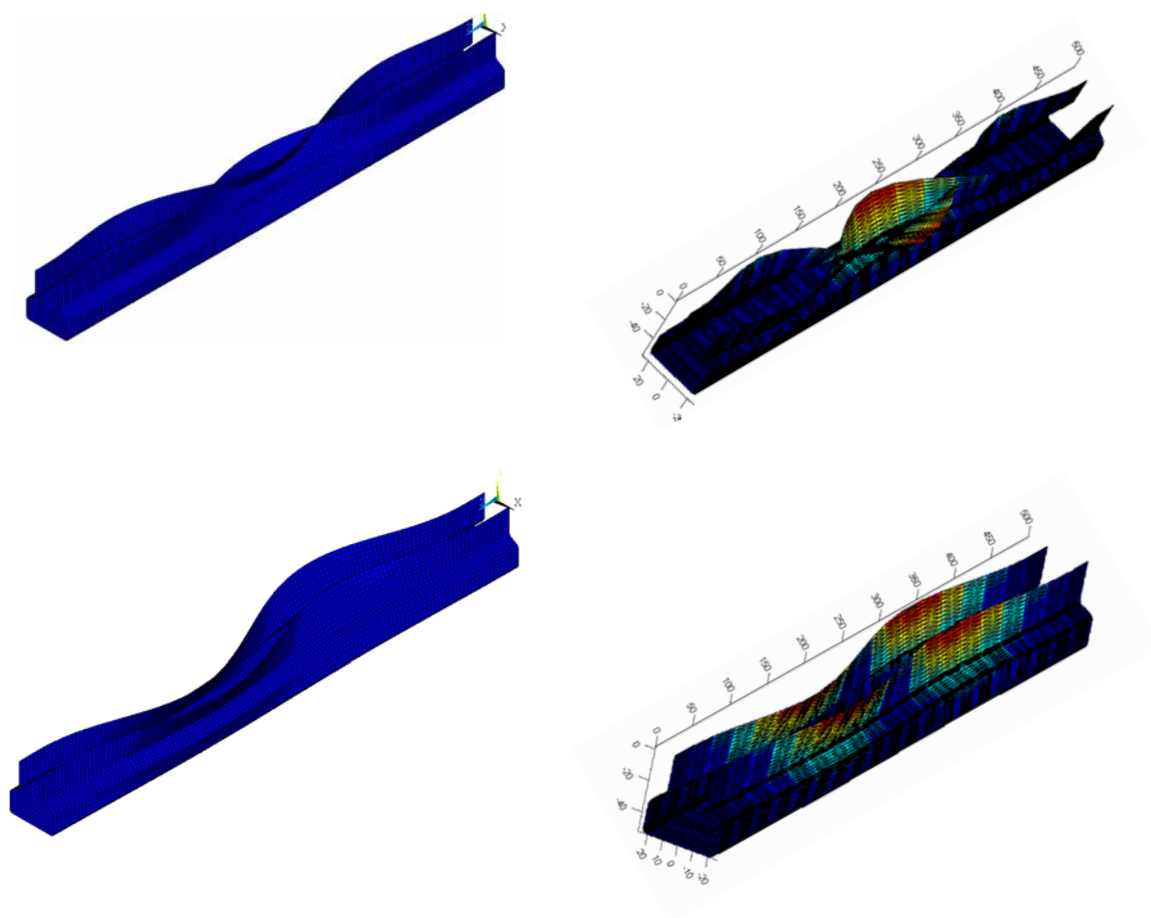


Fig 5.10 Comparativa entre els tres modes de deformació pel perfil S2 amb RLBA i ANSYS

Perfil S4 Longitud 1250

ANSYS

RLBA

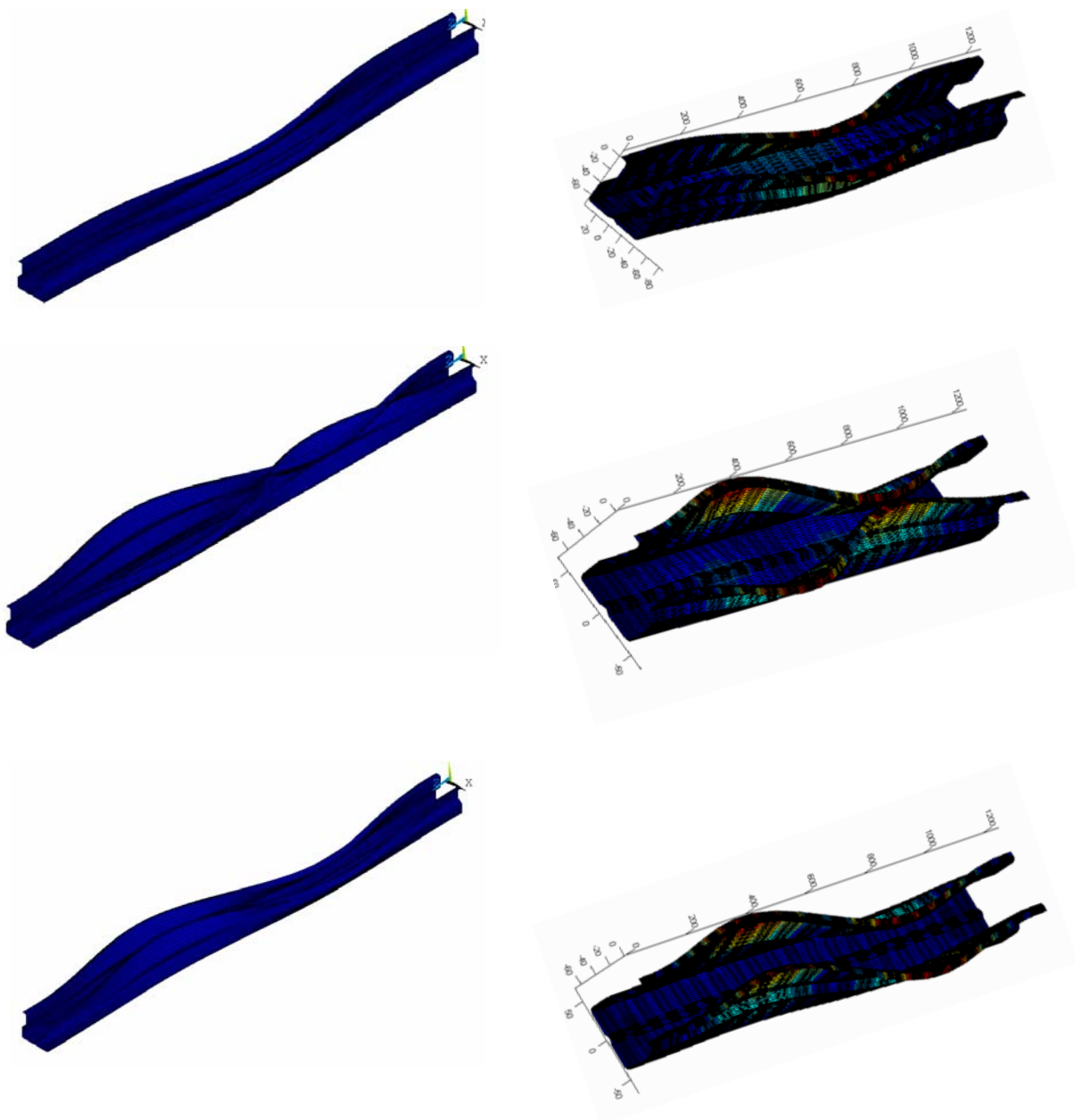


Fig 5.11 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S4 amb RLBA i ANSYS

Perfil S5 Longitud 750

ANSYS

RLBA

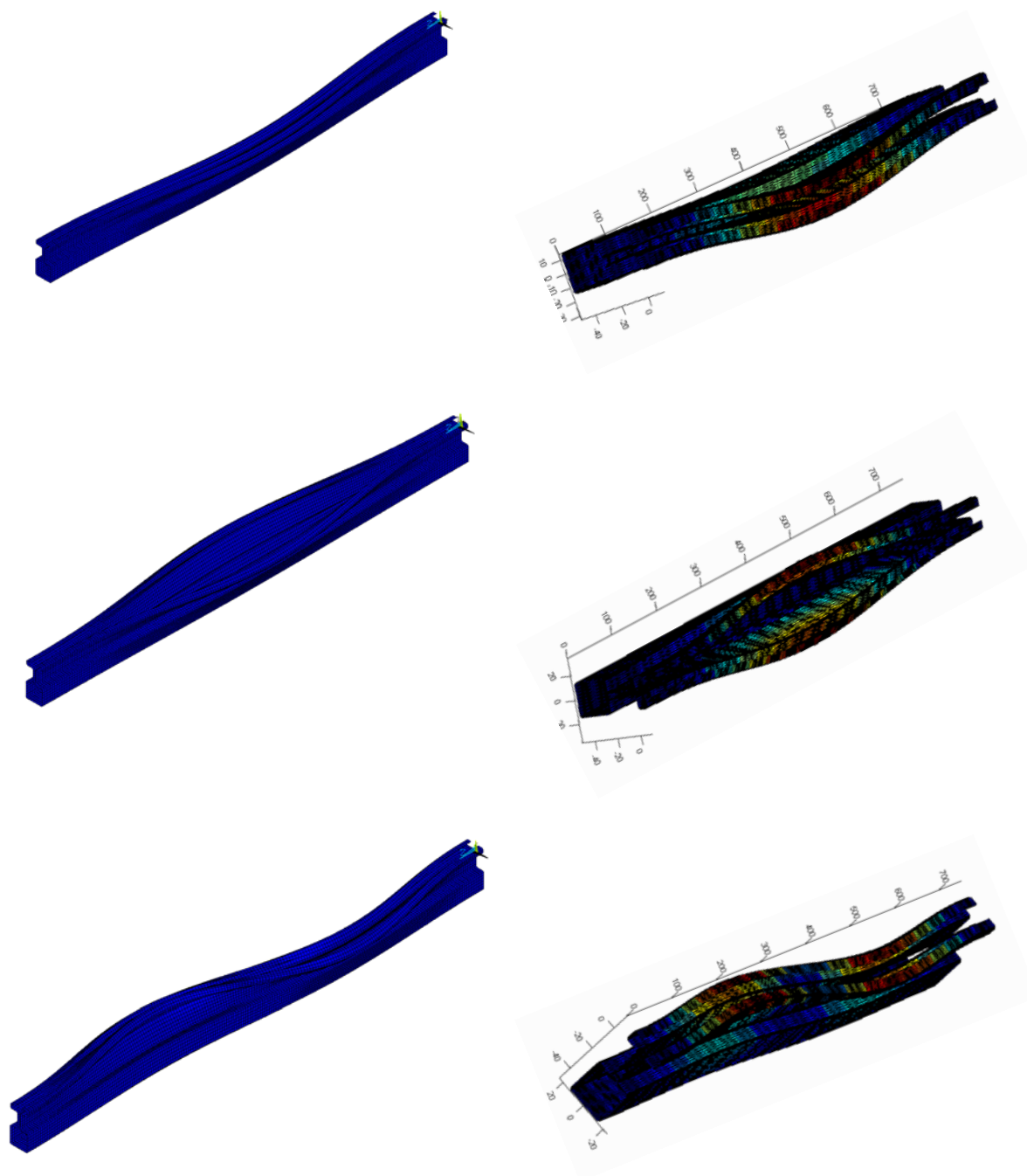


Fig 5.12 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S5 amb RLBA i ANSYS

Perfil S6 Longitud 1500

ANSYS

RLBA

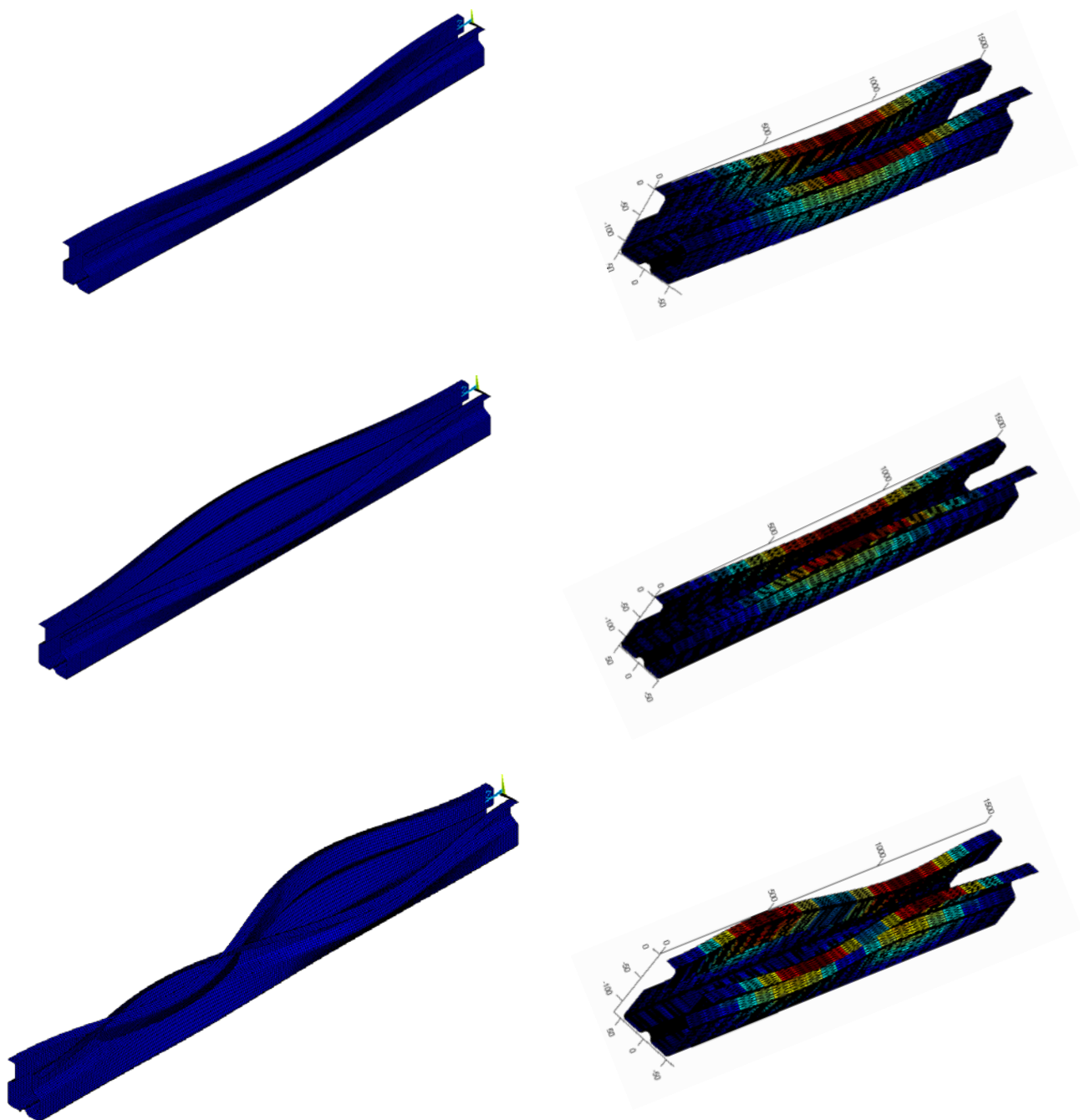


Fig 5.13 Comparativa entre els tres primers modes de deformació pel perfil S6 amb RLBA i ANSYS

Puntal amb extrems articulats amb torsió restringida

Aquestes condicions de contorn són les mateixes que pels assaigs experimentals del perfil S4 detallats en el capítol 4. L'extrem del puntal es troba articulat respecte a les dos flexions i encastat respecte a la torsió i als modes seccionals. La verificació s'ha realitzat únicament respecte el model d'elements finits d'ANSYS, ja que la versió utilitzada del CUFSM no permet introduir aquestes condicions de contorn. Els resultats es poden veure a les Taules 5.9-5.12 i la Fig 5.14.

S2 articulat amb torsió restringida - RLBA/FEM							
	Longitud						
Mode	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,05	1,03	1,03	1,02	1,01	1,01	1,01
2	1,04	1,05	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01
3	1,08	1,04	1,03	1,02	1,03	1,03	1,02

Taula 5.9 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S2 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida

S4 articulat amb torsió restringida - RLBA/FEM								
	Longitud							
Mode	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2500
1	1,06	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,01
2	1,06	1,02	1,02	1,01	1,02	1,02	1,01	1,01
3	1,07	1,05	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02

Taula 5.10 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S4 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida

S5 articulat amb torsió restringida - RLBA/FEM							
	Longitud						
Mode	250	500	750	1000	1250	1500	2000
1	1,07	1,03	1,02	1,01	1,01	1,01	1,00
2	1,07	1,06	1,06	1,04	1,03	1,02	1,01
3	1,09	1,06	1,02	1,03	1,02	1,02	1,01

Taula 5.11 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S5 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida

S6 articulad amb torsió restringida - RLBA/FEM							
Mode	Longitud						
	500	750	1000	1250	1500	2000	2500
1	1,09	1,07	1,05	1,03	1,03	1,02	1,02
2	1,09	1,08	1,05	1,03	1,02	1,03	1,03
3	1,08	1,07	1,05	1,05	1,05	1,03	1,02

Taula 5.12 Comparativa dels resultats amb RLBA i ANSYS pel perfil S6 amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida

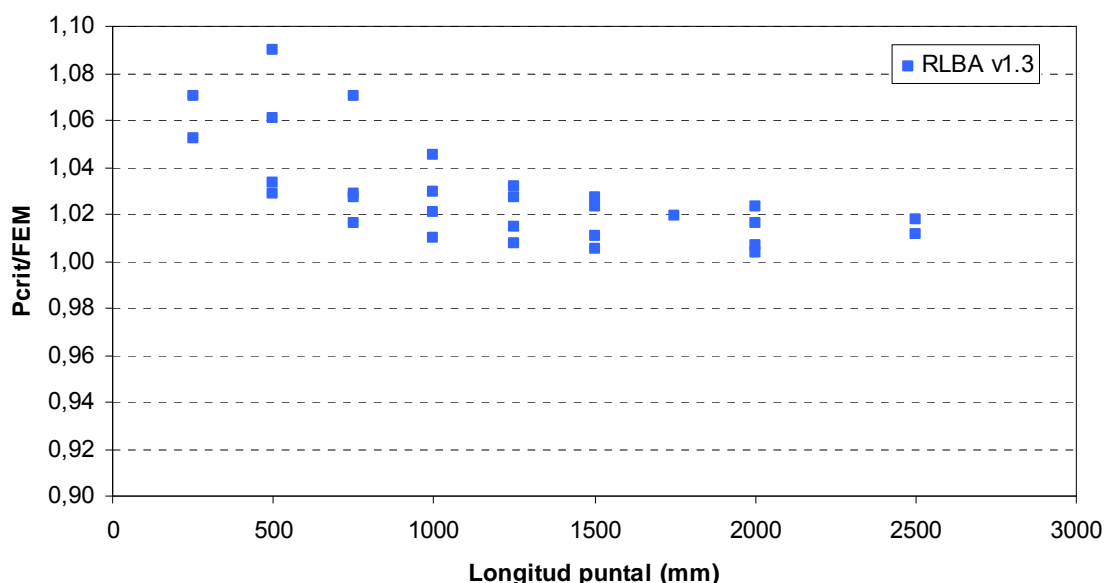


Fig 5.14 Comparativa dels valors obtinguts amb RLBA respecte ANSYS amb els dos extrems articulats amb la torsió restringida

Com es pot veure en ambdós casos la predicció dels resultats mitjançant el programa desenvolupat és bona. Presenta diferències reduïdes respecte al model d'elements finits, inferiors al 4% a excepció de les longituds més curtes, on la participació dels modes locals és més rellevant. Les diferències obtingudes entre programes es consideren perfectament assumibles i per tant es dona per finalitzada la tasca de validació del programa.

També es pot observar que el programa CUFSM v4.04 presenta una millor predicció de les càrregues de vinclament respecte a RLBA v1.3, sobretot en els puntals de longituds més reduïdes. Aquest fenomen es produeix com a conseqüència de la utilització únicament dels modes purs convencionals de la GBT per calcular la càrrega crítica. Aquests modes convencionals mantenen com a hipòtesi la no extensió transversal dels elements de la secció ($\epsilon_{ss}^M = 0$) i la hipòtesi de Vlasov ($\gamma_{xs}^M = 0$). Per tal d'obtenir una millor precisió en els resultats caldria incorporar els modes

purs de deformació que violen aquestes hipòtesis (modes tangencials naturals, modes de *warping* local i els modes d'extensió transversal), fet que serà possible amb la propera versió del programa. El CUFSM incorpora modes similars dins el subespai *other* de deformació, com a conseqüència els resultats són més precisos.

5.4. Implementació del càlcul de seccions amb gruixos variables

Una altra de les característiques de la teoria de la banda finita i de la teoria de la biga generalitzada consisteix en poder donar característiques diferents a cada un dels elements en que està definit la secció d'estudi, és a dir, diferent gruix o material. En el programa desenvolupat s'ha permès definir gruixos diferents en cada element de la secció. En canvi no es permet definir unes característiques materials diferents, ja que en l'àmbit d'estudi de la tesi únicament es treballa en perfils fabricats amb un sol material. Per altra banda, la utilització de gruixos diferents pot ser útil, ja sigui per analitzar perfils amb aquesta característica o bé per utilitzar el concepte del gruix equivalent per estudiar puntals amb perforacions. El GBTUL únicament permet definir espessor diferents en els elements naturals, no en els elements interiors, ja que per considerar l'efecte de la variació del gruix en aquests elements cal modificar lleugerament l'anàlisi seccional típic de la GBT. En el RLBA v1.3 s'han implementat les modificacions necessàries per poder analitzar seccions amb gruixos diferents per a qualsevol element. A l'apartat 5.4.1 es detallen els canvis implementats i en l'apartat 5.4.2 es duu a terme la verificació de resultats mitjançant ANSYS i CUFSM.

5.4.1. Modificació de l'anàlisi seccional

El tractament que es realitza a l'hora de fer l'anàlisi seccional és molt similar a l'explicat a l'apartat 2.2.2, únicament es diferencia en l'obtenció de les funcions $w_k(s)$ dels modes distorsionals i globals (provinents de la imposició dels desplaçaments de *warping* unitari en cada un dels nodes naturals). Quan no es considera que els elements interiors poden tenir gruixos diferents, no es tenen en compte els nodes interiors per trobar els moments redundants per garantir la condició de nus rígid. Si es vol tenir en compte l'efecte del canvi de gruix entre qualsevol tipus d'element, s'ha d'imposar la condició de nus rígid també en els nodes interiors, fet que provoca una ampliació dels graus de llibertat del problema d'elements finits utilitzat per determinar aquests moments redundants (s'amplia dels nodes naturals a tots els nodes). Posteriorment, es construeixen les funcions $w^k(s)$ per tots els elements, és a dir, estan definides entre dos nodes consecutius, siguin o no naturals (anteriorment les funcions $w^k(s)$ estaven definides entre dos nodes naturals consecutius). El tractament de les funcions $w^k(s)$ entre nodes consecutius permet reflectir la pèrdua de rigidesa d'un element interior afectat per un gruix inferior. Tot i això, si el gruix de l'element es redueix molt (rigidesa a flexió quasi nul·la) provoca alteracions en el model, les quals estan comentades en l'apartat 5.4.2. La Fig 5.15

mostra com varien la funció $w_k(s)$ al imposar un desplaçament de warping en un node natural tenint en compte el canvi de gruix en un element interior de la secció. La línia blava mostra el perfil nominal, sense estar deformat. La línia fúcsia mostra la deformada que tindria si tot el gruix de la secció fos constant. La línia verda mostra la deformada reduint el gruix aproximadament a la meitat del gruix nominal en l'element central de l'ànima del perfil. La línia vermella i la negra mostren el moviment dels elements amb un gruix que tendeix a zero. Es pot observar que el perfil presenta una rotació igual en tots els elements excepte en aquell de gruix inferior.

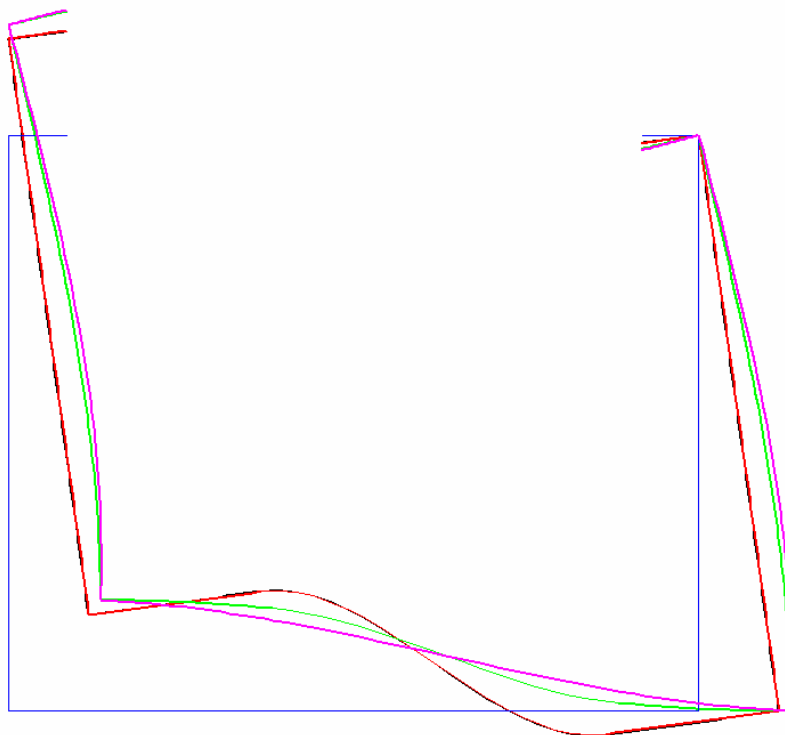


Fig 5.15 Moviments en el pla característics de la GBT al imposar un desplaçament longitudinal nodal unitari

El tractament en la resta de càlculs és anàleg que en perfils de gruix constant.

5.4.2. Verificació dels resultats

La verificació s'ha realitzat a través del programa ANSYS i CUFSM. S'ha analitzat una secció variant el gruix en diferents zones (Fig. 5.16, perfil (a) i perfil (b)). També s'ha comprovat quina és la relació màxima de reducció de gruix a partir de la qual es generen uns modes de deformació sense sentit físic (les hipòtesis realitzades en l'apartat 5.4.1 ja no es poden considerar vàlides) i la fiabilitat dels

resultats que es té variant tant el gruix com la longitud del puntal per determinar la càrrega crítica de vinclament.

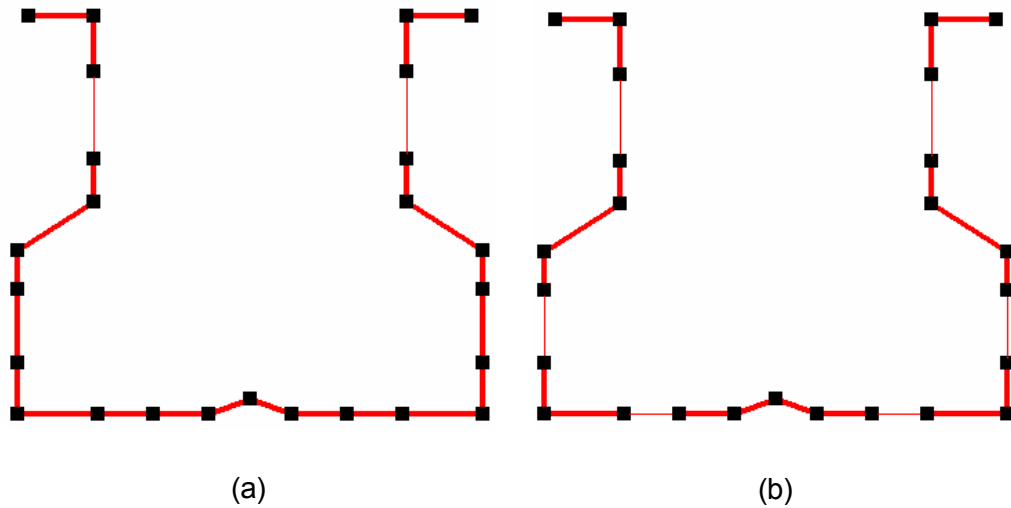


Fig 5.16 Discretització utilitzada en RLBA i CUFSM

Els dos perfils analitzats tenen un gruix nominal de 1,8 mm. En els elements reduïts (2 en el perfil (a) i 6 en el (b)) s'han utilitzats gruixos de 0,18mm i 0,018 mm en cada cas. D'aquesta manera s'ha pogut estudiar l'efecte de variacions de gruix de fins 100 vegades. Pels dos casos, s'han estudiat tres longituds diferents, 500, 1200 i 2500 mm amb els dos extrems encastats. En total s'han dut a terme 12 simulacions diferents per verificar la metodologia proposada.

La modelització en ANSYS és igual que en l'apartat 5.3.2, amb la diferència que s'utilitzen dos constants diferents, per tal de simular els dos gruixos de xapa, tal i com es pot veure a la Fig. 5.17, on les zones blaves són les de gruix nominal i les liles amb el gruix inferior.

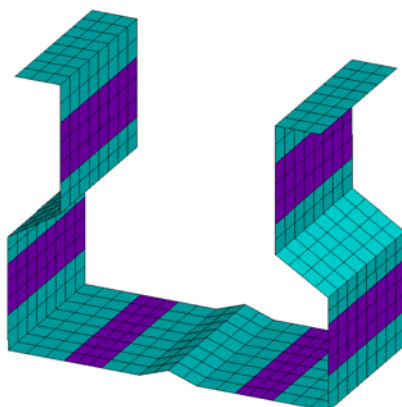


Fig 5.17 Modelització en ANSYS pel perfil (b)

En les Taules 5.13 i 5.14 es poden veure els resultats de les càrregues elàstiques de vinclament obtingudes en les diferents simulacions pel perfil (a) i (b) respectivament. En les Fig. 5.18 i 5.19 es poden veure els resultats respecte el model amb ANSYS per ambdós casos.

Gruix inferior	Programa	Longitud Puntal (mm)		
		500	1200	2500
0,18 mm	RLBA v1.3	244389	121425	79464
	CUFSM 4.04	247635	122293	79292
	ANSYS 13	238332	120001	78511
0,018 mm	RLBA v1.3	161927	33739	9901
	CUFSM 4.04	166270	34110	10162
	ANSYS 13	158647	32545	9748

Taula 5.13 Resultats de la càrrega crítica (N) pel perfil (a)

		Longitud Puntal (mm)		
Gruix inferior	Programa	500	1200	2500
0,18 mm	RLBA v1.3	66698	58152	30119
	CUFSM 4.04	64065	58064	30327
	ANSYS 13	62306	56911	29948
0,018 mm	RLBA v1.3	11415	3696	2593
	CUFSM 4.04	10241	3597	2531
	ANSYS 13	9999	3474	2454

Taula 5.14 Resultats de la càrrega crítica (N) en la secció (b)

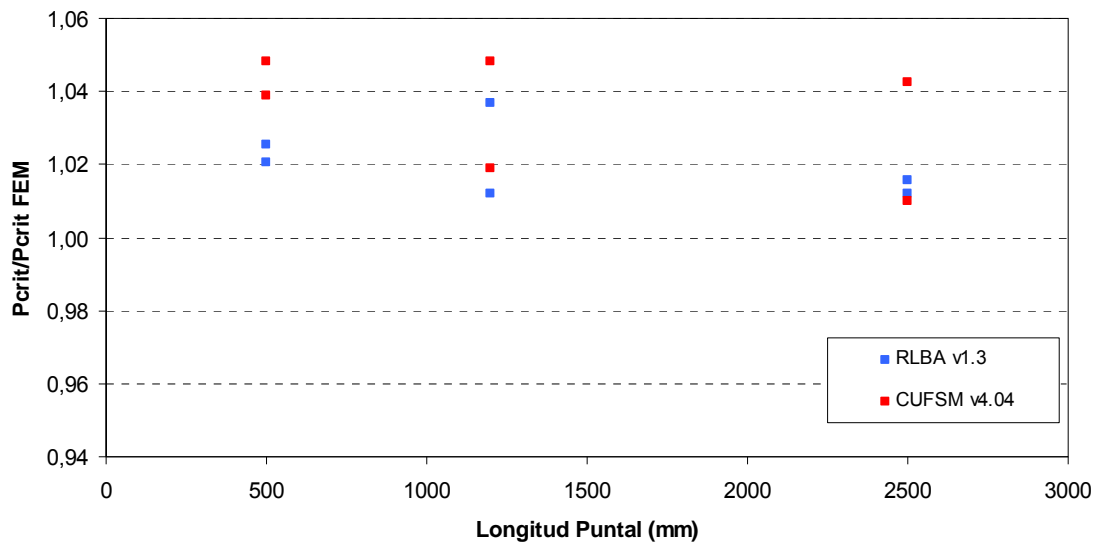


Fig 5.18 Comparativa dels valors obtinguts en RLBA i CUFSM respecte ANSYS pel perfil (a)

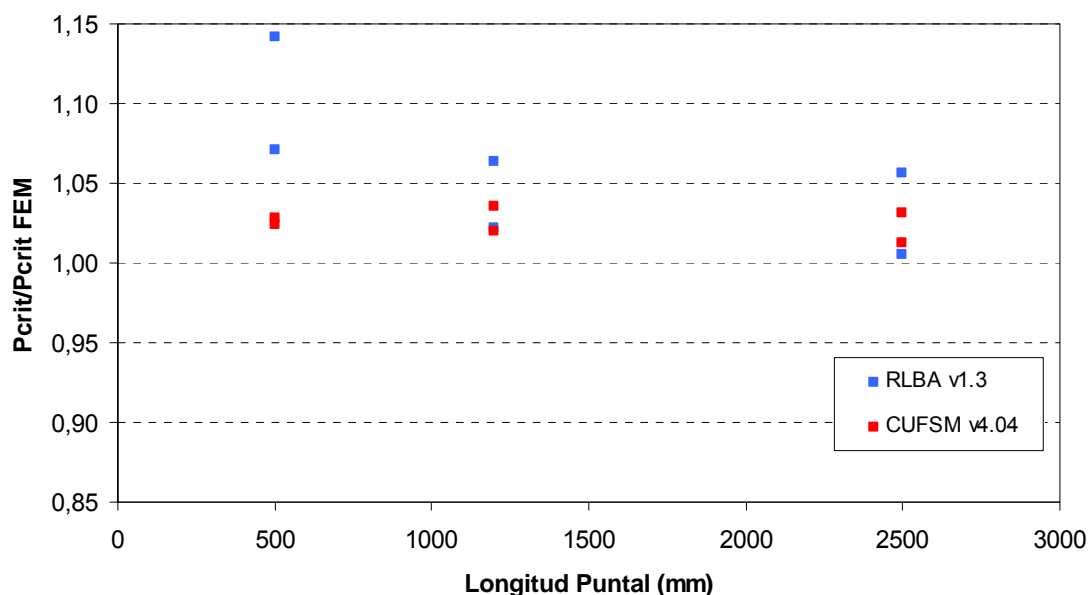


Fig 5.19 Comparativa dels valors obtinguts en RLBA i CUFSM respecte ANSYS pel perfil (b)

En les Fig. 5.18 i 5.19 s’observa com la majoria de resultats obtinguts mitjançant el programa RLBA i CUFSM són molt similars i propers als d’ANSYS, fet que permet validar el programa i la metodologia implementada. Cal destacar però la presència d’un valor anòmal, amb una rati de càrrega respecte ANSYS al voltant del 1,14. Aquest valor correspon a l’anàlisi del perfil (b) amb un gruix reduït de 0,018 mm i longitud de 500 mm. També podem veure com les relacions són més acurades en l’anàlisi del perfil (a), el qual té menys zones perforades. Tot i això, la majoria de diferències en el perfil (b) es troben dins d’uns marges raonables, ja que les càrregues elàstiques són molt baixes tal i com es mostra a la Taula 5.14. Per acabar de validar el bon funcionament cal veure si la forma de les deformades obtingudes en els diferents programes són similars. A la Fig. 5.20 es mostren algunes d’elles, les quals coincideixen perfectament.

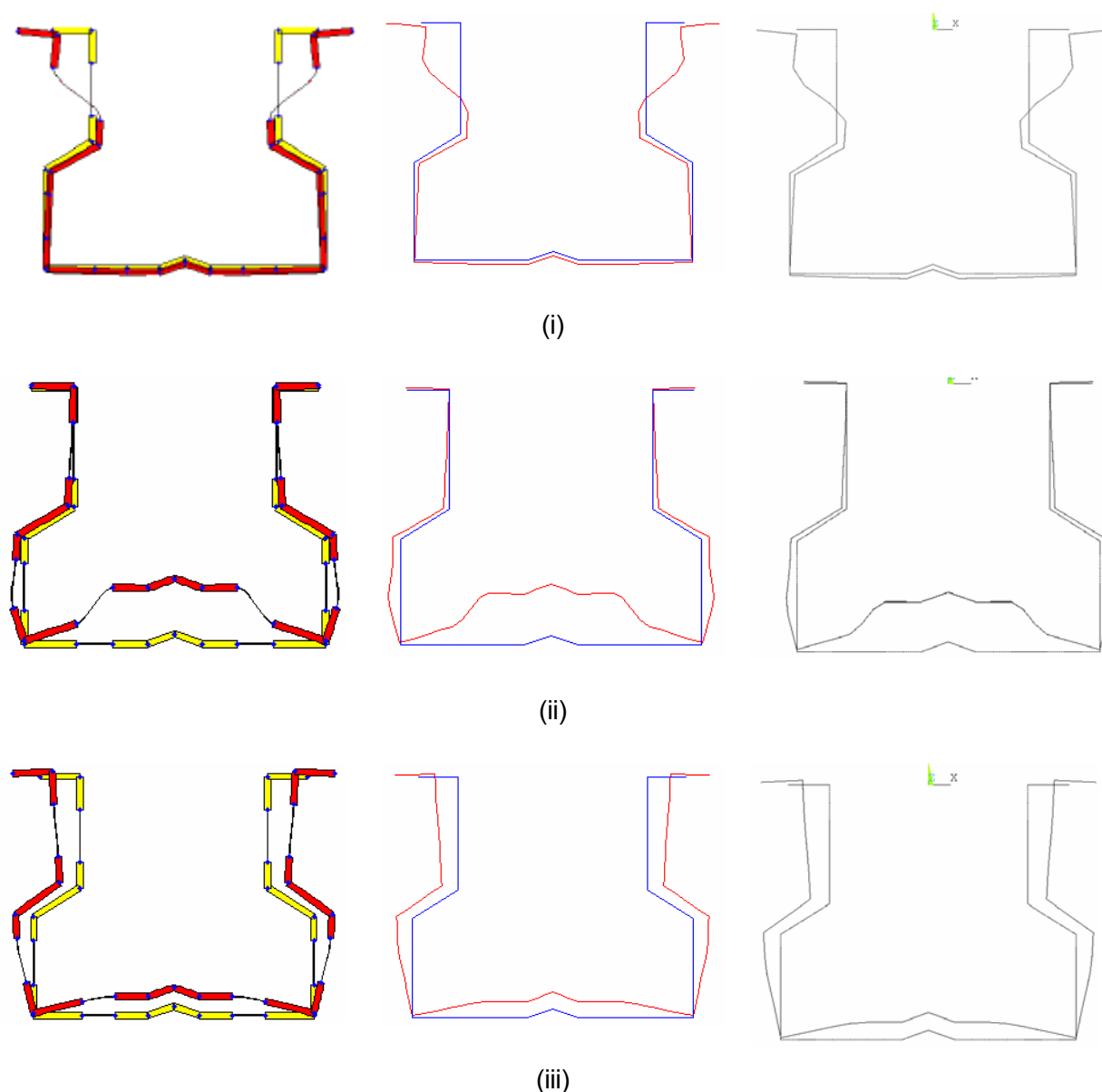


Fig 5.20 Deformades seccionals obtingudes. A l'esquerra amb CUFMS, al centre RLBA a la dreta ANSYS. (i) Longitud de 500mm i gruix reduït de 0,018 mm (ii) Longitud de 500mm i gruix reduït de 0,18 mm (iii) Longitud de 1200 mm i gruix reduït de 0,18 mm

S'observa com a mesura que el gruix reduït va tendint a zero, les diferents parts de la secció es van movent de forma cada vegada més independent, fet que, malgrat ser lògic, provoca errors en els càlculs degut a les hipòtesis assumides. La Fig. 5.21 mostra com en l'anàlisi del perfil (b), de 500 mm i gruix inferior de 0,018 mm (resultat amb més error) hi ha una part de la secció que es mou quasi independentment de la resta. Aquest fet implica que la deformació tangencial i d'extensió transversal de membrana no siguin necessàriament nul·les (hipòtesis no considerades en RLBA v1.3) i per tant s'incrementi l'error en el càlcul lineal de vinclament. En la Fig. 5.21 es comparen dos

deformacions diferents, on es veu clarament que en una hi ha una clara deformació de membrana d'extensió transversal i tangencial (Fig 5.21 (i)) que reproduceix el model en ANSYS, però no es pot reproduir correctament amb el RLBA v1.3.

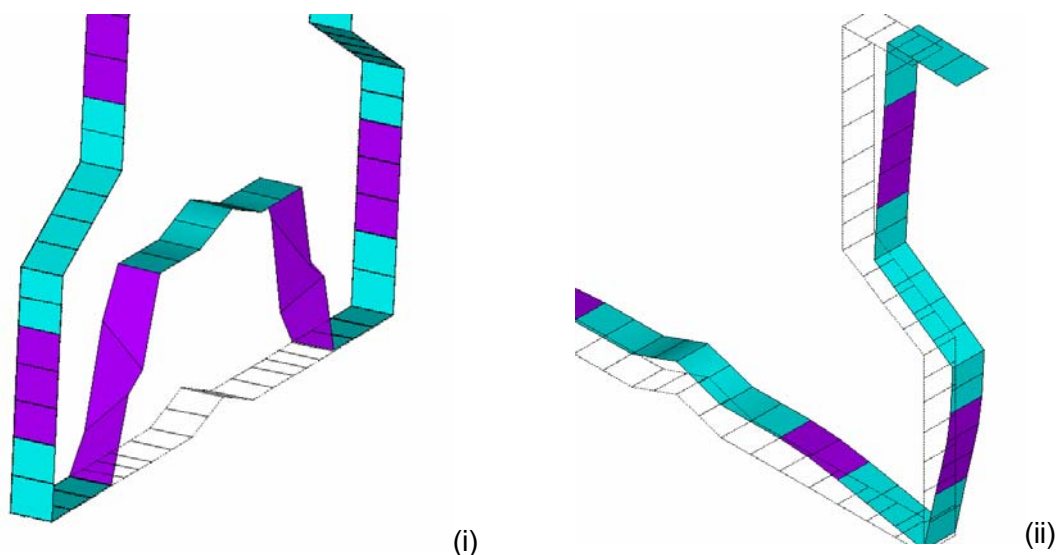


Fig 5.21 Deformades en ANSYS: (i) longitud de 500 mm i un gruix reduït de 0,018 mm (ii) Longitud de 1200mm i un gruix reduït de 0,018 mm

Per tal de predir amb millor precisió aquest cas caldria afegir més modes de deformació, incorporant algun dels modes de deformació d'extensió transversal i dels de deformació tangencial. La inclusió d'aquests modes (permeten la deformació de membrana tangencial i la deformació de membrana d'extensió transversal) milloraria la predicció dels resultats, d'igual manera que en les longituds curtes de les seccions analitzades a l'apartat 5.3.2.

També cal delimitar en quin rang de gruixos és possible aplicar la formulació presentada. En proves addicionals que s'han realitzat, per gruixos 100 vegades inferiors al nominal els resultats i els modes de deformació que es generen són vàlids (amb més o menys precisió en funció de la influència dels modes d'extensió transversal i de deformació tangencial naturals). En canvi, si es tendeix a valors de gruix de l'ordre de 1000 vegades inferiors al nominal els modes purs de deformació que s'obtenen en l'anàlisi seccional perden el seu significat físic. Aquesta pèrdua és conseqüència de la igualtat dels moments redundants en tots els elements de la secció que s'obtenen per garantir la hipòtesi de nus rígid al aplicar els moviments de *warping* unitaris. Conseqüentment, la secció és mou com un sòlid rígid (a excepció dels elements amb gruix reduït) provocant la variació del rang del la matriu $[B_{ik}]$. Originalment, el rang d'aquesta matriu ha de ser igual al nombre de modes menys 4 (ja que hi ha 4 modes globals). Si la reducció dels gruixos és tan elevada, provoca moviments de sòlid

rígid relatiu entre diferents parts de la mateixa secció, i disminueix el rang de la matriu $[B_{ik}]$. Quan aquesta disminució de rang apareix, els resultats deixen de ser vàlids.

5.5. Obtenció i verificació de fórmules analítiques

A partir de la formulació de la GBT és possible desenvolupar un seguit de fórmules analítiques per calcular les càrregues elàstiques pures i combinant dos modes de vinclament. La formulació analítica combinant més de dos modes, tot i ser possible, resulta més complexa. Per tant, s'ha realitzat l'estudi per modes purs o combinant dos modes diferents i s'han comparat amb les expressions clàssiques de flexió, torsió i flexo-torsió. Aquestes expressions poden ser útils en l'aplicació del càlcul normatiu (capítol 9). Les expressions i la formulació clàssica estan extretes de Timoshenko [120].

5.5.1. Modes individuals

S'han considerat dos tipus de condicions de contorn diferents, els dos extrems articulats o ambdós encastats.

L'Eq 5.1 és l'expressió diferencial de govern per la flexió de barres o columnes. Per determinar la càrrega elàstica de vinclament el terme de càrrega lateral desapareix (Eq 5.2). Realitzant el canvi de variable $k^2 = P/EI$ i resolent s'obté la solució general (Eq 5.3).

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = q \quad (\text{Eq. 5.1})$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (\text{Eq. 5.2})$$

$$y = A \cdot \sin(k \cdot x) + B \cdot \cos(k \cdot x) + C \cdot x + D \quad (\text{Eq. 5.3})$$

La solució general depèn de quatre constants, el valor de les quals es troba imposant les condicions de contorn per cada cas d'estudi. Si la columna es troba articulada en els dos extrems, el desplaçament i el moment són nuls ($y = \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$). Aplicant aquestes condicions s'obté:

$$B = C = D = 0 \quad \sin(k \cdot l) = 0 \longrightarrow k \cdot l = n \cdot \pi$$

Així, la forma de la flexió de la columna ve donada per l'Eq 5.4 i el valor de la càrrega elàstica de flexió per l'Eq 5.5.

