

Universidade de Lisboa

Faculdade de Belas Artes



Geometria Descritiva

História e didática - novas perspetivas

Odete Rodrigues Palaré

Doutoramento em Belas Artes

(Especialidade em Geometria)

Lisboa – 2013

Universidade de Lisboa

Faculdade de Belas Artes



Geometria Descritiva

História e didática - novas perspetivas

Odete Rodrigues Palaré

Doutoramento em Belas Artes

(Especialidade em Geometria)

Tese orientada pelos Professores Doutores

Hugo Martins Gonçalves Ferrão

Juan Manuel Barredo Cahue

... aos meus pais João e Emena

Resumo

Neste trabalho foi definido como principal objetivo o estudo da didática no ensino da Geometria Descritiva quando sujeita ao impacto da utilização dos diferentes recursos didáticos disponíveis nas aulas presenciais. O estudo baseia-se em duas componentes fundamentais, na identificação e circunscrição dos conteúdos existentes no atual programa e na gestão dos recursos didáticos disponíveis, de forma a potencializar a capacidade de visualização espacial e assim permitir elevar os níveis de aprendizagem no ensino da geometria.

Na procura de uma didática entendida como instrumento pedagógico que pretende encontrar metodologias e técnicas de ensino foi possível investigar sobre o enquadramento dos conteúdos da Geometria Descritiva, assim como a base histórica da sua configuração no Ensino Secundário até à atualidade. Foram apresentados igualmente os atuais modelos de formação de professores, mais concretamente o aplicado ao Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa.

A necessidade de desenvolver uma pesquisa no âmbito da psicologia educacional acabou por revelar a importância do conhecimento do espaço nas diversas teorias, embora se tenha focado, com maior profundidade na teoria piagetiana, servindo esta para reforçar os resultados obtidos no estudo empírico realizado.

Foram apresentados por categorias os recursos didáticos disponíveis, bem como todos os aspetos fundamentais para a sua eficácia. Foi efetuado um estudo relativo à introdução das diferentes tipologias de recursos didáticos na cronologia da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário. No sentido de enriquecer o enquadramento da investigação, foi analisado na vertente histórica e didática um conjunto de modelos

tridimensionais didáticos de Geometria Descritiva pertencentes atualmente ao Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa.

Face à natureza do tema e à possibilidade de ter como referência as aulas presenciais da disciplina de Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, foi desenvolvido um questionário, utilizando como referência o modelo empírico para os anos letivos compreendidos entre 2007 e 2010, de forma a obter resultados válidos para o estudo do sistema, quando confrontados com um grupo de controlo apresentado adicionalmente para o efeito. Sendo este último caracterizado por uma amostra representativa do atual universo de professores que já lecionou Geometria Descritiva A no Ensino Secundário em Portugal continental.

Os resultados sugerem que deve haver um compromisso entre os recursos didáticos selecionados e o rigor científico, fundamentalmente pelo tempo requerido para a construção de materiais didáticos com uma base tecnológica superior. Foi possível verificar que a visualização espacial é mais elevada quando: o sistema de representação permite a representação das três vistas em simultâneo com ou sem projeção direta; quando se apresentam perante representações tridimensionais com linhas fechadas, independentemente do sistema de representação; ou quando se utiliza no processo de resolução algo que transmita movimento. Indicam ainda os resultados que a maioria dos professores do Ensino Secundário não utiliza recursos com base tecnológica para incrementar a visualização espacial, mantendo as suas escolhas perante os conteúdos da disciplina.

Comparados os dois grupos do estudo, foi possível concluir que os alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa utilizam frequentemente recursos de ordem tecnológica superior, que permitem expandir o domínio do conhecimento espacial proporcionado pela Geometria Descritiva. Relativamente ao modelo proposto, este irá permitir uma otimização das diferentes componentes do sistema, o que se poderá traduzir numa nova referência em futuras iterações do processo de incrementação qualitativo da visualização espacial.

Palavras-chave: Geometria Descritiva, Didática da Geometria Descritiva, Recursos Didáticos, Mestrado em Ensino.

Abstract

The aim of this work is to find the best educational way in teaching descriptive geometry when subjected to the impact of using different teaching available resources in a classroom. The study is based on two fundamental components, the identification and division of the existing contents in current program and the management of available educational resources, in order to enhance the ability of spatial visualization and thus allow raising levels of learning in teaching geometry.

Looking for a teaching understood as an educational tool that aims to find methods and techniques of teaching, was able to investigate the contents frame of Descriptive Geometry, as well as the historical basis for its setting at the secondary school teaching. Current models of teachers training, more specifically applied to the Master in Teaching Visual Arts, University of Lisbon were also presented.

Developing a research in educational psychology field, ended by reveal the importance of space knowledge in different theories, although we have focused in greater depth on Piaget's theory, this serving to reinforce the results in the empirical study.

The available teaching resources were presented by categories, as well as all the fundamental aspects for its effectiveness. A study on the introduction of different types of learning resources in the chronology of the discipline of Descriptive Geometry in secondary education was also performed. In order to enrich the framework of the research, a set of three-dimensional models of Descriptive Geometry was analyzed in a historical and educational base, knowing that these models currently belong to the National Museum of Natural History and Science, University of Lisbon.

Given the nature of the subject and the possibility of having as a reference the presencial classes of discipline of Didactics of Geometry of the Master in Teaching Visual Arts, University of Lisbon, a questionnaire was developed, using as reference the empirical model for the academic years of between 2007 and 2010, in order to obtain valid results for the study of the system when faced with a control group additionally presented for the purpose. Being that latter characterized by a representative sample of the current universe of teachers who have taught Geometry Descriptive A at the Secondary Education in mainland Portugal.

The results suggest that there should be a compromise between the selected educational resources and the scientific contents, mainly by the time required for the construction of educational materials with superior technologic base. It was able to check that spatial visualization is highest when: the representation system allows to represent the three object's views in simultaneously with or without direct projection; when it shows facing a dimensional representation with closed lines, regardless of the system of representation; or when is used in the resolution process something that conveys motion. The results show also that most teachers of Secondary Education do not use technology-based resources to increase spatial visualization, keeping their choices independently of discipline contents.

Compared the two groups of the study, it was ended that the students of the Master in Teaching Visual Arts, University of Lisbon frequently use higher order technological resources that allow you to expand the domain of spatial knowledge provided by Descriptive Geometry. Regarding the proposed model, this one will allow an optimization of the various components of the system, which can translate into a new reference in future iterations of qualitative increment process of spatial visualization.

Keywords: Descriptive Geometry, Teaching Descriptive Geometry, Didactic Resources, Master in Teaching.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostava de agradecer aos meus pais por terem respeitado as minhas opções ao longo da vida.

Como é comum num trabalho de investigação, a partilha de diversos materiais, imagens, livros, e outros documentos escritos por parte de diversas pessoas revelou-se fundamental para a construção deste trabalho de investigação, assim como a ampliação de conhecimentos que permitiram balizar e definir os limites deste trabalho de investigação. São eles Juan Barredo Cahue, Ezequiel Nicolau, Carlos Vidal, José Rebelo, Luís Gonçalves, Álvaro Almeida, Luís Pinto, Ana Leal e Margarida Calado.

O trabalho apresentado no capítulo dos «Recursos Didáticos», relativo aos Modelos de Geometria Descritiva, foi realizado com o incentivo e a partilha de diversos materiais (fichas dos objetos, imagens, cartas de compra, etc.) disponibilizados pela Doutora Marta Lourenço do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa e a quem gostaria de agradecer, assim como à Doutora Eugénia Silva (colaboradora), ao Dr. Vitor Gens do Arquivo Histórico, à Dra. Cláudia Pereira da Biblioteca e à Doutora Susana Nápoles do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Agradeço à Dra. Patrícia Costa e ao Dr. Paulo Moreira (Biblioteca) do Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), pela disponibilização de diversos materiais (textos e imagens) caracterizadores da coleção de modelos de Geometria do ISEP.

Gostava de agradecer a colaboração da Dra. Rosa Carvalho do Centro de Documentação e Informação em Educação da Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) e ao Dr. Carlos Malaca do Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação (GEPE), ambos do Ministério da Educação.

À Aproged e à Vera Viana agradeço a colaboração na divulgação do questionário e no esclarecimento de diversas questões relativas ao ensino da Geometria Descritiva no Ensino Secundário.

À Professora Margarida Calado agradeço a confiança que depositou em mim para colaborar no Mestrado em Ensino das Artes Visuais, no âmbito das cadeiras da Geometria, assim como na partilha de diversos materiais de caracterização do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa.

Ao Professor António Pedro Marques, agradeço sobretudo a forma como conseguiu criar uma nova dinâmica nas diversas áreas que constituem atualmente o Grupo de Desenho da Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa.

Um especial agradecimento a toda a equipa da Biblioteca da Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa.

Agradeço a todos os colegas, professores de Geometria Descritiva do Ensino Secundário, a colaboração nos questionários, fundamental para a análise comparativa.

Aos meus alunos, pela colaboração nos questionários e pelas diversas conversas que aconteceram ao longo do meu percurso como docente, que sucessivamente convidavam a um novo olhar para o ensino e a aprendizagem da Geometria.

Agradeço também, a todos os colegas e amigos por toda a ajuda prestada e pelas palavras de incentivo que sempre me foram dirigidas.

Ao Professor Hugo Ferrão pela sua competência investigativa, pelo contacto com outra cultura universitária através do Professor Catedrático Juan Manuel Barredo Cahue da Faculdade de Belas-Artes da Universidade do País Basco, e pela visão de futuro, em que as novas tecnologias de matriz digital irão expandir e criar novos enquadramentos deste domínio de investigação. Ao Professor Juan Manuel Barredo Cahue agradeço o facto de ter aceitado colaborar neste projeto, pela partilha de experiências e conhecimentos relativamente ao ensino da Geometria em Belas Artes.

Aos meus primos Joana e Fazir agradeço todo o incentivo e apoio no tratamento dos dados recolhidos para o estudo empírico.

Um especial agradecimento ao Ricardo, pela sua constante motivação, paciência e coragem por me acompanhar e colaborar neste trabalho. E aos meus filhos Francisco e Rodrigo, sempre que se viram privados da minha presença.

Índice

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Índice	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xiii
Capítulo 1 Introdução	1
1.1 Enquadramento.....	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Metodologia.....	5
1.4 Estrutura da tese	8
Capítulo 2 Ensino da Geometria Descritiva	11
2.1 Representação e Geometria	11
2.2 Aspetos relevantes da História da Geometria.....	13
2.3 Configuração da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal.	26
2.3.1 Breve enquadramento do atual Ensino Secundário	26
2.3.2 Geometria Descritiva no Ensino Secundário.....	31
2.3.3 O atual Programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário	42
2.4 Atual modelo de formação de professores	46
2.5 Criação do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa	48
2.6 Componente de formação de Geometria do MEAV da UL	52
2.6.1 Geometria III e Geometria	53
2.6.2 Didática da Geometria.....	53
2.7 Síntese conclusiva	54
Capítulo 3 Visualização espacial, imagens mentais e posterior formalização	57
3.1 Introdução.....	57
3.2 Conceito de inteligência	58
3.3 Teorias da inteligência.....	59
3.3.1 O início da psicologia da inteligência	59
3.3.2 Uma abordagem psicométrica	61
3.3.3 Abordagem desenvolvimentista	71
3.3.4 Abordagem cognitivista e teorias abrangentes	72
3.3.5 A inteligência e a psicologia educacional	75
3.4 Aptidão espacial	76
3.4.1 A abordagem desenvolvimentista da aptidão espacial	78
3.5 Jean Piaget e o modelo desenvolvimentista	79
3.5.1 Os estádios do desenvolvimento cognitivo de Piaget.....	82

3.5.2	A assimilação e acomodação	89
3.5.3	A construção do cérebro e os estádios de Piaget	90
3.6	A teoria desenvolvimentista de Piaget e o espaço	91
3.6.1	A intuição das formas entre o espaço perceptivo e espaço representativo	94
3.6.2	O objeto, as perspectivas espaciais e o tempo	98
3.6.3	O desenho geométrico e o desenvolvimento cognitivo	101
3.6.4	Sistemas de coordenadas	105
3.7	Formalização do desenho geométrico	107
3.7.1	A representação	107
3.7.2	Componentes do desenho geométrico	108
3.7.3	Formalização	111
3.7.4	Função comunicativa	115
3.8	Síntese conclusiva	118
Capítulo 4	Recursos didáticos	121
4.1	Introdução	121
4.2	Generalidades dos recursos didáticos	122
4.2.1	Tipos	123
4.2.2	Objetivos associados à sua utilização	124
4.2.3	Avaliação e seleção dos meios didáticos	125
4.3	Recursos para o ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva	127
4.4	Modelos tridimensionais da Politécnica	139
4.4.1	O inventor, o fabricante e a coleção de modelos	140
4.4.2	A criação da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica	147
4.4.3	O Programa da cadeira de Geometria Descritiva e a integração dos modelos nas aulas	153
4.4.4	O processo de aquisição dos modelos para a cadeira de Geometria Descritiva	159
4.4.5	Integração dos modelos desta coleção como peças museológicas	161
4.4.6	A coleção de Modelos de Geometria Descritiva do Instituto Superior de Engenharia do Porto	164
4.5	Síntese conclusiva	166
Capítulo 5	Modelo empírico	169
5.1	Introdução	169
5.2	Caracterização do modelo	170
5.2.1	Funcionalidades	171
5.2.2	Validação	173
5.3	Implementação do questionário	175
5.3.1	Procedimentos	176
5.3.2	Variáveis	180
5.3.3	Objetivos das questões	181
5.3.4	Categorias	184
5.4	População	190
5.5	Análise estatística	192
5.6	Síntese conclusiva	193
Capítulo 6	Análise de resultados	195
6.1	Introdução	195
6.2	Cenário	196
6.3	Características do perfil	198
6.3.1	Género	198
6.3.2	Intervalos etários	199
6.3.3	Situação profissional	200
6.3.4	Áreas de licenciaturas	201
6.3.5	Situação presente em relação à Geometria Descritiva	202
6.3.6	Distribuição por concelhos	202
6.3.7	Experiência profissional no ensino de Geometria Descritiva A	204
6.4	Características da experiência	205
6.4.1	Classificações	206
6.4.2	Análise dos recursos IT para cada um dos conteúdos	210
6.4.3	Análise da utilização de recursos IT para cada um dos conteúdos considerando o perfil da licenciatura	212

6.4.4	A visualização espacial para cada um dos conteúdos	214
6.4.5	Relacionar a visualização espacial com a utilização de recursos IT	215
6.4.6	Análise da relação entre a evolução na aprendizagem e a visualização espacial	217
6.4.7	Comparação da evolução na aprendizagem dos alunos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias com os alunos do Curso Geral de Artes Visuais	219
6.5	Síntese conclusiva	220
Capítulo 7 Conclusões		223
7.1	Resumo da investigação	223
7.2	Resultados	225
7.3	Futuros desenvolvimentos	230
Anexo A Coleção de modelos de geometria descritiva		A.1
A.1	Programa do Curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861	A.1
A.2	Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa	A.6
Anexo B Grupo MEAV-UL		B.1
B.1	Caracterização da população alvo	B.1
Anexo C Questionários		C.1
C.1	Questionário – Utilização de recursos no âmbito da disciplina de Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa	C.1
C.2	Questionário – Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário	C.4
Anexo D Grupo P-ES		D.1
D.1	Definição da população	D.1
D.2	Representatividade da amostra do Grupo P-ES	D.6
D.3	Valores médios de IT por área de licenciatura e por conteúdo	D.8
Bibliografia		a
Bibliografia Geral		a
Referências na Internet		v
Registo Vídeio		aa
Arquivo Histórico do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa		aa
Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa		cc
Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto		dd
Legislação		dd

Índice de figuras

Figura 1.1 – Modelo Conceptual	7
Figura 1.2 – Áreas temáticas do questionário.....	9
Figura 2.1 – Gravura rupestre, Foz-Côa. Portugal. c. 28 000 a 8 000 a. C.	12
Figura 2.2 – Bisão ferido, Altamira. Cantábria, Espanha. c. 14.000 - 12.000 a. C.	12
Figura 2.3 – Pinturas rupestres, Lascaux. Dordogne, França. c. 15 000 a 10 000 a. C..	12
Figura 2.4 – Estátua de Gudea. Lagash (Telloh). c. de 2150 a. C.	12
Figura 2.5 – Planta do Papiro do Túmulo de Ramsés IV. c. de 1160 a. C.	12
Figura 2.6 – Villa Cornaro, Andrea Palladio, Piombino Dese, Itália, 1553	13
Figura 2.7 – Villa Almerico (ou Villa Rotonda), Andrea Palladio, 1570.....	13
Figura 2.8 – Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, 1600 a. C.....	14
Figura 2.9 – «Elementos» de Euclides. Livro I. Proposição 47 –“Teorema de Pitágoras”, séc. IX.....	15
Figura 2.10 – Pintura na parede de uma das casas de Pompeia (ao lado de uma fonte de água)	16
Figura 2.11 – Ânfora de Exéquias, figuras negras, ca. 530 a. C., Museu Gregoriano, Vaticano.....	16
Figura 2.12 – «De Architectura». M. Vitruvius	16
Figura 2.13 – Duccio di Buoninsegna. Maestà, 1308. Museu da Catedral de Siena.....	16
Figura 2.14 – Giotto di Bondone. Maestà di Ognissanti, 1310. Galeria dos Uffizi, Florença	16
Figura 2.15 – Pietro Lorenzetti, Entrada de Cristo em Jerusalém, 1320-30. Basílica de S. Francisco Assis	16
Figura 2.16 – Método de Alberti. O “velo” com a “quadratura” no “Artista desenhando uma mulher deitada”, de Albrecht Dürer, 1525.....	17
Figura 2.17 – Gérard Desargues, «Exemple de l'une des manières universelles du SGDL touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point de distance ny d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage», 1636	18
Figura 2.18 – Andréa Pozzo. A Apoteose de Santo Ignácio, 1688-90. Igreja de Santo Ignácio, Roma.....	20
Figura 2.19 – Borromini. Galeria do Palácio Spada Roma, 1652	20
Figura 2.20 – Giuseppe Galli-Bibiena. “Architectural capriccio”. Academia de Belas Artes, Bolonha.....	20
Figura 2.21 – Hans Holbein. Os embaixadores, 1533	20
Figura 2.22 – Jean Fouquet (1420-1480). Entrada do Imperador Charles IV na Igreja de Saint-Denis, e. 1455-60. Perspetiva cilíndrica	21
Figura 2.23 – Lam 1ª de Geometría Descriptiva de Gaspard Monge 1803 (1794)	23

Figura 2.24 – William Farish. Isometria «Optimal-grinding engine model», 1822.....	24
Figura 2.25 – Est. XXIII - Sombras de sólidos, pirâmide reta e prisma reto (Classe 4. ^a)	32
Figura 2.26 – Est. III - Sombras, cone reto de base circular (Classe 5. ^a)	32
Figura 2.27 – «Sombras duma pirâmide quadrangular assente pela base no plano horizontal» Representação do modelo tridimensional	35
Figura 2.28 – «Sombras duma pirâmide quadrangular assente pela base no plano horizontal» Representação por Dupla Projeção Ortogonal	35
Figura 2.29 – Interseção de uma reta com um plano – método geral.....	36
Figura 2.30 – Interseção de uma reta com um plano – perspectiva cavaleira.....	36
Figura 2.31 – Interseção de uma reta com um plano – representação por Dupla Projeção Ortogonal	36
Figura 2.32 – Aplicação de «esbatidos na projecção vertical de dois sólidos sobrepostos, um deles uma pirâmide, o outro um prisma»	37
Figura 2.33 – «Determinação da perspectiva de um quadrado existente num plano dado»	39
Figura 2.34 – Perspetiva de um cone assente no geometral	39
Figura 3.1 – Modelo dicotómico de Cattell.....	63
Figura 3.2 – Modelo da estrutura da inteligência de Guilford, 1985.....	65
Figura 3.3 – Teoria da inteligência hierárquica de Vernon	67
Figura 3.4 – Teoria Cattell-Horn-Carroll (CHC) das habilidades cognitivas.....	69
Figura 3.5 – Teoria das inteligências múltiplas de Gardner	74
Figura 3.6 – Teoria triárquica da inteligência de Rosenberg.....	75
Figura 3.7 – Aceleração negativa do desenvolvimento intelectual, proposta por Bloom	76
Figura 3.8 – Desenvolvimento cognitivo – Modelo de Piaget	82
Figura 3.9 – Interação assimilação e acomodação	90
Figura 3.10 - Construção das relações espaciais no modelo desenvolvimentista piagetiano	92
Figura 3.11 – Espaço Percetivo e Espaço Representativo.....	97
Figura 3.12 – Transposição de uma imagem para o plano do desenho	100
Figura 3.13 – Configuração espacial de objetos num espaço interior, perspectiva.....	102
Figura 3.14 – Configuração espacial de objetos num espaço interior, traçado geométrico da perspectiva.....	102
Figura 3.15 – «Representação, em alçado e planta, de um conjunto constituído por uma estrada com árvores e por uma casa com piscina». Dupla Projeção Ortogonal de um espaço exterior.....	104
Figura 3.16 – Determinação da perspectiva do conjunto representado na figura anterior	104
Figura 3.17 – Resultado final da perspectiva do conjunto representado na figura anterior	104
Figura 3.18 – «Exemplos gráficos em que o traçado assume a característica de «objecto»,	109
Figura 3.19 – «Exemplos gráficos em que o traçado assume a função do contorno: é a parte do campo nele contido que resulta significativa».....	109
Figura 3.20 – «Exemplos de traçados gráficos em função da textura»	110
Figura 3.21 – James J. Gibson. Projeções óticas de uma superfície longitudinal e de uma frontal	110
Figura 3.22 – Representação por dupla projecção ortogonal de um cone de revolução de base horizontal e vértice no plano horizontal de projecção.....	112

Figura 3.23 – Representação axonométrica de uma pirâmide pentagonal regular reta com a base assente no plano de perfil de projeção	114
Figura 3.24 – Organização dos elementos constituintes de uma comunicação.....	116
Figura 3.25 – Signo (Significado/Significante/Referente)	116
Figura 4.1 – Os três fatores para atingir a eficácia de uma aula.....	126
Figura 4.2 – Introdução de recursos didáticos utilizados na Geometria Descritiva no Ensino Secundário	127
Figura 4.3 – Modelo de construção de planos de projeção no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal.....	132
Figura 4.4 – Modelo de observação direta de fenómenos de iluminação, para estudar as sombras.....	133
Figura 4.5 – Modelo de perspetógrafo para ser usado em experiências de observação e desenho	133
Figura 4.6 – Modelo de imagens refletidas em espelho plano	133
Figura 4.7 – «Modelo A» – com os três planos representando as três dimensões	134
Figura 4.8 – «Modelo A» – com os três planos de projeção coincidentes	134
Figura 4.9 – «Modelo L» – acessório do «Modelo A» para visualizar a rotação de uma reta	134
Figura 4.10 – «Modelo B a K» – Suporte do eixo vertical.....	135
Figura 4.11 – «Modelo B a K» – Peças representativas das geratrizes	135
Figura 4.12 – «Modelo M» – Rebatimento de um plano oblíquo	136
Figura 4.13 – «Modelo N» – Visualização do triedro definido pelos planos coordenados	136
Figura 4.14 – Théodore Olivier (1793-1853)	141
Figura 4.15 – Interior da caixa de um dos modelos – suspensões com pesos de chumbo. Superfícies regradadas,1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; Nº de Inventário MCUL 1114	144
Figura 4.16 - Conjunto de figuras que ilustram o modelo de transformação de cilindro a hiperboloide de uma folha a cone assintótico e paraboloides tangente. Superfícies regradadas,1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; Nº de Inventário MCUL 1127	144
Figura 4.17 – Superfícies regradadas,1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; Nº de Inventário MCUL 1114	145
Figura 4.18 – Interseção de Superfícies - dois troncos de cone, 1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; Nº de Inventário MCUL 1122	146
Figura 4.19 – Etiqueta em chapa pregada na base de um dos modelos: “INVT. TH. OLIVIER 1830 FABRE DE LAGRANGE PHISICIEN-CONSTRUCTEUR Paris 1861, place St. Sulpice, 4”.....	147
Figura 4.20 – Luiz Porfírio da Mota Pegado (1831-1903).....	153
Figura 4.21 – Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho (1838-1919).....	153
Figura 4.22 - Luiz Guilherme Borges de Sequeira (1872-?).....	153
Figura 4.23 – Capa “Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica – Tomo I”, 1899, Luiz Porfírio da Motta Pegado	155
Figura 4.24 – «Anfiteatro de Geometria da Escola Politécnica, 1887-1888»; Foto de J. David, Paris, Cota MCUL – 1045; Imagem integrada na exposição “Memórias e Espaços da Politécnica”.....	158
Figura 4.25 – «Sala de Desenho da Escola Politécnica», Foto A. Bobone, fotógrafo da Casa Real Portuguesa, Cota MCUL – 1046; Imagem integrada na exposição “Memórias e Espaços da Politécnica”	159

Figura 4.26 – Modelo de transformação de um cilindro num hiperboloide de uma folha; N° de inventário - MPL312OBJ; Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto	166
Figura 4.27 – Modelo de penetração de dois cilindros; N° de inventário - MPL307OBJ; Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto	166
Figura 5.1 – Relação entre as 3 variáveis chave para evolução da aprendizagem Geometria Descritiva A	170
Figura 5.2 – Caracterização do modelo empírico.....	172
Figura 5.3 – Representação do processo de incrementação qualitativa da visualização espacial	173
Figura 5.4 – Página de introdução ao “Questionário: Utilização de recursos no âmbito da disciplina da Didáctica da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa”	177
Figura 5.5 – Página de introdução ao “Questionário: Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário”	178
Figura 5.6 – Representação das relações entre os principais conceitos da amostragem	190
Figura 6.1 – Caracterização do género	198
Figura 6.2 – Distribuição por intervalos etários	199
Figura 6.3 – Caracterização da situação profissional	200
Figura 6.4 – Distribuição por área de licenciatura.....	201
Figura 6.5 – Caracterização da situação atual da amostra no ensino de Geometria Descritiva A, ano letivo 2010/11	202
Figura 6.6 – Mapas com a distribuição geográfica por Concelho da origem das respostas dos Grupos MEAV-UL e P-ES	203
Figura 6.7 – Mapas temáticos para a representação geográfica por Concelho da origem das respostas do Grupo P-ES por: Grupo Etário, Anos de Experiência e Área Académica	204
Figura 6.8 – Distribuição por intervalos de anos de experiência profissional no ensino da Geometria Descritiva A	205
Figura 6.9 – Distribuição por utilização de recursos	206
Figura 6.10 – Distribuição do Índice Tecnológico	208
Figura 6.11 – Valores Médios de IT por conteúdos. * Indica diferença estatística entre os Grupos P-ES e MEAV-UL com $p<0.05$	210
Figura 6.12 – Valores médios de IT por conteúdos em cada uma das áreas de licenciatura, no Grupo P-ES. * Indica diferença estatística entre Design e Arquitetura com $p<0.05$; § Indica diferença estatística entre Artes Plásticas e Arquitetura com $p<0.05$	213
Figura 6.13 – Valores médios de IT por conteúdos em cada uma das áreas de licenciatura, no Grupo MEAV-UL.....	213
Figura 6.14 – Valores médios de visualização espacial por conteúdos.....	214
Figura 6.15 – Correlação entre a visualização espacial e o índice tecnológico dos recursos didáticos utilizados no Grupo MEAV-UL, exemplo para C7.....	216
Figura 6.16 – Correlação entre a visualização espacial e o índice tecnológico dos recursos didáticos utilizados no Grupo P-ES, exemplo para C7	216
Figura 6.17 – Correlação entre a visualização espacial e a evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo MEAV-UL	218
Figura 6.18 – Correlação entre a visualização espacial e a evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo P-ES.....	218

Figura 6.19 – Evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo P-ES por área de curso	219
Figura B.1 – Distribuição por área de licenciatura da população alvo do Grupo MEAV-UL.....	B.3
Figura B.2 – Distribuição do género da população alvo do Grupo MEAV-UL.....	B.3
Figura D.1 – N° de Escolas Secundárias com Professores do Grupo 600 (por Distrito)	D.1
Figura D.2 – Cópia do email enviado para as Escolas Secundárias do Distrito de Setúbal, que constituíram a população do Grupo P-ES – exemplo	D.2
Figura D.3 – Processo de determinação do Universo.....	D.2
Figura D.4 – N° de Professores do Grupo 600 (por Distrito) [GEPE]	D.3
Figura D.5 – N° de Professores do Grupo 600 em Escolas Secundárias de Portugal continental	D.3
Figura D.6 – Processo de estimativa da população alvo	D.3
Figura D.7 – Processo de estimativa da representatividade da amostra relativa á população alvo.....	D.6
Figura D.8 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Arquitetura	D.8
Figura D.9 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Artes Plásticas	D.8
Figura D.10 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Design	D.8

Índice de tabelas

Tabela 2.1 – Resumo do programa de Geometria Descritiva.....	44
Tabela 2.2 – Áreas científicas e distribuição de créditos para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário	49
Tabela 2.3 – Áreas científicas e distribuição de créditos para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário	50
Tabela 3.1 – Aptidões primárias de Thurstone.....	62
Tabela 3.2 – Dezanove fatores primários ou de primeira ordem de Cattell	64
Tabela 3.3 – Modelo hierárquico dos três estratos de Carroll	68
Tabela 3.4 – Fatores da Teoria de Cattell-Horn-Carroll (CHC).....	70
Tabela 3.5 – Principais áreas de estudo da psicologia cognitiva.....	73
Tabela 3.6 – Evolução do espaço percetivo na criança	95
Tabela 4.1 – Elementos estruturais dos meios didáticos	122
Tabela 4.2 – Tipos de recursos didáticos.....	123
Tabela 4.3 – Objetivos/funcionalidades dos recursos didáticos	124
Tabela 4.4 – Características específicas para seleção dos recursos didáticos	125
Tabela 4.5 – Tabela cronológica da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica	149
Tabela 4.6 – Programa do curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861	156
Tabela 4.7 – Tabela das peças divididas por nºs de inventário em dois grupos.....	161
Tabela 4.8 – Propostas de denominações para os Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa.....	162
Tabela 5.1 – Variáveis do estudo.....	180
Tabela 5.2 – Objetivos dos questionários	182
Tabela 5.3 – Valores e escalas das questões.....	183
Tabela 5.4 – Classificação das licenciaturas por áreas.....	184
Tabela 5.5 – Distribuição dos conteúdos no atual programa de Geometria Descritiva A	185
Tabela 5.6 – Classificação dos recursos recomendados no atual programa de Geometria Descritiva A.....	189
Tabela 6.1 – Parâmetros de entrada.....	196
Tabela 6.2 – Alunos que realizaram a disciplina de Didática da Geometria.....	197
Tabela 6.3 – Atribuição de classificações dos recursos pelo Índice Tecnológico.....	207
Tabela 6.4 – Atribuição de classificações dos conteúdos.....	209

Tabela 6.5 – Atribuição de classificações para a evolução da aprendizagem dos alunos.	209
Tabela A.1 – Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa.	A.6
Tabela A.2 – Coleção de Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa.	A.11
Tabela B.1 – População Alvo do Grupo MEAV-UL. Alunos que concluíram a disciplina da Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa	B.1
Tabela D.1 – Quantificação da população alvo no Grupo P-ES	D.4
Tabela D.2 – Professores e escolas GD-A no processo de amostragem	D.5
Tabela D.3 – Resumo dos parâmetros de amostragem no Grupo P-ES	D.5
Tabela D.4 – Comparação das estimativas da representatividade da amostra no Grupo P-ES	D.7

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

As novas tecnologias provocaram grandes alterações para a Educação no contexto do ensino e da aprendizagem, criando novas formas e novos espaços de disseminação do conhecimento. A globalização do conhecimento e a simultaneidade da informação contribuíram para a construção de novas formas de comunicação para a humanidade que provocaram uma total mudança nas práticas de comunicação e, conseqüentemente, nas educacionais. A relação entre professor e aluno acabou por ganhar novas dimensões, alterando as práticas de leitura, a forma da escrita e da pesquisa. A introdução das novas tecnologias no ambiente ensino-aprendizagem acabou por atribuir-lhe uma função instrumental e complementar da sala de aula, ou como estratégia de difusão de informação.

Estas mudanças permitiram ao aluno encontrar outras formas de aquisição de conhecimento sem questionar a validade do mesmo, alterando as tradicionais formas de aprender e de ensinar. É neste domínio que o papel do professor torna-se preponderante, na medida em que pode e deve ter competência para analisar as fontes de informação e validar esse conhecimento.

Apesar de a *Internet* estar disponível na maior parte das escolas¹ de Portugal, pode assumir o papel de uma ferramenta, encontrando o seu espaço no ambiente da sala de aula, embora também substitua outras práticas, como o relacionamento humano dentro da sala de aula, entre professor e aluno e entre os estudantes.

O «Plano Tecnológico Educação» tem como objetivo criar uma rede de infraestruturas tecnológicas nas escolas de forma coerente e integrada, e ainda, de disponibilizar conteúdos e serviços em linha, assim como a formação de professores e de alunos nas competências TIC. Por esse motivo, as escolas portuguesas sofreram grandes alterações nos últimos anos que materialmente se traduziram da seguinte forma:

- Apetrechamento informático das escolas e apoio do desenvolvimento de conteúdos digitais;
- Aposta na formação de professores em Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC);
- Promoção e generalização de *portfólios* de atividades em suporte digital;
- Incentivo e desenvolvimento ao uso das TIC por cidadãos com necessidades especiais e promoção do uso de aplicações *software* em *open source*, reforçando a segurança e a fiabilidade dos sistemas TIC.

Neste cenário a disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário acabou por encontrar novos formatos pedagógicos nas suas aulas, uma vez que os recursos didáticos, hoje disponibilizados pelo «Kit Tecnológico»², permitem encontrar em contexto de sala de aula outros materiais de suporte à comunicação, para além de outras áreas que funcionariam como extensão virtual³ do modo presencial.

¹ «Internet de Alta Velocidade» é um projeto do «Plano Tecnológico Educação» cujo conceito prende-se com a ideia de ter todas as escolas ligadas à internet em banda larga de alta velocidade. Este projeto tem como objetivo atingir pelo menos 48Mbps até 2010 em todas as escolas com 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico e no ensino secundário, e permitir serviços como Voz, Videoconferência Avançada, Televisão e Videovigilância sobre IP e Conteúdos Educativos de qualidade. Atualmente 100% das escolas com 2.º e 3.º ciclos do ensino básico e com ensino secundário têm ligação à Internet em fibra ótica de, pelo menos, 64Mbps e 100% das EB1 com ligação à Internet em banda larga. Neste momento está-se a proceder ao alargamento da banda larga global até 5 Gb.

² «Kit Tecnológico Escola» é um projecto do «Plano Tecnológico Educação», cujo conceito visa a implementação de quadros interativos, computadores com ligação à *Internet*, impressoras e vídeo projetores de forma a reforçar o parque de equipamentos com vista a atingir práticas pedagógicas inovadoras a utilizar em sala de aula. Os objetivos específicos que este projeto pretende atingir contempla essencialmente o melhoramento do rácio aluno/computador com ligação à Internet de banda larga e destinam-se às Escolas Básicas 2, 3 e Escolas do Ensino Secundário.

³ «Portal da Escola» é um projeto do «Plano Tecnológico Educação» cujo conceito base permitiu a criação de um Portal da Escola com funcionalidades de partilha de conteúdos, ensino à distância e comunicação em plataforma de *e-learning*. Os objetivos específicos deste projeto, que têm como destinatários todos os Agrupamentos de Escolas e

Embora tenha as suas origens no Desenho, a Geometria acabou por ganhar a sua autonomia e desenvolvimento com a Arquitetura. No contexto das Belas Artes as disciplinas de Geometria sempre assumiram um papel contraditório, mas de certa forma regulador da atividade artística, que atualmente ganhou outra expressão no campo do Design e da Multimédia. Foi possível confirmar, no entanto, em material recolhido no Arquivo da Faculdade de Belas Artes e no Arquivo do atual Museu Nacional de História Natural e da Ciência, ambas da Universidade de Lisboa, as origens desta disciplina, que ainda hoje faz parte dos currículos desta Faculdade, estando intimamente relacionados com as antigas Escolas da Politécnica. Também foram encontrados documentos que provam que os alunos de Arquitetura da antiga Escola Superior de Belas Artes de Lisboa frequentavam aulas de Geometria Descritiva na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa⁴, e ainda, documentos que confirmam as origens da formação de base dos professores que iniciaram a disciplina na Escola Superior de Belas Artes de Lisboa.

A implementação do Processo de Bolonha no ensino superior acabou por trazer alterações no plano da formação dos professores do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário. No seguimento desta modificação a formação de professores para o ensino das Artes Visuais passaram a ter um modelo específico, os Mestrados Ensino, que possibilitam a obtenção da habilitação profissional para a docência.

Com esta configuração a Universidade de Lisboa (UL) acabou por apresentar um conjunto de respostas no âmbito da formação profissional para a docência. Integrado nos Mestrados Ensino disponibilizados pela UL foi criado na área do ensino das Artes Visuais o Mestrado em Ensino das Artes Visuais, que entrou em funcionamento no ano letivo 2007/2008 (2º Semestre).

O envolvimento no Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa (MEAV-UL) permitiu que este trabalho obtivesse a matéria-prima necessária para a construção desta investigação. A componente de formação da Geometria neste

Escolas Secundárias, pretendem aumentar a produção, distribuição e utilização de conteúdos pedagógicos em suporte digital (exercícios, sebatas eletrónicas) e encorajar o desenvolvimento do portfolio digital de aluno.

⁴ Quando ainda se localizava na Rua da Escola Politécnica.

Mestrado acabaria por ficar representada por duas unidades curriculares: Geometria⁵ e Didática da Geometria.

O desenvolvimento deste trabalho incidiu nos três primeiros anos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais, especificamente na unidade curricular de Didática da Geometria. Como objetivo final pretendeu-se fazer uma aproximação a um modelo conceptual, capaz de traduzir um conjunto de combinações de conteúdos/recursos a utilizar num sistema de ensino-aprendizagem assente num modelo de aulas presenciais das disciplinas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

A ideia central deste projeto de investigação é indissociável da necessidade de sistematizar-cartografar a matéria da Geometria Descritiva, cuja documentação, é dispersa e vasta, na tentativa de contribuir para a aplicação das Novas Tecnologias da Informação e Comunicação, de forma a permitir potenciar novas estratégias de ensino-aprendizagem.

1.2 Objetivos

No âmbito desta investigação foi possível definir um conjunto de objetivos gerais:

- História da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal.
- Apresentação do atual modelo de formação de professores para o ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário.
 - Mestrado em Ensino das Artes Visuais.
- Estudo do desenvolvimento da criança e mais concretamente das aptidões espaciais.
- Breve enquadramento da implementação do Plano Tecnológico no sistema educativo em Portugal.

⁵ Nos anos letivos 2007/2008, 2008/2009 e 2009/2010 do Mestrado em Ensino das Artes Visuais esta disciplina tinha a denominação de «Geometria III», após a alteração proposta pelo Despacho nº 6043/2010, Diário da República, nº 66, Série II de 6 de Abril de 2010, alterou a denominação para «Geometria».

- Caracterização dos novos recursos didáticos⁶ disponíveis nas escolas secundárias no âmbito do ensino da Geometria Descritiva.
- Estudo do impacto destes novos recursos no atual programa de Geometria Descritiva.

E, um conjunto de objetivos específicos:

- Estudo e implementação de um modelo empírico para a análise do impacto que os novos recursos disponíveis apresentam na capacidade do aluno em visualizar no espaço;
- Avaliação da comunicação: Docente » Aluno;
- Análise da capacidade de docentes profissionais e de futuros docentes em transmitir ao aluno os conhecimentos da Geometria Descritiva com todas as componentes multidimensionais que nela existem e conseguir que o aluno visualize no espaço;
- Desenvolvimento de competências de representação gráfica que conduzam a uma maior eficácia da aprendizagem por parte do aluno, obtendo uma evolução qualitativa mais expressiva.

1.3 Metodologia

A metodologia de desenvolvimento deste trabalho passou pelas seguintes fases.

A primeira fase consistiu numa vasta recolha bibliográfica, de legislação e de *websites* relacionados com os temas integrantes deste trabalho de investigação, procedendo de seguida à consulta e respetivo tratamento da informação obtida.

A segunda fase constituiu-se de uma recolha de material diversificado com o objetivo de fundamentar teoricamente toda a estrutura da tese.

- Levantamento de programas das disciplinas relacionadas com Geometria na Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa (Arquivos da Biblioteca e Secretaria da Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa; Biblioteca da Fundação Calouste Gulbenkian);

⁶ Alguns dos quais fazem parte dos recursos didáticos recomendados no atual programa de Geometria Descritiva A. Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Geometria Descritiva A*, pp. 15-16.

- Levantamento dos programas das disciplinas que deram origem às atuais disciplinas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário (Arquivos e Biblioteca da Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular do Ministério da Educação e consulta de diversos materiais disponibilizados por professores e antigos professores de Geometria das escolas secundárias);
- Recolha de documentos e imagens (Biblioteca e Arquivo do atual Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa);

A terceira fase constituiu-se de diversas formas de recolha de informação, para além do questionário final:

- Elaboração de diversos trabalhos realizados pelos alunos num período de três anos letivos (2007/08, 2008/09 e 2009/10);
- Formação em programas informáticos de geometria dinâmica;
- Implementação de questionários de autoavaliação presenciais.

A quarta fase representou a construção e implementação dos questionários:

- Recolha de dados e informações e respetivo tratamento;
- Organização do material recolhido e definição de estratégias de implementação;
- Construção de dois questionários equivalentes cujo objetivo final acabará por traduzir um conjunto de possibilidades de conteúdos/recursos a utilizar num sistema de ensino-aprendizagem situado num modelo de aulas presenciais das disciplinas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário;
- Processo de implementação dos dois questionários eletrónicos (aos alunos do MEAV-UL e aos professores do Ensino Secundário).

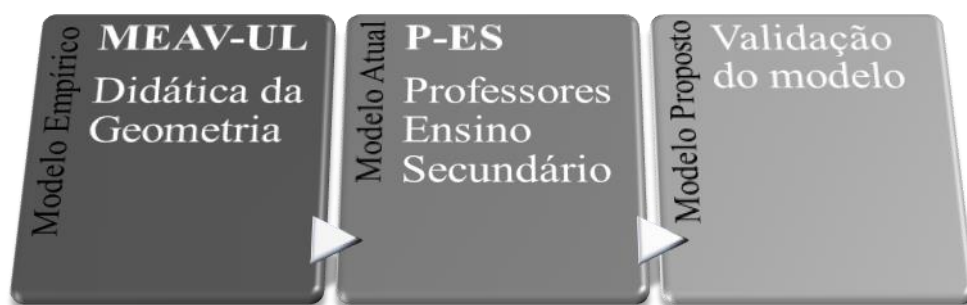


Figura 1.1 – Modelo Conceptual

O processo de implementação dos dois questionários desenvolveu-se em paralelo colocando em prática um dos objetivos específicos desta investigação empírica que contempla a proposta de um novo modelo baseado no processo de incrementação de visualização espacial a realizar entre os modelos empírico e atual (Figura 1.1) de combinações conteúdos/ recursos no ensino da Geometria Descritiva:

- Implementação de um questionário eletrónico aos 47 alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais dos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/10, que concluíram a cadeira de Didática da Geometria, correspondente ao trabalho desenvolvido na respetiva unidade curricular;
- Implementação de um questionário eletrónico aos professores de Geometria Descritiva do Ensino Secundário, relativamente à atividade desenvolvida como docente.

A quinta fase estabeleceu o fecho da recolha de dados pelo método de questionário. Como em qualquer trabalho desta natureza foi praticamente impossível conseguir a totalidade das respostas para onde foram enviados os pedidos de colaboração, no entanto, após um primeiro contacto optou-se por repetir em ambos os grupos o pedido de resposta até atingir a percentagem mínima para validar as respostas.