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}\right) \quad (\text{Eq. 5.4})$$

$$P_{\text{flexió}} = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad (\text{Eq. 5.5})$$

Si la columna es troba encastada en ambdós extrems, el desplaçament i l'angle girat són nuls ($y = \frac{dy}{dx} = 0$) i la resolució de l'Eq 5.3 per determinar les constants esdevé en el següent sistema d'equacions (Eq 5.6):

$$\begin{aligned} B + D &= 0 \\ A \cdot k + C &= 0 \\ A \cdot \sin(k \cdot l) + B \cos(k \cdot l) + C \cdot l + D &= 0 \\ A \cdot k \cdot \cos(k \cdot l) - B \cdot k \cdot \sin(k \cdot l) + C &= 0 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.6})$$

La resolució de l'Eq 5.6 genera dos famílies de funcions diferents. La primera imposant $\sin\left(\frac{k \cdot l}{2}\right) = 0$, on les constants prenen els següents valors: $A=C=0$ i $B=-D$. L' Eq 5.7 mostra la funció de forma de la deformada i l'Eq 5.8 el valor de la càrrega crítica. És important notar, que aquesta primera família de funcions correspon a funcions de forma simètriques, és a dir, a deformades simètriques.

$$y = B \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi}{l}\right) - 1 \right) \quad (\text{Eq. 5.7})$$

$$P_{\text{flexió}} = \frac{4 \cdot n^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad (\text{Eq. 5.8})$$

La segona família s'obté imposant $\tan\left(\frac{k \cdot l}{2}\right) = \frac{k \cdot l}{2}$. La resolució gràfica d'aquesta funció es mostra a

la Fig 5.22. La primera de les infinites solucions (no trivial, $k \neq 0$) correspon al valor $\frac{k \cdot l}{2} = 4,493$. Per

aquest cas, el valor de càrrega elàstica de vinclament a flexió es pot obtenir a través de l' Eq 5.9. En aquest cas els valors dels paràmetres A , B , C i D de l'Eq 5.6 són diferents de zero.

$$P_{\text{flexió}} = \frac{8,18 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad (\text{Eq. 5.9})$$

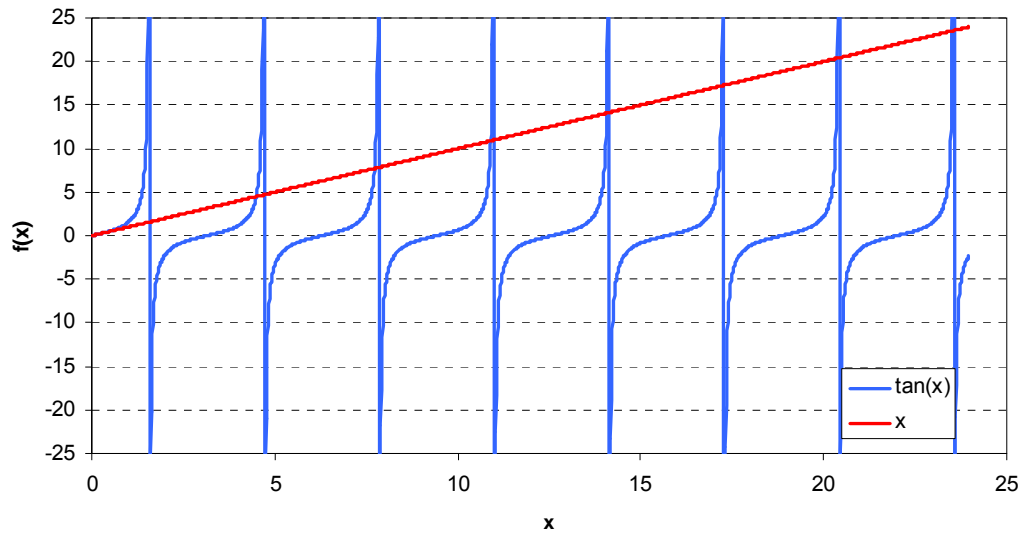


Fig 5.22 Solució gràfica de la segona família de funcions

Per obtenir fórmules analítiques de fàcil aplicació a través de la GBT cal definir la funció de forma del mode de vinclament a analitzar. Quan els extrems es troben articulats es defineix la funció de forma de l'Eq 5.10 (Fig 5.23), que és la mateixa que s'obté segons la teoria clàssica de Timoshenko.

$$\phi_{k(x)} = \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right) \quad (\text{Eq. 5.10})$$

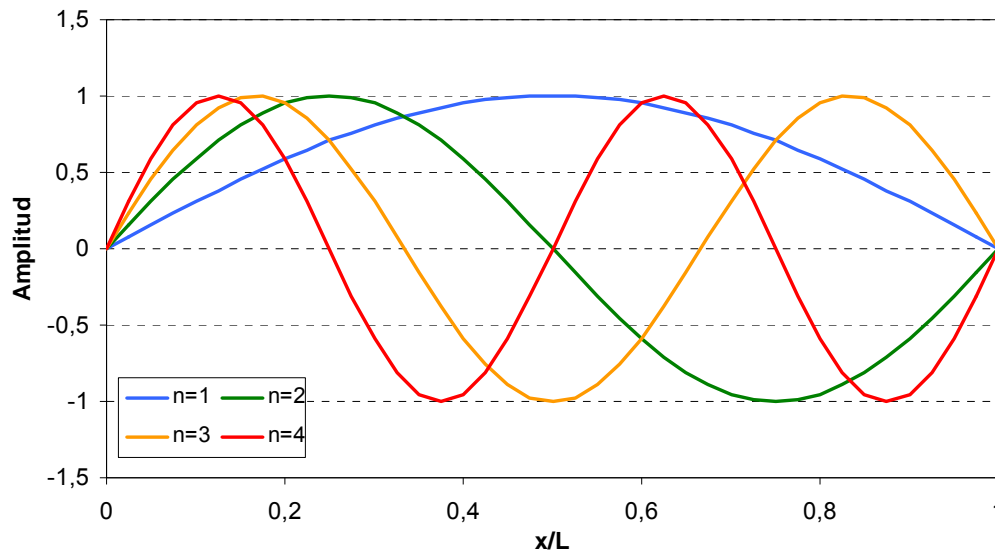


Fig 5.23 Funcions de forma per una columna biarticulada

Per obtenir la fórmula de la càrrega crítica a través de la GBT es resol l'Eq 5.11, que imposa un equilibri entre el treball de les càrregues externes i l'energia de deformació interna de la biga.

$$\int_0^L \left(\overline{C}_{ik} \cdot \overline{\phi}_{i,xx} \cdot \delta \overline{\phi}_{k,xx} + \overline{D}_{ik} \cdot \overline{\phi}_{i,x} \cdot \delta \overline{\phi}_{k,x} + \overline{B}_{ik} \cdot \overline{\phi}_i \cdot \delta \overline{\phi}_k - \lambda \cdot \overline{W}_{10} \cdot \overline{X}_{1ik} \cdot \overline{\phi}_{i,x} \cdot \delta \overline{\phi}_{k,x} \right) dx = 0 \quad (\text{Eq. 5.11})$$

A on el producte $\lambda \cdot \overline{W}_{10}$ correspon a la càrrega elàstica de vinclament, els subíndexs i i k als modes purs utilitzats (al tenir en compte un únic mode $i=k$). La resta de paràmetres són propis de la GBT (definites al capítol 2). Introduint la funció de forma (Eq 5.10) a l'Eq 5.11 s'obté l'expressió següent (Eq. 5.12):

$$\int_0^L \left(\overline{C}_{ik} \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{L} \right)^4 \sin^2 \left(\frac{n \cdot \pi}{L} x \right) + \overline{D}_{ik} \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n \cdot \pi}{L} x \right) + \overline{B}_{ik} \cdot \sin^2 \left(\frac{n \cdot \pi}{L} x \right) - \lambda \cdot \overline{W}_{10} \cdot \overline{X}_{1ik} \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n \cdot \pi}{L} x \right) \right) dx = 0 \quad (\text{Eq. 5.12})$$

Resolent l'Eq 5.12 podem obtenir la càrrega elàstica de vinclament per qualsevol mode de deformació per una columna biarticulada (Eq 5.13).

$$P = \lambda \cdot \overline{W}_{10} = \frac{1}{\overline{X}_{1kk}} \left(\overline{C}_{kk} \cdot \left(\frac{n \pi}{L} \right)^2 + \overline{D}_{kk} + \overline{B}_{kk} \cdot \left(\frac{L}{n \cdot \pi} \right)^2 \right) \quad (\text{Eq. 5.13})$$

L'expressió hauria de ser igual, pels modes globals, que les fórmules clàssiques de vinclament elàstic a flexió i torsió. Pels modes de flexió els termes de la GBT prenen els següents valors: $\overline{C}_{kk} = EI, \overline{D}_{kk} = \overline{B}_{kk} = 0, \overline{X}_{1kk} = 1$. En el mode de torsió els termes prenen els valors:

$\overline{C}_{kk} = EI_w, \overline{D}_{kk} = GJ, \overline{B}_{kk} = 0, \overline{X}_{1kk} = i_o^2$. Si es realitzen les substitucions pertinents es pot comprovar que s'obtenen les mateixes expressions utilitzant la GBT que amb les fórmules clàssiques.

Pel cas d'una columna encastada en els dos extrems, cal seguir el mateix procediment. La única diferència rau en la definició de la funció de forma, que en aquest cas adopta tres tipus de funcions diferents segons el tipus de càlcul. El primer correspon al vinclament amb una semionna, tant si es tracta d'un mode global com distorsional. En aquest cas, la funció de forma pren l'expressió de l'Eq 5.14. Aquesta té la mateixa forma que l'Eq 5.7 proposada per Timoshenko. Resolent tot el procés s'obté l'Eq 5.15 que permet calcular la càrrega elàstica crítica a vinclament per una semionna.

$$\phi_{(x)} = \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} x\right) - 1 \right) \quad (\text{Eq. 5.14})$$

$$P = \lambda \cdot \overline{W}_{10} = \frac{1}{\overline{X}_{1kk}} \left(\overline{C}_{kk} \cdot \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 + \overline{D}_{kk} + 3 \cdot \overline{B}_{kk} \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \pi}\right)^2 \right) \quad (\text{Eq. 5.15})$$

El segon tipus de càlcul correspon al vinclament dels modes globals (flexions i torsió) amb més d'una semionna. En aquest cas, l'expressió de la funció de forma que es proposa es mostra a l'Eq 5.16 i el valor de la càrrega lineal de vinclament s'obté a través de l'Eq 5.17. Apareixen dos famílies de funcions de forma i de càrrega lineal, unes corresponen a les deformades simètriques i les altres a les antimètriques.

$$\phi_{(x)} = \cos\left(\frac{(n+1)\pi}{L} x\right) - 1 \longrightarrow n = 3,5,7,\dots \quad (\text{Eq. 5.16})$$

$$\phi_{(x)} = \cos\left(\frac{\pi}{L} x\right) - \cos\left(\frac{(n+1)\pi}{L} x\right) \longrightarrow n = 2,4,6,8,\dots$$

$$P_{crit} = \lambda \cdot \overline{W}_{10} = \frac{1}{\overline{X}_{1kk}} \left(\overline{C}_{kk} \cdot \left(\frac{(n+1)\pi}{L}\right)^2 + \overline{D}_{kk} + 3 \cdot \overline{B}_{kk} \cdot \left(\frac{L}{(n+1)\pi}\right)^2 \right) \longrightarrow n = 3,5,7,\dots$$

$$P_{crit} = \lambda \cdot \overline{W}_{10} = \frac{1}{\overline{X}_{1kk}} \left(\overline{C}_{kk} \cdot \frac{\pi^2 (n+1)^4 + 1}{L^2 (n+1)^2 + 1} + \overline{D}_{kk} + \overline{B}_{kk} \cdot \frac{L^2}{\pi^2 (n+1)^2 + 1} \right) \longrightarrow n = 2,4,6,\dots$$

(Eq. 5.17)

La comparativa entre els valors de les expressions que s'obtenen a través de les fórmules clàssiques i de les obtingudes a través de la GBT es pot veure a la Taula 5.15 ($P_{crit} = \left(\frac{K \cdot \pi^2 EI}{L^2}\right)$).

Els valors que s'obtenen són pràcticament iguals. Les diferències es troben en els modes antimètrics, a on la funció de forma proposada és lleugerament diferent de l'obtinguda de forma exacte a través de l'Eq 5.3. Tot i això l'error comés és molt baix i permet definir una funció de forma amb una expressió més fàcil d'utilitzar.

Num semiona	Expressions Clàssiques	Formulació GBT	Diferència (%)
	K	K	
1	4	4	0,00
2	8,18	8,2	0,21
3	16	16	0,00
4	24,19	24,08	-0,46
5	36	36	0,00
6	48,19	48,04	-0,31
7	64	64	0,00
8	80,19	80,02	-0,20

Taula 5.15 Comparativa entre la metodologia clàssica i la proposada mitjançant la GBT

El tercer tipus de càlcul correspon als vinclaments distorsionals de més d'una semiona. Les funcions de forma proposades segueixen l'Eq 5.18 i el valor de la càrrega lineal de vinclament es pot obtenir amb l'Eq 5.19.

$$\phi_{(x)} = \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{L}x\right) - \cos\left(\frac{(n+1)\pi}{L}x\right) \longrightarrow n > 1 \quad (\text{Eq. 5.18})$$

$$P_{crit} = \lambda \cdot \overline{W}_{10} = \frac{1}{X_{1kk}} \left(\overline{C}_{kk} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \frac{(n+1)^4 + (n-1)^4}{(n+1)^2 + (n-1)^2} + \overline{D}_{kk} + \overline{B}_{kk} \cdot \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \frac{2}{(n+1)^2 + (n-1)^2} \right) \quad (\text{Eq. 5.19})$$

En aquest darrer cas, les funcions de forma poden prendre aquesta expressió ja que al ser modes distorsionals no estan governades per l'Eq 5.1. Per tant, es busca la tipologia de funció que minimitzi el valor de la càrrega elàstica. A les Fig 5.24 i 5.25 es mostren les funcions de forma pel segon i tercer tipus de càlcul respectivament. A més a més, gràcies a les equacions desenvolupades, es pot demostrar el motiu pel qual és possible obtenir càrregues crítiques elàstiques amb més d'una semionna en els vinclaments distorsionals. Si s'analitzen les expressions, el terme $\overline{B_{kk}}$ (no nul per els modes distorsionals) està afectat per la longitud de la columna al quadrat i per tant pot generar càrregues crítiques elàstiques amb més d'una semionna, a diferència dels modes globals on $\overline{B_{kk}}$ és nul.

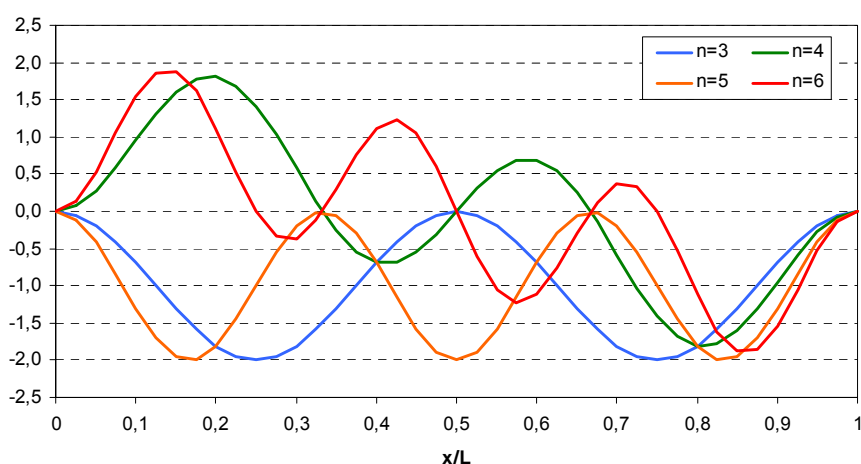


Fig 5.24 Funcions de forma per el segon tipus de càlcul (modes globals de més d'una semionna)

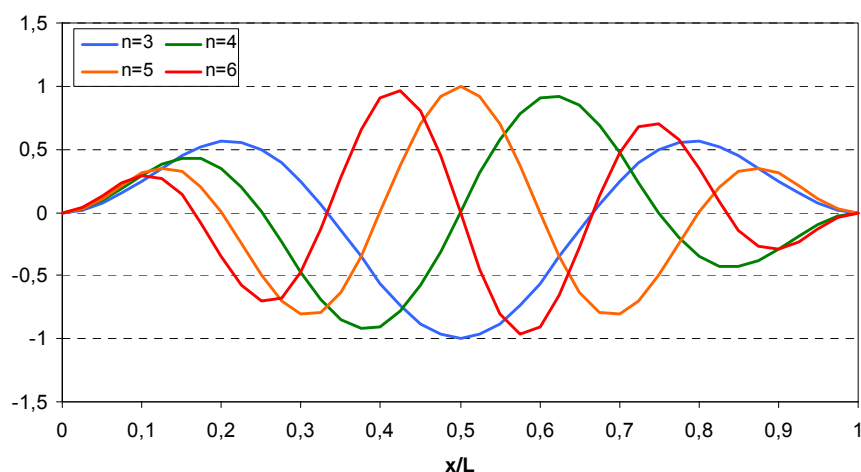


Fig 5.25 Funcions de forma per el tercer tipus de càlcul (modes distorsionals de més d'una semionna)

Les Taules 5.16 i 5.17 mostren una comparativa dels valors de les càrregues crítiques elàstiques obtingudes a través de la formulació analítica proposada i respecte amb les obtingudes amb el

programa RLBA v1.3. D'aquesta manera es pot comprovar com les funcions de forma proposades pels modes distorsionals i globals són vàlides.

S4 articulat			S2 articulat		S6 articulat	
L	F Analítica/RLBA	Num semiona	F Analítica/RLBA	Num semiona	F Analítica/RLBA	Num semiona
100	1,00	1	1,00	1	1,00	1
200	1,00	1	1,00	1	1,00	1
300	1,00	1	1,00	1	1,00	1
400	1,00	1	1,00	2	1,00	1
500	1,00	1	1,00	2	1,00	1
600	1,00	1	1,00	3	1,00	1
700	1,00	1	1,00	3	1,00	1
800	1,00	2	1,00	4	1,00	1
900	1,00	2	1,00	4	1,00	1
1000	1,00	2	1,00	4	1,00	1
1100	1,00	2	1,00	5	1,00	1
1200	1,00	2	1,00	5	1,00	1
1300	1,00	3	1,00	6	1,00	1
1400	1,00	3	1,00	6	1,00	1
1500	1,00	3			1,00	1
1600	1,00	3			1,00	1
1700	1,00	3			1,00	2
1800	1,00	3			1,00	2
1900	1,00	4			1,00	2
2000	1,00	4			1,00	2

Taula 5.16 Rati entre la càrrega crítica analítica i numèrica per columnes articulades

S4 encastat			S2 encastat		S6 encastat	
L	F Analítica/RLBA	Num semiona	F Analítica/RLBA	Num semiona	F Analítica/RLBA	Num semiona
100	1,00	1	1,00	1	1,00	1
200	1,00	1	1,00	1	1,00	1
300	1,00	1	1,01	1	1,00	1
400	1,00	1	1,00	2	1,00	1
500	1,00	1	1,00	2	1,00	1
600	1,00	1	1,02	2	1,00	1
700	1,01	1	1,00	3	1,00	1
800	1,03	1	1,02	3	1,00	1
900	1,01	2	1,00	4	1,00	1
1000	1,00	2	1,01	4	1,00	1
1100	1,00	2	1,00	5	1,00	1
1200	1,01	2	1,00	5	1,00	1
1300	1,01	2	1,01	6	1,00	1
1400	1,03	2	1,00	6	1,01	1
1500	1,00	3			1,01	1
1600	1,00	3			1,02	1
1700	1,01	3			1,03	1
1800	1,02	3			1,04	1
1900	1,03	3			1,02	2
2000	1,01	4			1,00	2

Taula 5.17 Rati entre la càrrega crítica analítica i numèrica per columnes encastades

5.5.2. Modes combinats

També és possible trobar expressions analítiques considerant la interacció entre modes diferents. A continuació, es detalla el procés per obtenir l'expressió de la càrrega a flexo-torsió (mode flexió i torsió) per una semionca. Per trobar les expressions per calcular la càrrega per qualsevol altre tipus d'interacció s'hauria de seguir el mateix procediment. En el cas en que hi hagin dos modes combinats l'Eq 5.11 es veu modificada donant com a resultat l'Eq 5.20.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^L \left(\overline{C_{ii}} \cdot \overline{\phi_{i,xx}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,xx}} + \overline{D_{ii}} \cdot \overline{\phi_{i,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,x}} + \overline{B_{ii}} \cdot \overline{\phi_i} \cdot \overline{\delta\phi_i} - \lambda \cdot \overline{W_{10}} \cdot \overline{X_{1ii}} \cdot \overline{\phi_{i,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,x}} \right) dx + \\
 & \int_0^L \left(\overline{C_{jj}} \cdot \overline{\phi_{j,xx}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,xx}} + \overline{D_{jj}} \cdot \overline{\phi_{j,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,x}} + \overline{B_{jj}} \cdot \overline{\phi_j} \cdot \overline{\delta\phi_j} - \lambda \cdot \overline{W_{10}} \cdot \overline{X_{1jj}} \cdot \overline{\phi_{j,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,x}} \right) dx + \\
 & \int_0^L \left(\overline{C_{ij}} \cdot \overline{\phi_{i,xx}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,xx}} + \overline{D_{ij}} \cdot \overline{\phi_{i,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,x}} + \overline{B_{ij}} \cdot \overline{\phi_i} \cdot \overline{\delta\phi_j} - \lambda \cdot \overline{W_{10}} \cdot \overline{X_{1ij}} \cdot \overline{\phi_{i,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{j,x}} \right) dx + \\
 & \int_0^L \left(\overline{C_{ji}} \cdot \overline{\phi_{j,xx}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,xx}} + \overline{D_{ji}} \cdot \overline{\phi_{j,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,x}} + \overline{B_{ji}} \cdot \overline{\phi_j} \cdot \overline{\delta\phi_i} - \lambda \cdot \overline{W_{10}} \cdot \overline{X_{1ji}} \cdot \overline{\phi_{j,x}} \cdot \overline{\delta\phi_{i,x}} \right) dx = 0
 \end{aligned} \tag{Eq. 5.20}$$

És necessari definir les funcions de forma de cada un dels dos modes. Hi ha quatre possibles combinacions: articulad-articulad, encastat-encastat, articulad-encastat i encastat-articulad.

Cas articulad-articulad

L'Eq 5.21 mostra les funcions de forma que governen els dos modes purs de deformació. Les dos expressions són pràcticament iguals, la diferència es troba en el valor de l'amplitud de cada funció. La relació entre els paràmetres d'amplitud permetrà determinar la participació modal de cada un dels modes de deformació.

$$\begin{aligned}
 \phi_{i(x)} &= K_i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \\
 \phi_{j(x)} &= K_j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)
 \end{aligned} \tag{Eq. 5.21}$$

Resolent l'Eq 5.20 s'obté l'expressió per determinar la càrrega crítica de vinclament (Eq 5.22).

$$P_{cr} = \frac{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \left(\overline{C_{ii}} \cdot K_i^2 + \overline{C_{jj}} \cdot K_j^2\right) + K_i^2 \cdot \overline{D_{ii}} + K_j^2 \cdot \overline{D_{jj}}}{\overline{X_{1ii}} \cdot K_i^2 + \overline{X_{1jj}} \cdot K_j^2 + 2 \cdot K_i \cdot K_j \cdot \overline{X_{1ij}}} = \frac{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \left(EI \cdot K_i^2 + EI_w \cdot K_j^2\right) + K_j^2 \cdot GJ}{K_i^2 + i_o^2 \cdot K_j^2 + 2 \cdot K_i \cdot K_j \cdot y_o} \tag{Eq. 5.22}$$

Noteu que el valor dels paràmetres K_i i K_j són desconeguts, però la seva presència en l'Eq 5.22 pot resultar útil, ja que permet determinar la participació modal. Per trobar el valor de la càrrega crítica es procedeix de la següent manera:

- Es defineix el valor K_i com unitari.
- Es gràfica el valor de P_{cr} en funció de K_j . Es localitza el mínim de la corba i s'obté el valor de la càrrega crítica i el valor del paràmetre K_j .

Consideracions del mètode:

- Si el valor del paràmetre K_j tendeix a infinit implica que la participació del mode i és nul·la. En el cas contrari, si tendeix a 0, la participació del mode j és nul·la. En els dos casos, la càrrega crítica a vinclament no seria a flexo-torsió, sinó a flexió o torsió.
- El numerador de l'Eq 5.22 correspon a l'energia de deformació dels esforços interns de la columna. És possible separar l'energia provinent del mode i i del mode j , cada un dels quals està afectats pel seu respectiu paràmetre (K_i i K_j). La relació entre l'energia provinent de cada un dels modes permet calcular la participació modal en termes energètics.

Cas encastat-encastat

Es segueix el mateix procediment que en el cas articulad-articulad. La diferència es troba en la definició de les funcions de forma, que en aquest cas estan representades per l'Eq 5.23. Resolent l'Eq 5.20 s'obté l'expressió per determinar la càrrega crítica a vinclament (Eq 5.24).

$$\phi_{i(x)} = K_i \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{L}\right) - 1 \right) \quad (\text{Eq. 5.23})$$

$$\phi_{j(x)} = K_j \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{L}\right) - 1 \right)$$

$$P_{cr} = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \cdot (\overline{C_{ii}} \cdot K_i^2 + \overline{C_{jj}} \cdot K_j^2) + K_i^2 \cdot \overline{D_{ii}} + K_j^2 \cdot \overline{D_{jj}}}{\overline{X_{1ii}} \cdot K_i^2 + \overline{X_{1jj}} \cdot K_j^2 + 2 \cdot K_i \cdot K_j \cdot \overline{X_{1ij}}} = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \cdot (EI \cdot K_i^2 + EI_w \cdot K_j^2) + K_j^2 \cdot GJ}{K_i^2 + i_o^2 \cdot K_j^2 + 2 \cdot K_i \cdot K_j \cdot y_o} \quad (\text{Eq. 5.24})$$

Cas articulat-encastat o encastat-articulat

Aquests dos casos es poden tractar de la mateixa manera. Considerarem que el mode i està articulat i el mode j encastat. Canviant el mode i pel j es tindria l'altra condició d'enllaç. Les funcions de forma prenen les expressions de l'Eq 5.25 i la càrrega crítica l'Eq 5.26.

$$\begin{aligned}\phi_{i(x)} &= K_i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \\ \phi_{j(x)} &= K_j \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} x\right) - 1 \right)\end{aligned}\tag{Eq. 5.25}$$

$$P_{cr} = \frac{\overline{C_{ii}} \cdot K_i^2 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + K_i^2 \cdot \overline{D_{ii}} + \overline{C_{jj}} \cdot K_j^2 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + 2^2 K_j^2 \cdot \overline{D_{jj}}}{\overline{X_{1ii}} \cdot K_i^2 + \overline{X_{1jj}} \cdot K_j^2 \cdot 2^2 + 2 \cdot K_i \cdot K_j \cdot \overline{X_{1ij}} \frac{8}{1,5 \cdot \pi}}\tag{Eq. 5.26}$$

A on per el mode de Flexió:

$$\begin{aligned}\overline{C_{kk}} &= EI \\ \overline{D_{kk}} &= 0 \\ \overline{X_{1kk}} &= 1\end{aligned}$$

I per el mode de Torsió:

$$\begin{aligned}\overline{C_{kk}} &= EI_w \\ \overline{D_{kk}} &= GJ \\ \overline{X_{1kk}} &= i_o^2\end{aligned}$$

Amb $\overline{X_{1ij}} = y_o$ (distància entre el centre de gravetat i el centre d'esforços tallants).

A les Fig 5.26 i 5.27 es veu el valor de les corbes de la càrrega crítica i del rati energètic del mode de flexió, les dues en funció del paràmetre de torsió. El mínim de la primera corba proporciona la càrrega crítica i el valor del paràmetre de torsió. La segona corba proporciona la informació sobre la participació modal de la flexió. Aquest anàlisi correspon a la secció S4 amb una longitud de columna de 1000 mm. A la Taula 5.18 es poden comparar els resultats obtinguts amb aquesta metodologia respecte el càlcul amb les fórmules clàssiques i els provinents del RLBA v1.3.

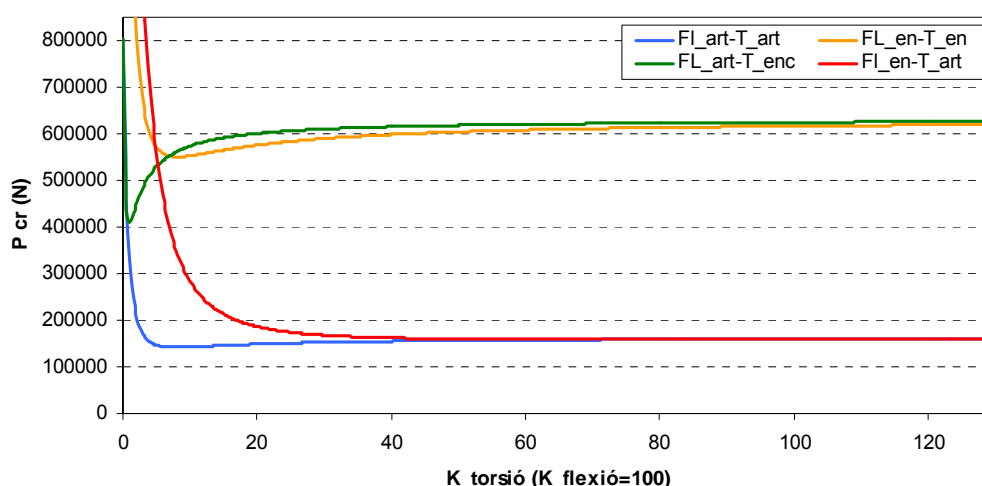


Fig 5.26 Valor de la càrrega crítica a flexo-torsió en funció del paràmetre de torsió sota diferents condicions d'enllaç

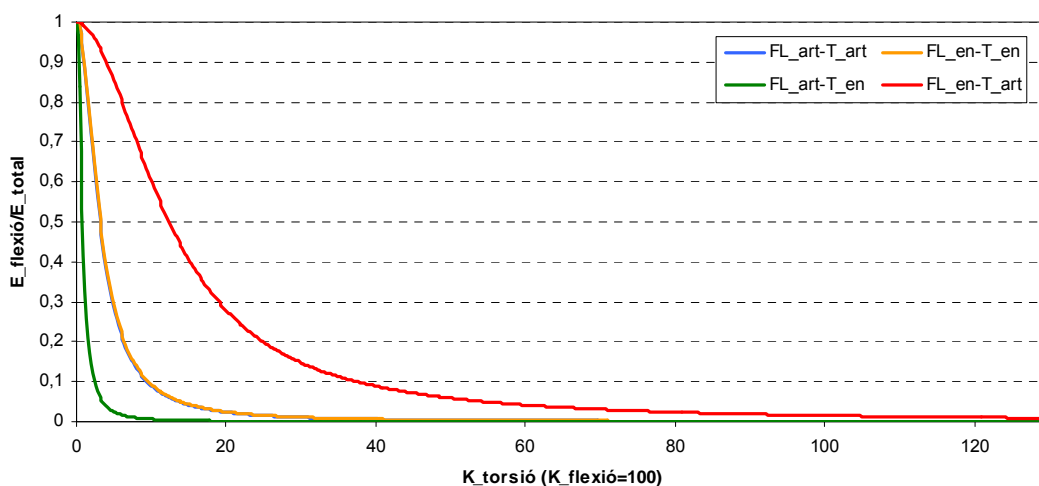


Fig 5.27 Valor de la participació modal a flexió en funció del paràmetre de torsió sota diferents condicions d'enllaç

Amb els resultats obtinguts (Taula 5.18), s'observa que el valor que proporciona la formulació analítica a través de la GBT respecte al valor del RLBA són molt semblants, fet que permet validar el model. Cal destacar que apareixen lleugeres diferències quan les condicions d'enllaç són diferents entre els modes de flexió i torsió respecte la formulació clàssica, la qual proporciona valors de càrrega crítica inferiors en comparació als altres dos mètodes. Aquest fet es deu a que en el procés d'obtenció de les fórmules clàssiques no es preveu que les condicions d'enllaç siguin diferents, i utilitzen el mateix tipus de funció de forma. El càlcul combinant condicions d'enllaç diferents es fa

assumint longituds de vinclament diferents per la torsió i la flexió, simplificació que provoca aquestes diferències. Es pot observar també que la diferència augmenta quan la flexió està articulada i la torsió encastada, ja que les participacions modals estan més equilibrades (41,4% de flexió) (Fig 5.27), en canvi en les condicions inverses la participació modal a flexió quasi és nul·la (2,6% de flexió).

		Flexió		
		Articulada	Encastada	
F. Clàssiques (Normativa)	Torsió	Articulada	141901	157634
		Encastada	383485	550518
F. Analítiques GBT		Articulada	141903	159154
		Encastada	411273	550518
RLBA v1.3		Articulada	141900	158953
		Encastada	408008	550525

Taula 5.18 Comparativa de càrregues crítiques a flexo-torsió sota diferents condicions d'enllaç

Malgrat que la formulació analítica a través de la GBT és més complexa de dur a terme presenta dos avantatges respecte la formulació clàssica:

- Poder calcular de forma més acurada el valor de la càrrega crítica a flexo-torsió en condicions d'enllaç diferents per cada mode.
- Poder determinar la participació modal de la flexió i torsió en la fallida a flexo-torsió.
- Poder calcular les càrregues elàstiques de vinclament per a modes distorsionals, pas necessari per aplicar el càlcul normatiu.

6. Aportació de millora de les anàlisis a compressió mitjançant imperfeccions geomètriques

En aquest capítol s'analitzen i es desenvolupen diferents metodologies per obtenir una imperfecció geomètrica que permeti aconseguir valors de càrrega última resistent acurats utilitzant el mètode dels elements finits. Es presenten tres metodologies diferents per determinar la imperfecció. Les dos primeres, utilitzen únicament el mètode dels elements finits. En la tercera, es combinen dos tècniques diferents, el mètode dels elements finits i la teoria de la biga generalitzada. Els resultats obtinguts amb aquestes tres metodologies es comparen amb valors experimentals.

6.1. Perfil analitzat

Es tracta del perfil S4 sense perforacions tal i com es pot veure a la Fig 6.1. Les seves dimensions característiques són: 80,6 mm d'ànima, 69 mm d'alçada (ala) i un gruix de 1,8 mm.

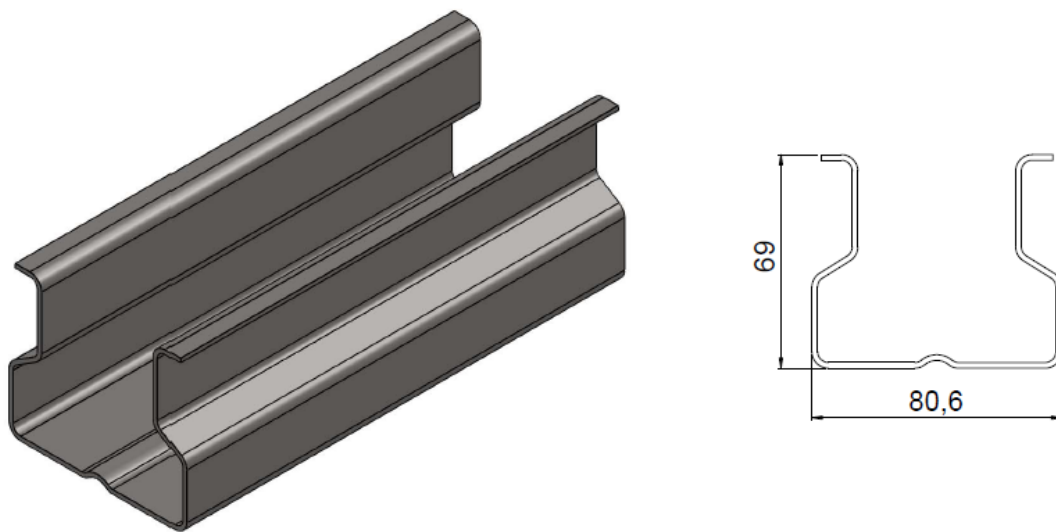


Fig 6.1 Secció d'estudi utilitzada en les simulacions i en els assaig experimentals

Les característiques dels assaigs experimentals es poden consultar en el capítol 4. El límit elàstic del material, extret d'assaigs a tracció de provetes de les parts planes de la secció, és de 423 MPa.

6.2. Model per elements finits

La modelització per elements finits s'ha realitzat mitjançant el programa ANSYS 13 [88]. S'ha utilitzat l'element *Shell 181* pel puntal (6 graus de llibertat per cada un dels 4 nodes) i l'element *Solid 45* (3 graus de llibertat per cada un dels 8 nodes) per la placa a on va fixat. La mida dels elements del puntal és de 5 mm de costat. L'element placa i sòlid tenen un mínim de 5 i 8 punts d'integració respectivament. Ambdós elements usen integració reduïda.

El comportament del material s'ha definit com isotròpic, amb una corba tensió deformació que segueix el model de Swift, tal i com es pot veure a la Fig. 6.2.

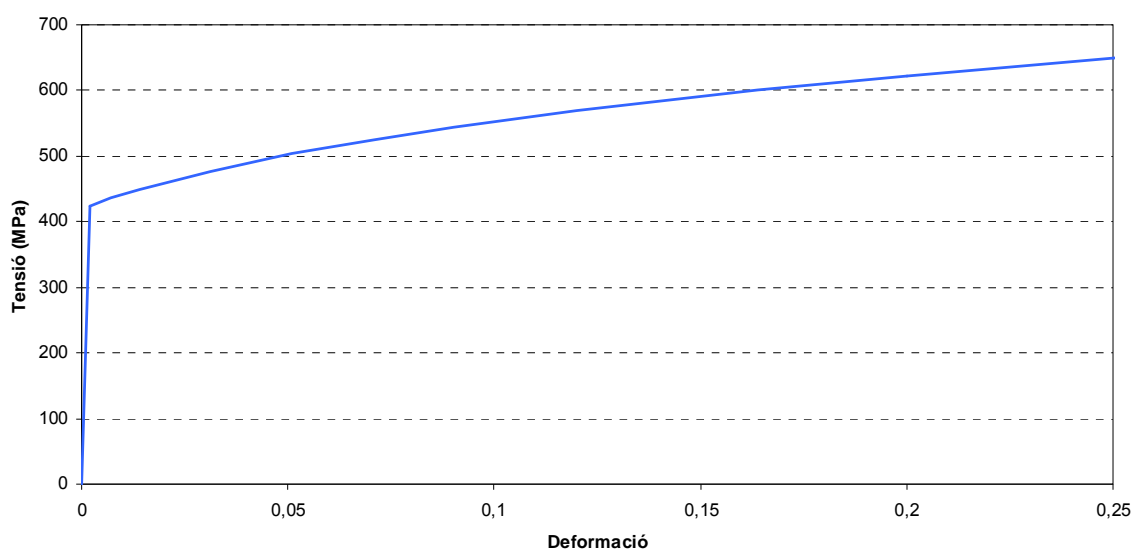


Fig 6.2 Model material utilitzat en les simulacions numèriques. El comportament plàstic segueix una corba de Swift

La connexió entre la placa i el puntal s'ha fet acoblant els tres graus de llibertat de desplaçament dels nodes extrems del puntal amb els nodes de la placa situats a la mateixa posició. D'aquesta manera la distorsió de la secció extrema queda restringida. A més a més, s'han restringit el desplaçament transversal de dos punts de la placa per tal d'evitar la rotació al voltant de l'eix longitudinal del puntal (torsió restringida) tal i com es veu a la Fig. 6.3. Per últim, en les coordenades del centre de gravetat efectiu, en una de les plaques s'han bloquejat els tres graus de llibertat del node i en l'altre s'ha imposat un desplaçament longitudinal restringint els altres dos.

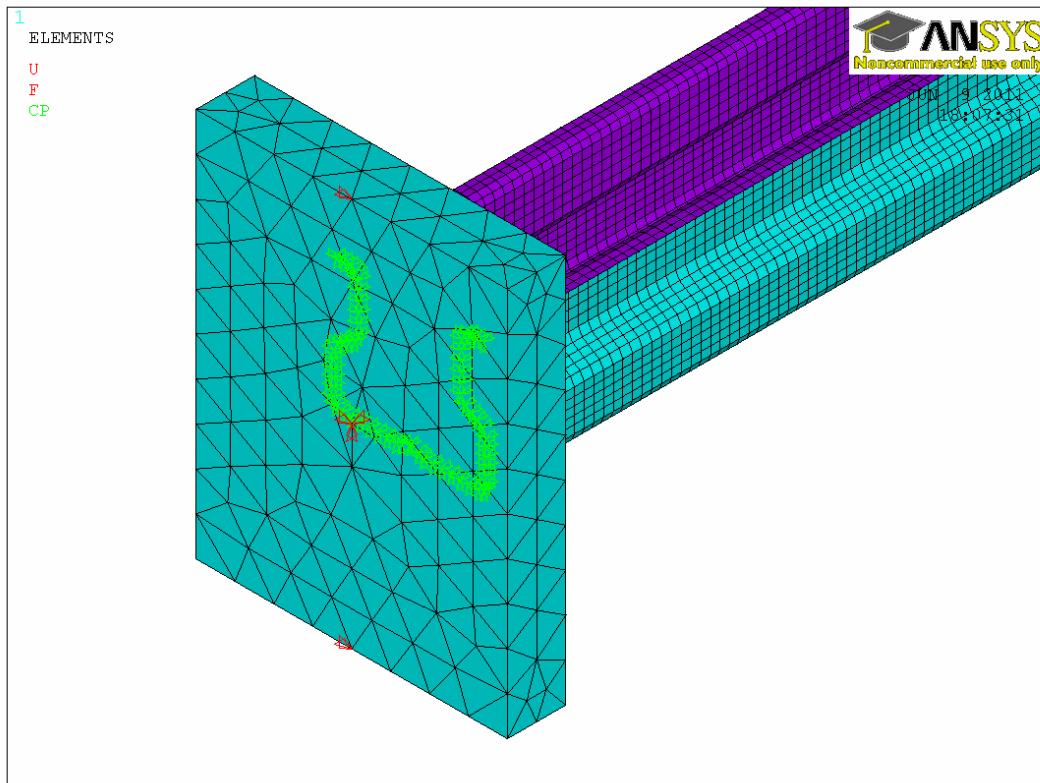


Fig 6.3 Condicions de contorn imposades en FEA

Primer de tot, es porta a terme una anàlisi lineal de vinclament per obtenir la forma de la imperfecció geomètrica a utilitzar. El mètode usat és el Subspace, tot i que el Block Lanczos també s'ha utilitzat, obtenint els mateixos resultats.

Posteriorment, es fa un càlcul no lineal, a on els desplaçaments obtinguts en el mode de vinclament de l'anàlisi lineal seleccionat, són introduïts, convenientment escalats, com a imperfecció geomètrica inicial. Per resoldre el càlcul no lineal s'ha utilitzat el mètode incremental i iteratiu de Newton-Raphson. En cas que es vulgui obtenir el comportament a post vinclament és més adient utilitzar el mètode de Riks o arc-length. El procés de càrrega s'ha dividit en 80 passos.

6.3. Anàlisi de la secció a través de la GBT

Per desenvolupar la tercera metodologia que es presenta s'ha de realitzar una anàlisi lineal de vinclament a través de la GBT, utilitzant el programa desenvolupat RLBA v1.3.

La secció estudiada s'ha discretitzat en 25 nodes, 13 dels quals són naturals (aquells que estan situats als vèrtexs dels segments de la secció) i 12 intermedis (veure Fig. 6.4). Aquests 25 nodes generen 27 modes convencionals purs de vinclament. Els quatre primers corresponen als modes globals (axil, dos flexions i torsió), els 9 següents són modes distorsionals i els últims 14 locals. La Fig. 6.5 mostra els modes purs obtinguts amb el programa.

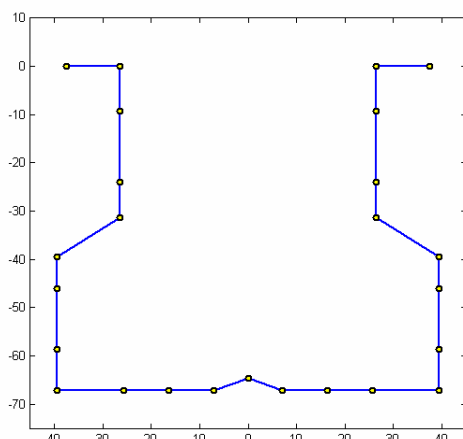
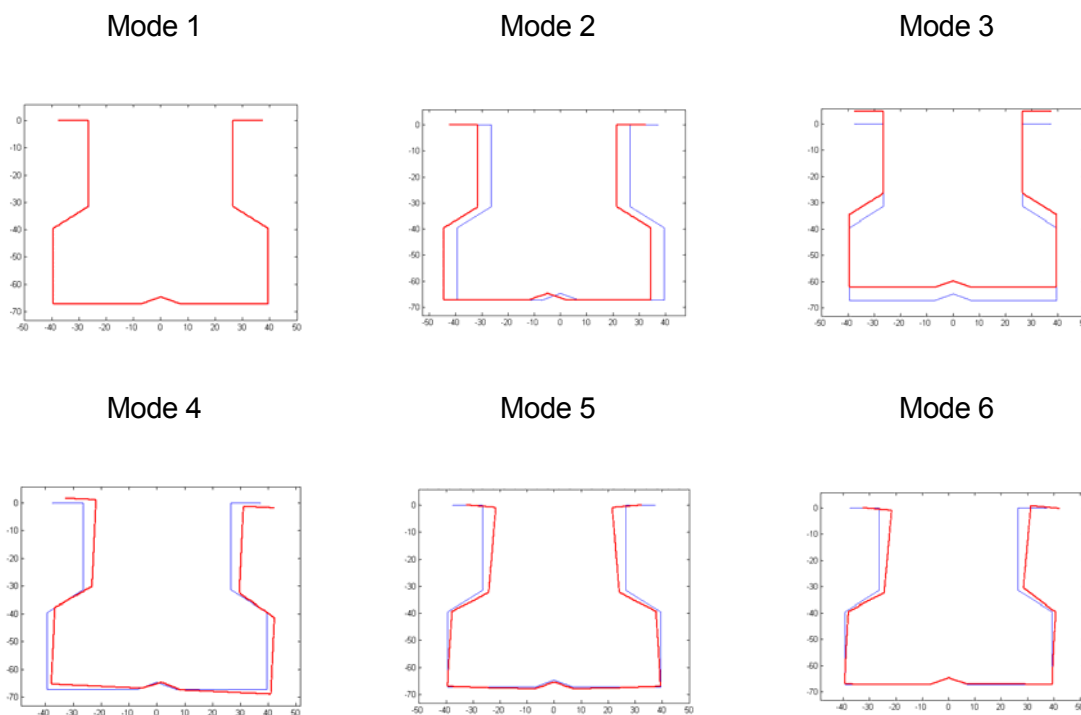
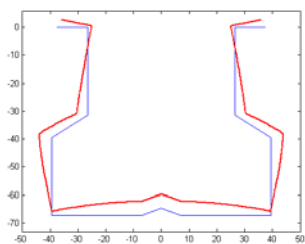


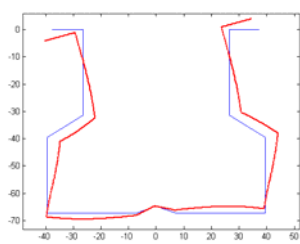
Fig 6.4 Discretització de la secció en la GBT



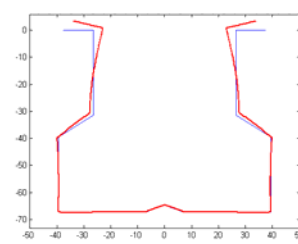
Mode 7



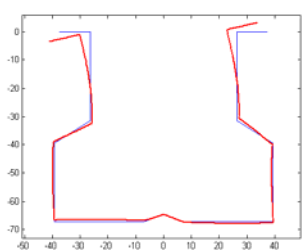
Mode 8



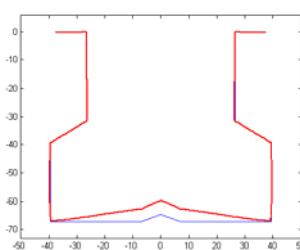
Mode 9



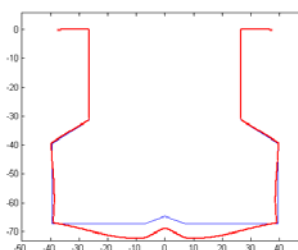
Mode 10



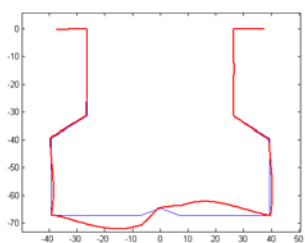
Mode 11



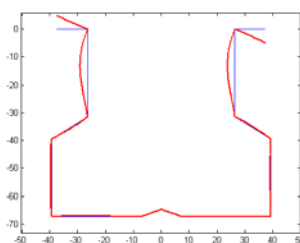
Mode 12



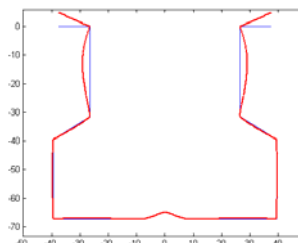
Mode 13



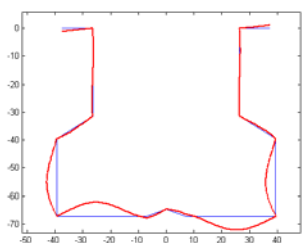
Mode 14



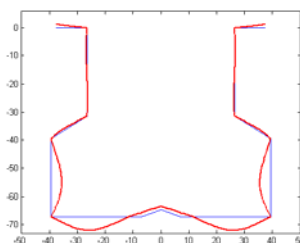
Mode 15



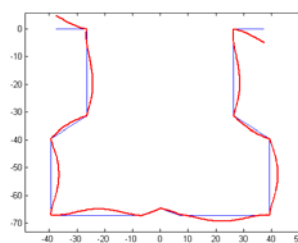
Mode 16



Mode 17



Mode 18



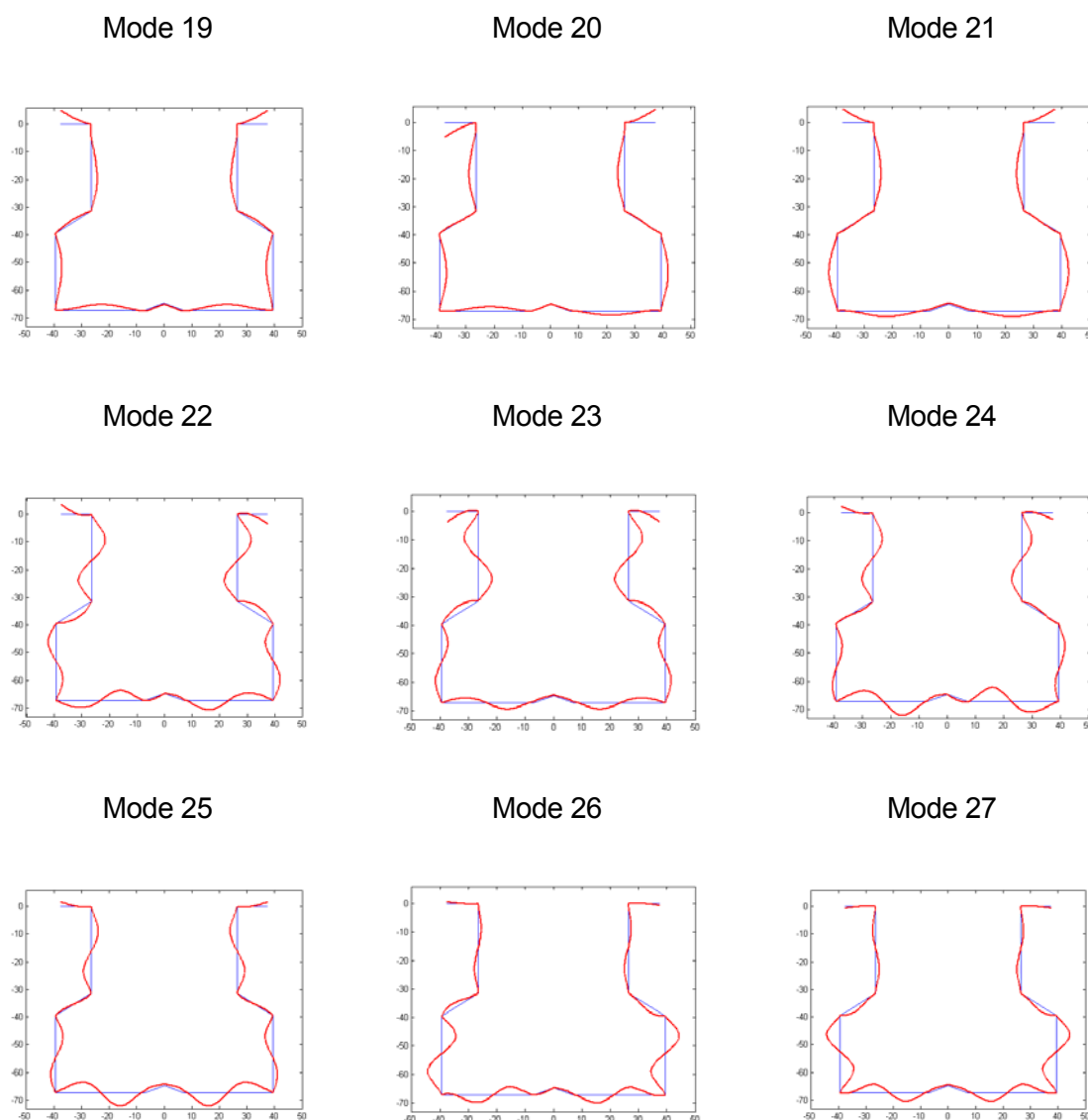


Fig 6.5 Modes de deformació convencionals de deformació obtinguts a través de l’anàlisi de la secció (GBT)

6.3.1. Identificació modal via GBT

Una identificació modal dels modes de vinclaments FEM obtinguts es pot realitzar a partir dels modes purs de la GBT. La metodologia que es presenta ha estat aplicada primer en [61] a on els modes purs usats provenen del cFSM. La metodologia utilitzada per aquest estudi fa servir els modes purs de la GBT en lloc dels del cFSM. Aquesta metodologia determina el percentatge de participació en una deformada seccional de cada un dels modes purs de deformació.

Aquest procediment comença amb la generació de la matriu d_{GBT} , que és aquella que conté els desplaçaments seccionals normalitzats de cada un dels modes purs de deformació. A través d'una combinació lineal dels modes (columnes de d_{GBT}) es pot aproximar el camp de desplaçaments de cada mode FEM. Per obtenir aquesta combinació (φ) es minimitza l'error existent entre els dos desplaçaments seguint l'Eq. 6.1.

$$d_{ERROR} = d_{FEM} - \varphi \cdot d_{GBT}$$

$$F(\varphi) = \sqrt{(d_{FEM} - \varphi \cdot d_{GBT})^T \cdot (d_{FEM} - \varphi \cdot d_{GBT})} \quad (\text{Eq. 6.1})$$

$$\min F(\varphi) \longrightarrow \varphi = (d_{GBT}^T \cdot d_{GBT})^{-1} \cdot d_{GBT}^T \cdot d_{FEM}$$

A on d_{FEM} és el vector que conté els desplaçaments seccionals de cada node del mode FEM i el vector φ conté els factors de participació dels modes purs de la GBT. Per obtenir una solució de l'Eq. 6.1 és necessari excloure el mode axil ja que els seus desplaçaments seccionals són nuls. Noteu que no és possible obtenir errors nuls en tots els casos ja que només s'utilitzen els modes convencionals.

6.4. Identificació modal i combinació dels modes FEM

A la metodologia FEM-GBT, la imperfecció geomètrica que s'utilitza en el càlcul no lineal es genera combinant, convenientment seleccionats i escalats, la forma d'alguns dels modes de vinclament FEM obtinguts.

Un cop trobats els primers modes FEM es pot procedir a la seva identificació modal a partir de l'Eq. 6.1. El valor de la magnitud de la imperfecció geomètrica es determina com una combinació de les magnituds que es mostren a la Taula 6.1, inspirades en EC 3 part 1-5 i recomanacions de ECCS.

Mode de fallida	Magnitud de la imperfecció
Local	Ànima/200 (EC 3 part 1-5)
Distorsional	Ala/50 (EC 3 part 1-5)
Global	Longitud/1000 (ECCS)

Taula 6.1 Magnitud de la imperfecció pels modes de vinclament

La Taula 6.2 mostra els resultats de la identificació modal dels primers set modes FEM per un puntal de 1200 mm de longitud. Només els modes purs principals s'han inclòs: flexió vertical (mode 2),

flexió horitzontal (mode 3), torsió (mode 4) i els modes distorsional simètric (mode 5, DS) i antimètric (mode 6, DA) de l'ala.

Mode FEM	Càrrega	Identificació modal (%)						Magnitud de la imperfecció
		Flexió V (3)	Flexió H (2)	Torsió (4)	DS (5)	DA (6)	Modes superiors (7-27)	
I	202685	0	18,8	41,4	0	38	1,8	1,264
II	229979	1	1	0,4	89,9	1,4	6,3	1,363
III	233517	0	3,7	19,4	1,8	72,3	2,8	1,331
IV	255312	10,6	0	0	81,7	0	7,7	1,347
V	296573	0,2	21,4	21,4	0	53,4	3,6	1,297
VI	308821	83,9	0	0	13	0	3,1	1,224
VII	370754	1,6	0	0	73,6	0	24,8	1,355

Taula 6.2 Identificació modal pels primers set modes FEM

El segon pas consisteix en combinar les formes dels diferents modes FEM i calcular la magnitud de la imperfecció que ha de tenir. La participació de cada un dels modes FEM en aquesta combinació és inversament proporcional a la seva càrrega elàstica lineal de vinclament. A la Taula 6.3 es poden veure els resultats pel puntal de 1200 mm de longitud.

Com es pot veure a la Taula 6.3 únicament s'han utilitzat els modes FEM simètrics (Fig. 6.6) per generar la imperfecció geomètrica. Una selecció dels modes FEM és necessària per obtenir resultats correctes. Una discussió completa d'aquesta qüestió es realitza a l'apartat 6.7.

Mode FEM	Càrrega	(Càrrega)-1	% mode	Pes del mode	Magnitud de la imperfecció
II	229979	4,348E-06	0,31	1	1,36
IV	255312	3,916E-06	0,27	0,90	1,35
VI	308821	3,238E-06	0,23	0,74	1,22
VII	370754	2,697E-06	0,19	0,62	1,36
Magnitud de la imperfecció després de combinar els modes					1,32

Taula 6.3 Modes usats per generar la imperfecció geomètrica pel puntal de 1200 mm de longitud

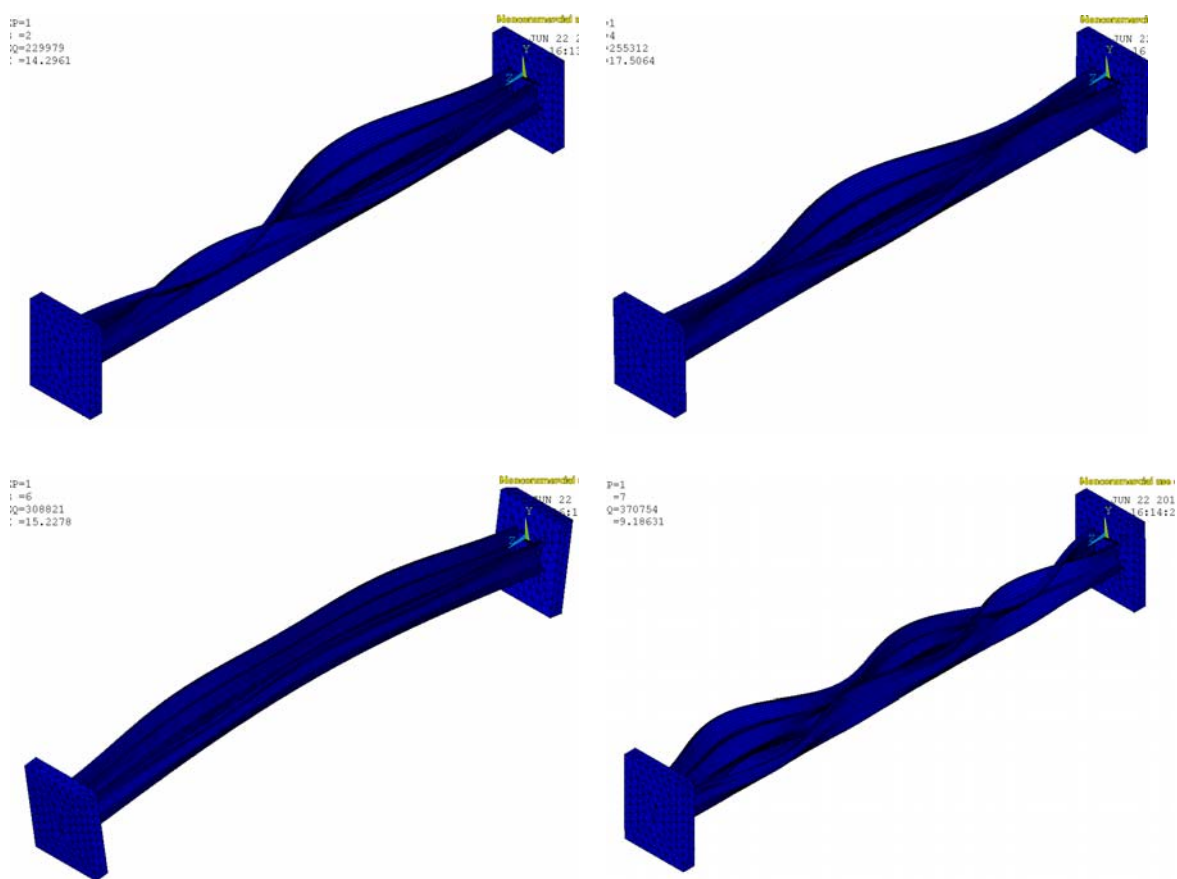


Fig 6.6 En la fila superior hi ha els modes FEM II i IV i en la inferior els VI i VII (d'esquerra a dreta)

Per tal de realitzar de manera correcta la combinació de formes dels modes FEM utilitzats s'han de tenir en compte les següents consideracions: (i) els desplaçaments de cada un dels modes FEM obtinguts s'han de normalitzar. (ii) S'ha de localitzar la secció crítica del puntal després de combinar els modes amb els seus respectius pesos. (iii) La geometria del model inicial es modifica amb la forma de la combinació d'imperficcions de manera que la secció crítica ha de tenir la magnitud de la imperfecció calculada. (iv) Els modes de vinclament FEM corresponen a vectors propis, per tant, obtenir la forma mostrada o la seva inversa és arbitrari. Per aquesta raó, és necessari sumar les imperficcions de cada mode FEM de forma que en la secció crítica aquesta suma sigui acumulativa, és a dir, que no es compensin entre elles.

La Fig. 6.7 mostra la forma final d'imperfiecció geomètrica pel puntal de 1200 mm de longitud (els desplaçaments s'han augmentat per que la forma sigui fàcilment apreciable).

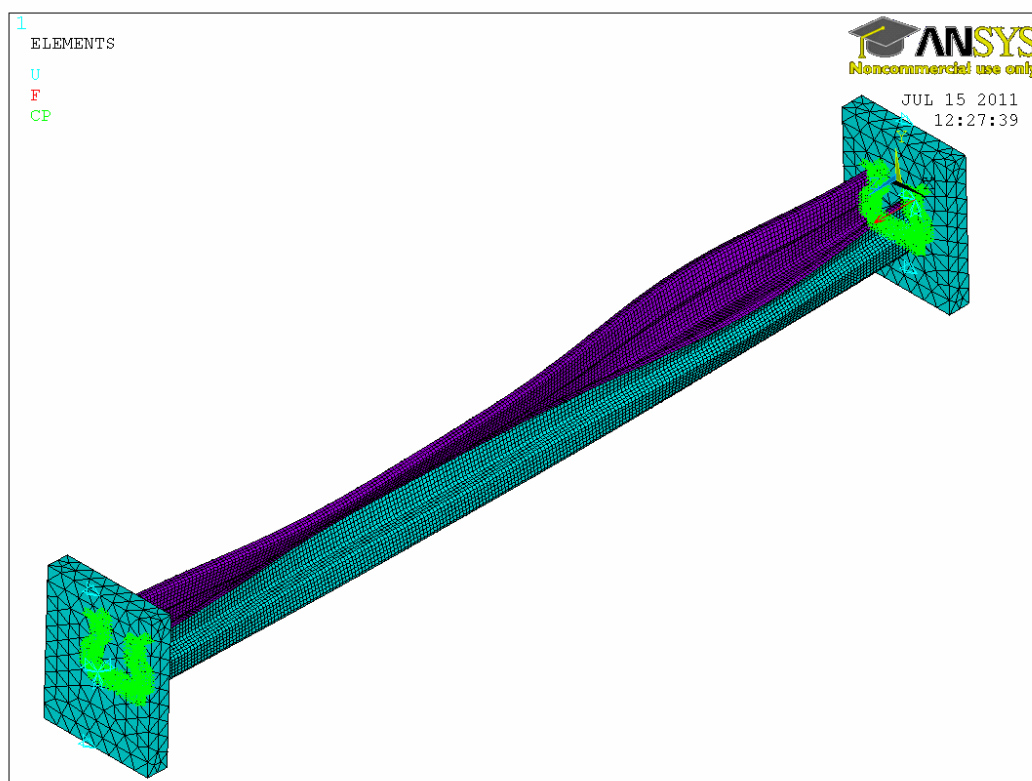


Fig 6.7 Forma final de la imperfecció geomètrica després de combinar els modes FEM II, IV, VI i VII (desplaçaments exagerats)

6.5. Esquemes de càlcul de les tres metodologies proposades

La primera metodologia utilitza la forma del primer mode FEM per generar la imperfecció geomètrica. L'esquema de càlcul es mostra a la Fig. 6.8.

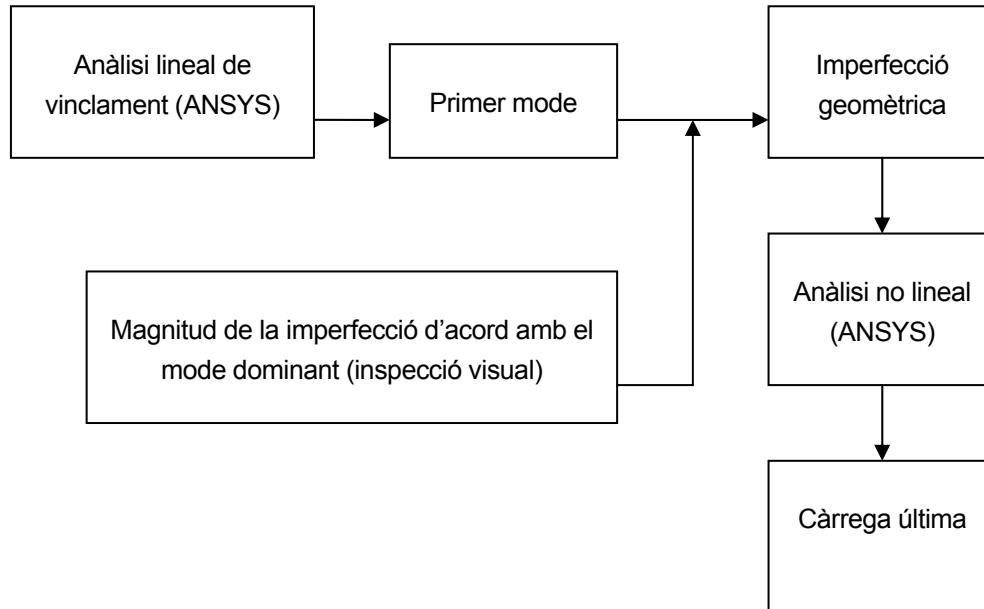


Fig 6.8 Esquema de càlcul de la metodologia del primer mode FEM

La segona metodologia consisteix en buscar el mode FEM que produeixi una càrrega última més baixa (mode apropiat). Es tracta d'un procés iteratiu i en el qual és necessari limitar el nombre d'iteracions, ja que el nombre de modes FEM és molt elevat. L'esquema de càlcul es mostra a la Fig. 6.9.

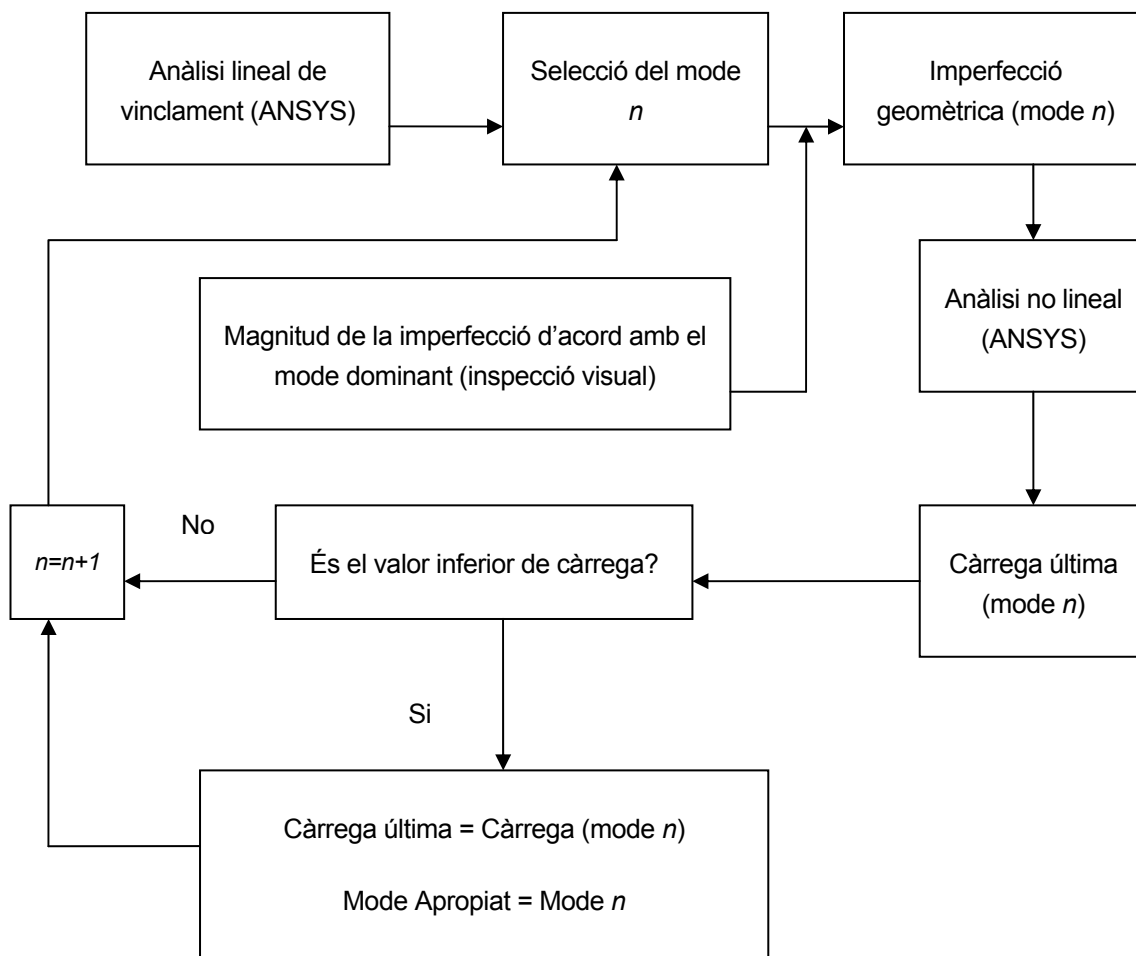


Fig 6.9 Esquema de càlcul de la metodologia del mode FEM apropiat

La tercera i última metodologia és l'explicada a l'apartat 6.4. L'esquema de càlcul es pot veure a la Fig. 6.10.

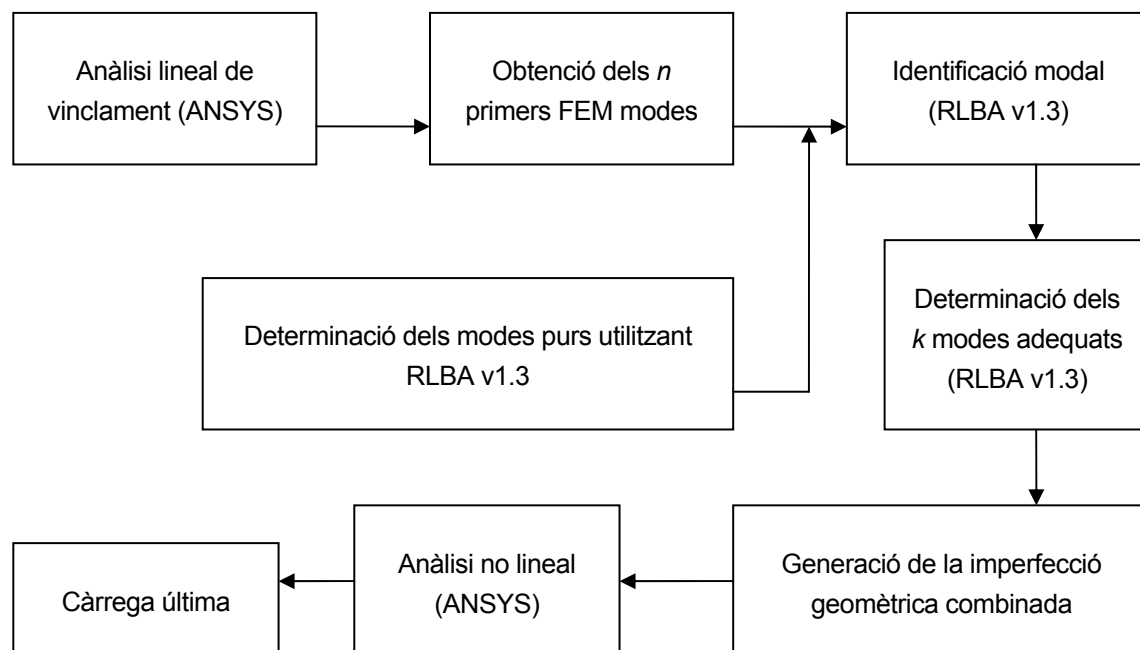


Fig 6.10 Esquema de càlcul de la metodologia que combina FEM i GBT

6.6. Resultats experimentals

S'han estudiat les longituds en les quals es pot començar a intuir una interacció entre els modes distorsionals i globals, ja que aquestes són les que amb la primera metodologia presenten més problemes. L'anàlisi s'ha dut a terme en els puntals següents: 800, 1000, 1200, 1500 i 1800 mm. Els resultats experimentals es mostren a la Taula 6.4.

Longitud puntal (mm)	Càrrega experimental (N)	Mode de fallida
800	132111	DS
	133063	
	129776	
	131650 (mitjana)	
1000	125277	DS
	132641	
	130287	
	129402 (mitjana)	
1200	121203	DS
	132502	
	129158	
	127471 (mitjana)	
1500	121879	Global+SD
	101533	
	111334	
	111582 (mitjana)	
1800	93578	Global
	95363	
	92449	
	93797 (mitjana)	

Taula 6.4 Resultats experimentals de l'assaig a compressió

Tal i com mostra la Fig. 6.11 i la Taula 6.4, els tests experimentals revelen que el mode de fallida DS és dominant en les longituds compreses entre 800 i 1200 mm. Per la columna de 1500 mm el mode de fallida és una combinació del mode global i DS i en longituds superiors el mode de fallida és clarament global.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

- (a) Puntal de 800 mm de longitud
- (b) Puntal de 1000 mm de longitud
- (c) Puntal de 1200 mm de longitud
- (d) Puntal de 1500 mm de longitud
- (e) Puntal de 1800 mm de longitud

Fig 6.11 Mode de fallida experimental

6.7. Resultats numèrics

Els valors de càrrega última obtinguts en les simulacions numèriques de les tres metodologies esmentades s'han comparat amb els resultats experimentals a les Taules 6.5, 6.6 i 6.7 i Fig. 6.12. El mode de fallida de cada una de les metodologies numèriques es pot veure a la Fig. 6.13.

Longitud puntal (mm)	Càrrega última (N)	Magnitud imperfecció (mm)	FEM/EXP	Mode FEM utilitzat	Mode de fallida
800	153455	1,38	1,166	I	DA
1000	149781	1,38	1,157	I	DA
1200	142419	1,38	1,117	I	DA
1500	124813	1,5	1,119	I	Global+DA
1800	99048	1,8	1,056	I	Global
Mitjana			1,123		
Desviació			0,129		

Taula 6.5 Resultats obtinguts a partir de la metodologia del primer mode FEM

Longitud puntal (mm)	Càrrega última (N)	Magnitud imperfecció (mm)	FEM/EXP	Mode FEM utilitzat	Mode de fallida
800	129515	1,38	0,984	III	DS
1000	123831	1,38	0,957	II	DS
1200	120668	1,38	0,947	II	DS
1500	112200	1,38	1,006	IV	DS
1800	99048	1,8	1,056	I	Global
Mitjana			0,99		
Desviació			0,04		

Taula 6.6 Resultats obtinguts a partir de la metodologia del mode FEM apropiat

Longitud	Càrrega	Magnitud	FEM/EXP	Mode FEM	Mode de
----------	---------	----------	---------	----------	---------

puntal (mm)	última (N)	imperfecció (mm)		utilitzat	fallida
800	131321	1,314	0,997	II,III	DS
1000	131360	1,32	1,015	II,IV,VI	DS
1200	128479	1,324	1,008	II,IV,VI,VII	DS
1500	116348	1,397	1,043	II,IV,V,VIII,IX	Global+DS
	118000	1,404	1,057	I,II,IV,V,VIII,IX	
1800	99060	1,559	1,056	I,II,IV,VI,VIII,IX	Global
Mitjana			1,024		
Desviació			0,032		

Taula 6.7 Resultats obtinguts a partir de la metodologia que combina FEM i GBT

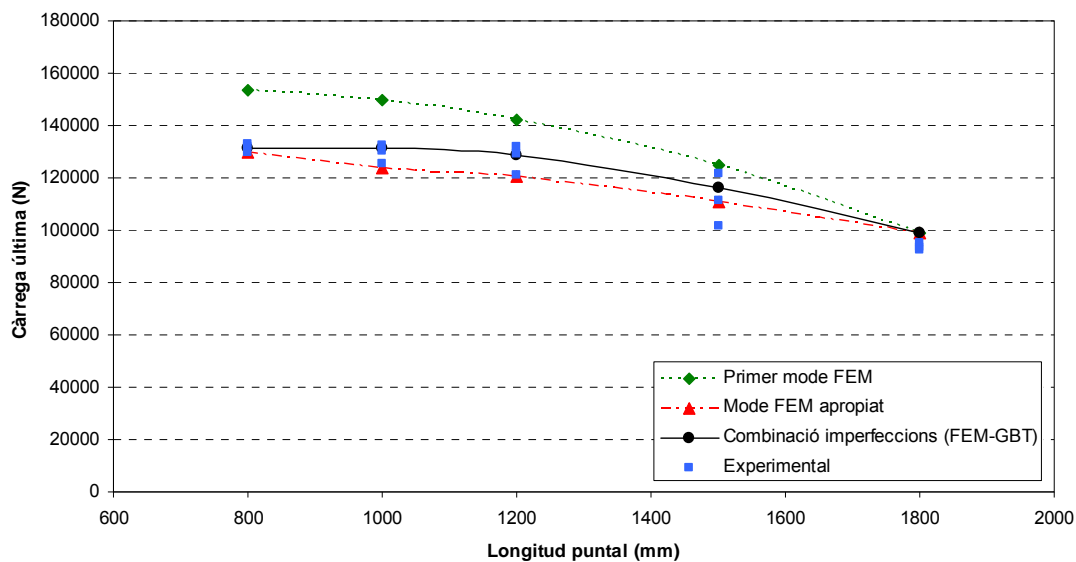


Fig 6.12 Comparativa de càrrega última entre els valors experimentals i les diferents metodologies numèriques

Longitud puntal	Primer mode FEM	Mode FEM apropiat	Combinació imperfeccions
------------------------	------------------------	--------------------------	---------------------------------

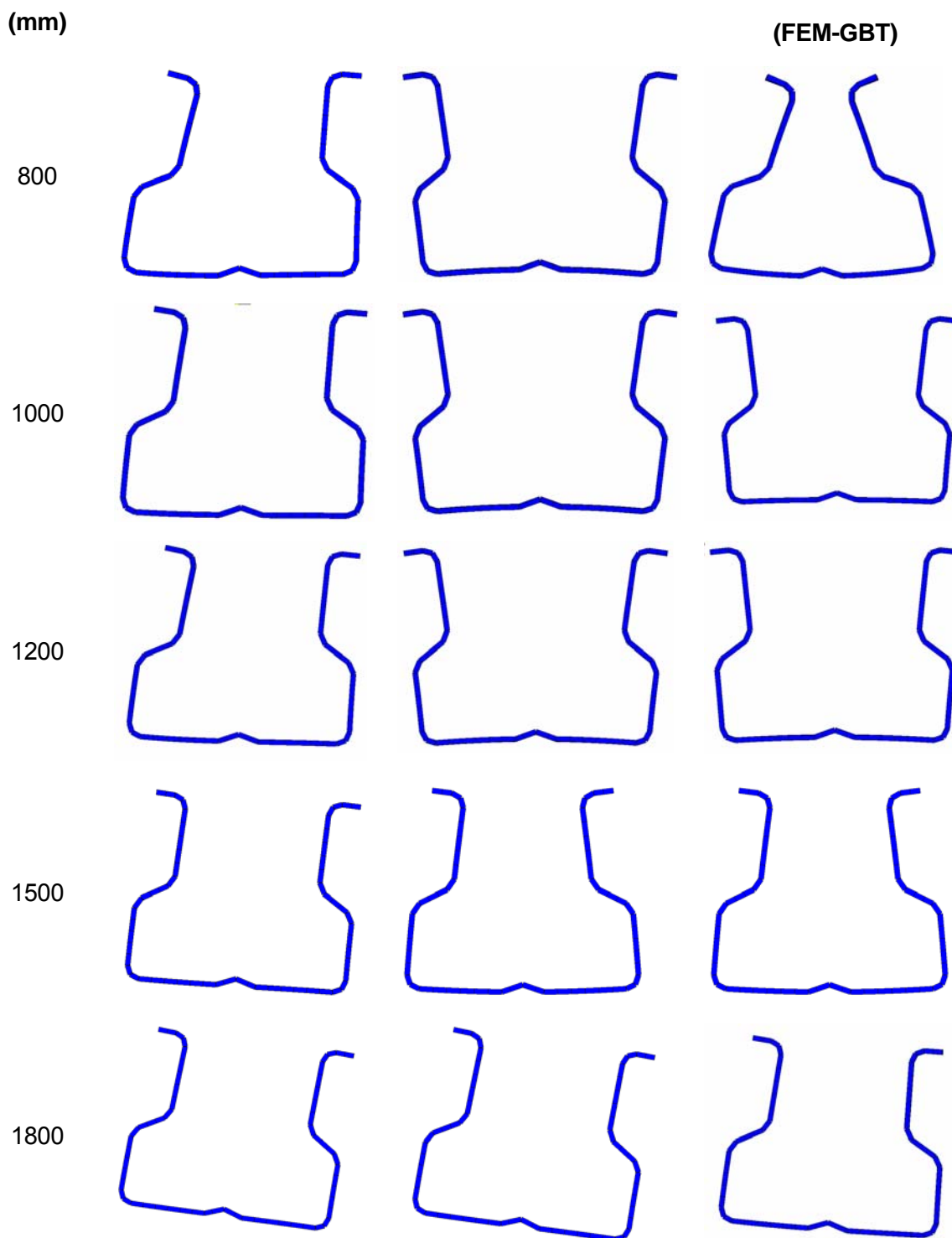


Fig 6.13 Modes de fallida numèrics. La imatge de la tercera metodologia per una longitud de 1500 mm correspon la inclusió del mode FEM I

Tal i com es pot veure a les Taules 6.5, 6.6 i 6.7 i a la Fig. 6.12 la sistemàtica utilització del primer mode FEM per generar la imperfecció geomètrica pot conduir a errors superiors al 15% en la

predicció de la càrrega última resistant en aquelles longituds on el mode de fallida distorsional és dominant. A més a més, el tipus de fallida experimental i numèrica són diferents.

La metodologia del mode FEM apropiat tendeix a produir resultats similars als experimentals. Els modes de fallida experimentals i numèrics coincideixen en totes les longituds excepte a 1500 mm.

La metodologia que combina imperfeccions (FEM-GBT) també produeix resultats similars als experimentals, amb errors màxims inferiors al 6%. Tot i això, és necessari realitzar una selecció adequada dels modes FEM a utilitzar per generar la combinació d'imperfeccions. Aquest fenomen es pot veure en els resultats de la Taula 6.8, que mostra diferents simulacions per les longituds de 800 i 1200 mm. La segona columna mostra els resultats utilitzant únicament els modes FEM simètrics, la tercera columna utilitza únicament els antimètrics i la quarta columna els utilitza tots. Només la primera opció proporciona valors correctes en la predicció de la càrrega última.

Càrrega última (N)				
Longitud Puntal (mm)	Modes FEM simètrics	Modes FEM antimètrics	Tots els modes FEM	Experimental
800	131321 (II,III)	147815 (I,IV)	146402 (I fins IV)	131650
1200	128479 (II,IV,VI,VII)	142888 (I,III,V)	138219 (I fins VII)	127471

Taula 6.8 Càrrega última obtinguda de l'anàlisi no lineal utilitzant els modes FEM simètrics, antimètrics o tots

En vista d'aquests resultats s'ha decidit eliminar els modes antimètrics per generar la imperfecció geomètrica inicial. La Fig. 6.14 mostra que aquesta decisió té significat físic. Es pot veure que les corbes de càrrega elàstiques pures de vinclament DS i DA (obtingudes a través de RLBA v1.3) no es creuen entre elles. Per tant, s'espera que la combinació d'aquests modes purs sigui molt petita durant el procés de compressió. La combinació i interacció de modes és important quan aquests tenen càrregues elàstiques de vinclament similars. Això no succeeix pels modes DA i DS. A més a més, aquests no es poden combinar en una anàlisi lineal de vinclament (per una secció simètrica, sotmesa a compressió pura, les components de les matrius de la GBT $[D_{ik}]$ i $[X_{1ik}]$, a on i i k pertanyen a modes simètrics i antimètrics respectivament, són nuls). Com a resultat, s'ha cregut que no era adequat introduir una imperfecció geomètrica inicial que combini aquests modes.

Per altra banda, és possible que existeixi una combinació de modes (i interacció) entre el DS i el global a flexo-torsió, ja que hi ha una franja de longituds on les seves càrregues elàstiques de vinclament són similars. Aquest fet asseguraria una transició gradual entre una tipologia de fallida DS i una de global, fet que succeeix a la realitat.

Finalment, cal mencionar que el mode global a flexo-torsió utilitzat conté una participació del mode pur DA ja que els modes FEM no són purs, per tant, el primer mode FEM evoluciona de un DA a un global a flexo-torsió. Per tant, la imperfecció provinent del primer mode FEM s'ha utilitzat per generar la imperfecció geomètrica a partir del moment en que la càrrega elàstica global de vinclament és inferior a la càrrega elàstica del distorsional pur (al voltant de 1400mm per aquesta secció, Fig 6.14), valor a partir del qual la participació del mode pur DA en el primer mode FEM disminueix notablement (Fig. 6.15).

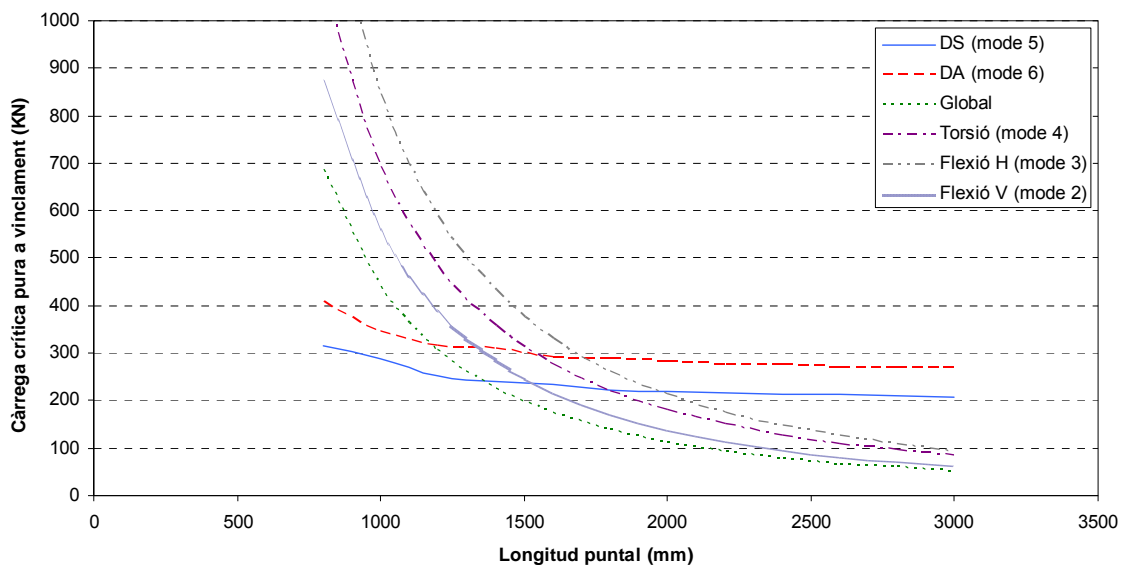


Fig 6.14 Càrreges elàstiques pures de vinclament obtingudes amb RLBA

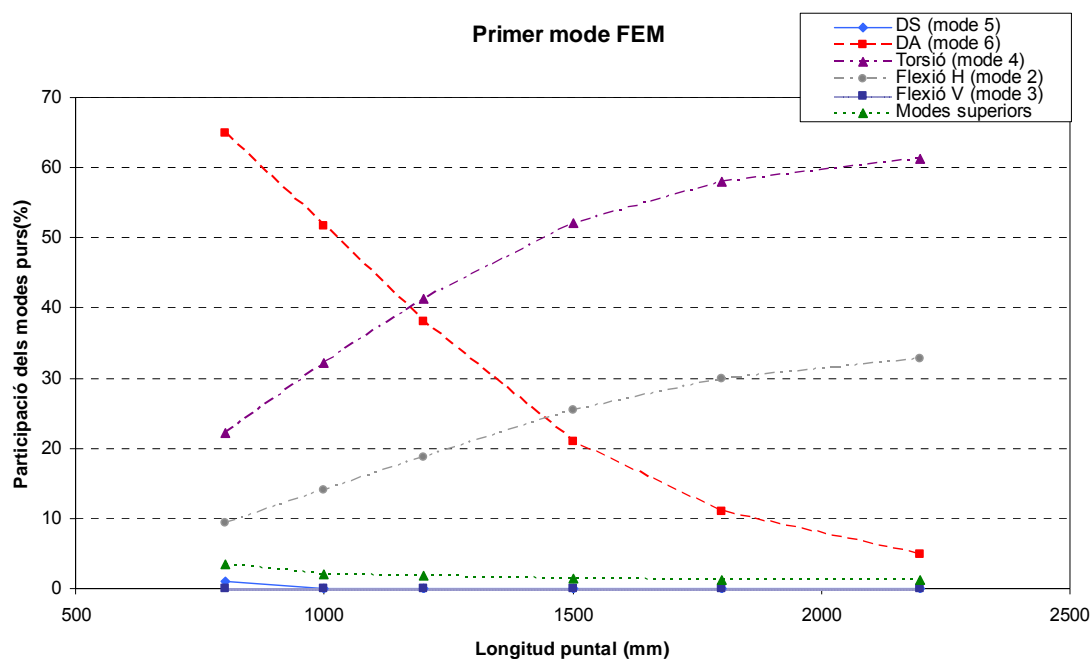


Fig 6.15 Participació dels modes purs en el primer mode

6.8. Aplicació a altres perfils

S'han aplicat les tres metodologies descrites en diferents perfils dels quals es tenien resultats experimentals. Pel perfil S4 amb perforacions s'han analitzat les longituds compreses entre 800 i 1500 mm, ja que aquestes són les que generen diferències rellevants entre les tres metodologies.

Mitjançant el programa RLBA s'han determinat les càrregues elàstiques de vinclament dels modes següents: distorsional simètric pur, distorsional antimètric pur, global (dos flexions i torsió) i utilitzant tots els modes convencionals. Aquestes gràfiques (Fig. 6.16-6.19) permeten determinar quin ha de ser el mode pur predominant en la selecció dels k modes adequats en la metodologia FEM-GBT. A més a més, també permet determinar quina és la longitud en que cal introduir la imperfecció geomètrica global (zona de tall entre la càrrega crítica distorsional i global). Les càrregues elàstiques obtingudes a través del RLBA no tenen en compte l'efecte de les perforacions en els perfils. Com que l'objectiu és determinar el mode distorsional dominant i la longitud a partir del qual s'introdueix el mode global i no el valor de la càrrega lineal de vinclament, la metodologia es considera vàlida, encara que la modelització no contempli les perforacions.

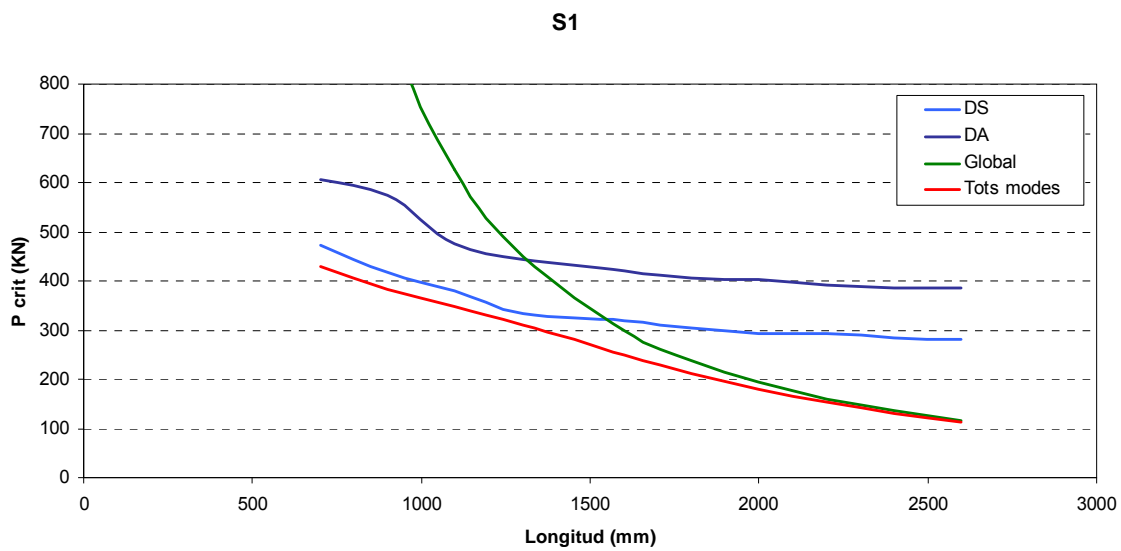


Fig 6.16 Càrregues elàstiques pures pel perfil S1

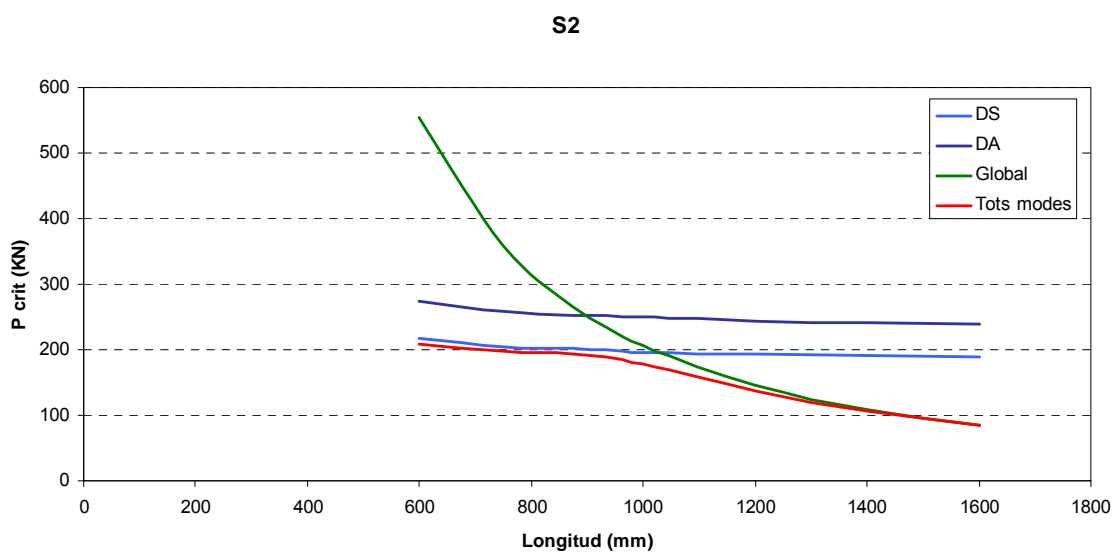


Fig 6.17 Càrregues elàstiques pures pel perfil S2

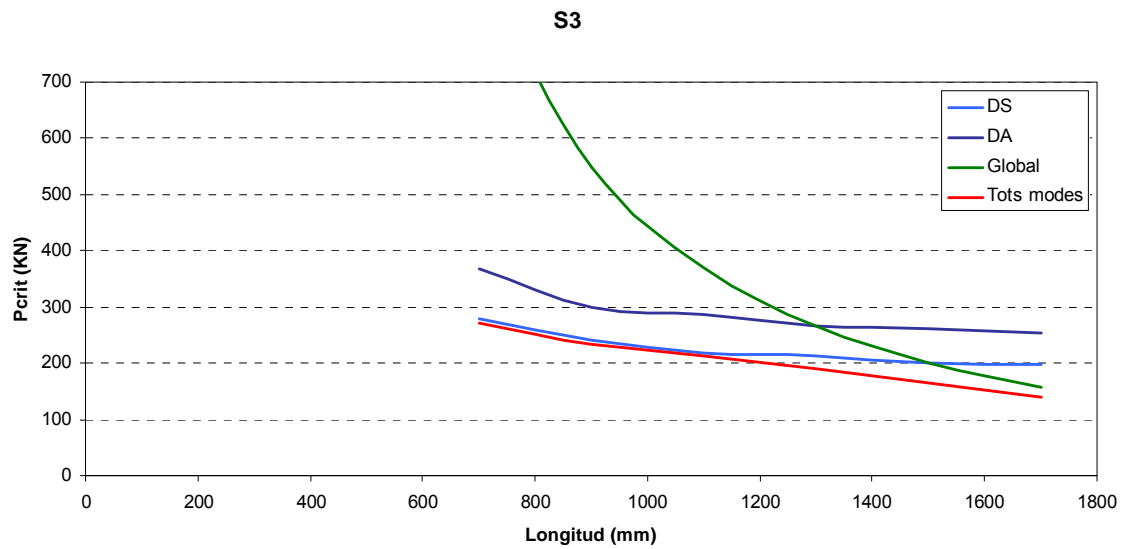


Fig 6.18 Càrregues elàstiques pures pel perfil S3

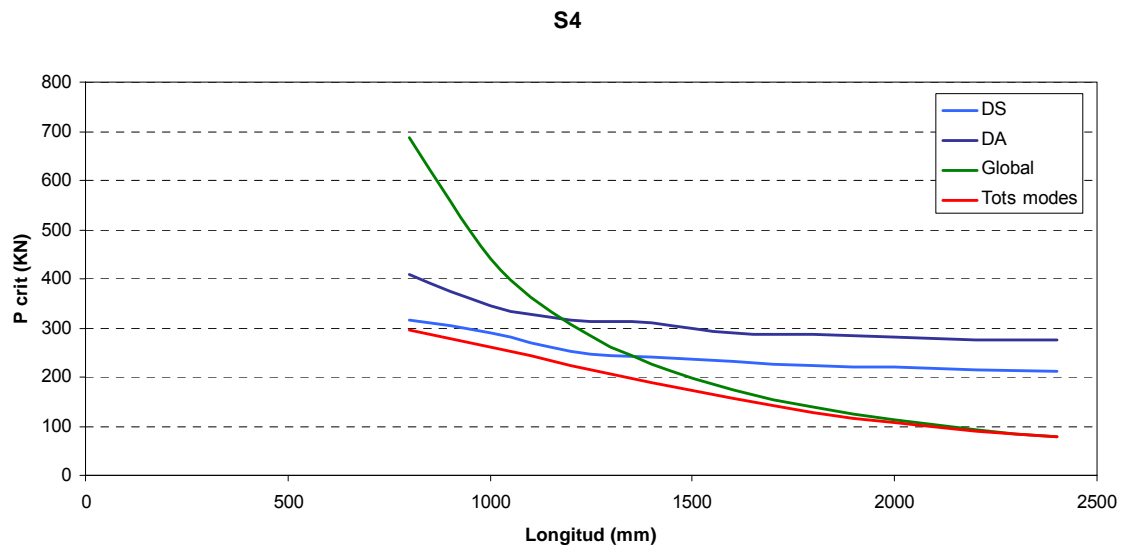


Fig 6.19 Càrregues elàstiques pures pel perfil S4

En totes les seccions el mode pur predominant en les longituds distorsionals és el mode simètric. La introducció de la imperfecció geomètrica global es produeix a partir de les següents longituds:

- S1:1500 mm
- S2:1000 mm

- S3:1300 mm
- S4: 1400 mm

A les Taules 6.9, 6.10 i 6.11 es poden veure els resultats numèrics obtinguts amb les tres metodologies presentades. Aquests resultats mostren com les metodologies desenvolupades (Mode apropiat i FEM-GBT) proporcionen resultats vàlids per a perfils perforats. També mostren que la utilització del primer mode FEM pot proporcionar errors notables en el càlcul resistent de l'element, tal i com ja es preveia amb els resultats de l'apartat anterior.

Puntal	Primer mode FEM (KN)	FEM/EXP
S1-900	140,41	0,94
S1-1350	129,24	0,96
S1-1600	117,01	0,99
S4 perforat -800	117,73	1,07
S4 perforat-1000	122,03	1,14
S4 perforat -1200	116,44	1,15
S4 perforat -1500	101,94	1,12
S2-750	71,25	1,06
S2-875	65,05	1,17
S3-900	97,91	1,05
S3-1100	91,14	0,98
	Mitjana	1,06
	Desviació	0,08

Taula 6.9 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia del primer mode FEM

Puntal	Mode apropiat (KN)	FEM/EXP
S1-900	135,88	0,91
S1-1350	129,24	0,96
S1-1600	117,01	0,99
S4 perforat -800	110,54	1,01
S4 perforat -1000	105,86	0,99
S4 perforat -1200	101,96	1,01
S4 perforat -1500	99,28	1,09
S2-750	68,85	1,02
S2-875	65,05	1,17
S3-900	96,12	1,03
S3-1100	91,14	0,98
	Mitjana	1,01
	Desviació	0,07

Taula 6.10 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia del mode apropiat

Puntal	Mode FEM-GBT (KN)	FEM/EXP
S1-900	137,20	0,91
S1-1350	132,62	0,99
S1-1600	121,72	1,03
S4 perforat -800	111,35	1,01
S4 perforat-1000	110,58	1,03
S4 perforat -1200	104,67	1,04
S4 perforat -1500	101,22	1,11
S2-750	70,84	1,05
S2-875	65,47	1,18
S3-900	97,80	1,05
S3-1100	95,40	1,03
	Mitjana	1,04
	Desviació	0,07

Taula 6.11 Resultats numèrics obtinguts per cada una de les mostres utilitzant la metodologia FEM-GBT

7. Simulació del procés de conformat

Un dels objectius de la tesi doctoral és desenvolupar una nova metodologia que permeti incorporar les tensions residuals derivades del procés de fabricació de puntals primers conformats en fred. La inclusió de les tensions residuals permetria no haver de definir una imperfecció geomètrica fictícia en quant a forma i amplitud, tal i com es fa en els models més convencionals explicats en el capítol 6, amb tots els inconvenients que aquesta modelització comporta.