Finalmente, a última fase, foi dedicada à escrita da tese que ficou organizada em sete capítulos:

- Capítulo 1 - Introdução;
- Capítulo 2 - Ensino da Geometria Descritiva

- Capítulo 3 - Visualização espacial, imagens mentais e posterior formalização;
- Capítulo 4 - Recursos Didáticos;
- Capítulo 5 - Modelo Empírico;
- Capítulo 6 - Análise de Resultados;
- Capítulo 7 - Conclusões.

1.4 Estrutura da tese

A tese encontra-se estruturada por capítulos, após a Introdução será necessário realizar uma aproximação às origens da Geometria Descritiva, onde será possível circunscrever descobertas neste domínio, consideradas mais significativas que objetivassem a possibilidade de aplicação informática na atualidade. Será igualmente realizada uma descrição da integração da disciplina de Geometria Descritiva e sua evolução no Sistema Educativo Português, bem como, do atual processo de formação de professores para o ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário. Este capítulo será finalizado com a apresentação do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa que permite a todos os alunos licenciados da área das Artes Visuais a possibilidade de adquirirem a habilitação profissional enquadrada numa reorganização curricular proposta pelo Processo de Bolonha.

O Capítulo 3 fará um breve enquadramento das teorias da inteligência numa abordagem predominantemente desenvolvimentista. De seguida, optou-se por descrever o modelo de desenvolvimento cognitivo de Piaget explorando a sua perspetiva do conhecimento do espaço. Acrescenta-se ainda, a este capítulo, uma caracterização formal do desenho geométrico (Dupla Projeção Ortogonal e Axonometrias).

O Capítulo 4 tem como objetivo principal apresentar as tipologias de recursos didáticos, mas também de organizar temporalmente os seus aparecimentos na cronologia da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário. Neste capítulo realizar-se-á uma incursão histórica do ensino da cadeira de Geometria Descritiva, protagonizada pela Academia da Escola Politécnica de Lisboa (Séc. XIX), descrevendo todo o enquadramento pedagógico e científico da utilização de um conjunto de modelos tridimensionais transformáveis que fazem parte, atualmente, do Museu Nacional de

História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa. Será completada, não só a caracterização dos respetivos modelos, mas também proceder-se-á à sua categorização para melhor se compreender a sua utilidade. Ainda neste capítulo é referenciada uma coleção similar do Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto (Séc. XIX). O estudo destes modelos acabou por assumir um papel fundamental para construção do modelo conceptual apresentado no capítulo seguinte após o contato com um relatório que analisa de forma qualitativa⁷ a utilização destes modelos em aulas de Geometria Descritiva.

O Capítulo 5 acabará por fazer aproximações à metodologia utilizada na construção do modelo conceptual desta investigação representado pelo grupo de alunos MEAV-UL (Modelo Empírico), como também será apresentado um outro modelo com base na atividade dos professores de Geometria Descritiva do Ensino Secundário (Modelo Atual).

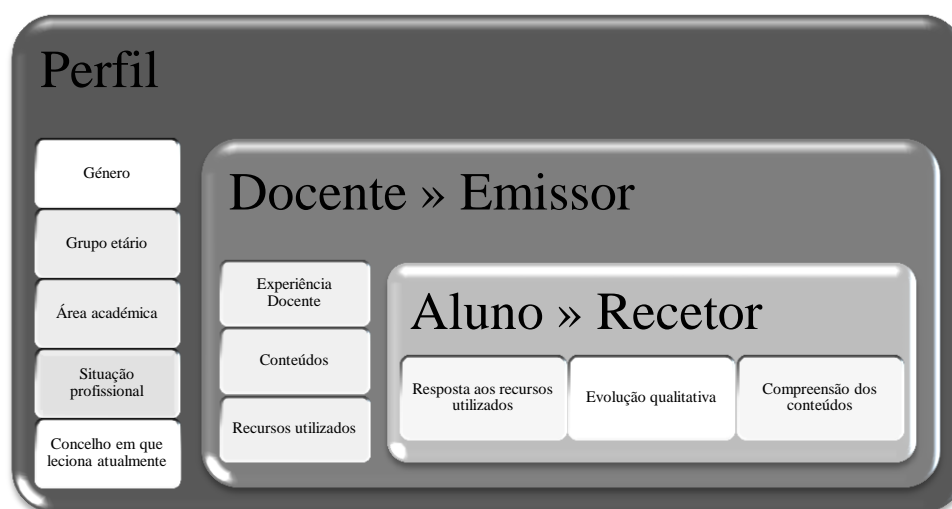


Figura 1.2 – Áreas temáticas do questionário.

O Capítulo 6 compreenderá a análise de resultados, tendo como objetivo geral fazer uma comparação entre os dois modelos, mencionados no capítulo anterior, como também de gerar um conjunto de questões distribuídas em três áreas: “Perfil”, “Docente » Emissor” e “Aluno » Recetor” (Figura 1.2).

⁷ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863. Neste relatório o lente da cadeira de Geometria Descritiva, Luiz Porfírio da Mota Pegado apresenta uma análise qualitativa do impacto que estes modelos tiveram na aprendizagem dos alunos.

No Capítulo 7 serão propostas um conjunto de asserções capazes de justificar os resultados obtidos no capítulo anterior. A conclusão comprovará a atualidade e pertinência desta tese bem como apresentará novas linhas de investigação a seguir.

Capítulo 2

Ensino da Geometria Descritiva

«La Géométrie descriptive a deux objets: le premier, de donner les méthodes pour représenter sur une feuille de dessin qui n'a que deux dimensions, savoir, longueur et largeur, tous les corps de la nature qui en ont trois, longueur, largeur et profondeur, pourvu néanmoins que ces corps puissent être définis rigoureusement.

Le second objet est de donner la manière de reconnaître, d'après une description exacte, les formes des corps, et d'en déduire toutes les vérités qui résultent de leur forme et de leurs positions respectives.»⁸

2.1 Representação e Geometria

As origens da Geometria baseiam-se na necessidade de medição de terrenos no Antigo Egito e na Babilónia. A representação, inicialmente plana, rapidamente passou para a geometrização do espaço habitável, aspeto que culminou no aparecimento da geometria euclidiana⁹.

A representação, propriamente dita, tem uma origem mais remota na história da civilização, baseada em forças emotivas e evocativas, materializando-se em áreas como as artes visuais, o desenho e a pintura¹⁰.

A geometria encontra na representação a sua formalização, resultado não só de um conjunto de emoções como também de uma capacidade organizativa. A relação desenvolvida ao longo dos tempos entre estes dois conceitos atravessou momentos de

⁸ Cf. Garpard Monge e M. Brisson, *Géométrie Descriptive*, p. 1.

⁹ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, *Geometría Descritiva*, p. 22.

¹⁰ Idem, *ibidem*.

grande riqueza e momentos menos intensos, que permitiram compreender a representação como um ato reflexivo, geradora de concepções, de novas propostas e de interpretações do espaço sensível¹¹.



Figura 2.1 – Gravura rupestre, Foz-Côa, Portugal. c. 28 000 a 8 000 a. C.
Figura 2.2 – Bisão ferido, Altamira, Cantábria, Espanha. c. 14.000 - 12.000 a. C.
Figura 2.3 – Pinturas rupestres, Lascaux, Dordogne, França. c. 15 000 a 10 000 a. C.



Figura 2.4 – Estátua de Gudea¹², Lagash (Telloh). c. de 2150 a. C.
Figura 2.5 – Planta do Papiro do Túmulo de Ramsés IV¹³. c. de 1160 a. C.

A representação ortogonal em planta e alçado são as mais comuns ao longo da história. Encontrou-se exemplos de representações de figuras humanas e de animais na Idade da Pedra, representações de carros, alçados de rodas e animais na Idade do Bronze, plantas de edifícios à escala do Egíto e da Mesopotâmia (Figura 2.4 e Figura 2.5). Também se encontraram plantas e alçados de edifícios da civilização Grega e de Roma e na Idade Média os especialistas desenvolveram um conjunto de regras e

¹¹ Idem, ibidem.

¹² Rei Gudea como "o arquitecto com um plano" e construtor do templo, uma vez que possui um plano do edifício sobre os joelhos. Tem uma inscrição sobre a construção do E-Ninnu na parte detrás, o templo do deus. Fragmento de uma estátua de diorito. alt. 0,74m. Louvre, Paris.

¹³ Mapa do Antigo Egíto, considerado o mais antigo mapa sobrevivente de interesse topográfico do mundo antigo. Desenhado sobre um papiro supostamente descoberto em Deir el-Medina em Tebas, coletado por Bernardino Drovetti (Cônsul Geral Francês no Egíto) entre 1814 e 1821. O mapa foi desenhado cerca de 1160 a. C. pelo conhecido escriba do túmulo Amennakhte, filho de Ipu. Encontra-se atualmente no Museu Egípcio de Turim.

artifícios para resolver não só os seus problemas de construção, como também os respetivos desenhos¹⁴. Deste último período, foi encontrada documentação que referencia o uso de material gráfico para controlo da respetiva obra, mantendo presente a relação planta/alçado, aplicando desta forma a essência do sistema diédrico (Figura 2.6 e Figura 2.7).

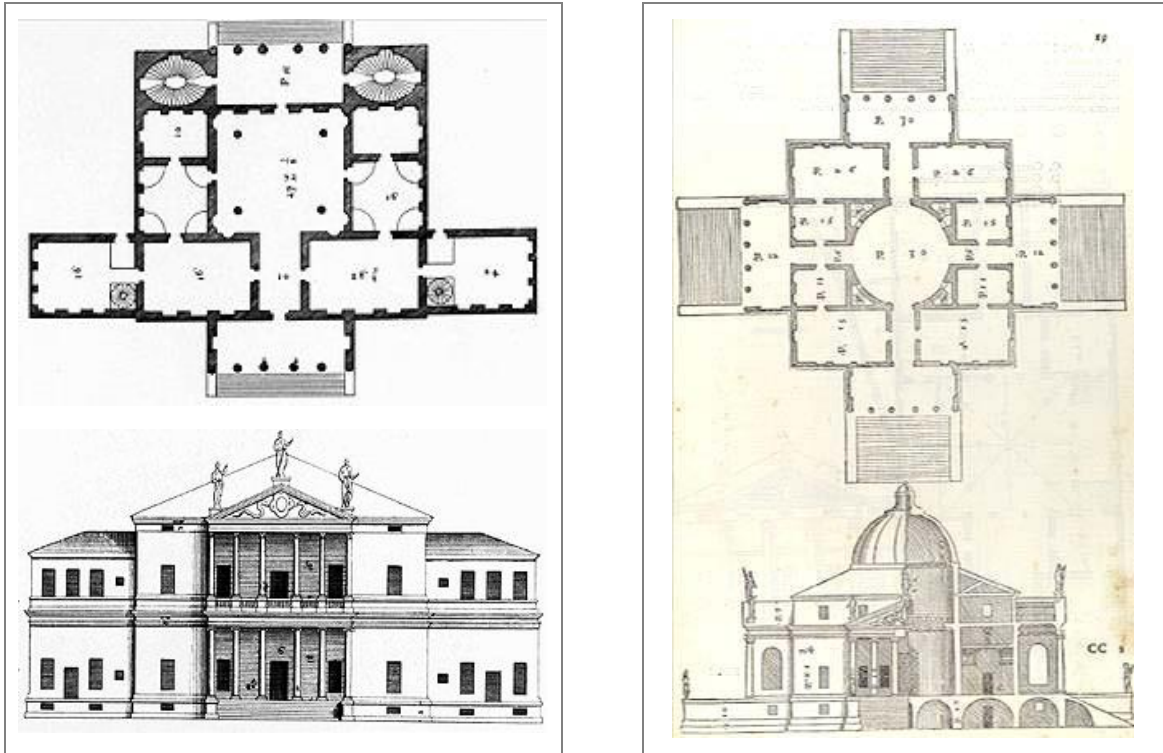


Figura 2.6 – Villa Cornaro, Andrea Palladio, Piombino Dese, Itália, 1553¹⁵
Figura 2.7 – Villa Almerico (ou Villa Rotonda), Andrea Palladio, 1570¹⁶

2.2 Aspetos relevantes da História da Geometria

A História da Geometria tem as suas origens na «necessidade de medir e conhecer a forma». A Geometria aparece no Egipto e na Mesopotâmia¹⁷, desde o segundo milénio a. C. pela necessidade de devolver as terras aos agricultores após as cheias do Nilo, ganhando aqui um espaço para o seu desenvolvimento (Figura 2.8).

¹⁴ Idem, ibidem.

¹⁵ Planta e alçado.

¹⁶ Planta, alçado e meio corte.

¹⁷ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, *Geometria Projectiva*, p. 26.



Figura 2.8 – Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes¹⁸, 1600 a. C.

Segundo Ribeiro¹⁹ a fundamentação da Geometria inicia-se na Grécia com Tales de Mileto²⁰ (624-547 a. C.), mas foi com os matemáticos e os geómetras pitagóricos²¹ (séc. VI a. C.) que o universo ganhou uma interpretação discreta e numérica. A definição da Geometria como ciência, com características matemáticas dedutivas é consensualmente atribuída aos «Elementos»²² de Euclides²³ do séc. III a. C. (Figura 2.9).

¹⁸ Em 1855, Alexander Henry Rhind (1833-1863), advogado e antiquário escocês, viajou, por razões de saúde ao Egito e acabou por adquirir em 1858 o papiro de Rhind ou Ahmes em Luxor. Datado aproximadamente no ano 1650 a.C. mede 5,5 m de comprimento por 32 cm de largura e encontra-se atualmente no Museu Britânico. Neste papiro encontra-se um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria, copiados em escrita hierática (da direita para a esquerda), pelo escriba egípcio Ahmes a partir de um original de cerca de 2000 a 1800 a. C.

¹⁹ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 26.

²⁰ Tales de Mileto, de ascendência fenícia e natural de Mileto é conhecido por ser o primeiro filósofo ocidental. É fundador da Escola Jônica, embora nenhuma das suas obras tenha chegado aos nossos dias as suas ideias foram mencionadas por outros, como Aristóteles que refere Tales como o defensor da ideia da água ter um valor elementar na vida. São-lhe atribuídas diversas soluções de problemas geométricos mas a mais conhecida é o Teorema de Tales, que, segundo consta, surgiu numa das muitas viagens que fez pelo Egito, onde conseguiu calcular a altura de uma pirâmide estabelecendo a proporção entre a altura e o comprimento da sua sombra.

²¹ Pitágoras (572-497 a. C.) e pitagóricos. Estudos relacionados com a soma dos ângulos internos de um triângulo; “Teorema de Pitágoras”; álgebra geométrica; poliedros regulares. Cf. Eduardo Veloso, *Geometria: temas actuais - materiais para professores*, p. 386.

²² «Os Elementos» é um tratado matemático e geométrico constituído por 13 livros e foi escrito pelo matemático grego Euclides por volta de 300 a.C., na Alexandria. E apresenta uma coleção de definições, postulados (axiomas), proposições (teoremas e construções) e provas matemáticas das proposições.

²³ Sabe-se que Euclides (c. 360 – c. 295 a. C.), foi professor, matemático e escritor. Possivelmente ensinou em Alexandria, no Egito. Temos como referência os «Elementos», como uma das obras mais influentes na História da Matemática, mais concretamente da Geometria (Geometria Euclidiana). Também escreveu sobre muitas outras áreas como a perspectiva, as secções cónicas, a geometria esférica, a ótica, a astronomia, a astrologia, a música, a mecânica e muitos outros livros sobre matemática.

A geometria métrica apesar de ficar bem representada pelos «Elementos» atinge o seu ponto mais elevado com Apolónio²⁴ (c. 260-190 a. C.) e Arquimedes²⁵ (278-212 a. C.). Nesta época a geometria não tem só o lado prático mas também acabou por contribuir com uma forte componente filosófica²⁶. A Geometria Euclidiana também denominada de Geometria Elementar constituiu-se como o primeiro modelo de construção matemática mantendo-se sem alterações até ao séc. XIX²⁷.



Figura 2.9 – «Elementos» de Euclides. Livro I. Proposição 47 – «Teorema de Pitágoras», séc. IX

Após um longo período de estagnação a geometria volta a ganhar vida no Renascimento. No entanto, não devem ser esquecidos alguns momentos de referência intermédios: as pinturas dos vasos gregos com efeitos de profundidade (Figura 2.11); «De architectura»²⁸ de Marcus Vitruvius Pollio (c. 80-70 a. C. a depois de 15 a. C.),

²⁴ Apolónio, natural de Perga, matemático geómetra, que parte para Alexandria onde estuda com os sucessores de Euclides. Autor do tratado sobre as secções cónicas «As Cónicas», uma obra composta por oito livros onde são demonstrados centenas de teoremas recorrendo aos métodos geométricos de Euclides. «Dividir segundo uma Razão» é o título de outra obra que chegou inteira aos nossos dias, existindo outras sobre as quais existem indicações de terem sido escritas por Apolónio.

²⁵ Arquimedes desenvolveu os seus estudos na matemática, na física e na mecânica. Natural de Siracuda e fortemente influenciado pela atividade do pai, que era um físico, vai estudar para Alexandria mas acaba por voltar para a sua terra natal, mantendo a ligação com os amigos da Biblioteca. As principais obras de Arquimedes: «Sobre a esfera e o cilindro»; «Sobre os Conóides e Esferóides»; «Sobre as Espirais»; «Sobre a Medida da Circunferência»; «Sobre a Quadratura da Parábola»; «Livro dos Lemmas» e «Sobre o Método». Os seus contributos na área da Geometria: áreas e volumes (método da descoberta); quadratura da parábola (exaustão); espiral de Arquimedes; trissecção do ângulo; quadratura do círculo; e aproximação do círculo.

²⁶ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 22.

²⁷ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 26.

²⁸ Tratado sobre arquitetura escrito pelo arquiteto romano Vitruvius dedicado ao seu patrono, o imperador César Augusto, como um auxiliar para projetos de construção. Foi um documento importante na sua época, onde são apresentados métodos inovadores ao nível da construção romana (edifícios, aquedutos, portos) e ainda projetos de pequenas dimensões (máquinas, dispositivos de medição e instrumentos).

(Figura 2.12); e as representações cenográficas como são exemplo as pinturas de Pompeia, representando espaços arquitetónicos ilusórios (Figura 2.10); e ainda uma progressiva abordagem pictórica (e. 1300-1420) representada por Duccio di Buoninsegna (1278-1318) na Figura 2.13, Giotto di Bondone (1266/7-1337) na Figura 2.14, e os irmãos Lorenzetti²⁹ na Figura 2.15, com a representação de espaços que se situam entre a representação axonométrica e a representação cónica, embora a última fosse a mais comum³⁰.

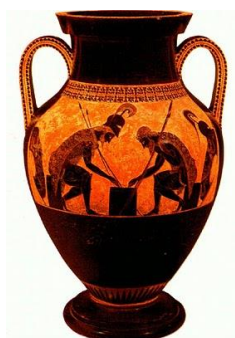


Figura 2.10 – Pintura na parede de uma das casas de Pompeia (ao lado de uma fonte de água)

Figura 2.11 – Ânfora de Exéquias, figuras negras, ca. 530 a. C., Museu Gregoriano, Vaticano

Figura 2.12 – «De Architectura». M. Vitruvius



Figura 2.13 – Duccio di Buoninsegna. Maestà, 1308. Museu da Catedral de Siena

Figura 2.14 – Giotto di Bondone. Maestà di Ognissanti, 1310. Galeria dos Uffizi, Florença

Figura 2.15 – Pietro Lorenzetti, Entrada de Cristo em Jerusalém, 1320-30. Basílica de S. Francisco Assis

É finalmente com Filippo Brunelleschi (1377-1446), que a representação mais se aproxima do conceito de representação em perspetiva (1420), onde o espaço pictórico

²⁹ Dois irmãos: Ambrogio Lorenzetti (c. 1290-1348) e Pietro Lorenzetti (1280/5-1348).

³⁰ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 23.

aparece como uma janela para o espaço real. Mais tarde Leone Battista Alberti (1404-1472) apresenta o seu Tratado de Pintura³¹ (1435) onde a «pirâmide visual» seccionada pelo plano do quadro corresponde ao sistema de representação cónica (Figura 2.16). Pierro de la Francesca (1410?-1492) escreve o primeiro Tratado de Perspetiva³², embora o primeiro a ser publicado seja o de Viator, em 1505. Em 1600 Guidobaldo del Monte (1545-1607) apresenta a primeira teoria que refere o ponto de fuga. E em 1636 Gerard Desargues³³ (1591-1661) racionaliza o conceito de ponto no infinito como base da Geometria Projetiva³⁴.³⁵



Figura 2.16 – Método de Alberti. O “velo” com a “quadratura” no “Artista desenhando uma mulher deitada”, de Albrecht Dürer, 1525

A representação de espaço perceptivo é de facto uma das grandes conquistas da perspetiva. Mas a representação diédrica foi uma grande ferramenta para a construção de grandes obras arquitetónicas da época.

³¹ «Della Pittura». O sistema “inventado” por Alberti, consistia na utilização de um vidro, perpendicular à mesa de trabalho onde estava colado um quadriculado. Noutro quadriculado, na mesa, o artista desenhava o que via através do vidro. A maior dificuldade assentava na necessidade de ver o objecto e desenhar sempre do mesmo ponto de vista. Para isso, era necessário desenhar só com um olho aberto e apoiado por uma espécie de vara fixa com um orifício, para garantir o mesmo ponto de vista do princípio ao fim do desenho.

³² «De Prospectiva Pingenti», perspetiva matemática. Também é autor de «De corporibus regularibus» relativo ao estudo de sólidos platónicos. Cf. Eduardo Veloso, op. cit., p. 387.

³³ Gérard Desargues, natural de Lyon onde estudou e trabalhou como arquiteto até mudar-se para Paris. Mais tarde tornou-se professor e oficial do corpo de engenheiros, mas acabou por ser reconhecido como matemático. Desenvolveu igualmente estudos no âmbito das técnicas da perspetiva, do corte de pedras para construção e dos relógios de sol. Desempenhou um papel fundamental para o aparecimento da Geometria Projetiva ao apresentar a sua obra «Brouillon projet d’une atteinte aux évènements des rencontres d’un cone avec un plan».

³⁴ A Geometria Projetiva encontra as suas origens na obra de Pappus de Alexandria (séc. III), que referencia um trabalho anterior de Apolônio de Perga (séc. III a. C.). No século XVII foi estudada por matemáticos como Gerard Desargues e Blaise Pascal, mas foi Jean Poncelet (séc. XIX) quem a consolidou no seu «Traité des propriétés géométriques des figures». No final do séc. XIX Felix Klein, explica a ligação entre a Geometria Euclidiana e a Geometria Projetiva. Atualmente tem aplicação nos sistemas de visão computacional e processamento de elementos gráficos.

³⁵ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 23.

Os diversos estudos para encontrar soluções para alguns dos problemas geométricos da matemática Grega³⁶ acabariam por contribuir para o estudo das cónicas, mas só no séc. XVII, na primeira metade, é que René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665) construiriam aquilo que seriam as bases da Geometria Analítica³⁷, mais tarde desenvolvida por Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), na segunda metade do séc. XVII³⁸.

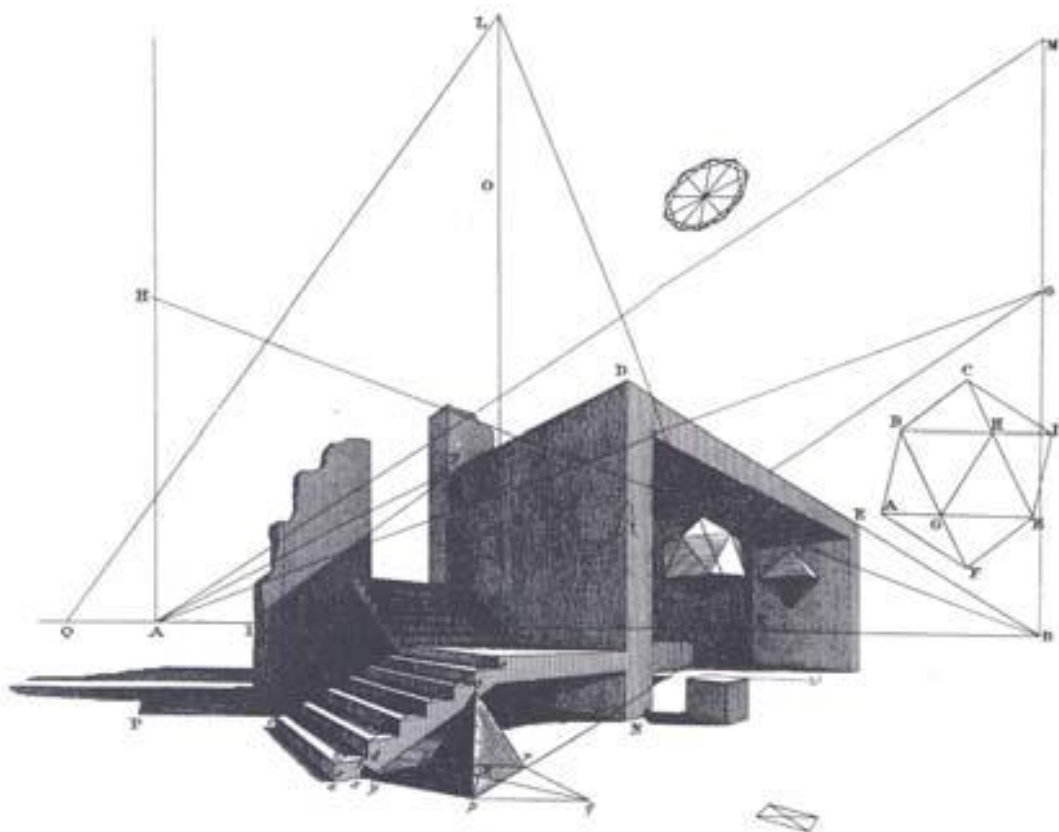


Figura 2.17 – Gérard Desargues, «Exemple de l'une des manières universelles du SGDL touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point de distance ny d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage», 1636³⁹

³⁶ Os três problemas clássicos da matemática Grega: a quadratura do círculo, a duplicação do cubo e a trissecção do ângulo. Cf. Eduardo Veloso, op. cit., pp. 41-55.

³⁷ Geometria analítica, também conhecida por geometria de coordenadas ou geometria cartesiana, tem como objetivo estudar a geometria através de um sistema de coordenadas e dos princípios da álgebra e da análise. Teve início com René Descartes, século XVII, inventor das coordenadas cartesianas, que permitiram a representação numérica de propriedades geométricas. Tem aplicação na física e na engenharia, e está na origem das áreas mais modernas da geometria, incluindo a geometria algébrica, a diferencial, a discreta e a computacional.

³⁸ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 27 e Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 23.

³⁹ Em 1636 Desargues publicou «Exemple de l'une des manières universelles du SGDL touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point de distance ny d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage», onde apresentava um método geométrico de construção de imagens em perspetiva de objetos situados no espaço.

A Geometria Analítica «permitiu uma representação formal das propriedades das figuras geométricas em termos de quantificação de dimensões»⁴⁰ considerando as suas propriedades métricas integradas num sistema de eixos e de coordenadas⁴¹.

No desenvolvimento da Cartografia distinguiu-se Pedro Nunes (1502-1578) que traduziu, para a língua portuguesa, o «Tratado da Esfera» (1537) de Johannes de Sacrobosco, os capítulos iniciais das Novas Teóricas dos Planetas de Jorge Purbáquio e o livro primeiro da Geografia de Ptolomeu. O «Tratado da Esfera» foi considerado «como uma forma superior da Geometria Analítica»⁴², representando as bases da Geometria Diferencial⁴³.⁴⁴

A configuração da Geometria Projetiva teve no passado diversas contribuições dos gregos, como o estudo das cónicas, que mais tarde foi estruturada por Gerard Desargues (1591-1661) e Blaise Pascal⁴⁵ (1623-1662). Esta geometria desenvolveu-se preocupada com as «propriedades projectivas ou gráficas das figuras, em oposição às propriedades métricas»⁴⁶ da Geometria Analítica. A Geometria Projetiva acabou por preparar o terreno para muitas outras conceções do espaço e contribuiu para a construção de um conjunto de premissas capazes de suportar um espaço organizado, regrado e distante das versões intuitivas do passado⁴⁷.

No campo artístico apareceram diversas obras com uma forte componente cenográfica, bastante influenciada pelo desenvolvimento da perspectiva, onde o plano do quadro utilizado faz parte das obras arquitetónicas, criando desse modo espaços ilusórios através da pintura em paredes e tetos. Podem ser referidas como exemplo o

⁴⁰ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 27.

⁴¹ Idem, ibidem.

⁴² Idem, ibidem.

⁴³ Geometria Diferencial, ciência com aplicação na Cartografia, cuja origem se baseia na fusão do Cálculo com a Geometria. Mais tarde, utilizada na Astronomia e na Engenharia, contribuiu para o desenvolvimento das leis de Newton e encontra-se nas origens da Teoria da Relatividade. Relaciona-se diretamente com a computação gráfica, tanto da área científica, como da área empresarial, disponibilizando a interface gráfica adequada à apresentação de resultados, desenvolvimento de novas tecnologias e organização de novos produtos.

⁴⁴ Idem, ibidem.

⁴⁵ Blaise Pascal nasceu em Clermont-Ferrand e faleceu em Paris. Foi criado pelo seu pai Étienne Pascal, um estudioso da física. Realizou contribuições no âmbito da matemática (Geometria Projetiva, Teoria das Probabilidades, e outras) da física, da filosofia e da religião. Foi discípulo de Gerard Desargues no desenvolvimento da Geometria Projetiva e escreveu «Essay pour les coniques» em 1640, assim como diversas obras no âmbito filosófico e religioso. É autor de alguns estudos sobre o método científico e de uma das primeiras máquinas de calcular mecânica, “La Pascaline”.

⁴⁶ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 27.

⁴⁷ Idem, ibidem.

teto de Andréa Pozzo (1642-1709) em San Ignacio de Roma de Paolo Veronese (1685), (Figura 2.18); as perspectivas aceleradas do teatro Olímpico de Palladio em Vicenza (1580); os trabalhos dos Bibiena (Figura 2.20); como enquadramento do espaço arquitetónico barroco, referencia-se como exemplo a galeria de Francesco Borromini (1599-1667), realizada entre 1634-1667 no Palácio Spada de Roma (Figura 2.19), e ainda a colunata de Bernini no Vaticano (1655-1667), que cria um espaço com sucessivas desacelerações⁴⁸.



Figura 2.18 – Andréa Pozzo. A Apoteose de Santo Ignácio, 1688-90. Igreja de Santo Ignácio, Roma
 Figura 2.19 – Borromini. Galeria do Palácio Spada Roma, 1652
 Figura 2.20 – Giuseppe Galli-Bibiena. “Architectural capriccio”. Academia de Belas Artes, Bolonha



Figura 2.21 – Hans Holbein. Os embaixadores, 1533

⁴⁸ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 23.

Na pintura também foram desenvolvidos alguns trabalhos relacionados com anamorfoses⁴⁹, que na prática traduz-se pela representação em perspetiva vista num determinado ponto de vista (Figura 2.21). Os anamorfismos desenvolveram-se nos séculos XVI e XVII atingindo o seu ponto alto nos séculos XVII e XVIII. Outras experiências desenvolveram-se também no campo da perspetiva como por exemplo a perspetiva curvilínea⁵⁰ (Figura 2.22).



Figura 2.22 – Jean Fouquet (1420-1480). Entrada do Imperador Charles IV na Igreja de Saint-Denis, e. 1455-60. Perspetiva cilíndrica⁵¹

O séc. XVIII foi bastante representativo do desenvolvimento da geometria, defendendo a sua racionalização e respetiva representação. A Estereotomia da Pedra foi uma área que sofreu uma grande evolução neste período, impulsionada pela criação das

⁴⁹ “As anamorfoses são imagens que se apresentam distorcidas ou mesmo dilatadas ao olhar de um observador, mas que são passíveis de se restituírem através de um ponto de vista rigidamente determinado, como que imagens “destruídas” que se restabelecem consoante a mobilização para um lugar privilegiado do espectador, fruidor. São, portanto, imagens evasivas que implicam um retorno. As primeiras anamorfoses, ou as imagens decompostas e restabelecidas pela articulação dos raios visuais remontam, ao que parece, a finais do séc. XV, princípios do século XVI, surgindo como maravilhas da arte onde a técnica para a sua execução era guardada em segredo. Os aspectos técnicos são por conseguinte aperfeiçoados e melhorados nos séculos XVII e XVIII, onde vemos surgir recolhas e aplicações exaustivas, na prática e em teoria. In António Trindade, *Um Olhar sobre a Perspectiva Linear em Portugal nas Pinturas de Cavelete, Tectos e Abóbadas: 1470-1816*, p. 335.

⁵⁰ A perspetiva curvilínea é uma projeção gráfica usada para desenhar objetos 3D em superfícies 2D. Existem duas versões, a perspetiva cilíndrica e a perspetiva esférica, que foram formalmente apresentadas em 1968 por André Barre e Albert Flocon no livro «La Perspective curviligne», que também revela a influência de M. C. Escher. O sistema utiliza linhas de perspetiva curvas em vez de linhas retas convergentes como a perspetiva linear tradicional, embora na perspetiva cilíndrica as linhas verticais se mantenham na mesma posição.

⁵¹ In “Grandes Chroniques de France”, iluminura. Paris, Biblioteca Nacional Francesa, département des Manuscrits, Français 6465, fol. 442 (Livre de Charles V).

Academias Militares Francesas (1720), que rapidamente investiram no conhecimento das ciências aplicadas⁵².

A Topologia⁵³ ficou representada por Leonard Euler (1707-1783) em 1736 constitui-se como uma ciência, estudando os «problemas das figuras invariantes perante uma transformação biunívoca e bicontinua»⁵⁴, dando origem à Geometria de Continuidade⁵⁵.

O tratado⁵⁶ de Amedeo Francesco Frezier (1682-1773) já abordava alguns aspetos que faziam parte da construção da Geometria Descritiva. Brook Taylor (1685-1731) desenvolveu a sua Perspetiva Linear⁵⁷ (1715). Philippe Bouache (1700-1773) desenvolveu o conceito de curva de nível para a representação topográfica de fundos marinhos (1738)⁵⁸. E Gaspard Monge⁵⁹ (1746-1818) que já ensinava na «Academia des Arts et Mézières» Geometria Descritiva publicou em 1794 um documento onde acabou por sistematizar esta forma de representação, que ganharia assim o estatuto de ciência autónoma⁶⁰.

A Geometria Descritiva, desenvolvida e apresentada em 1799 por Gaspard Monge, constitui-se como um sistema de representação plana de objetos existentes no espaço. Este sistema constituiu-se pela Dupla Projeção Ortogonal, mas também pela Geometria Cotada, a Representação Axonométrica e a Representação Icónica. A

⁵² Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 24.

⁵³ A topologia é uma área da matemática que estuda os espaços topológicos, como uma extensão da geometria. Em 1736 Leonard Euler resolve o problema das sete pontes de Königsberg, considerado como um dos primeiros resultados topológicos, embora o termo já tenha sido utilizado por Johann Benedict Listing em 1847.

⁵⁴ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p.27.

⁵⁵ Idem, ibidem.

⁵⁶ «Traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture», T.I. (1737), II. (1738); III (1739). 2ª edição (1769). Cf. Gino Loria, *Storia de la Geometria Descritiva: dalle origini sino ai giorni nostri*. Milano, p. 88.

⁵⁷ Na sua obra «Linear Perspective».

⁵⁸ Cf. Teresa Gil Piqueras et al., *Levantamientos planimétricos en edificación*, p. 19.

⁵⁹ Gaspard Monge, natural de Beaume, devido à sua capacidade de visualizar relações espaciais, desenhou o mapa da cidade natal aos 16 anos, com a ajuda de instrumentos de agrimensura construídos por si. Torna-se professor de Física do Colégio de Lyon e mais tarde professor na Escola Militar de Mézières, onde acaba por desenvolver um sistema de representação, a Geometria Descritiva, que ficou guardado durante muitos anos até ser divulgado em 1794. Este sistema teve um grande impacto para o desenvolvimento da engenharia militar e no desenho mecânico. Colaborou na Revolução Francesa, não só do ponto de vista político como também na introdução de um novo sistema educativo participando na criação da École Normale do ano III e na École Polytechnique (duas escolas onde ensinou geometria), mas também colaborou na École d'Arts et Métiers. Contribuiu para diversas áreas da matemática (geometria descritiva, análise infinitesimal, geometria analítica, etc.), da física e para a construção de material militar. Em 1804 Napoleão nomeia Conde de Péluse e em 1816 é expulso da Academia, por ordem dos Bourbons e acaba por falecer a 28 de Julho de 1818.

⁶⁰ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 24.

Geometria Descritiva não só permite desenhar no plano do desenho formas tridimensionais mas também permite a resolução de problemas gráficos (Figura 2.23).⁶¹

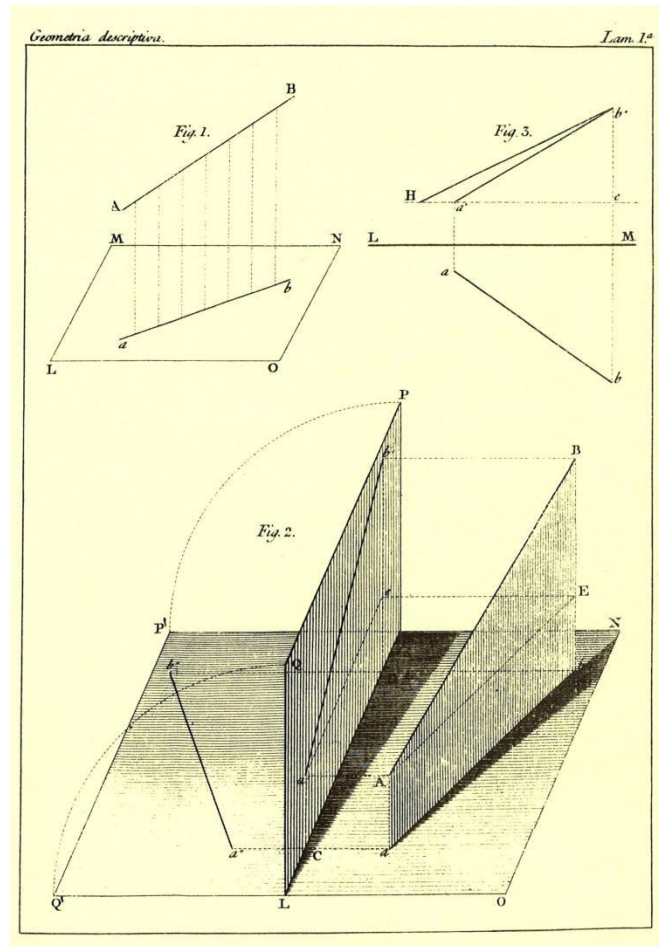


Figura 2.23 – Lam 1ª de Geometria Descritiva de Gaspard Monge 1803 (1794)⁶²

No seguimento dos estudos geométricos desenvolvidos por Monge, Jean Victor Poncelet⁶³ (1788-1867), apresentou a Geometria Projetiva⁶⁴ com a publicação do seu

⁶¹ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., pp. 27-28.

⁶² In Gaspard Monge, *Geometria Descritiva*, Lam 1ª (Fig. 1, Fig.2 e Fig.3). Edição facsimilar publicada em 1996 da tradução publicada em espanhol em 1803 do original em francês de 1794.

⁶³ Fundador da geometria projetiva moderna e discípulo de Gaspard Monge. Participou nas guerras napoleónicas na Rússia, em 1812, onde esteve prisioneiro durante 2 anos aproveitando esse tempo para estudar geometria projetiva. Autor do princípio da dualidade e de «Traité des propriétés projectives des figures», 1822, sua principal obra no âmbito da geometria projetiva.

⁶⁴ A Geometria Projetiva teve como precursor Desargues e como criador Poncelet. A sua integração como ciência autónoma acabou por organizar as geometrias em duas categorias: primeiro as propriedades métricas, que estudam distâncias e amplitudes; e depois as propriedades descritivas que tratam das inter-relações e posições dos elementos geométricos entre si.

tratado⁶⁵. Esta é reconhecida como ciência autónoma apenas na primeira metade do séc. XIX⁶⁶ com as contribuições de August Ferdinand Möbius (1790-1868) e Michel Chasles (1793-1880) relativas ao desenvolvimento, e de Jakob Steiner (1796-1863) e Karl von Staudt (1798-1867) ao nível da estruturação⁶⁷. E por fim, Felix Klein⁶⁸ (1849-1925) acabou por estabelecer o conceito de espaço afim, fechando deste modo o processo de contribuições metodológicas e conceptuais para a versão atual da Geometria Descritiva.⁶⁹

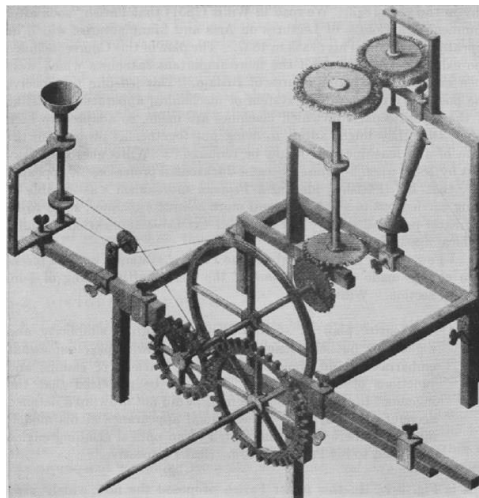


Figura 2.24 – William Farish. Isometria «Optimal-grinding engine model», 1822⁷⁰

O séc. XIX também se caracteriza por um avanço nos sistemas da Geometria Descritiva. A Perspetiva Axonométrica, que sempre evoluiu em paralelo às cónicas, encontrou a sua sistematização com o isométrico em 1822 (Figura 2.24), de William Farish (1759-1837), e também pelos contributos de Karl Pohlke⁷¹ (1810-1876). Em

⁶⁵ «Traité des Propriétés projectives des figures» (1822).

⁶⁶ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 24.

⁶⁷ Cf. R. S. Rodrigues Vaquinhas. *Apontamentos de geometria descritiva e elementos de geometria projectiva*, p. 7.

⁶⁸ Autor do “Programa de Erlangen”, que classifica as geometrias pelos grupos de transformações. Cf. Eduardo Veloso, op. cit., p. 388.

⁶⁹ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 24.

⁷⁰ In Wikipédia, File:Optimal-grinding engine model.jpg [Em linha].

⁷¹ “Teorema de Pohlke” (1853), no âmbito da axonometria oblíqua. Cf. Gino Loria, *Storia de la Geometria Descritiva: dalle origini sino ai giorni nostri*, p. 429.

1823 F. Noizet⁷² (1792-1872) sistematizou a Representação Cotada. Friedler (1859) desenvolveu a projeção central, distanciada da atividade perceptiva. Publicaram-se os Tratados de Geometria Descritiva de Jules de la Gournerie⁷³ (1814-1883), A. Leroy⁷⁴ (1780-1854), Théodore Olivier⁷⁵ (1793-1853) e Joseph-Alphonse Adhemar⁷⁶ (1797-1862).⁷⁷

No âmbito da construção de uma Geometria mais intuitiva Nicolai Ivanovich Lobatchefsky⁷⁸ (1792-1856) e Georg Friedrich Bernhard Riemann⁷⁹ (1826-1866) apresentaram os seus estudos relativos aos «Elementos» de Euclides, dando origem às chamadas Geometrias Não Euclidianas, que acabaram por ser desenvolvidas na última terça parte do séc. XIX, contribuindo deste modo para a conceptualização moderna do espaço/tempo e incentivando a um distanciamento entre a geometria e a representação do espaço sensível.