Per obtenir un patró de tensions residuals l'opció més viable consisteix en simular per elements finits el procés de conformat. Per realitzar aquesta simulació s'ha utilitzat el programa COPRA, específic per la simulació del procés de perfilat a través del mètode dels elements finits. Aquest programa disposa de diferents mòduls, dels quals s'ha utilitzat COPRA RF, per dissenyar la flor del perfil i la geometria dels rodets (2D), i COPRA FEA RF, mòdul del programa que a través de les geometries dissenyades a COPRA RF crea el model tridimensional, el mallat en funció dels paràmetres definits i realitza un càlcul no lineal pel mètode d'elements finits (utilitza el solucionador i postprocessador del programa d'elements finits MARC). També s'ha realitzat un estudi teòric per tal d'analitzar quin tipus d'element finit és més adient per obtenir els resultats més acurats possibles.

7.1. Disseny de la línia de conformat

S'ha dissenyat i simulat el procés de fabricació pel perfil S4.

A l'hora de dissenyar la línia de conformat cal, primer de tot, definir la flor del perfil. La flor del perfil és la representació de cada una de les configuracions geomètriques que adopta la xapa metàl·lica en passar per cada estació del procés de fabricació. Un cop definida la flor del perfil, ja es coneixen el nombre d'etapes necessàries i es procedeix al disseny dels rodets. Cal mencionar que malgrat que la línia de conformat que es presenta en aquesta tesi ha estat dissenyada des de zero presenta similituds amb les línies reals existents. Per obtenir el disseny final de la flor han estat necessàries la realització de nombroses simulacions prèvies fins aconseguir la forma final amb la qualitat desitjada.

La línia dissenyada consta de 22 etapes de rodets. La xapa metàl·lica passa a través 20 etapes que conformen la secció més dues al final que subjecten el perfil a la sortida de la línia. Les primeres 20 etapes tenen la seqüència següent: 2 formen el rigiditzador de l'ànima, 4 el rigiditzador de l'ala, 5 doblen parcialment les ales, 4 formen el llavi, 4 acaben de doblar les ales fins a 90° i 1 dobla en excés les ales (2°) per tal de compensar el fenomen de recuperació elàstica (*springback*). Les distàncies entre estacions varien des de 350 a 450 mm.

En la Fig. 7.1 i 7.2 es pot veure la flor del perfil així com les estacions de la línia de conformat dissenyada. Malgrat que es tracta d'un perfil comercial, la flor i les característiques de la línia no són

idèntiques al procés real de fabricació, per motius de confidencialitat i manca d'alguns paràmetres. Tot i això, el procés és força similar.

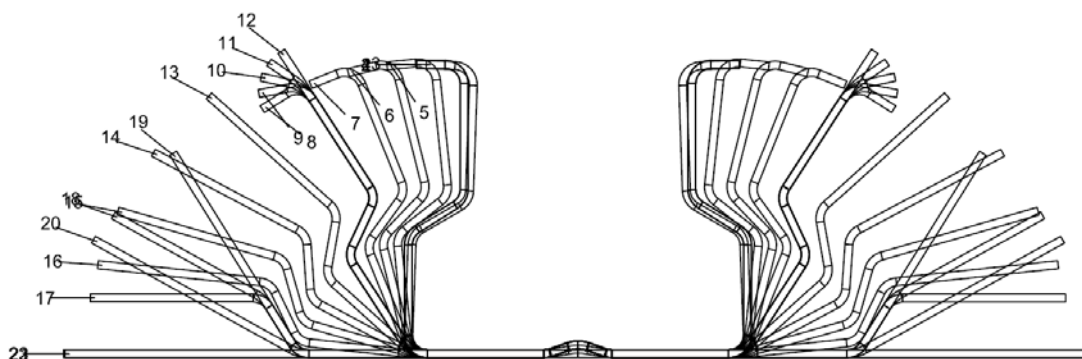
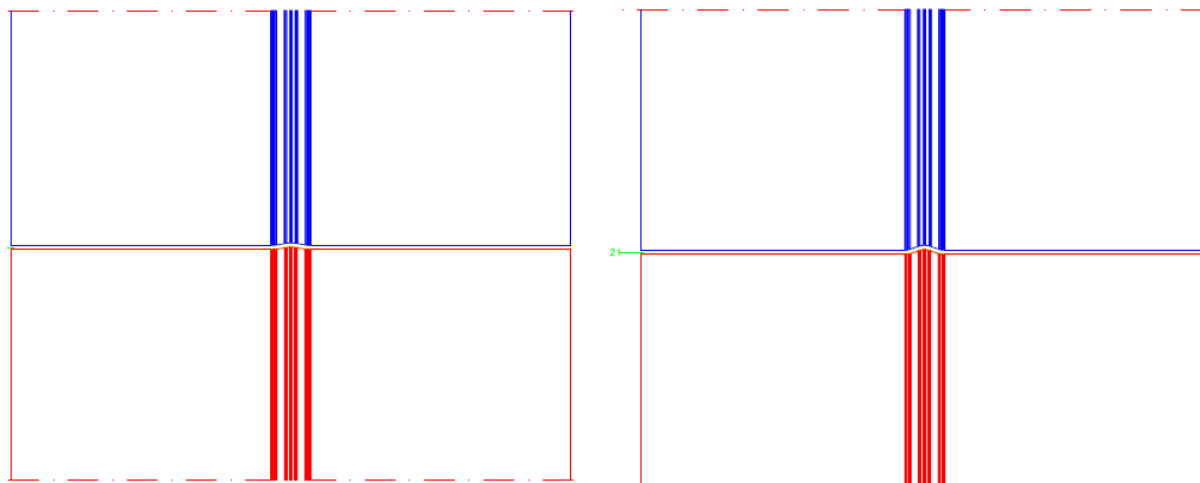
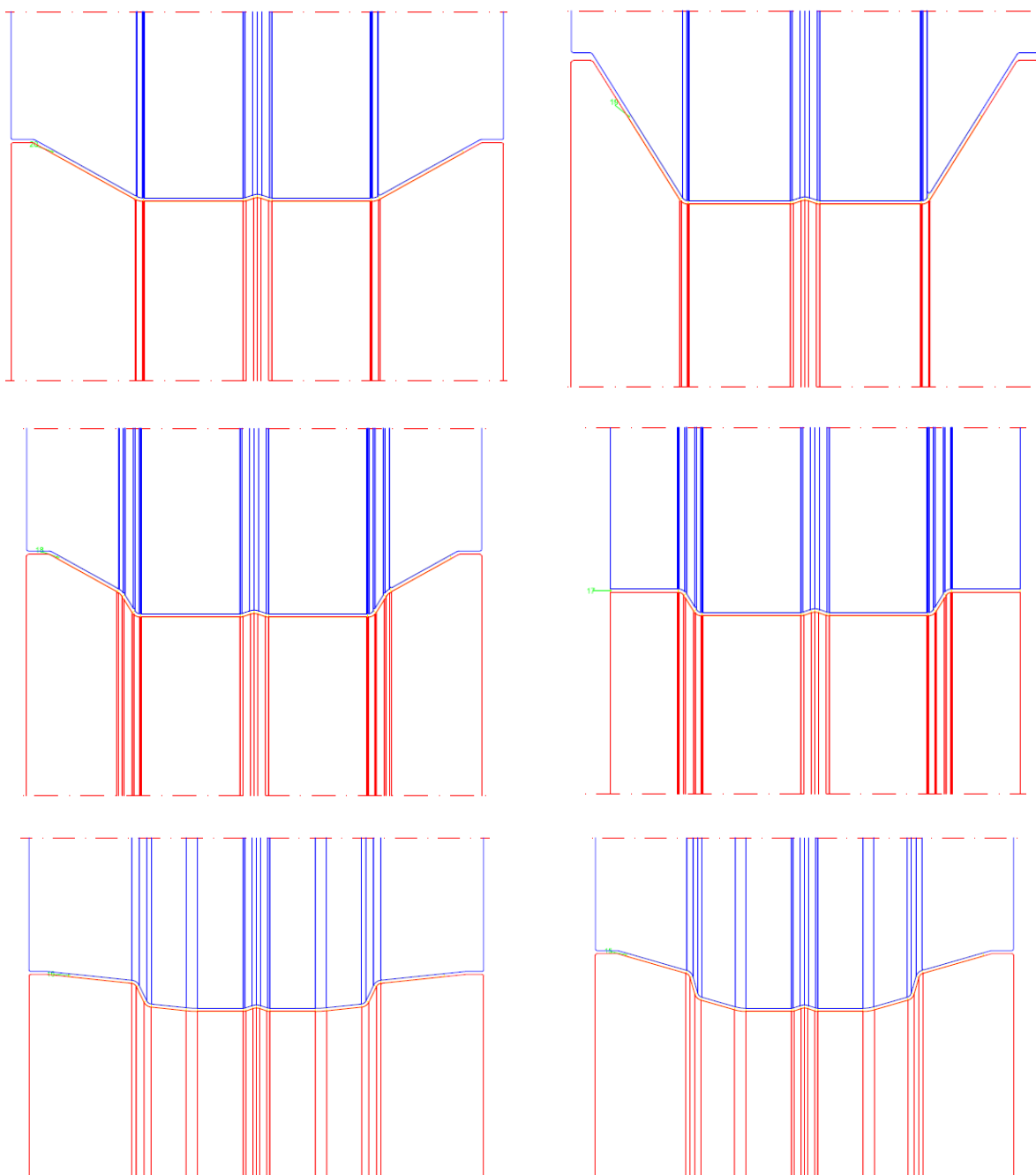
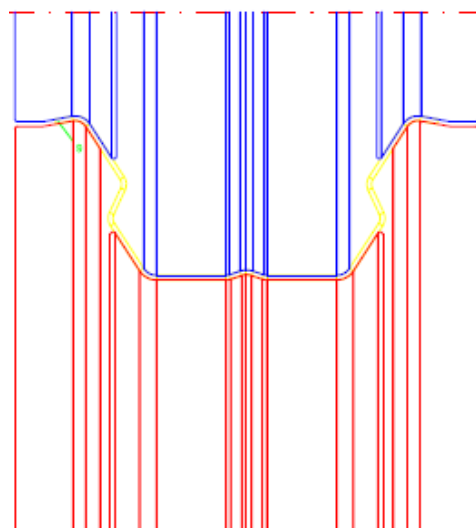
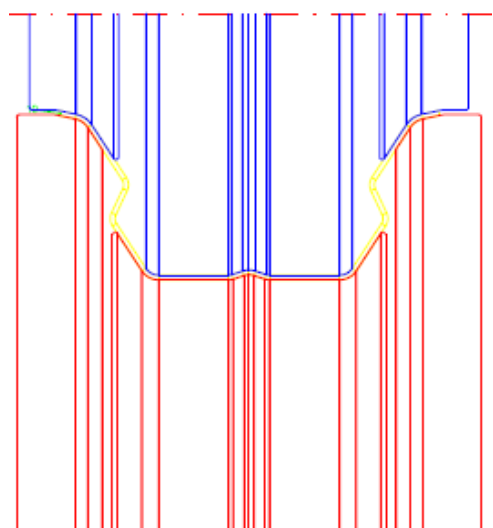
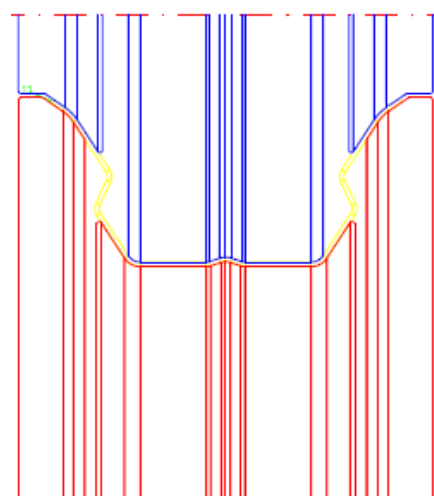
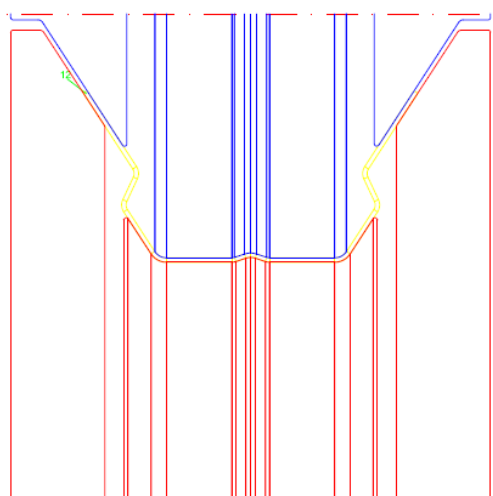
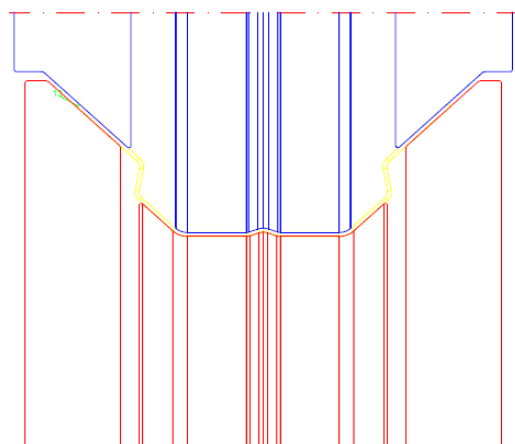
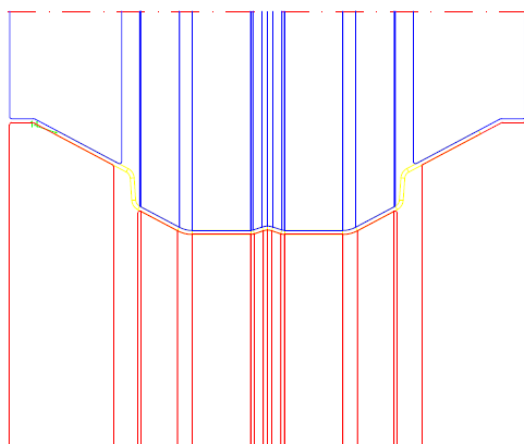


Fig 7.1 Flor del perfil dissenyada pel perfil S4







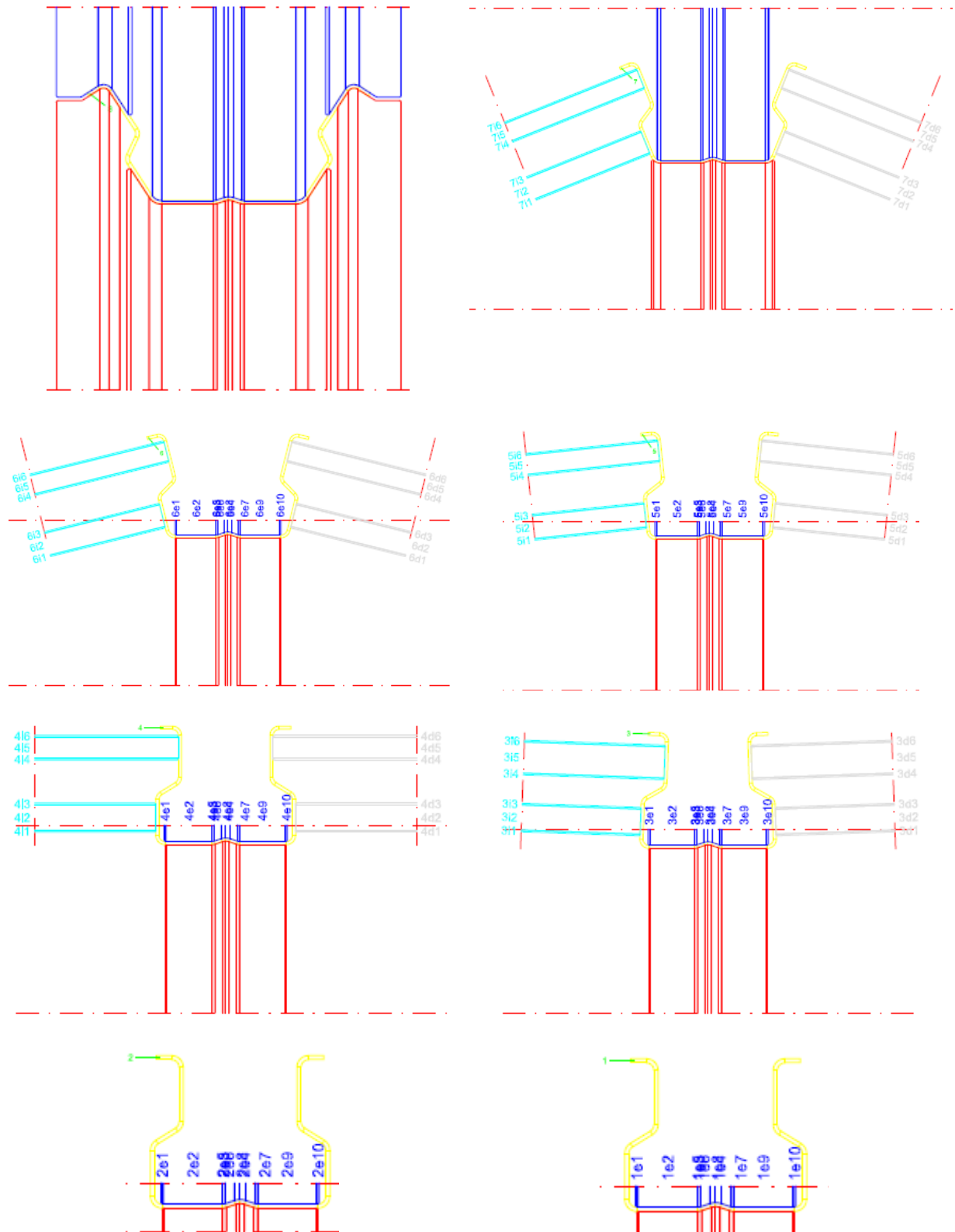


Fig 7.2 Disseny dels rodets de cada una de les estacions de la línia

7.2. Característiques del model d'elements finits

7.2.1. Discussió del tipus d'element finit

Per reproduir de forma eficient el procés de fabricació és important seleccionar correctament el tipus d'element finit a utilitzar així com també la discretització de la xapa d'acer. A priori, es podrien utilitzar elements sòlids o elements placa, que són els habitualment utilitzats per aquest tipus de simulacions (tal i com s'ha vist al capítol 3). Per seleccionar-ne un dels dos, s'han analitzat els esforços que pateix una placa d'acer al ser fortament doblada.

La modelització teòrica del procés de perfilat és molt complexa, hi ha diferents estudis que mostren la deformació que pateix l'ala d'un perfil en U (capítol 3). La principal zona de deformació en el procés de conformat es troba en els radis d'acord. En aquestes zones es produeixen grans deformacions per tal de garantir la seva plastificació, ja que d'aquesta manera, es garanteix l'obtenció de la forma desitjada. Per tant, l'anàlisi teòric es fa en aquestes zones de la secció. S'ha utilitzat en bona part la base teòrica desenvolupada per Hill [90] del doblat de plaques. Malgrat que el doblat no presenta les mateixes característiques que el *roll-forming*, es considera que l'element finit vàlid pel procés del doblat també ho és pel perfilat.

A continuació es detallen les hipòtesis utilitzades per realitzar el desenvolupament teòric del doblat de xapes:

- i. Material amb un comportament isotròpic.
- ii. Les deformacions elàstiques són negligibles respecte les plàstiques
- iii. Les deformacions en la direcció longitudinal (del conformat) són negligibles enfront de la transversal i radial. S'assumeix un estat de deformació plana.
- iv. No hi ha canvis de volum en les zones totalment plastificades ($v_{\text{plàstic}}=0,5$)
- v. Les direccions principals corresponen a la tangencial, radial i longitudinal.
- vi. Es considera una modelització plàstica del material a través d'una corba de Swift.
- vii. S'utilitza el criteri de plastificació de Von Mises.

Les hipòtesis del desenvolupament teòric són les mateixes que les proposades per Hill [90] amb la única diferència de la (vi), en la qual s'ha ampliat el model a materials amb un comportament plàstic més realista que un model elàstic perfectament plàstic.

Es considera que la deformació en la direcció transversal present durant el procés de doblat és la que es mostra a l'Eq. 7.1:

$$\varepsilon_{\theta} = \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \quad (\text{Eq. 7.1})$$

A on r_o correspon a la fibra que no s'allarga ni s'escurça. Aplicant les hipòtesis (ii, iii, v, vi, vii) podem obtenir les següents expressions:

$$\varepsilon_{\theta} = -\varepsilon_r \quad (\text{Eq. 7.2})$$

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \quad (\text{Eq. 7.3})$$

$$\bar{\sigma}_p = K(\bar{\varepsilon}_p + \varepsilon_o)^n \quad (\text{Eq. 7.4})$$

$$\bar{\varepsilon}_p \gg \varepsilon_o \longrightarrow \bar{\sigma}_p \approx K\left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right)\right)\right)^n \quad (\text{Eq. 7.5})$$

A on K i n són els paràmetres de la corba de Swift que permeten caracteritzar el comportament plàstic del material.

Per altra banda, aplicant les hipòtesis (ii, iii, iv, v, vii) obtenim les següents relacions entre les tensions principals:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_r + \sigma_{\theta}}{2} \quad (\text{Eq. 7.6})$$

$$\sigma_r - \sigma_{\theta} = \pm \frac{\bar{\sigma}_p}{\sqrt{3}} \quad (\text{Eq. 7.7})$$

Per obtenir la definició de les tensions cal plantejar l'equació d'equilibri en la direcció radial d'un diferencial de volum corbat (Fig. 7.3, Eq 7.8).

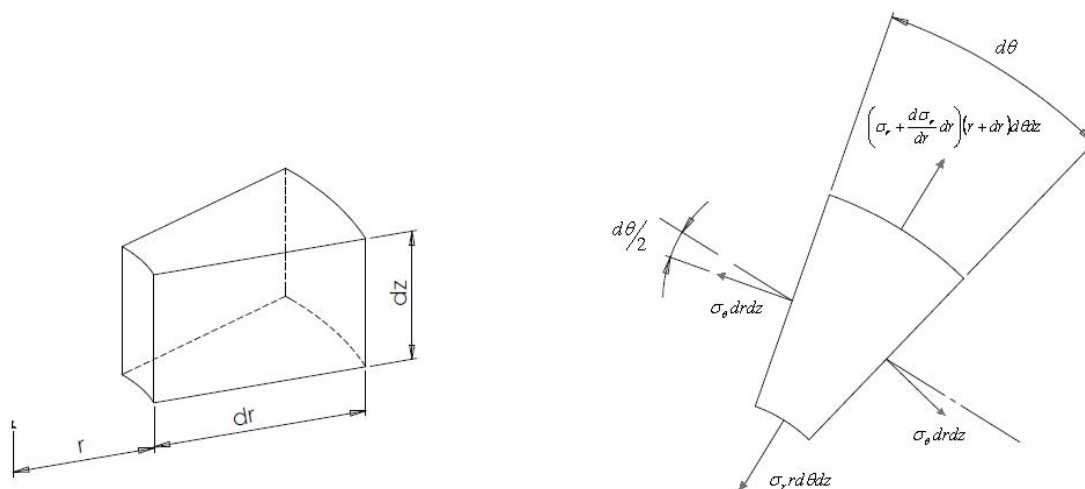


Fig 7.3 Equilibri de forces en un diferencial de volum corbat

$$\frac{\sigma_{\theta} - \sigma_r}{r} = \frac{d\sigma_r}{dr} \tag{Eq. 7.8}$$

Amb les Eq 7.5-7.8 i aplicant les condicions de contorn existents en la superfície, s'obtenen les expressions que defineixen l'estat tensional de la xapa doblada (Eq 7.9-7.12).

- Cas $r < r_o$

$$\sigma_r = \frac{K}{n+1} \left(\left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^{n+1} - \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{a}{r_o}\right) \right)^{n+1} \right) \tag{Eq. 7.9}$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{2K}{\sqrt{3}} \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^n + \frac{K}{n+1} \left(\left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^{n+1} - \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{a}{r_o}\right) \right)^{n+1} \right) \tag{Eq. 7.10}$$

- Cas $r \geq r_o$

$$\sigma_r = \frac{K}{n+1} \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^{n+1} - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{b}{r_o}\right) \right)^{n+1} \right) \tag{Eq. 7.11}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{2K}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^n + \frac{K}{n+1} \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) \right)^{n+1} - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{b}{r_o}\right) \right)^{n+1} \right) \tag{Eq. 7.12}$$

A on $r_o = \sqrt{a \cdot b}$, posició que garanteix la continuïtat de σ_r .

Tal i com es veu en l'Eq. 7.9 i 7.11 la tensió en la direcció radial no és nul·la. Per aquest motiu es considera que la utilització d'elements placa no és adequat per representar un patró de tensions residuals, ja que una de les hipòtesis que utilitzen aquests elements és precisament considerar nul·la la tensió en aquesta direcció. A més a més, estudis comparatius realitzats prèviament [75] ja van demostrar que s'aconseguia una millor aproximació als resultats experimentals a través d'elements sòlids. Per tant, aquest desenvolupament teòric ens permet descartar la utilització d'elements placa.

La malla utilitzada per modelitzar el procés de conformat està formada per elements sòlids de 8 nodes. S'han utilitzat 45 elements per discretitzar l'ample de banda de mitja secció, ja que tant el perfil com el procés de fabricació és simètric i per tant es poden aplicar condicions de simetria al model. En la direcció longitudinal s'ha discretitzat la xapa d'acer de 1500mm amb 416 elements, de manera que en tots els elements es garanteix un rati d'aspecte inferior a 4, valor adequat per l'estabilitat dels resultats en la direcció longitudinal. Amb aquestes característiques s'obté una malla de 18720 elements. El temps de càlcul és de 360h aproximadament, és a dir, 15 dies de simulació ininterrompuda.

7.2.2. Modelització emprada per la simulació

Els rodets s'han modelitzat amb elements placa rígids, ja que no es pretén estudiar l'efecte del conformat sobre els rodets i la seva utilització permet realitzar simulacions més eficients en cost computacional. Tampoc s'ha considerat el fregament entre xapa i rodets. Durant el procés simulat, es manté fixa la xapa i són els rodets els que es mouen. La Fig 7.4 mostra una imatge del procés de simulació.

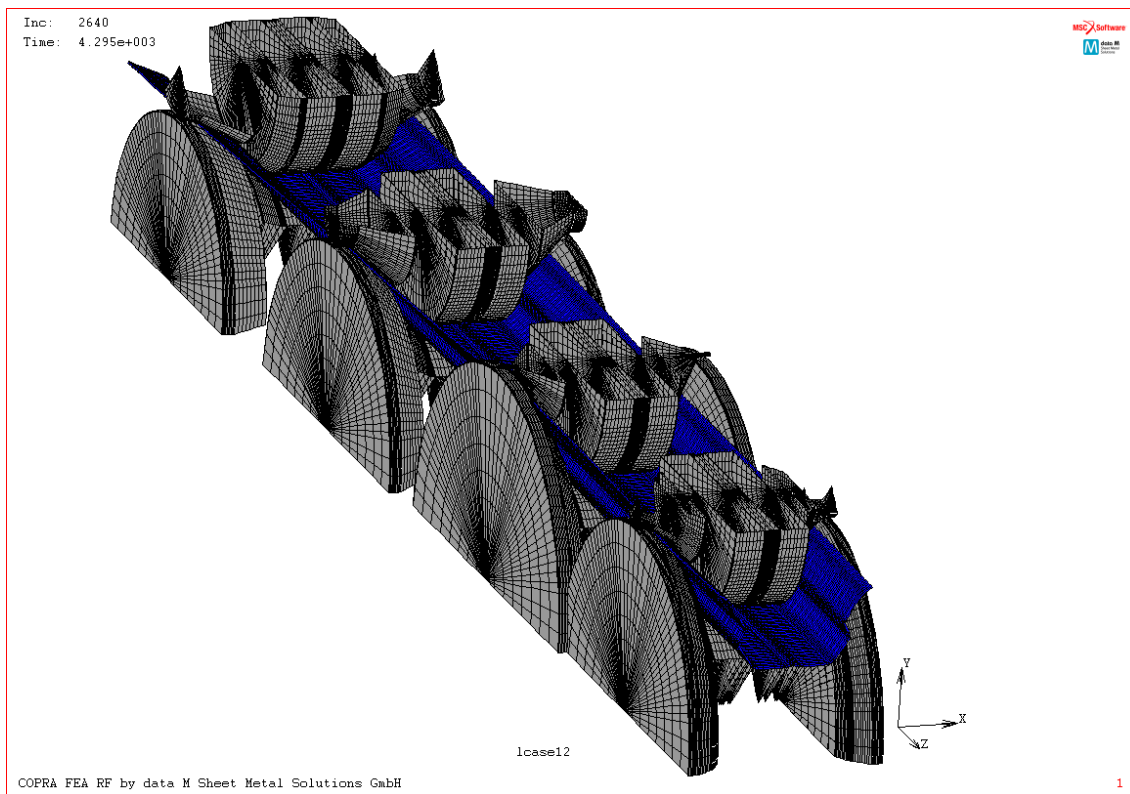


Fig 7.4 Model d'elements finits del procés de conformat

Per definir el material s'ha utilitzat una corba de Swift per la zona plàstica, tal i com es pot veure a la Fig 7.5.

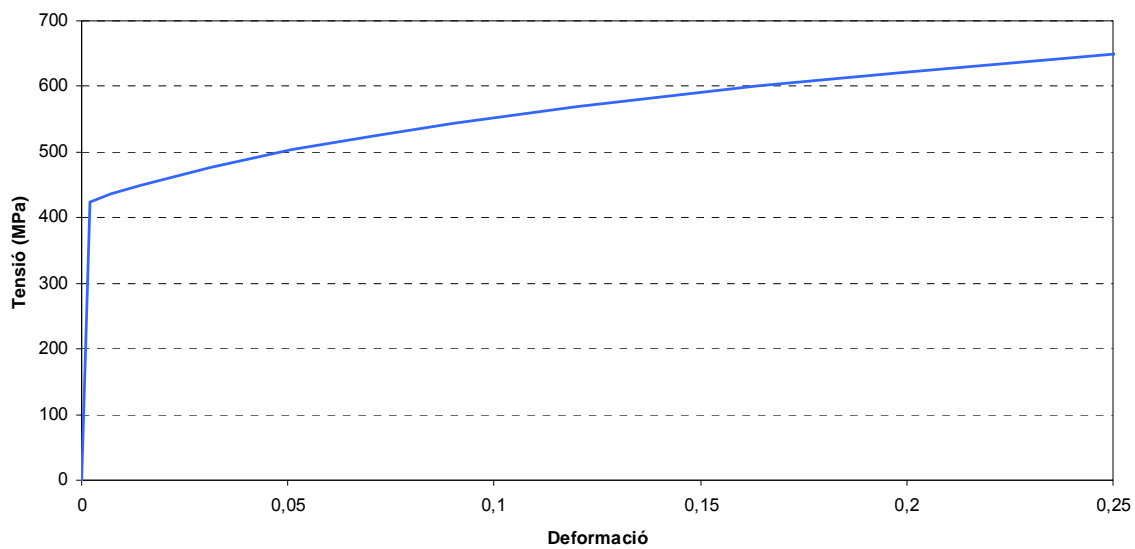


Fig 7.5 Model material utilitzat per la simulació

7.3. Resultats de la simulació sense perforacions

Gràcies a la simulació del procés de conformat s'ha obtingut la informació necessària per definir l'estat inicial del puntal per simular, posteriorment, la seva compressió. S'han dut a terme nombroses simulacions fins obtenir el disseny final de la línia de fabricació, és a dir, que produeixi el perfil amb una configuració geomètrica acceptable (Fig. 7.6). Les toleràncies de fabricació que resulten del procés simulat per elements finits presenten una distorsió de la secció inferior als 0,67 mm i un arc longitudinal inferior a 0,7 mm per metre de longitud.

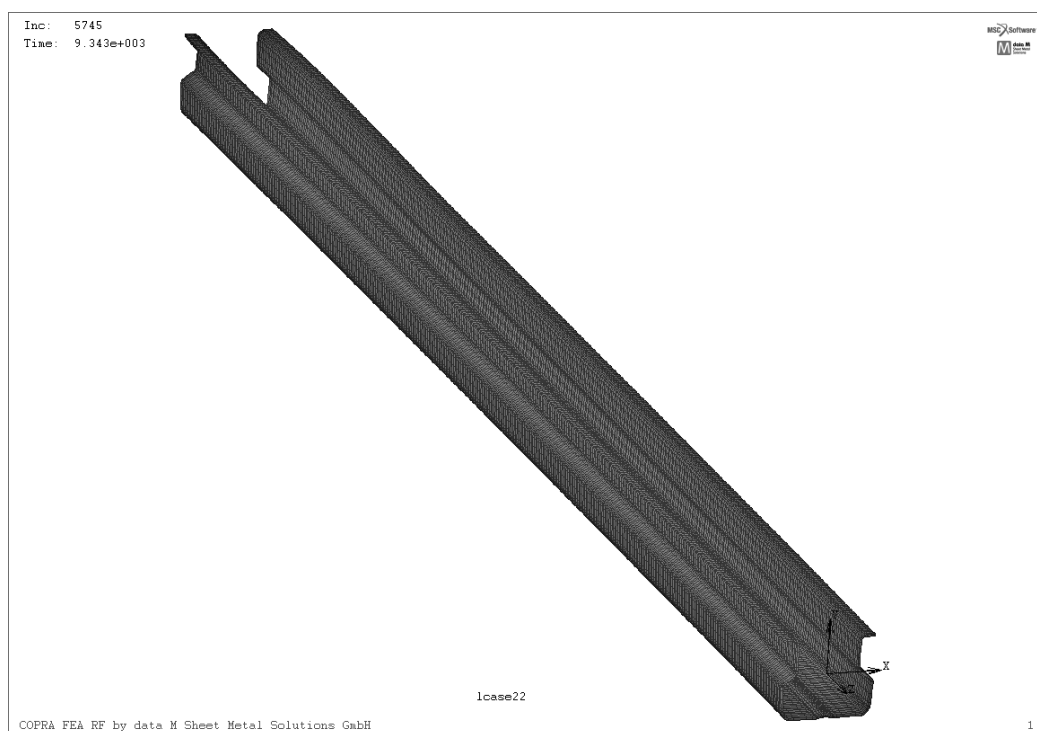


Fig 7.6 Forma final del perfil obtingut després de simular el procés de fabricació

Per caracteritzar l'estat final del procés, s'ha definit un patró de deformacions elàstiques i plàstiques residuals, informació que defineix l'estat tensional residual després del procés de fabricació. Aquest patró s'extreu d'una secció intermèdia del puntal. Es considera que en totes les seccions transversals, la distribució de deformacions residuals és la mateixa, a excepció de les seccions extremes. La uniformitat de tensions longitudinals es pot veure a la Fig. 7.7 i també s'ha demostrat experimentalment en el capítol 4 (mesura de les dos fileres de galgues).

Alguns mapes de tensions i deformacions residuals produïdes pel procés de fabricació es poden veure a les Fig. 7.8, 7.9 i 7.10. La tensió equivalent de Von Mises, el rati tensió equivalent-límit elàstic i la deformació plàstica equivalent són representades en una secció intermèdia del puntal. S'aprecia que els valors més alts es produeixen al voltant de les zones dels radis d'acord.

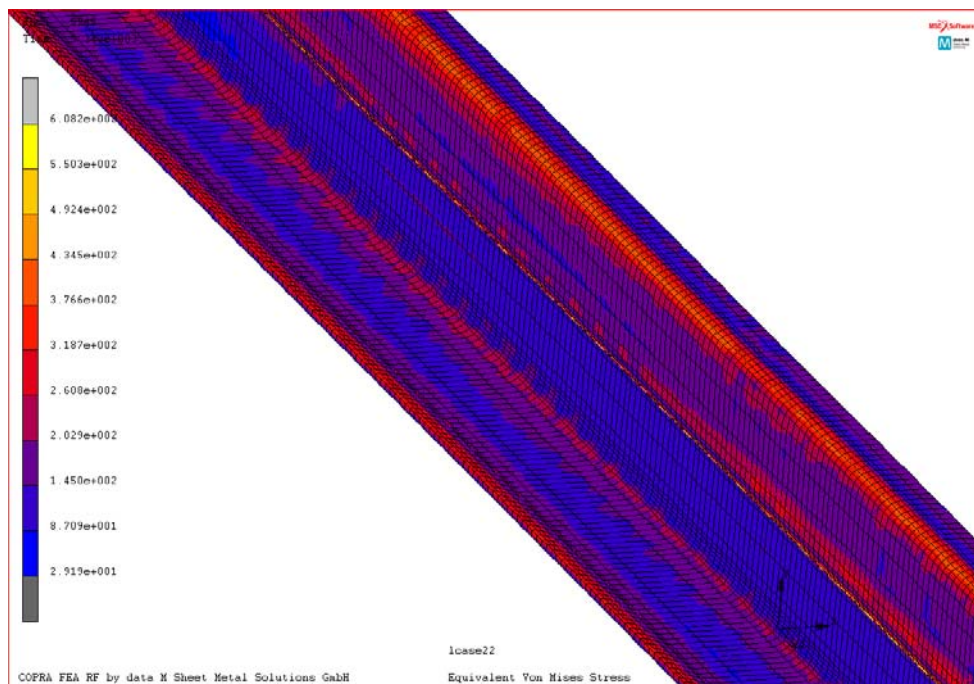


Fig 7.7 Uniformitat de les tensions residuals en la direcció longitudinal

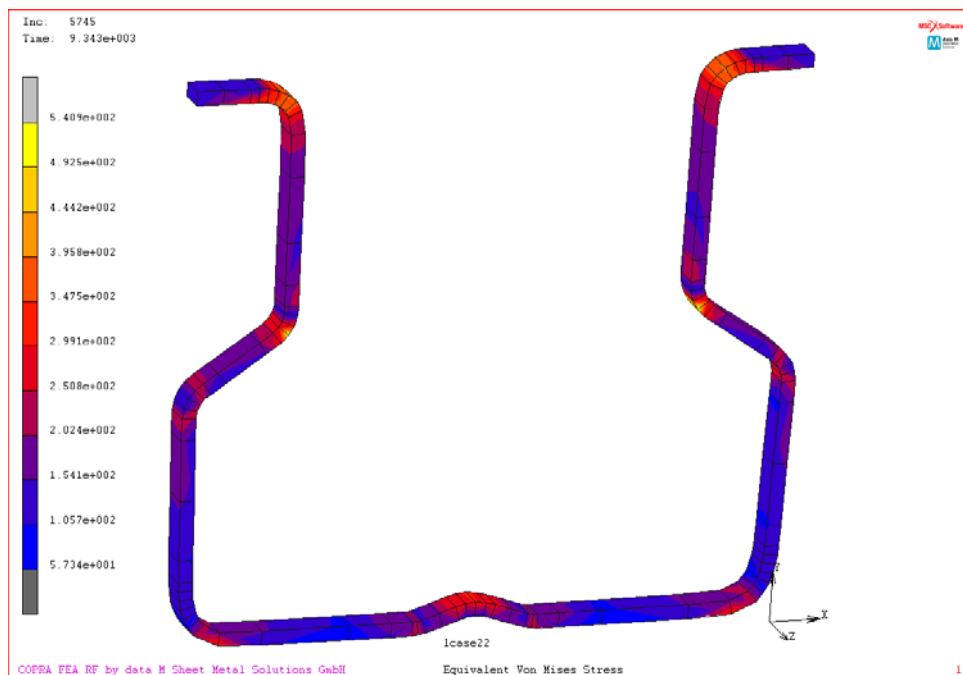


Fig 7.8 Tensió residual de Von Mises

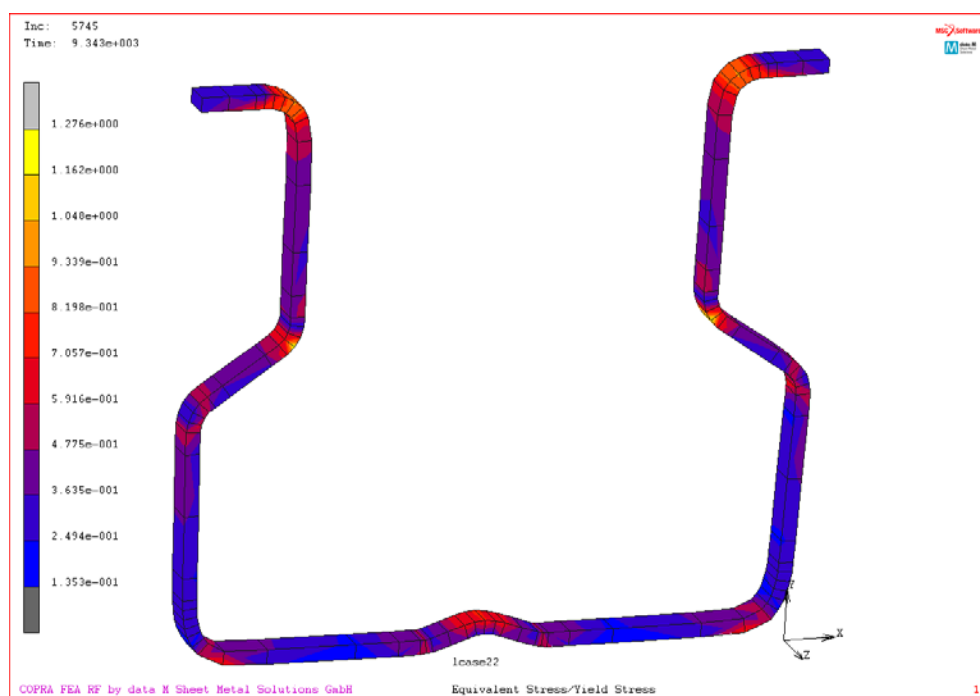


Fig 7.9 Rati tensió equivalent residual - límit elàstic

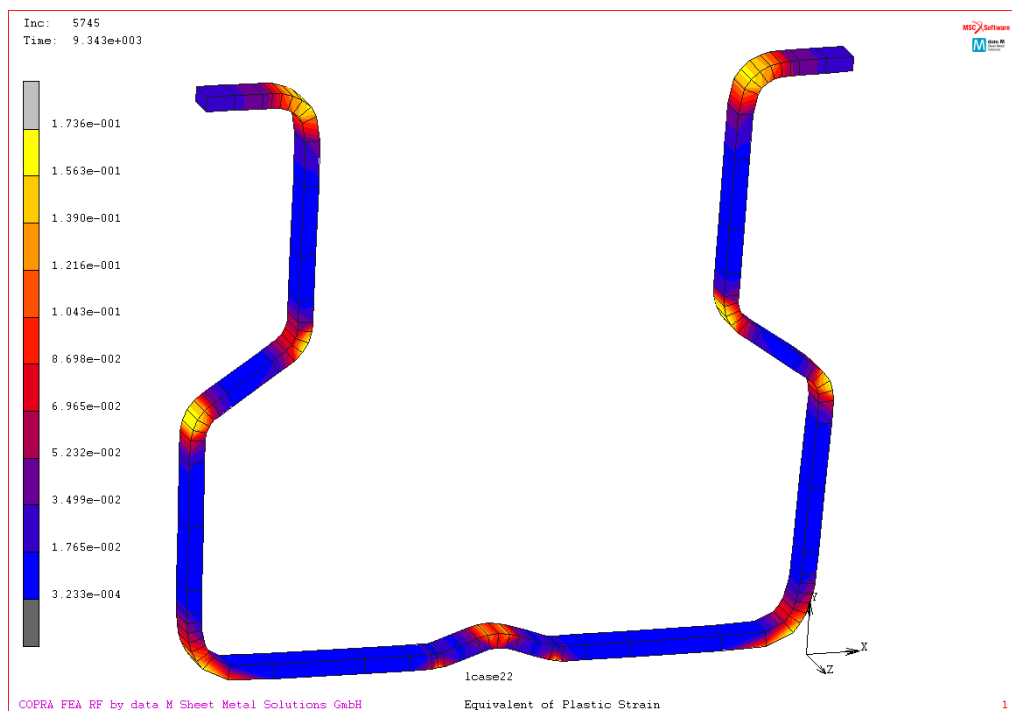


Fig 7.10 Deformació plàstica equivalent residual

La deformació transversal i longitudinal total residual causada pel procés de conformat es poden consultar a les Fig. 7.11 i 7.12 respectivament. El node localitzat a l'extrem del llavi està definit per la coordenada $S=0$ i el valor més alt ($S=120$ mm) correspon al centre de la secció, a on hi ha el pla de simetria.

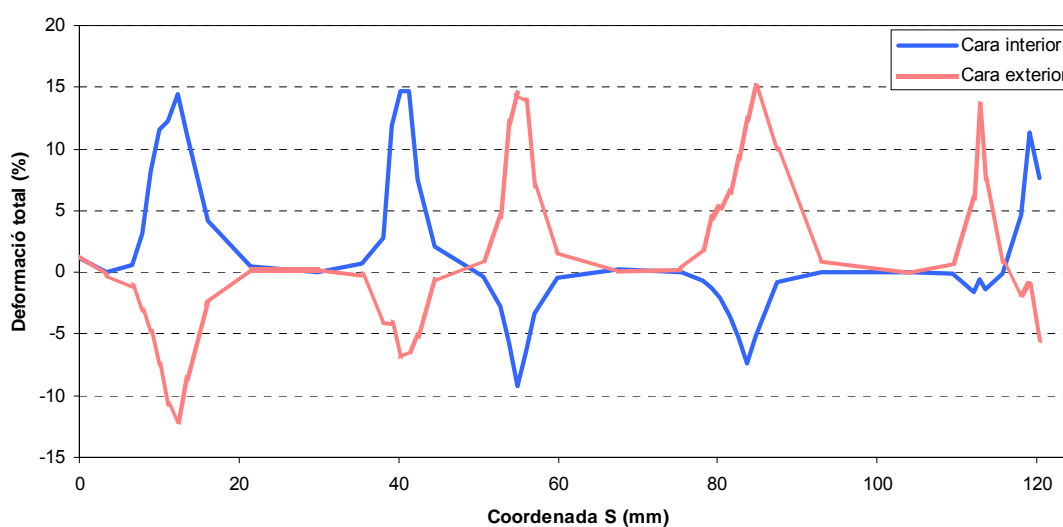


Fig 7.11 Distribució de les deformacions transversals totals residuals

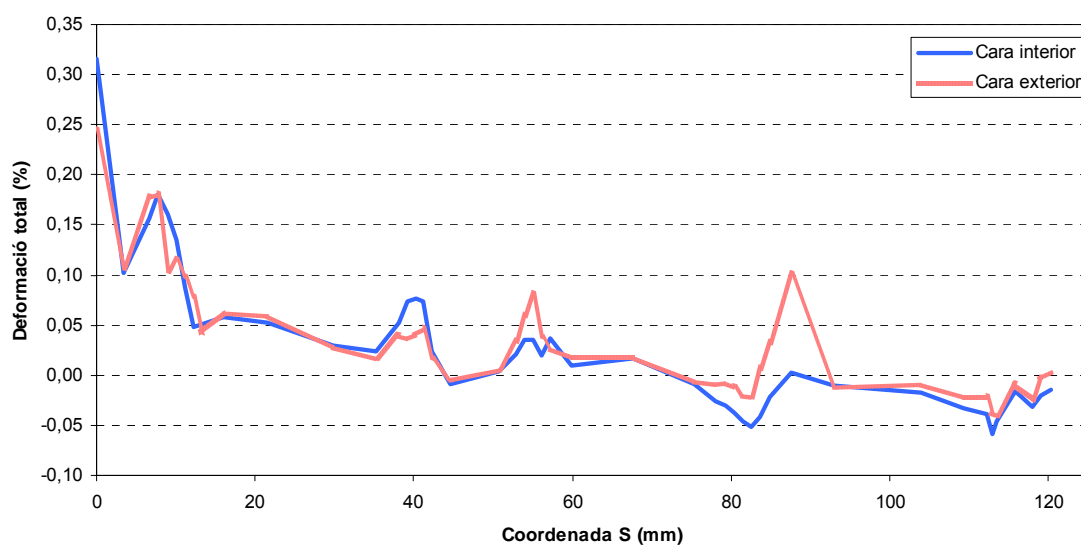


Fig 7.12 Distribució de les deformacions longitudinals totals residuals

7.4. Resultats de la simulació amb perforacions

S'ha simulat el procés de conformat de la mateixa secció incloent les perforacions a l'ànima i l'ala del perfil, per poder introduir també les tensions residuals en perfils perforats. La línia de fabricació té les mateixes característiques que pel perfil sense perforacions, l'única diferència es troba en l'etapa que compensa el rebot elàstic, on en aquest cas es dobla en excés l'ala 1º. Les característiques materials de la xapa són les mateixes.

En aquest model la malla utilitzada consta de 20551 elements. El temps de simulació del procés ha estat de 576 hores. Cal remarcar que hi ha hagut un gran increment de temps entre ambdues simulacions (de 360 a 576 hores) malgrat que l'increment d'elements no ha estat tant elevat (de 18720 a 20551). L'increment en el nombre d'elements és conseqüència de la discretització de les zones contigües a les perforacions.