Estas Geometrias mais atuais impulsionaram diversas outras áreas no campo da física e da matemática, como a Teoria da Relatividade de Albert Einstein (1879-1955), relacionada com o estudo do espaço/tempo associado ao movimento e ainda a Teoria das Curvas⁸⁰ de Camille Jordan (1838-1922) relacionada com o estudo das superfícies não planas⁸¹.

Felix Klein (1849-1925), Sophus Lie (1842-1899) e Elie Cartan (1869-1951) desenvolveram diversos estudos, onde colocaram em causa múltiplas questões relacionadas com a Geometria. Mas é David Hilbert (1862-1943) quem acabou por definir a chamada Geometria Racional, onde a geometria é considerada algo de abstrato, desligada da representação gráfica e intimamente relacionada com a Álgebra,

⁷² «Memoire sur la géométrie appliqué au dessein de la fortification», publicado no “Memorial de l’officier du Génie” (nº 6, 1823, 5, 224). Noiset expõe pela primeira vez o método dos planos cotados.

⁷³ «Traité de Géométrie Descriptive» (1837).

⁷⁴ «Traité de Géométrie Descriptive» (1842).

⁷⁵ «Cours de Géométrie Descriptive» (1843).

⁷⁶ «Traité de Géométrie Descriptive» (1834).

⁷⁷ Juan Antonio Sánchez Gallego, op. cit., p. 24.

⁷⁸ «Géométrie Imaginaire» (1837): relativo à geometria não euclidiana. Cf. Eduardo Veloso, op. cit., p. 388.

⁷⁹ Desenvolve estudos sobre as hipóteses que estão na base dos fundamentos da geometria (1867). Cf. Eduardo Veloso, op. cit., p. 388.

⁸⁰ «Cours d’analyse de l’École Polytechnique». Publicação com três edições, sendo que o teorema da curva de Jordan só aparece na terceira edição, publicada entre 1909 e 1915.

⁸¹ Cf. Carlos Tavares Ribeiro, op. cit., p. 28.

introduzindo definitivamente a noção de espaço vetorial e alterando por completo a noção de espaço e de infinito⁸².

O princípio do séc. XX representa não só o amadurecimento da construção interna do sistema diédrico como também a consolidação do método direto (supressão da Linha de Terra) e a fundamentação metodológica das mudanças de planos. Esta última apresentada pela primeira vez por Adam V. Millar (1873-?) na Universidade de Wiscosin, e publicada em conjunto com outros autores entre 1913-1919. Gerge S. Hood publicou em 1926 «Geometry e Engineering Drawing» onde faz uma proposta da denominação⁸³.

A configuração do computador deu-se em meados do séc. XX, sendo atualmente um instrumento básico e necessário, em todas as áreas técnicas e culturais, especialmente na representação gráfica. Em 1950 fizeram-se as primeiras experiências de impressão e em 1958, com o aparecimento das *plotters*, passou a ser possível obter desenhos em suporte permanente. Nos finais dos anos 60 começaram a aparecer os programas de desenho gráfico, que sofreram grandes alterações na década seguinte. Os anos 80 são caracterizados pela comercialização em massa dos computadores pessoais facilitando o acesso aos programas de desenho CAD, de modelação 3D, tratamento de imagem entre outros, até à atualidade.⁸⁴

2.3 Configuração da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal.

2.3.1 Breve enquadramento do atual Ensino Secundário

O ensino ministrado tem as suas origens nas ordens religiosas, como as de Santa Cruz de Coimbra e Alcobaca, embora houvesse outro tipo de escolas mais simples, onde se ensinava basicamente a ler, escrever e contar. No desenvolvimento do ensino por toda a Europa Ocidental surge a primeira universidade portuguesa por volta do séc.

⁸² Idem, *ibidem*.

⁸³ Cf. Juan Antonio Sánchez Gallego, *op. cit.*, p. 24.

⁸⁴ Idem, p. 25. e Teresa Gil Piqueras et al, *op. cit.*, p. 20.

XIII. É fundada em Lisboa no reinado de D. Dinis, em 1288, e designada por «Estudo Geral». Entretanto transferida para Coimbra, volta novamente para Lisboa, para depois se fixar definitivamente em Coimbra (1537), mantendo a proximidade das ordens religiosas.

No reinado de D. João III criam-se os «Colégios» que se mantiveram nas mãos das ordens religiosas até ao séc. XVII. Os Jesuítas foram responsáveis por grande parte dos «Colégios» que apareceram na época, controlando esta atividade até serem expulsos de Portugal por Marquês de Pombal. Também associada a este Rei apareceu o «Colégio das Artes»⁸⁵, uma escola preparatória «expressamente delineada para esse fim, (...) de nível categorizado, europeu»⁸⁶.

A história do Ensino Secundário remonta ao séc. XIII, quando o ensino era ministrado pelas ordens religiosas, e até ao séc. XV, quando foram criadas as escolas menores (1772), estabelecendo definitivamente a diferença entre Ensino Secundário e Ensino Superior que até aqui não se encontrava.⁸⁷

Com a extinção das ordens religiosas foram criadas por Marquês de Pombal várias escolas para preencher o vazio do domínio das escolas conventuais e episcopais, mantendo-se ainda a Universidade de Coimbra responsável pelos estudos menores.

Neste panorama e no campo do ensino, a concorrência entre os poderes da Igreja e do Estado, acabou por ser ganha pelo último, que acabou por ficar a controlar gradualmente a educação formal, mantendo-se ainda um sistema paralelo, de base educativa privado controlado pelos seculares.

No início do séc. XIX Passos Manuel organiza o Ensino Secundário oficial, cujos espaços físicos onde seriam ministrados denominar-se-iam de liceus, instaladas em cada uma das sedes de distrito.

A reforma de João Franco, nos finais do séc. XIX substituiria o curso do secundário de seis anos (curso geral - quatro anos e curso complementar - dois anos), que se subdividia em Letras e Ciências, por um curso de sete anos uniforme.

⁸⁵ Fundada em Coimbra por iniciativa de Infante D. Pedro e posteriormente concluída por D. João III pela falta de cursos com o objetivo de melhorar e renovar o ensino em Portugal enquadrados numa linha humanista de cariz mais laico e distanciando o Colégio das restantes instituições de ensino.

⁸⁶ In Rómulo de Carvalho, *História do Ensino em Portugal*, p. 243.

⁸⁷ Cf. Direção-Geral de Educação e Cultura de Portugal, *O Sistema Educativo em Portugal*.

Nova alteração em 1905, organizou-se o ensino técnico e recuperou-se a divisão do curso complementar em Letras e Ciências que se manteve até à reforma de 1936⁸⁸. Nesta última estabeleceu-se um curso geral de seis anos e um curso complementar de um ano.

Em 1947, com base no Decreto-lei nº 36:507⁸⁹, o curso complementar (3º Ciclo) ficou distribuído em dois anos, com o objetivo de preparar os alunos para o acesso ao ensino superior.

O curso técnico reorganizou-se com diversos níveis de formação no ano seguinte (o mais extenso iria até seis anos), conforme o Decreto nº 37:029/48⁹⁰.

Em 1971, o então Ministro da Educação, Veiga Simão, apresentou o Projeto do Sistema Escolar e uma Proposta Geral da Reforma do Ensino Superior, que apenas ficou aprovado em 1973. Este período ficou marcado na história do sistema educativo em Portugal pela introdução do conceito democrático de acesso ao ensino.

Após o 25 de Abril de 1974, ainda se procedeu à unificação do curso geral (atual 3º Ciclo do Ensino Básico) e criação de cursos complementares de via única nos dois ramos de ensino existentes na época (o ensino liceal e o ensino técnico e comercial).

No ano de 1975/76 iniciou-se a implementação da unificação do curso geral com objetivos sociais de igualdade de oportunidades, atualização de processos e métodos pedagógicos e reforço da função social da escola mais direcionada para a comunidade.⁹¹

No final dos anos 70 realizou-se a unificação do dispositivo curricular com a aprovação de novos planos curriculares e fusão de grupos de docência. Foi então apresentada em 1978 uma nova estrutura curricular do curso complementar com o objetivo de eliminar as duas vias existentes (o liceal e o ensino técnico) e de facilitar o acesso ao ensino superior, e também de integrar os jovens na vida ativa, conjugando com sistemas de formação já existentes ou a construir. O 10º e 11º anos passaram a constituir uma sequência do 9º ano do regime de opções então criado, reestruturação⁹² que teve como base a introdução de cinco áreas de estudo constituídas por três

⁸⁸ Cf. Diário do Govêrno, nº 241, I Série de 14 de Outubro de 1936.

⁸⁹ Cf. Diário do Governo, nº 216, I Série de 17 de Setembro de 1947.

⁹⁰ Cf. Diário do Governo, nº 198, I Série de 25 de Agosto de 1948.

⁹¹ Cf. Direcção-Geral de Educação e Cultura de Portugal, op. cit., p. 125.

⁹² Cf. Despacho Normativo n.º 140-A/78, Diário da República, nº 141, I Série de 22 de Junho de 1978.

componentes: formação geral (comum a todas as áreas); formação específica; e formação vocacional.⁹³

Em 1977 substituiu-se o serviço cívico pelo ano propedêutico constituído por cinco disciplinas, das quais duas obrigatórias (língua portuguesa e língua estrangeira), que mais tarde deram origem ao atual 12º ano de escolaridade, introduzido em 1980.

Com base no Despacho Normativo nº194-A/83⁹⁴, de 21 de Outubro, institucionalizou-se o ensino técnico profissional num ciclo de 3 anos, com uma oferta de formação com carácter profissionalizante integrada no sistema formal de ensino, ao qual se juntariam as escolas profissionais, em 1989.

Em 1986 foi apresentada a Lei de Bases do Sistema Educativo, Lei nº 46/86, de 14 de Outubro⁹⁵, que defendia o direito à Educação e à Cultura para todas as crianças, sendo alargada para nove anos a escolaridade obrigatória. Este diploma garantia a formação orientada para a vida ativa ou para prosseguimento no ensino superior.

Os objetivos do Ensino Secundário encontram-se na Subsecção II - Ensino Secundário – artigo 9º:

- «a) Assegurar o desenvolvimento do raciocínio, da reflexão e da curiosidade científica e o aprofundamento dos elementos fundamentais de uma cultura humanística, artística, científica e técnica que constituam suporte cognitivo e metodológico apropriado para o eventual prosseguimento de estudos e para a inserção na vida activa;
- b) Facultar aos jovens conhecimentos necessários à compreensão das manifestações estéticas e culturais e possibilitar o aperfeiçoamento da sua expressão artística;
- c) Fomentar a aquisição e aplicação de um saber cada vez mais aprofundado assente no estudo, na reflexão crítica, na observação e na experimentação;
- d) Formar, a partir da realidade concreta da vida regional e nacional, e no apreço pelos valores permanentes da sociedade, em geral, e da cultura portuguesa, em particular, jovens interessados na resolução dos problemas do País e sensibilizados para os problemas da comunidade internacional;
- e) Facultar contactos e experiências com o mundo do trabalho, fortalecendo os mecanismos de aproximação entre a escola, a vida activa e a comunidade e dinamizando a função inovadora e interventora da escola;

⁹³ Idem, ibidem.

⁹⁴ Cf. Diário da República, nº 243, I Série de 21 de Outubro de 1983.

⁹⁵ Cf. Diário da República, nº 237, I Série de 14 de Outubro de 1986.

f) Favorecer a orientação e formação profissional dos jovens, através da preparação técnica e tecnológica, com vista à entrada no mundo do trabalho;

g) Criar hábitos de trabalho, individual e em grupo, e favorecer o desenvolvimento de atitudes de reflexão metódica, de abertura de espírito, de sensibilidade e de disponibilidade e adaptação à mudança.»

Apenas no ano letivo 1993/94 é que seria colocada em prática a Lei de Bases de 86 na maior parte das escolas do Ensino Secundário, tendo em consideração as linhas de orientação previamente definidas e regulamentada pelo Decreto-Lei n.º 286/89⁹⁶, de 29 de Agosto.

No ano letivo 2004/05 entrou em vigor nova alteração curricular, Decreto-Lei n.º 74/2004⁹⁷, de 26 de Março, tendo como objetivo uma reforma do Ensino Secundário que preenchesse as necessidades do país ao nível da formação, perante as alterações sociais decorridas. A oferta formativa⁹⁸ do Ensino Secundário compreendia cursos científico-humanísticos (para prosseguir para o Ensino Superior); cursos tecnológicos (orientados na dupla perspetiva da inserção no mercado de trabalho e do prosseguimento de estudos, especialmente através da frequência de cursos pós-secundários de especialização tecnológica e de cursos do ensino superior); cursos artísticos especializados (consoante a área artística, para o prosseguimento de estudos ou orientados na dupla perspetiva da inserção no mundo do trabalho e do prosseguimento de estudos); cursos profissionais, vocacionados para a qualificação inicial dos alunos, privilegiando a sua inserção no mundo do trabalho e permitindo o prosseguimento de estudos; e ainda cursos do Ensino Secundário recorrente (que proporcionavam uma segunda oportunidade de formação que permitia conciliar a frequência de estudos com uma atividade profissional).⁹⁹

⁹⁶ Cf. Diário da República, n.º 198, I Série de 29 de Agosto de 1989.

⁹⁷ Cf. Diário da República, n.º 73, I Série-A de 26 de Março de 2004.

⁹⁸ Aplicadas pelas Portarias n.ºs 550 A (curso tecnológico), 550 B (cursos artísticos especializados), 550 C (cursos profissionais), 550 D (cursos científico-humanísticos) e 550 E (cursos do ensino recorrente), do Diário da República n.º 119, Suplemento, Série I-B de 21 de Maio de 2004 e pela Portaria 554/04, do Diário da República, n.º 120, Série I-B de 22 de Maio de 2004, que cria, na área das Artes Visuais, os cursos de Design de Comunicação, Design de Produto e Produção Artística e, na área dos Audiovisuais, o curso de Comunicação Audiovisual e aprova os respetivos planos de estudo.

⁹⁹ Cf. Decreto-Lei n.º 74/2004, do Diário da República, n.º 73, I Série-A de 26 de Março de 2004, p. 1933.

A Lei nº 115/97¹⁰⁰, de 19 de Setembro, surgiu como a primeira alteração à Lei de Bases do Sistema Educativo de 1986. Uma segunda alteração foi proposta com a Lei nº 49/2005¹⁰¹, de 30 de Agosto. E ainda, uma terceira alteração com a Lei nº 85/2009¹⁰², de 27 de Agosto, que estabelecia o regime da escolaridade obrigatória para as crianças e jovens que se encontravam em idade escolar e consagrava a universalidade da educação pré-escolar para as crianças a partir dos 5 anos de idade.

2.3.2 Geometria Descritiva no Ensino Secundário

Os conteúdos do atual programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário foram introduzidos ao longo de sucessivas reformas educativas.

Recuando no tempo e após consulta do Decreto nº 20:369, de 8 de Outubro de 1931, do Ministério de Instrução Pública verifica-se que a cadeira de Desenho desenvolvia-se ao longo de 5 classes no Ensino Secundário e incluía a representação pelo método da Dupla Projecção Ortogonal na IV e V classes.

«O professor deverá ter sempre em vista que esta disciplina é um ramo de saber apresentado sob a tríplice aspecto de desenho geométrico, de invenção e de imitação à mão livre, e que estes aspectos, tendo cada um a sua finalidade perfeitamente marcada, deixam, todavia, de ser independentes no curso dos liceus, para constituírem um todo sob o nome genérico de desenho. Por isso o ensino dos assuntos tratados nas três alíneas do programa – desenho geométrico; desenho de invenção; desenho de imitação à mão livre – deverão marchar o mais paralelamente possível.»¹⁰³

Focando a atenção apenas nos conteúdos da Dupla Projecção Ortogonal que faziam parte do «desenho geométrico», estes distribuíam-se da seguinte forma:¹⁰⁴

- A IV classe tratava de questões relativas às projecções ortogonais (método dos planos ortogonais de projecção) de pontos, de retas (verticais, de topo, de nível, de frente, de frente nível, oblíquas aos dois planos e de perfil); da representação do plano pelos seus traços, nomeadamente o projectante horizontal e o projectante vertical (com

¹⁰⁰ Cf. Diário da República, nº 217, I Série-A de 19 de Setembro de 1997.

¹⁰¹ Cf. Diário da República, nº 166, I Série-A de 30 de Agosto de 2005.

¹⁰² Cf. Diário da República, nº 166, 1ª Série de 27 de Agosto de 2009.

¹⁰³ Cf. Diário do Governo, nº 232, 1ª Série de 8 de Outubro de 1931, p. 2189.

¹⁰⁴ Idem, ibidem.

casos particulares de frente, de nível e de perfil), o oblíquo aos dois planos (com casos particulares do paralelo e do passante pela linha de terra); projecções de figuras planas, paralelas a qualquer dos planos de projecção ou coincidentes com os mesmos; projecções de pirâmides retas, de base paralela ou coincidente a qualquer dos planos de projecção; projecções de prismas retos de base paralela ou coincidente a qualquer dos planos de projecção; traços de retas nos planos de projecção; e sombras própria e produzida nos planos de projecção (Figura 2.25).

- Na V classe continuava-se a tratar de questões relativas às projecções ortogonais, mas concretamente, de cones de revolução de base paralela ou coincidente aos planos de projecção; de cilindros de revolução de bases paralelas ou coincidente aos planos de projecção; e ainda integrava o estudo das sombras própria e produzida nos planos de projecção de sólidos (Figura 2.26).

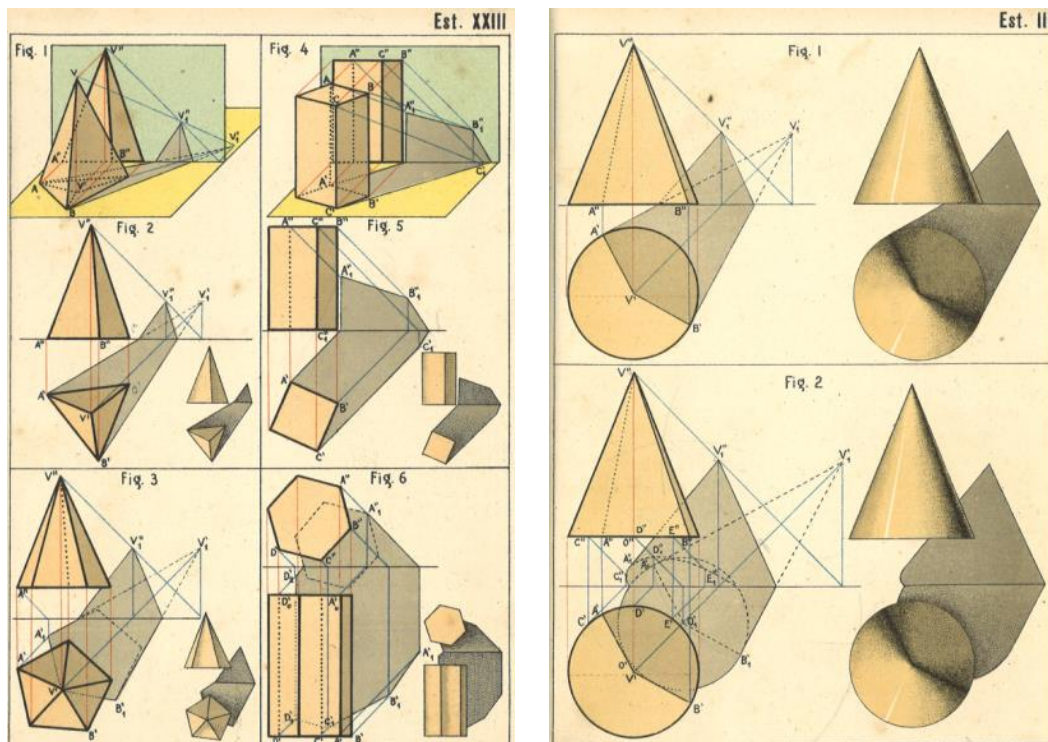


Figura 2.25 – Est. XXIII - Sombras de sólidos, pirâmide reta e prisma reto (Classe 4.^a)¹⁰⁵
 Figura 2.26 – Est. III - Sombras, cone reto de base circular (Classe 5.^a)¹⁰⁶

¹⁰⁵ In Augusto do Nascimento (c), *Desenho*, p. 57.

¹⁰⁶ Idem, p. 77.

Após consulta do Decreto nº 27:085¹⁰⁷, de 14 de Outubro de 1936¹⁰⁸, onde foram aprovados os programas do ensino, verificou-se que não constava no quadro apresentado qualquer disciplina onde os conteúdos da Geometria Descritiva estivessem incluídos.¹⁰⁹

Em 1947 ficou aprovado o novo Estatuto do Ensino Liceal onde se estabeleceu os dois anos para o Curso Complementar do 3º Ciclo, no Decreto nº 36:507¹¹⁰, de 17 de Setembro e em 1948 foram publicados novos Programas do Ensino Liceal pelo Decreto nº 37:112¹¹¹, de 22 de Outubro, onde foi possível encontrar o Método de Monge na disciplina de Desenho e trabalhos manuais incluído nos programas do 6º e 7º anos, correspondente aos atuais 10º e 11º anos¹¹². A respetiva disciplina abordava temáticas como o «Desenho geométrico», o «Esboço cotado» e o «Desenho à vista». O «Desenho geométrico» tratava questões relativas ao método de Dupla Projeção Ortogonal, ocupando a maior parte da carga horária atribuída a esta disciplina. O «Esboço cotado» ocupava-se da «representação de objectos e formas variadas e materiais diversos». E no «Desenho à vista» realizavam-se «cópias dos objectos que servem em esboço cotado ou de outros, de ornatos de gesso muito simples e de animais e plantas»¹¹³.

De acordo com o Decreto nº37:112, de 22 de Outubro de 1948¹¹⁴ os conteúdos acabaram por ficar distribuídos em dois anos consecutivos.

- No 6º ano integravam-se: as projeções ortogonais (método dos planos ortogonais de projeção); as projeções do ponto; as projeções da reta e determinação dos seus traços; a representação do plano; os rebatimentos; as projeções de polígonos e da circunferência assentes nos planos de projeção e em planos perpendiculares a um dos planos de projeção; as projeções de pirâmides com base paralela a qualquer dos planos de

¹⁰⁷ Cf. Diário do Governo, nº 241, I Série de 14 de Outubro de 1936.

¹⁰⁸ Cf. José Manuel Gonçalves Moutinho Russo, *Aplicação e-learning em Geometria Descritiva*, p. 37.

¹⁰⁹ No ano letivo de 1847-1848 abriu uma aula de “Geometria e Mecânica aplicada às Artes e Ofícios”, nos liceus portugueses, que acabou por ser definitivamente extinta em 1854, não só por falta de alunos mas também por decisão do Conselho de afastar o ensino das ciências dos liceus e com a recomendação de a incorporar no Instituto Industrial como 6ª cadeira de Mecânica Industrial. Cf. Carlos Beato, *Os liceus e as ciências (1836-1860)*, pp. 164-171 e 326.

¹¹⁰ Cf. Diário do Governo, nº 216, I Série de 17 de Setembro de 1947.

¹¹¹ Cf. Diário do Governo, nº 247, I Série de 22 de Outubro de 1948.

¹¹² Cf. José Manuel Gonçalves Moutinho Russo, op. cit., p. 37.

¹¹³ Cf. Diário do Governo, nº 247, I Série de 22 de Outubro de 1948, p. 1169.

¹¹⁴ Idem, ibidem.

projeção ou assente em qualquer deles; as projeções de prismas retos com uma das bases assente em qualquer dos planos de projeção e em planos perpendiculares a um dos planos de projeção; secções destes sólidos por planos perpendiculares a um dos planos de projeção; determinação da verdadeira grandeza destas secções; construção geométrica das sombras produzidas por um ponto, por um segmento de reta e pelas figuras planas estudadas e das sombras própria e produzida dos sólidos estudados.

- E no 7º ano eram dadas: as projeções do cone de revolução de base assente num dos planos de projeção ou paralela a qualquer deles; projeções do cilindro de revolução com uma das bases assente num dos planos de projeção e em planos perpendiculares a um dos planos de projeção; secções do cone e do cilindro de revolução por planos perpendiculares a um dos planos de projeção; determinação da verdadeira grandeza destas secções; interseção de retas com sólidos (casos simples); sombra própria e produzida nos planos de projeção do cone e do cilindro de revolução; projeções e sombra própria e produzida nos planos de projeção de dois sólidos sobrepostos (casos muito simples).

Mais adiante¹¹⁵ foi apresentado um conjunto de recomendações referentes ao ensino do «desenho geométrico» do 3ºCiclo:

- O estudo da Geometria Descritiva deveria ter como objetivo uma iniciação ao desenho rigoroso dos cursos superiores;
- A matéria deveria ser desenvolvida no primeiro quadrante, tanto nas aulas teóricas como nas aulas práticas;
- As projeções deveriam ser dadas de forma experimental avançando ao longo da matéria para uma visualização espacial sem modelos auxiliares;
- As sombras deviam ser estudadas preferencialmente a distância finita;
- As aulas teóricas deviam ser reduzidas ao essencial, beneficiando as aulas práticas;

¹¹⁵ Idem, p. 1173.

- A boa execução e o rigor seriam muito valorizados;
- Os trabalhos deviam ser passados a tinta-da-china, exceto em situações de recapitulação;
- Os esbatidos seriam utilizados nos desenhos e no caso de sólidos redondos aconselhava-se a determinação da geratriz brilhante;
- As letras deveriam obedecer a um “modelo técnico”, com possibilidade de se utilizar o escantilhão.

O livro de apoio às aulas de Desenho para o 3º Ciclo teria a denominação de «Compêndio de desenho para o 3º ciclo». Nas considerações gerais referentes ao livro e respetivo programa transcreve-se o seguinte (Figura 2.27 e Figura 2.28):

«O livro de desenho deverá ser para o aluno, não só um elemento de informação, mas também um factor importante da sua educação estética. Deverá ser consultado com prazer, com verdadeiro entusiasmo, inculcando no aluno o desejo de o estimar e de o conservar com verdadeiro carinho. Para isso deverá ter as figuras muito bem desenhadas, cheias de expressão e cuidadosamente ordenadas, de maneira a formarem um conjunto agradável, e apresentará bom aspecto gráfico, quer no papel, quer na impressão. Convém não perder de vista o objectivo fundamental do livro de desenho, que é facultar ao aluno conhecimentos das questões mais por meio da visão do que por meio da memória.»¹¹⁶

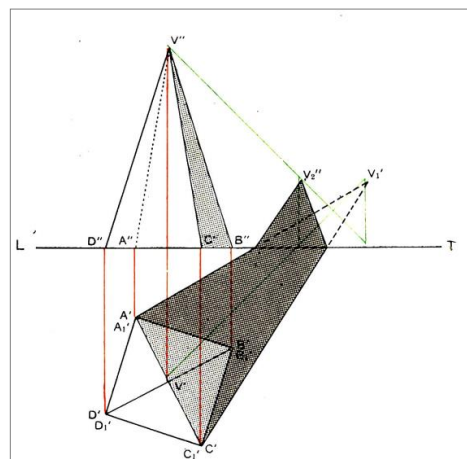
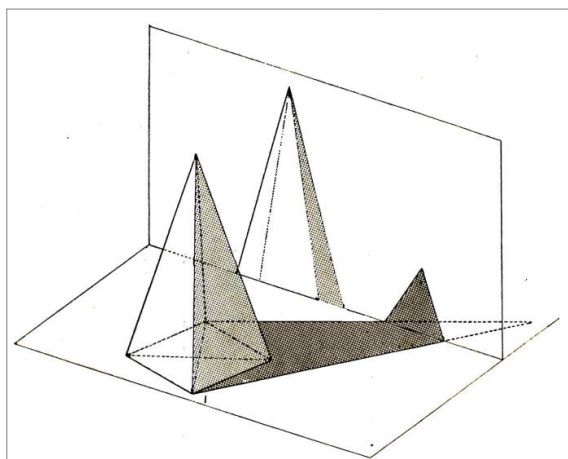


Figura 2.27 – «Sombras duma pirâmide quadrangular assente pela base no plano horizontal»¹¹⁷
Representação do modelo tridimensional

Figura 2.28 – «Sombras duma pirâmide quadrangular assente pela base no plano horizontal»¹¹⁸
Representação por Dupla Projeção Ortogonal

¹¹⁶ Idem, ibidem.

¹¹⁷ In A. Marques da Rocha e J. De Moura Machado, *Compêndio de Desenho para o 3º Ciclo dos liceus*, p. 112.

¹¹⁸ Idem, ibidem.

Posteriormente foram introduzidas algumas alterações ao programa de Desenho do ensino liceal publicadas no Decreto nº 39 807¹¹⁹, de 7 de Setembro de 1954, onde ficou definido uma introdução explícita ao estudo da interseção de planos, restringindo-se aos casos de um deles ser projetante ou ambos estarem definidos pelos seus traços, e da interseção de uma reta com um plano. E ainda, fez-se uma recomendação quanto à utilização da direção luminosa, a uma distância finita na introdução ao traçado das sombras, ou a uma distância infinita (direção luminosa convencional) na determinação de traçados de projeções.

O Curso Complementar, equivalente aos atuais 10º e 11º anos de escolaridade, acabou por ser introduzido em 1978. Em 1980, o 12º ano (com a via de ensino e a via profissionalizante, ambas com acesso ao Ensino Superior) veio substituir o ano propedêutico (que entrou em vigor 1977). Neste enquadramento a Geometria Descritiva encontrava-se distribuída em três anos consecutivos. De salientar, que o curso liceal noturno manteve a denominação de Desenho, apesar dos conteúdos serem os mesmos da Geometria Descritiva.¹²⁰

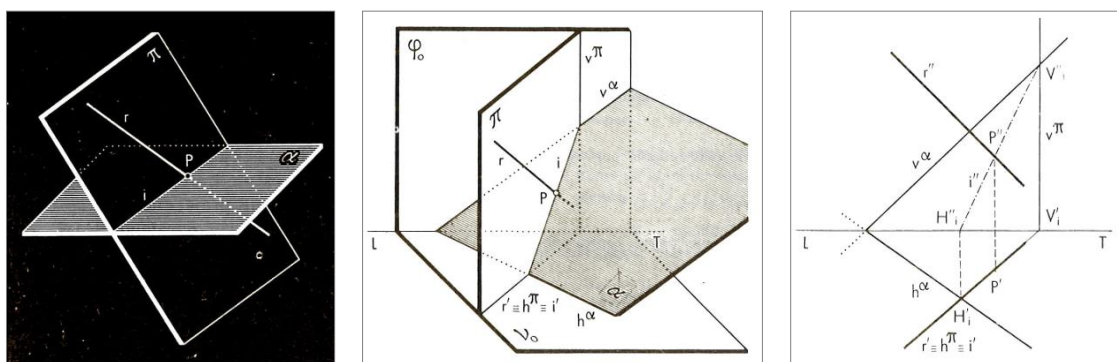


Figura 2.29 – Interseção de uma reta com um plano – método geral¹²¹

Figura 2.30 – Interseção de uma reta com um plano – perspectiva cavaleira¹²²

Figura 2.31 – Interseção de uma reta com um plano – representação por Dupla Projecção Ortogonal¹²³

¹¹⁹ Cf. Diário do Governo, nº 198, I Série de 7 de Setembro de 1954.

¹²⁰ Cf. José Manuel Gonçalves Moutinho Russo, op. cit., p. 38 e Direcção-Geral de Educação e Cultura de Portugal, op. cit., p. 125.

¹²¹ In António Carreira, *Compêndio de Desenho para o 3º Ciclo do ensino liceal*, p. 88.

¹²² Idem, p. 89.

¹²³ Idem, ibidem.

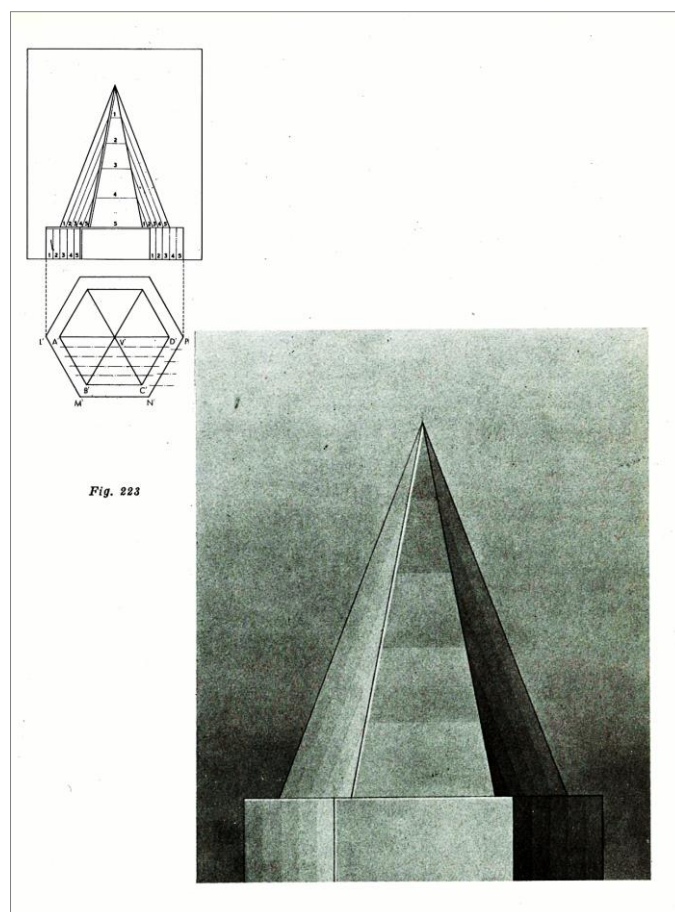


Fig. 223

Figura 2.32 – Aplicação de «esbatidos na projecção vertical de dois sólidos sobrepostos, um deles uma pirâmide, o outro um prisma»¹²⁴

A disciplina de Desenho manteve a denominação no 9º ano, mas no 7º e 8º ano foi alterada para Educação Visual, ficando o último ano do 3º Ciclo, dedicado ao desenho geométrico, mais concretamente, às construções geométricas complementadas com uma abordagem ao Sistema de Dupla Projeção Ortogonal. Nesta introdução ao Sistema de Monge são estudados fundamentalmente sólidos com faces paralelas aos planos de projeção.

Relativamente aos programas de Geometria Descritiva do Curso Complementar Diurno¹²⁵ ficaram definidas as seguintes áreas para o 10º e 11º ano:

- 10º Ano - Projeção e Sistemas de Projeção (A₁-noção de projeção, A₂-condições de definição de um sistema de projeção, A₃-sistemas e métodos de projeção e processos correspondentes); Sistema de Projeção

¹²⁴ Idem, p. 173.

¹²⁵ Cf. Despacho da Secretaria de Estado do Ensino Básico e Secundário de 7 de Setembro de 1979.

Paralela ou Cilíndrica (B₁-desenho cotado, B₂-representação axonométrica, B₃-geometria descritiva/método dupla projeção ortogonal);

- 11º ano - Sistema de Projeção Paralela ou Cilíndrica (B₄-geometria descritiva/método de dupla projeção ortogonal – conclusão); Sistema de Projeção Central ou Cónica (C₁-Introdução à Perspetiva Rigorosa¹²⁶).

O 12º ano¹²⁷ do Curso Complementar abrangia um plano de matérias desenvolvido no seguinte esquema programático: 1ª Parte – Estudo e representação de figuras geométricas no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal; 2ª Parte – Teoria das sombras; representação no Sistema de Dupla Projeção ortogonal; 3ª Parte – Representação Axonométrica de figuras geométricas, formas ou objetos; e 4ª Parte – Representação de figuras geométricas, formas ou objetos em perspetiva linear plana.

Com o objetivo de associar o desenho e a sua função representativa, em 1984 a disciplina aparece com nova denominação, Desenho e Geometria Descritiva, embora integrasse no seu plano programático a Dupla Projeção Ortogonal, as Projeções Cotadas e a Perspetiva.¹²⁸

A alteração implementada pela Lei nº 115/97¹²⁹, de 19 de Setembro, regulada pelo Decreto-Lei nº 286/89¹³⁰, de 29 de Agosto, referia a disciplina de Desenho e Geometria Descritiva (dos 10º, 11º e 12º anos) como uma Componente de Formação Específica. A carga horária desta disciplina para os alunos de Arquitetura, Artes Plásticas e Design passava a ser de 4 horas em cada um dos três anos e de apenas 3 horas para os alunos de Engenharia, no 12º ano.

Neste enquadramento o 12º ano também fazia parte da Componente de Formação Específica, com alterações relativas aos conteúdos programáticos, que passariam a incluir integralmente a Perspetiva Cónica conforme as duas figuras seguintes.

¹²⁶ Que durante um período de tempo passou a facultativo, o que acabou por ser entendido como eliminatório.

¹²⁷ Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Programa de Geometria Descritiva do 12º ano de Escolaridade - Via de Ensino*, p. 5.

¹²⁸ Cf. José Manuel Gonçalves Moutinho Russo, op. cit., p. 38.

¹²⁹ Cf. Diário da República, nº 217, I Série-A de 19 de Setembro de 1997. Alteração à Lei nº 46/86, de 14 de Outubro (Lei de Bases do Sistema Educativo).

¹³⁰ Cf. Diário da República, nº 198, I Série de 29 de Agosto de 1989.

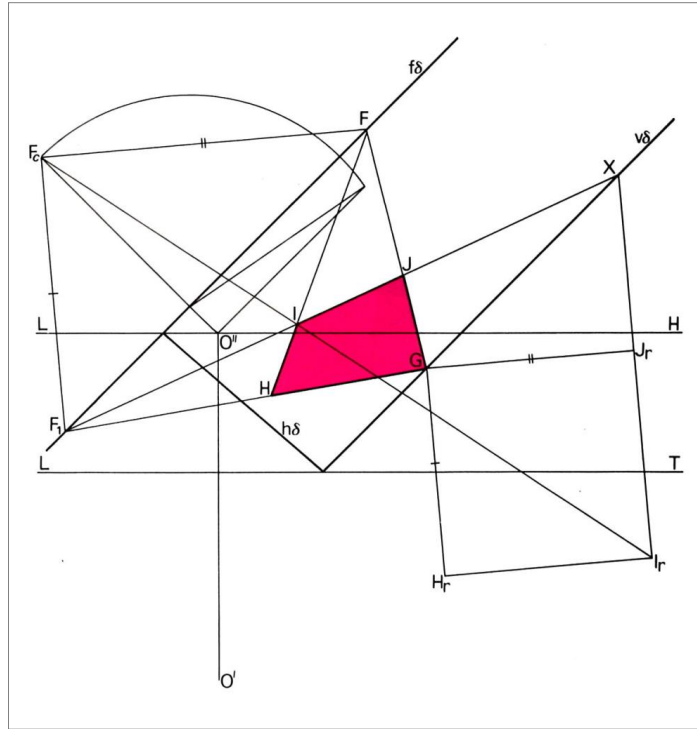


Figura 2.33 – «Determinação da perspectiva de um quadrado existente num plano dado»¹³¹

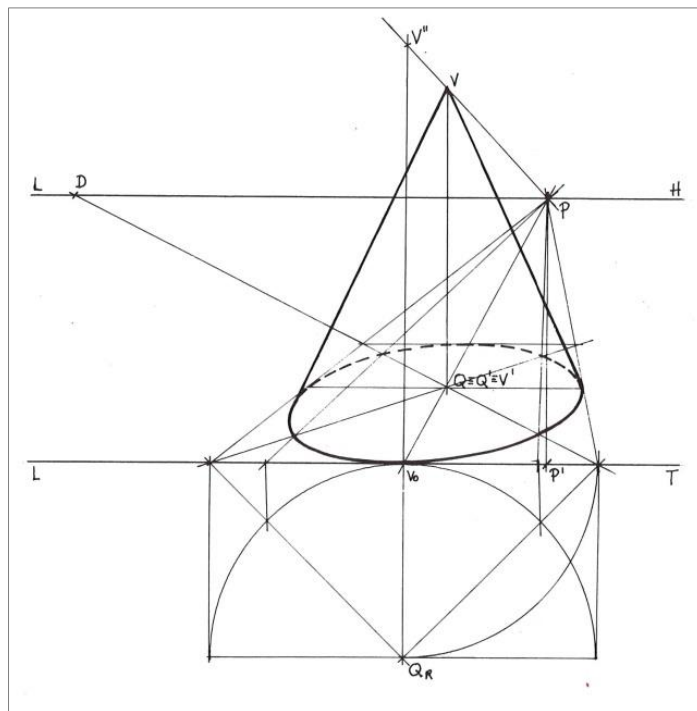


Figura 2.34 – Perspetiva de um cone assente no geometral¹³²

¹³¹ In Moreira de Sousa, *Desenho e Geometria Descritiva 12º ano I*, p. 71.

¹³² In José Santa-Rita e Maria Júlia Lourenço Trindade, *Perspectiva Cónica - Manual Prático e Teórico 12º ano*, p. 165.

Em 1999¹³³ o plano curricular da disciplina de Desenho e Geometria Descritiva sofreu uma nova mudança, a Perspetiva Cónica é retirada e os Problemas Métricos e a Representação Axonométrica passaram a integrar o novo plano curricular, mantendo-se distribuída por três anos com a denominação de Geometria Descritiva A e Geometria Descritiva B, apenas num ano. Foi nesta reforma curricular¹³⁴ da disciplina que a nomenclatura sofreu alterações. As competências específicas da Geometria Descritiva A relativamente às matérias a abordar após o 10ºano ficaram distribuídas da seguinte forma:

- Representação diédrica dos elementos geométricos: ponto, reta e plano;
- Resolução de problemas elementares de incidência e de interseção relativos a estes elementos;
- Representação de figuras planas situadas em planos projetantes;
- Representação de sólidos geométricos (pirâmides, cones, prismas, e cilindros) com base(s) situada(s) em planos projetantes; representação da esfera.

As competências específicas das matérias a abordar após o 11ºano ficaram distribuídas da seguinte forma:

- Resolução de problemas gerais de interseção de retas e de planos;
- Resolução de problemas de paralelismo e perpendicularidade de retas e planos;
- Representação de figuras planas situada sem planos não projetantes;
- Representação de sólidos geométricos (pirâmides e prismas regulares) de base(s) situada(s) em planos não projetantes;
- Determinação de planos tangentes às superfícies cónica, cilíndrica e esférica;
- Determinação de secções em sólidos por qualquer tipo de plano;
- Determinação dos pontos de interseção de retas com sólidos.

¹³³ Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programas de Geometria Descritiva A e B*.

¹³⁴ Idem, pp. 7-8.

E as competências específicas das matérias a abordar após o 12ºano ficaram distribuídas da seguinte forma:

- Resolução de problemas métricos (distâncias e ângulos);
- Resolução de interseções de sólidos;
- Determinação das sombras próprias e sombras projetadas de figuras planas e de sólidos nos planos de projeção e em planos interpostos.

Relativamente à Geometria Descritiva B foram selecionadas um conjunto de competências essenciais, dado que se tratava de uma disciplina anual (apenas no 10º ano), inicialmente:

- Representação diédrica dos elementos geométricos: ponto, reta e plano;
- Resolução de problemas de incidência e de interseção relativos a estes elementos;
- Representação de figuras planas situadas em qualquer tipo de plano;
- Representação de sólidos geométricos (pirâmides, cones, prismas e cilindros) com base(s) horizontal(ais), frontais(ais) ou de perfil;
- Representação de sólidos geométricos (pirâmides e prismas regulares) de base(s) situada(s) em planos projetantes.

Na sequência da alteração de 1999 surgiu um novo programa de Geometria Descritiva A¹³⁵, homologado em 2001, para o Curso Geral de Ciências e Tecnologias e o Curso Geral de Artes Visuais e o programa de Geometria Descritiva B¹³⁶ para o Curso Tecnológico de Design de Equipamento e o Curso Tecnológico de Multimédia. Estas disciplinas acabariam por ficar ambas distribuídas em dois anos (10º e 11º anos), com alguns ajustes nos conteúdos, no entanto a primeira ficaria com uma carga horária de 4,5 h e a segunda com 3h.

Uma nova alteração curricular foi introduzida com o Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março¹³⁷, onde se estabeleceram os princípios orientadores da organização e da gestão curricular, assim como da avaliação das aprendizagens, no nível secundário da

¹³⁵ Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programa de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos.*

¹³⁶ Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programa de Geometria Descritiva B – 10º e 11º anos.*

¹³⁷ Cf. Diário da República, n.º 73, I Série-A de 26 de Março de 2004.

educação. Esta reforma do Ensino Secundário foi organizada em função das necessidades formativas do país, mantendo-se até aos dias de hoje os programas vigentes com pequenas alterações.

2.3.3 O atual Programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário

O programa da disciplina de Geometria Descritiva A¹³⁸ fica dividido em dois anos, constituindo o tronco comum da componente de formação específica dos Cursos Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais, com o objetivo de fornecer conteúdos no âmbito da Representação Diédrica e Representação Axonométrica.

«a Geometria Descritiva permite, dada a natureza do seu objecto, o desenvolvimento das capacidades de ver, perceber, organizar e catalogar o espaço envolvente, propiciando instrumentos específicos para o trabalhar - em desenho - ou para criar novos objectos ou situações, pode compreender-se como o seu alcance formativo é extremamente amplo. Sendo essencial a áreas disciplinares onde é indispensável o tratamento e representação do espaço - como sejam, a arquitectura, a engenharia, as artes plásticas ou o design - a sua importância faz-se sentir também ao nível das atitudes dirigindo-se ao estudante considerado globalmente enquanto pessoa humana e não apenas funcionalmente enquanto aprendiz de um dado ofício.»¹³⁹

A apresentação do atual programa de Geometria Descritiva foi desenvolvida com as seguintes finalidades:

- Desenvolver a capacidade de perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas;
- Desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas;
- Desenvolver a capacidade de interpretação de representações descritivas de formas;

¹³⁸ Optou-se por apresentar o programa de Geometria Descritiva A por ser mais extenso (distribuído por dois anos consecutivos) e incluir uma maior diversidade de conteúdos relativamente ao programa da Geometria Descritiva B. A Geometria Descritiva A é uma disciplina bianual que faz parte do tronco comum da componente de formação específica no Curso Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais, cujos objetivos principais, procuram aprofundar, estruturar e sistematizar conhecimentos e competências metodológicas relacionadas com a Geometria Descritiva. Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programa de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 3.

¹³⁹ Idem.

- Desenvolver a capacidade de comunicar através de representações descritivas;
- Desenvolver a capacidade de formular e resolver problemas;
- Desenvolver a capacidade criativa;
- Promover a autoexigência de rigor e o espírito crítico;
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia, solidariedade e cooperação¹⁴⁰.

E com os seguintes objetivos:

- Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Identificar os diferentes tipos de projeção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação;
- Representar com exatidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objetos que na realidade têm três e que são suscetíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge);
- Deduzir da descrição exata dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respetivas (Gaspard Monge);
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva;
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua comunicação;
- Conhecer aspetos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas;
- Utilizar corretamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso;

¹⁴⁰ Idem, p. 5.

- Relacionar-se responsabilmente dentro de grupos de trabalho, adotando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito¹⁴¹.

A distribuição dos conteúdos de Geometria Descritiva é apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Resumo do programa de Geometria Descritiva¹⁴²

Módulo Inicial	9 aulas
Introdução à Geometria Descritiva	4 aulas
Representação Diédrica	164 aulas
Representação Axonométrica	21 aulas
Total de aulas de 90 minutos	198 aulas

O 10º ano de escolaridade começa com o «Módulo Inicial», que trata de conteúdos que fazem parte da Geometria Euclidiana e que integram o Programa de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico¹⁴³. Este capítulo do «desenvolvimento» aborda temáticas gerais relativas a: ponto; reta; posições relativas de duas retas; plano; posição relativa de retas e de planos; perpendicularidade de retas e de planos; superfícies; sólidos e secções planas de sólidos e truncagem.

A «Introdução à Geometria Descritiva» inclui a geometria descritiva (resenha histórica, objeto e finalidade, noção de projeção); os tipos de projeção; os sistemas de representação - sua caracterização; e a introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica.

Segue-se a «Representação Diédrica» que inicia no 10º ano de escolaridade e prolonga-se no 11º ano. A parte correspondente ao 10º ano consiste no estudo do ponto; segmento de reta, reta, figuras planas I (em planos horizontais, frontais ou de perfil), plano, interseção reta/plano e plano/plano, sólidos I (pirâmides, prismas e esfera com a base ou círculo máximo horizontal, frontal ou de perfil), métodos geométricos auxiliares

¹⁴¹ Idem, ibidem.

¹⁴² Idem, p. 6.

¹⁴³ Idem, ibidem.

I (casos com apenas um movimento), figuras planas II (em planos verticais ou de topo) e sólidos II (pirâmides e prismas regulares com a base em planos verticais ou de topo).

O 11º ano dá seguimento à «Representação Diédrica» e prossegue com paralelismo de retas e de planos, perpendicularidade de retas e de planos, métodos geométricos auxiliares II (casos com mais do que um movimento), problemas métricos (distâncias e ângulos), figuras planas III (situadas em planos não projetantes), sólidos III (pirâmides e prismas regulares com bases situadas em planos não projetantes), secções e truncagens e sombras (própria e projetada e planos tangentes às superfícies cónica e cilíndrica).

Segue-se a «Representação Axonométrica», que se apresenta com uma introdução às Axonometrias oblíquas ou clinogonais (cavaleira e planométrica), Axonometrias ortogonais e ortogonais normalizadas (trimetria, dimetria, isometria) e finalmente a representação axonométrica de formas tridimensionais.

Este programa define um conjunto de competências a desenvolver¹⁴⁴ que se relacionam com os seguintes pontos:

- A perceção e visualização no espaço;
- Aplicação dos processos construtivos da representação;
- Reconhecimento de normalização relativa ao desenho;
- Utilização dos instrumentos de desenho e execução dos traçados;
- Utilização da Geometria Descritiva em situações de comunicação e registo;
- Representação de formas reais ou imaginadas;
- Autonomia no desenvolvimento de atividades individuais;
- Planificação e organização do trabalho;
- Cooperação em trabalhos coletivos;

A avaliação desta disciplina tem um carácter contínuo sob três aspetos: diagnóstica; formativa e sumativa e materializam-se nos seguintes domínios: conceitos; técnicas; realização; atitudes; e técnicas e instrumentos de avaliação.¹⁴⁵

¹⁴⁴ Idem, p. 14.

Os recursos acabam por estar integrados numa construção de um discurso didático programado para uma sala de aula, uma vez que se trata de um sistema de aulas presenciais. É sugerido não só que as escolas atribuam uma sala específica para esta disciplina¹⁴⁶, como também, que o recurso aos modelos didáticos tem de ser utilizado principalmente na fase inicial da aprendizagem para ser abandonado à medida que o aluno ganhe competências ao nível da capacidade de abstração e maturidade na visualização das três dimensões.¹⁴⁷

Os materiais e equipamentos recomendados são os seguintes: material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor); modelos tridimensionais; vídeo didático de manipulação dos modelos; sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira); meios audiovisuais (retroprojektor, acetatos e canetas, projetores de diapositivos e de vídeo); computadores e *software* de geometria dinâmica e/ou de CAD; projetor de luz; e fita métrica de 10 m.¹⁴⁸

2.4 Atual modelo de formação de professores

O atual modelo de formação de professores do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário¹⁴⁹ tem como base o Decreto-Lei n.º 43/2007, de 22 de Fevereiro, do Ministério da Educação cujo objetivo principal se pauta pela «qualificação da população portuguesa, seja através do combate ao insucesso e abandono escolares, seja ainda pela assunção do ensino secundário enquanto referencial mínimo de qualificação dos portugueses»¹⁵⁰.

Este mesmo Decreto determina não só as condições necessárias à obtenção de habilitação profissional para a docência num determinado domínio, como também define que essa titularidade deve ser obrigatória para desempenhar funções de docência

¹⁴⁵ Idem, pp. 14 e 15.

¹⁴⁶ Idem, p. 16.

¹⁴⁷ Idem, p. 4.

¹⁴⁸ Idem, p. 16.

¹⁴⁹ Cf. Decreto-Lei n.º 43/2007, Diário da República, n.º 38, I Série de 22 de Fevereiro de 2007.

¹⁵⁰ Idem, p. 1320.

nos ensinos público, particular e cooperativo e nas áreas curriculares ou disciplinas abrangidas por esse domínio.

A habilitação para a docência passa a ser exclusivamente habilitação profissional, colocando de parte soluções anteriores que consideravam a habilitação própria e a habilitação suficiente como habilitação para a docência.

O Processo de Bolonha produziu alterações na estrutura dos ciclos de estudos do ensino superior atribuindo o mestrado para este nível de qualificação, «o que demonstra o esforço de elevação do nível de qualificação do corpo docente com vista a reforçar a qualidade da sua preparação e a valorização do respectivo estatuto sócio-profissional»¹⁵¹. As condições estabelecidas pelo Decreto-Lei n.º 43/2007, relativamente à habilitação profissional nos domínios de docência, mantem o mesmo nível de qualificação profissional, previamente definida na alteração de 1997 à Lei de Bases do Sistema Educativo de 1986.

Este sistema determina que o desempenho da profissão docente obriga ao domínio do conteúdo científico, humanístico, artístico ou tecnológico das disciplinas da área curricular de docência, mas também, considera fundamental a capacidade de adaptação, que compete a um profissional da área da educação, em resolver uma diversidade de situações em função das especificidades dos alunos e dos contextos escolares e sociais onde possa vir a desenvolver a sua atividade.

Esta habilitação para a docência dá uma especial importância à dimensão do conhecimento disciplinar, à fundamentação da prática de ensino na investigação e à iniciação à prática profissional, mas também, obriga ao domínio, oral e escrito, da língua portuguesa por parte de todos os educadores e professores.

Neste enquadramento considera-se a área de iniciação à prática profissional de grande importância e uma aproximação à prática do ensino supervisionado, uma vez que constituirá por momentos de aprendizagem e aquisição de conhecimentos, capacidades, competências e atitudes, adquiridas em áreas periféricas e construção de práticas profissionais adequadas a situações concretas de sala de aula, integradas num espaço escolar em articulação com a comunidade.

¹⁵¹ Idem, p. 1320.

A habilitação para a docência passa a ser uma qualificação profissional obrigatória para o seu desempenho que obriga a um conjunto de acordos e parcerias formais estabelecidas entre as instituições do ensino superior e estabelecimentos de Educação Básica e de Ensino Secundário, por iniciativa das primeiras.

2.5 Criação do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa

A Deliberação n.º 729/2008¹⁵² apresenta a proposta de criação do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa para a formação de professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário.

«sob proposta dos Conselhos Científicos das Faculdades de Belas Artes, Psicologia e Ciências da Educação, Ciências e Letras desta Universidade, e nos termos das disposições legais em vigor, nomeadamente o artigo 67.º do Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de Março, e o Decreto-Lei n.º 43/2007, de 22 de Fevereiro, a Comissão Científica do Senado, aprovou, pela Deliberação n.º 65/2007, a criação do mestrado em Ensino das Artes Visuais no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, registada pela Direcção Geral do Ensino Superior com o n.º R/B-Cr 530/2007»¹⁵³

A organização do ciclo de estudos do respetivo mestrado tem dois objetivos¹⁵⁴ fundamentais:

- Proporcionar formação geral em Ensino das Artes Visuais através de um 2º ciclo de estudos que permita, não só aprofundar conhecimentos na área das Artes Visuais, como também dinamizar a formação geral na área das Ciências da Educação, assim como, realizar a Iniciação à Prática Profissional;
- Atribuir a habilitação de Mestre em Ensino das Artes Visuais para exercer a atividade de professor do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário através da aprovação, em todas as unidades curriculares do plano de estudos do respetivo mestrado, que equivalerá aos 72 créditos, e também a aprovação no ato público de defesa do

¹⁵² Cf. Diário da República, n.º 52, 2ª Série de 13 de Março de 2008, p. 10963-10967.

¹⁵³ Idem, p. 10963.

¹⁵⁴ Idem, ibidem.

relatório da unidade curricular correspondente à prática de ensino supervisionada que equivalerá aos restantes 48 créditos, perfazendo o total de 120 créditos.

Tabela 2.2 – Áreas científicas e distribuição de créditos para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário¹⁵⁵

Área Científica	Sigla	Créditos	
		Obrigatórios	Optativos
Formação Educacional Geral	FEG	24	6 ¹⁵⁶
Formação na Área de Docência - Artes Visuais	FAD	6	0..6 ¹⁵⁷
Formação em Didática Específica - Artes Visuais	FDE	24	6..12 ¹⁵⁸
Iniciação à Prática Profissional - Artes Visuais (Relatório)	IPP	48	0
Total		102	18

A estrutura curricular organiza-se predominantemente no domínio científico da «Formação de Professores de Artes Visuais» e distribui-se num ciclo de estudos que abrange um período de 4 semestres, perfazendo 2 anos letivos.

Por Deliberação n.º 374/2009¹⁵⁹ da Reitoria da Universidade de Lisboa, de 3 de Fevereiro, é mandada publicar, pela Comissão Científica do Senado, após ter sido aprovada por Deliberação n.º 41/2008, de 13 de Outubro, a alteração da redação da alínea «a) Regras sobre a admissão no ciclo de estudos, n.º 3 - Critérios de seleção e de seriação dos regulamentos dos mestrados em ensino». Esta alteração foi proposta pela Comissão Científica dos Mestrados em Ensino desta Universidade, nos termos das

¹⁵⁵ Idem, p. 10965.

¹⁵⁶ Optativa do Quadro 5 - Unidades curriculares opcionais da área científica de Formação Educacional Geral: Clássicos na Educação; Educação e Arte; Educação e Literacias; Educação e Media; Educação e Valores; Educação na Antiguidade Clássica; Educação para a Cidadania; Educação para a Saúde; História da Educação em Portugal; História do Ensino Artístico; Indisciplina e Violência na Escola; Iniciação à Investigação Educacional; Necessidades Educativas Especiais; Psicologia da Arte; Teorias Pedagógicas. Idem, p. 10967.

¹⁵⁷ Optativa na área da docência dos 1.ºs ciclos da Faculdade de Belas Artes: Desenho V; Desenho VI; Modelos I; Madeira I; Ilustração I; Gravura I; Fotografia Digital; Fotografia I; Cerâmica I; Animação; Introdução aos Audiovisuais; Tipografia I; Tapeçaria I; Plásticos I; Mosaico I; Geometria III; História de Arte III; História de Arte IV; História do Áudio Visual e Multimédia; História do Design I; História do Design II; Temas de Arte Contemporânea; Antropologia (Cultura Material); Estética II; Estética III; Sociologia da Arte; Sustentabilidade e Ecologia; Teoria da Imagem. Idem, p. 10966.

¹⁵⁸ Optativa do Quadro 6 - Unidades curriculares opcionais da área científica de Artes Visuais: Didáctica da Geometria; Didáctica do Desenho assistido por computador; Didáctica da História da Arte; Didáctica da Fotografia e Audiovisuais. Idem, p. 10967.

¹⁵⁹ Cf. Diário da República, n.º 23, 2ª Série de 3 de Fevereiro de 2009. Esta deliberação entrou em vigor no ano letivo 2009/2010.

disposições legais em vigor, nomeadamente o artigo 76.º do Decreto-Lei n.º 74/2006¹⁶⁰, de 24 de Março, alterado pelo Decreto-Lei n.º 107/2008¹⁶¹, de 25 de Junho.

Tabela 2.3 – Áreas científicas e distribuição de créditos para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário¹⁶²

Área Científica	Sigla	Créditos	
		Obrigatórios	Optativos
Formação Educacional Geral	FEG	24	6 ¹⁶³
Formação na Área de Docência - Artes Visuais	FAD	0	12 ¹⁶⁴
Formação em Didática Específica - Artes Visuais	FDE	24	6 ¹⁶⁵
Iniciação à Prática Profissional - Artes Visuais (Relatório)	IPP	48	0
Total		96	24

Nova alteração é efetuada ao Mestrado em Ensino de Artes Visuais da Universidade de Lisboa.

«nos termos das disposições legais em vigor, nomeadamente o artigo 76.º do Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de Março, alterado pelos Decretos-Lei n.º 107/2008, de 25 de Junho, e n.º 230/2009, de 14 de Setembro, foi aprovada, pelo Despacho Reitoral n.º R-22-2010 (9), de 9 de Março de 2010, de acordo com os Estatutos da Universidade de Lisboa, publicados no Diário da República, 2.ª série, n.º 148, de 1 de Agosto de 2008, a proposta de alteração do Mestrado em Ensino de Artes Visuais no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, que foi criado pela deliberação n.º 65/2007, da Comissão Científica do Senado, publicada no Diário da República, 2.ª série, n.º 52, de 13 de Março, com o n.º

¹⁶⁰ Cf. Diário da República, n.º 60, I Série-A de 24 de Março de 2006. Onde é aprovado o regime jurídico dos graus e diplomas do Ensino Superior.

¹⁶¹ Publicado pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior – Alteração aos Decretos-Leis n.ºs 74/2006, de 24 de Março, 316/76, de 29 de Abril, 42/2005, de 22 de Fevereiro, e 67/2005, de 15 de Março. Tem como objetivo permitir uma melhor permeabilidade do Processo de Bolonha no Ensino Superior, de simplificar e desburocratizar os procedimentos de criação de novos cursos, de flexibilizar o acesso ao ensino superior, criando o regime legal de estudante a tempo parcial, com a frequência de disciplinas avulsas por estudantes e não estudantes, e apoiando os diplomados estagiários simplificando e acelerando o processo de comprovação da titularidade dos graus e diplomas.

¹⁶² Cf. Despacho n.º 6043/2010, Diário da República, n.º 66, 2ª Série de 6 de Abril de 2010, p. 17403

¹⁶³ Optativa do Quadro 5 - Unidades curriculares opcionais da área científica de Formação Educacional Geral, Cf. Deliberação n.º 729/2008, Diário da República, n.º 52, 2ª Série de 13 de Março de 2008, p. 10967. Acrescenta-se uma opção em que o «elenco de disciplinas opcionais será redefinido anualmente pelo órgão legal e estatutariamente competente». Idem, p. 17405.

¹⁶⁴ Optativa do Quadro 7 - Unidades curriculares opcionais da área científica de Docência de Artes Visuais, em que «O elenco de disciplinas opcionais será redefinido anualmente pelo órgão legal e estatutariamente competente». Idem, ibidem.

¹⁶⁵ Optativa do Quadro 6 - Unidades curriculares opcionais da área científica de Didáctica Específica (altera a denominação da unidade curricular): Didáctica da Geometria; Didáctica do Desenho assistido por computador; Didáctica da História da Arte; Didáctica da Fotografia e Audiovisuais e acrescenta uma opção em que o «elenco de disciplinas opcionais será redefinido anualmente pelo órgão legal e estatutariamente competente». Idem, ibidem.

729/2008, e registado pela Direcção-Geral do Ensino Superior com o n.º R/B-Cr-530/2007»¹⁶⁶

Este despacho já incluía na Comissão Científica dos Mestrados Ensino das Artes Visuais, o Instituto de Educação e o Instituto de Geografia e Ordenamento do Território, para além das que já faziam parte Faculdades de Belas-Artes, Ciências e Letras, desta Universidade, acabando por entrar em vigor no ano letivo de 2010-2011.

Nesta proposta¹⁶⁷ tornou-se mais visível as alterações na estrutura curricular, onde passam a estar bem definidas algumas das alíneas que antes se encontravam no texto da Deliberação n.º 729/2008:

1. Estabelecimento de Ensino: Universidade de Lisboa;
2. Unidade orgânica: Instituto de Educação, Faculdade de Belas-Artes, Faculdade de Ciências, Faculdade de Letras e Instituto de Geografia e Ordenamento do Território;
3. Curso: Ensino de Artes Visuais para o 3.º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário;
4. Grau de Mestre;
5. Área científica predominante do curso: Formação de Professores de Artes Visuais;
6. Número de créditos, segundo o sistema europeu de transferência e acumulação de créditos, necessário à obtenção do grau: 120;
7. Duração normal do curso: 4 semestres;
8. Opção, ramos, ou outras formas de organização de percursos alternativos em que o curso se estruture (se aplicável): Não Aplicável;
9. Áreas científicas e respetiva distribuição de créditos, necessários para a obtenção do grau ou diploma apresentadas na Tabela 2.3.

¹⁶⁶ In Despacho n.º 6043/2010, Diário da República, n.º 66, 2ª série de 6 de Abril, p. 17403.

¹⁶⁷ Idem, ibidem.

2.6 Componente de formação de Geometria do MEAV da UL

As disciplinas que integravam a componente de formação da Geometria¹⁶⁸, dos três primeiros ciclos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário eram as seguintes:

- Geometria III, que integrava o 1º Semestre como disciplina da área de docência, selecionada a partir de uma oferta de unidades curriculares, disponibilizada no 1º Ciclo da Faculdade de Belas Artes da UL;
- Didática da Geometria, que também estava incluída num 1º Semestre como unidade curricular opcional da área científica de Artes Visuais¹⁶⁹ (Tabela 2.3). Esta disciplina também podia ser realizada «no 3º semestre, consoante a preparação de base do mestrando».

Com a publicação do Despacho n.º 6043/2010¹⁷⁰, de 6 de Abril surgem alterações no plano curricular que se refletiram na componente de formação de geometria da seguinte forma:

- A unidade curricular Geometria III¹⁷¹ deixava de existir, ganhando a sua independência do 1º Ciclo das Licenciaturas, com a criação de uma disciplina específica para este Mestrado, denominada de «Geometria», integrada no 1º Semestre;
- E Didática da Geometria acabaria por ficar num 3º Semestre, com o objetivo de salvaguardar a possibilidade de aquisição prévia de conhecimentos relativos aos conteúdos numa Geometria do 1º Semestre, disponibilizando assim uma unidade curricular especializada na construção didática.

¹⁶⁸ Cf. Deliberação nº729/2008, Diário da República, nº 52, 2ª série de 13 de Março de 2008.

¹⁶⁹ Idem, p. 10967.

¹⁷⁰ Cf. Diário da República, nº 66, 2ª série de 6 de Abril de 2010.

¹⁷¹ Esta disciplina ainda fazia parte do elenco de unidades curriculares das licenciaturas pré Bolonha, acabando por ser extinta assim que foram implementados os novos cursos.

2.6.1 Geometria III e Geometria¹⁷²

De uma forma geral estas duas unidades curriculares, embora com denominações diferentes, são efetivamente equivalentes.

Os objetivos a atingir por estas disciplinas compreendem a sistematização dos conhecimentos ao nível da representação geométrica, o desenvolvimento de uma linguagem específica através dos seus códigos e o estudo de formas geométricas em Dupla Projeção Ortogonal (Método de Monge) e Representação Axonométrica.

Os conteúdos a lecionar compreendem o estudo das leis gerais da geometria e sua aplicação na representação de formas por Dupla Projeção Ortogonal (Método de Monge) e Representação Axonométrica, com vista à aplicação e compreensão em casos ou problemas concretos da atividade artística, em suportes bi e tridimensional.

As atividades a desenvolver para alcançar os objetivos propostos englobam duas vertentes complementares: Uma de índole teórica, procurando que os alunos se apropriem dos conhecimentos necessários à compreensão e resolução de problemas e ideias no âmbito das formas no espaço e sua representação. E outra de índole prática, que visa a aplicação do conhecimento e dos métodos estudados, para a correta representação de formas baseadas em exemplos concretos, quer sejam reais ou conceptuais.

2.6.2 Didática da Geometria¹⁷³

Os objetivos desta unidade curricular voltam a incluir a sistematização dos conhecimentos ao nível da representação geométrica. E ainda, contemplam um outro conjunto de objetivos relativos à organização e adequação de um programa de conteúdos; análise e procura de soluções no processo pedagógico; desenvolvimento e conceção de material de apoio ao ensino da geometria em sala de aula; aquisição de conhecimentos para a utilização das Novas Tecnologias de Informação e Comunicação como suporte educativo.

¹⁷² A atividade docente foi suportada pela disponibilização de uma unidade curricular denominada “Geometria” na plataforma *Moodle* da Universidade de Lisboa, para cada um dos anos letivos.

¹⁷³ A atividade docente foi suportada pela disponibilização de uma unidade curricular denominada “Didática da Geometria” na plataforma *Moodle* da Universidade de Lisboa, para cada um dos anos letivos.

Em termos de conteúdos é fundamental transmitir informação sobre a organização dos sistemas de representação; conhecimento dos atuais programas de Geometria Descritiva A e Geometria Descritiva B do Ensino Secundário; definição de objetivos, métodos, estratégias e recursos do processo didático; e ainda a apresentação de diversos modelos de apoio ao ensino da geometria descritiva.

As atividades são desenvolvidas ao longo das aulas teórico-práticas apresentando-se nas seguintes formas: exposições teóricas; elaboração de planificações e relatórios de aulas; comentários e crítica de modelos tridimensionais de apoio ao ensino; exposição crítica de modelos bidimensionais (TIC); desenho, elaboração e aplicação de um modelo de apoio ao ensino da geometria - aplicação em casos ou problemas concretos da atividade docente em suportes bi e tridimensional; apresentação e discussão de trabalhos; avaliação e autoavaliação.

2.7 Síntese conclusiva

No presente capítulo apontou-se alguns dos momentos que contribuíram para a configuração das características fundamentais do Sistema de Dupla Projeção Ortogonal. Embora este Sistema de Representação tenha sido formalmente apresentado por Gaspard Monge, houve diversas ocasiões em que se apresentou total ou parcialmente, revelando acima de tudo a capacidade do homem representar bidimensionalmente um objeto tridimensional.

Foi mencionado na introdução que esta investigação se centra particularmente numa temática relacionada com a Didática da Geometria, nesta medida, houve necessidade de realizar um estudo aprofundado sobre a disciplina de Geometria Descritiva que se encontra na génese do trabalho em desenvolvimento. Foi igualmente importante compreender e analisar como é que se formou e estabeleceu o atual sistema de ensino ao nível do Secundário, onde esta disciplina se insere de forma a podermos contextualizar e compreender algumas das alterações decorridas.

Nas pesquisas realizadas no âmbito da temática desta investigação foi necessário reconstruir o percurso das disciplinas que integraram nos seus programas os conteúdos da Geometria Descritiva, que embora tenham sido inicialmente incluídas na disciplina de Desenho acabaram por ganhar a sua autonomia posteriormente. Neste capítulo, foram indicadas fundamentalmente as mudanças e alterações que surgiram no plano dos

conteúdos para se contextualizar a variável dos “Conteúdos” que fará parte do modelo empírico, apresentado no capítulo 4.

Seguidamente, foi apresentado o atual modelo formação de professores de Artes Visuais do 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário, mais concretamente o Mestrado em Ensino das Artes Visuais que atualmente se encontra sob a responsabilidade do Instituto da Educação da Universidade de Lisboa. Este Mestrado tem como objetivo promover a formação de professores do 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, denominado de Grupo 600 - Artes Visuais. Os mestrandos encontram espaço para as suas aulas, maioritariamente presenciais, nas diversas instituições que colaboram cientificamente nesta formação de pós-graduação.

Nesta apresentação do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, que serviu de palco para a investigação em curso, também foi necessário definir o papel de cada uma das disciplinas que constitui a componente de formação em Geometria Descritiva, de forma a revelar o peso que cada uma delas tem, não só no domínio científico, como também na procura de soluções para ensinar esses mesmos conteúdos, que serão certamente determinantes para o futuro desta área e fundamentais na exploração de matérias relativas ao conhecimento do espaço físico e representado, concretamente no plano do desenho e do desenho geométrico.

Capítulo 3

Visualização espacial, imagens mentais e posterior formalização

«L'ordre de connaissance dont il s'agit ici est fondé sur une géométrie particulière des trois dimensions dont il n'existe pas de traité bien fait; sur une géométrie purement descriptive, mais rigoureuse, et dont l'objet est de représenter par des dessins qui n'ont que deux dimensions des objets qui en ont trois. Cet art est pour ainsi dire une langue commune nécessaire au chef d'ateliers qui dirige des travaux, et aux ouvriers qui doivent les exécuter; il réunit pour l'éducation deux avantages précieux; 1° par la rigueur don't il est susceptible, il présente aux bons esprits une certitude avec laquelle il est sans contredit très important que soient familiarisés les individus d'une grande nations qui ne veut pas être le jouet du premier imposteur; 2° par la généralité de ses procédés, il fournit aux jeunes gens même qui ont le plus de sagacité le moyen d'exercer leurs facultés et de développer leur intelligence.»¹⁷⁴

3.1 Introdução

O presente capítulo tem como objetivo traçar uma linha que tem como ponto de partida a visualização espacial como uma aptidão da inteligência humana, passando pelo desenvolvimento de uma compreensão do espaço na criança, numa perspectiva desenvolvimentista (Piaget e Inhelder), enquadrada mais especificamente no conhecimento do sistema de coordenadas que se desenvolve paralelamente ao sistema projetivo, após se concluir a construção do sistema topológico. Nesta passagem procuram-se abordar questões relativas ao espaço perceptivo e ao espaço representativo, fechando o capítulo numa última parte onde a representação do desenho geométrico é

¹⁷⁴ Gaspard Monge, «Un Projet d'écoles secondaires pour artisans et ouvriers, préparé par Monge en septembre 1793», publicado e apresentado em R. Taton, aneexo 20, l'Ecole normale de l'an III, *Leçons de Mathématiques*, Laplace, Lagrange, Monge, J. Dhombres éd., Paris, Dunod, 1992, p. 575-582. In Joël Sakarovitch, *Épures d'architecture: de la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVI^e-XIX^e siècles*, pp. 249-250.

caracterizada, mais concretamente os sistemas de Dupla Projeção Ortogonal e as Axonometrias.

3.2 Conceito de inteligência

A inteligência passa a ser o tema principal no âmbito da psicologia desde que esta surge como disciplina independente, no final do século XIX. O termo em si apenas começa a ser utilizado mais adiante e no decorrer do século seguinte pelos estudiosos mais maduros.¹⁷⁵

Dois grandes acontecimentos são catalisadores do interesse dos psicólogos nesta área, a publicação da «Origem das Espécies» de Darwin, em 1859, e a publicação de «O desenvolvimento da inteligência nas crianças» de Alfred Binet, em 1896¹⁷⁶.

No decorrer do século XX surgiram diversos estudos e múltiplas definições do conceito da inteligência provenientes das várias linhas de pensamento e de vários grupos de investigadores. Havendo por esse motivo uma grande variedade de pontos de vista relativamente ao assunto.¹⁷⁷

Atualmente a definição mais consensual da inteligência aproxima-se do desenvolvimento da capacidade global de adaptação a novas situações, da criação de novos padrões de pensamento e transmissão das aprendizagens às novas gerações. Também é consensual a ideia de que a evolução da inteligência sempre esteve diretamente relacionada com a habilidade de sobrevivência¹⁷⁸.

No âmbito da psicologia destacam-se alguns nomes que dedicaram os seus estudos ao significado da inteligência. Os psicólogos atribuem três significados ao conceito de inteligência: inteligência como capacidade genética, inteligência como comportamento observável e inteligência como resultado de um teste.

Também podem ser apresentados de outra forma: com um carácter exclusivamente genético, que lhe confere uma estrutura fechada; ou com um carácter

¹⁷⁵ Juan Manuel Barredo Cahue, *Aspectos Característicos de los Sistemas de Representation en una Aplicacion Pedagogica en Bellas Artes*, p. 275.

¹⁷⁶ Idem, *ibidem*.

¹⁷⁷ Idem, p. 276.

¹⁷⁸ Idem e Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, *Psicologia Educacional*, p. 419.

exclusivamente ambiental, relativo ao meio sociocultural em que se desenvolve o indivíduo como fator determinante, apresentando uma estrutura aberta; e ainda com um carácter integracionista, onde se procura o equilíbrio entre as capacidades genéticas e as influências ambientais.

Neste conceito de interação baseado numa estruturação epigenética pode-se encontrar uma estrutura fechada da conceção genética e uma estrutura aberta da conceção ambientalista. É exemplo deste modelo de inteligência a teoria sugerida por Jean Piaget, que apresenta um trabalho onde integra os dois conceitos de inteligência¹⁷⁹.

3.3 Teorias da inteligência

O aparecimento da Psicologia como área de investigação situa-se no domínio teórico e na aplicação de testes para avaliação do desenvolvimento da inteligência. Esta área não só estuda as formas de desempenho como também o comportamento humano integrado num determinado meio.

De seguida, faz-se uma breve apresentação das teorias mais relevantes ao longo da história, considerando os objetivos desta investigação.

3.3.1 O início da psicologia da inteligência

A psicometria da inteligência começa com Francis Galton¹⁸⁰ (1822-1911), que acreditava que a inteligência era uma característica predominantemente hereditária, construindo para isso um aparelho que media e testava a reatividade e a acuidade sensorial, como forma de medir a capacidade intelectual do indivíduo. Esta abordagem contempla a inteligência como uma função do aparelho sensorial, revelando-se pioneira na medição da capacidade intelectual, e também na determinação das diferenças dos indivíduos. Após análise comparativa dos resultados obtidos por Galton, Karl

¹⁷⁹ Idem, *ibidem*.

¹⁸⁰ Galton defende uma teoria da inteligência baseada em princípios de hereditariedade, mas acima de tudo no campo da eugenia. Ele dá como exemplo a própria família uma vez que entre os seus familiares encontravam-se muitos dos mais famosos e brilhantes cidadãos da Grã-Bretanha, incluindo Charles Darwin, autor de «A Origem da Espécies». Para analisar os dados que recolheu nos seus testes cria o índice de correlação. Cf. Norman A. Sprinthall e Richard C. Sprinthall, *op. cit.*, p. 422.

Pearson¹⁸¹ (1857-1936) desenvolve a equação matemática para o índice de correlação e introduz uma nova técnica estatística – o coeficiente de correlação momento/produto¹⁸².

James Mckeen Cattell (1860-1944), influenciado por Galton, importa para os Estados Unidos as teorias relacionadas com a genética. Constrói um conjunto de testes sensoriais-motores (auditivo, visual, tempo de reação, etc.) com o objetivo de testar a capacidade intelectual, uma vez que também partilhava a ideia que a atuação do aparelho sensorial estava dependente das características hereditárias do indivíduo. Foi Cattell quem introduziu pela primeira vez a expressão de «teste mental». O seu trabalho de investigação teve uma contribuição específica para o desenvolvimento da leitura.

Ainda na Europa aparece uma outra referência, Alfred Binet (1857-1911), criador do primeiro teste de inteligência moderno em Psicologia¹⁸³, 1905, tendo desenvolvido um conjunto de testes que utilizavam técnicas específicas para medir o indivíduo do ponto de vista intelectual e onde já eram introduzidas funções mentalmente mais complexas, como por exemplo a compreensão, a atenção, memória, a imaginação ou a avaliação estética. Em 1908, acaba por apresentar o conceito de idade mental¹⁸⁴ relacionando-o a valores numéricos como resultado do desempenho nos testes.

Granville Stanley Hall¹⁸⁵ (1844-1924), também defensor da inteligência inata¹⁸⁶ influenciou vários alunos, como Terman, Goddard e Gessel, sendo também responsável pela primeira tradução para a língua inglesa dos testes de inteligência de Binet.

¹⁸¹ Aluno e colega de Francis Galton.

¹⁸² Correlação momento produto de Pearson (r de Pearson) – Teste estatístico, introduzido por Karl Pearson, após análise comparativa dos resultados apresentados por Galton, para mostrar o grau de relação entre duas variáveis. Tem como objetivo testar a hipótese de associação entre dois grupos de medidas. Cf. Norman A. Sprinthall e Richard C. Sprinthall, op. cit., p. 601.

¹⁸³ Teste de inteligência avaliado através da Escala de Binet-Simon. Publicada por Alfred Binet e seu colaborador Theodore Simon onde «reuniram (...) um conjunto de tarefas intelectuais, em vez das sensorio-motoras que Galton tinha usado. Binet considerava que a inteligência se manifesta na capacidade do indivíduo para fazer juízos corretos e não na sua capacidade de reagir rapidamente a um estímulo físico». Em 1908 faz uma revisão da escala e introduz o conceito de idade mental, colocando a inteligência como um conceito desenvolvimentista e não estático. A última versão é publicada em 1911, pouco antes da morte de Binet. Norman A. Cf. Sprinthall e Richard C. Sprinthall, op. cit., p. 424.

¹⁸⁴ «Termo utilizada pela primeira vez por Alfred Binet como unidade para medir a inteligência. Binet definiu idade mental em termos de idade em que um certo número de itens de um teste é realizado por uma criança média. Se, por exemplo, uma criança média de seis anos consegue responder corretamente a um certo número de itens, então qualquer outra criança que responda corretamente ao mesmo número de itens é considerada como tendo pelo menos a idade mental de seis anos.» in Norman A. Sprinthall e Richard C. Sprinthall, op. cit., p. 609.

¹⁸⁵ Psicólogo e primeiro presidente da Universidade de Clark (Estados Unidos) estudou na Europa, e influenciou diversos investigadores na área da psicologia psicométrica numa postura a favor da hereditariedade.

3.3.2 Uma abordagem psicométrica

3.3.2.1 A análise fatorial: o aparecimento do quociente de inteligência

Lewis M. Terman (1877-1956) criou um conjunto de novas normas baseadas em grupos padronizados, tendo como base a Escala de Simon e Binet que resultaram na Escala de Stanford Binet¹⁸⁷, que se baseava no quociente de inteligência (QI). Nos seus estudos também preconizava a ideia de uma explicação genética para a inteligência.

David Wechsler (1896-1981) apresentou em 1939¹⁸⁸ um novo grupo de testes de inteligência que consistiam numa série de tarefas de realização, complementares aos testes verbais, tradicionais, na Escala de Stanford Binet. Wechsler definiu a inteligência como uma capacidade global constituída por componentes emocionais, motivacionais e intelectuais, os seus testes também serviriam de instrumentos para medir características de personalidade¹⁸⁹.

3.3.2.2 O fator geral da inteligência e uma abordagem fatorial

Charles Spearman (1863-1945) propôs uma abordagem fatorial que ficou constituída por duas tipologias fatoriais, o fator geral subjacente (g) e os fatores específicos (fatores s). Em que o fator g representava o motor de um conjunto de aptidões específicas como aptidão verbal, a aptidão matemática, a aptidão musical, entre muitas outras. O fator g funcionava como uma «energia cerebral dinâmica»¹⁹⁰, que geria e catalisava todos os fatores s, específicos das aptidões. Spearman utilizou técnicas

¹⁸⁶ Esteve em contacto com Galton na Europa e por esse motivo também ele partilha da ideia que a inteligência tem uma forte componente hereditária.

¹⁸⁷ Teste de inteligência desenvolvido por Lewis M. Terman em 1916, na Universidade de Stanford. Consistia na revisão americana do teste original de Alfred Binet, publicado pela primeira vez em França, 1905. Sofreu diversas atualizações até aos nossos dias, mas continua a estar sobrecarregada pelas suas componentes verbais, como inicialmente delineada por Binet.

¹⁸⁸ Wechsler apresentou o seu primeiro teste para adultos em 1939, designado por Escala de Inteligência Wechsler-Bellevue (Wechsler-Bellevue Intelligence Scale). Em 1955 apresenta uma nova versão designada de Escala de Inteligência Wechsler para Adultos (Wechsler Adult Intelligence Scale – WARS) e em 1981 fez uma revisão com a designação de WAIS-R. Em 1949 publicou a Escala Wechsler para Crianças (Wechsler Children Intelligence Scale-WISC) e a versão revista em 1974 designada de WISC-R. Em 1963 publica as suas versões de testes para crianças entre os quatro e os seis anos e meio de idade designado de Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence-WPPSI. As versões mais atuais desses testes continuam a ser utilizadas no século XXI (WISC-IV®, 2003; WAIS-III®, 1997) e novos testes baseados nos de Wechsler continuam a ser desenvolvidos por outros investigadores.

¹⁸⁹ Tais como mecanismos de defesa, capacidade para enfrentar momentos de tensão e o modo generalizado de abordagem às diversas situações de vida.

¹⁹⁰ Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 420.

estatísticas correlacionais para identificar e avaliar os fatores de inteligência. Este trabalho representou o primeiro passo para o estudo e medição das aptidões da inteligência, uma vez que a análise dos fatores continuava a ser uma das ferramentas mais importantes em pesquisas de inteligência do século XXI¹⁹¹.

3.3.2.3 Inteligência por aptidões e análise multifatorial

Louis Leon Thurstone (1887-1955) também ele um dos responsáveis pela abordagem fatorial, sugeriu que a inteligência seria sempre composta de um conjunto de aptidões primárias e independentes entre si, correspondentes a tarefas específicas. Tendo identificado sete componentes de inteligência (Tabela 3.1): a compreensão verbal (V); a fluência verbal (W); a aptidão numérica (N); a visualização espacial (S), a memória associativa (M), a velocidade perceptiva (P); e o raciocínio (R).

Tabela 3.1 – Aptidões primárias de Thurstone¹⁹²

Aptidões Primárias	Caracterização
Compreensão verbal (V)	Capacidade de compreensão de ideias expressas através de palavras.
Fluência verbal (W)	Capacidade de produzir rapidamente palavras com base em instruções apresentadas.
Aptidão numérica (N)	Capacidade de lidar com números e de efetuar rapidamente operações aritméticas simples.
Visualização espacial (S)	Capacidade de visualizar objetos num espaço bi ou tridimensional. Considerados, genericamente de itens figurativos.
Memória associativa (M)	Capacidade de evocar estímulos, como por exemplo pares de palavras ou frases, anteriormente apresentados.
Velocidade perceptiva (P)	Capacidade de rapidamente e com acuidade visualizar pequenas diferenças ou semelhanças entre um grupo de figuras.
Raciocínio (R)	Capacidade de resolução de problemas, apreendendo e aplicando princípios, leis ou transformações.

Raymond Bernard Cattell (1905-1998) foi responsável por ter criado uma teoria da personalidade¹⁹³, por ter construído novos métodos de análise estatística e ainda de

¹⁹¹ Cf. J.A. Plucker, op. cit.

¹⁹² Tabela construída com base em Leandro S. Almeida, As aptidões na definição e avaliação da inteligência: o concurso da análise factorial [Em linha].

¹⁹³ Em 1930 Raymond Cattell identifica «16PF» como sendo o principal conjunto de fatores de classificação da personalidade do indivíduo. Representam os 16 fatores primários de características inatas, sem preocupação imediata no modo como são aplicados, podendo ainda ser agrupados em 5 fatores globais.

ter criado a teoria da inteligência fluida e cristalizada, que foi posteriormente elaborada por John Leonard Horn (1928-2006).

Embora tenha aceitado o fator G de Spearman, R. B. Cattell sugere que deve ser definido por dois componentes independentes com trajetórias distintas desde o nascimento até a idade adulta (Figura 3.1) são elas a inteligência fluida (G_f) e a inteligência cristalizada (G_c). A inteligência fluida é descrita por Cattell como uma aptidão de raciocínio primário, que incentivava a capacidade de pensar e agir rapidamente, de resolver novos problemas e de decodificar memórias de curto prazo, fundamentada nos aspectos genéticos, mas independente da educação e da aculturação. E a inteligência cristalizada, decorreria da aprendizagem e das influências culturais, refletindo-se nos testes de conhecimento, informações gerais, uso da linguagem (vocabulário) e numa grande variedade de competências adquiridas. Fatores como a personalidade, a motivação e oportunidades educativas e culturais seriam fundamentais para o desenvolvimento da inteligência cristalizada.