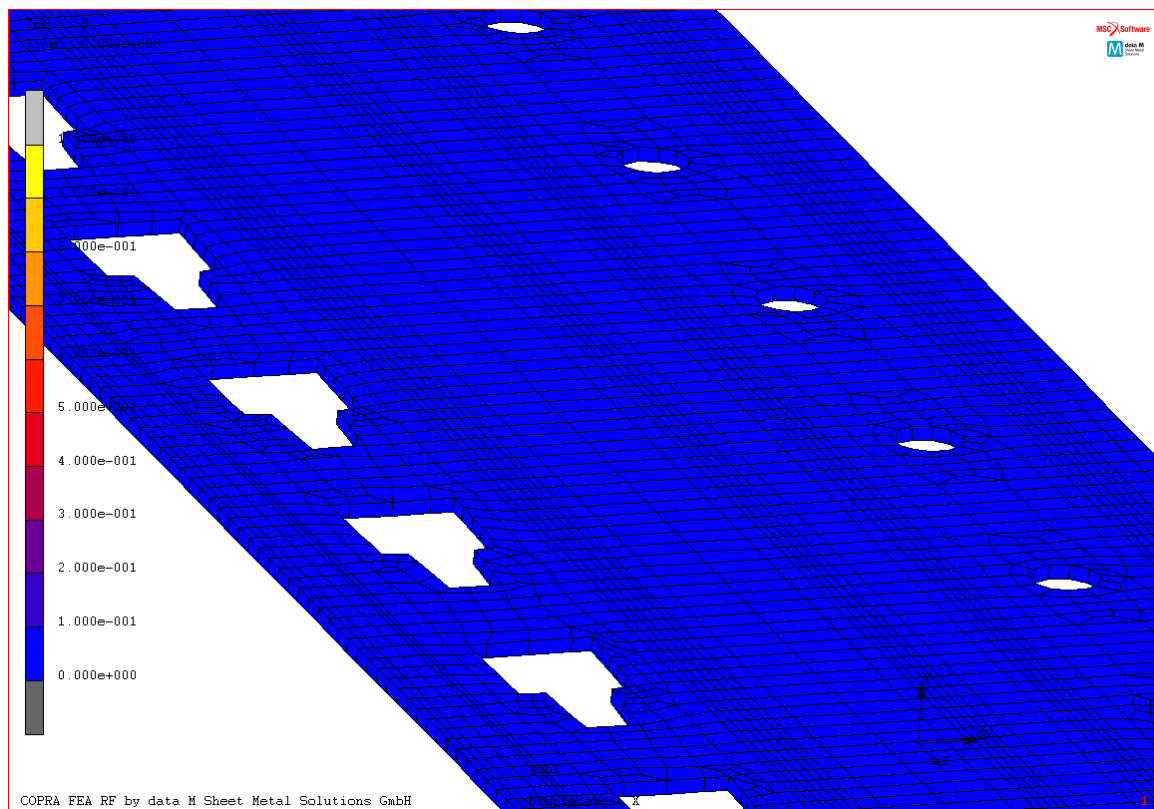


Fig 7.13 Discretització utilitzada per la xapa amb perforacions

En la Fig. 7.13 es pot veure com a les zones contigües a les perforacions la densitat d'elements augmenta per representar correctament la seva geometria. També s'observa l'increment en la densitat d'elements de les zones dels radis d'acord.

En la Fig. 7.14 es mostra la tensió equivalent residual de Von Mises. Es pot observar com aquesta distribució és menys continua en direcció longitudinal respecte a la Fig. 7.7 a causa de la influència de les perforacions. També es poden observar efectes de concentració de tensions al voltant de les perforacions a l'ànima del perfil.

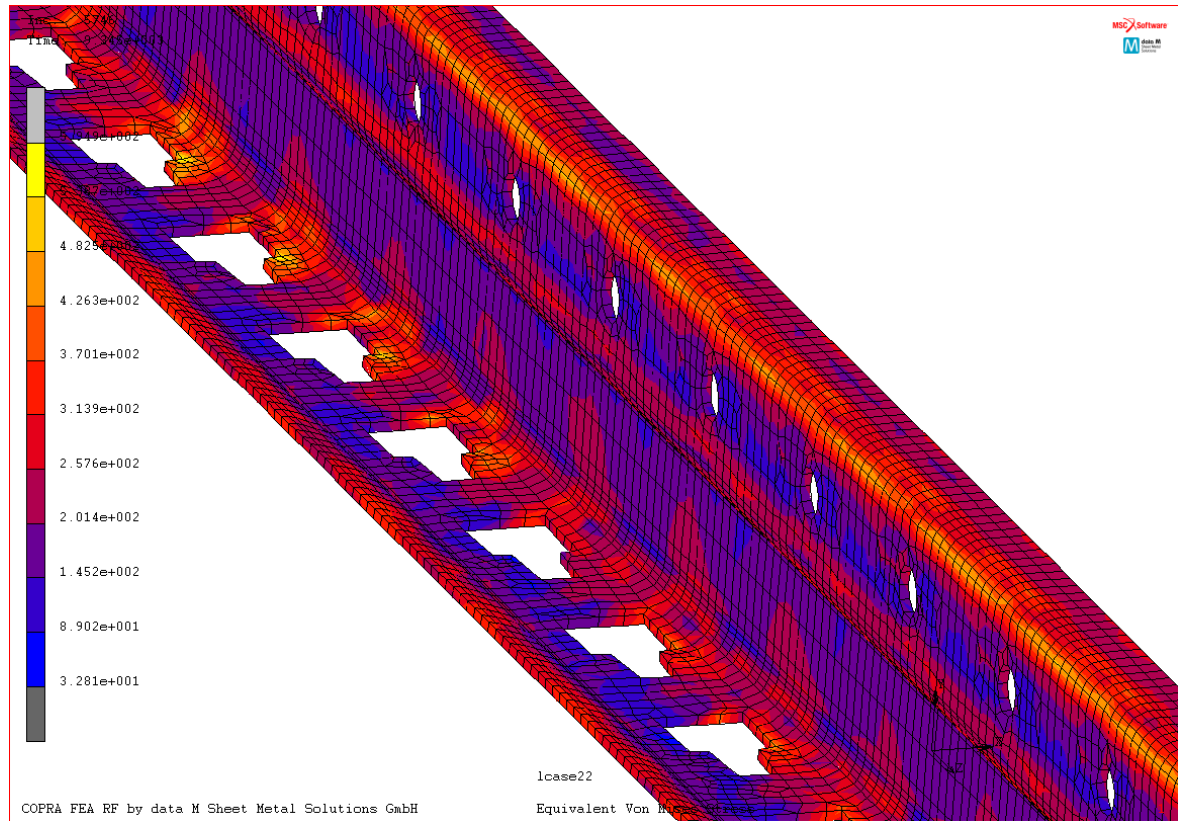


Fig 7.14 Uniformitat de la tensió equivalent residual de Von Mises

La Fig. 7.15 i 7.16 mostra la deformació plàstica equivalent de la cara interior i exterior respectivament. S'observa com les zones planes pràcticament no hi ha deformació plàstica equivalent, condició necessària d'un bon procés de fabricació. En aquestes dos figures també es pot veure els efectes locals que produeixen les perforacions.

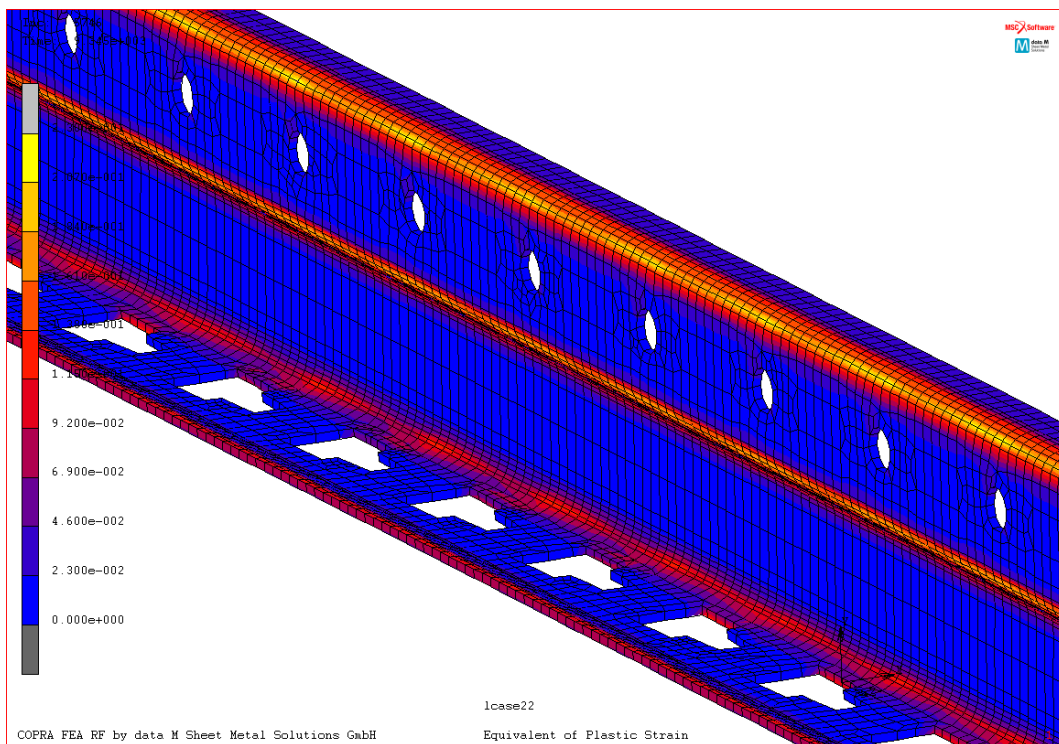


Fig 7.15 Deformació plàstica equivalent en la cara interior del perfil

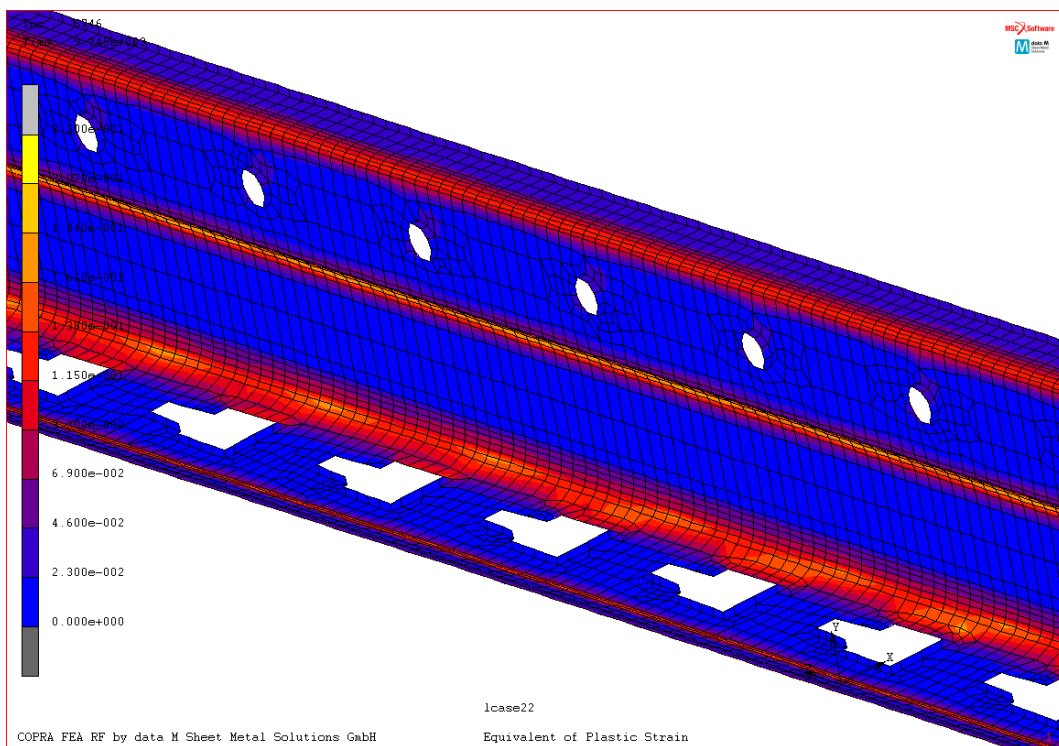


Fig 7.16 Deformació plàstica equivalent en la cara exterior del perfil

La qualitat geomètrica del perfil (toleràncies de fabricació) que s'obté es troba en valors similars que en el cas del perfil sense perforacions. La geometria de les perforacions tampoc ha patit cap canvi significatiu durant el procés de conformat, a on els canvis dimensionals produïts són inferiors al 3%.

8. Anàlisi a compressió incorporant les tensions residuals

Amb la creació d'una nova metodologia de càlcul a compressió incorporant les tensions residuals, ja no seria necessària la realització d'una anàlisi lineal prèvia i la introducció d'una imperfecció geomètrica fictícia (en quant a dimensió i forma) per obtenir la predicció de la càrrega última resistent a través d'una anàlisi no lineal. El perfil d'estudi d'aquesta nova metodologia és el S4.

Els valors de les tensions residuals incorporades en el model són les obtingudes en el capítol 7.

8.1. Trasllat d'informació per perfils sense perforacions

Les tensions i deformacions residuals del procés de fabricació s'han obtingut a través del programa COPRA, tal i com s'ha vist en el capítol 7. És necessari desenvolupar un procés per fer el trasllat d'aquesta informació als models d'ANSYS, programa on es duen a terme les simulacions a compressió.

Un cop simulat el procés de conformat, es defineix un patró de deformacions residuals. Aquest patró conté les deformacions elàstiques i plàstiques residuals que posseeix una secció intermèdia del puntal, suficientment allunyada dels extrems, per tal d'evitar els efectes locals presents en aquestes zones. Es guarden els valors dels dos tensors deformació per a cada un dels punts d'integració de cada element.

A continuació, es crea el model amb ANSYS, utilitzant l'element *Solid 186* (element sòlid de 20 nodes), creant una malla molt similar a la utilitzada en COPRA. Posteriorment, amb l'ajuda de MATLAB, es realitza el trasllat d'informació. El conjunt d'operacions que es duen a terme són les següents:

- Es selecciona cada un dels elements que formen el puntal, un a un.
- Per a cada element es recorren els 8 punts d'integració.
- Per a cada punt d'integració, es calcula la seva coordenada S (Fig. 8.1) i es determina si es troba en la cara interior o exterior de la secció.
- S'introdueix com estat inicial el valor de les components de cada un dels dos tensors deformacions en funció de la coordenada S .

Per introduir els valors dels tensors deformacions s'ha de tenir present que només s'ha simulat mitja secció en el procés de conformat (ja que es tracta d'una secció simètrica, al igual que el procés de

perfilat). Degut a la simetria, es poden trobar els valors dels tensors en tota la secció realitzant un canvi de base.

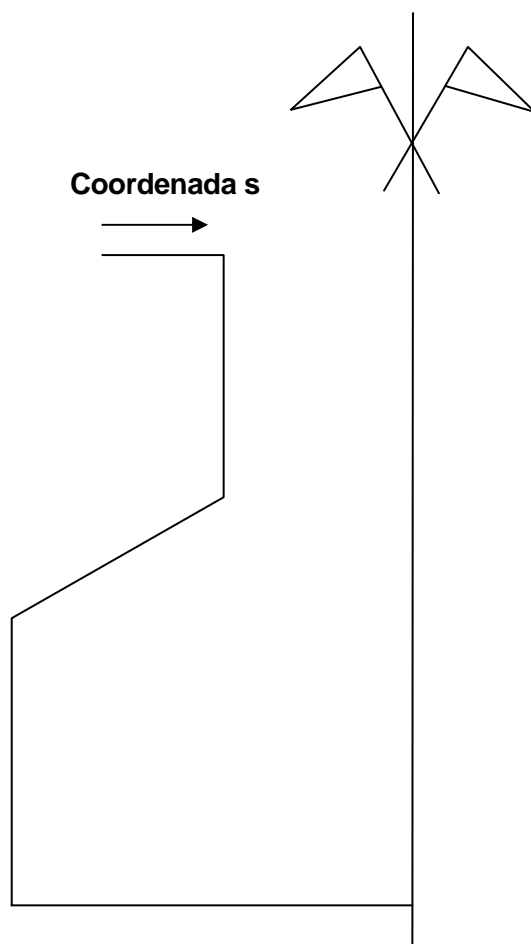


Fig 8.1 Definició de la coordenada S

La matriu que permet realitzar el canvi de base d'una banda a l'altre de l'eix de simetria és la següent:

$$[R] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Per tant, els valors dels tensors de deformacions a introduir en els punts d'integració corresponents als elements simètrics es calculen a través de l'Eq 8.1.

$$[\varepsilon]' = [R]^T \cdot [\varepsilon] \cdot [R] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & -\varepsilon_{xy} & -\varepsilon_{xz} \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ -\varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 8.1})$$

Un cop s'ha generat el model amb ANSYS i s'ha introduït el patró de deformacions residuals al llarg de tot el puntal es realitza un equilibri del model. Aquest equilibri és necessari per dos motius:

- La geometria creada en ANSYS és perfecte, a diferència de la obtinguda en la simulació del procés de conformat.
- En totes les seccions s'introdueix el mateix patró de deformació, fet que no garanteix un estat d'equilibri, ja que com a mínim, en les seccions extremes el patró ha de ser diferent.

Malgrat aquests dos motius, la utilització d'un patró de deformacions únic permet realitzar el trasllat d'informació de forma ràpida i eficient i utilitzar-lo per qualsevol longitud de puntal a analitzar. A més a més, s'ha vist que tant en els resultats de la simulació per elements finits com en els experimentals obtinguts a través de galgues extensiomètriques existeix una uniformitat de tensions en la direcció longitudinal, donant sentit a la utilització d'un únic patró.

8.2. Simulacions per elements finits del comportament a compressió de perfils sense perforacions

Les simulacions a compressió, com s'ha comentat anteriorment, han estat realitzades amb el programa d'elements finits ANSYS. Les característiques del model són les mateixes que les detallades en el capítol 6, amb la diferència que en aquest cas s'utilitza un element sòlid per modelitzar el puntal (*Solid 186* amb integració reduïda). S'utilitza un element sòlid per tal d'introduir totes les tensions residuals derivades del procés de fabricació, ja que en un element placa convencional no seria adequat per les seves pròpies hipòtesis, a on la tensió perpendicular al pla de la làmina es considera nul·la. La utilització de l'element *Solid 186* (20 nodes) en lloc del *Solid 185* (8 nodes) es deu a una millor aproximació als resultats experimentals.

S'ha negligit la imperfecció geomètrica obtinguda en la simulació del procés de conformat amb COPRA, i només es tindrà en compte la imperfecció generada al introduir les tensions residuals. Inicialment el procés només és vàlid per longituds on predominen fallides simètriques (local i distorsional), ja que les deformacions/tensions residuals introduïdes són simètriques i com a conseqüència únicament es generaran fallides simètriques.

L'equilibri de les tensions residuals s'ha realitzat amb dos metodologies diferents.

8.2.1. Metodologia acurada

S'introdueix el patró de deformacions residuals en un puntal geomètricament imperfecte més llarg que el puntal a analitzar, de tal manera que un cop el puntal quedi equilibrat sigui geomètricament perfecte. Si s'empra aquesta metodologia s'està considerant que el procés de fabricació produeix un puntal de secció perfectament nominal al llarg de tota la seva longitud. Les condicions de contorn imposades al model són tals que únicament bloquegen el moviment de sòlid rígid i la condició de simetria (Fig. 8.2).

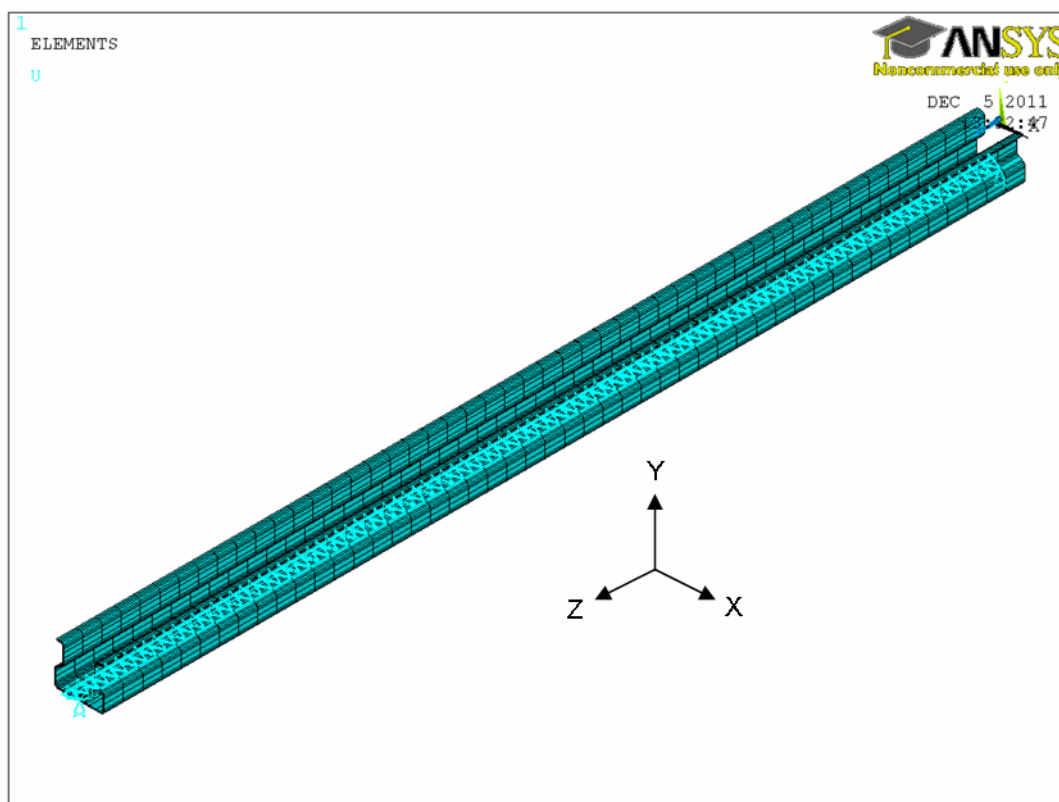


Fig 8.2 Condicions de contorn del primer pas de la metodologia acurada

Un cop realitzat aquest primer càlcul s'ha verificat la igualtat de les deformacions residuals més importants en una secció intermèdia del puntal respecte al patró obtingut en COPRA. Tal i com es pot veure a les Fig. 8.3 i 8.4 el procés funciona correctament.

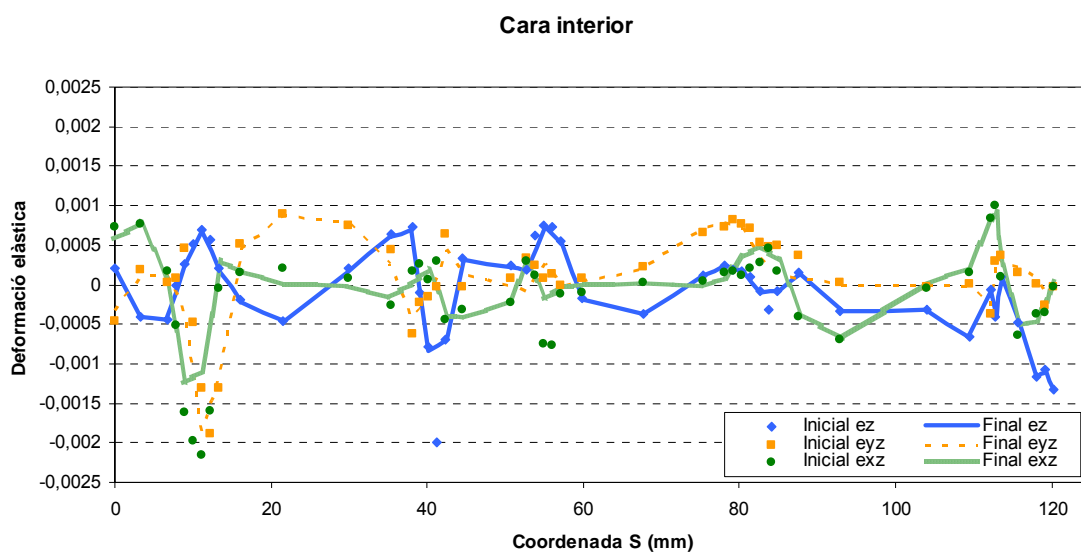


Fig 8.3 Comparativa de les deformacions elàstiques en la cara interior

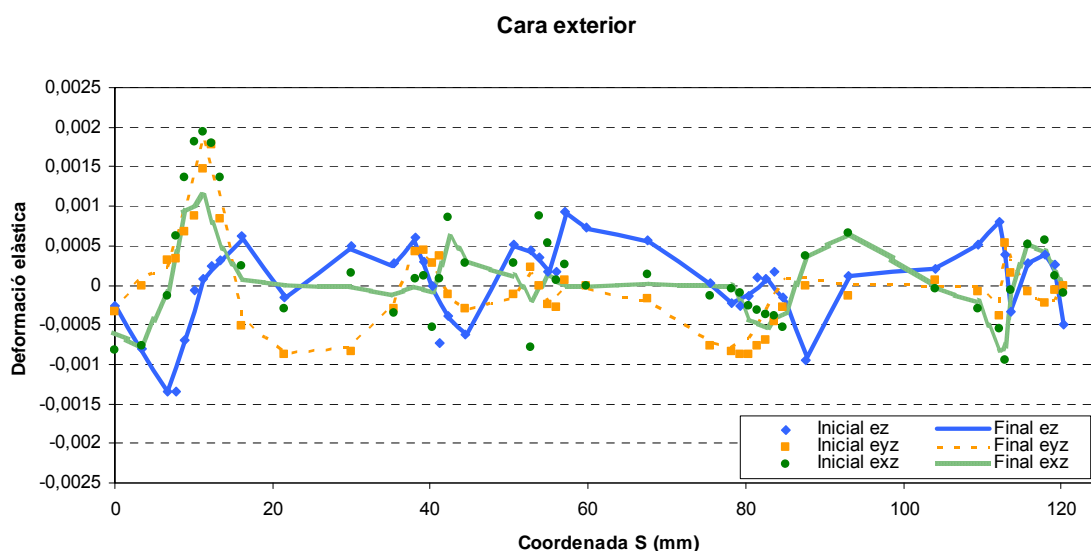


Fig 8.4 Comparativa de les deformacions elàstiques en la cara exterior

Posteriorment es “maten” (rigidesa nul·la) els elements sobrants en ambdós extrems del puntal per tal que aquest tingui la longitud desitjada. En aquest segon pas també es modifiquen les condicions de contorn. Es bloquegen tots els graus de llibertat (tres desplaçaments) de tots els nodes de les seccions extremes “vives” del puntal, tal i com es veu a la Fig. 8.5. Aquestes noves condicions de contorn reproduïxen el muntatge experimental que s'utilitza per fer els assaig a compressió de forma experimental (distorsió extrema restringida per la connexió puntal-placa).

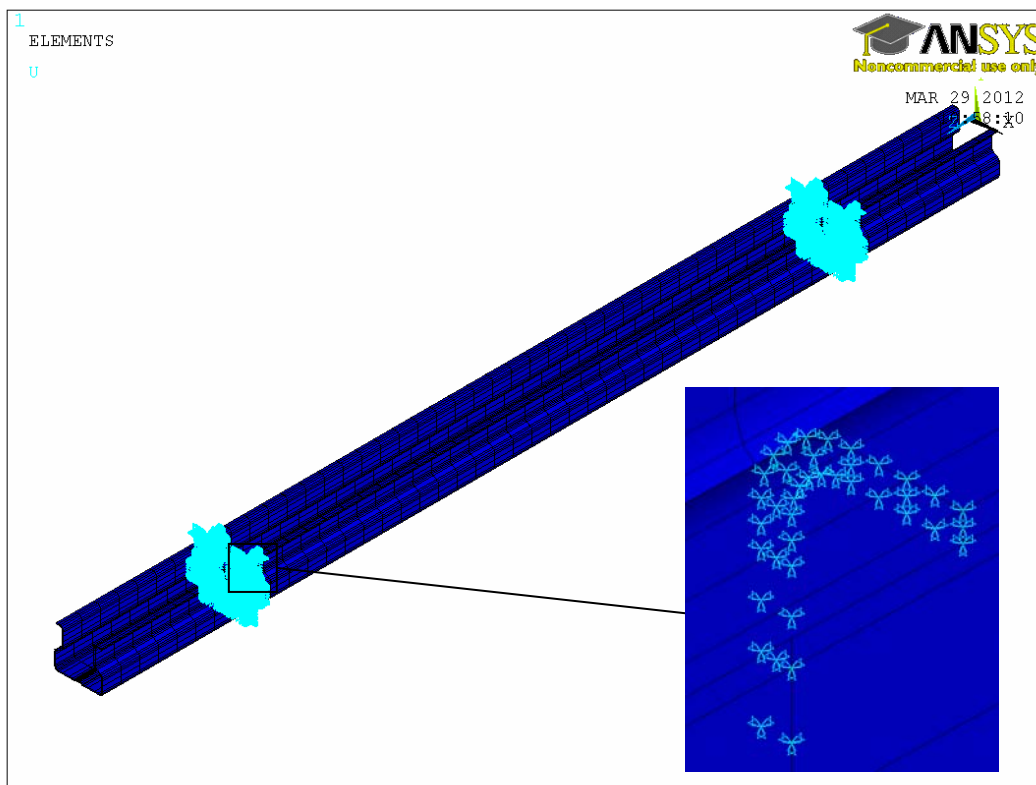


Fig 8.5 Condicions de contorn imposades en el segon pas de la metodologia acurada

Les distribucions de les tensions residuals longitudinals (S_z) en la cara interior i exterior i de membrana sobre la secció es mostren en les Fig. 8.6, 8.7 i 8.8. Es mostren els resultats tant en els punts d'integració de l'element, valors correctament calculats, com els valors a la superfície (extrapolats).

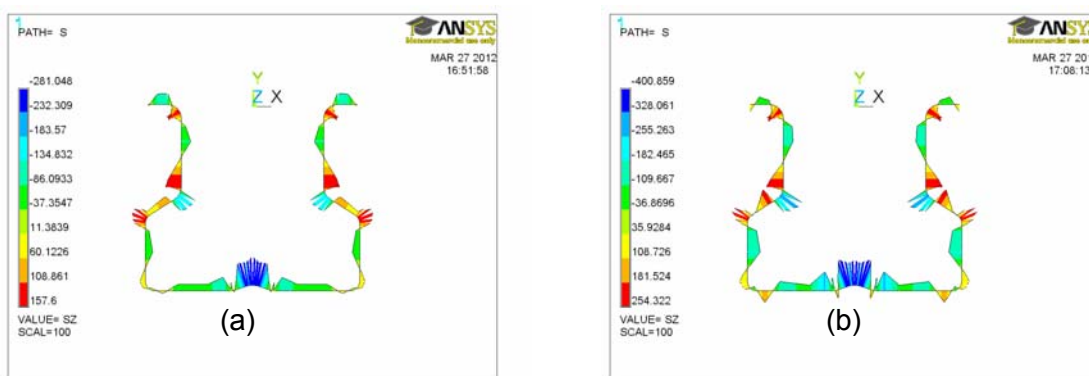


Fig 8.6 Tensions residuals longitudinals en la cara interior. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats

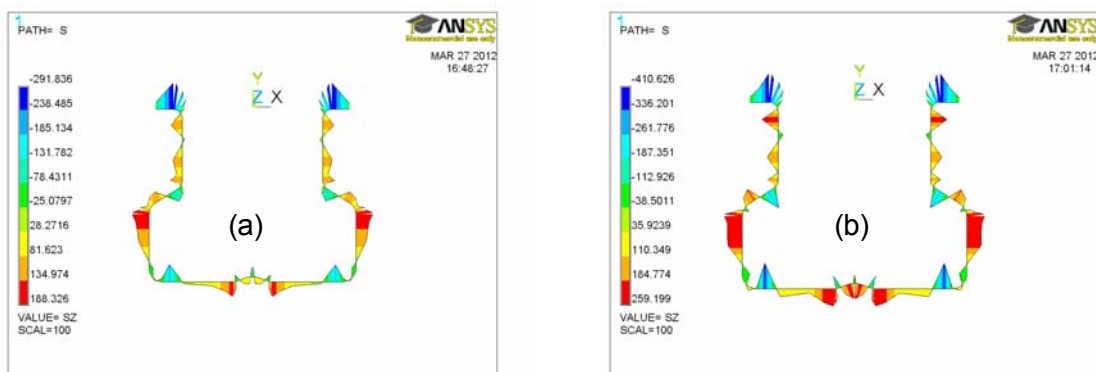


Fig 8.7 Tensions residuals longitudinals en la cara exterior. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats

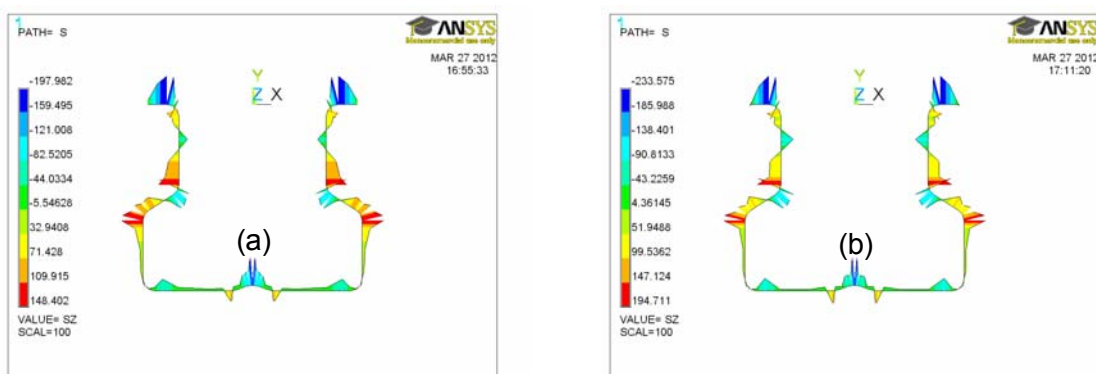


Fig 8.8 Tensions residuals longitudinals de membrana. (a) Valors en els punts d'integració. (b) Valors extrapolats

8.2.2. Metodologia simplificada

El patró de deformacions residuals és introduït en un perfil geomètricament perfecte amb la longitud de puntal desitjada. Les condicions de contorn imposades són les mateixes que en el segon pas de la metodologia acurada, és a dir, restringint tots els graus de llibertat dels nodes de les seccions extremes.

Un cop realitzat l'equilibri es genera una imperfecció geomètrica com a conseqüència de l'equilibri de les tensions residuals. Les deformacions elàstiques residuals després de l'equilibri són pràcticament iguals que les obtingudes en la metodologia anterior (Fig. 8.3 i 8.4).

La imperfecció geomètrica "artificial" que resulta d'aquesta metodologia per equilibrar les tensions residuals és molt inferior a la utilitzada tradicionalment en els models convencionals d'anàlisi per elements finits. Per exemple, per la longitud de 1000 mm la imperfecció geomètrica que es genera té una amplitud de 0,35 mm (Fig. 8.9) respecte als 1,38 mm utilitzada en models convencionals ($f/50$).

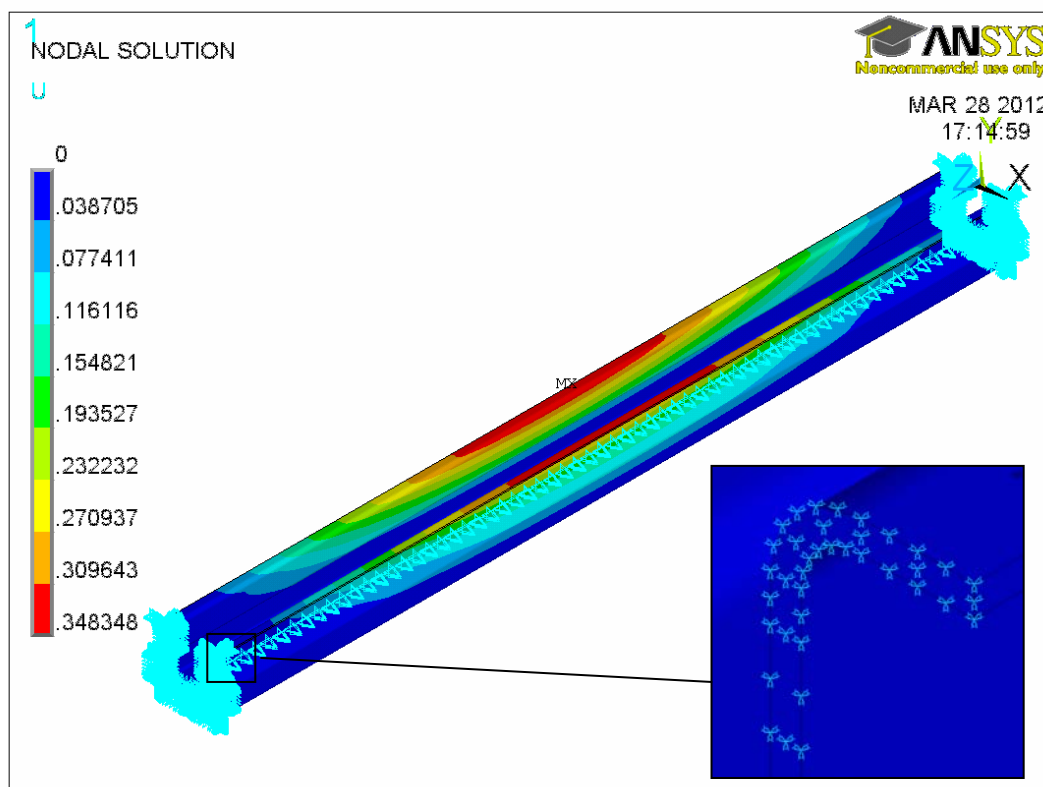


Fig 8.9 Imperfecció geomètrica i condicions de contorn aplicades a un puntal de 1000 mm amb la metodologia simplificada

S’han realitzat tres càlculs no lineals (800, 1000 i 1200 mm) utilitzant la metodologia acurada i simplificada. Les diferències entre les càrregues últimes han estat inferiors al 3%. Per tant, s’ha optat per fer tots els anàlisis amb la metodologia simplificada per la seva comoditat.

8.2.3. Resultats

S’han comparat els resultats obtinguts després de realitzar un càlcul no lineal incorporant les tensions residuals amb la metodologia simplificada respecte els valors experimentals per a set longituds diferents, compreses entre 250 i 1500 mm. Aquestes longituds engloben fallides locals i distorsionals.

A la Taula 8.1 es poden veure els resultats obtinguts, tant experimentalment com a través de les simulacions.

Longitud	Càrrega última experimental (N)	Simulació numèrica	FEM/EXP
----------	---------------------------------	--------------------	---------

puntal (mm)					(FEM)		
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	177522	178846	176786	177718	169216	0,02	0,95
400	157921	156283	157097	157100	157694	0,05	1,00
600	138547	139135	138321	138668	141146	0,17	1,02
800	132111	133063	129776	131650	134419	0,26	1,02
1000	125277	130287	132641	129402	129900	0,35	1,00
1200	121202	129158	132052	127471	124880	0,40	0,98
1500	121879	111334	101534	111582	116326	0,42	1,04
						Mitjana	1,00
						Desviació	0,03

Taula 8.1 Resultats experimentals i numèrics amb tensions residuals utilitzant la metodologia simplificada

Tal i com es pot veure a la Taula 8.1 i a la Fig. 8.10 la simulació per elements finits presenta una bona concordança amb els resultats experimentals. Destaca que la mitjana del valor FEM/EXP és 1 amb una desviació estàndard baixa (0,03). A més a més, aquesta metodologia d'anàlisi a compressió funciona correctament tant per fallides a on dominen modes locals com distorsionals.

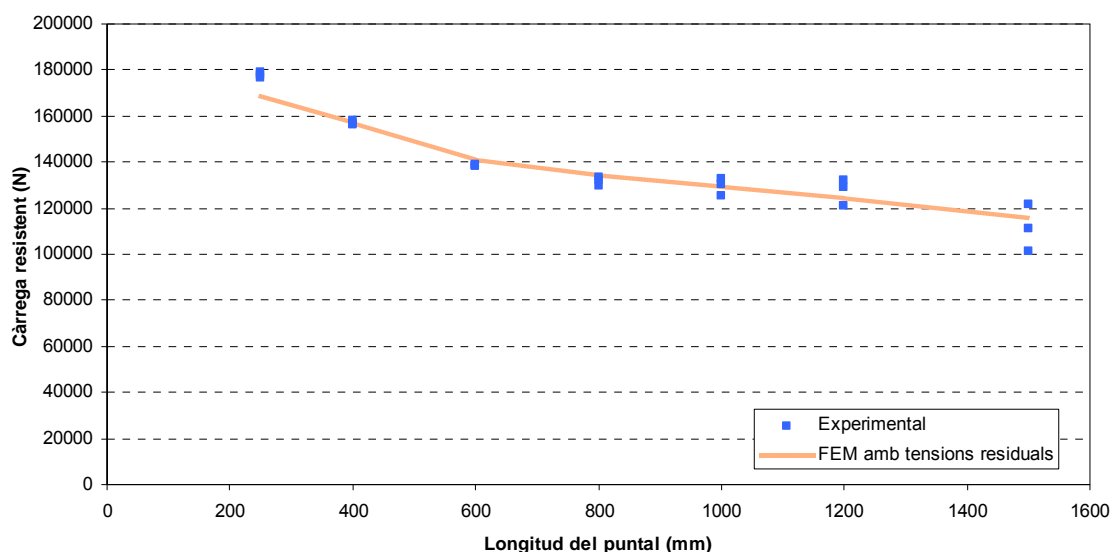


Fig 8.10 Comparativa entre els resultats experimentals i FEM

S’han realitzat càlculs addicionals per tal d’avaluar la influència de les tensions residuals en el model. S’han dut a terme un seguit d’anàlisis no lineals per a cada una de les longituds amb la mateixa imperfecció geomètrica que provoca l’equilibri d’aquestes (columna 7 de la Taula 8.1) però sense incloure les tensions residuals. D’aquesta forma la única diferència entre ambdues simulacions recau en la incorporació o no de les tensions residuals. A la Taula 8.2 es mostren els resultats.

Com es pot veure, la presència de les tensions residuals provoca una disminució molt important de la càrrega resistent del puntal excepte en el de menor longitud. Aquesta diferència es deu a l’inici de plastificació de certes zones del perfil per valors de compressió més baixos com a conseqüència de la presència de les tensions residuals. La prematura plastificació d’algunes zones provoca que la deformació de la secció sigui més elevada (més amplitud pel mateix valor de càrrega) i per tant que hi hagi una disminució de la rigidesa de la secció provocant la seva fallida. (Fig. 8.11).

Longitud	Càrrega última experimental (N)	Simulació numèrica	FEM/EXP
----------	---------------------------------	--------------------	---------

puntal (mm)					sense tensions residuals (FEM)		
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	177522	178846	176786	177718	174764	0,02	0,98
400	157921	156283	157097	157100	173590	0,05	1,10
600	138547	139135	138321	138668	167629	0,17	1,21
800	132111	133063	129776	131650	167187	0,26	1,27
1000	125277	130287	132641	129402	157382	0,35	1,22
1200	121202	129158	132052	127471	153205	0,40	1,20
1500	121879	111334	101534	111582	142526	0,42	1,28
						Mitjana	1,18
						Desviació	0,10

Taula 8.2 Resultats experimentals i numèrics sense tensions residuals i amb la mateixa imperfecció geomètrica

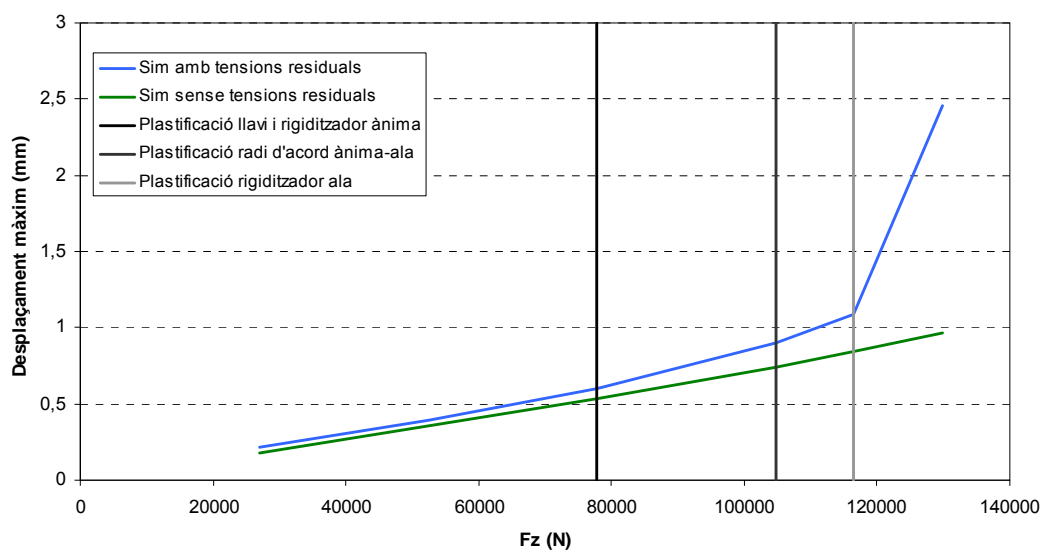


Fig 8.11 Variació del desplaçament màxim per un puntal de 1000 mm amb la inclusió o no de les tensions residuals. Es marca el valor de càrrega on s'inicia la plastificació de zones del puntal de la simulació amb les tensions residuals

8.3. Simulacions per elements finits del comportament a compressió del perfil amb perforacions

La metodologia emprada per dur a terme les simulacions a compressió del perfil S4 amb perforacions és similar que en el cas anterior. S'utilitza la metodologia simplificada detallada en l'apartat 8.2.2.

La gran diferència entre ambdós casos resideix en la definició del patró de deformacions residuals. Per un perfil sense perforacions, el patró de deformacions residuals es definia en una secció intermèdia per tal d'evitar els efectes locals dels extrems. Posteriorment, s'estenia aquest patró al llarg de tota la longitud del puntal. En aquest cas, el procés no és tan directe, degut a la presència de les perforacions. S'han desenvolupat dos metodologies diferents per determinar el patró de deformacions residuals i introduir-lo com estat inicial en la simulació.

8.3.1. Metodologia multi-patró

Aquesta metodologia intenta reproduir d'una forma més realista la influència de les perforacions en la distribució de les tensions i deformacions residuals. Per tal d'aconseguir-ho s'han definit 3 zones diferents (Z0, Z1, Z2) en el mòdul (*pitch*) del puntal (50 mm de longitud) tal i com es pot veure a la Fig 8.12.

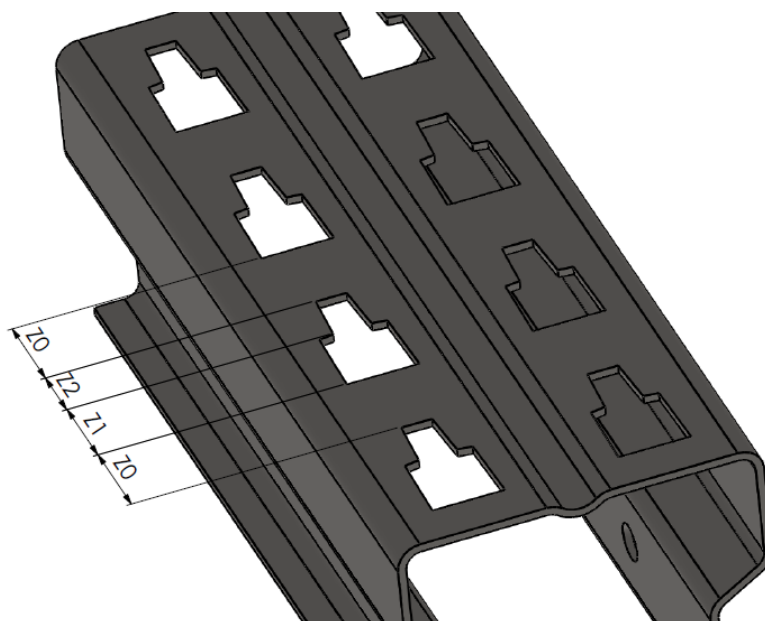


Fig 8.12 Zones diferents al llarg del mòdul (*pitch*) del puntal S4 amb perforacions

A cadascuna d'aquestes zones es defineix un patró de deformacions elàstiques i plàstiques residuals diferent. La definició d'aquests patrons es pot veure a la Fig. 8.13. D'aquesta manera és més factible reproduir amb precisió els efectes locals que generen les perforacions.