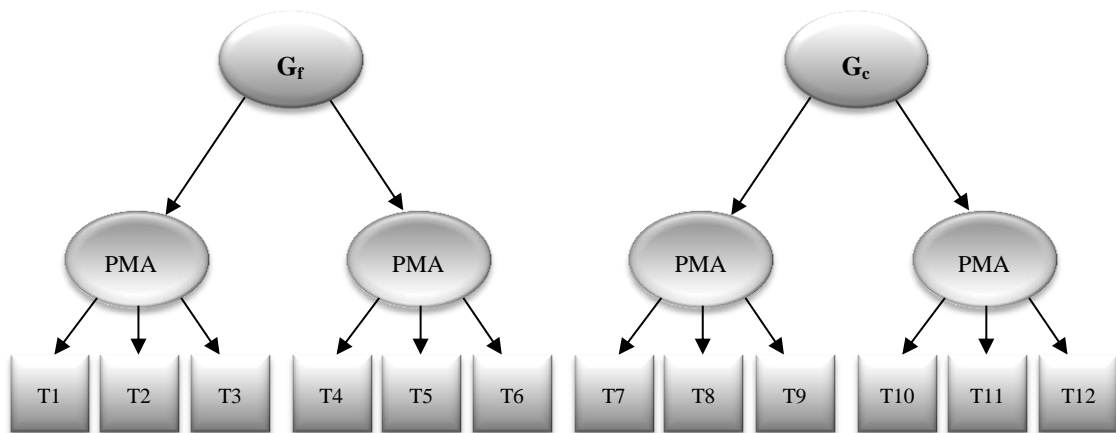


Figura 3.1 – Modelo dicotômico de Cattell

R. B. Cattell define ainda que a relação entre as duas inteligências apresenta-se de forma dinâmica, mas também independente. A inteligência cristalizada desenvolvia-se e era ampliada ao longo da vida, à medida que o número de experiências e de conhecimento aumentava e a inteligência fluida encontrava-se presente desde o nascimento até à idade adulta, onde atingia o seu nível de estabilidade. Cattell defendia

a existência de dezanove fatores primários ou de primeira ordem apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Dezanove fatores primários ou de primeira ordem de Cattell¹⁹⁴

Fator	Caracterização
Compreensão verbal (V)	Compreensão de palavras e ideias.
Aptidão numérica (N)	Facilidade na manipulação de números.
Fator espacial (S)	Compreensão de transformações de figuras num espaço bi ou tridimensional.
Velocidade perceptiva (P)	Avaliação rápida e eficiente de semelhanças ou diferenças em figuras.
Velocidade de encerramento (Cs)	Capacidade para reconstruir uma imagem ou <i>gestalt</i> quando partes do estímulo estão omissas.
Raciocínio indutivo (I)	Raciocínio do específico para o geral.
Memória associativa (Ma)	Aptidão para evocar unidades de informação fornecidas em pares.
Aptidão mecânica (Mk)	Resolução de situações que envolvam os princípios da física, da mecânica ou outros conhecimentos práticos.
Flexibilidade de encerramento (Cf)	Aptidão para reconhecer determinado padrão de estímulos num determinado campo perceptivo mais global.
Amplitude de memória (Ms)	Evocação de informação solta, recentemente apresentada.
Ortografia (Sp)	Aptidão para reconhecer palavras com erros ortográficos.
Avaliação estética (E)	Aptidão para detetar qualidades artísticas.
Memória significativa (Mm)	Memorização de pares de elementos entre os quais existe uma ligação com significado.
Originalidade I (O1)	Fator que avalia a flexibilidade espontânea dos indivíduos.
Fluência ideacional (Fi)	Capacidade de produzir ideias sobre um determinado tópico.
Fluência de palavras (W)	Fator que respeita a produção rápida de palavras.
Originalidade II (O2)	Aptidão para combinar dois objetos afins para produzir um novo objeto.
Precisão (A)	Capacidade de movimentos rápidos e precisos envolvendo a coordenação sensorio-motora.
Representação gráfica (Rd)	Capacidade de representação de estímulos através do desenho.

Ainda nesta linha de investigação da análise multifatorial pode-se incluir Joy Paul Guilford (1897-1987), que apresenta a possibilidade da inteligência ser constituída por uma combinação de múltiplas aptidões.

Durante a sua atividade como diretor interino da Clínica de Psicologia Guilford interessou-se pela diversidade de competências das crianças nas diferentes áreas, mas foi na Segunda Guerra Mundial, que encontrou o palco ideal para testar as suas ideias. Depois de realizar uma pesquisa sobre os testes já existentes, concluiu que a maior parte das aptidões da inteligência funcionava de forma independente. Os modelos que antecederam a Guilford propunham uma habilidade única e universal no topo de uma

¹⁹⁴ Cf. Leandro S. Almeida, As aptidões na definição e avaliação da inteligência: o concurso da análise factorial [Em linha]

estrutura hierárquica que não o satisfazia, e as explicações com uma base genética e única deixavam de fazer sentido.

Por esse motivo Guilford acabaria por apresentar um novo sistema para classificar as novas habilidades mentais, muitas delas ainda por descobrir. Em 1955 propôs a primeira versão do «Modelo da Estrutura do Intelecto (SI)» que deixava em aberto a possibilidade de novas habilidades a partir das já existentes. Constituíam-se por um modelo de inteligência que permitia a análise fatorial das seguintes dimensões: processo intelectual (atividade realizada para converter informação em conhecimento); produção intelectual (organização por ordem de complexidade) e informações de conteúdo. E em 1958 foi apresentado o «Cubo de Guilford», caracterizado pelas três dimensões (o processo, o produto e as operações), que por sua vez se subdividem em outros tantos componentes. Este modelo tridimensional de 5 x 6 x 5 (Figura 3.2) previa pelo menos 150¹⁹⁵ possíveis habilidades, constituídas por três componentes de cada uma das dimensões. Baseando-nos nas contribuições de Guilford, a inteligência apresentava-se como algo muito complexo.

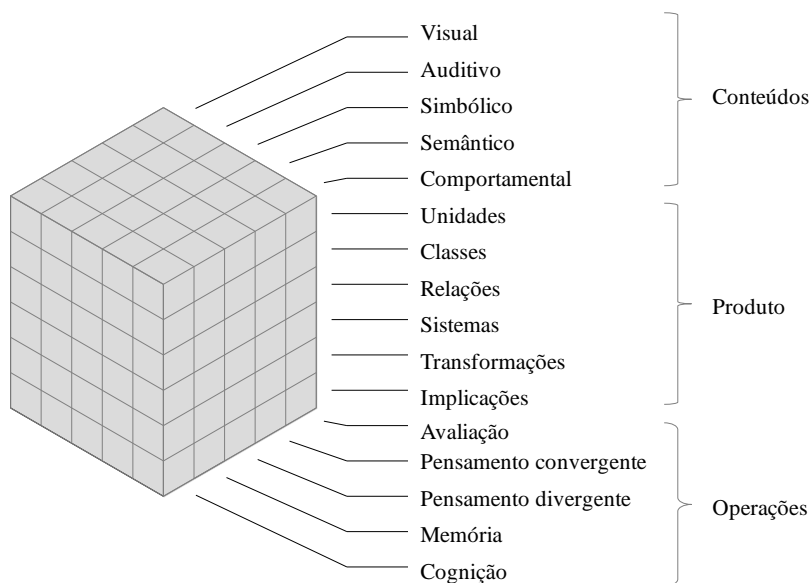


Figura 3.2 – Modelo da estrutura da inteligência de Guilford, 1985¹⁹⁶

¹⁹⁵ Joy Paul Guilford encontrou 150 tipos de aptidões em 1977, que acabaram por ser ampliadas para 180 em 1988.

¹⁹⁶ Cf. John Eliot, *Models of Psychological Space: Psychometric, Developmental and Experimental Approaches*, p. 59.

3.3.2.4 Inteligência e análise fatorial: teorias hierárquicas

Philip Ewart Vernon (1905-1987) sugeriu três categorias¹⁹⁷ básicas de significado para o conceito de inteligência: inteligência como capacidade genética; inteligência como comportamento observado; e ainda inteligência como resultado de um teste. A primeira foi sugerida com um carácter genético, mediado pela complexidade e plasticidade do sistema nervoso central. A segunda resultava da interação entre o potencial genético e o meio que o rodeava¹⁹⁸. E o terceiro significado referia-se ao resultado dos testes baseando-se numa definição estritamente operacional da inteligência¹⁹⁹.

A Figura 3.3 apresenta a Teoria da Inteligência Hierárquica das aptidões Humanas de Vernon, onde se consegue verificar que o fator g de Spearman ficaria posicionado no topo, *general factor* (G). No nível seguinte surgiam dois fatores de grande dimensão, verbal-educativo (v:ed) e espacial-mecânico (k:m). Seguidamente estes fatores subdividiam-se noutros tantos de menor dimensão (muito próximos dos de Thurstone) e voltavam a dividir-se em fatores ainda mais pequenos e específicos. A sugestão desta definição por parte de Vernon subentende um meio-termo entre a teoria de dois fatores de Spearman e a teoria de múltiplos fatores de Thurstone.

Posteriormente à divulgação do seu modelo, Vernon propôs ligações entre os fatores, especialmente nos envolvidos na educação, que conduziu à integração num dos grupos principais, o verbal:educativo, das habilidades específicas como a leitura, a escrita, a utilização da gramática e da pontuação, entre outras. Da mesma forma, encontram-se integradas no grupo principal k:m, as habilidades espaciais do grupo menor e algumas habilidades espaciais específicas tal como o reconhecimento de um objeto quando é visto num espaço diferente, a habilidade de imaginar movimentos de um objeto; e a capacidade de pensar sobre as relações espaciais estabelecidas a partir de um observador²⁰⁰.

¹⁹⁷ Estas categorias de Vernon fazem uma aproximação ao formato de organização de Donald O. Hebb. O primeiro nível de Hebb caracteriza-se por uma forma genotípica de inteligência, a Inteligência A, que ao interagir com o meio que o rodeia vai gerar uma Inteligência B. Vernon elabora a sua definição acrescentado uma terceira categoria, a Inteligência C, como forma para realizar medições da Inteligência A e B.

¹⁹⁸ Cf. J. A. Plucker, op. cit.

¹⁹⁹ Cf. Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 421.

²⁰⁰ Idem, ibidem.

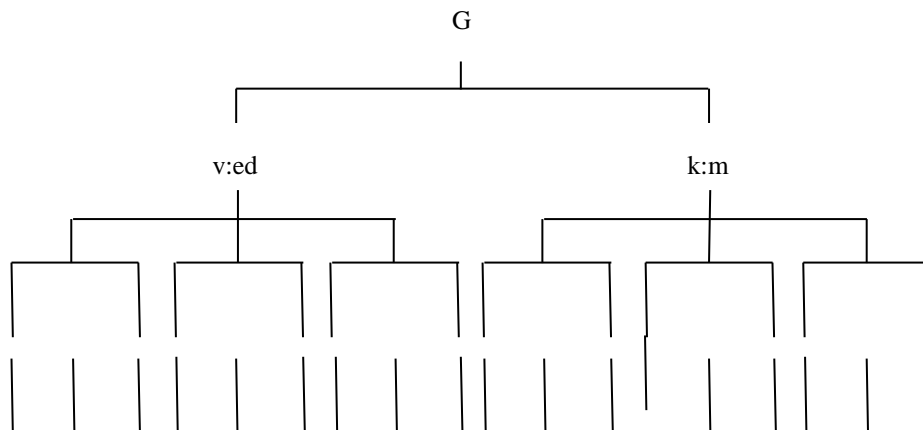


Figura 3.3 – Teoria da inteligência hierárquica de Vernon²⁰¹

No âmbito desta investigação, realçam-se na teoria hierárquica de Vernon as correlações entre as aptidões científicas e técnicas e as aptidões espaciais, mecânicas e numéricas.

John Bissell Carroll (1916-2003), psicólogo educacional, propôs um modelo hierárquico de três níveis de aptidões cognitivas diferenciadas em função da amplitude apresentada na Tabela 3.3. No nível mais amplo (estrato III) situava-se o fator de inteligência geral, que se aproximavam ao fator *g* de Spearman e de Vernon. No nível seguinte (estrato II) encontravam-se oito aptidões gerais que caracterizavam os indivíduos na forma como conseguiam diferentes comportamentos em determinada área. O estrato II ficava representado pelas seguintes aptidões: Inteligência fluida (*Gf*); Inteligência cristalizada (*Gc*); Memória e aprendizagem (*Gy*); Perceção visual (*Gv*); Perceção auditiva (*Gu*); Capacidade de evocação (*Gr*); Velocidade cognitiva (*Gs*); e Velocidade de decisão (*Gt*). Finalmente, o nível do estrato I que ficava constituído por mais de 69 aptidões específicas.

A teoria hierárquica de Carroll foi proposta com base numa revisão e análise²⁰² ao trabalho desenvolvido a diversos investigadores e estudiosos no âmbito da análise fatorial num período compreendido entre 1927 e 1987. Na forma como organizou as

²⁰¹ Cf. John Maltby et al, *Personality, Individual Differences and Intelligence* [Em linha], p. 297.

²⁰² Carroll publica «*Human Cognitive Abilities*», em 1993, resultado de uma longa pesquisa sobre os modelos de inteligência baseados em análise fatorial de 461 conjuntos de dados obtidos entre 1927 e 1987. Cf. John Maltby et al, op. cit., p. 297.

suas aptidões reencontra-se o fator g de Spearman, no estrato III, os fatores Gf e Gc de R. B. Cattell, os fatores específicos de Thurstone e a organização hierárquica de Vernon²⁰³.

Tabela 3.3 – Modelo hierárquico dos três estratos de Carroll²⁰⁴

Estrato I (Fatores de 1ª Ordem)	Estrato II (Fatores de 2ª Ordem)	Estrato III (Fatores de 3ª Ordem)
<ul style="list-style-type: none"> • Raciocínio indutivo • Raciocínio quantitativo • (...) 	Inteligência fluída (Gf)	g (Inteligência geral)
<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão verbal • Desenvolvimento da linguagem • (...) 	Inteligência cristalizada (Gc)	
<ul style="list-style-type: none"> • Memória associativa • Memória visual • (...) 	Memória e aprendizagem (Gy)	
<ul style="list-style-type: none"> • Relações espaciais • Percepção de formas • (...) 	Percepção visual (Gv)	
<ul style="list-style-type: none"> • Discriminação de sons • Discriminação musical • (...) 	Percepção auditiva (Gu)	
<ul style="list-style-type: none"> • Originalidade • Fluência verbal • (...) 	Capacidade de evocação	
<ul style="list-style-type: none"> • Aptidão numérica • Velocidade perceptiva • (...) 	Velocidade cognitiva (Gs)	
<ul style="list-style-type: none"> • Tempo de reação • Velocidade de processamento semântico • (...) 	Velocidade de decisão (Gt)	

John Horn (1965) acrescentou à teoria da inteligência fluída e cristalizada de R. B. Cattell as seguintes aptidões: Processamento visual (Gv); Memória de curto prazo (Gsm); Recuperação de memória de longo prazo (Glr); Velocidade de processamento (Gs); e em 1968 incorporou o Processamento auditivo (Ga) e fez uma revisão das já existentes. Em 1985, incluiu o Conhecimento quantitativo (Gq). Horn acabou por criar uma estrutura hierárquica multidimensional distribuída em dois níveis, que inclui

²⁰³ Idem.

²⁰⁴ In Leandro S. Almeida, As aptidões na definição e avaliação da inteligência: o concurso da análise factorial [Em linha].

fatores gerais e específicos, mas sempre com a preocupação de definir o papel das aptidões na aprendizagem.

Posteriormente, a teoria dos três estratos de Carroll foi integrada ao modelo da inteligência fluída e cristalizada (Gf-Gc), passando a ser conhecida como Teoria de Cattell-Horn-Carroll (CHC) das capacidades cognitivas.

Esta teoria, apresentada na Figura 3.4, consiste numa visão multidimensional da inteligência, que não só considera o fator g como também integra dez fatores ligados a áreas amplas do funcionamento cognitivo.

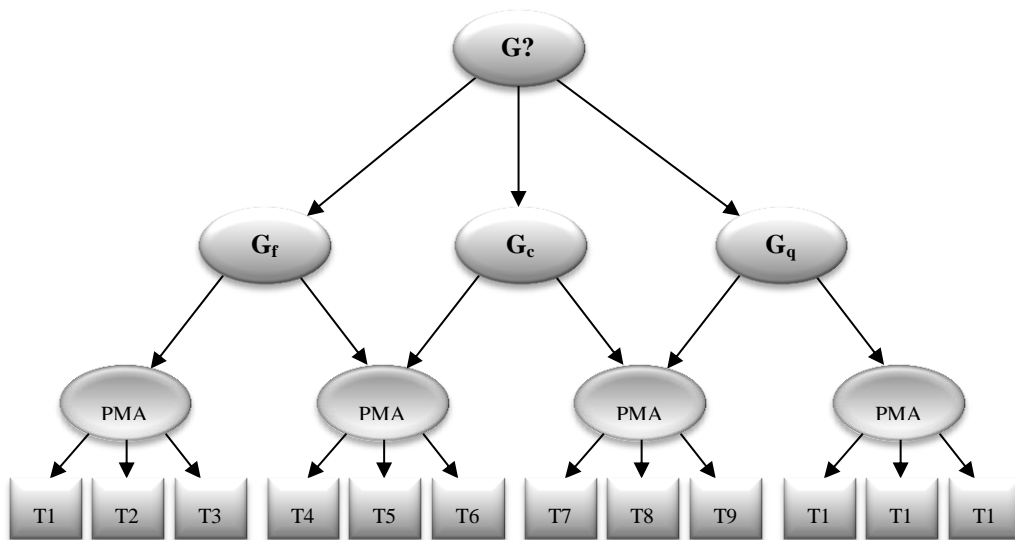


Figura 3.4 – Teoria Cattell-Horn-Carroll (CHC) das habilidades cognitivas

O estrato I ficou constituído por cerca de 70 habilidades e estrato II subdividiu-se em 10 fatores amplos (Tabela 3.4), que se relacionavam com os fatores específicos do estrato I por meio de testes de inteligência. E no estrato III encontrava-se o fator g de Spearman que representava a convergência entre todas as capacidades cognitivas.

Posteriormente foram propostas algumas habilidades para integrarem o estrato II do modelo CHC: Conhecimento Geral/domínio específico (Gkn), Velocidade psicomotora (Gps), Habilidade Psicomotora (Gp), Habilidade olfativa (Go), Habilidade tátil (Gh) e Habilidade cinestésica (Gk). As três primeiras são classificadas como

estruturas internas, pois integram-se no domínio da natureza Cattell-Horn-Carroll, as três últimas são consideradas estruturas externas, pois sugerem domínios novos²⁰⁵.

Tabela 3.4 – Fatores da Teoria de Cattell-Horn-Carroll (CHC)²⁰⁶

Estrato II Fatores amplos	Descrição da aptidão	Estrato I Fatores específicos
Gf – Inteligência fluída	Habilidade de operar mentalmente o raciocínio em situações novas minimamente dependente de conhecimentos adquiridos. Capacidade de resolver problemas novos, relacionar ideias, induzir conceitos abstratos, compreender implicações, extrapolações e reorganização de informação.	RG – Raciocínio Sequencial ou dedutivo I – Raciocínio Indutivo RQ – Raciocínio Quantitativo RP – Raciocínio Piagetiano
Gq – Conhecimento quantitativo	Construção de uma base de dados de conhecimentos declarativos e de procedimentos quantitativos. Capacidade de manipular informação quantitativa e símbolos numéricos.	KM – Conhecimento Matemático A3 – Realização Matemática
Gc – Inteligência cristalizada	Habilidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos adquiridos de uma determinada cultura e aplicação efetiva desse conhecimento. Capacidade de raciocínio adquirido pelo investimento da capacidade geral em experiências de aprendizagem. Está associada, na sua essência, à linguagem, assim como ao conhecimento declarativo e ao conhecimento de procedimentos.	Ld – Desenvolvimento da Linguagem VL – Conhecimento Léxico K0 – Informação Geral OP – Produção Oral e Fluência
Grw – Leitura e escrita	Conhecimento adquirido em competências básicas de compreensão de textos e expressão escrita. Capacidade de descodificação, como a leitura, a escrita, compreensão de textos e construção de histórias.	Rc – Compreensão em Leitura CZ – Habilidade de Fechamento (<i>close</i>) PC – Codificação Fonética WA – Habilidade de Escrita RS – Velocidade de Leitura
Gsm – Memória e aprendizagem	Habilidade associada à manutenção de informações na consciência por um curto espaço de tempo para serem utilizadas no imediato.	MS – Extensão da Memória MT – Memória de Trabalho L1 – Habilidade de Aprendizagem
Gv – Processamento visual	Habilidade de produzir, entender, armazenar, analisar e transformar imagens visuais que se encontram diretamente relacionados com os processos cognitivos específicos de processamento mental de imagens.	VZ – Visualização MV – Memória Visual SR – Relações Espaciais P – Velocidade Percetiva
Ga – Processamento auditivo	Habilidade associada à percepção, análise e síntese de padrões sonoros. Capacidade discriminativa de padrões sonoros (incluindo a linguagem oral).	UA – Acuidade Auditiva US – Discriminação Fonémica UK – Acompanhamento Temporal UM – Memória de Padrões Sonoros UL Localização Sonora
Glr – Armazenamento e recuperação da memória de longo prazo	Habilidade de construir associações e recuperar informação ou conceitos retidos na memória de longo prazo. Relaciona-se com o domínio de produção de ideias por associação com a base	FO – Originalidade e Criatividade FI – Fluência de Ideias NA – Associação de Nomes

²⁰⁵ Cf. Kevin McGrew, Cattell-Horn-Carroll CHC (Gf-Gc) Theory: Past, Present & Future [Em linha].

²⁰⁶ Tabela construída com base em Leandro S. Almeida et al, *Inteligência: Perspectivas Teóricas*, pp. 32-34.

	em conhecimentos armazenados.	FE – Fluência Expressiva FF – Fluência de Figuras
Gs – Velocidade cognitiva geral	Habilidade de controlar a atenção e de realização de tarefas simples de forma rápida, que requerem a atenção. Encontra-se relacionada com um intervalo fixo definido para que a pessoa execute o maior número possível de tarefas simples e repetitivas.	R9 – Velocidade nos Testes N – Facilidade de Cálculo P – Velocidade Percetiva
Gt – Rapidez de decisão	Habilidade de reação ou tomada de decisões que requerem processamentos mais complexos.	R1 – Tempo de Reação Simples R2 – Tempo de Reação de Escolha R4 – Velocidade de Processamento Semântico R7 – Velocidade de Comparações Mentais

A Teoria da Inteligência CHC resulta da integração da Teoria de Spearman (fator g) na Teoria Hierárquica dos Três Estratos de Carroll; da introdução de fatores primários da Teoria das Aptidões Primárias de Thurstone tanto da Teoria Hierárquica dos Três Estratos como também na Teoria da Inteligência Fluida e Cristalizada de Cattell-Horn (Gf-Gc); e finalmente a fusão final das teorias de Cattell-Horn com Carroll (Tabela 3.4). É importante salientar que a Teoria CHC teve diversos protagonistas ao longo da sua construção e ainda hoje é utilizada por profissionais da área para o entendimento da inteligência.

3.3.3 Abordagem desenvolvimentista

A abordagem desenvolvimentista centra-se nas «estruturas ou esquemas mentais inerentes ao funcionamento cognitivo» que acompanham o desenvolvimento do indivíduo, particularmente durante a infância e a adolescência²⁰⁷. Neste âmbito destacam as teorias de Jean Piaget (1896-1980) e de Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1934). Quanto a Jean Piaget a sua teoria será apresentada em 3.5 e em 3.6 serão desenvolvidas algumas ideias fundamentais da sua teoria relativamente ao conhecimento do espaço constituindo um dos temas fundamentais deste trabalho de investigação.

²⁰⁷ Cf. Leandro Almeida et al, *Inteligência: Perspectivas Teóricas*, p. 43.

Relativamente à teoria de Vigotsky, esta é considerada como uma teoria sócio-histórico-cultural do desenvolvimento das funções mentais superiores.²⁰⁸ Esta teoria partilha com Piaget não só uma perspetiva genética mas também uma abordagem dialética no processo de desenvolvimento individual. No entanto, também são colocadas em grande destaque o plano de contextualização histórico-social, que acaba por introduzir a ideia de que o desenvolvimento cognitivo não está dependente exclusivamente de fatores genéticos, mas que resulta da interação com o meio sócio-cultural (interior e exterior ao indivíduo).

3.3.4 Abordagem cognitivista e teorias abrangentes

A abordagem cognitivista teve início na década de 60 do século XX colocando o sujeito no centro da investigação, com o objetivo de estudar a forma como este se comporta perante uma determinada situação, mais concretamente no estudo dos processos mentais utilizados para a aquisição de conhecimento e para o desempenho cognitivo.

Na Tabela 3.5 são apresentadas as principais áreas de estudo da psicologia cognitiva. E são igualmente consideradas em hipótese a estimulação por meio de treino de determinados componentes com o objetivo de atingir melhores resultados nessas áreas.²⁰⁹

A abordagem cognitivista acaba por suportar melhor as relações estabelecidas entre a inteligência e a aprendizagem, uma vez que possibilita um conjunto de combinações e de interligações entre a cognição (as aptidões) e o conhecimento (experiência) que pode resultar num melhor desempenho. Esta abordagem também encontrou um espaço de afirmação e de investigação apoiado pelas respostas fisiológicas²¹⁰ e pelos registos computacionais, que conduziram ao conhecimento da inteligência humana e do seu funcionamento.

²⁰⁸ Cf. Leandro Almeida et al, op. cit, p. 55.

²⁰⁹ Cf. Leandro Almeida et al, op. cit., pp. 106-107.

²¹⁰ Algumas técnicas de estudo das bases fisiológicas da inteligência consideradas são as seguintes: Potenciais Evocados (técnica de registo da atividade elétrica cerebral por meio de eletródos); Eletroencefalograma (técnica de registo da atividade elétrica cerebral diferenciada); Tomografia Axial Computorizada (TAC, técnica de recolha de imagens neuroanatômicas do cérebro para posterior estudo das áreas da inteligência utilizadas num determinado desempenho); Ressonância Magnética (recolha de imagens tridimensionais do cérebro analisado por exposição a um

Tabela 3.5 – Principais áreas de estudo da psicologia cognitiva²¹¹

Área de pesquisa	Descrição
Neurociência cognitiva	Área onde os psicólogos cognitivistas e os neurocientistas uniram forças para trabalhar, na procura de respostas nas duas vertentes.
Atenção e percepção	Deteção, seleção de informação em termos qualitativo e quantitativo. Estudo direcionado para a compreensão da sensibilidade humana.
Reconhecimento de padrões	Estudo do impacto dos estímulos ambientais, com parte de um padrão mais vasto significativo.
Memória	Estudo sobre a memória e sua relação com a percepção. A memória pode-se subdividir em memória de curto prazo (MCP – armazena por um curto espaço de tempo); memória de trabalho (MT – armazenada para ser utilizada a médio prazo); e a memória de longo prazo (MLP – armazenada ao longo do tempo)
Representação do conhecimento	Estuda a forma como a informação adquirida através das experiências sensoriais é simbolizada e comparada com a armazenada no cérebro.
Representação visual (<i>imagery</i>)	Estudo das representações mentais através de imagens de ambiente (mapas cognitivos).
Linguagem	Estudo da linguagem e da comunicação, não só do ponto de vista verbal/ escrito, mas também através dos gestos, da linguagem corporal e da entoação das palavras.
Pensamento e formação de conceitos	Estuda a aptidão para pensar e formar conceitos.
Inteligência artificial	Estudo sobre a cognição humana perante a resolução de problemas, com recurso a sistemas de simulação computacional.

Novas teorias apareceram mais recentemente, apoiadas na psicologia cognitiva e nas neurociências. Howard Gardner (1943-), psicólogo cognitivista, identifica 10 tipos de inteligências: linguística; lógico-matemática; espacial; musical; corporal-quinestésica; interpessoal (saber lidar com os outros); intrapessoal (conhecimento de si próprio); naturalista, existencial e espiritual. Acima de tudo Gardner defende a existência de outras inteligências para além das clássicas linguísticas e lógico-matemática, incluindo um conjunto de capacidades que permite ao indivíduo o confronto com diversos tipos de situações, como também o desenvolvimento da capacidade de gerar novos conhecimentos a partir de questões auto formuladas. A teoria de Gardner, mais conhecida pela Teoria das inteligências múltiplas, sugere o abandono dos testes tradicionais de QI, apesar de considerar que são essenciais para avaliar o sucesso escolar. A Figura 3.5 apresenta o conjunto de inteligências que se enquadra na Teoria de inteligências múltiplas de Gardner²¹².

campo magnético); e a Tomografia da Emissão de Positrões (técnica que requer a introdução de compostos radioativos no cérebro em estudo com o objetivo de recolher informações relativamente à atividade cerebral). Cf. Leandro Almeida et al, op. cit., pp. 80-81.

²¹¹ Adaptado de Leandro Almeida et al, op. cit., pp. 86-87

²¹² Cf. Leandro Almeida et al, op. cit., pp. 130-141.

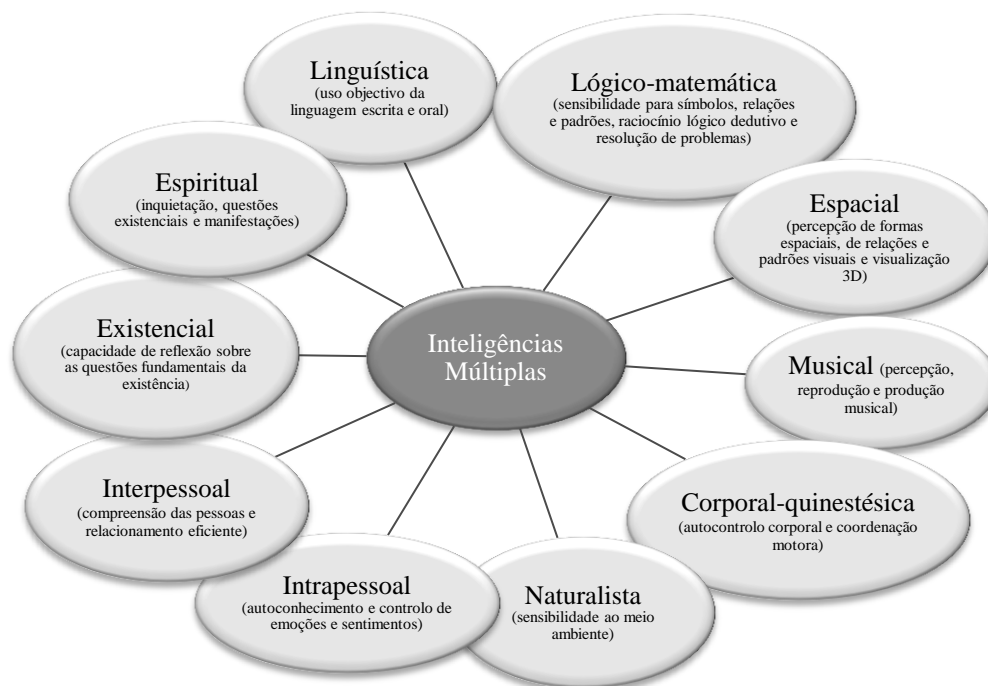


Figura 3.5 – Teoria das inteligências múltiplas de Gardner

Ainda nesta linha abrangente inclui-se Robert Sternberg (1949-), que propõe uma teoria da inteligência constituída por três subteorias: a subteoria componencial, correspondente às funções cognitivas relativas ao mundo interno do indivíduo; a subteoria experimental que representa a familiaridade e a automatização das tarefas no processo de aplicação do desempenho cognitivo; e a subteoria contextual que remete para a utilização dos mecanismos mentais da inteligência face ao mundo exterior e respetivo envolvimento sócio cultural. Este modelo triárquico de Sternberg, apresentado na Figura 3.6, desenvolve uma perspetiva da inteligência que se baseia num modelo de processamento de informação que vai para além de um conjunto de aptidões ou habilidades uma vez que corresponde à integração de três perspetivas diferenciadas, as internas, as experimentais e as de contextualização.²¹³

²¹³ Cf. Leandro Almeida et al, op. cit., pp. 141-151.

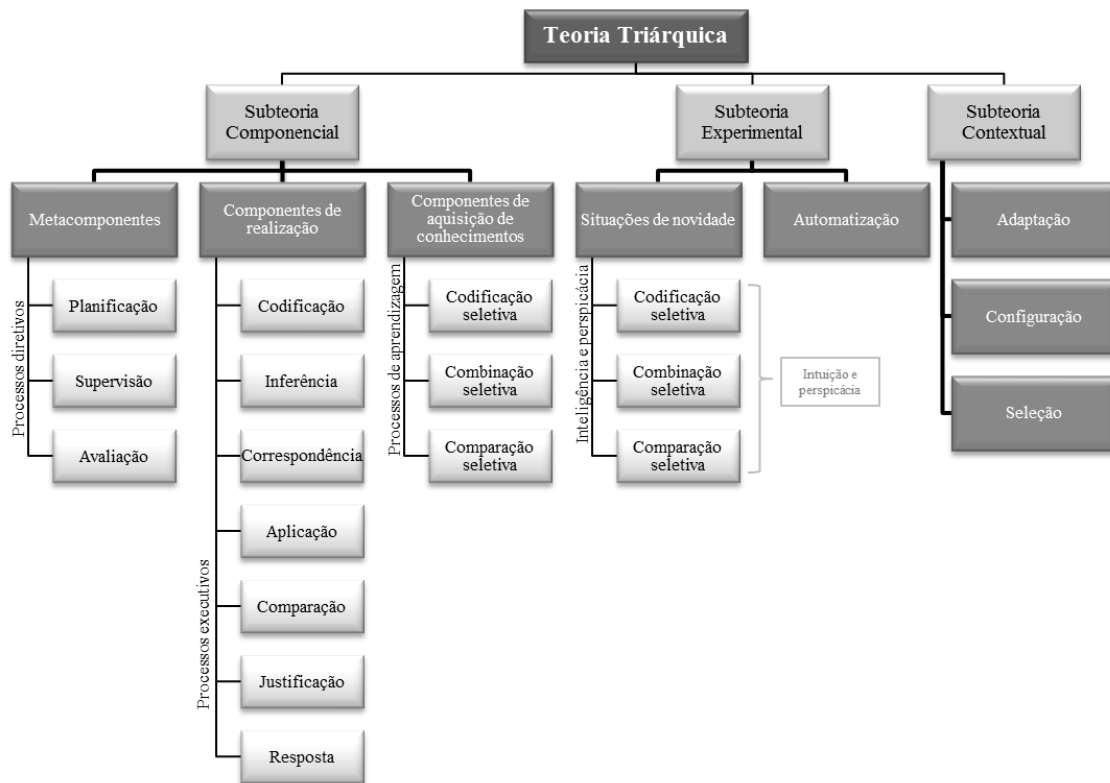


Figura 3.6 – Teoria triárquica da inteligência de Rosenberg²¹⁴

3.3.5 A inteligência e a psicologia educacional

O grande catalisador do desenvolvimento dos testes de inteligência coletivos foi a Primeira Grande Guerra. Os Estados Unidos colocam nas mãos dos grandes teóricos da inteligência a avaliação dos seus recrutas. Desde então a psicologia ganha definitivamente espaço na investigação, expandindo o conceito da inteligência, apoiada na hereditariedade, originalmente herdada da Europa²¹⁵.

Devido à diminuição do custo dos testes em massa, estes tornaram-se bastante populares em muitas instituições educativas. Os testes de inteligência e as investigações realizadas demonstraram que seria possível prever o sucesso escolar de uma criança na escola. Mas também que «se correlacionam com o sucesso posterior na vida, medido através de fatores como a saúde física, o ajustamento emocional, o rendimento económico e os contributos literários e científicos»²¹⁶. A inteligência como

²¹⁴ Diagrama adaptado de UNIVERSIDAD DE DEUSTO. Robert Sternberg: Perfis estilos e inteligência [Em linha].

²¹⁵ Cf. Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 36.

²¹⁶ In Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 445.

comportamento humano seria considerada um produto da hereditariedade em interação com o meio e com o tempo²¹⁷.

Em relação à hereditariedade as investigações indicaram a existência de uma relação de biunicidade entre a semelhança genética e a aproximação dos seus quocientes de inteligência (QI). O meio onde os indivíduos se encontrariam integrados também ficaria caracterizado pela semelhança de QI, caracterizado essencialmente por um conjunto de fatores capazes de estimular a aprendizagem.

Em relação ao tempo, a curva de Bloom²¹⁸ revela um maior impacto do meio que o rodeia relativamente ao desenvolvimento da inteligência nos primeiros anos de vida do indivíduo (Figura 3.7).

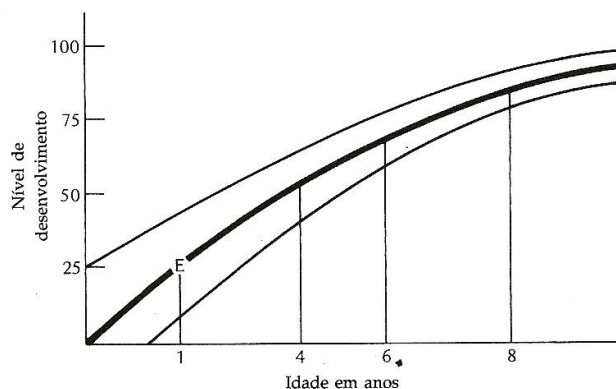


Figura 3.7 – Aceleração negativa do desenvolvimento intelectual, proposta por Bloom²¹⁹

3.4 Aptidão espacial

No enquadramento das diversas perspetivas das teorias da inteligência e considerando a existência de aptidões ou habilidades ou mesmo de inteligências ou de mecanismos mentais como peças fundamentais para o desenvolvimento cognitivo, existe a pretensão de realizar uma aproximação restrita às aptidões correspondentes ao conhecimento do espaço e à visualização espacial, incidindo mais especificamente

²¹⁷ Idem, ibidem.

²¹⁸ «Actualmente, a maioria dos psicólogos está convencida de que a experiência precoce tem uma profunda influência no desenvolvimento cognitivo. [Benjamin S.] Bloom apresenta esta posição de forma peremptória, ao afirmar que os efeitos do meio sobre a inteligência atingem a sua máxima expressão durante os primeiros anos de vida.» In Norman A. Sprinthall e Richard C. Sprinthall, op. cit., p. 436.

²¹⁹ Idem, ibidem.

numa linha desenvolvimentista, conforme objetivado inicialmente no plano da investigação.

Considerando os modelos teóricos apresentados e uma grande quantidade de estudos empíricos realizados, as aptidões espaciais podem ser agrupadas em três grandes áreas de estudo²²⁰:

- Abordagem psicométrica;
- Abordagem desenvolvimentista;
- Abordagem de natureza cognitiva-experimental.

Estas abordagens diferem umas das outras considerando a natureza das suas aptidões espaciais, a forma como realizam os seus estudos de problemas espaciais, a forma como são medidos determinados aspetos relacionados com a inteligência espacial, o desenvolvimento da aptidão espacial e o processamento espacial²²¹.

A abordagem psicométrica estuda as diferenças individuais, aplicando uma grande variedade de testes de aptidões, cujos resultados são analisados segundo técnicas de análise fatorial ou multifatorial, com o objetivo de extrair dados relativos às aptidões que permitam encontrar diferenças entre os indivíduos²²².

Por outro lado, a abordagem desenvolvimentista apresenta um conjunto de tarefas realizadas pelo indivíduo considerando os diferentes grupos etários e os estádios de desenvolvimento cognitivo²²³.

E finalmente, a abordagem cognitiva experimental estuda as diferenças individuais numa base sensorial da perceção espacial, da imagem e da sua relação com a representação, e ainda de modelos computacionais de processamento de informação. De uma forma geral, as diferenças são interpretadas segundo os tempos e exatidão de respostas dadas relativamente a tarefas (de reconhecimento, discriminação e generalização) realizadas em determinadas condições²²⁴.

²²⁰ Estas três fases foram estudadas nas três vertentes principais: estudo dos desenhos de crianças; identificação da direita/esquerda; e estudo de representações em grande escala. Cf. John Eliot, *Models of Psychological Space: Psychometric, Developmental and Experimental Approaches*.

²²¹ Idem, p. 13.

²²² Idem, ibidem.

²²³ Idem, ibidem.

²²⁴ Idem, ibidem.

3.4.1 A abordagem desenvolvimentista da aptidão espacial

A psicologia desenvolvimentista, de um modo geral, estuda as diferenças de comportamento perante tarefas específicas e analisa os resultados das mesmas enquadradas em estádios de desenvolvimento cognitivo, relacionados com grupos etários²²⁵.

As diferenças individuais não são o foco central dos desenvolvimentistas. No entanto, quando estas diferenças são estudadas, são generalizadamente interpretadas em termos de concretização ou recolha de padrões universais de comportamento, no sentido de explicar as características específicas de cada estágio de desenvolvimento²²⁶.

A aptidão espacial é apenas um dos domínios do desenvolvimento intelectual do indivíduo. Enquadrada numa abordagem desenvolvimentista²²⁷ pode ser organizada em três fases, em termos cronológicos. Em cada uma delas integram-se diversos modelos desenvolvimentistas que incluem não só as dimensões espaciais, como também questões mais específicas do espaço cognitivo²²⁸.

A primeira fase (1900-1960) é essencialmente caracterizada pela recolha e interpretação de dados normalizados sobre o crescimento e comportamento das crianças²²⁹.

Numa segunda fase (1960-1974) a quantidade de modelos e de dados recolhidos a partir de pesquisas realizadas foi largamente ampliada, sendo a maior parte delas dedicadas ao desenvolvimento intelectual. Proporcionalmente apareceram diversos trabalhos de investigação relativos ao espaço. Segundo Eliot²³⁰ o modelo de Piaget, que será analisado seguidamente integra-se nesta fase.

E na terceira fase (depois de 1974) a literatura desenvolvimentista apresenta estudos de competência espacial de crianças, de comparações interculturais, sobre formação de habilidades espaciais, relativas ao comportamento espacial de populações especiais, entre outros.

²²⁵ Idem, p. 83.

²²⁶ Idem, ibidem.

²²⁷ Idem, pp. 83-133.

²²⁸ Idem, p. 133.

²²⁹ Idem, p. 86.

²³⁰ Idem, pp. 83-133.

3.5 Jean Piaget e o modelo desenvolvimentista

Antes de se apresentar a aptidão espacial, numa abordagem evolutiva ou desenvolvimentista Piagetiana, optou-se por fazer um breve enquadramento teórico do modelo de Piaget precedido de algumas notas biográficas relativas ao seu percurso académico e motivação para a criação de um modelo em que o desenvolvimento do conhecimento baseia-se na internalização das ações.

Jean Piaget (1896-1980) nasceu em Neuchatel, na região francófona da Suíça, foi uma criança precoce, que desde muito cedo demonstrou um grande interesse pela biologia e pelo mundo natural²³¹. Concluiu a sua licenciatura com apenas 18 anos e terminou o seu doutoramento em Ciências Naturais na Universidade da cidade natal em 1918, três anos mais tarde.

Os seus interesses não se ficaram pelas Ciências Naturais alargando para outras áreas como a Sociologia, a Religião e a Filosofia. Esta última despertou-lhe um especial interesse pela Epistemologia, o estudo da maneira como o conhecimento é adquirido, daí em diante iniciava-se uma procura na aproximação entre a biologia e a epistemologia que o conduziria ao mundo da psicologia²³².

Com o objetivo de ganhar experiência Piaget deixou a Suíça para poder ampliar os seus conhecimentos, especificamente na área da psicologia, frequentando diversos laboratórios, clínicas e universidades. Acabando por surgir, neste período, a grande oportunidade de trabalhar com Théodore Simon, co autor da Escala de Inteligência Binet-Simon²³³.