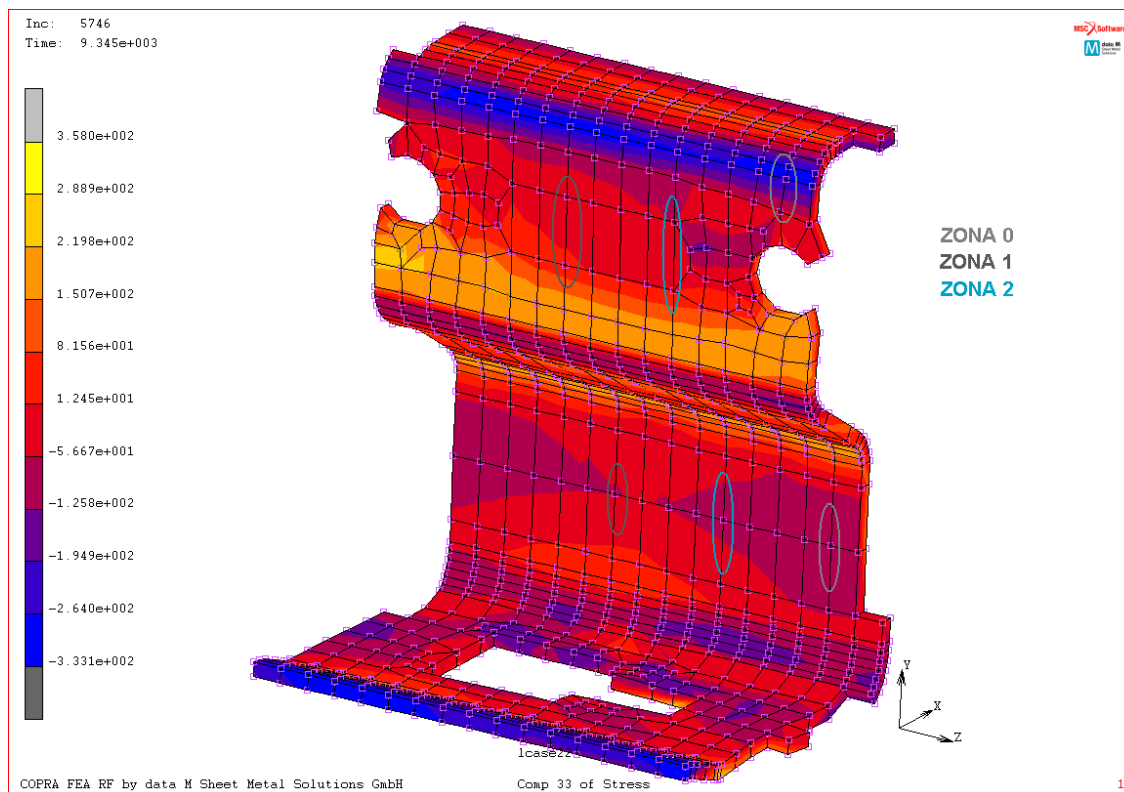


Fig 8.13 Localització longitudinal del les fileres de nodes de la simulació en COPRA utilitzades per obtenir el patró de deformacions residuals per les tres zones definides

El trasllat d'informació entre els tres patrons obtinguts gràcies a la simulació en COPRA a ANSYS és pràcticament igual que en el model sense perforacions. La principal diferència resideix en que s'obté la coordenada Z de cada node associat a cada punt d'integració de cada element, i posteriorment, es determina en quina de les tres zones es troba situat. En funció de la zona, s'utilitza el patró adequat per introduir les deformacions residuals. Un cop dut a terme el trasllat, es fa un càlcul per tal d'equilibrar completament el model. Les condicions de contorn són les mateixes que en l'apartat 8.2.2. S'ha comprovat que les deformacions residuals després de l'equilibri siguin pràcticament iguals que les inicials, així es garanteix correctament el funcionament del procés. Es poden veure les comparatives de les deformacions elàstiques residuals més importants per la zona 0 (Fig 8.14, 8.15 i 8.16), la 1 (Fig 8.17, 8.18, 8.19) i la 2 (Fig 8.20, 8.21 i 8.22) respectivament abans i després de l'equilibri.

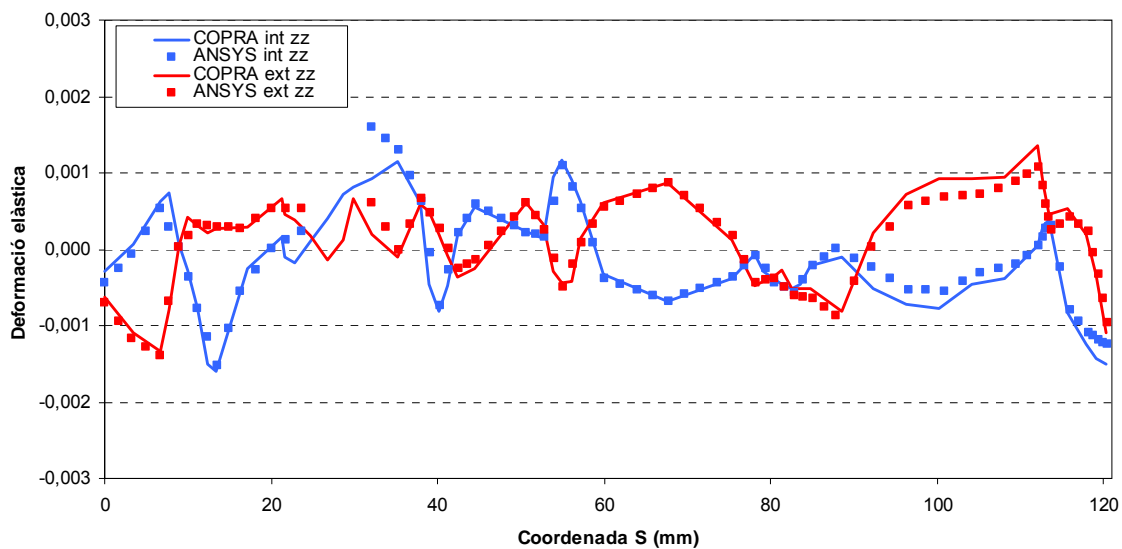


Fig 8.14 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 0

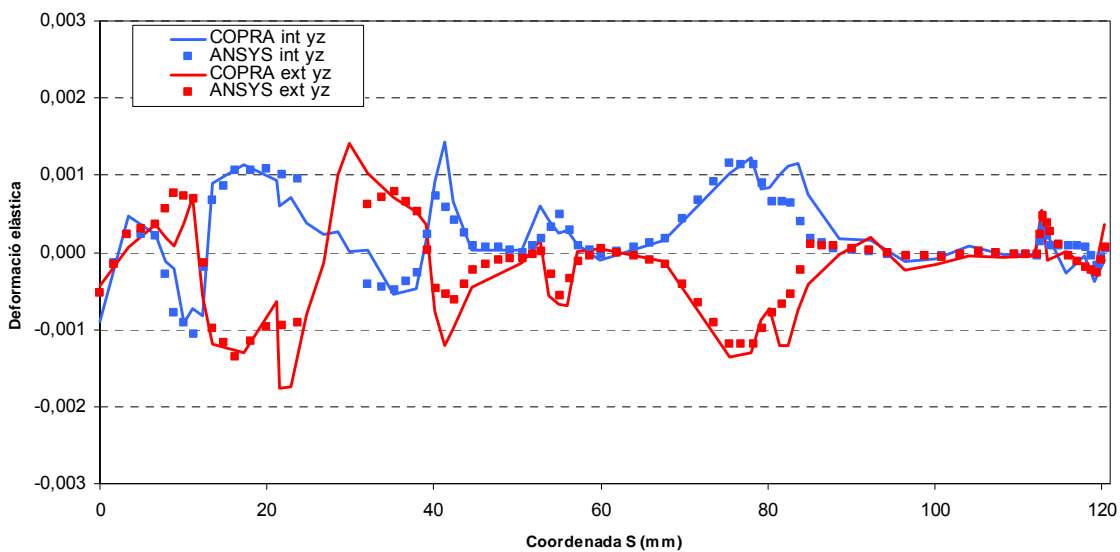


Fig 8.15 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 0

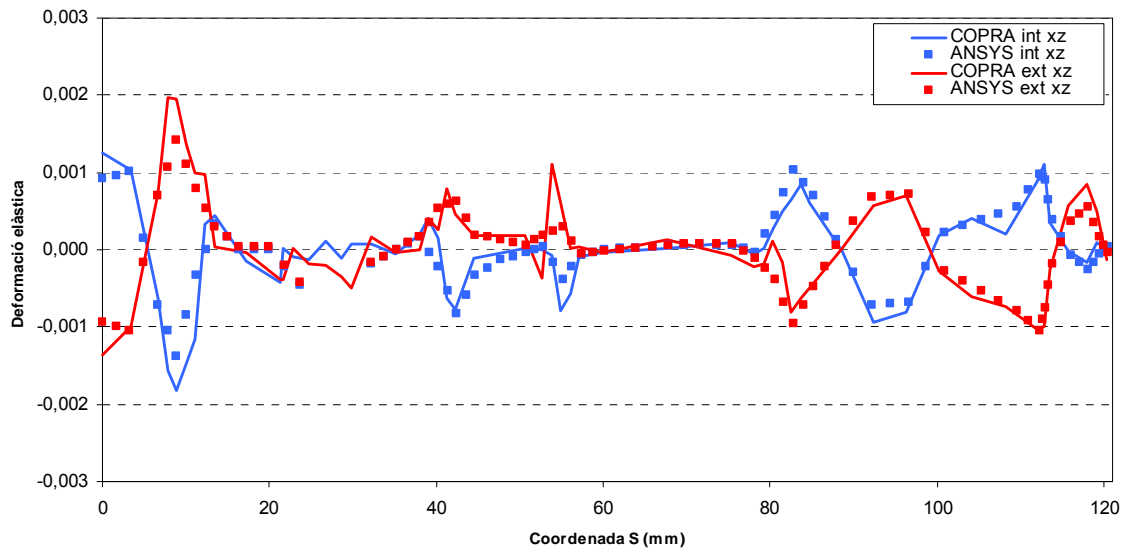


Fig 8.16 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 0

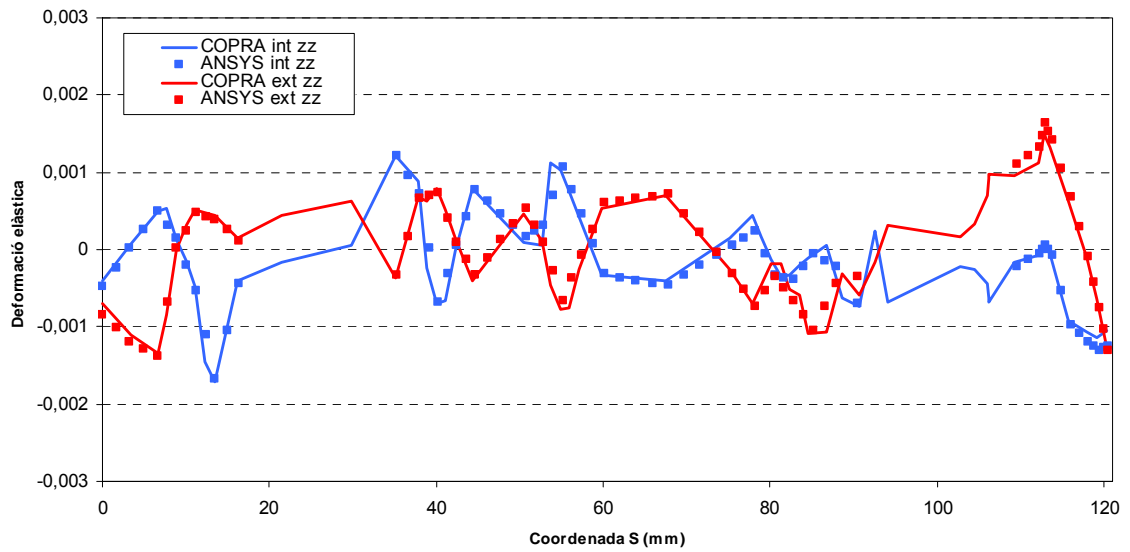


Fig 8.17 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 1

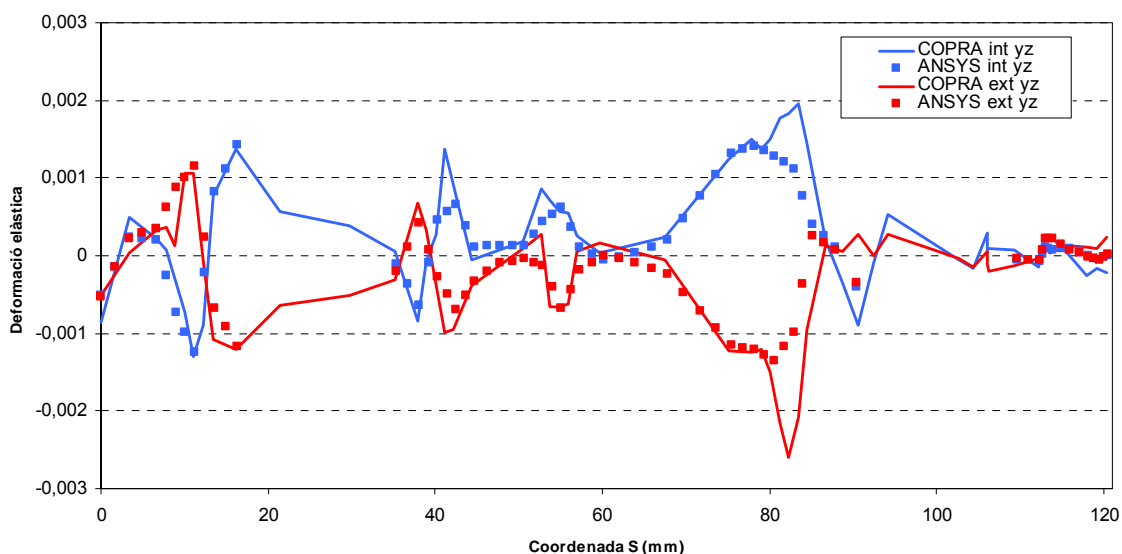


Fig 8.18 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 1

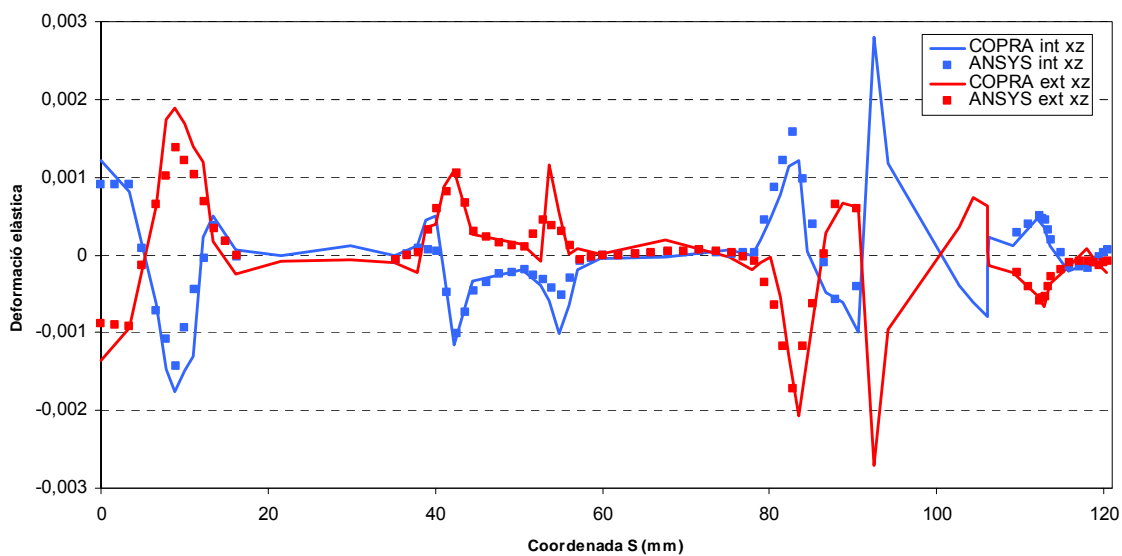


Fig 8.19 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 1

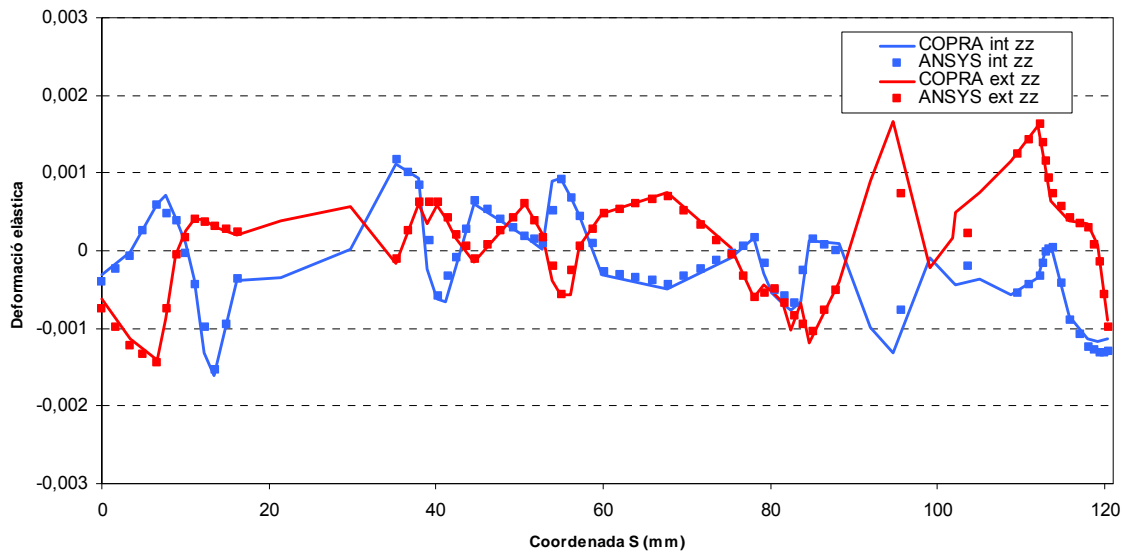


Fig 8.20 Comparativa de les deformacions elàstiques longitudinals (Z) residuals a la zona 2

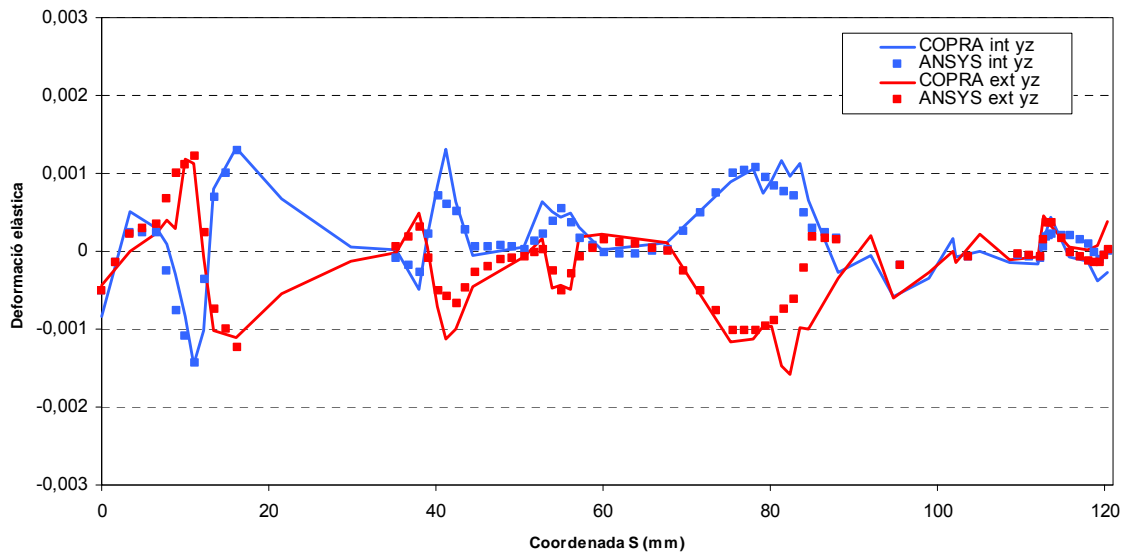


Fig 8.21 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (YZ) residuals a la zona 2

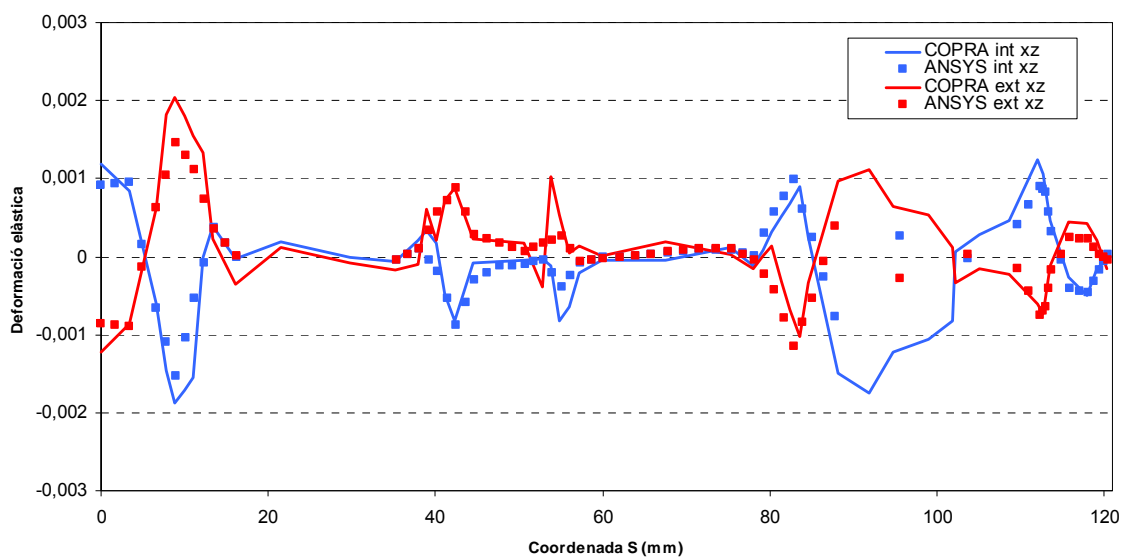


Fig 8.22 Comparativa de les deformacions elàstiques tangencials (XZ) residuals a la zona 2

També s'ha comprovat si amb aquesta metodologia és possible representar correctament els efectes locals i les pertorbacions que generen les perforacions. A la Fig. 8.23, 8.24, 8.25 i 8.26 es comparen les distribucions de deformacions elàstiques residuals en la direcció longitudinal (Z) en la cara interior i exterior respectivament.

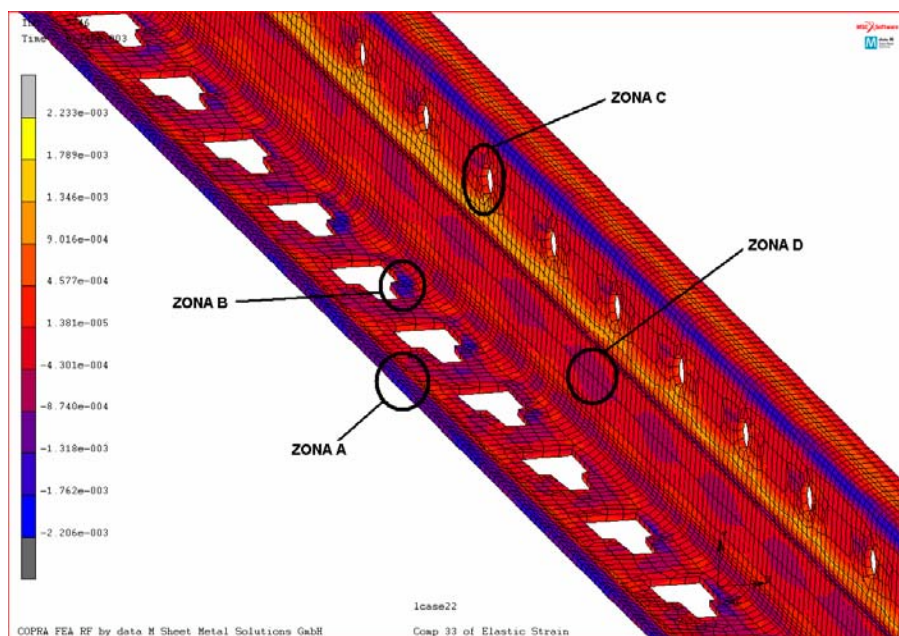


Fig 8.23 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en COPRA a causa de la presència de les perforacions. Cara interior.

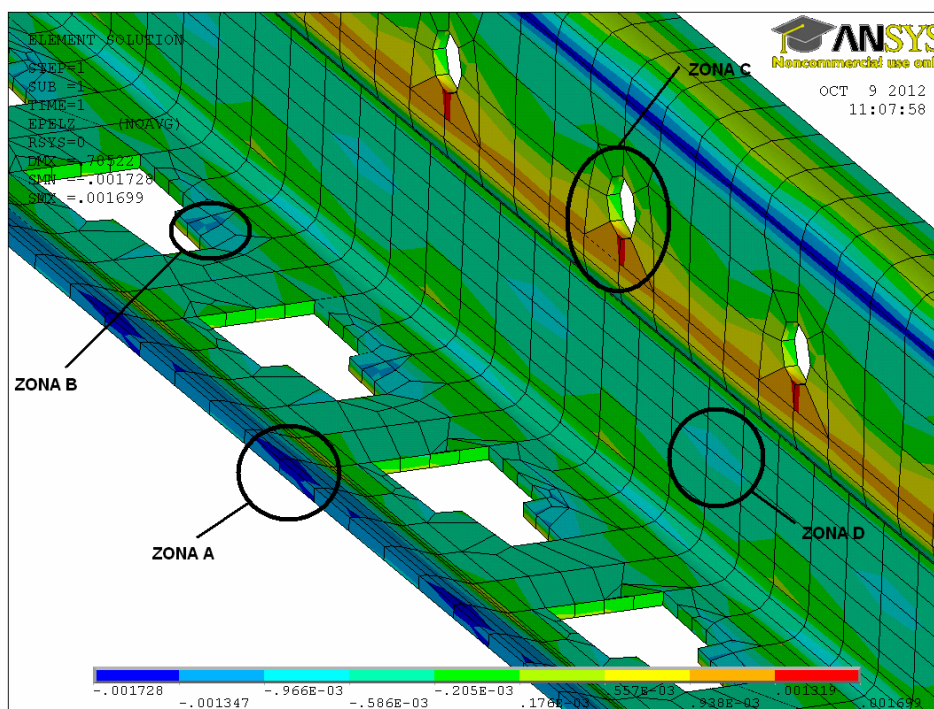


Fig 8.24 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del multi-patró. Cara interior.

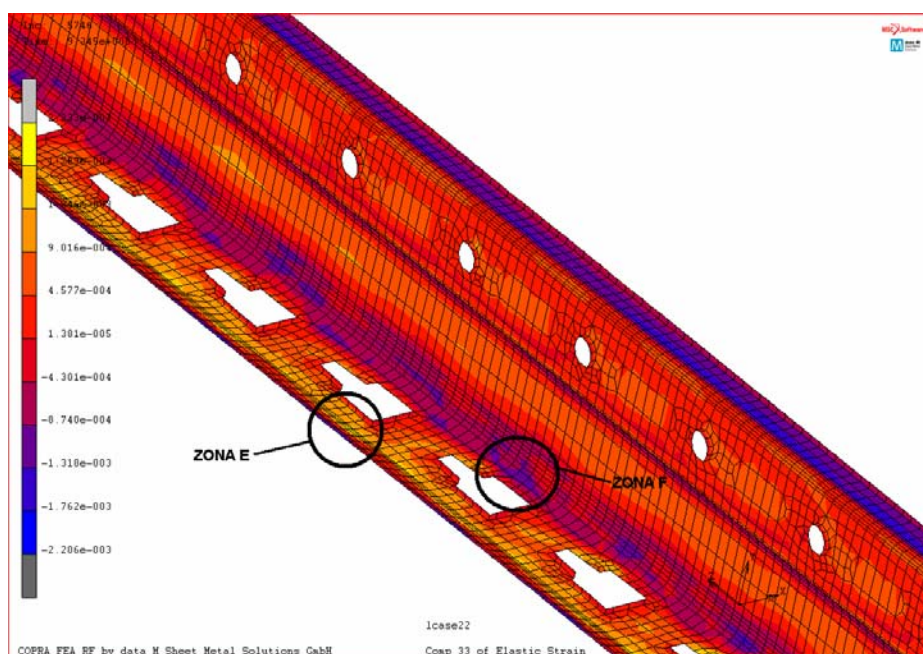


Fig 8.25 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en COPRA a causa de la presència de les perforacions. Cara exterior.

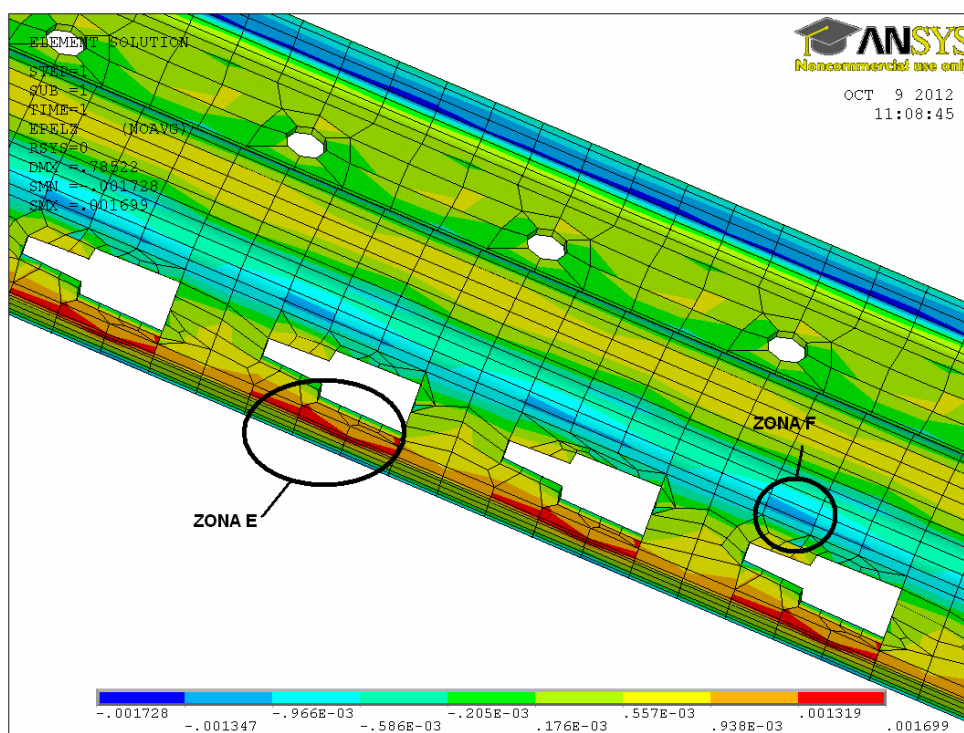


Fig 8.26 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del multi-patró. Cara exterior.

Es pot observar 6 zones diferents (Fig 8.23-8.26) on apareixen perturbacions o efectes locals en la distribució de deformacions elàstiques longitudinals residuals com a conseqüència de les perforacions:

- Zona A: Efecte a la cara interior al rigiditzador de l'ànima del perfil.
- Zona B: Efecte local a la cara interior al voltant de la copa de l'ànima.
- Zona C: Efecte local a la cara interior al voltant de la perforació de l'ala.
- Zona D: Efecte a la cara interior en l'ala del perfil.
- Zona E: Efecte local a la cara exterior al voltant de la copa de l'ànima.
- Zona F: Efecte local a la cara exterior entre la copa de l'ànima i el radi d'acord ànima-ala.

Podem veure que es reproduïxen aquests efectes a les 6 zones de forma aproximada gràcies a utilitzar 3 patrons diferents en cada mòdul del puntal.

8.3.2. Metodologia del patró virtual

La segona alternativa que es presenta consisteix en definir un patró virtual, és a dir, un únic patró, el qual està format per una secció sense cap perforació. Aquesta és una secció fictícia ja que no hi ha cap secció real que compleixi aquest requisit. Per això, s'han utilitzat dos seccions diferents (Fig. 8.27 i 8.28), la primera que està situada a la zona central entre les perforacions de l'ala (P-P') i la segona situada a la zona intermèdia entre les copes de l'ànima (P'-P'').

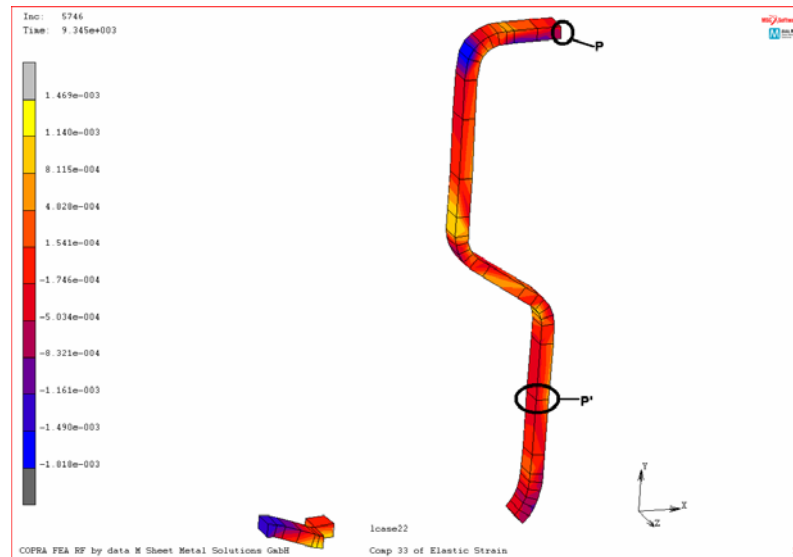


Fig 8.27 Primera secció utilitzada per definir el patró virtual, del node P al P'

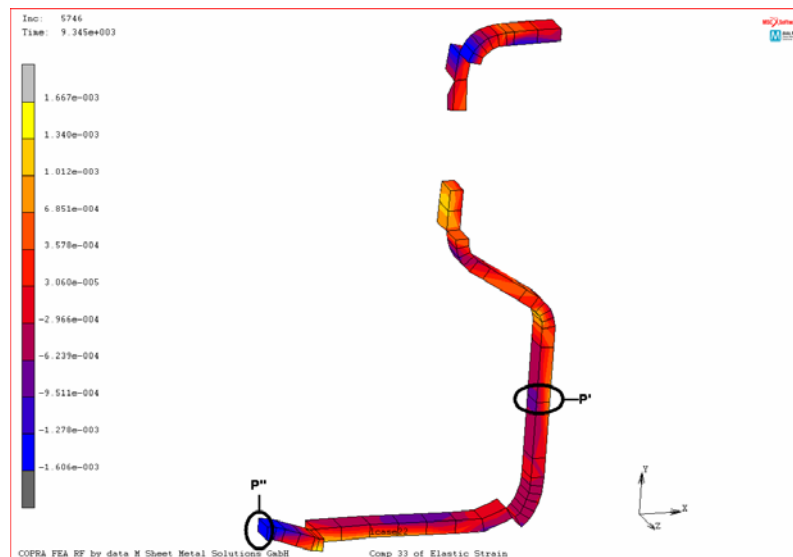


Fig 8.28 Segona secció utilitzada per definir el patró virtual, del node P' al P''

A les Fig. 8.29-8.34 es comparen els valors de les deformacions elàstiques residuals més destacades (Z, YZ i XZ) entre la zona 0, 1, 2 (multi-patró) i el patró virtual. Es pot veure com en el primer tram de les gràfiques el patró virtual i el de les zones 1 i 2 és molt similar, ja que aquestes no contenen les perforacions de l'ala, i el segon tram és molt similar a la zona 0, zona que no conté la perforació a l'ànima.

Cara interior (def z)

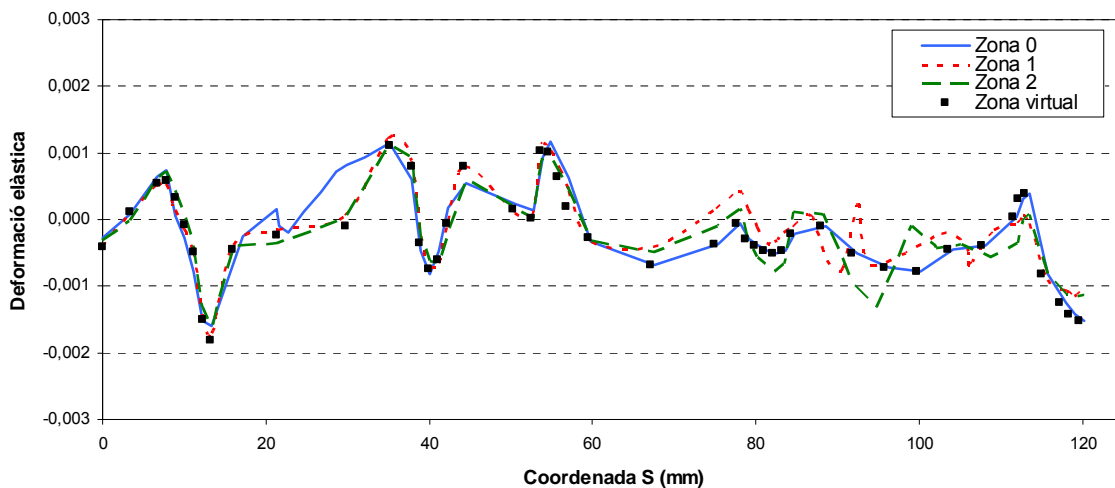


Fig 8.29 Comparativa de les deformacions elàstiques Z en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

Cara exterior (def z)

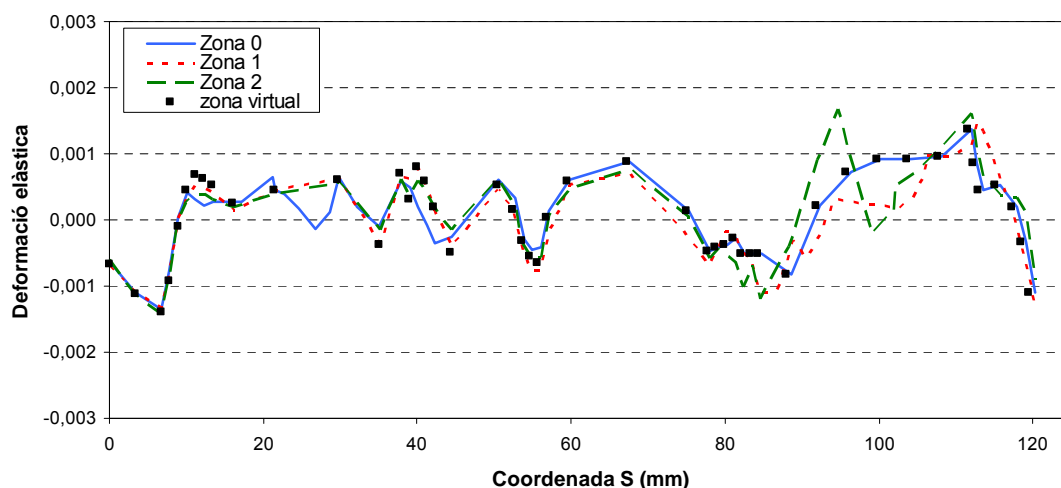


Fig 8.30 Comparativa de les deformacions elàstiques Z en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

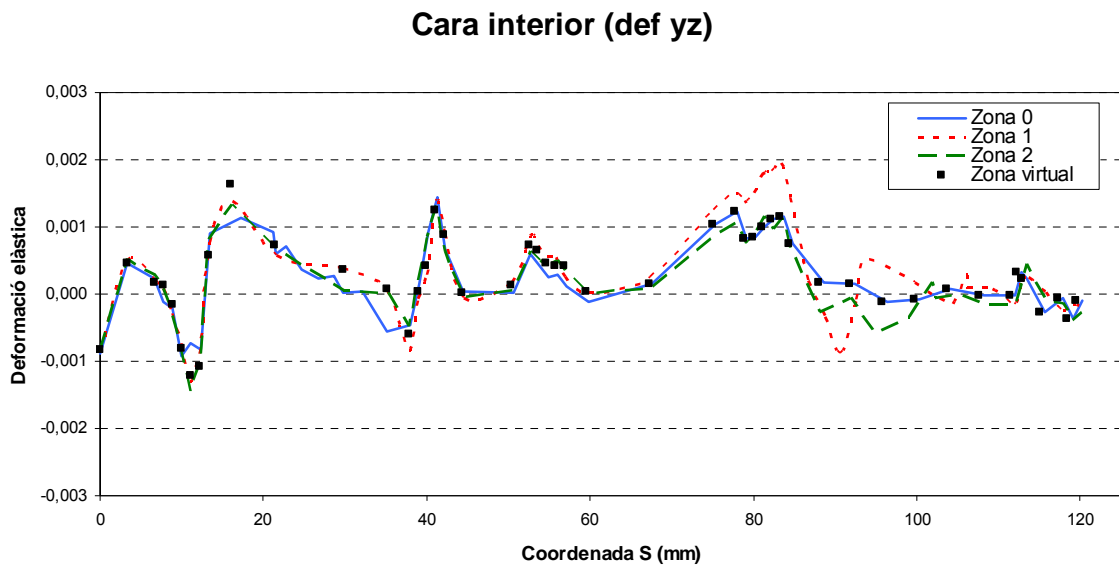


Fig 8.31 Comparativa de les deformacions elàstiques YZ en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

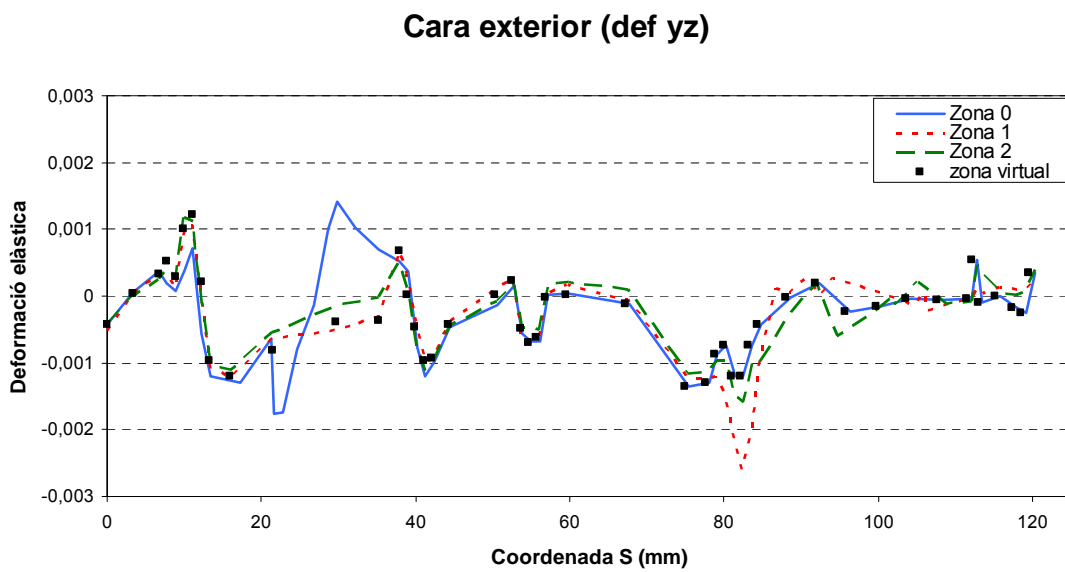


Fig 8.32 Comparativa de les deformacions elàstiques YZ en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

Cara interior (def xz)

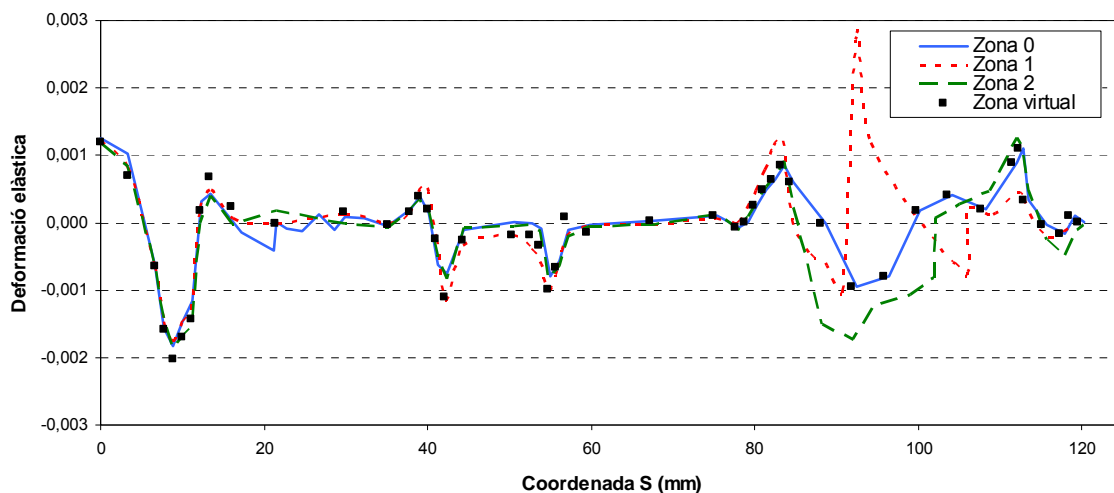


Fig 8.33 Comparativa de les deformacions elàstiques XZ en la cara interior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

Cara exterior (def xz)

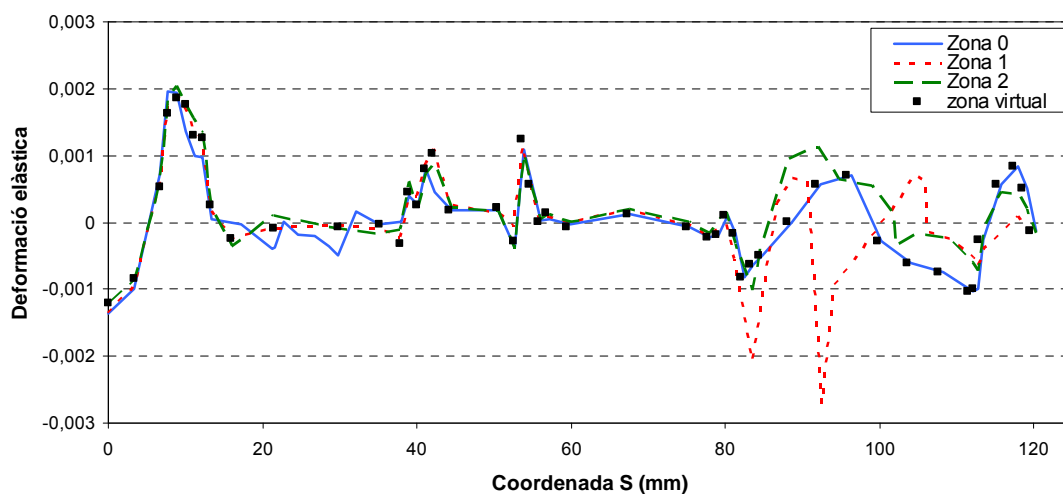


Fig 8.34 Comparativa de les deformacions elàstiques XZ en la cara exterior entre la metodologia del multi-patró i del patró virtual

El trasllat d'informació entre COPRA i ANSYS utilitzant la metodologia del patró virtual també funciona correctament tal i com es mostra a les Fig 8.35 i 8.36.

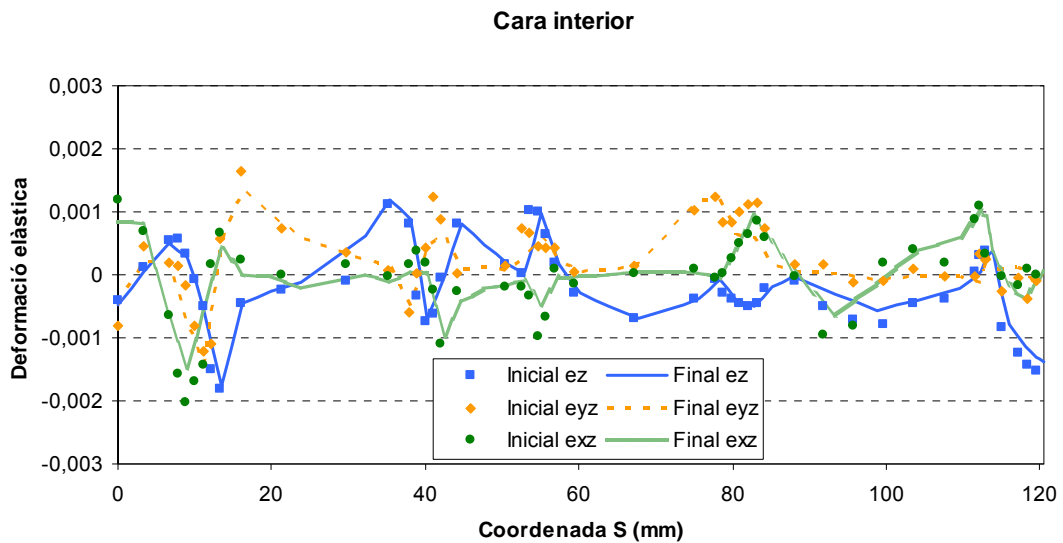


Fig 8.35 Comparativa entre les deformacions del patró virtual inicials (COPRA) i després de l'equilibri (ANSYS) en la cara interior

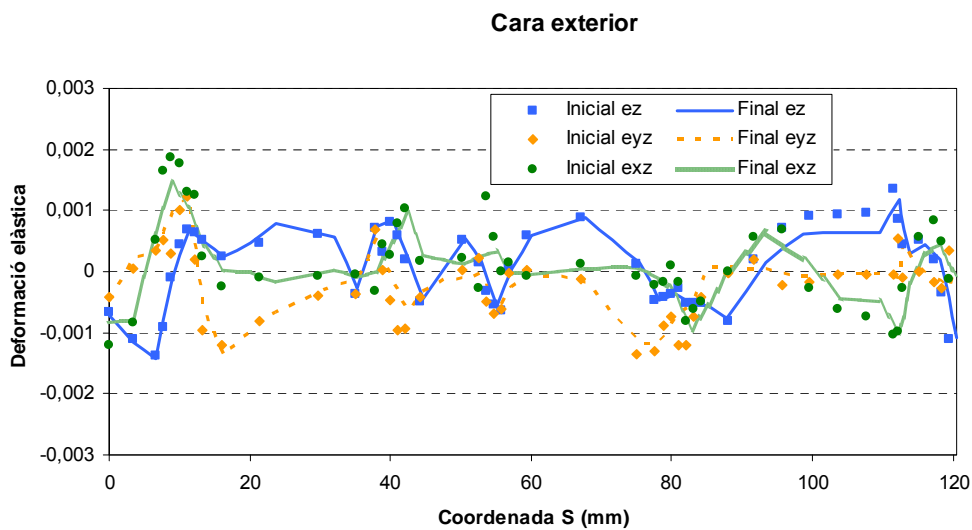


Fig 8.36 Comparativa entre les deformacions del patró virtual inicials (COPRA) i després de l'equilibri (ANSYS) en la cara exterior

Un cop comprovat que el trasllat d'informació es realitza de forma correcta, s'ha observat si les pertorbacions i efectes locals que produeixen les perforacions es reproduïen adequadament amb

aquesta metodologia. En les Fig. 8.37 i 8.38 s'observa com únicament es representen de forma acurada els efectes locals en la zona A i E.