Simon coloca-o a trabalhar com a normalização dos testes de raciocínio de Cyril Burt em crianças parisienses no laboratório de Binet²³⁴, experiência que acabou por revelar aspetos muito importantes para Piaget, baseados nas respostas incorretas dadas pelas crianças aos testes. Esta investigação acabou por ganhar novas dimensões que

²³¹ Jean Piaget publica o seu primeiro artigo científico sobre um pardal albino apenas com dez anos de idade. Trabalhou entre os onze e os quinze anos como assistente do director do Museu de História Natural, depois das aulas, tornando-se um especialista em moluscos e outros assuntos da Zoologia. Com quinze anos assume o cargo de conservador da secção de moluscos do Museu de Genebra. Cf. Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit. 98.

²³² Idem.

²³³ Cf. J. A. Plucker, op. cit.

²³⁴ Idem.

conduziriam à teoria de que os processos cognitivos das crianças seriam diferentes dos adultos.

A Teoria Desenvolvimentista de Piaget foi tomando forma ao longo dos seus anos de vida e no decorrer dos seus trabalhos de investigação foram revistas por diversas vezes.

Entre 1923 e 1932, dedicou-se a áreas como a linguagem infantil, raciocínio moral, descrevendo o desenvolvimento como uma progressão de um estado egocêntrico para um outro onde diferentes pontos de vista seriam coordenados e as inter-relações baseavam-se na reciprocidade²³⁵.

Nos anos 30, Piaget considerava o desenvolvimento, associado a um movimento de adaptação, onde a interação que prevalece fica definida pela relação sujeito/objeto em vez da anteriormente considerada entre sujeito/sujeito²³⁶.

No decorrer dos anos 40 deixou os aspetos funcionais do conhecimento para se debruçar sobre os aspetos estruturais do desenvolvimento intelectual. Neste enquadramento a inteligência funcionaria como uma adaptação caracterizada pelo equilíbrio resultante das diversas inter-relações desenvolvidas sobre o meio²³⁷. Esta adaptação surgiria a partir do equilíbrio entre a assimilação e a acomodação²³⁸. Acima de tudo a inteligência definia-se pela forma como o desenvolvimento era orientado, organizando-se por fases ou «formas sucessivas de equilíbrio»²³⁹. Esta definição seria considerada numa perspetiva funcional, onde a estimulação de uma conduta provocaria uma inter-relação entre o sujeito e o meio, conduzindo desse modo, ao desenvolvimento progressivo da inteligência. Por outro lado, num plano mecânico estrutural, as adaptações sensório-motores elementares seriam ao mesmo tempo rígidas e unidireccionais²⁴⁰. Salienta-se neste período a apresentação de diversos trabalhos

²³⁵ Cf. John Eliot, op. cit., p. 101.

²³⁶ Idem, p. 101.

²³⁷ Cf. Jean Piaget, A Evolução Intelectual entre a Adolescência e a Maturidade, p.17.

²³⁸ Idem, p. 18.

²³⁹ Idem, ibidem.

²⁴⁰ Idem, pp. 20-21.

relacionados com a conceptualização da criança, nomeadamente nas questões relativas ao tempo, números, volume e espaço²⁴¹.

Nos anos 60 acabou por ser apresentada uma nova versão onde se pôde encontrar algumas dicotomias entre as estruturas e a funcionalidade do desenvolvimento, entre o sujeito e o objeto do conhecimento, entre biologia e epistemologia, entre ação e pensamento, entre muitas outras. É nesta fase que o trabalho de investigação de Piaget e seus colaboradores é sujeito a um intenso desenvolvimento e testagem.

Piaget sugere uma definição onde a «inteligência constitui o estado de equilíbrio no sentido a que tendem todas as adaptações sucessivas de ordem sensório-motor cognitiva, assim como todas as assimiladoras e acomodadoras entre o organismo e o meio»²⁴².

Os seus fundamentos baseiam-se na formação e desenvolvimento dos processos cognitivos no ser humano dos métodos de raciocínio, das estruturas lógicas elementares, dos símbolos, na forma como se constrói o real, de onde provém o sentido de obrigação e responsabilidade moral, e como se processam as mudanças da linguagem e seu amadurecimento. E que deram origem a uma teoria sobre o processo de desenvolvimento cognitivo através de estádios, onde os indivíduos apresentam determinados padrões comuns de cognição em cada fase de desenvolvimento: sensório-motor; pré-operatório (sub-estádio pré-conceitual e sub-estádio intuitivo); operações concretas; e operações formais.

Os critérios de delimitação dos diferentes estádios apresentados por Piaget estão dependentes de um conjunto de fatores como: a constância da ordem da sucessão das aquisições; o carácter integrativo dos estádios; de cada estádio caracterizar-se por uma estrutura de conjunto; de cada estádio comportar um nível de preparação e um nível de acabamento; e ainda, de ser necessário distinguir os processos de formação e as formas de equilíbrio final.

Em termos gerais, Piaget estudou o desenvolvimento das crianças e o seu comportamento como resultado da sua interação com o meio, com outros sujeitos e

²⁴¹ Cf. John Eliot, op. cit., p. 101.

²⁴² Cf. Jean Piaget, op. cit., p. 21.

também com os objetos que o rodeiam, ficando sequencialmente estruturada em quatro estádios. Esta teoria, também denominada de Epistemologia Genética tem como objetivo compreender não só o desenvolvimento da inteligência como também o processo de conhecimento através do método clínico. O Construtivismo tem aqui as suas origens, promovendo essencialmente a construção do conhecimento, a aprendizagem e a autonomia.

3.5.1 Os estádios do desenvolvimento cognitivo de Piaget

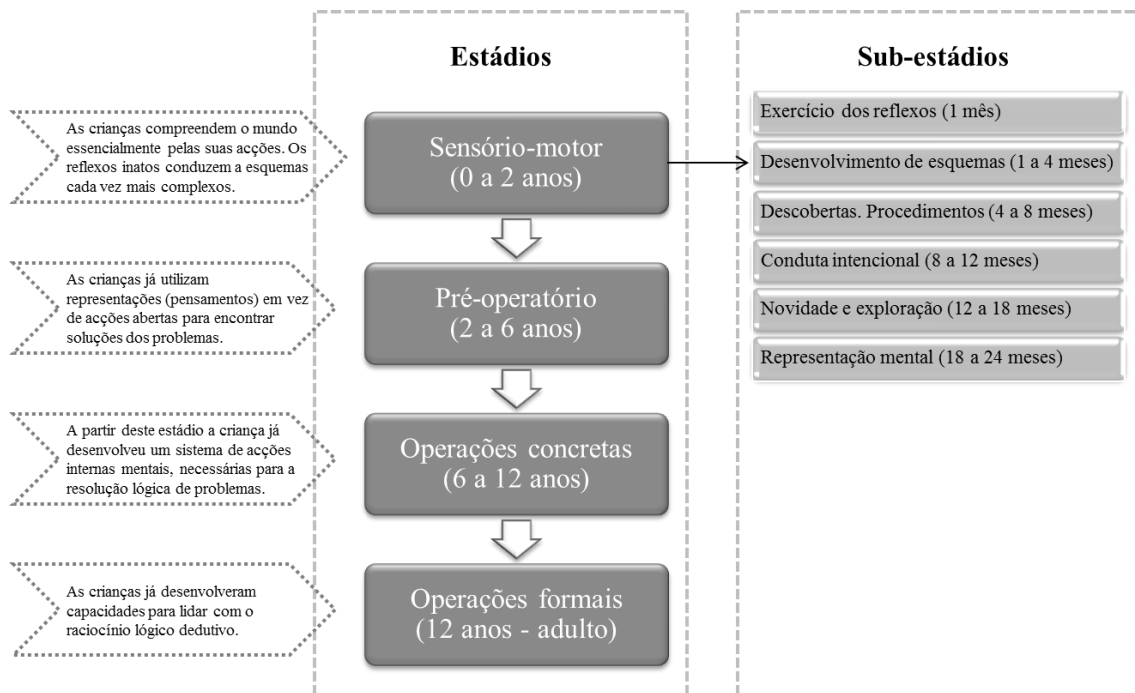


Figura 3.8 – Desenvolvimento cognitivo – Modelo de Piaget

O estágio da experiência sensório-motor caracteriza-se por mecanismos sensórios e motores, no contacto com a realidade e é constituído por seis sub-estádios:

I. Sub-estádio (primeiro mês):

- Imitação - por exemplo uma criança que chora quando ouve outra a chorar;
- Conceitos de objetos - quando estes são confundidos com sensações;
- Espaço - quando a criança apreende uma coleção de espaços desligados e organizados em torno das principais esferas sensório-motora de

atividade em vez de um espaço unitário, ou seja, existe um espaço oral, um espaço visual, um espaço auditivo e um espaço tátil, em vez de um espaço comum;

- Causalidade - expressa através do sentimento de que algo se reproduz, de eficiência ou de eficácia;
- Tempo - a criança vivencia o sentimento efêmero, imanescentes às suas próprias ações, confundindo com as impressões de expectativas e de esforço, sem distinção entre o antes e o depois.

II. Sub-estádio (1 a 4 meses):

- Imitação - é mais pré-imitativa do que imitativa, a criança tenta criar um som, um movimento que lhe seja novo;
- Brinquedo - há muito pouco indício de atividades lúdicas;
- Conceito de objeto - semelhante ao I sub-estádio;
- Conceito de espaço - semelhante ao I sub-estádio;
- Conceito de tempo - semelhante ao I sub-estádio.

III. Sub-estádio (4 a 8 meses):

- Imitação - a criança imita frequentemente sons e movimentos feitos por outras pessoas, mas só imita respostas presentes no seu repertório e as que pode ver e ouvir;
- Brinquedos - existem uma ação apenas pelo prazer da atividade e não pela necessidade de acomodação;
- Conceito de objeto - procura um objeto fora do seu campo visual, antecipa um objeto inteiro vendo apenas uma das suas partes, porém há uma desistência imediata quando não acha o objeto;
- Espaço - enquanto o espaço próximo (do sujeito) começa a ser percebido em esquemas de profundidade (busca visual de objetos, procura), o espaço amplo continua sendo a tela plana que caracteriza os dois primeiros sub-estádios; numa zona de espaço envolvente próximo, onde começa a perceber-se de si próprio (mão, braço, interagindo com os

objetos) mas numa organização indiferenciada onde a ação e o objeto se confundem;

- Tempo - tem uma consciência elementar do antes e depois na sequenciação- resultado;
- Causalidade - começa a discriminar o ato do seu resultado, quando apercebe-se que está a agir.

IV. Sub-estádio (8 a 12 meses):

- Imitação - imita modelos novos;
- Brinquedos - a criança abandona as finalidades da ação para brincar com os meios usados, aparece também a ritualização, por exemplo, quando encontra um estímulo conhecido que usualmente está associado ao ato de ir dormir, o travesseiro, o lençol e desenvolve o ritual de ir dormir, deitar-se, chupa o dedo;
- Conceito de objeto - a criança começa a procurar ativamente objetos ocultos;
- Espaço - o espaço não próximo deixa de ser um pano único e torna-se organizado em diferentes regiões de profundidade;
- Causalidade - a criança considera o sujeito (agente) como a causa do movimento;
- Tempo - a criança relaciona pela primeira vez um objeto como meio (que ocorre antes) de um facto que é fim (ocorre depois), retém uma série de acontecimentos, na qual a sua própria ação não intervém diretamente.

V. Sub-estádio (12 a 18 meses):

- Imitação - torna-se mais deliberada e ativa com mais habilidade e subtileza;
- Brinquedo - além de repetir e variar uma ação dela complica pelo prazer de o fazer;
- Conceito de objeto - aprende a procurar o objeto no local em que foi visto pela última vez, ela não consegue encontrar o objeto quando há deslocamentos invisíveis que precisam ser inferidos ou imaginados;

- Espaço - há relações espaciais entre os objetos, como seja empilhar, colocar e retirar do recipiente;
- Causalidade - ela agora não se considera como uma causa mas como um recetor de causas;
- Tempo - maior capacidade de seriar os próprios acontecimentos, uma crescente capacidade de reter acontecimentos na memória e num maior espaço de tempo.

VI. Sub-estádio (18 meses em diante):

- Imitação - imitação adiada onde a criança reproduz de memória um modelo ausente;
- Brinquedo - aparece o símbolo (metáfora), a criança é capaz de fingir e fazer de conta;
- Conceito de objeto - imagina independentemente das suas ações uma série de objetos concretos que existe permanentemente no espaço, é visto como definitivamente isolado, sujeito às suas próprias leis de deslocamento;
- Espaço - é capaz de controlar os seus movimentos no espaço, é capaz de representar os deslocamentos invisíveis no espaço;
- Causalidade - a capacidade de representação (imagens de memória) leva a criança a inferir uma causa, a partir do efeito, e a antecipar um efeito a partir da causa;
- Tempo - a capacidade de reter fatos e de formar imagens facilitam a recordação de factos cada vez mais remotos, que leva a uma organização ordenada de acontecimentos relacionados com ações.

O estágio do pensamento pré-operatório tem como característica fundamental o acentuado aparecimento das representações mentais, desenvolvendo funções simbólicas e é constituído por dois sub-estádios.

Primeiro sub-estádio, nível pré-conceitual, onde se dá o aparecimento da linguagem, da imagem e onde a linguagem aparece como acompanhamento da ação, baseada em imagens; os símbolos disponíveis para a manipulação mental e expressados

em linguagem têm a propriedade de um pré-conceito, sendo este considerado como o intermediário entre o símbolo imaginado e o conceito propriamente dito. A criança é egocêntrica nas representações mentais desenvolvendo a percepção centrada, sem considerar o ponto de vista do outro, fazendo pouco esforço em adaptar a sua linguagem às necessidades do ouvinte e não conseguindo pensar sobre o seu próprio pensamento. O mecanismo de centralização e a dificuldade de descentrar leva a criança a concentrar-se num único aspeto do objeto, o que produz uma distorção do raciocínio, pois é incapaz de considerar vários aspetos do elemento, assimilando assim os aspetos aparentes que mais chamam a sua atenção. Ela agarra-se a um estado do objeto e não à transformação deste. Pode-se concluir que o pensamento é estático e imóvel. As características que importa evidenciar neste sub-estádio são:

- O equilíbrio com uma ausência relativa entre a assimilação e a acomodação, no qual a criança é mais submissa às mudanças do que controladora das mesmas. Não possuindo um sistema em equilíbrio com o qual possa ordenar, formar com coerência o mundo que o cerca. E onde a sua vida cognitiva juntamente com a vida afetiva tende a ser instável, descontínua e momentânea.
- A ação protagonizada pela criança, onde já é capaz de representar a realidade com imagens, estando essas representações mais próximas das ações explícitas. Não há tentativa de esquematizar, ordenar e refazer. Piaget denomina esta fase de realismo, quando as coisas para a criança são aquilo que parecem ser, na percepção imediata e egocêntrica.
- A irreversibilidade das transformações, isto é, quando não é possível partir dela, voltar ao que era. Isto não é percebido, principalmente porque na transformação não se percebe a constância dos elementos.
- Os conceitos e os raciocínios e a dificuldade de reconhecer a identidade de um objeto no decorrer de mudanças contextuais. Dificuldade de perceber elementos semelhantes pertencentes a uma classe, com as suas diferenças individuais. Onde os pré-conceitos são conceitos generalizados e não diferenciados.
- O animismo e o artificialismo, em que a visão da criança relativa ao mundo possui conceitos primitivos de moral e de justiça e apresenta uma

imaturidade generalizada nas tentativas de enfrentar intelectualmente problemas relativos ao tempo, causalidade e espaço. Não distinguindo claramente a atividade lúdica e a realidade como áreas cognitivas diferentes, com regras próprias. No animismo tudo possui alma e vida.

- A transdução que faz implicações entre dois fatos sem que haja uma relação lógica, como por exemplo a água quente implica escovar os dentes. A criança raciocina de pré-conceito para pré-conceito.
- A justaposição e o sincretismo, onde justapor funciona como uma reunião de partes sem articulação, sem relação das partes para chegar ao todo.
- O pensamento sincrético concretiza-se quando a criança relaciona tudo com tudo o mais. Numa busca de todos, sem relaciona-los entre si e com as partes.

Segundo sub-estádio, intuitivo, que se desenvolve entre os quatro e seis/sete anos onde deparamo-nos com uma nova estruturação dos esquemas cognitivos. Este nível caracteriza-se por um esforço considerável de adaptação à ideia de uma forma semi-simbólica de pensamento que é o raciocínio intuitivo. Nesta fase já existe uma exploração de vários traços do objeto, na busca de um todo. O erro é de ordem perceptiva, há uma construção intelectual incompleta. Existe algum progresso, na medida em que o sujeito já começa por examinar as configurações do conjunto, de forma a relacionar duas dimensões do objeto mas não amplia as suas conclusões sobre compensações e conservações porque ainda se encontra muito preso às imagens perceptivas. A criança começa a deixar o seu egocentrismo, identificando vários traços de uma realidade e na tentativa de buscar relações. As regras mantêm maior constância e organização, mas carecem de reversibilidade, de conservações e de relatividade. Começam as tentativas de agrupamento.

No estágio das operações concretas as falhas encontradas anteriormente são superadas. A criança adquire o conceito de conservação e de invariância. A quantidade da água em vidros diferentes não muda simplesmente porque a forma mudou. Se agarrar numa massa e transforma-la ora numa bola, ora numa salsicha, a quantidade não varia simplesmente por ter mudado a forma.

Ainda neste estágio adquire-se o conceito de reversibilidade onde as ideias podem ser retomadas no pensamento, ou seja, onde a ideia inicial pode ser recuperada.

A criança tem mais poder de descentralização, procura identidades e diferenças para além do entendido. Esta capacidade faz com que a criança consiga classificar um objeto segundo determinadas características e desclassifica-lo segundo outras.

A capacidade de ordenação também faz parte das aquisições deste estágio, respeitando uma qualidade padrão, que é possível devido à capacidade de estabelecer relações, classificar e seriar, que faz com que o indivíduo deduza das ações adquiridas, operações implícitas, porém estas operações são feitas tendo em vista objetos concretos. A simples verbalização para expressar relações não são compreendidas nesta fase.

Em relação à percepção espaço-temporal todas as características de flexibilidade e constância de elementos aparecem na percepção de causa e efeito. Assim como na avaliação (julgamento ético e estético) todas as características citadas anteriormente entram no processo.

O estágio das operações formais coincide com o início da adolescência. Nesta fase já se raciocina dedutivamente, colocam-se várias hipóteses para a determinação de soluções de um problema. Já existe a capacidade de produzir um raciocínio científico e de lógica formal podendo aceitar a forma de um argumento, embora deixe de lado o seu conteúdo concreto que dá origem ao termo «operações formais».

O adolescente já se preocupa com o pensamento, considera leis gerais e preocupa-se com o hipoteticamente possível e também com a realidade.

A percepção já não se limita a situações imediatas e ao concreto. Quando se atinge as operações formais existe uma tentativa de verificação das respectivas hipóteses, mentalmente ou através de experiências reais.

Nesta fase o adolescente começa a ter consciência do outro, o processo afetivo ou imaginativo é mais flexível, usando nas suas avaliações e interpretações, hipóteses elaboradas mentalmente ou criadas, ganhando a capacidade de confronta-las com a realidade.

A criatividade atinge o seu auge relativamente aos outros estágios, porque as imagens são construídas, reconstruídas e combinadas mentalmente, sem deixar de ser

confrontadas com a realidade objetiva, claramente delineada pelo adolescente. O eu e o objeto são perfeitamente distintos.

As atitudes egocêntricas ocorrem também na adolescência assumindo a forma de um idealismo ingênuo carregado de objetivos pouco moderados, de mudança e remodelação da realidade. Promove-se uma valorização total do pensamento e uma desvalorização dos obstáculos práticos.

3.5.2 A assimilação e acomodação

Os estádios de Piaget são representativos das etapas a percorrer para a organização mental do indivíduo e cada estágio representa uma fase de desenvolvimento cognitivo definidora do formato da relação cognitiva com o mundo que nos rodeia.

Piaget sugere que as atividades e experiências desenvolvidas no meio que rodeia a criança força a acomodação ou a «internalização». E é este mecanismo fundamental para promover o desenvolvimento cognitivo, sendo por esse motivo essencial para os professores «desenvolver um leque de experiências tal que proporcione o maior desenvolvimento cognitivo possível»²⁴³.

Torna-se fundamental para que haja um processo de aprendizagem encontrar um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Tal equilíbrio fica definido pela constante interação entre estes dois elementos e apresentado na Figura 3.9.

Efetivamente, quando se fala no processo de equilibração como desencadeador de aprendizagens, considera-se que o desenvolvimento cognitivo ocorre no interior de um determinado estágio resultado de pequenas discrepâncias e de uma lenta equilibração. Este movimento não só incentiva a passagem para um nível seguinte como o processo repete-se de forma contínua e sequencial. E é nesta linha de pensamento que o significado da equilibração fundamenta-se no desenvolvimento gradual de capacidades racionais de resolução de problemas cada vez mais complexos e de forma mais eficaz.

²⁴³ Cf. Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 117.

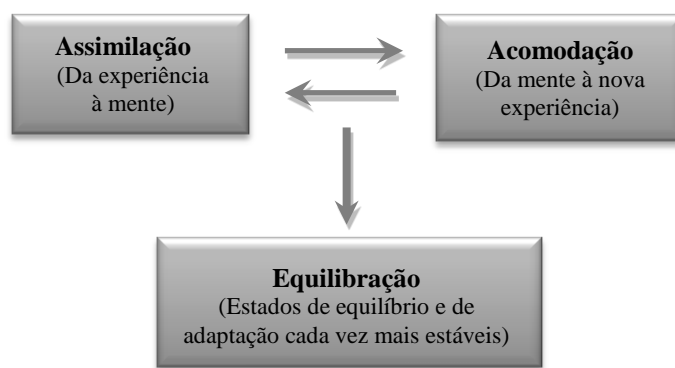


Figura 3.9 – Interação assimilação e acomodação

3.5.3 A construção do cérebro e os estádios de Piaget

Investigações recentes em Eletroencefalogramas (EEG) colocam na mesa questões relacionadas com os estádios de Piaget com as respectivas alterações sucessivas e estruturais verificadas no cérebro ao longo do desenvolvimento fisiológico. A teoria desenvolvimentista é acima de tudo uma teoria que contempla a interação do indivíduo com o que o rodeia sejam eles outros sujeitos, objetos ou simplesmente o meio onde se integra. Por esse motivo as «experiências interativas apropriadas produzem um determinado desenvolvimento do estádio, até que ocorre uma transformação (uma mudança qualitativa) e a pessoa utiliza um novo sistema de processos cognitivos mais sofisticado»²⁴⁴.

William Hudspeth, da Universidade do Colorado do Norte e Robert Tacher, da Universidade de Maryland verificaram nas suas investigações que existiam períodos de maior crescimento do sistema cognitivo, que coincidem com os estádios propostos por Piaget. Foram reveladas duas contradições, apoiadas nos estudos por Eletroencefalograma (EEG) que defendem que o período sensório-motor se prolonga até aos três anos e meio, em vez dos dois anos apontados por Piaget. E ainda, a possibilidade de um quinto estádio – um período pós formal situado entre os onze e os quinze anos²⁴⁵.

Em suma, nos estudos efetuados verificaram-se duas posições muito importantes e de certa forma relacionadas:

²⁴⁴ Cf. Norman A. Sprinthal e Richard C. Sprinthal, op. cit., p. 122.

²⁴⁵ Idem, ibidem.

- As mudanças operadas ao longo dos estádios de Piaget coincidem, de uma forma geral com as alterações da fisiologia do cérebro.
- As experiências de aprendizagem, por manipulação ativa são essenciais para o seu desenvolvimento²⁴⁶.

3.6 A teoria desenvolvimentista de Piaget e o espaço

Piaget apresenta as suas ideias sobre o desenvolvimento do conhecimento do espaço em três grandes obras: «Child's Conception of Space» (Jean Piaget e Bärbel Inhelder, 1956); «The Child's Conception of Geometry» (Jean Piaget, Bärbel Inhelder e Alina Szeminska, 1960) e «Mental Imagery in Child» (Jean Piaget e Bärbel Inhelder, 1971).²⁴⁷

No enquadramento destas obras consideram-se importantes um conjunto de componentes inter-relacionados para explicar o conhecimento do espaço como: a percepção e a representação do pensamento; o pensamento figurativo e o pensamento operativo; e as imagens reprodutivas e as imagens antecipatórias²⁴⁸.

A percepção e o pensamento são dois componentes estruturalmente diferentes. E os primeiros anos são dominados pelo mundo das percepções, que acaba por controlar o desenvolvimento natural da criança²⁴⁹.

Enquanto o pensamento figurativo fica representado pela percepção de figuras de objetos e imagens estáticas, o pensamento operativo fica definido por um conjunto de percepções de figuras ou objetos em movimento e pela capacidade de manipular imagens visuais, sendo este último aspeto fundamental para o amadurecimento do pensamento espacial²⁵⁰.

Piaget e Inhelder definem a imagem como uma imitação internalizada, caracterizada fundamentalmente pela motricidade, subdividindo-se em imagens reprodutivas ou antecipatórias, com base no desenvolvimento da abstração funcional

²⁴⁶ Idem, pp. 122-123.

²⁴⁷ Cf. John Eliot, op. cit., p. 102.

²⁴⁸ Idem, ibidem.

²⁴⁹ Idem, ibidem.

²⁵⁰ Idem, pp. 102-103.

das mesmas. No âmbito das reprodutivas podem-se incluir as imagens estáticas, as móveis e as transformáveis. Enquanto as imagens antecipatórias desenvolvem-se ao longo das operações concretas, encontrando-se dependentes das mesmas²⁵¹.

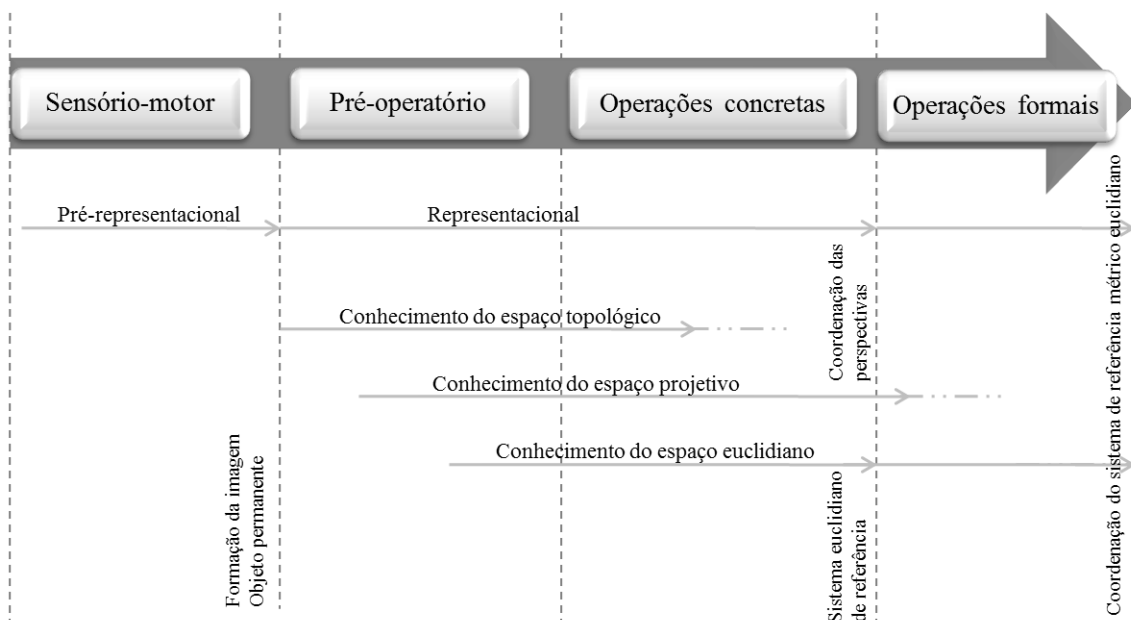


Figura 3.10 - Construção das relações espaciais no modelo desenvolvimentista piagetiano²⁵²

Estas três distinções são fundamentais para caracterizar o modelo de Piaget, relativamente ao conhecimento do espaço, e apresentado em quatro pressuposições²⁵³:

- Que o espaço é definido pelas ações, onde a representação do espaço na criança sucede gradualmente pela internalização e coordenação das mesmas, no qual a perceção resulta do contacto direto com os objetos e onde o conhecimento dos objetos promove o conhecimento dos mesmos. Por outro lado, a representação resulta da evocação dos objetos, na sua presença ou na sua ausência.
- Que a noção de espaço desenvolve-se ao longo dos quatro estádios de Piaget: sensório-motor; pré-operatório, das operações concretas e das operações formais. Sendo cada um destes estádios caracterizado pelos

²⁵¹ Idem, p. 103.

²⁵² Diagrama construído com base em figura apresentada em John Eliot, op. cit., p. 104.

²⁵³ Cf. Angela Velasco e Alexandre Kawano, Geometria Espacial [Em linha] apud John Eliot, op. cit., pp. 100-108.

seguintes aspetos: ser qualitativamente diferente dos anteriores; integrarem as estruturas de conhecimento dos estádios precedentes; representarem a consolidação das estruturas de conhecimento dos estádios anteriores e preparar o posterior; e representar um conjunto de comportamentos enquadrados em níveis semelhantes de aquisições.

- Que o conhecimento do espaço implica que a inteligência espacial fica definida pelo conhecimento topológico e pelo conhecimento dos conteúdos do espaço projetivo e espaço euclidiano. Para Piaget e Inhelder a fase inicial de representação do espaço coincidirá não só com o início da imagem e do pensamento intuitivo, como também com o aparecimento da linguagem. A representação do espaço fica definida pelas seguintes intuições elementares ao nível das relações topológicas: vizinhança; separação; ordem; envolvimento; e continuidade. A vizinhança define-se como uma relação elementar da percepção, e como a forma mais básica de construção de uma estrutura perceptiva, no qual a proximidade é detetada no enquadramento perceptivo²⁵⁴. A separação consiste na distinção dos elementos dos respetivos elementos enquadrados num mesmo plano perceptivo. A ordem cria num mesmo plano perceptivo uma organização sequencial relativa a elementos vizinhos e separados. A relação de envolvimento ou circunscrição fica caracterizada por uma sequência ordenada ABC, onde o elemento B é entendido como estando entre A e C²⁵⁵. A continuidade como relação elementar espacial existe desde o início das percepções e pode ser detetada nas linhas retas e superfícies. E a «percepção da continuidade modifica-se em função do aperfeiçoamento crescente dos limiares de sensibilidade e, em consequência da evolução das relações de vizinhança e de separação»²⁵⁶.
- Que o simbolismo ou a imaginação surgem como componentes fundamentais para a representação espacial. Piaget e Inhelder consideram

²⁵⁴ Cf. Gerlúzia de Oliveira Azevedo Alves e Antônio André Alves. Representação Espacial: Piaget e o Tripé da Biologia, da Lógica e da Epistemologia.

²⁵⁵ Se por exemplo se considerar um ponto sobre uma superfície entende-se que também pode estar rodeado por outros tantos. Idem, ibidem.

²⁵⁶ Idem, ibidem.

a imaginação como um elemento fundamental para desenvolver a representação, suportado por um conjunto de internalizações graduais de imitações. O desenvolvimento da imaginação é muito importante na medida em que se traduz pela capacidade de realizar transformações em imagens²⁵⁷, o que permite à criança imaginar e entender um conjunto de formas em diferentes perspectivas.

3.6.1 A intuição das formas entre o espaço perceptivo e espaço representativo

No âmbito da percepção, o conhecimento da forma inicia-se, entre os 3 e 5 meses de idade. A imagem visual das respetivas formas já requerem funções mais complexas²⁵⁸ que apenas se encontram disponíveis a partir dos 18 meses de idade.

A construção do espaço inicia-se no plano perceptivo e materializa-se no plano da representação, mas para se entender esta passagem considera-se a percepção tátil em três vertentes²⁵⁹:

- Controlo da forma traduzido pela percepção das espécies do conjunto, marcando o início do processo de reconhecimento.
- Compreensão da forma que se relaciona com a maneira como o sujeito traduz a percepção tátil em imagens gráficas ou mentais.
- E a introdução ao estudo da abstração de formas.

Relativamente ao primeiro ponto, o reconhecimento perceptivo da figura resulta da coordenação de todas as centrações sucessivas, considerando duas situações: aquela em que o sujeito se desloca taticamente perante o objeto; ou aquela em que desloca o objeto, de forma a obter as diversas centrações. Deste modo, intervêm aqui dois tipos de processos:²⁶⁰

- A percepção, fundamentalmente receptiva que resulta da centração da mão sobre o objeto ou parte dele.

²⁵⁷ Cf. John Eliot, op. cit., p. 107.

²⁵⁸ Cf. Jean Piaget, & Bärbel Inhelder, *A Representação do Espaço na Criança*, p. 53.

²⁵⁹ Idem, ibidem.

²⁶⁰ Idem, p. 54.

- E a atividade perceptiva ou sensorial-motora que permite deslocamentos das centranções e também de transportes dos resultados de uma centranção para outra (de comparações, transportes de relações, etc.), onde a perceção tem a função de coordenar as centranções ou perceções entre si.

Nesta combinao entre a perceao e a atividade perceptiva, estabelece-se uma relao de reciprocidade entre a perceao e o movimento. Tal movimento no s e resultado de um conjunto de perceoes como tambm responsvel pelas suas interligaes, onde os resultados das mesmas seriam transportados de forma sequencial. Por outras palavras, o movimento tem uma funao de coordenao das perceoes sucessivas entre si e constitui o conjunto das transformaes que asseguram a passagem de uma perceao a outra (Tabela 3.6).²⁶¹

Tabela 3.6 – Evoluao do espao perceptivo na crianaa

Estádios Piaget	Características
Estádio I (até + - 4 anos)	<ul style="list-style-type: none"> • passividade diante dos objetos a reconhecer; • segura os objetos e manipula-os, sem os explorar;
Estádio II (4 a 7 anos)	<ul style="list-style-type: none"> • afirmao da atividade perceptiva; • iniao de exploraes globais (relao de conjunto); • iniao de exploraes particulares (ângulos, etc.);
Estádio II (7-8 anos)	<ul style="list-style-type: none"> • exploraes sistemáticas com retorno contínuo ao ponto inicial de referncia.

Assim como na atividade perceptiva baseada em perceoes tácteis, a atividade perceptiva correspondente a perceao visual tambm combina a perceao e o movimento, no s estabelecendo o mesmo conjunto de regras como tambm acrescentando outros elementos no seu processo.

Referente ao segundo ponto, em que a imagem traduz-se pela passagem da perceao a representao intuitiva²⁶², sendo esta passagem efetuada quando as perceoes tácteis s orientadas por uma atividade perceptiva táctil-cinestésica, no qual o sujeito pretende reter uma imagem visual, ou uma imagem gráfica que envolva simultaneamente a viso e o movimento²⁶³.

²⁶¹ Idem, ibidem.

²⁶² Idem, p. 56.

²⁶³ Idem, ibidem.

Deste modo, compreende-se que a imagem não é só o resultado direto da percepção, mas também constitui-se como símbolo representativo que se forma paralelamente às «relações de pensamento significados por ela», sendo mesmo considerada geneticamente um produto da imitação²⁶⁴.

Neste âmbito pode-se referir que existe uma ligação entre a imagem e os movimentos resultantes da atividade perceptiva, que pode ser estabelecida pelo modo de exploração do sujeito perante os objetos apresentados e o nível do desenho relativo a esses mesmos objetos. Considerando também, que o nível desse desenho corresponde, generalizadamente, ao das recognições de tais figuras, entre diversos modelos visuais. No seguimento destas ideias, a imaginação visual da forma percebida tactilmente representa a expressão dos esquemas sensório-motores e o desenho constituir-se-á como uma impressão da acomodação da atividade de exploração perceptiva.

Mais concretamente, no plano do desenho são os movimentos de exploração táctil que irão determinar a imagem visual resultante. No entanto, nem todas as imagens visuais têm as suas origens numa atividade perceptiva desenvolvida por esquemas sensório-motores, embora, de um modo geral, sejam estas últimas que constituem o essencial da intuição espacial. É nesta parte da intuição espacial que se incluem as «imagens puramente visuais» cuja construção estaria condicionada apenas pelos movimentos inerentes à atividade sensório-motor relativas unicamente à visão (movimento do olhar, etc.).

Considerando em última análise, uma imagem puramente visual o fator movimento apenas ficaria condicionado aos movimentos próprios da atividade sensório-motor relativamente à visão e conseqüentemente ao movimento do olhar. São exemplos das imagens puras uma forma plana, um volume em perspectiva de uma projecção ou de uma secção, que requerem da parte do sujeito muito mais movimento do que se pensa.

Relativamente ao ponto três, correspondente à introdução ao estudo da abstracção das formas, esta encontra-se dependente das suas próprias ações, baseando a abstracção das formas a partir das coordenações perante o objeto.

No primeiro estágio sucede o reconhecimento de formas cíclicas fechadas e as que representam relações topológicas de fechamento e de abertura, de vizinhança, de

²⁶⁴ Idem, *ibidem*.

separação, de envolvimento, etc., que resultam na coordenação de ações de rodear, de separar, etc.

No segundo estágio iniciam-se as formas euclidianas referindo a distinção de retas, dos ângulos, dos paralelismos, da relação de igualdade e de desigualdade entre as figuras entre outras.

Finalmente no terceiro estágio estabelece-se a relação entre as formas e a coordenação das ações, com retorno a um ponto fixo de referência, fundamental para a sua construção, necessária para a sua reconhecimento e representação (Figura 3.11).

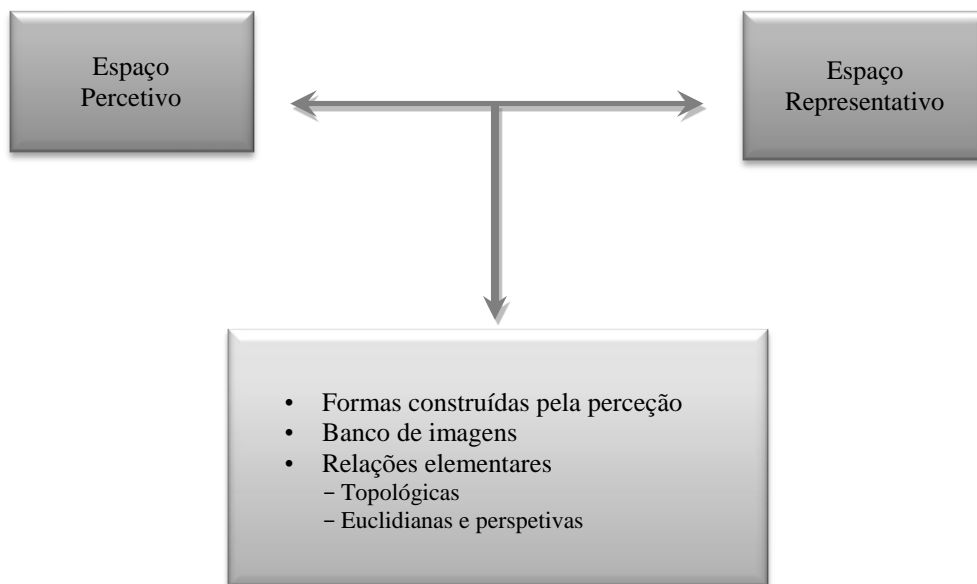


Figura 3.11 – Espaço Perceptivo e Espaço Representativo

Os desenhos de figuras geométricas desenvolvem-se de uma forma mais regular relativamente aos desenhos realizados como cópia do real e neste tipo de desenho que se pode assistir a um maior número de resolução de problemas relativos à abstração das formas. Nesta linha de ideias considera-se que o espaço geométrico não é uma cópia do espaço físico, embora possam encontrar-se em paralelo no tempo, correspondendo a abstração da forma a uma reconstrução do espaço geométrico, realizada a partir de

ações próprias e do espaço sensório-motor, depois mental e finalmente representativo determinado essencialmente pelas coordenações dessas ações²⁶⁵.

3.6.2 O objeto, as perspectivas espaciais e o tempo

A noção de objeto, de espaço e de tempo começam o seu processo de desenvolvimento a partir do estágio sensório-motor, passando pelos esquemas pré-conceptuais e de seguida para os intuitivos, para chegar finalmente ao estágio operatório.

Entre o nascimento e a última fase do desenvolvimento da inteligência sensório-motor, dá-se uma grande revolução para construção espaço temporal na mente da criança. Até aos dezoito meses o mundo não tem objetos, nem permanências substanciais de espaços sensórios múltiplos, pois encontram-se centradas sobre o próprio corpo e sem outro tempo senão o instante vivido pela própria ação evoluindo até um mundo que é formado por objetos permanentes, dentro de um espaço uno e prático (relativamente descentralizado) e que se desenvolve em séries temporais que levam a reconstituições e à antecipação prática.

A coordenação das imagens e dos esquemas verbais iniciam o universo representativo, contemplando dois mundos²⁶⁶:

- Extensão no tempo e no espaço do universo prático imediato, ou seja «a conquista dos espaços longínquos e das durações abolidas, que exigem, uns e outros, uma representação que ultrapassa a percepção, e não mais apenas o movimento e o contacto perceptivo directo»;
- A noção do seu universo representativo em relação ao dos outros, onde a representação amplia e coordena as aquisições da inteligência sensório-motor.

Do ponto de vista geral, as aquisições realizadas no plano prático, no âmbito da inteligência sensório-motor, tal como a permanência da forma e da substância dos objetos próximos e também da estrutura do espaço e do tempo próximos, não precisam

²⁶⁵ Idem, p. 93.

²⁶⁶ Cf. Jean Piaget, *A Formação do Símbolo na Criança*, p. 333.

de ser reaprendidas no plano representativo, mas está diretamente ligado ao plano das representações. Por outro lado «tudo o que ultrapassou o espaço e o tempo próximos exige uma construção» que «reproduz em linhas gerais o desenrolar da construção já concluída no plano sensório-motor no que diz respeito às estruturas próximas»²⁶⁷. Neste desenvolvimento as etapas vão caracterizar o pré-conceito, de seguida a intuição e finalmente os próprios mecanismos operatórios.

A criança começa por ter um universo em que os objetos não são permanentes, com quadros reconhecíveis, mas que aparecem e desaparecem sem depender do espaço ou do tempo. Entre os oito meses e um ano começa por identificar e procurar o objeto desaparecido, acabando por atribuir-lhe um começo de permanência substancial. Entre treze e dezoito meses o objeto existe como tal, e permanece como tal desde que caso deslocada, ela retorne. Ainda relacionado com essa construção de inteligência sensório-motor constituem-se dois esquemas perceptivos fundamentais:

- Alguma constância de grandeza;
- Alguma invariância da forma.

De notar que sobre a primeira constância a escola de "Gestalt" afirma a existência da constância da grandeza em qualquer idade, embora se tenha verificado mais recentemente que começa a firmar-se no fim do primeiro ano, em estreita conexão com a construção do objeto, terminado no fim da infância, para as distâncias maiores. Paralelamente ao desenvolvimento da constância da grandeza vai-se constituindo a constância da forma.

Portanto, a construção do objeto, considerando a sua forma e grandeza, dá-se por terminada entre os doze e os dezoito meses relativamente ao espaço próximo, estabilizando entre os quatro e seis anos. De salientar que o aparecimento da linguagem e da representação não irá modificar a perceção do espaço próximo, pois é adquirido nesse domínio por via sensório-motor e inicialmente como juízos e representações corretas.

No caso dos objetos afastados, montanhas, árvores e mesmo pessoas ao longe, uma nova construção do objeto, da constância das suas formas e dimensões vai ser

²⁶⁷ Idem, p. 338.

precisa de modo a realizar-se, repetindo assim as etapas da construção sensório-motor anterior, como nos objetos próximos.

«às noções relativas aos movimentos aparentes das árvores e das montanhas, que são tomados por deslocamentos reais até cerca de seis a sete anos, reproduzem as atitudes da criança de peito no tocante aos movimentos próximos, por exemplo, quando mexem com a cabeça não pode decidir se os deslocamentos percebidos sobre os objectos são aparentes ou reais. Ora, nos dois casos, a determinação dos movimentos reais se deve a uma organização dos deslocamentos percebidos que assume a forma de um “grupo”, isto é, que permite sua composição reversível (com o retorno à posição inicial podendo ser assegurado por um movimento do próprio objecto ou do sujeito)»²⁶⁸

O comportamento relativo às sombras, sobre muitos aspetos que interessam à noção de objeto, lembra as condutas sensório-motor quando recorrem às relações projetivas.