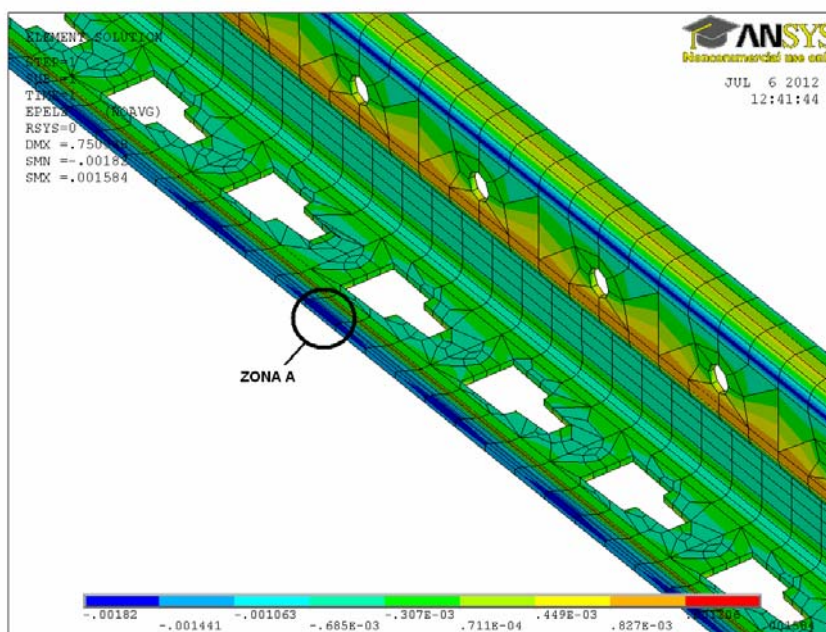


Fig 8.37 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del patró virtual. Cara interior.

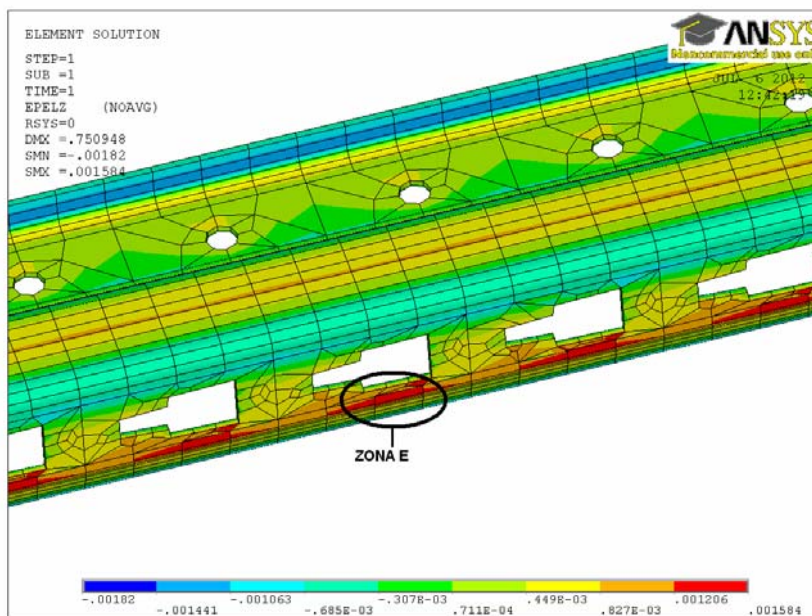


Fig 8.38 Efectes locals en la deformació elàstica longitudinal obtinguts en ANSYS després de realitzar l'equilibri utilitzant la metodologia del patró virtual. Cara exterior.

8.3.3. Resultats

S'han realitzat simulacions numèriques per perfils compresos entre 250 i 1500 mm, comparant els valors obtinguts amb la metodologia multi-patró, patró virtual i els resultats experimentals. A la Taula 8.3, 8.4 i Fig. 8.39 i 8.40 es poden veure els resultats obtinguts.

Longitud puntal (mm)	Càrrega última experimental (N)				Simulació numèrica multi-patró (FEM)		FEM/EXP
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	143461	144265	144265	143732	143814	0,09	1,00
400	128354	130806	129060	129406	133665	0,11	1,03
600	121683	127883	126882	125482	118308	0,21	0,94
800	108567	112040	109293	109966	108515	0,5	0,99
1000	104898	108420	107605	106974	104850	0,78	0,98
1200	100326	102985	99218	100326	101635	0,97	1,01
1500	87858	94107	99591	93852	94182	1,1	1,00
						Mitjana	0,99
						Desviació	0,028

Taula 8.3 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del multi-patró

Longitud puntal (mm)	Càrrega última experimental (N)				Simulació numèrica patró virtual (FEM)		FEM/EXP
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	143461	144265	144265	143732	143599	0,11	1,00
400	128354	130806	129060	129406	133967	0,13	1,04
600	121683	127883	126882	125482	118139	0,16	0,94
800	108567	112040	109293	109966	108488	0,41	0,99
1000	104898	108420	107605	106974	104912	0,63	0,98
1200	100326	102985	99218	100326	101398	0,75	1,01
1500	87858	94107	99591	93852	94126	0,85	1,00
						Mitjana	0,99
						Desviació	0,029

Taula 8.4 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del patró virtual

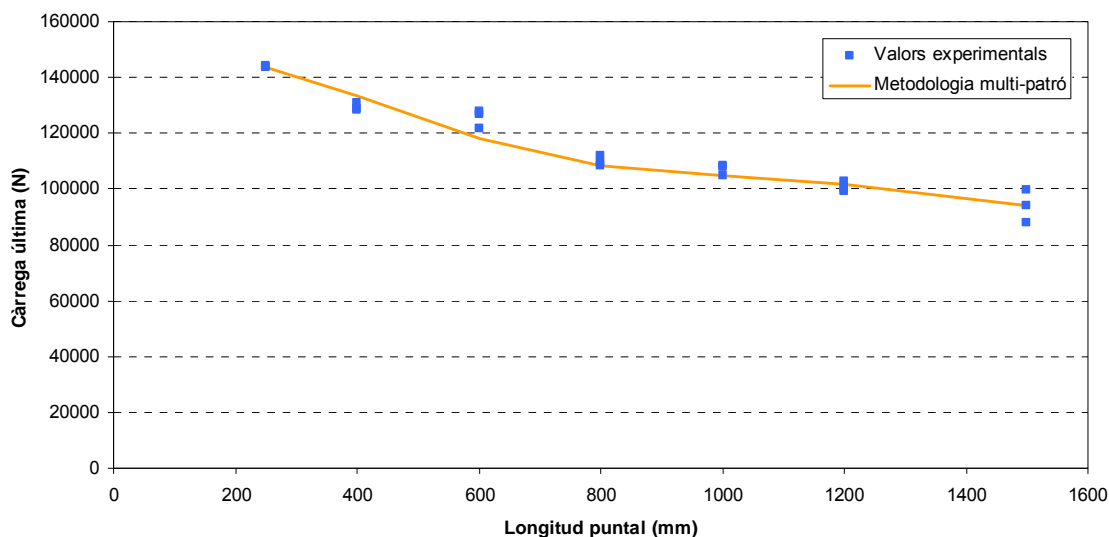


Fig 8.39 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del multi-patró

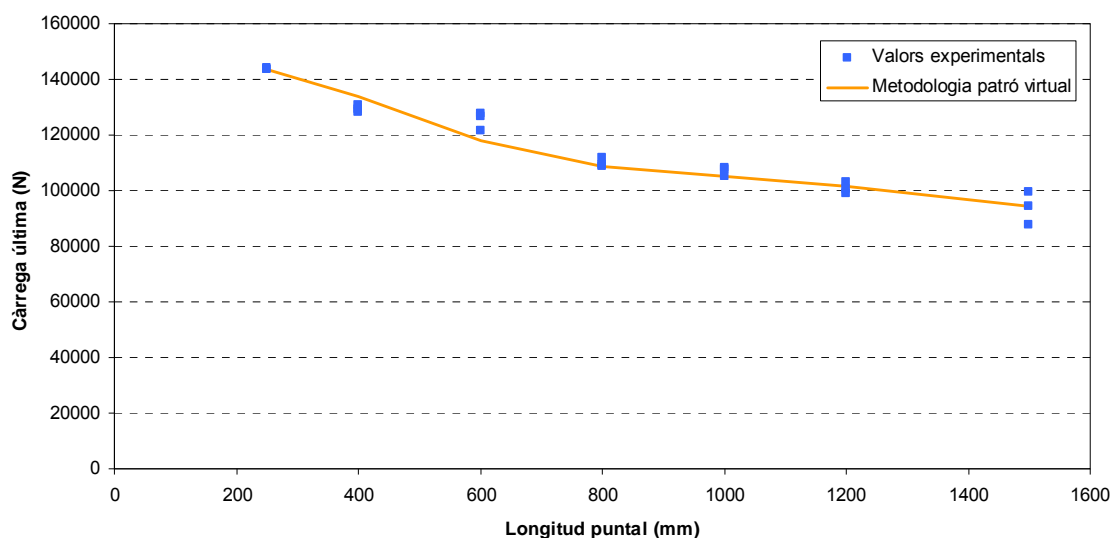


Fig 8.40 Resultats experimentals i numèrics pel perfil S4 amb perforacions utilitzant la metodologia del patró virtual

Tal i com es pot observar els resultats obtinguts en les dues metodologies són pràcticament iguals. Aquests resultats semblen indicar que no és necessari haver de reproduir fidelment els efectes locals i pertorbacions que generen les perforacions en les distribucions de les deformacions residuals per tal d'obtenir una bona predicció de la capacitat última resistent per a puntals de característiques similars. La diferència més destacada entre les dos metodologies és la imperfecció geomètrica que es genera al dur a terme l'equilibri de les deformacions residuals. La metodologia del multi-patró genera imperfeccions geomètriques superiors, a causa de la millor reproducció dels efectes locals en les perforacions. Aquest fenomen té poca importància en la predicció de la càrrega última, fet que ja es mostrava en la poca diferència entre la metodologia acurada i simplificada en el perfil sense perforacions.

8.4. Aplicació a puntals de longituds globals

En els apartats anteriors s'ha vist com és possible determinar la càrrega última d'un puntal amb o sense perforacions introduint les tensions residuals i sense la necessitat de definir cap imperfecció geomètrica prèviament. Aquest procés s'ha validat per longituds on els modes de fallida són locals o distorsionals, és a dir, modes de vinclament majoritàriament simètrics. En aquest apartat, s'estudia la validesa de la metodologia per puntals on la fallida és global, i per tant, la deformada no és simètrica, ja que la fallida es produeix per flexo-torsió.

El patró de tensions residuals obtinguts per elements finits mitjançant COPRA (capítol 7) és perfectament simètric, ja que s'imposa simetria en el procés de fabricació. Per tant, l'estat de tensions inicials del model en ANSYS i la imperfecció que es genera al fer l'equilibri inicial és simètrica si la malla utilitzada per modelitzar el puntal també ho és. Com a conseqüència, la fallida que es genera és simètrica, i en longituds elevades es produeix una fallida global a flexió vertical (eix de simetria). Així doncs, la càrrega última que s'obté és més elevada ja que el mode a flexo-torsió és més crític.

Per simular correctament una fallida a flexo-torsió cal afegir una imperfecció no simètrica en el model, juntament amb les tensions residuals. La necessitat d'incorporar una imperfecció geomètrica elimina una de les avantatges d'aquest model de càlcul. Si és necessari introduir una imperfecció geomètrica pot resultar més adient utilitzar una de les metodologies detallades en el capítol 6.

S'ha simulat el comportament amb tensions residuals del perfil S4 sense perforacions per les longituds de 1800, 2200 i 2600, longituds on predomina la fallida global a flexo-torsió. La imperfecció geomètrica que s'ha introduït és la mateixa que en la metodologia del mode apropiat del capítol 7. D'aquesta manera, s'han pogut comparar els resultats i s'ha avaluat únicament la influència de les tensions residuals en aquestes fallides.

En la Fig 8.41, 8.42 i 8.43 es mostren les gràfiques força-desplaçament axil que presenta el puntal S4 sense perforacions de 1800, 2200 i 2600 respectivament. El comportament inicial que s'obté del model amb i sense tensions residuals és molt semblant. Les diferències més destacades apareixen en el comportament a post vinclament. A la Taula 8.5, on es mostren les càrregues últimes resistents, s'observa com que a mesura que augmenta la longitud del puntal cada vegada s'obtenen valors de càrrega màxima més similars.

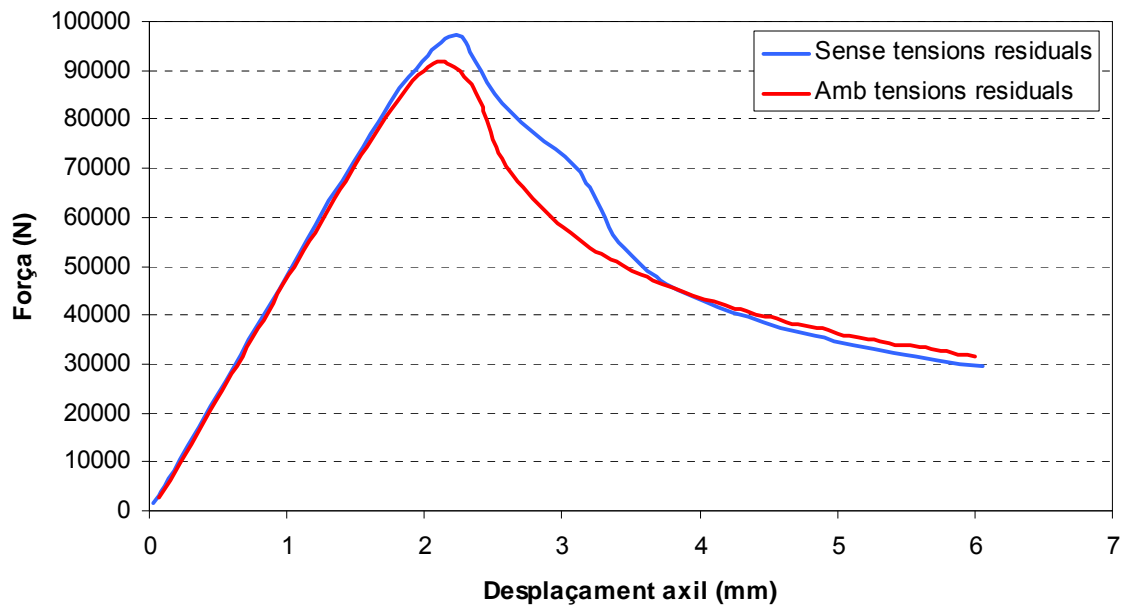


Fig 8.41 Gràfica força desplaçament pel puntal de 1800 mm de longitud

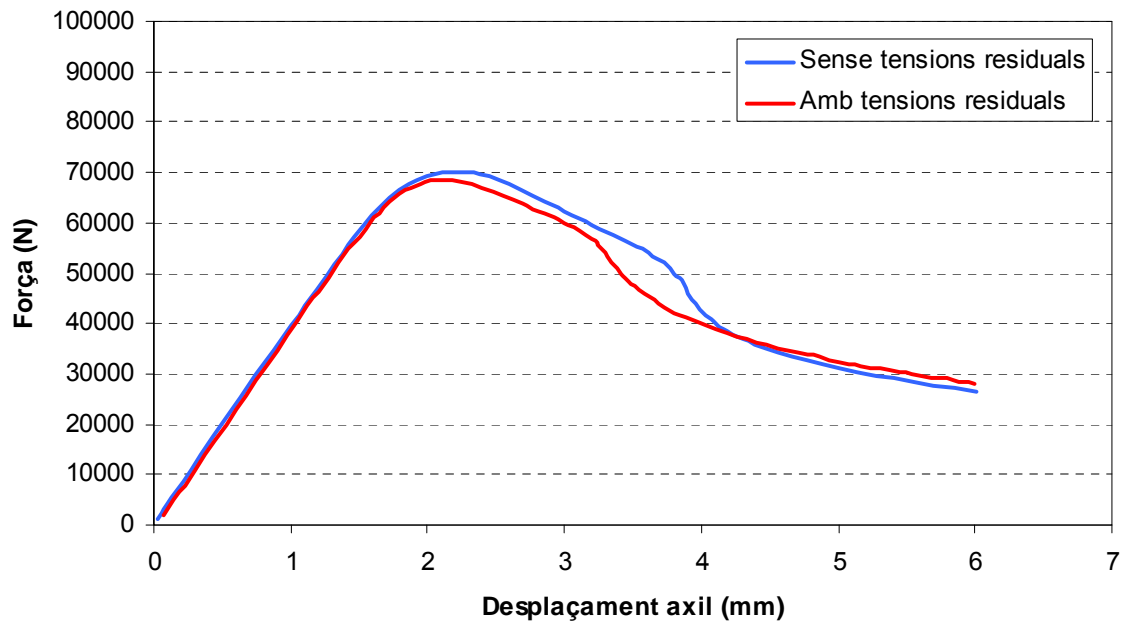


Fig 8.42 Gràfica força desplaçament pel puntal de 2200 mm de longitud

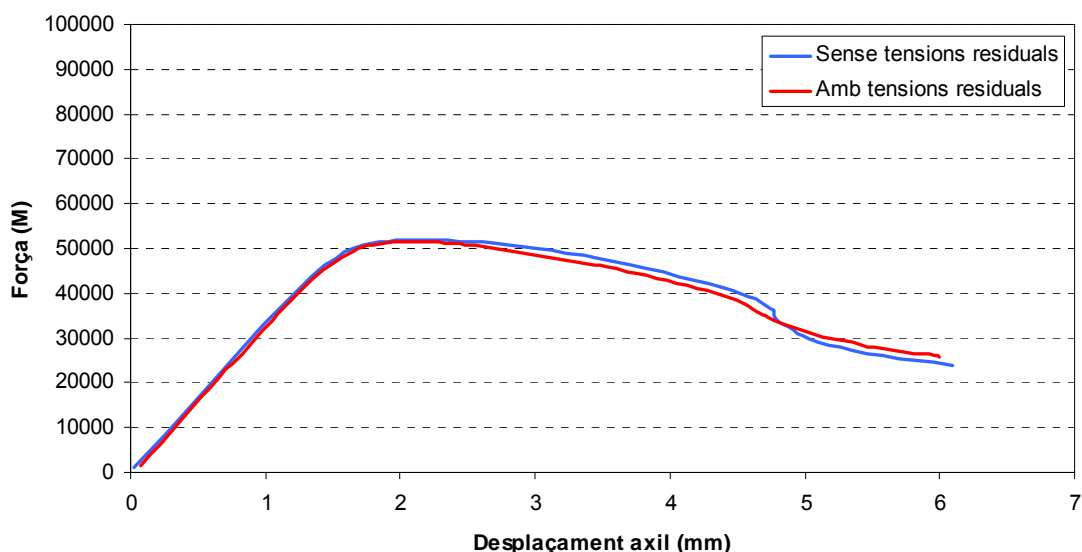


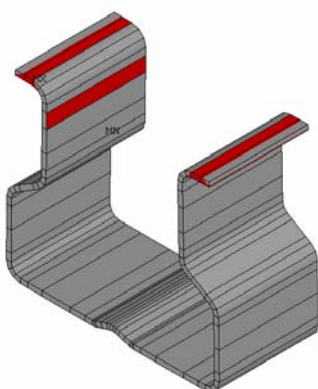
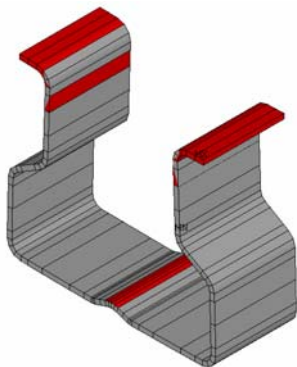
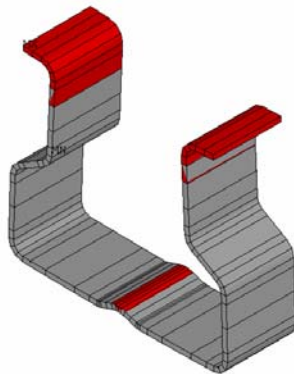
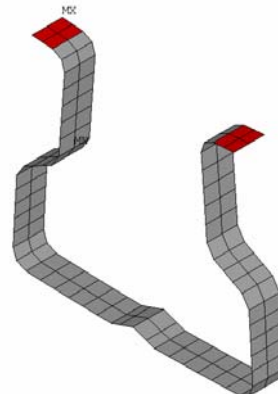
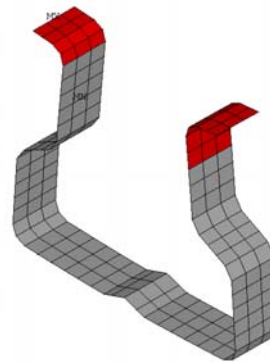
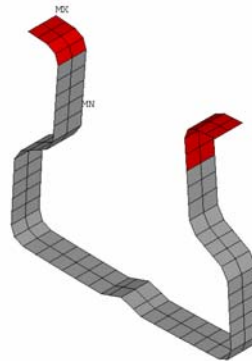
Fig 8.43 Gràfica força desplaçament pel puntal de 2600 mm de longitud

Longitud	F_{max} sense tensions residuals (N)	F_{max} amb tensions residuals (N)	Experimental (N)
1800	97350	91784	93797
2200	70087	68523	64461
2600	51955	51557	49413

Taula 8.5 Comparativa de càrregues màximes obtingudes en el perfil S4 sense perforacions en longituds globals

Si s'utilitza la mateixa imperfecció geomètrica per fallides distorsionals amb i sense tensions residuals, les diferències que apareixen en el càlcul de càrrega resistent són molt més significatives (Taula 8.2). Aquest fenomen s'explica per les zones de plasticació del puntal. Per a longituds curtes, el vinclament és plàstic, és a dir, zones importants del puntal entren en règim plàstic, fet que provoca la fallida plàstica d'aquest. Per a longituds molt elevades, el vinclament és elàstic, el puntal falla per culpa de la pèrdua de rigidesa a causa dels grans desplaçament que es generen, sense que cap zona del puntal entri en zona de fluència. En longituds relativament elevades, on el vinclament és majoritàriament elàstic, la presència de les tensions residuals no és motiu suficient per tal que grans zones del puntal entrin en règim plàstic, i per tant, el seu efecte en el càlcul de la càrrega màxima resistent resulta poc important. El seu efecte sols té influència en el comportament a post vinclament, tal i com es pot veure a les Fig 8.41-8.43, a on si que diverses zones del puntal

han plastificat. A la Fig 8.44 es veu la transició entre el vinclament plàstic i elàstic per el puntal S4 sense perforacions. A mesura que la longitud del puntal va augmentant les zones de treball en règim plàstic a càrrega màxima disminueixen. A més a més, també es pot comprovar que per vinclaments elàstics, la predicció de càrrega màxima resistant és pot obtenir a través d'una modelització material lineal.

Amb tensions residuals**Sense tensions residuals**

(a)

(b)

(c)

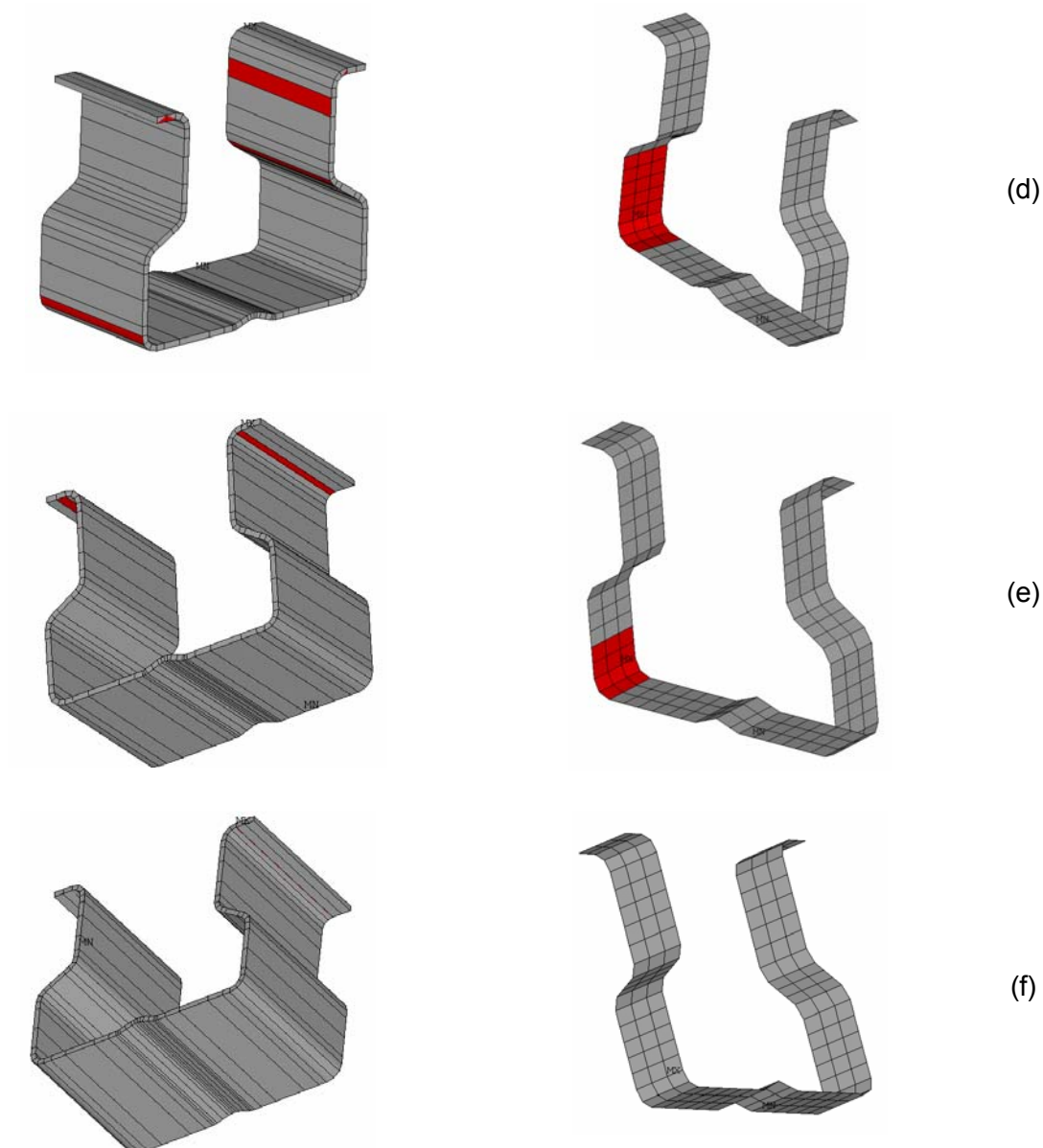


Fig 8.44 Comparativa entre les zones de material en regim plàstic (zona vermella) amb i sense tensions residuals de la secció crítica. Longituds de puntal: (a) 600 mm, (b) 1000 mm, (c) 1500 mm, (d) 1800 mm, (e) 2200 mm i (f) 2600 mm

S'ha observat que a mesura que la longitud del puntal augmenta, la influència de les tensions residuals disminueix, fins al punt de ser menyspreables en vinclaments clarament elàstics. A més a més, és necessari introduir una imperfecció geomètrica no simètrica en el model, d'unes magnituds similars a les metodologies sense tensions residuals per obtenir prediccions de càrrega últimes vàlides.

8.5. Influència de l'enduriment per deformació

En aquest apartat s'ha analitzat la influència de l'enduriment per deformació de les zones del radi d'acord del perfil S4 amb i sense perforacions. En les simulacions sense perforacions s'ha optat per la metodologia simplificada. Per les simulacions amb perforacions s'ha utilitzat la metodologia del patró virtual. En ambdós casos, la caracterització del comportament material de les zones endurides s'ha construït a partir dels sis assajos experimentals realitzats en el capítol 4, de tal forma que s'ha obtingut un comportament material conservador, és a dir, per sota dels valors obtinguts per normativa (EC3, AISI S100) i de fórmules teòriques. La modelització emprada es pot veure a la Fig 8.45. Inicialment la corba tensió deformació té un comportament més rígid que l'obtingut experimentalment, aquest fet és deu a que s'ha volgut utilitzar el mateix mòdul de Young (Valor nominal de 210000 MPa) per totes les zones de material.

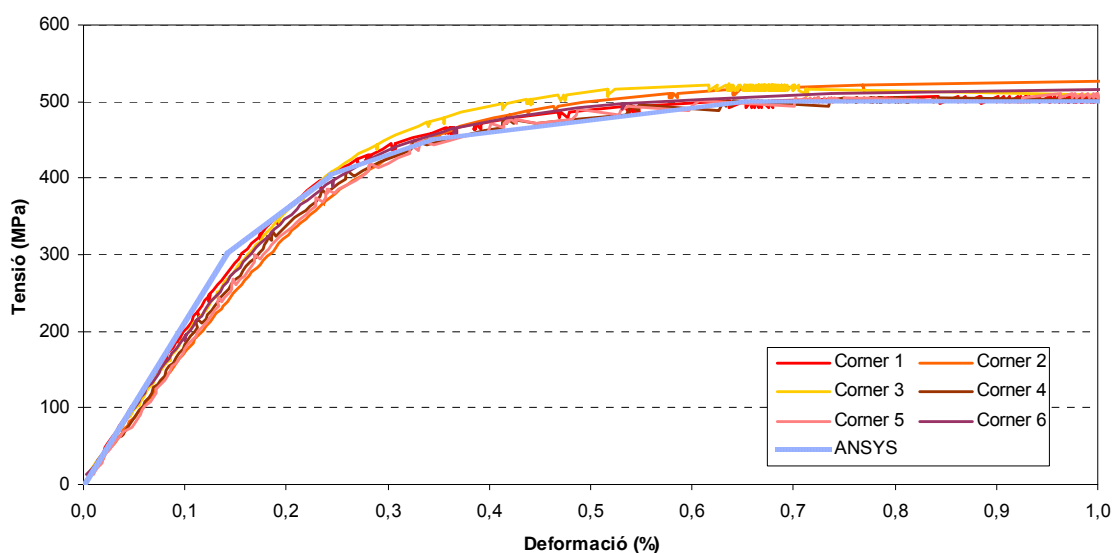


Fig 8.45 Comparativa entre el comportament material de les zones endurides per deformació obtingudes experimentalment respecte a la modelització utilitzada en les simulacions per elements finits

En la Fig 8.46 es compara la modelització material utilitzada entre les zones planes i les endurides. Es pot veure que la transició entre la zona elàstica i plàstica és més progressiva en les zones endurides. El motiu d'aquest fet és la voluntat de respectar al màxim l'enduriment experimental trobat. A més a més, la influència d'aquesta decisió en el càlcul no lineal a compressió pot provocar càlculs més conservadors i per tant, es considera adequada. Cal remarcar que en l'estudi no s'ha tingut en consideració els canvis de gruix presents en el perfil, les zones dels radis d'acord tenen tendència a disminuir-lo. S'ha utilitzat el mateix gruix al llarg de tot el perfil.

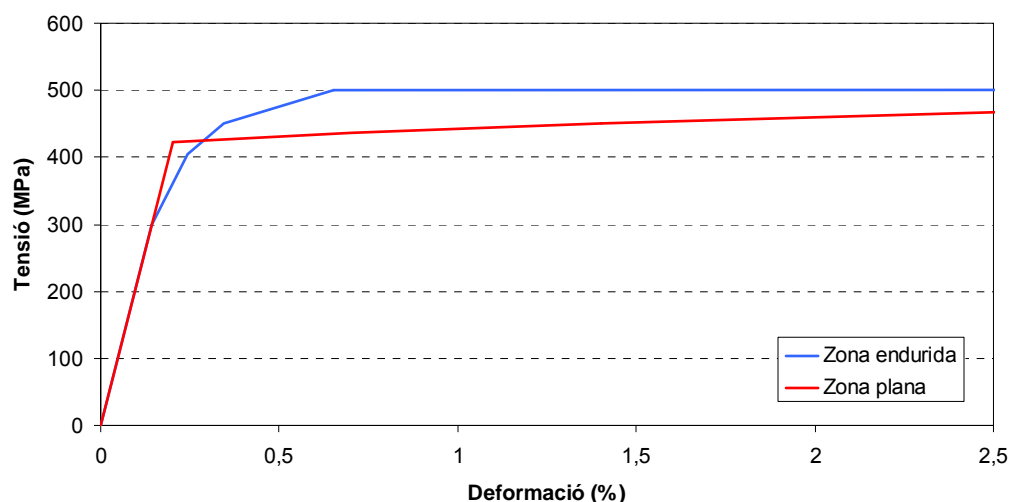


Fig 8.46 Comparativa entre el comportament material de les zones enduredides respecte a les zones planes utilitzada en la simulació per elements finits

8.5.1. Perfil S4 sense perforacions

S'ha assumit que totes les zones dels radis d'acord han sofert un enduriment per deformació de les mateixes característiques. A la Fig 8.47 es pot veure les zones afectades.

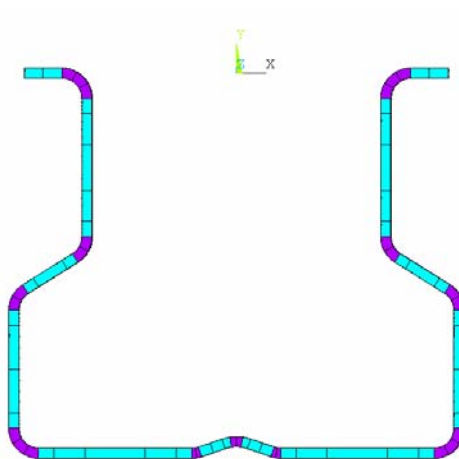


Fig 8.47 Les zones liles utilitzen la corba de material que té en compte l'efecte de l'enduriment per deformació

En aquest cas s'ha optat per introduir l'enduriment per deformació únicament en les zones corbades, a diferència d'altres models que amplien la seva zona d'influència (capítol 2, Fig 2.2). S'ha considerat que totes les zones corbades tenen el mateix enduriment, tot i que en el rigiditzador de l'ànima no seria així ja que el radi de curvatura és més gran i per tant l'enduriment hauria de ser menor.

A la Taula 8.6 i a la Fig 8.48 es poden comparar els resultats experimentals respecte als numèrics tenint en compte l'efecte de l'enduriment per deformació de les zones dels radis d'acord.

Longitud puntal (mm)	Càrrega última experimental (N)				Simulació numèrica (FEM)		FEM/EXP
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	177522	178846	176786	177718	172110	0,02	0,97
400	157921	156283	157097	157100	159186	0,05	1,01
600	138547	139135	138321	138668	142598	0,14	1,03
800	132111	133063	129776	131650	135228	0,26	1,03
1000	125277	130287	132641	129402	130194	0,35	1,01
1200	121202	129158	132052	127471	124347	0,4	0,98
1500	121879	111334	101534	111582	114832	0,42	1,03
						Mitjana	1,01
						Desviació	0,025

Taula 8.6 Comparativa de càrregues màximes obtingudes entre els valors experimentals i numèrics amb enduriment per deformació

A la Fig 8.48 també es comparen els resultats entre el model numèric amb les zones endurides per deformació i el model sense enduriment. S'observa com els resultats són molt similars. En longituds inferiors als 1000 mm, longituds on la fallida és clarament plàstica, la càrrega màxima assolida és sensiblement superior si es considera l'enduriment per deformació, ja que les zones dels radis d'acord poden assolir nivells de tensió més elevats per deformacions equivalents superiors al 0,4% (Fig 8.46). En canvi, pel puntal de 1500 mm, la càrrega màxima amb enduriment és lleugerament inferior. Aquest fet està motivat per la modelització material emprada de les zones endurides. En la Fig 8.46 podem observar que hi ha un tram de la corba utilitzada per modelitzar les zones endurides que presenta uns nivells tensionals més baixos que la corba de les zones planes (corba original). Per tant, en puntals de longituds compreses en la zona de transició entre el vincament elàstic i plàstic poden presentar càrregues màximes sensiblement més baixes si es modelitza l'enduriment per deformació de la forma presentada, fet que succeeix en el perfil de 1500 mm de longitud. Per longituds elevades, on el vincament és clarament elàstic, la modelització amb enduriment per

deformació no tindria pràcticament cap efecte el la determinació de la càrrega màxima resistent. El tipus de mode de fallida entre ambdós models és el mateix.

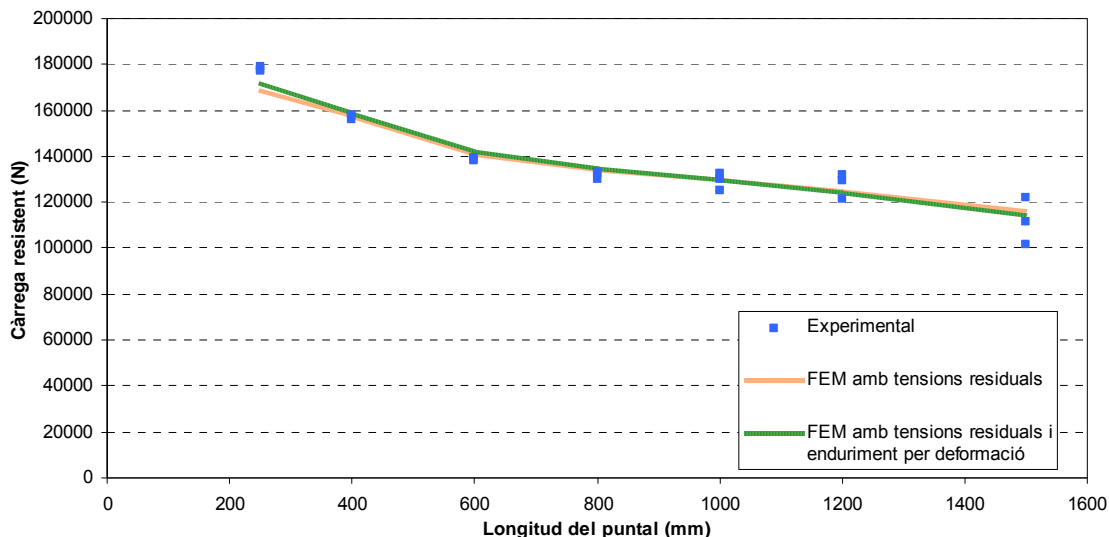


Fig 8.48 Comparativa entre els resultats experimentals i numèrics amb i sense l'efecte de l'enduriment per deformació

8.5.2. Perfil S4 amb perforacions

Per l'estudi del perfil S4 amb perforacions tenint en consideració l'efecte de l'enduriment per deformació s'ha procedit de forma anàloga que amb el perfil sense perforacions, és a dir, amb la mateixa modelització de les zones endurides i del seu comportament material (Fig 8.46 i 8.47). S'ha utilitzat la metodologia del patró virtual deguda la seva simplicitat i els bons resultats proporcionats.

A la Taula 8.7 i a la Fig 8.49 es poden comparar els resultats experimentals respecte als numèrics.

Longitud	Càrrega última experimental (N)	Simulació numèrica	FEM/EXP
----------	---------------------------------	--------------------	---------

puntal (mm)					(FEM)		
	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Mitjana	Càrrega última (N)	Imperfecció (mm)	
250	177522	178846	176786	177718	149387	0,11	1,04
400	157921	156283	157097	157100	135206	0,13	1,04
600	138547	139135	138321	138668	118863	0,16	0,95
800	132111	133063	129776	131650	109276	0,39	0,99
1000	125277	130287	132641	129402	105252	0,61	0,98
1200	121202	129158	132052	127471	101269	0,75	1,01
1500	121879	111334	101534	111582	93502	0,85	1,00
						Mitjana	1,00
						Desviació	0,033

Taula 8.7 Comparativa de càrregues màximes obtingudes entre els valors experimentals i numèrics amb enduriment per deformació pel perfil amb perforacions

A la Fig 8.49 es pot veure que l'efecte de l'enduriment per deformació té rellevància per a perfils curts, tal i com ja succeïa pel puntal sense perforacions. Per a longituds més elevades la influència de l'enduriment per deformació és quasi negligible. Amb els resultats obtinguts tant pel perfil perforat com sense perforacions, s'observa que incloure l'efecte de l'enduriment per deformació no varia de manera substancial els resultats. Aquest fet pot estar provocat per un increment del límit elàstic del material en les zones del radi d'acord del 17,5% únicament. A més a més, l'àrea de la zona de material endurit és molt inferior respecte l'àrea on les seves propietats no varien.

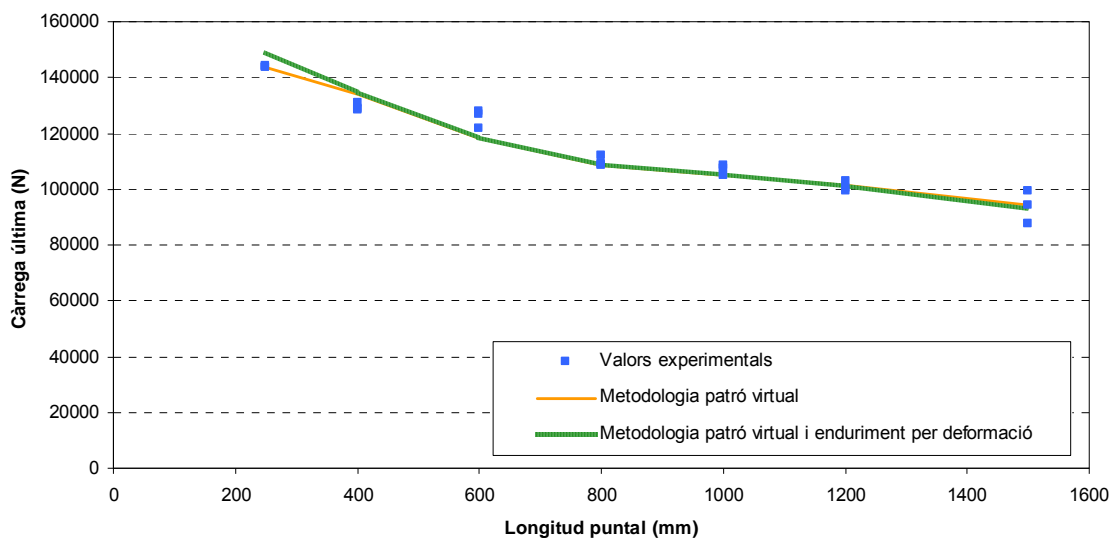


Fig 8.49 Comparativa entre els resultats experimentals i numèrics amb i sense l'efecte de l'enduriment per deformació

9. Determinació de la càrrega última a través de normativa

9.1. Normativa europea (EC3, EN15512)

S'ha calculat la resistència a compressió del puntal S4 a través de la normativa europea, EC3 i EN15512, normativa especialitzada per perfils primos oberts, de manera que permet avaluar l'efecte del vinclament distorsional.

L'apartat 5.5 del EC3-1-3 [86] descriu el càlcul resistent enfront del vinclament distorsional. L'apartat 5.5.3.1(7) defineix la forma d'obtenir l'àrea efectiva de la secció considerant la distorsió d'aquesta (Eq 9.1):

$$\begin{aligned} \overline{\lambda}_d &= \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,s}}} \\ \chi_d &= 1 \longrightarrow \overline{\lambda}_d \leq 0,65 \\ \chi_d &= 1,47 - 0,723\overline{\lambda}_d \longrightarrow 0,65 < \overline{\lambda}_d < 1,38 \\ \chi_d &= \frac{0,66}{\overline{\lambda}_d} \longrightarrow \overline{\lambda}_d \geq 1,38 \\ A_{eff} &= \chi_d \cdot A \end{aligned} \quad (\text{Eq. 9.1})$$

A on $\sigma_{cr,s}$ és el mínim de la tensió crítica elàstica del mode distorsional pur d'una semionna, amb els seus dos extrems articulats. Segons l'apartat 5.5.3.1(8) es pot calcular aquesta tensió mitjançant una anàlisi lineal de vinclament amb un programa especialitzat. Els programes més habituals degut a la seva facilitat d'ús són: CUFSM, GBTUL. En aquesta tesi s'ha emprat el programa desenvolupat RLBA v1.3. També es podrien utilitzar les expressions analítiques proposades en l'apartat 5.5.

Un cop calculada l'àrea efectiva de la secció considerant l'efecte distorsional, s'utilitzen les fórmules clàssiques per determinar la càrrega última a compressió presents al EC3-1-1 [55] (Eq 9.2-9.7).

$$P_{ult,g} = \chi \cdot A_{eff} \cdot f_y \quad (\text{Eq. 9.2})$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 + \bar{\lambda}^2}}$$

$$\phi = 0,5 \cdot \left(1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right) \quad (\text{Eq. 9.3})$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

$$N_{cr,F} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k \cdot L)^2} \quad (\text{Eq. 9.4})$$

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_o^2} \left(G \cdot J + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{(k \cdot L)^2} \right) \quad (\text{Eq. 9.5})$$

$$N_{cr,FT} = \frac{N_{cr,F}}{2 \cdot \beta} \left(1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,F}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,F}} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{y_o}{i_o} \right)^2 \cdot \left(\frac{N_{cr,T}}{N_{cr,F}} \right)} \right) \quad (\text{Eq. 9.6})$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_o}{i_o} \right)^2$$

$$y_o = y_c - y_s \quad (\text{Eq. 9.7})$$

$$i_o = i_y^2 + i_z^2 + y_o^2$$

En aquesta tipologia de perfils la càrrega crítica global mínima correspon a la flexo-torsió. Per calcular-la hi ha tres alternatives, utilitzar l'Eq 9.6, mitjançant un programa lineal de vinclament o mitjançant les expressions analítiques obtingudes a través de la GBT exposades a l'apartat 5.5. La Taula 9.1 mostra la diferència entre les tres opcions per un puntal de 2600 mm de longitud.

	Càlcul Teòric (N)	RLBA (N)	Càlcul Analític GBT (N)
Articulat	25049	25094	25050
Encastat	83899	84056	83899
Articulat amb torsió restringida	57613	61390	61867

Taula 9.1 Comparativa de càrrega crítica a flexo-torsió entre un càlcul teòric (EC3), un càlcul lineal de vinclament (RLBA) i el càlcul analític GBT

Es pot veure com amb les condicions d'enllaç articulades i encastades els resultats obtingut amb els tres mètodes són pràcticament iguals. En canvi, la condició a on les flexions estan articulades amb

la torsió restringida hi ha més diferència. El motiu d'aquesta diferència ja s'ha comentat en el capítol 5.

A la Taula 9.2 i Fig. 9.1 es poden veure els resultats de càrrega última resistent que s'obtenen a través de la normativa europea i la seva comparativa amb els valors experimentals del perfil S4 sense perforacions. S'han utilitzat els valors de càrrega elàstica de vinclament a flexo-torsió proporcionats per RLBA v1.3.

L (mm)	EC3 (N)	Mitjana EXP (N)	EC3/EXP
400	140023	157101	0,89
600	133790	138671	0,96
800	126940	131650	0,96
1000	119115	129401	0,92
1200	110103	127471	0,86
1500	94728	111582	0,85
1800	78985	93797	0,84
2200	60962	64462	0,95
2600	47526	49413	0,96
Mitjana			0,91
Desviació			0,05

Taula 9.2 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 sense perforacions

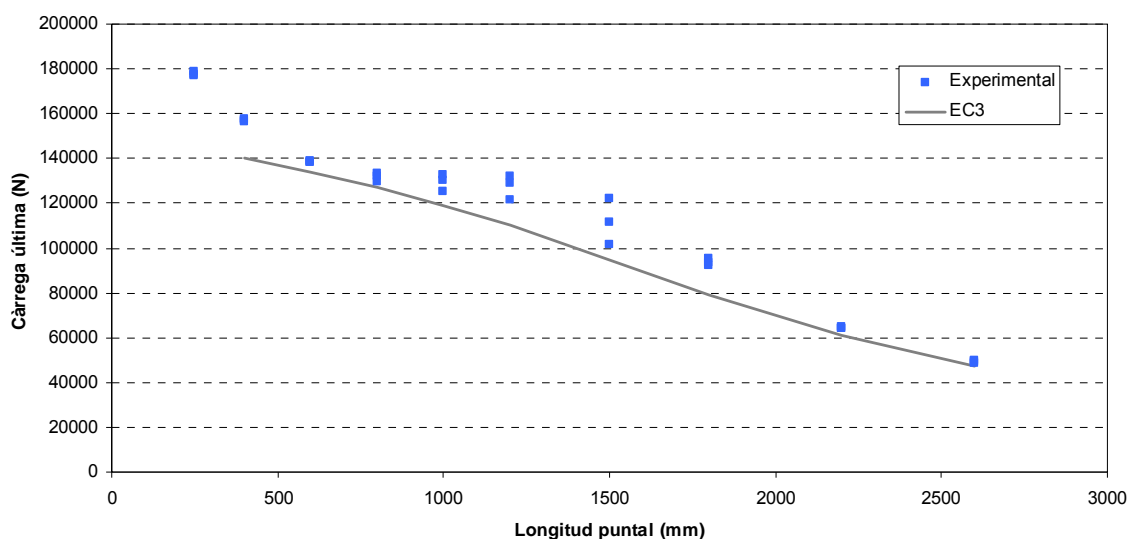


Fig 9.1 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 sense perforacions

9.1.1. Modelització de les perforacions

Un dels principals problemes que presenta la metodologia de càlcul a través de la normativa és la influència de les perforacions. És necessari utilitzar una àrea efectiva inferior, però la principal complicació radica en determinar $\sigma_{cr,s}$ per un puntal perforat. Aquesta tensió crítica mínima distorsional condiona tot el procés de càlcul, i els programes més utilitzats per determinar-la (CUFSM i GBTUL) no permeten incloure perforacions en les modelitzacions. Actualment hi ha nombroses investigacions enfocades a resoldre aquesta qüestió.

En aquesta tesi doctoral s’han utilitzat dos modelitzacions diferents per tenir en consideració l’efecte de les perforacions. Cal remarcar que la normativa europea actual no marca cap directriu concisa en aquesta qüestió.

En la primera, s’ha optat per imposar igualtat de rigidesa a compressió (Eq 9.9) i a flexió transversal (Eq 9.8) de la placa perforada i sense perforar a on hi ha les perforacions de l’ànima. No s’han tingut en compte l’efecte de les perforacions a l’ala. Cal remarcar que l’objectiu de la tesi no és ni aprofundir ni desenvolupar mètodes de modelització de les perforacions.

$$\frac{E_n \cdot \left(t_n \right)^3}{E_{eq} \cdot \left(t_{eq} \right)^3} = \frac{P_{crit_n,F}}{P_{crit_eq,F}} \tag{Eq. 9.8}$$

$$E_n \cdot A_n = E_{eq} \cdot A_{eq} \quad (\text{Eq. 9.9})$$

Nota: Els subíndexs n corresponen a valors nominals i eq a equivalents.

Per resoldre les Eq 9.8 i 9.9 s'han dut a terme les següents hipòtesis (Fig 9.2):

- (i) Es considera que en el model equivalent tot l'ample de banda de la placa que conté la perforació té un gruix reduït.
- (ii) S'assimila la forma de la perforació real a una de fictícia rectangular. Aquesta té la mateixa longitud (L_p) i l'amplada necessària (bp) per tal que l'àrea de la perforació sigui la mateixa.
- (iii) L'àrea nominal utilitzada en l'Eq 9.9 (A_n) és l'àrea neta de la placa obtinguda gràcies a (ii).
- (iv) L'àrea equivalent de l'Eq 9.9 correspon a l'àrea rectangular definida per l'amplada de la placa (b) i el gruix equivalent.

Per la secció analitzada mitjançant les Eq 9.8 i 9.9 s'obté un mòdul de Young equivalent de 146000 MPa i un gruix equivalent de 1,485 mm.

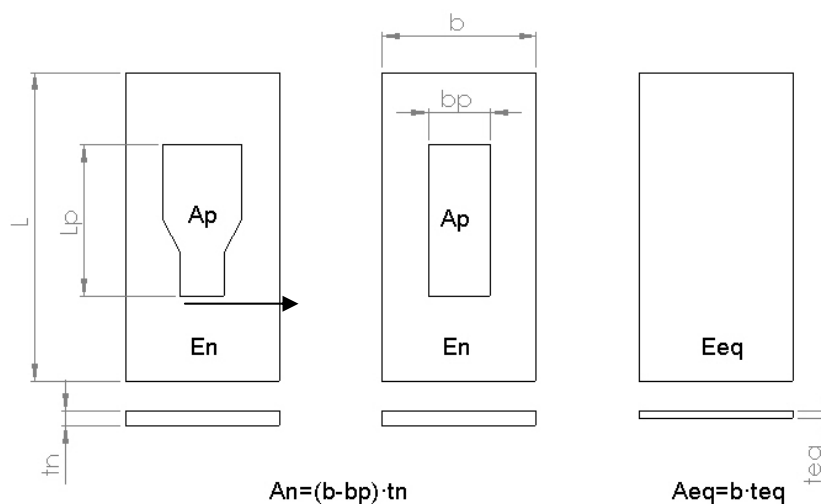


Fig 9.2 Primera modelització per tenir en consideració l'efecte de les perforacions en el càlcul normatiu

D'aquesta forma, l'efecte de la perforació s'ha modelitzat canviant el gruix i el mòdul de Young del material de les plaques perforades. L'àrea a utilitzar en l'Eq 9.1 és la real d'aquesta "nova" secció.

La segona modelització per considerar l'efecte de les perforacions s'ha fet mitjançant la determinació del gruix equivalent proposat per Casafont et al [64,116,117, 123] i comentat en l'apartat 2.4. S'utilitzen les fórmules de gruix equivalent pels diferents modes proposades en el report de recerca [123].

$$\text{Mode distorsional: } t_{eq} = 0,8 \cdot t_n \left(\frac{L - L_p}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Mode global: } t_{eq} = 0,7 \cdot t_n \left(\frac{L - L_p}{L} \right)$$

Consideracions de la segona modelització (Fig 9.3):

- (i) S'assimila la forma de la perforació real a una de fictícia rectangular. Aquesta té la mateixa longitud (L_p) i l'amplada necessària (bp) per tal que l'àrea de la perforació sigui la mateixa.
- (ii) El gruix equivalent ocupa únicament l'amplada de la banda perforada rectangular (bp).
- (iii) Per determinar l'àrea a utilitzar en l'Eq 9.1 no es té en compte la contribució de la banda de gruix reduït. Per tant, es considera que l'àrea de la secció és igual a l'àrea neta mínima.

En la Taula 9.3 i Fig. 9.4 es poden veure la comparació de resultats normatius i experimentals pel puntal S4 amb perforacions.

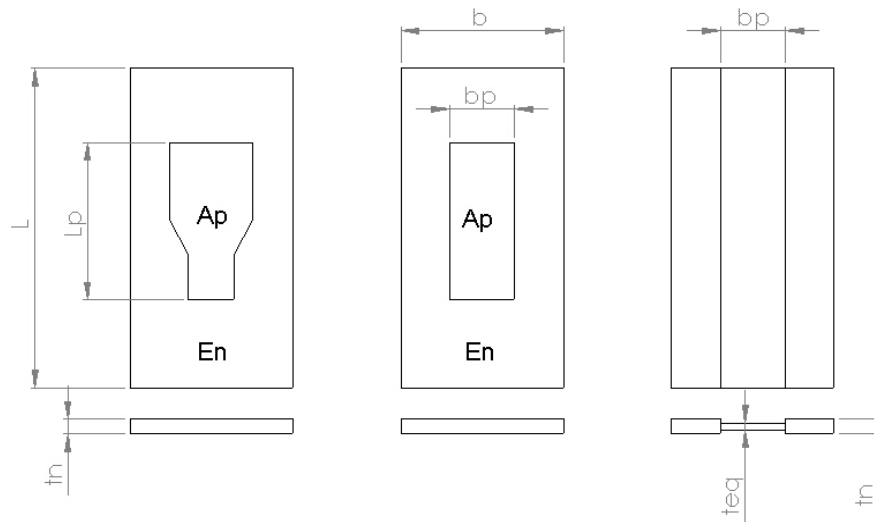


Fig 9.3 Segona modelització per tenir en consideració l'efecte de les perforacions en el càlcul normatiu

L (mm)	EC3 (a) (N)	EC3 (b) (N)	EXP (N)	EC3 (a)/EXP	EC3 (b)/EXP
400	116657	111968	129407	0,90	0,87
600	111663	107368	125483	0,89	0,86
800	106217	102391	109967	0,97	0,93
1000	100041	96791	106975	0,94	0,90
1200	92951	90393	100327	0,93	0,90
1500	80767	79341	93852	0,86	0,85
1800	68004	67514	74500	0,91	0,91
2200	52964	53138	47870	1,11	1,11
2600	41498	41895	44037	0,94	0,95
			Mitjana	0,94	0,92
			Desviació	0,07	0,08

Taula 9.3 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 amb perforacions. (a) Primera modelització de les perforacions. (b) Segona modelització

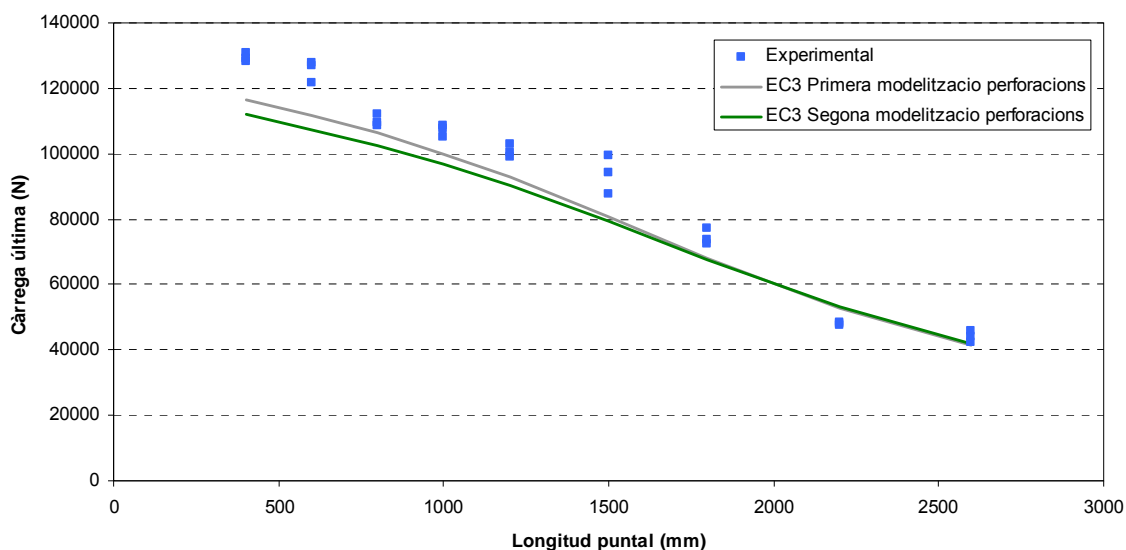


Fig 9.4 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa europea pel puntal S4 amb perforacions

Un cop vist els resultats obtinguts considerant o no les perforacions es pot veure com el càlcul a través de normativa és conservador, sobretot en les longituds on el mode de fallida distorsional és dominant. A més a més, hi ha una problemàtica en el tractament de les perforacions ja que la normativa no especifica una metodologia concreta per tal de tenir en compte el seu efecte en el càlcul resistent. També es pot observar com les dos metodologies emprades per representar les perforacions proporcionen resultats molt similars.

9.2. AISI S100 (DSM)

La normativa americana (AISI-S100-07 [85]) utilitza el mètode de la resistència directa (*DSM, Direct Strength Method*) per determinar la càrrega màxima resistent que pot suportar un puntal tipus *rack*. En aquest mètode, es calcula la càrrega local, distorsional i global per cada longitud. La càrrega que suporta el puntal és la mínima de les tres. En el nostre cas d'estudi analitzarem únicament la càrrega global (Eq. 9.10) i distorsional (Eq. 9.11).

$$\lambda_g = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr,g}}}$$

$$\lambda_g \leq 1,5 \longrightarrow P_{ng} = \left(0,658 \lambda_g^2\right) P_y$$

$$\lambda_g > 1,5 \longrightarrow P_{ng} = \left(\frac{0,877}{\lambda_g^2}\right) \cdot P_y$$

$$P_y = A \cdot f_y$$

(Eq. 9.10)

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr,d}}}$$

$$\lambda_d \leq 0,651 \longrightarrow P_{nd} = P_y$$

$$\lambda_d > 0,561 \longrightarrow P_{nd} = \left(1 - 0,25 \left(\frac{P_{cr,d}}{P_y}\right)^{0,6}\right) \left(\frac{P_{cr,d}}{P_y}\right)^{0,6} P_y$$

(Eq. 9.11)

Nota: $P_{cr,g}$ i $P_{cr,d}$ corresponen a la càrrega elàstica de vinclament global i la càrrega mínima distorsional per una semiona amb els extrems articulats respectivament.

Nombroses investigacions actuals estan treballant en establir un mètode que consideri la interacció entre els modes, sobretot pel mode distorsional i global, ja que aquesta interacció produeix una disminució de la càrrega resistent, tal i com s'ha vist en el capítol 2. Una de les opcions més senzilles per considerar aquesta interacció consisteix en substituir P_y per P_{ng} en la Eq 9.11.

A la Taula 9.4 i Fig 9.5 es poden veure els resultats obtinguts pel perfil S4 sense perforacions. S'han realitzat els càlculs considerant la normativa actual i considerant la interacció entre el mode distorsional i global, que encara que no sigui normatiu tot sembla indicar que aquesta es modificarà per tenir-la en compte.

L (mm)	AISI (N)	EXP (N)	AISI/EXP	DSM INTER(N)	INTER/EXP
400	141542	157101	0,90	138882	0,88
600	141542	138671	1,02	135602	0,98
800	141542	131650	1,08	131095	0,93
1000	141542	129401	1,09	125439	0,97
1200	137849	127471	1,07	118729	0,93
1500	118542	111582	1,06	106932	0,96
1800	98803	93797	1,05	93410	1,00
2200	73983	64462	1,15	73405	1,14
2600	53843	49413	1,09	53843	1,09
Mitjana			1,06		0,99
Desviació			0,07		0,08

Taula 9.4 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 sense perforacions

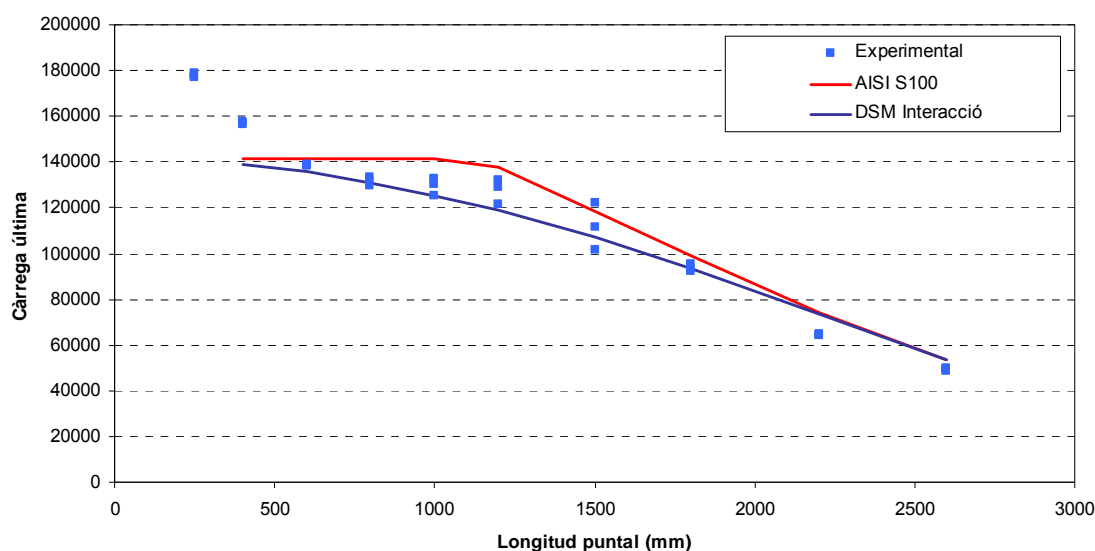


Fig 9.5 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 sense perforacions

9.2.1. Modelització de les perforacions

S'han utilitzat les dos mateixes modelitzacions que per la normativa europea. Els resultats obtinguts es poden consultar a la Taula 9.5, 9.6 i la Fig 9.6.

L (mm)	AISI (N)	EXP (N)	AISI/EXP	DSM INTER (N)	INTER/EXP
400	120968	129407	0,93	118680	0,92
600	120968	125483	0,96	115863	0,92
800	120968	109967	1,10	111998	1,02
1000	120968	106975	1,13	107158	1,00
1200	120968	100327	1,21	101433	1,01
1500	109681	93852	1,17	91409	0,97
1800	90009	74500	1,21	79990	1,07
2200	65634	47870	1,37	63149	1,32
2600	47580	44037	1,08	47555	1,08
		Mitjana	1,13		1,04
		Desviació	0,13		0,12

Taula 9.5 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions per la primera modelització

Un cop analitzats els resultats es pot veure que si es considera la interacció entre el mode distorsional i global els resultats obtinguts en les longituds on predomina la fallida distorsional són més acurats respecte a la normativa actual americana i europea. Per aquest motiu, aquesta és un temàtica on s'estan duent a terme nombrosos estudis. També cal destacar que la normativa americana presenta la mateixa dificultat a l'hora de tenir en compte la influència de les perforacions.

L (mm)	AISI (N)	EXP (N)	AISI/EXP	DSM INTER (N)	INTER/EXP
---------------	-----------------	----------------	-----------------	----------------------	------------------

400	115112	113101	0,89	118680	0,87
600	115112	110622	0,92	115863	0,88
800	115112	107216	1,05	111998	0,97
1000	115112	102944	1,08	107158	0,96
1200	115112	97878	1,15	101433	0,98
1500	106734	88978	1,14	91409	0,95
1800	89095	78791	1,20	79990	1,06
2200	67186	63984	1,40	63149	1,34
2600	48715	48583	1,11	47555	1,10
Mitjana			1,10		1,01
Desviació			0,15		0,14

Taula 9.6 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions per la segona modelització

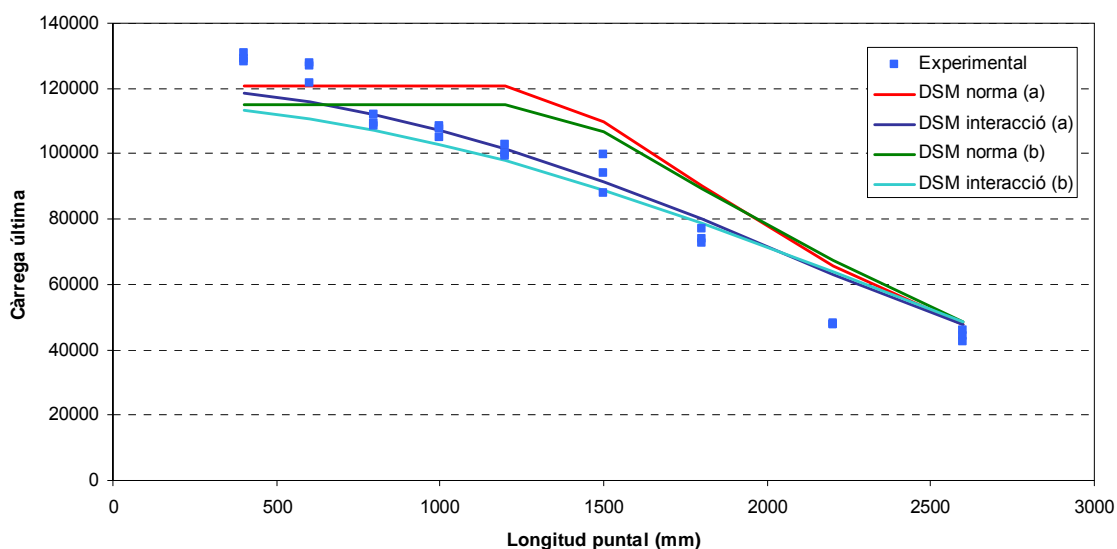


Fig 9.6 Comparativa entre els resultats experimentals i amb normativa americana pel puntal S4 amb perforacions. (a) Primera modelització. (b) Segona modelització

Comparant les dos normatives, es pot apreciar que actualment la normativa europea és més conservadora que la americana i presenta una millor aproximació als resultats experimentals per aquest perfil en longituds on domina la fallida global a flexo-torsió.

10. Conclusions

Un cop finalitzada la tesi doctoral es pot afirmar que s'han complert els objectius que s'havien marcat a l'inici:

- S'ha desenvolupat un programa capaç de realitzar anàlisis lineals de vinclament per a perfils *rack* sotmesos a compressió pura (RLBA v1.3). Aquest programa es pot utilitzar a qualsevol ordinador a través de l'instal·lable creat.
- S'ha mesurat experimentalment l'enduriment per deformació en un dels radis d'acord d'un perfil conformat en fred. També s'ha mesurat experimentalment les deformacions longitudinals residuals en sis posicions diferents d'una secció.
- S'ha simulat el procés de fabricació d'un perfil *rack* mitjançant el mètode dels elements finits. S'ha obtingut un patró de tensions residuals útil per a posteriors anàlisis tant per a perfils perforats com sense perforacions.
- S'han analitzat els resultats de predicció de càrrega màxima resistent de perfils *rack* sotmesos a compressió pura mitjançant simulacions numèriques incorporant imperfeccions geomètriques fictícies, simulacions tenint en consideració l'efecte de les tensions residuals i l'enduriment per deformació i a través de la normativa europea i americana.
- S'han validat els diferents models de predicció de càrrega màxima resistent mitjançant assaigs experimentals.

A continuació s'exposen les principals conclusions que s'han extret de les diferents parts tractades a la tesi doctoral.

Desenvolupament d'un programa d'anàlisi lineal de vinclament

- La utilització de la teoria de la biga generalitzada permet obtenir càrregues elàstiques de vinclament per qualsevol mode de deformació obtenint uns valors molt similars respecte el mètode dels elements finits utilitzant elements placa i el mètode de la banda finita.
- La utilització dels modes purs convencionals de la GBT permet aproximar de forma precisa el valor de les càrregues elàstiques de vinclament per a perfils primers oberts. Pels perfils de longituds més curtes la precisió no és tant acurada.

- La utilització de tots els modes de deformació de la GBT (convencionals, tangencials naturals, extensió natural, extensió local i *warping* local) han de permetre obtenir resultats molt acurats per a qualsevol longitud de puntal respecte els valors obtinguts amb elements placa.
- És possible aplicar la teoria de la biga generalitzada per a perfils amb gruixos variables en qualsevol tram. El seu rang d'aplicació permet reduccions de gruix de fins a 100 vegades.

Enduriment per deformació

- El procés de fabricació en fred mitjançant *roll-forming* provoca un augment del límit elàstic del material en les zones dels radis d'acord. Per altra banda, en les parts planes del material els efectes de l'enduriment del material són negligibles, considerant com a característiques inicials les provinents del material de la bobina en que es fabrica el perfil.
- El procés de fabricació en fred mitjançant *roll-forming* provoca un augment de la tensió de ruptura del material i una disminució de la seva ductilitat. No s'han apreciat diferències significatives en el valor del mòdul de Young.
- S'ha dissenyat de forma satisfactòria un utilatge per poder assajar a tracció provetes de material extrems dels radis d'acord de manera que disminueixi la presència de la flexió en l'assaig.
- S'ha comprovat que les fórmules pel càlcul de l'enduriment per deformació del límit elàstic presents en la normativa europea i americana proporcionen uns valors similars als obtinguts experimentalment.

Tensions residuals derivades del procés de conformat

- S'ha determinat experimentalment que el nivells de tensions residuals en la direcció longitudinal d'un perfil conformat en fred no són negligibles, ans el contrari, són del mateix ordre de magnitud que el límit elàstic del material.
- S'ha determinat experimentalment que les tensions residuals de membrana en la direcció longitudinal d'un perfil conformat en fred no són negligibles en front a les de flexió per a qualsevol punt de la secció.
- S'ha demostrat la possibilitat de reproduir el procés de fabricació per obtenir les tensions residuals d'un perfil *rack* amb o sense perforacions amb el mètode dels elements finits. Tot i

això, el cost computacional utilitzant un ordinador convencional és molt elevat. Per una modelització òptima cal utilitzar elements sòlids per reproduir les tensions radials que es generen en les zones fortament doblades.

- Els resultats de les simulacions numèriques corroboren les hipòtesis obtingudes a través de les mesures experimentals. A més a més, s'ha observat que les zones amb nivells més alts de tensions residuals són els radis d'acord.

Simulacions per elements finits a compressió pura mitjançant la introducció d'una imperfecció geomètrica

- Per l'obtenció de valors vàlids de capacitat resistent per a qualsevol longitud de puntal és indispensable realitzar una anàlisi geomètricament no lineal i amb un comportament material també no lineal.
- La automàtica utilització del primer mode com a imperfecció geomètrica obtingut a través d'un càlcul lineal de vinclament pot proporcionar resultats invàlids en la predicció de la càrrega màxima resistent.
- És possible obtenir un valor de càrrega resistent acurat a través de la simulació numèrica utilitzant com a imperfecció geomètrica un dels modes provinents del càlcul lineal de vinclament. Per obtenir-lo cal realitzar un càlcul iteratiu per aconseguir el valor més baix i estar en el marge de la seguretat.
- La creació d'una imperfecció geomètrica combinant diferents modes obtinguts amb una anàlisi lineal de vinclament permet obtenir resultats acurats amb una única simulació.
- La creació d'una imperfecció geomètrica a partir de diferents modes obtinguts amb una anàlisi lineal de vinclament no pot ser arbitrària. Cal seleccionar els modes adequats per obtenir resultats acurats. La selecció d'aquests modes es pot realitzar a través de l'anàlisi les càrregues elàstiques lineals dels diferents modes purs convencionals de deformació.

Simulacions per elements finits a compressió pura mitjançant la introducció de les tensions residuals i l'enduriment per deformació

- La introducció de les tensions residuals permet aconseguir uns valors acurats de càrrega màxima resistent sense la necessitat d'incorporar una imperfecció geomètrica fictícia en les longituds on dominen els modes simètrics de deformació.
- No és possible obtenir bones prediccions de càrrega resistent únicament amb les tensions residuals per a perfils simètrics on el mode de fallida dominant no és simètric (modes

globals). Aquest fet es deu a que les tensions residuals obtingudes per simulació són simètriques i per tant, generen un mode de fallida simètric.

- La definició d'un patró de deformacions residuals és una metodologia vàlida per introduir l'efecte de les tensions residuals, tant per perfils perforats com no.
- L'efecte de les tensions residuals no sempre és igual per a qualsevol longitud de puntal. Amb els estudis duts a terme, la influència de les tensions residuals és molt reduïda per a perfils molt curts, a on el mode de fallida és clarament local, i també per a perfils de longituds elevades, on el vinclament és clarament elàstic. Per altra banda, l'efecte de les tensions residuals per a longituds intermèdies, on domina el vinclament distorsional és molt significativa.
- La influència de l'enduriment per deformació sembla que pot tenir poc pes en el comportament a compressió pura per a perfils *rack* conformat per *roll-forming* a on l'increment del límit elàstic es trobi al voltant del 18%. La seva inclusió bàsicament produeix un lleuger augment de la càrrega resistent per a perfils amb vinclaments plàstics.

Càlcul a través de normativa

- Tant la normativa europea com americana presenten dos grans problemàtiques pel càlcul resistent de perfils prims oberts. La primera, la determinació de la càrrega elàstica mínima del vinclament distorsional, la qual es pot fer a través dels programes existents, del desenvolupat a la tesi o mitjançant alguna fórmula analítica que es pugui desenvolupar, tal i com s'ha fet. La segona és el tractament de les perforacions, en el qual la normativa no detalla cap procés de càlcul analític, remet a models numèrics o resultats experimentals.
- La normativa europea proporciona resultats de càrrega resistent força conservadors, sobretot per a les longituds on domina el vinclament distorsional, tant per puntals no perforats com pels perforats amb les simplificacions realitzades.
- La normativa americana (DSM) actual proporciona valors de càrrega superior als experimentals per al perfil analitzat per a quasi totes les longituds.
- Si s'utilitza el concepte d'interacció modal que s'està estudiant actualment, però que encara no està a la normativa de càlcul, el mètode de la resistència directa proporciona millors resultats que la normativa europea respecte a les longituds on predomina el vinclament distorsional amb el perfil analitzat.

10.1. Futures línies de recerca

En aquest apartat es comenta l'estat de treball de les línies de recerca en marxa (en el moment de lliurement de la tesi doctoral). Aquestes estant focalitzades en la GBT per tal d'ampliar el rang d'aplicació del programa desenvolupat (RLBA). Podem distingir tres línies diferents:

- Incorporació de tots els modes de la GBT en l'anàlisi lineal de vinclament. La inclusió dels modes de deformació tangencial natural, extensió transversal i de warping local milloraran els resultats de l'anàlisi lineal de vinclament, sobretot pel que fa als perfils de longitud més reduïda. Actualment aquesta línia ja es troba en un estat molt avançant, amb el motor de càlcul desenvolupat. Es troba en procés de verificació i posteriorment està previst el llançament de la versió 1.4 del RLBA que ja permetrà incorporar aquests modes en l'anàlisi lineal de vinclament. Aquesta nova versió estarà disponible a finals de l'any 2013 o principis del 2014.
- Anàlisi lineal utilitzant la GBT. S'està treballant en el desenvolupament d'un element finit capaç de modelar correctament el comportament d'un perfil prim obert sota qualsevol càrrega externa, puntuals o repartides, aplicada a qualsevol node i direcció i utilitzant tots els modes de deformació de la GBT. L'element finit utilitzat per l'anàlisi lineal de vinclament ha de ser modificat per tal de poder representar correctament totes les possibles sol·licituds de càrrega. Un cop finalitzada aquesta tasca serà possible realitzar anàlisis lineals de vinclament sota qualsevol condició de càrrega, no només sota un estat de compressió pura. Aquesta línia de recerca es troba en un estat intermedi.
- Anàlisi no lineal utilitzant la GBT. També s'està treballant en el desenvolupament d'un element finit capaç de modelar el comportament geomètricament no lineal d'un perfil prim obert. Aquesta línia de recerca es troba en un estat inicial.

11. Bibliografia

- [1] Hancock GJ, Kwon YB, Bernard ES. Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling. *Journal of Constructional Steel Research* 1994; 31:169-86.
- [2] Kwon YB, Hancock GJ. Tests of cold-formed channels with local distortional buckling. *Journal of Structural Engineering* 1992; 118:1786-803.
- [3] Polyzois D, Charnvarnichborikarn P. Web-flange interaction in cold-formed steel Z-section columns. *Journal of Structural Engineering* 1993;119:2607-28.
- [4] Serrette RL, Peköz T. Distortional buckling of thin-walled beams/panels. II:design methods. *Journal of Structural Engineering* 1995; 121:767-76.
- [5] Batista EM, Rodrigues FC. Buckling curve for cold-formed compressed members. *Journal of Constructional Steel Research* 1994;28:121-36.
- [6] Batista E, Camotim D, Prola LC, Vaz E. On the stability and strength of steel columns affected by distortional buckling. *Journal of Constructional Steel Research* 1998;46:129-31.
- [7] Silvestre N, Camotim D. On the mechanics of distortion in thin-walled open sections. *Thin-Walled Structures* 2010; 48: 469-481.
- [8] Madeci E, Guven I. *The finite element method and applications in engineering using ANSYS*. Springer Science+Business Media, LLC; 2006.
- [9] Bathe, KJ. *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, Inc; 1996.
- [10] Schafer BW, Li Z, Moen CD. Computational modelling of cold-formed steel. *Thin-Walled structures* 2010; 48:752-762.
- [11] Ashraf M, Gardner L, Nethercort DA. Finite element modelling of structural stainless steel cross-sections. *Thin-Walled Structures* 2006; 44:1048-1062.
- [12] Dubina D, Ungureanu V. Manual on numerical analysis of thin-walled cold-formed steel structures. ECCS TC7 Annual Meeting, Hämeenlinna Finland, June 25-26 2009.
- [13] Bakker MCM, Peköz T. The finite element method for thin-walled members-basic principles. *Thin-Walled Structures* 2003; 41:179-189.

- [14] Sarawit AT, Kim Y, Bakker MCM, Peköz T. The finite element method for thin walled members-applications. *Thin-Walled Structures* 2003; 41:191-206.
- [15] Roure F, Pastor MM, Casafont M, Somalo MR. Stub column test for racking design: Experimental testing, FE analysis and EC3. *Thin-Walled Structures* 2011; 49:167-184.
- [16] Dubina D, Ungunreanu V. Effect of imperfections on numerical simulation of instability behaviour of cold-formed steel members. *Thin-Walled Structures* 2002; 40:239-262.
- [17] Camotim D, Silvestre N, Dinis PB. Numerical analysis of cold-formed steel members. *Steel Structures* 2005; 5:63-78.
- [18] Dinis PB, Camotim D, Silvestre N. FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns. *Computers and Structures* 2007; 85:1461-1474.
- [19] Dinis PB, Camotim D. Post-buckling behaviour and strength of cold-formed steel lipped channel columns experiencing distortional/global interaction. *Computers and Structures* 2011; 89: 422-434.
- [20] Camotim D, Dinis PB. Coupled instabilities with distortional buckling in cold-formed steel lipped channel columns. *Thin-Walled Structures* 2011; 49: 562-575.
- [21] Schafer BW, Peköz T. Computational modelling of cold formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Research* 1998; 47: 193-210.
- [22] Yap DCY, Hancock GJ. Interaction buckling and postbuckling in the distortional mode of thin-walled sections. Research Report No R870, The University of Sidney, April 2006.
- [23] Chou SM, Chai GB, Ling L. Finite element technique for design of stub columns. *Thin-Walled Structures* 2000; 37: 97-112.
- [24] European Standard EN 1993-1-5:2006/AC:2009. Eurocode 3-design of steel structures-part 1-5: plated structural elements. Brussels: European Committee for standardization; 2009.
- [25] ECCS, European recommendations for the design of light gauge steel members. ECCS, Brussels, 1987.
- [26] Schardt R. Verallgemeinerte Technische Biegetheorie. Berlin: Springer Verlag, 1989.
- [27] Davies JM, Leach P. First-order generalised beam theory. *J. Construct. Steel Res.* 1994; 31(2-3):187-220.
- [28] Davies JM, Leach P, Heinz D. Second-order generalised beam-theory. *J. Construct. Steel Res.* 1994; 31(2-3):221-41.

- [29] Silvestre N, Camotim D. First-order generalised beam theory for arbitrary orthotropic materials. *Thin-Walled Structures* 2002; 40: 755-789.
- [30] Silvestre N, Camotim D. Second-order generalised beam theory for arbitrary orthotropic materials. *Thin-Walled Structures* 2002;40: 791-820.
- [31] Silvestre N, Camotim D. Nonlinear generalised beam theory for cold-formed steel members. *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 2003; Vol 3, No 4: 461-490.
- [32] Silvestre N, Camotim D. GBT buckling analysis of pultruded FRP lipped channel members. *Computers & Structures* 2003; 81:1889-1904.
- [33] Gonçalves R, Camotim D. Thin-Walled member plastic bifurcation analysis using generalised beam theory. *Advances in Engineering software* 2007;38: 637-646.
- [34] Camotim D, Silvestre N, Basaglia C, Bebiano R. GBT-based buckling analysis of thin-walled members with non-standard support conditions. *Thin-Walled Structures* 2008; 46: 800-815.
- [35] Gonçalves R, Dinis PB, Camotim D. GBT formulation to analyse the first-order buckling behaviour of thin-walled members with arbitrary cross-sections. *Thin-Walled Structures* 2009; 47:583-600.
- [36] Gonçalves R, Ritto-Correa M, Camotim D. A new approach to the calculation of cross-section deformation modes in the framework of generalised beam theory. *Comput. Mech.* 2010; 46:759-781.
- [37] Nedelcu M. GBT formulation to analyse the behaviour of thin-walled members with variable cross-section. *Thin-Walled Structures* 2010; 48:629-638.
- [38] Camotim D, Basaglia C, Silvestre N. GBT buckling analysis of thin-walled steel frames: A state-of-the art report. *Thin-Walled Structures* 2010; 48:726-743.
- [39] Silvestre N, Camotim D. Local-Plate and distortional postbuckling behaviour of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners. *Journal of Structural Engineering* 2006; 132(4): 529-540.
- [40] Silvestre N, Camotim D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members Part 1-derivation. *Thin-Walled Structures* 2004; 42: 1567-1597.
- [41] Silvestre N, Camotim D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C- and Z-section members Part II- Validation and application. *Thin-Walled Structures* 2004; 42: 1599-1629.
- [42] Gonçalves R, Camotim D. Generalised beam theory-based finite elements for elastoplastic thin-walled metal members. *Thin-Walled Structures*. In Press.

- [43] Bebiano R, Pina P, Silvestre N, Camotim D. (2008). GBTUL – Buckling and Vibration of Thin-Walled Members, DECivil/IST, Technical University of Lisbon (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>).
- [44] Plank RJ, Wittrick WH. Buckling under combined loading of thin, flat-walled structures by a complex finite strip method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1974; 8: 323-339.
- [45] Hancock GJ. Local, distortional, and lateral buckling of I-beams. *Journal of the Structural Division*. In: *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. 104: 787-1798.
- [46] Sridharan S. A semi-analytical method for the post-local-torsional buckling analysis of prismatic plate structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1982; 18: 1685-1697.
- [47] Hancock GJ. Distortional buckling of steel storage rack columns. *Journal of Structural Engineering* 1985; 111: 2770-2783.
- [48] Papangelis JP, Hancock GJ. Computer analysis of thin-walled structural members. *Computers & Structures* 1995; 56: 157-176.
- [49] Schafer BW. CUFSM Cornell University finite strip method. Cornell University, Ithaca, New York (2001).
- [50] Ádány S, Schafer BW. Buckling mode decomposition of single-branched open cross-section members via finite strip method: derivation. *Thin-Walled Structures* 2006; 44:563-584.
- [51] Ádány S, Schafer BW. Buckling mode decomposition of single-branched open cross-section members via finite strip method: application and examples. *Thin-Walled Structures* 2006; 44:585-600.
- [52] Schafer BW. Local, distortional, and euler buckling of thin-walled columns. *Journal of Structural Engineering* 2002; 128:289-99.
- [53] North American Specification, Appendix 1: design of cold-formed steel structural members using the Direct Strength Method, 2004 supplement to the North American specification for the design of cold-formed steel structures. Washington, DC: American Iron and Steel Institute; 2004.
- [54] Hancock GJ, Murray TM, Ellifritt DS. *Cold-formed steel structures to the AISI specification*. New York: Marcel Dekker, Inc.; 2001.
- [55] EN 1993-1-1. Eurocode 3: design of steel structures Part 1 - 1: general rules and rules for buildings. Brussels: European Committee for standardization. September 2005.

- [56] Yap DCY, Hancock GJ. Experimental study of complex high-strength cold-formed cross-shaped steel section. *Journal of Structural Engineering* 2008; 134:1322-33.
- [57] Rossi B, Jaspart JP, Rasmussen KJR. Combined distortional and overall flexural-torsional buckling of cold-formed stainless steel sections: experimental investigations. *Journal of Structural Engineering* 2010; 136:354-60.
- [58] Rossi B, Jaspart JP, Rasmussen KJR. Combined distortional and overall flexural-torsional buckling of cold-formed stainless steel sections: design. *Journal of Structural Engineering* 2010; 136:361-9.
- [59] Dinis PB, Batista ME, Camotim D, Dos Santos ES. Local-distortional-global interaction in lipped channel columns: Experimental results, numerical simulations and design considerations. *Thin-Walled Structures* 2012; 61: 2-13.
- [60] Ádány S, Joó AL, Schafer BW. Identification of FEM buckling modes of thin-walled columns by using cFSM base functions. *Fifth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures*. Sydney, Australia, 23-25 June, 2008.
- [61] Ádány S, Joó AL, Schafer BW. Buckling modes identification of thin-walled members using cFSM base functions. *Thin-Walled Structures* 2010; 48:806-17.
- [62] Casafont M, Marimon F, Pastor MM. Calculation of pure distortional elastic buckling loads of members subjected to compression via the finite element method. *Thin-Walled Structures* 2009; 47:701-29.
- [63] Casafont M, Marimon F, Pastor MM, Ferrer M. Linear buckling analysis of thin-walled members combining the generalised beam theory and the finite element method. *Computers and Structures* 2011; 89: 1982-2000.
- [64] Casafont M, Caparrós JF, Pastor MM, Roure F, Bonada J. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the finite strip method. *The 6th International Conference on Thin-Walled Structures*.
- [65] Pastor MM, Roure F, Casafont M, Bonada J, Noguera J. Longitudinal strain distributions in rack uprights. Equivalent thickness. *The 6th International Conference on Thin-Walled Structures*.
- [66] Pastor MM, Casafont M, Roure F, Bonada J, Noguera J. Influence of holes on the behaviour of cold-formed steel sections under compression. *SDSS Rio 2010 Stability and Ductility of Steel Structures*. Rio de Janeiro, 8-10/09/2010.
- [67] Heislitz F., Livatyali H., Ahmetoglu M.A., Kinzel G.L., Altan T. Simulation of roll forming process with the 3-D FEM code PAM-STAMP. *Journal of Materials Processing Technology* 1996; 59:59-67.

- [68] Senanayake RS, Cole IM, Thiruvarudchelvan S, The application of computational and experimental techniques to metal deformation in cold roll forming. *Journal of Materials Processing Technology* 1994; 45: 155-160.
- [69] Sheikh MA, Palavilayil RR. An assessment of finite element software for application to the roll-forming process. *Journal of Materials Processing Technology* 2006; 180: 221-232.
- [70] Gülçeken E, Abeé A, Sedlmaier A, Livatyali H. Finite element simulation of flexible roll forming: a case study on variable width U channel. 4th International Conference and Exhibition on Design on Production of Machines and Dies/Molds, Cesme, Turkey, 21-23/6/2007.
- [71] Lindgren M. Cold roll forming of a U-channel made of high strength steel. *Journal of Materials Processing Technology* 2007; 186: 77-81.
- [72] Bui Q.V, Ponthot J.P. Numerical simulation of cold roll-forming processes. *Journal of Materials Processing Technology* 2008; 202: 275-282.
- [73] Quach W.M., Teng J.G., Chung K.F. Effect of the manufacturing process on the behaviour of press-braked thin-walled steel columns. *Engineering Structures* 2010; 32:3501-3515.
- [74] Moen CD, Igusa T, Schefer BW. Prediction of residual stresses and strains in cold-formed steel members. *Thin-Walled Structures* 2008; 46: 1274-1289.
- [75] Bonada J. Estudi de deformacions i tensions residuals que resulten del procés de fabricació de perfils primos oberts de xapa d'acer conformats en fred. PFC, Barcelona 2010.
- [76] Roure F, Pastor MM, Casafon M, Bonada J. Simulation of the roll-forming process of an open thin-walled upright section. ECCS TC7 WG7.5, Barcelona, 22/01/2010.
- [77] COPRA RF 2009. Data M Sheet Metal Solutions GmbH.
- [78] Damm K. Ermittlung von Längsformänderungen beim walzprofilieren und standardprofilen auf einer mehrgerüstigen anlage. Doctoral Dissertation, TU Darmstadt 1989.
- [79] Bhattacharyya D, Smith PD. The development of longitudinal strain in cold roll forming and its influence on product straightness. *Advanced Technology of Plasticity* 1984; Vol1.
- [80] Weng CC, Pekoz T. Residual stresses in cold-formed steel members. *Journal of Structural Engineering* 1990; 116(6).
- [81] Walton HW. Deflection methods to estimate residual stress. *Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel*, ASM International, Materials Park, Ohio. 2002.

- [82] Jandera M, Gardner L, Machacek J. Residual stresses in cold-rolled stainless steel hollow sections. *Journal of Constructional Steel Research* 2008; 64: 1255-1263.
- [83] Cruise RB, Gardner L. Residual stress analysis of structural stainless steel sections. *Journal of Constructional Steel Research* 2008; 64: 352-366.
- [84] Anapayan T, Mahendran M, Mahaarachchi D. Lateral distortional buckling tests of a new hollow flange channel beam. *Thin-Walled Structures* 2011; 49: 13-25.
- [85] AISI-S100-07. North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. 2007.
- [86] EN 1993-1-3. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. September 2005.
- [87] EN 15512. Steel static storage systems – Adjustable pallet racking system – Principles for structural design. European Standard. European Committee for Standardization. March 2009.
- [88] ANSYS Release 13.0 Documentation, Ansys Inc.
- [89] MATLAB Release R2007b Documentation, Mathwork
- [90] R. Hill. The mathematical theory of plasticity. The Oxford Engineering Science Series.
- [91] Hoffman, Sachs. Introduction to the theory of plasticity for engineers. McGraw-Hill Book Company. 1953.
- [92] Marciniak, Duncan, Hu. Mechanics of sheet metal forming. Butterworth-Heinemann 2002.
- [93] Casafont M, Pastor MM, Roure F, Peköz T. An experimental investigation of distortional buckling of steel storage rack columns. *Thin-Walled Structures* 2011; 49:933-946.
- [94] Bhattacharyya D., Smith P.D., Yee C.H., Collins I.F. The prediction of deformation length in cold roll-forming. *Journal of Mechanical Working Technology* 1984; 9:181-191.
- [95] Chiang K. F. Cold Roll Forming, Phd Thesis. University of Auckland. 1984.
- [96] Zhu S. Theoretical and experimental analysis of roll-forming, Phd Thesis. University of Auckland 1993.
- [97] Lindgren M. Experimental and computational investigation of the roll-forming process, Phd Thesis. Lulea University of technology. 2009.

- [98] Quach W.M., Teng J.G., Chung K.F, Residual stresses in steel sheets due to caoiling and uncoiling: a closed-form analytical solution. *Engineering Structures* 2004; 26:1249-1259.
- [99] Halmos G.T. *Roll forming Handbook*. CRC Press, 2006.
- [100] Seminario NRGMAQ sobre tecnologies del perfilado. Barcelona 2012.
- [101] *Handbook of Residual stress and deformation of steel*. ASM International, Materials Park, Ohio 2002.
- [102] Li S.H., Zeng G., Ma Y.F, Guo Y.J, Lai X.M. Residual stresses in roll-formed square hollow sections. *Thin-Walled Structures* 2009; 47:505-513.
- [103] Tong L., Hou G., Chen Y., Zhou F., Shen K., Yang A. Experimental investigation on longitudinal residual stresses for cold-formed thick-walled square hollow sections. *Journal of Constructional Steel Research* 2012; 73: 105-116.
- [104] Wen-Wei P.E. *Cold-Formed Steel Design*. John Wiley & Sons, Inc. 2000
- [105] Guo YJ, Zhu Zhu A, Pi YL, Tin-Loi F. Experimental Study on compressive strengths of thick-walled cold-formed sections. *Journal of Constructional Steel Research* 2007; 63: 718-723.
- [106] Zhu JH, Young B. Effects of transverse welds on aluminium alloy columns. *Thin-walled Structures* 2007; 47:321-329.
- [107] Karren, Winter. Effects of cold-forming on light-gage steel members. Report 318. Department of Structural Engineering. School of Civil Engineering. Cornell University. 1965.
- [108] Crisan A. Buckling strength of cold-formed steel sections applied in pallet rack structures. PhD thesis. University of Timisoara, 2011.
- [109] Lecce M, Rasmussen KJ. Experimental investigation of the distortional buckling of cold-formed stainless steel sections. Research report R844. Department of Civil Engineering. University of Sydney. 2005
- [110] Dubina. D. The ECBL approach for interactive buckling of thin-walled steel members. *Steel and Composite Structures* 2001; 1:75-96.
- [111] Ungureanu V., Dubina D. Recent research advances on ECBL approach. Part I: Plastic-elastic interactive buckling of cold-formed steel sections. *Thin-Walled Structures* 2004; 42:177-194.
- [112] Szabo I.F., Dubina D. Recent research advances on the ECBL approach. Part II: interactive buckling of perforated sections. *Thin-Walled Structures* 2004; 42:195-210.

- [113] Crisan A, Ungureanu V., Dubina D. Behaviour of cold-formed steel perforated sections in compression. Part 1 – Experimental investigations. *Thin-Walled Structures* 2012; 61:86-96.
- [114] Crisan A., Ungureanu V., Dubina D. Behaviour of cold-formed steel perforated sections in compression: Part 2 – numerical investigations and design considerations. *Thin-Walled Structures* 2012; 61:97-105
- [115] Davies JM, Leach P, Taylor A. The design of perforated cold-formed steel sections subject to axial load and bending. *Thin-Walled Structures* 1997; 29:141-157.
- [116] Casafont M, Pastor M, Bonada J, Roure F, Peköz T. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the finite strip method. *Thin-Walled Structures* 2012; 61:71-85.
- [117] Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J, Peköz T. An investigation on the design of steel storage rack columns via the direct strength method. *Journal of Structural Engineering*. Article in Press. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000620
- [118] Yao Z, Rasmussen K. Material and geometric isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled steel structures – Analytical developments. *Thin-Walled Structures* 2011; 49:1359-1373.
- [119] Yao Z, Rasmussen K. Material and geometric isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled steel structures – Numerical Investigations. *Thin-Walled Structures* 2011; 49:1374-1391.
- [120] Timoshenko S, Gere J. *Theory of elastic Stability*. McGraw-Hill Book Company 1961.
- [121] Conventional Pallet racking. Mecalux SA.
- [122] Ashraf M, Gardner L, Nethercot DA, Strength enhancement of the corner regions of stainless steel cross-sections. *Journal of Constructional Steel Research* 2005; 61: 37-52.
- [123] Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J. Calibration of the reduced thickness model for uniform loading. Report de recerca. Barcelona 2012.

12. Publicacions fetes en el camp d'estudi

Articles publicats:

Bonada J, Casafont M, Roure F, Pastor M.M. Selection of the initial geometrical imperfection in nonlinear analysis of cold-formed steel rack columns. *Thin-Walled Structures* 2012, 51:99-111.

Casafont M, Pastor MM, Bonada J, Roure F, Peköz T. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the Finite Strip Method. *Thin-Walled Structures* 2012, 61:71-85.

Pastor MM, Bonada J, Roure F, Casafont M. Residual stresses and initial imperfections in non-linear analysis. *Engineering Structures* 2013, 46:493:507.

Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J, Peköz T. An investigation on the design of steel storage rack columns via the direct strength method. *Journal of structural engineering (ASCE)* 2013, Vol 139, 5:669-679.

Participacions en congressos:

Pastor MM, Bonada J, Roure F, Casafont M. Experimental measurements and numerical analysis of roll-forming residual stresses in a pallet rack upright. 2nd Symposium for manufacturing in the Euroregion. Castelldefels, Espanya. 2012.

Peköz T, Kiyimuz G, Casafont M, Pastor MM, Bonada J. Design of perforated industrial storage rack columns for distortional buckling. 21st International speciality conference on cold-formed steel structures- Recent research and developments in cold-formed steel design and construction. Sain Louis, Estats Units d'Amèrica. 2012.

Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J. Design of storage rack columns against distortional buckling: investigating possible improvements to EN 15512. 8th European solid mechanics conference. Graz, Austria 2012.

Pastor MM, Bonada J, Roure F, Casafont M. The influence of residual stresses on the buckling behaviour of rack uprights. The eleventh international conference on computational structures technology. Dubrovnick, Croacia 2012.

Pastor MM, Roure F, Casafont M, Bonada J, Noguera J. Longitudinal strain distributions in rack uprights. Equivalent thickness. The 6th International Conference on Thin-Walled Structures. Timisioara, Romania. 2011

Casafont M, Caparrós JF, Pastor MM, Roure F, Bonada J. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the finite strip method. The 6th International Conference on Thin-Walled Structures. Timisoara, Romania. 2011

Pastor MM, Casafont M, Roure F, Bonada J, Noguera J. Influence of holes on the behaviour of cold-formed steel sections under compression. SDSS Rio 2010 Stability and Ductility of Steel Structures. Rio de Janeiro, 8-10/09/2010.

Reports de recerca:

Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J. Test method for distortional buckling of compressed pallet rack members. Length of specimens. ERF, 2011.

Casafont M, Pastor MM, Roure F, Bonada J, Peköz, T. An investigation on the design of steel storage rack columns by the Direct Strength Method. ECCS 7.5 / RMI / ERF-FEM. Ithaca (NY), 2011.

Roure F, Somalo MR, Bonada J. Fatigue tests on Connection of cross-aisle tie to upright (Preliminary results). ERF Technical Committee. Barcelona, 2011.