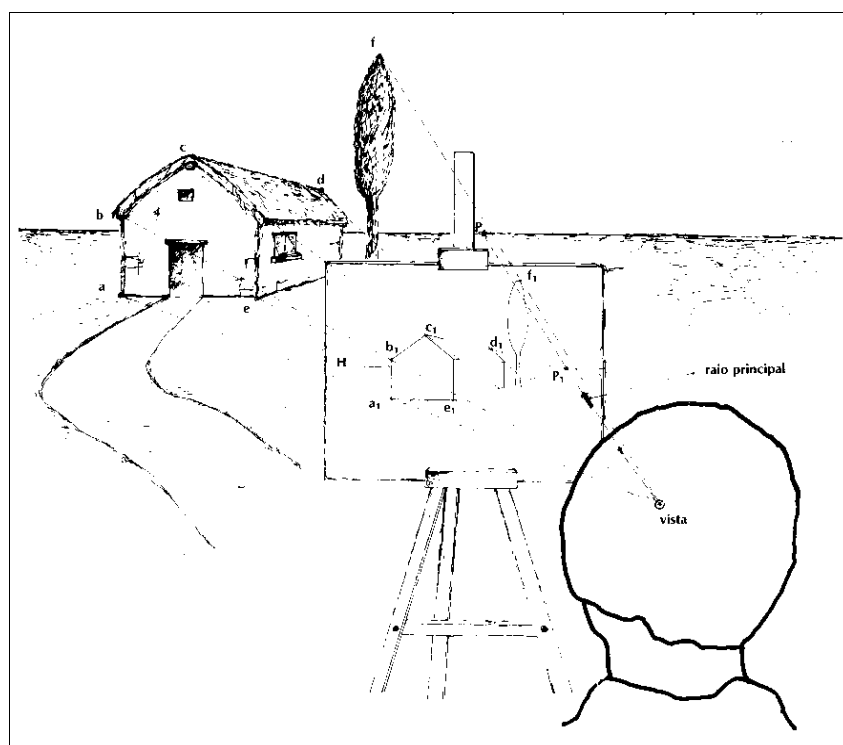


Figura 3.12 – Transposição de uma imagem para o plano do desenho²⁶⁹

²⁶⁸ Idem, p. 340.

²⁶⁹ «A figura mostra como funciona esquematicamente o processo de transposição da imagem para o plano do desenho: a tela ou o papel, interpostos entre a vista e o objecto, “interrompem” inteiramente os raios que provêm do próprio objecto. Desse modo, a imagem, constituída pelas “marcas” que os raios luminosos deixam na tela, pode reenviar para os olhos do observador um conjunto de pontos luminosos, que geram na retina uma imagem dotada das mesmas características dimensionais, em relação ao modelo original» in G. Gianazza, *A Perspectiva*, p. 19.

Está-se perante um conjunto de mecanismos relacionados com o tempo, as soluções práticas e estimativas das durações da ação, que se transpõe para o plano da representação, enquanto as sucessões e durações que se relacionam com o tempo longínquo ocasionam uma nova construção, «que reproduz de início o mecanismo das “séries subjectivas” próprio aos primeiros níveis sensório-motores, antes de atingirem a seriação exacta e operatória que corresponde às séries práticas objectivas»²⁷⁰.

Resumindo, as categorias representativas do objeto, do espaço e do tempo, têm origem num núcleo de esquemas sensório-motor de ordem espaço-temporais e relativos à ação sobre os objetos próximos. Esses esquemas integram-se numa nova construção que visa tanto o espaço como o tempo longínquo, como também os próximos e a construção desenvolve-se de forma semelhante à do desenvolvimento sensório-motor. Por isso o nível do pré-conceito, que vai desde que aparece a linguagem até aos quatro anos (ou quatro anos e meio) vai ser aquele onde os objetos ainda não têm uma identidade permanente, nem um espaço, nem um tempo de organização objetiva. O nível da intuição, por sua vez, estabelece a transição assim como os níveis sensório-motores intermediários, e o das operações, acaba a construção como o sexto sub-estádio da inteligência sensório-motor, as coordenações práticas.

3.6.3 O desenho geométrico e o desenvolvimento cognitivo

O pensamento representativo começa a formar-se no estágio pré-operatório (2 a 7 anos) e está ligado à aquisição da linguagem e formação do jogo simbólico, altura em que as ações são interiorizadas como representações, levando a uma reconstrução e uma reorganização interna.

A noção de espaço só aparece entre os 7-8 anos e 11-12 anos quando «constitui-se uma lógica das operações reversíveis caracterizada por um certo número de estruturas estáveis e coerentes» onde estão incluídas noções de «medida dos comprimentos e das superfícies, as relações projectivas»²⁷¹ (Figura 3.13 e Figura 3.14).

²⁷⁰ Cf. Jean Piaget, *A Formação do Símbolo na Criança*, p. 341.

²⁷¹ Cf. Jean Piaget, *A Evolução Intelectual entre a Adolescência e a Maturidade*, p. 84.

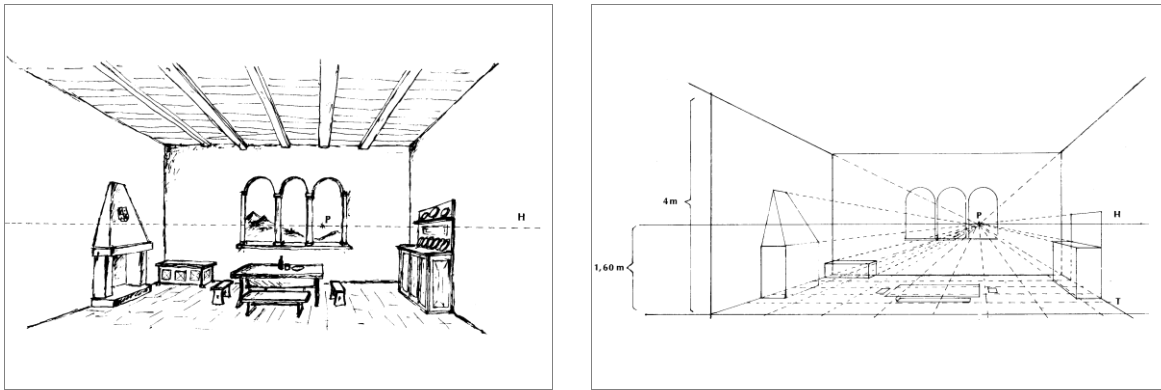


Figura 3.13 – Configuração espacial de objetos num espaço interior, perspectiva²⁷²

Figura 3.14 – Configuração espacial de objetos num espaço interior, traçado geométrico da perspectiva²⁷³

Outro aspeto fundamental do desenvolvimento cognitivo de um aluno de Geometria Descritiva reside no desenvolvimento da capacidade de análise como estímulo da compreensão, que se dá entre os 11-12 anos e 14-15 anos de idade, proporcionando um conjunto de características muito importantes para o indivíduo:

- Desenvolvimento do raciocínio formal (hipotético indutivo).
- Capacidade de realizar operações de combinações de permutação e de “arranjos”, sem naturalmente formular matematicamente, mas descobrindo os métodos exaustivos da realidade.
- Aptidão para realizar combinações preposicionais.

«a lógica do adolescente constitui um sistema complexo mas coerente, que é relativamente novo em relação à lógica da criança e que forma o essencial da lógica dos adultos cultos ou mesmo de lógicas próprias das formas elementares do pensamento científico»²⁷⁴.

Realizadas algumas experiências por Piaget e outros seguidores das suas teorias, verificou-se que não se podia generalizar a evolução do desenvolvimento cognitivo em cada indivíduo, uma vez que ainda não tinha sido considerado um outro fator, a velocidade do desenvolvimento cognitivo. Este último também estaria dependente do meio social envolvente e do local de origem geográfica onde o indivíduo se enquadrava.

²⁷² In G. Gianazza, *A Perspectiva*, p. 35.

²⁷³ Idem.

²⁷⁴ Idem, p. 88.

Ainda assim não estavam isolados os motivos das diferenças das velocidades do desenvolvimento cognitivo, mantendo assim um problema do qual surgem algumas interpretações:

- A experiência adquirida num determinado domínio fornece os “alimentos cognitivos” e as incitações intelectuais necessários para uma evolução mais célere.
- A «diversidade das aptidões com a idade é que acabaria por excluir, para certas categorias de indivíduos, mesmo normais a possibilidade de chegar às estruturas formais, mesmo em meios favoráveis»²⁷⁵.

Segundo conclusões de Piaget, poder-se-á definir um certo número de estádios com características gerais até um certo nível, a partir do qual as aptidões individuais prevalecem sobre estas características criando uma diversificação em «indivíduos das mesmas idades. No caso do desenho e considerando até ao nível em que a representação gráfica das perspectivas se torna possível, assistimos a progressos relativamente gerais»²⁷⁶. Como experiência fizeram-se comparações entre desenhos realizados por militares (19-20 anos) e jovens de 13 e 14 anos, onde se constatou que a qualidade dos desenhos não estaria diretamente relacionada com a idade.

A representação espacial depende fundamentalmente de fatores operatórios com os quatro estádios já conhecidos: sensório-motor; pré-operatório; operatório concreto (medidas, perspectiva, etc.) e operatório formal. A organização espacial depende também de fatores figurativos (perceção e imagens mentais) que estão dependentes dos estádios operatórios, que iram diferenciá-los na qualidade de mecanismos simbólicos e representativos.

Pode-se concluir que o espaço, assim como o desenho, encontram-se dependentes da evolução dos estádios, respeitando a sucessão e por evolução dos mesmos, e dependentes das aptidões que irão diferencia-los relativamente às representações por imagens e instrumentos figurativos.

²⁷⁵ Idem, p. 90.

²⁷⁶ Idem, p. 91.

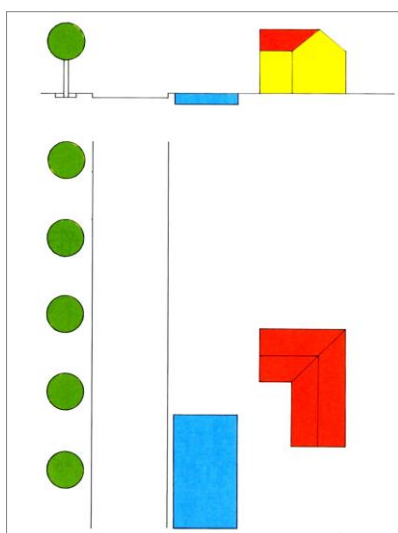


Figura 3.15 – «Representação, em alçado e planta, de um conjunto constituído por uma estrada com árvores e por uma casa com piscina»²⁷⁷. Dupla Projeção Ortogonal de um espaço exterior.

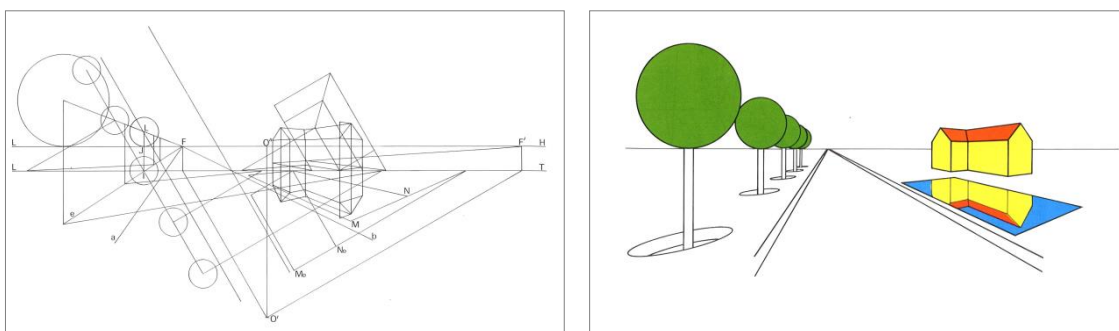


Figura 3.16 – Determinação da perspectiva do conjunto representado na figura anterior de um espaço exterior - traçado geométrico²⁷⁸.

Figura 3.17 – Resultado final da perspectiva do conjunto representado na figura anterior de um espaço exterior²⁷⁹.

Para Piaget, existe ainda uma terceira interpretação que controla a velocidade do desenvolvimento cognitivo de um ser humano, que refere que «todos os indivíduos normais conseguem chegar entre 11-12 e 14-15 anos, em todo o caso entre 15 e 20 anos, às operações e às estruturas formais, mas que o fazem em domínios diferentes, e esses domínios dependem (...) das suas aptidões e das suas especializações profissionais (...) em que a utilização dessas estruturas formais seja exatamente a mesma em todos os

²⁷⁷ In Marcelo Moreira de Sousa, *Desenho e Geometria Descritiva 12º ano II*, p. 147.

²⁷⁸ Idem, p. 148.

²⁷⁹ Idem, p. 149.

casos...»²⁸⁰, sendo que esta última consegue conciliar a primeira e a segunda interpretação.

Voltando à questão do desenho, conclui-se que só no período de formação das estruturas formais, onde acontece uma separação entre formas e conteúdos é que se poderá conseguir o domínio total da representação do desenho geométrico, tendo em conta todos os aspetos ligados ao conteúdo dos mesmos. Pode-se dizer que o indivíduo que já tenha aptidões para a área do desenho e representação espacial e que o seu desenvolvimento cognitivo já tenha ultrapassado o estágio operatório formal, com idades acima dos 14 anos, estariam preparados para a aquisição dos conteúdos específicos das áreas do desenho geométrico.

3.6.4 Sistemas de coordenadas

Este tema enquadra-se na obra de Piaget e Inhelder na terceira parte da «Representação do Espaço na Criança»²⁸¹, que trata da passagem do espaço projetivo ao espaço euclidiano, mais concretamente no final da construção do espaço euclidiano.

Enquanto as relações topológicas elementares centram-se nos objetos e nos seus elementos, as noções projetivas estudam as relações estabelecidas com o objeto relativamente a outros objetos e integrado num determinado plano sobre diferentes «pontos de vista», o sistema de coordenadas relaciona as diferentes perspetivas dos objetos.

«constitui-se igualmente uma coordenação dos objectos como tal, conduzindo ao espaço euclidiano, à construção de paralelas, dos ângulos e das proporções ou semelhanças que fazem a transição entre os dois sistemas. Essa coordenação dos objectos, que supõe a conservância das distâncias, bem como a elaboração da noção de deslocamento do espaço (ou transformação congruente das figuras do espaço), acaba na construção dos sistemas de referência ou de coordenadas.»²⁸²

O sistema de coordenadas permite não só estabelecer um conjunto de relações de ordem, relativas aos objetos e enquadradas nas três dimensões, num mesmo período temporal, como também o posicionamento de cada objeto neste sistema apresentar-se-ia

²⁸⁰ Jean Piaget, *A Evolução Intelectual entre a Adolescência e a Maturidade*, pp. 92-93.

²⁸¹ Cf. Jean Piaget & Bärbel Inhelder, *A Representação do Espaço na Criança*.

²⁸² Idem, p. 393.

em «três espécies de relações simultâneas esquerda x direita, acima x abaixo, frente x atrás»²⁸³, considerando também uma possível deslocação dos mesmos.

E deste modo, o espaço euclidiano acaba por encontrar uma área comum aos espaços projetivos, que admite os chamados «sistemas de conjunto», uma vez que estas duas formas de representação se constituem de forma independente relativamente aos objetos aí colocados, conduzindo uma diversidade de pontos de vista²⁸⁴.

Os eixos coordenados do sistema ficam representados por objetos (retas) particulares que mantêm a sua posição, mas que assumem posições relativas ao espaço do sentido comum, como o plano do solo (horizontal) e os planos que lhe são perpendiculares com objetivos verticais. Importa realçar que neste conjunto, o que é realmente importante não são os objetos imóveis de referência, mas a «possibilidade de coordenar indefinidamente as colocações e os intervalos alargando incessantemente o sistema de partida»²⁸⁵.

Segundo Piaget e Inhelder o sistema de coordenadas posiciona-se no

«ponto de chegada da construção psicológica inteira do espaço euclidiano; da mesma forma, as noções de sucessão e de simultaneidade, de sincromismo e de isocronismo, etc., que definem um tempo homogêneo, marcam a chegada e não a partida da construção do tempo. Um sistema de coordenadas supõe, em primeiro lugar, as noções tipológicas de ordem e de dimensões, isto é, um conjunto de relações de ordem que permitem seriar os objectos segundo n dimensões»²⁸⁶.

Segundo Piaget e Inhelder é por volta dos 9 anos de idade que se atinge o topo da curva que representa a coordenação do campo perceptivo, assim como o final da construção das verticais e das horizontais relativas aos eixos coordenados (como a representação de uma direção, das paralelas e dos ângulos). Esta idade²⁸⁷ marca um momento importante na construção do espaço, onde ficam concluídas a construção dos sistemas projetivo e euclidiano após a construção do sistema topológico. Também é importante considerar que é neste nível que se finaliza a construção dos sistemas de

²⁸³ O valor positivo e negativo dos eixos coordenados. Idem, p. 394.

²⁸⁴ Idem, ibidem.

²⁸⁵ Idem, ibidem.

²⁸⁶ Idem, p. 435.

²⁸⁷ Em que se proporciona a construção do sistema de coordenadas que implica uma coordenação das direções e/ou das inclinações.

conjunto do tempo (as coordenações dos movimentos das suas velocidades), Figura 3.10.²⁸⁸

Enquanto as relações topológicas se desenvolvem no interior de cada objeto ou configuração, as relações euclidianas terminam na construção dos sistemas de coordenadas, uma vez que representam um conjunto de relações estabelecidas entre o objeto e as figuras, num sistema total. A construção dos sistemas naturais de coordenadas (verticais e horizontais) desenvolvem-se em simultâneo com o sistema de coordenação das perspectivas (relações nas perspectivas), cuja função visa estabelecer a ligação entre os objetos e as figuras, constituindo assim sistemas de conjunto entre esses dois elementos.²⁸⁹

O espaço projetivo fica definido pela coordenação de diferentes pontos de vista (reais ou possíveis) enquanto as coordenadas constituem-se pela coordenação dos objetos considerados em si mesmo, nas suas posições relativas e seus deslocamentos, bem como nas suas relações métricas.²⁹⁰

«um sistema de coordenadas é portanto um produto de uma multiplicação lógica das relações de ordem, com intervenção das rectas, das distâncias, das paralelas e dos ângulos, segundo n dimensões. Entende-se que um sistema de eixos coordenados supõe, além das relações topológicas elementares, o conjunto das noções euclidianas aplicadas ao relacionamento de todos os objectos entre si, quaisquer que sejam a sua proximidade ou distanciamento: é portanto, a estruturação de conjunto do espaço euclidiano que se constitui em tal sistema e é por isso que a sua construção é tão tardia»²⁹¹.

3.7 Formalização do desenho geométrico

3.7.1 A representação

Segundo Arnheim

«a geometria nos diz que três dimensões são suficientes para descrever a forma de qualquer sólido e as localizações dos objectos em relação mútua a qualquer momento dado. Se for necessário considerar também as mudanças de forma e localização, deve-se acrescentar a dimensão do tempo às três dimensões do espaço. Pode-se dizer psicologicamente que, embora nos movimentos livremente no espaço e tempo desde o

²⁸⁸ Cf. Jean Piaget & Bärbel Inhelder, op. cit., p. 437.

²⁸⁹ Idem, ibidem.

²⁹⁰ Idem, ibidem.

²⁹¹ Idem, p. 436.

início da consciência, a captação activa (...) destas dimensões desenvolve-se gradualmente»²⁹²

Num espaço bidimensional pode-se encontrar primeiro uma extensão do espaço que nos transporta para uma diversidade de tamanhos e de formas, e depois «acrescenta [-se] à simples distância as diferenças de direcção e orientação»²⁹³.

Por outro lado, o espaço tridimensional

«oferece a liberdade completa: a forma (...) [estende-se] em qualquer direcção perceptível, [em] arranjos ilimitados de objectos, e a mobilidade total de uma andorinha. A imaginação não pode ir além (...) [das] três dimensões espaciais [a abcissa, o afastamento e a cota]; pode-se estender (...) apenas pela construção intelectual»²⁹⁴.

No contexto da representação visual torna-se muito complexo, senão impossível, isolar «uma actuação puramente unidimensional», mesmo considerando o movimento percorrido, deve ser contextualizado em relação ao espaço onde se insere.

O espaço representativo toma forma, de uma forma generalizada, para responder a uma função comunicativa do desenho.

3.7.2 Componentes do desenho geométrico

O desenho pode ser desmontado nas suas componentes elementares, tendo sempre em consideração as ligações internas das mesmas.

Os elementos primários que compõem o desenho ²⁹⁵ são os seguintes: característica do sinal (traço); posição fenomenista do plano de representação; e processo de ênfase-exclusão dos elementos postos em interacção pela representação, na procura da «finalidade informativa imediata para que esta tende»²⁹⁶.

O sinal pode assumir as seguintes características:

²⁹² Cf. Arnheim Rudolf, *Arte & Percepção Visual – Uma Psicologia da Visão Criadora*, p. 209.

²⁹³ Idem, *ibidem*.

²⁹⁴ Idem, *ibidem*.

²⁹⁵ Cf. Manfredo Massironi, *Ver pelo Desenho*, p. 24.

²⁹⁶ Idem, *ibidem*.

- Do objeto (Figura 3.18), definido por ser aberto e «apresentar-se como isomorfo relativamente a um objeto autónomo, independentemente do significado a que pode ser reportado»²⁹⁷.

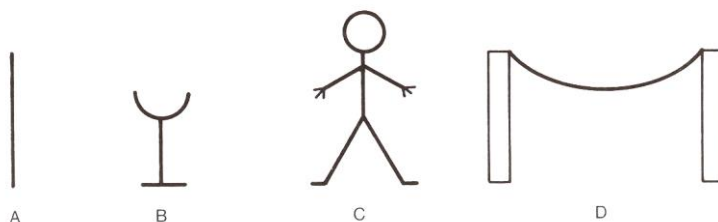


Figura 3.18 – «Exemplos gráficos em que o traçado assume a característica de «objecto», haste, braço e pernas do homem, etc.»²⁹⁸

- Do contorno (Figura 3.19), onde o objeto não é só representado por uma linha fechada mas também pela área deste.

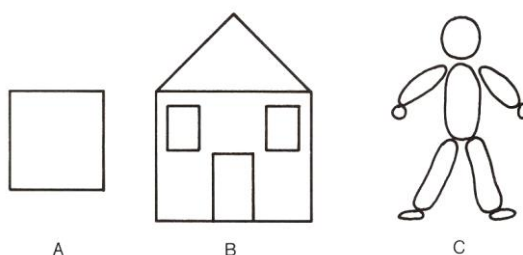


Figura 3.19 – «Exemplos gráficos em que o traçado assume a função do contorno: é a parte do campo nele contido que resulta significativa»²⁹⁹

- Da textura (Figura 3.20), que fica caracterizado pela repetição do traço gráfico sobre o plano de representação, formando desse modo uma superfície texturizada. Esta característica do sinal pode ser executada de duas maneiras: com ajuda de instrumentos, sinal preciso e uniforme; e à mão livre, sinal variado e heterogéneo.³⁰⁰

²⁹⁷ In Manfredo Massironi, op. cit., p. 25.

²⁹⁸ Idem.

²⁹⁹ Idem, p. 26.

³⁰⁰ Idem, ibidem.

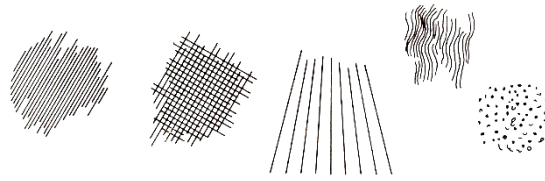


Figura 3.20 – «Exemplos de traçados gráficos em função da textura»³⁰¹

O plano de representação³⁰² é definido pela superfície que suporta o sinal, assumindo igualmente os diversos graus de inclinação da mesma. Relativamente à inclinação do suporte representativo apresentam-se duas situações, a do plano frontal³⁰³ quando o plano de representação se encontra perpendicular ao eixo ótico e a do plano inclinado³⁰⁴ quando os planos onde se encontram as representações são inclinados ou paralelos ao eixo ótico.

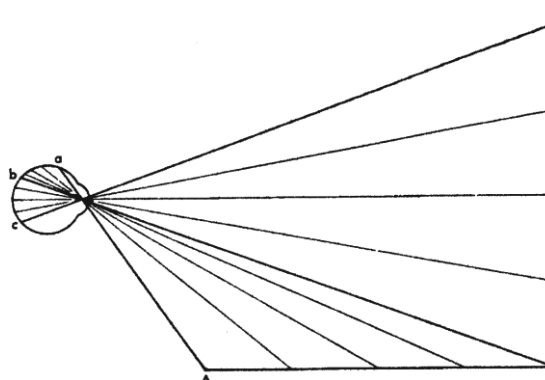


Figura 3.21 – James J. Gibson. Projeções óticas de uma superfície longitudinal e de uma frontal

Segundo James J. Gibson (1904-1979) a interação visual com os planos que constituem os objetos são a condição que permite visualizar a profundidade e

³⁰¹ Idem, p. 29.

³⁰² Idem, p. 31.

³⁰³ Também denominado de “plano de representação fronto-paralelo”, que transmite a sensação de *afundamento*. Cf. Manfredo Massironi, op. cit., p. 38.

³⁰⁴ Também denominado de “plano de representação longitudinal ou inclinado”, que transmite a sensação de *emersão*. Cf. Idem.

percecionar o espaço à nossa volta (Figura 3.21). Por outro lado quando se passa para a representação gráfica dos objetos, tem-se dois tipos de prestações perceptivas relativamente aos planos representados: onde prevalecem as horizontais (plano de representação longitudinal), onde a superfície do desenho afunda-se e os objetos parecem viver num espaço complexo e pluridimensional; ou quando são fronto paralelos, onde os objetos assim figurados parecem emergir da superfície e, devido forçosamente à sua declarada bidimensionalidade constituem-se como conceptualizações, aproximando-se de abstrações cognitivas.

O processo de ênfase/exclusão é caracterizado por realçar alguns aspetos em detrimento de outros, por opção do desenhador. A informação que se pretende transmitir na mensagem encontra-se dependente do desenhador, na medida em que este é responsável pelos conteúdos a transmitir, assim como da organização do suporte perceptivo.

São ainda considerados os componentes secundários, do qual fazem parte o lugar, o tempo e a cultura onde foram produzidos os desenhos. Consideram-se ainda todos os aspetos específicos ligados à personalidade e estilo do desenhador³⁰⁵.

3.7.3 Formalização

A Geometria Descritiva baseia-se «na necessidade de ter presente a propriedade métrica dos objectos representados»³⁰⁶ e trabalha sobre um conjunto de «operações de relevo, construção, projecto, manipulação, montagem e também deslocações, indicações de percurso, localização, etc.»³⁰⁷, que fazem parte das sucessivas interações do homem com o meio que o rodeia e no âmbito das «relações operativas de transformações concretas»^{308,309}.

³⁰⁵ Idem, p. 24.

³⁰⁶ Idem; p. 101.

³⁰⁷ Idem, ibidem.

³⁰⁸ “A representação concreta (...) pode ser vista como uma «póstura em código», isto é, um processo através do qual se escolhem, se constroem e se justapõem os sinais gráficos com a finalidade de atingir (...) [o] significado; ou seja, trata-se da formalização de uma mensagem visiva cuja descodificação esteja previsto dentro de um limite preciso”, in Manfredo Massironi, op. cit., p. 20.

³⁰⁹ Idem, p. 101.

No Sistema de Dupla Projecção Ortogonal³¹⁰ enumeram-se³¹¹ as unidades mais importantes: o sinal preciso em função do contorno; o sinal objeto que assume a função externa à coisa representada e que serve para indicar os valores dimensionais das coordenadas; o sinal preciso em função da textura que é utilizado para a representação das sombras³¹² e das secções/truncagens³¹³, e finalmente o plano de representação frontal que fica associado às projecções ortogonais – projecções cilíndricas (Figura 3.22).

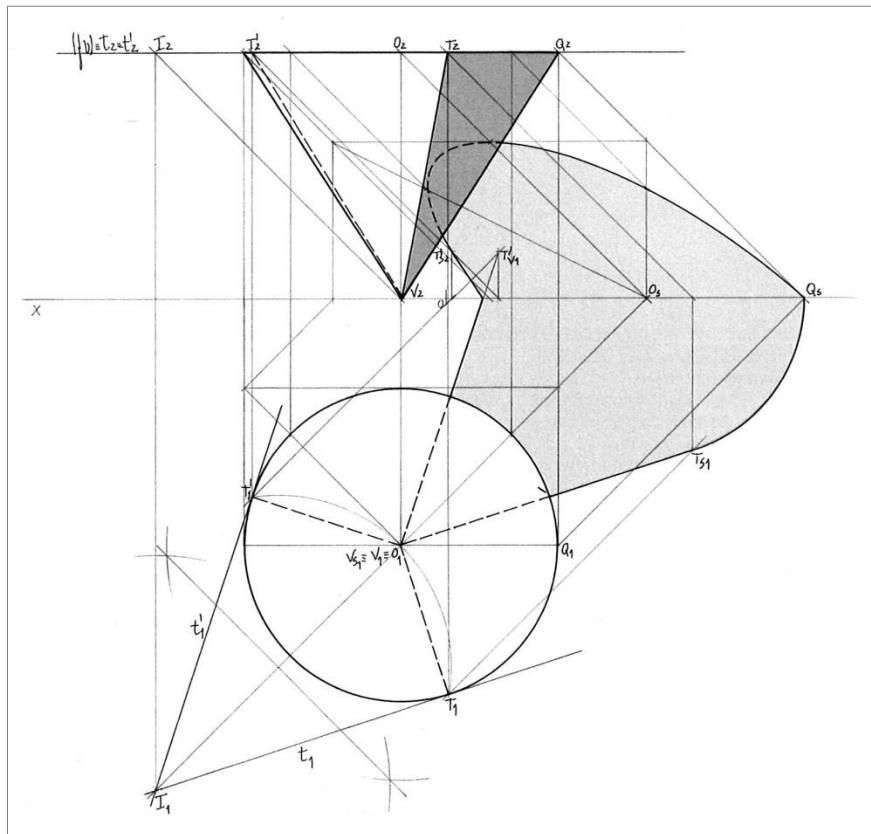


Figura 3.22 – Representação por dupla projecção ortogonal de um cone de revolução de base horizontal e vértice no plano horizontal de projecção³¹⁴

³¹⁰ Considera-se incluída no Sistema de Dupla Projecção Ortogonal, do atual programa de Geometria Descritiva do ensino secundário, a representação de sombras e determinação de secções/truncagem que utilizam o sinal em função da textura.

³¹¹ Cf. Manfredo Massironi, op. cit., p. 101.

³¹² A característica do sinal de textura fica representada pelas seguintes opções, consensualmente adotadas pela maior parte dos autores de manuais escolares atuais: sombra própria que utiliza a mancha (trama, que é utilizada na maior parte dos casos porque estes desenhos são finalizados informaticamente), mais escura que a utilizada para a sombra projetada; e secções que resultam de truncagens e que em termos gráficos ficam preenchidas pelo tracejado, que varia de inclinação em relação ao eixo x, em ambas projeções, conforme os autores.

³¹³ Secções de truncagens como constam no atual programa de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário.

³¹⁴ In Maria João Müller, *Guia de Estudo - Geometria Descritiva A - 11º ou 12º ano (ano 2)*, p. 396 (Exercício 642). Verifica-se o sinal característica do objecto utilizado nas linhas para colocação de dados; o sinal preciso em função do contorno, nas projecções do cone; e ainda, o sinal em função da textura com dois tipos de mancha, mais escura na

A representação nos planos frontais na geometria está relacionada com outras utilizações precedentes na história da humanidade. As suas origens remontam muitos séculos atrás onde foram encontrados diversos testemunhos utilizados pelos egípcios para a construção das pirâmides, e pelos povos da Mesopotâmia para a construção de edifícios e organização das cidades. Também chegaram até aos nossos dias desenhos executados pelos Romanos, não só para construção de edifícios como também de aquedutos e fortalezas³¹⁵. Esta forma de representação³¹⁶ teve uma particular atenção de Leonardo da Vinci nos seus estudos mas acabou por ganhar uma base estruturada no séc. XVIII, com Gaspard Monge. Seguidamente, este sistema de representação acabou por sofrer uma grande evolução, fruto de grandes desenvolvimentos na indústria, que promoveram, incentivaram e financiaram³¹⁷ diversas investigações na área da mecânica³¹⁸.

O método Mongeano conseguiu organizar um Sistema de Dupla Projeção Ortogonal que permitiu que os objetos ficassem representados em dois planos, sem perderem as suas propriedades métricas e as suas relações inter espaciais. Este sistema também ficou caracterizado por utilizar o sistema de projeções cilíndricas, no qual o observador fica colocado no infinito.

Este formato de representação tem como objetivo fornecer dados sobre as características dimensionais, as características operativas e funcionamento das partes que constituem o todo³¹⁹. A informação transmitida deverá ser clara, universal, mesmo que ainda sejam encontrados traços estilísticos específicos de uma cultura ou de opção formal da representação.

sombra própria, visível apenas na projeção frontal e na sombra projetada, representada pela mancha mais clara, que se desenvolve a partir do ponto de contacto do vértice com o plano horizontal de projeção alastrando-se até aos pontos de quebra no eixo x e continuando no plano frontal de projeção.

³¹⁵ Cf. Luís Veiga da Cunha, op. cit., p. 2.

³¹⁶ Representação por vistas.

³¹⁷ Como foi exemplo a École Centrale des Arts et Manufactures de Théodore Olivier.

³¹⁸ Luc Joly, em *Structure* define a relação da geometria com a mecânica da seguinte forma: “Les mouvements, que nous faisons faire à nos machines, sont essentiellement géométriques. Ils sont imaginés, tracés et représentés avant leur réalisation, avec les mêmes moyens que les objets géométriques. Les positions, les relations de lieux et la description des trajectoires sont semblables à celles de la géométrie conceptuelle. Réciproquement, les actions imaginées en géométrie sont toujours réalisables mécaniquement.”, p. 364.

³¹⁹ Cf. Manfredo Massironi, op. cit., p. 101.

A axonometria³²⁰, embora também fique caracterizada como um sistema, com uma estrutura de representação das propriedades métricas dos objetos bem definida, fornece suplementarmente a visão da terceira dimensão, também denominada de profundidade (Figura 3.23).

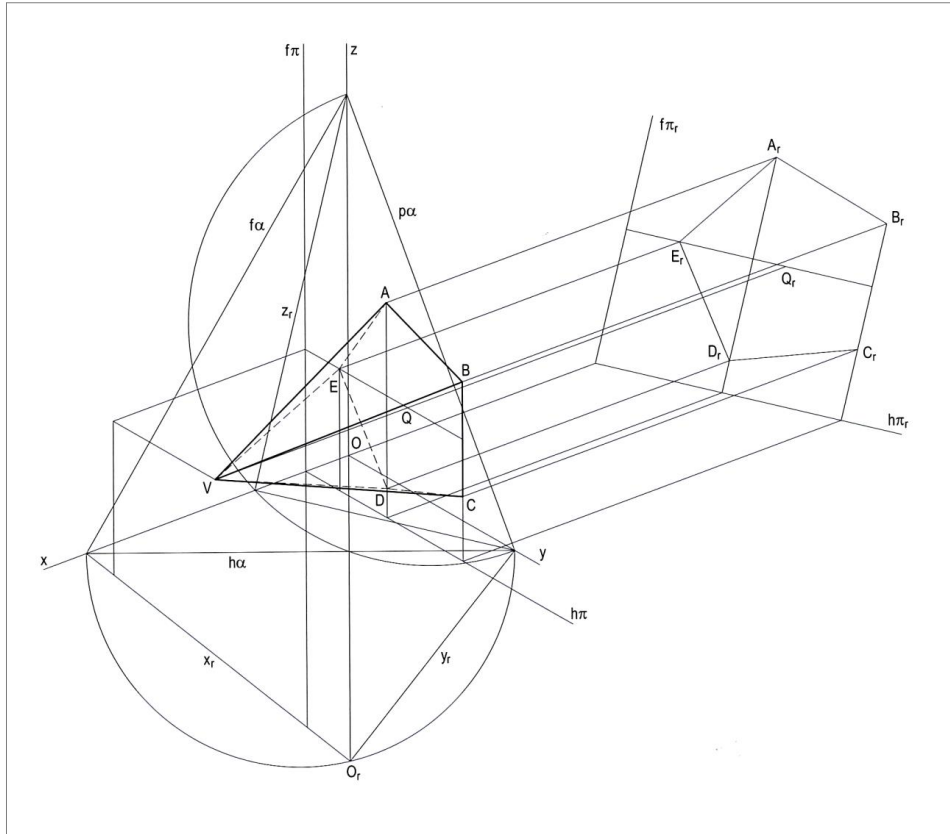


Figura 3.23 – Representação axonométrica de uma pirâmide pentagonal regular reta com a base assente no plano de perfil de projeção³²¹

A formalização da axonometria fica definida pela característica sinal preciso em função do contorno e pelo sinal objeto que assume a função externa. Em relação ao plano de representação, sofre alterações relativamente à dupla projeção ortogonal,

³²⁰ Consideram-se incluídas as axonometrias normalizadas, as axonometrias clinogonais e as representações axonométricas, segundo o atual programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

³²¹ In Marcelo Moreira de Sousa, *Geometria Descritiva - Curso de Artes Visuais/ Curso de Ciências e Tecnologias (11º ano A ou 12º ano) - Livro de Exercícios*, p. 110. Onde é possível verificar o sinal característica do objecto utilizado nas linhas para colocação de dados, rebatimento do plano horizontal de projeção sobre o plano axonométrico e utilização do método dos cortes para determinação da verdadeira grandeza da base da pirâmide; o sinal preciso em função de contorno, nas projeções do cone e na base rebatida. Este exercício não inclui o sinal em função da textura devido ao facto da determinação de sombras e determinação de secções nas axonometrias não fazerem parte do atual programa de Geometria Descritiva do ensino secundário.

porque fica definido pela representação em plano inclinado, mantendo o sistema de projeções paralelas relativamente a cada um dos planos, onde se determina a representação-projeção do objeto.

Nos dois sistemas de representação aqui tratados os objetivos a atingir com a informação veiculada definem o processo de ênfase/exclusão. A formalização da geometria caracteriza-se essencialmente pela criação de representações gráficas com funções operativas, partindo de uma base de desconstrução do objeto para depois então criar e estabelecer a ligação entre o projeto e a concretização do mesmo.

3.7.4 Função comunicativa

Tanto a comunicação inter individual como a de massa tomam muitas formas, mas a que primeiro se tornou objeto de estudos sistemáticos e científicos foi a linguagem oral e escrita. A ciência que dela se ocupa chama-se linguística³²². Rapidamente os especialistas³²³ se deram conta que o seu estudo se devia enquadrar num horizonte mais vasto que englobasse todas as formas de comunicação como a verbal, a da imagem, o do comportamento, a da música, a do pictograma, a do gesto, etc. É essa a razão do aparecimento da semântica e da semiologia.

A semântica é a ciência do significado, pois trata do conteúdo dos signos; a semiologia é a ciência dos sinais, trata fundamentalmente da forma. A linguística, como objeto de estudo, embora anterior acaba por continuar integrada nesta nova organização.

A comunicação tem como elementos fundamentais da sua estrutura um emissor que transmite uma dada mensagem até ao recetor através de um canal ou suporte, com auxílio de um código conhecido tanto pelo emissor como pelo recetor (Figura 3.24).

³²² Ferdinand de Saussure (1857-1913), linguista suíço, responsável pelos atuais conceitos de signo, significante e significado referentes à semiologia. Dedicou-se também à descrição da morfologia dos signos linguísticos e à análise do funcionamento da linguagem.

³²³ Charles Sanders Peirce (1839-1914), cientista americano que elabora uma teoria geral dos signos, onde se inclui a linguística. Define o signo como a resultante da triangulação significado/significante/objecto.

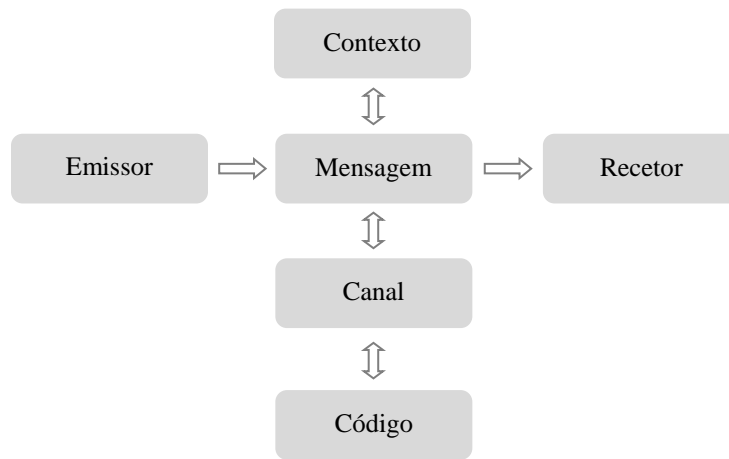


Figura 3.24 – Organização dos elementos constituintes de uma comunicação

É a existência deste código que dá significado à mensagem e aos elementos que compõem, onde os signos substituem algo que representam. Se numa comunicação não houver código transforma-se num simples processo de estímulo-resposta. O estímulo não tem em si mesmo o significado, este só lhe pode ser atribuído através de um código que lhe seja inerente.

Um signo pode ser lido de várias maneiras, respeitando o contexto em que é visto, o escalão etário, o nível cultural e até a categoria socioprofissional do espectador. E pode ser dividido em três componentes: significante, significado e referente, apresentada na Figura 3.25.

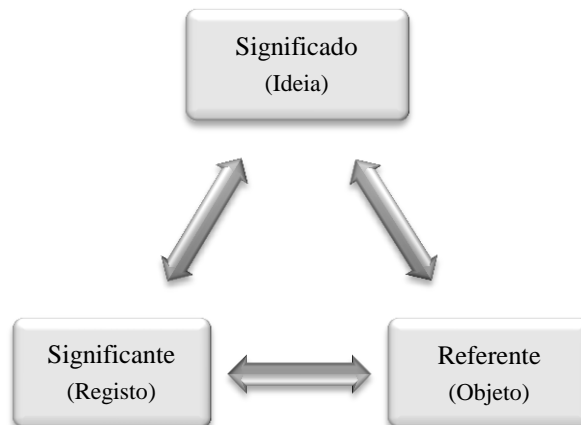


Figura 3.25 – Signo (Significado/Significante/Referente)

Segundo Charles Sanders Peirce o tipo de ligação entre o significante e o referente constitui um critério para a sua classificação. Deste modo considera-se que os signos se dividem em três tipos: índices, ícones e símbolos³²⁴.

Índices são os signos que se encontram fisicamente ligados com os objetos que referem, tais como pegadas na areia como indício da passagem de alguém. Os ícones são signos que representam os seus referentes através de uma semelhança formal ou de qualidades que com eles partilha. Quanto aos símbolos são signos aleatórios cuja ligação se faz por convenção, como exemplo temos a palavra. Deve-se considerar no entanto que os exemplos apontados para cada um dos signos são mutáveis e podem pertencer a outras classes, dependendo disso do contexto e do nível de descodificação.

Existem segundo Abraham Moles escalas de iconicidade, que medem as qualidades do referente. O grau de iconicidade depende do maior ou menor número de qualidades do referente que o ícone contem. O ícone é um elemento do signo, e é nesta categoria que o significante tem uma relação de semelhança com aquilo que ele representa. Pode-se assim definir três tipos de ícone: a imagem, o diagrama e a metáfora³²⁵.

Dentro da subcategoria imagem pode-se incluir os ícones que estabelecem uma relação de analogia qualitativa entre o significante e o referente. Como exemplo pode ser referido o desenho, a fotografia e a pintura figurativa, que reproduzem algumas qualidades do seu referente como a forma, a cor, as proporções e as medidas³²⁶.

A função comunicativa das representações relativas a cada um dos objetos pode determinar a forma do mesmo, embora todas as outras possibilidades de representação não sejam postas de parte. A partir do momento em que se parte para o plano bidimensional da representação devem-se considerar mensuráveis apenas duas das dimensões. A terceira, a partir da qual se ganha a profundidade, também faz perder «o valor métrico da profundidade real»³²⁷.

³²⁴ Cf. Martine Joly, *Introdução à Análise da Imagem*, p. 34.

³²⁵ O diagrama proporciona uma analogia racional e a metáfora trabalha a partir de uma analogia de paralelismo qualitativo. Cf. Martine Joly, *op. cit.*, p. 36.

³²⁶ *Idem.*

³²⁷ Cf. Manfredo Massironi, *op. cit.*, p. 81.

O desenho como objeto de comunicação não é apenas uma interpretação ou uma explicação de um determinado objeto. Considera-se o desenhador/emissor da representação gráfica como o responsável relativamente ao código a aplicar em função da mensagem a transmitir. Contudo, e apesar deste momento de comunicação podem existir sempre, outros momentos de representação complementares ou não ao primeiro, que nos conduz a olhar para o objeto como um «reservatório inexaurível de possibilidades expressivas e de traços qualitativos, físicos, dimensionais, de referência»³²⁸.

Tanto o Sistema de Dupla Projeção Ortogonal como a axonometria estão vocacionados para descrever os objetos, tendo em consideração as três dimensões do mesmo. A informação transmitida deixa pouca margem para interpretações paralelas, a mensagem tem uma função de carácter denotativo, embora se consigam determinar algumas características específicas de opção de estilo e forma, que imprimem algumas valências de carácter conotativo resultantes da cultura onde estão integradas³²⁹.

3.8 Síntese conclusiva

Este capítulo teve como objetivo realizar breves introduções às três principais linhas das teorias de inteligência, de forma a objetivar o conhecimento espacial como uma componente que se apresenta com denominações similares, mas que no seu íntimo trata de questões relacionadas com a compreensão das habilidades ou mesmo aptidões do espaço. Assumir que esta vertente se constitui no âmbito da educação e da psicologia educacional é fundamental, quando se coloca esta investigação no plano da formação de professores. Esta submersão tem como objetivo analisar as diferentes perspetivas sobre o conhecimento do espaço, mas também de criar um conjunto de apontadores para futuros estudos nesta área.

Embora tenham sido apresentadas diversas teorias que estudam e assumem o conhecimento espacial como parte integrante e indissociável de outros tantos conhecimentos que constituem a inteligência, tomou-se a decisão de restringir nesta investigação, numa análise mais aprofundada, a uma abordagem desenvolvimentista,

³²⁸ Idem, p. 92.

³²⁹ Idem, p. 101.

mais concretamente a uma visão piagetiana, que se mostrou clara e muito bem fundamentada em questões específicas e concretas do desenho geométrico, estudando as aptidões espaciais num período que inicia com o nascimento da criança até ao início dos estudos da disciplina de Geometria Descritiva (14-15 anos) no Ensino Secundário.

Nas três obras de Jean Piaget e seus colaboradores, dedicadas ao estudo e compreensão da representação do espaço assim como à conceção da geometria na criança, foi possível resumir fundamentalmente em quatro pressupostos: que o espaço fica definido pelas ações; que a noção de espaço desenvolve-se ao longo de quatro estádios; que o conhecimento do espaço depende de uma inteligência espacial definida pelo conhecimento topológico, pelo conhecimento dos conteúdos do espaço projetivo e euclidiano; e que o simbolismo ou a imaginação surgem como ingredientes fundamentais para a representação espacial.

A transição do espaço perceptivo para o espaço representativo apresenta-se em duas vertentes no âmbito da perceção: a recetiva, que resulta da centração da mão sobre o objeto; e aquele que permite deslocamentos das centrações, consubstanciando o papel protagonizado pelo movimento, como resultado de um conjunto de perceções, mas também das suas interligações e manutenção das mesmas. No domínio mais específico da construção do pensamento representativo baseado no desenho geométrico foram referidos um conjunto de aspetos fundamentais para a sua compreensão e posterior formalização, tal como o desenvolvimento do raciocínio formal (hipotético dedutivo), a capacidade de realizar operações de combinação, de permuta e de organização no espaço e ainda a capacidade de realizar combinações preposicionais. Foram igualmente abordadas questões específicas do desenho geométrico e da compreensão dos sistemas de coordenadas, que se aproximam da ideia de uma estrutura de relações de ordem, de possível conservação das relações entre as posições dos objetos, mesmo considerando uma possível deslocação dos mesmos, estruturas estas que se espelham no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal e nas Representações Axonométricas.

Numa última parte fez-se uma aproximação às componentes que constituem a formalização de desenho geométrico, assim como uma análise particular ao Sistema de Dupla Projeção e das Representações Axonométricas, considerando fundamentalmente os aspetos mais práticos no âmbito da função comunicativa.

Este capítulo tem como objetivo central valorizar a importância da psicologia educacional, reconhecer a permanência das aptidões espaciais nas múltiplas variantes das teorias da inteligência e independentemente da teoria onde se estabeleceu o foco neste trabalho de investigação, ter sempre presente que para além das questões práticas relativas ao ensino da Geometria Descritiva, qualquer professor deve considerar e reconsiderar nas atividades desenvolvidas que nem todos os alunos se encontram no mesmo nível de conhecimento e de representação do espaço. Este capítulo constituir-se-á como uma das componentes do estudo empírico desta investigação, que será traduzida na variável “visualização espacial”, apresentada no Capítulo 4.

Capítulo 4

Recursos didáticos

«O poder da visualização treina-se, e uma das consequências de um ensino da geometria em que se utilizem métodos activos de construção e manipulação de modelos e em que existam actividades explícitas para desenvolver a visualização é precisamente o acréscimo desse poder.»³³⁰

4.1 Introdução

Neste capítulo pretende-se fazer uma reflexão sobre o papel dos recursos didáticos como facilitadores do ensino e da aprendizagem. Existe igualmente como objetivo definir as componentes e a função dos recursos didáticos bem como proceder a uma categorização das mesmas.

Seguidamente será realizada uma leitura dos materiais aconselhados ao longo da história da disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário com o objetivo de realizar-se uma distribuição mais detalhada temporalmente.

Finalmente será realizada uma inserção histórica para se estudar um conjunto de modelos tridimensionais, que foram utilizados para acompanhar um programa curricular específico. Neste âmbito, houve necessidade de realizar toda uma investigação que acompanhou o período de existência de uma disciplina denominada de Geometria Descritiva da Academia da Escola Politécnica, que esteve na base da formação dos primeiros professores de Geometria Descritiva da atual Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa. Foram igualmente encontrados documentos que descrevem o

³³⁰ In Eduardo Veloso, op. cit., p. 133.

impacto que esses modelos tiveram no processo de ensino-aprendizagem do primeiro ano em que foram utilizados e que assumiram um papel motivador na construção do modelo empírico apresentado no capítulo seguinte.

4.2 Generalidades dos recursos didáticos

Os recursos didáticos podem ser considerados como essenciais para o desenvolvimento dos programas das disciplinas, e para o acompanhamento de determinado tipo de conteúdos. Podem mesmo ser considerados como mediadores uma vez que possibilitam uma efetiva relação pedagógica de ensino-aprendizagem. O seu papel como mediadores pode ser assumido não só pelo professor quando expõe os seus conteúdos aos alunos como também pelos alunos, quando apresentam trabalhos no âmbito de conteúdos anteriormente tratados pelo professor.

Torna-se importante organizar um conjunto de ideias sobre o que é considerado como recurso didático antes de se prosseguir.

Recurso pode ser considerado como qualquer material utilizado, numa situação específica, como facilitador de um processo de ensino-aprendizagem. No entanto, considerando todos os materiais utilizados na educação criados com objetivos didáticos, pode-se distinguir o conceito de meio didático e de recurso educativo. Neste sentido, meio didático pode ser qualquer material preparado para facilitar o ensino e a aprendizagem e o recurso educativo considera-se como qualquer material que num contexto educativo seja utilizado como objeto didático³³¹.

O conceito de meio didático pode constituir-se de elementos estruturais³³² condicionados pelas vantagens da sua utilização e apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Elementos estruturais dos meios didáticos

Elementos estruturais	Características
Sistemas simbólicos	Texto, voz, imagens estáticas e imagens movimentáveis
Conteúdo material	Informação produzida, estruturação das actividades
Plataforma tecnológica	<i>Hardware</i> que suporta e permite o acesso ao material
Ambiente de comunicação	Sistema de mediação no ensino-aprendizagem

³³¹ Cf. Pere Marquès Graells, Los Medios Didácticos [Em linha].

³³² Cf. Pere Marquès Graells, Los Medios Didácticos [Em linha].

Num processo de ensino e aprendizagem a utilização dos meios didáticos e dos recursos educativos podem assumir diferentes funcionalidades. E, é por esse motivo é que a sua escolha deve basear-se na função que eles vão ter.

Se por um lado, os meios didáticos e os recursos educativos têm como objetivo veicular informação, orientando a aprendizagem dos alunos de forma a relacionar conhecimentos, também poderão permitir a reprodução dos mesmos.

Uma outra funcionalidade que podem ter relaciona-se com a capacidade de suportar um conjunto de exercícios de aprendizagem que consiga manter o interesse do aluno, que conduza à interiorização de conhecimentos e disponibilização de ambientes que permitam realizar a avaliação dos conhecimentos transmitidos.

A criação de ambientes de simulação do conhecimento também pode ser considerada como um meio didático, na medida em que suportam ambientes de exploração, observação e experimentação que promovem o entendimento dos conteúdos intrínsecos.

Outra funcionalidade do meio didático relaciona-se com a utilização de diversos programas informáticos que desenvolvem a criatividade e a expressividade tanto ao nível do processamento de texto como na edição gráfica.

4.2.1 Tipos

Restringindo apenas ao plano da educação o meio didático pode ser considerado como um recurso didático. Neste âmbito podem subdividir-se em três³³³ categorias (Tabela 4.2).

Tabela 4.2 – Tipos de recursos didáticos

Tipos de recursos didáticos	Exemplos
Convencionais	<ul style="list-style-type: none"> • Materiais impressos (ex.: livros, fotocópias, jornais, documentos, etc.) • Materiais de imagem fixa não projetada (ex.: registos realizados em quadros convencionais quer sejam de giz ou de canetas) • Quadros didáticos (de giz e canetas) • Outros: jogos, materiais de laboratório (ex.: modelos tridimensionais para ilustrar determinados conteúdos)

³³³ Cf. Pere Marquès Graells, Los Medios Didáticos [Em linha].

Audiovisuais	<ul style="list-style-type: none"> • Projeção de imagens fixas (ex.: projeção de fotografias, slides, etc.) • Materiais sonoros (material exclusivamente áudio) • Materiais audiovisuais (material vídeo)
Novas tecnologias	<ul style="list-style-type: none"> • Programas informáticos (software de jogos de vídeo educativo, atividades de aprendizagem, apresentações multimédia, enciclopédias, animações e simulações interativas) • Serviços telemáticos • TV e vídeo interativos • Quadros interativos

4.2.2 Objetivos associados à sua utilização

Uma ideia que parece ser unânime relativamente à funcionalidade dos recursos didáticos é que eles têm como objetivo desempenhar um papel mediador nas relações didáticas que ocorrem na sala de aula. No entanto, consegue-se dividir em três grupos os recursos didáticos e caracterizá-los na sua representatividade em termos práticos para os alunos (Tabela 4.3).

A diversificação dos recursos didáticos não só pode proporcionar diferentes contextos de aplicação prática como também pode desenvolver um conjunto de atividades de aprendizagem que podem oferecer vantagens significativas para os alunos.

Tabela 4.3 – Objetivos/funcionalidades dos recursos didáticos³³⁴

Objectivos dos recursos didáticos	Características de funcionalidade
Apresentar a informação e conduzir a atenção dos alunos	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação dos objetivos a atingir • Apresentação de diversos códigos comunicativos: verbais (os convencionais, que exigem um esforço em termos de abstração) e icónicos (representações intuitivas próximas da realidade) • Sinalizadores diversos: sombreados, estilo de letra, destacados, utilização da cor • Integração adequada dos meios no plano da aprendizagem.
Organizar a informação	<ul style="list-style-type: none"> • Resumos, sínteses • Mapas conceituais • Esquemas, diagramas, quadros sinópticos, fluxogramas
Relacionar informação de forma a criar conhecimento e desenvolver competências	<ul style="list-style-type: none"> • Planificação dos conteúdos a introduzir • Exemplos, analogias • Questões e exercícios para orientar a relação dos novos conhecimentos e sua futura aplicação • Simulações e experimentação • Criação de ambientes de expressão e criação

³³⁴ Cf. Pere Marquès Graells, Los Medios Didácticos [Em linha].

4.2.3 Avaliação e seleção dos meios didáticos

A avaliação dos materiais didáticos constitui um passo muito importante para se realizar as escolhas adequadas. Estas não só se encontram relacionadas com os objetivos a atingir com a utilização de determinado meio didático como também com os destinatários (recetores) que se pretende atingir, de forma a garantir a eficácia didática.

Para atingir esta eficácia didática, é importante que no momento da seleção dos meios esta fundamente-se numa avaliação objetiva, baseada essencialmente na valorização da qualidade dos meios didáticos, mas também numa avaliação contextual que irá determinar a adequação do recurso didático a um determinado contexto educativo.

A escolha certa dos materiais didáticos pode contribuir para a sua eficiência num contexto de ensino e aprendizagem, contudo cada situação de aprendizagem é singular, por isso a seleção dos recursos deve ser original e circunscrever-se a uma situação formativa particular. A diversidade de recursos e métodos a utilizar dependerá igualmente da situação que a aprendizagem propiciar.

Para que se considere que é um bom recurso didático, não tem de ser obrigatoriamente um recurso suportado pelas novas tecnologias, essa escolha deve ser realizada e enquadrada de forma objetiva, considerando as suas características específicas³³⁵ (conteúdos, atividades, tutoria, etc.) enquadradas pelas componentes curriculares do contexto educativo (Tabela 4.4).

Tabela 4.4 – Características específicas para seleção dos recursos didáticos

Características específicas	Descrição
Objetivos	Definição dos objetivos educativos
Conteúdos	Integração conjunta com conteúdos
Características dos estudantes	Capacidades, desenvolvimento cognitivo, interesse, conhecimentos prévios, experiência e competências para a utilização de determinado recurso didático
Características do contexto	Contexto físico e curricular
Estratégias didáticas	Planificação das atividades e definição dos recursos educativos a utilizar

³³⁵ Cf. Pere Marquès Graells, Los Medios Didácticos [Em linha].

Não se pode dizer que exista uma fórmula uniformizada para a seleção deste ou daquele recurso, ou para a combinação ideal entre eles. Terá que ser o professor, depois de fazer uma análise cuidada ao grupo e aos objetivos traçados, a definir qual a melhor estratégia a aplicar.

A seleção dos recursos deve ser realizada também em função às características psicológicas dos participantes, no entanto, esta tarefa obriga à determinação das características relacionadas diretamente com a aprendizagem tal como os conhecimentos prévios, os ritmos de aprendizagem, a capacidade de expressão, a inteligência e etc.. Eventualmente, podem existir grupos de formandos que necessitam de um maior acompanhamento, havendo necessidade de aferir qual o recurso mais adequado. Também é indispensável realizar uma análise criteriosa quanto às características do público-alvo e que daí resultem experiências suficientes para reter determinados conceitos.

Os elementos estruturais de cada um dos meios didáticos disponibilizam não só um conjunto de utilizações, como também um leque de atividades de aprendizagens, que enquadradas num determinado contexto podem oferecer diferentes vantagens de uns em relação a outros.

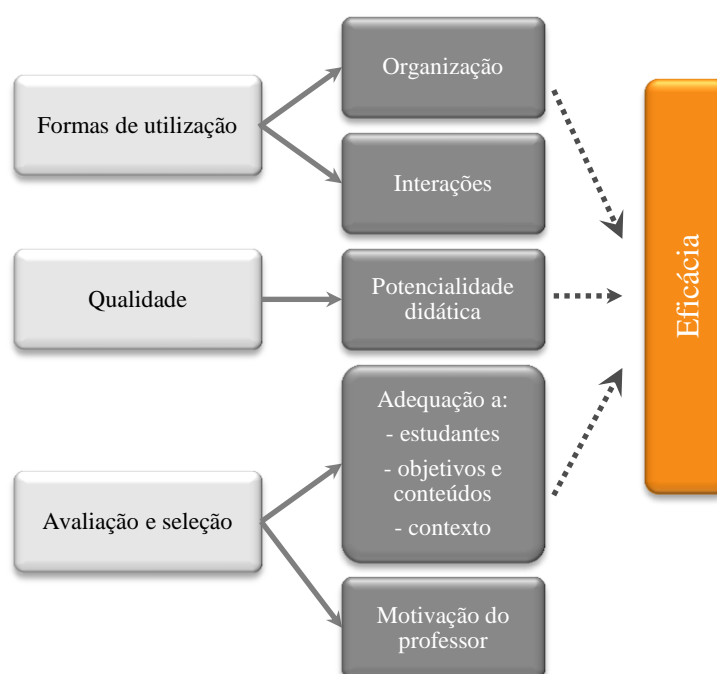


Figura 4.1 – Os três fatores para atingir a eficácia de uma aula³³⁶

³³⁶ Diagrama construído com base em Pere Marquès Graells, Los Medios Didácticos [Em linha]

Para garantir a eficácia de uma aula com recurso aos meios didáticos devem ser considerados três fatores fundamentais para que os objetivos inicialmente previstos sejam atingidos (Figura 4.1). O primeiro relaciona-se com a verificação da operacionalidade de todo o material de apoio tecnológico (*hardware, software, etc.*). O segundo tem como objetivo assegurar que todos os materiais e atividades preparados (planificação da aula) são adequados ao currículo e ao grupo de alunos para o qual está orientado. E o terceiro relaciona-se com a organização da aula, assegurando não só a disponibilidade dos espaços, a distribuição dos alunos na sala de aula, o tempo da sessão e a metodologia a utilizar.

4.3 Recursos para o ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva

Os diferentes tipos de recursos, recomendados ao longo dos programas apresentados nas várias fases da história do ensino da Geometria Descritiva, tiveram como objetivo orientar os professores na planificação das suas aulas. Na Figura 4.2 é apresentado um diagrama representativo da introdução de cada um dos tipos de recursos no ensino e na aprendizagem da Geometria Descritiva no Ensino Secundário.

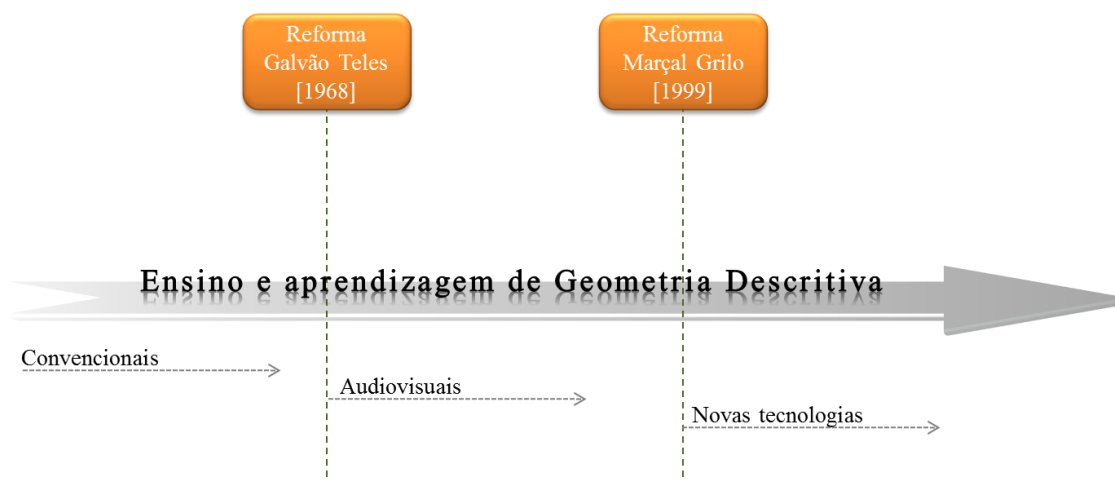


Figura 4.2 – Introdução de recursos didáticos utilizados na Geometria Descritiva no Ensino Secundário

A Geometria Descritiva é uma disciplina que ao longo dos tempos se desenvolveu fundamentalmente de modo presencial, o que nos remete para a utilização de determinado tipo de recursos categorizados como convencionais. Sejam eles o “quadro preto” inicialmente utilizado, até ao “quadro branco” mais recentemente

introduzido nas aulas, assim como todos os materiais necessários para desenhar em quadros (ex. riscadores e auxiliares de desenho rigoroso) e outros tipos de materiais em suporte papel como livros, imagens, mapas, projetos, etc.

Já no primeiro programa do Ensino Secundário mencionado nesta investigação, publicado em 1931, que incluía conteúdos de Geometria Descritiva, foram encontradas referências à utilização do “quadro negro” para as aulas de «Desenho geométrico» na IV e V classes da disciplina de Desenho.³³⁷

«O professor executará as construções geométricas, no quadro preto, na presença dos alunos, e procurará que elas sejam acompanhadas e aprendidas por todos êles. Para completo conhecimento deverão os alunos repetir as construções em caderno apropriado, o qual será visto e corrigido pelo professor.»³³⁸

Neste programa também são apresentados um conjunto de sugestões no âmbito das observações relativamente às metodologias de ensino a aplicar pelo professor, que são bem nítidas na forma como são apontadas todas as indicações para a construção dos «Livros para o ensino». Estes manuais correspondiam ao compêndio de desenho, dividido em dois volumes, um para a 1^a e 2^a classes e outro para a 3^a classe e ainda ao compêndio de desenho geométrico que apresentava apenas um volume para a 4^a e 5^a classes. Outros aspectos são assinalados relativamente ao objetivo dos livros de desenho que deveriam ser considerados.³³⁹

«facultar ao aluno o conhecimento das questões, mais por meio da visão do que por meio da memória. Deverão, portanto, as figuras ser apresentadas com clareza bastante, para que os alunos as leiam com facilidade, convindo evitar as dimensões demasiadamente reduzidas, sobretudo quando se trate de construções geométricas. Nestas construções deverá sempre pôr-se em evidência (por meio de maior vigor das linhas) a solução ou soluções obtidas. A leitura deve ser feita mais na figura do que no texto, razão por que êste não deverá ser muito extenso.»³⁴⁰

Foram igualmente encontradas referências quanto à utilização de modelos tridimensionais, no programa de Desenho (1^o/2^o/3^o) do ensino liceal para as aulas de «Desenho de imitação à mão livre».³⁴¹

³³⁷ Cf. Decreto-lei nº 20:369, Diário do Govêno, nº 232, I Série de 8 de Outubro de 1931.

³³⁸ Idem, p. 2189.

³³⁹ Idem, p. 2190.

³⁴⁰ Idem, ibidem.

³⁴¹ Cf. Decreto-lei nº 27:086, Diário do Govêno, nº 241, I Série de 14 de Outubro de 1936.

«A cópia de sólidos geométricos deverá ser auxiliada, ao mesmo tempo, com os mesmos sólidos de arame definidos pelas suas linhas principais, para que o aluno possa ver as porções que no mesmo sólido cheio lhe ficam ocultas e compreender melhor as modificações ocasionadas pela perspectiva.»³⁴²

Um outro Programa do Ensino Liceal³⁴³ que efetivamente incluía os conteúdos de Geometria Descritiva, corresponde ao 6º e 7º anos da disciplina de «Desenho e trabalhos manuais», cujo objetivo do «desenho geométrico no 3º ciclo tem por fim preparar o aluno para o estudo da geometria descritiva e iniciá-lo no desenho rigoroso dos cursos superiores»³⁴⁴.

Após consulta das recomendações relativas à utilização dos recursos, neste último programa verifica-se que o ensino das projeções seria «de início experimental», adquirindo o aluno a capacidade de «ver no espaço» sem auxílio de modelos³⁴⁵. Nada mais é referido neste programa relativamente aos recursos utilizados.

O programa publicado em 1954 pela Direcção-Geral do Ensino Liceal³⁴⁶, não introduz nada de novo, mantendo-se todas as indicações referentes ao «Desenho geométrico» no 6º e 7º anos da disciplina de «Desenho e trabalhos manuais».

Recorrendo à cronologia estabelecida por Almeida³⁴⁷, optou-se por analisar alguns dos programas mais representativos, com início na reforma de Galvão Teles, que ficou conhecido por ter criado o Ciclo Preparatório do Ensino Secundário, com o objetivo de fundir o 1º Ciclo do Ensino Liceal e o Ciclo Preparatório do Ensino Técnico. É importante falar nesta reforma, principalmente como um princípio na introdução dos meios audiovisuais no sistema de ensino português³⁴⁸ (Figura 4.2), onde surgiram uma série de entidades responsáveis pelo desenvolvimento e promoção da utilização de técnicas audiovisuais como meios auxiliares de difusão do ensino e da

³⁴² Idem, p. 1255.

³⁴³ Cf. Decreto nº 37:112, Diário do Governo, nº 247, I Série de 22 de Outubro de 1948.

³⁴⁴ Idem, p. 299.

³⁴⁵ Idem, ibidem.

³⁴⁶ Cf. Decreto nº 39 807, Diário do Governo, nº 198, I Série de 7 de Setembro de 1954.

³⁴⁷ Cf. Álvaro Duarte Almeida, Contributo para o estudo da história recente do ensino da Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal.

³⁴⁸ Que ganharam o seu protagonismo durante a II Grande Guerra, particularmente na formação de profissionais militares nos Estados Unidos da América do Norte.

elevação do nível cultural da população, nomeadamente através do cinema, das projeções fixas, da rádio, das gravações sonoras e da televisão³⁴⁹.

«A utilização dos meios audiovisuais na Escola Portuguesa fez naturalmente parte dos projectos de reforma do nosso ensino na época que vimos apreciando, devendo-se ao ministro Galvão Teles a instituição, em 1964, do Centro de Estudos e Pedagogia Audiovisual, ponto de partida para a criação do Instituto de Meios Audiovisuais de Ensino [IMAVE], e da Telescola, ambos do mesmo ano.»³⁵⁰

Seguidamente será analisado um programa correspondente ao segundo período mencionado por Almeida referente à disciplina de «Desenho» do Curso Complementar, onde são mencionados em «4-MEIOS DIDÁCTICOS» alguns meios indispensáveis para o esquema programático proposto:

«Será fundamental que se crie, em todos os liceus, uma zona departamental própria, com salas de aula exclusivamente reservadas à Disciplina e um gabinete ou zona de armazenagem de material didáctico.

A sala de aula deverá ter a disponibilidade funcional de um laboratório, apetrechada para diversas técnicas, incluindo a fotografia a nível elementar. (...)

Foi por termos em conta a escassez de livros portugueses da Disciplina e as dificuldades de preparação de muitos dos Professores, que apresentámos o esquema programático (...) com um grau de pormenorização que poderá parecer excessivo; e acrescentamos uma indicação de material auxiliar (livros e filmes).»³⁵¹

Neste programa, são mencionados outros recursos que se destacam nas «Sugestões de exploração», mas que se considera importante referir: observação de obras de arte, para estudar a perspectiva rigorosa e leitura de documentos técnicos (projetos, mapas, desenhos de computador, etc.) para estudar a representação por vistas. São ainda aconselhados como livros auxiliares o «Compêndio de Desenho» do António Carreira e a «Geometria Descritiva e projectiva» de Luís Albuquerque.³⁵²

Na reforma denominada de Cardia/Seabra³⁵³ por Almeida, compreendida entre 1979 e 1991, consegue-se verificar que se mantiveram as recomendações para o uso dos

³⁴⁹ Cf. Rómulo de Carvalho, op. cit., p. 802.

³⁵⁰ Idem, p. 803.

³⁵¹ Cf. Ministério da Educação e Cultura de Portugal, *Desenho*, p. 21.

³⁵² Idem, p. 18.

³⁵³ Ministros SottoMayor Cardia e José Augusto Seabra protagonizaram a reforma que conduziu à unificação dos ensinos Liceal e Técnico, e pela organização do Ensino Secundário em cinco áreas (1ª fase) e posterior criação de um

recursos convencionais, como o “quadro negro” e o “quadro verde”, assim como recomendações de observação de diversos tipos de imagens (cartas topográficas, mapas, plantas e alçados etc.) e de muitos livros, acrescentando uma grande variedade de modelos tridimensionais:

- Cubo (projeção das 3 vistas);
- Modelo de diedro (cartolina ou acrílico encaixado);
- Modelo de planos de cortiça, cartolina, madeira, ou acrílico e varetas para representar retas;
- Modelos de sólidos em madeira, plástico (transparentes) ou outros materiais;
- Modelo com lâmpada, para a determinação de sombras.

Foram ainda introduzidos os recursos audiovisuais³⁵⁴, que surgem como «AUXILIARES DIDÁCTICOS»:

- Retroprojeter (acetatos ou transparências);
- Episcópio (fotografia e imagens);
- Projetor de diapositivos (slides);
- Projetor audiovisual ou televisão (vídeos e filmes).

Na quarta reforma, marcado pelo Ministro Roberto Carneiro, optou-se pela análise dos Programas de «Desenho e Geometria Descritiva»³⁵⁵ A (10º, 11º e 12º anos) e B (12º ano), correspondente ao período de 1992-1996. Verifica-se que para além dos recursos convencionais já referidos no programa anterior, são aconselhados nas «INDICAÇÕES METODOLÓGICAS» vários modelos tridimensionais.

- No 10º e 11º anos:

12º ano de escolaridade entre os ensinos Secundário e Superior. Cf. Álvaro Duarte Almeida, *Contributo para o estudo da história recente do ensino da Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal*, p. 4.

³⁵⁴ Nem sempre são referidos nestes programas os suportes do recurso audiovisual, o que conduziu a optar pela combinação das duas.

³⁵⁵ Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Desenho e Geometria Descritiva – Organização Curricular e Programas Ensino Secundário*.

- Modelos de planos de projeção, com material transparente, para facilitar a compreensão dos planos de projeção no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal (Figura 4.3)³⁵⁶;
 - Modelos de cartolina para montagem, para o estudo das planificações³⁵⁷;
 - Modelo de observação direta de fenômenos de iluminação para estudar as sombras (Figura 4.4)³⁵⁸.
- No sistema de projeção cônica aplicado no 12º ano de escolaridade:
 - Modelo de perspetógrafo simples, com dimensão para ser usado em experiências de observação e desenho (Figura 4.5)³⁵⁹;
 - Modelo de imagens refletidas em espelho plano (Figura 4.6)³⁶⁰.

Aparecem ainda nas «SUGESTÕES DE TRABALHOS DE APLICAÇÃO» uma atividade que se apresenta da seguinte forma:

«...experiências de animação de sólidos representando, imagem a imagem, a passagem de uma posição a outra no espaço organizado. Cada «momento» pode ser obtido por mudanças de planos, por rotação ou rebatimento.»³⁶¹

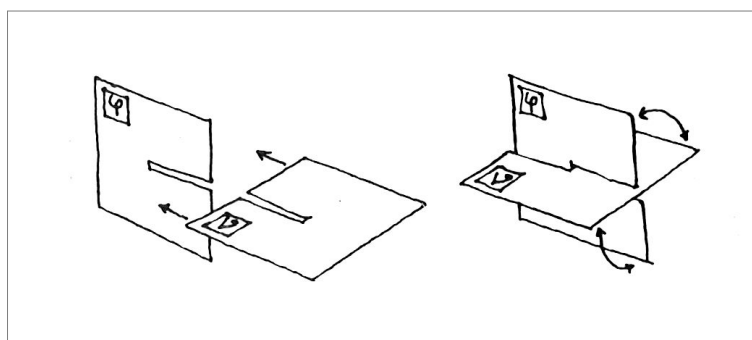


Figura 4.3 – Modelo de construção de planos de projeção no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal

³⁵⁶ Idem, p. 56 e 130.

³⁵⁷ Idem, p. 66.

³⁵⁸ Idem, p. 74.

³⁵⁹ Idem, p. 85.

³⁶⁰ Idem, p. 95.

³⁶¹ Idem, p. 64.

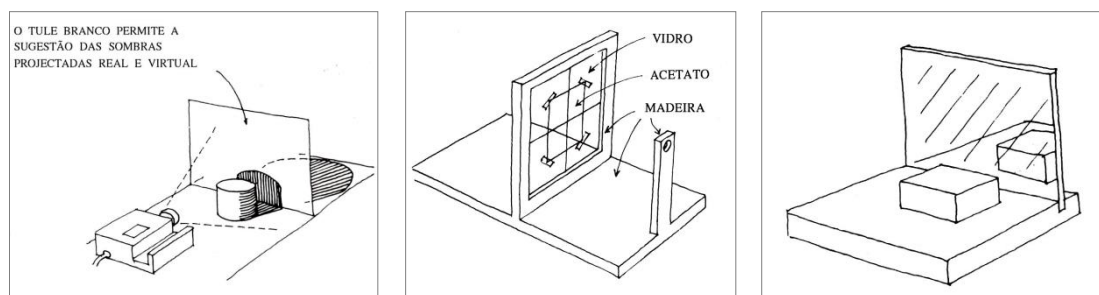


Figura 4.4 – Modelo de observação direta de fenómenos de iluminação, para estudar as sombras

Figura 4.5 – Modelo de perspetógrafo para ser usado em experiências de observação e desenho

Figura 4.6 – Modelo de imagens refletidas em espelho plano

Relativamente à experiência anterior também é recomendado a utilização de meios de filmagem «imagem-a-imagem», de forma a realizar sequências cinéticas visionáveis por projeção. Esta atividade poderia revelar-se útil tanto aos alunos do próprio ano como também para os alunos dos anos seguintes.

Finalmente, o programa atual de Geometria Descritiva, que teve origem na última alteração do programa, homologada em 2001. A Geometria Descritiva A, inicialmente construída para três anos (trienal) e a Geometria Descritiva B para um ano, acabaram por ser posteriormente reconfiguradas para serem lecionadas, ambas em dois anos letivos consecutivos (bienal). As modificações efetuadas fizeram-se sentir essencialmente ao nível dos conteúdos, mas também na distribuição da carga horária mantendo-se as restantes indicações nos documentos.

Em relação aos recursos recomendados acabam por estar integrados numa construção de um discurso didático programado para uma sala de aula, uma vez que se trata de um sistema de aulas presenciais. É sugerido não só que as escolas atribuam uma sala específica para esta disciplina³⁶², mas também, que o recurso aos modelos didáticos deve ser realizado com maior intensidade numa fase inicial da aprendizagem, para ser abandonado à medida que o aluno ganhe competências ao nível da capacidade de abstração e maturidade na visualização das três dimensões³⁶³.

Os materiais e equipamentos recomendados nos atuais programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário são os seguintes³⁶⁴:

³⁶² Cf. Ministério da Educação de Portugal, op. cit., p. 16.

³⁶³ Idem, p. 4.

³⁶⁴ Idem, p. 16.

- Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor);
- Modelos tridimensionais;
- Vídeo didático de manipulação dos modelos;
- Sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira);
- Meios audiovisuais (retroprojektor, acetatos e canetas, projetores de diapositivos e de vídeo);
- Computadores com *software* de geometria dinâmica e/ou de CAD;
- Projetor de luz; e fita métrica de 10 m.

Para além dos recursos anteriormente mencionados também são contemplados um conjunto de modelos didáticos³⁶⁵ propostos pelos autores para acompanhamento do currículo da respetiva disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário³⁶⁶, que será analisado seguidamente.

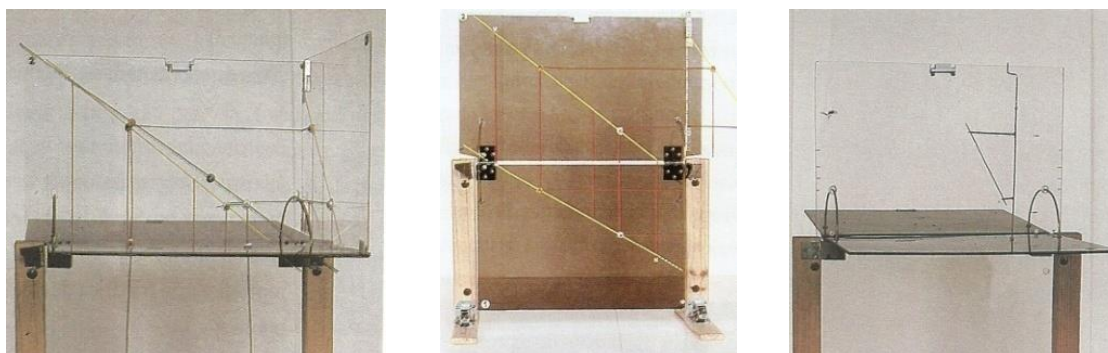


Figura 4.7 – «Modelo A» – com os três planos representando as três dimensões³⁶⁷

Figura 4.8 – «Modelo A» – com os três planos de projeção coincidentes³⁶⁸

Figura 4.9 – «Modelo L» – acessório do «Modelo A» para visualizar a rotação de uma reta³⁶⁹

³⁶⁵ As imagens aqui reproduzidas encontram-se cf. *Programa de Geometria Descritiva A e B* combinadas com a descrição dos modelos apresentada em *Programa de Geometria Descritiva A*, ambos do Ministério da Educação de Portugal.

³⁶⁶ Os modelos didáticos acabaram por nunca serem construídos para acompanhar o ensino da disciplina de Geometria Descritiva nas escolas do Ensino Secundário.

³⁶⁷ In Ministério da Educação de Portugal, *Programa de Geometria Descritiva A*, p. 28.

³⁶⁸ Idem, *ibidem*.

³⁶⁹ Idem, p. 36.

O «Modelo A» (Figura 4.7, Figura 4.8 e Figura 4.9) pretende simular o sistema de representação diédrica, pois não só permite rebater o plano horizontal sobre o plano frontal como também permite rebater o plano de perfil sobre o plano frontal. Junta-se a este modelo um conjunto de elementos que representam o ponto, as retas e os planos. Neste modelo também podem ser explicados todo o tipo de exercícios que impliquem as três projeções, quer no plano frontal, no plano horizontal e no plano de perfil, principalmente na Representação Triédrica mas também de situações enquadradas nos Sistemas de Representação Diédrica ou da Representação Axonométrica.

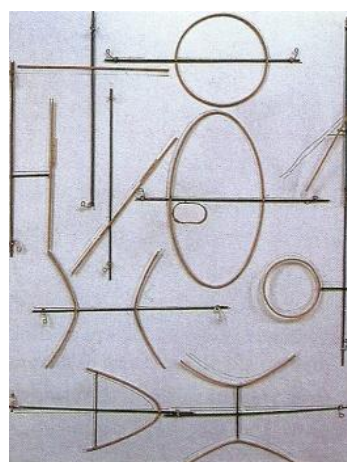


Figura 4.10 – «Modelo B a K» – Suporte do eixo vertical
 Figura 4.11 – «Modelo B a K» – Peças representativas das geratrizes

Com o objetivo de visualizar várias superfícies através da rotação de uma geratriz em torno de um eixo vertical apoiado nas duas extremidades foram apresentados os «Modelos B a K» (Figura 4.10 e Figura 4.11) para permitir que o aluno compreenda fundamentalmente os conceitos de geratriz e diretriz³⁷⁰.

O «Modelo M» (Figura 4.12) tem como objetivo a visualização do rebatimento de um plano oblíquo, tanto pelo método do triângulo de rebatimento como pelas retas horizontais ou frontais do plano. Este modelo também permite representar o plano projetante perpendicular, também ele rebatível, de forma a permitir a representação espacial do triângulo do rebatimento e a determinação da sua verdadeira grandeza.

³⁷⁰ Idem, p. 33.

Deste modo a compreensão deste processo conduzirá o aluno numa passagem do espaço tridimensional para uma representação bidimensional do mesmo.³⁷¹

Realizado com esquadros de desenho o «Modelo N» (Figura 4.13) «que se destina à leção das axonometrias, permite a visualização do triedro definido pelos planos coordenados e da pirâmide axonométrica quando se faz coincidir a sua base (triângulo fundamental) com o plano axonométrico». Este modelo, que pode ser construído com um conjunto de objetos que fazem parte dos materiais utilizados na sala de aula, tem como objetivo estudar o rebatimento e o contra rebatimento dos planos axonométricos e o entendimento das escalas axonométricas, sendo estes conteúdos integrantes do capítulo final do «Desenvolvimento» - «Representações Axonométricas».³⁷²

Para além destes dos recursos ditos convencionais e os audiovisuais, aparecem neste programa um conjunto de novos recursos que reconhecem as potencialidades dos ambientes que permitem visualizar tridimensionalmente introduzindo as novas tecnologias no ensino da Geometria Descritiva (Figura 4.2).

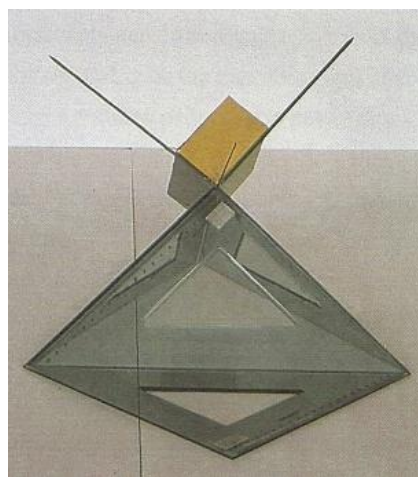
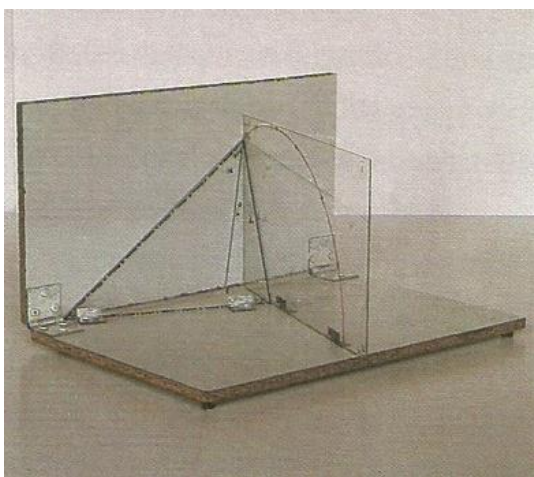


Figura 4.12 – «Modelo M» – Rebatimento de um plano oblíquo³⁷³

Figura 4.13 – «Modelo N» – Visualização do triedro definido pelos planos coordenados³⁷⁴

³⁷¹ Idem, p. 39.

³⁷² Idem, p. 46.

³⁷³ Idem, p. 39.

³⁷⁴ Idem, p. 46.

«o computador permite (...) a visualização simultânea de várias representações sejam elas ortográficas ou axonométricas (mas também podem ser perspécticas se for escolhido o Ponto de Vista, ou seja, se for definido um centro de projecção próprio) o que faz dele, obviamente, uma ferramenta extremamente poderosa no difícil processo de aproximação à realidade espacial através dos métodos projectivos que tratam a sua representação»³⁷⁵

Estes recursos abrem inúmeras possibilidades para o ensino e a aprendizagem e parece-nos importante entender quais as vantagens do *software* de geometria dinâmica, assim como de um outro aplicativo, dirigido essencialmente para o desenho assistido para computador, o CAD, para a Geometria Descritiva.

Nomeadamente em relação ao *software* de geometria dinâmica as origens remontam ao início da década de 80 como o *The Geometric Supposers*, seguido de muitos outros programas, que permitem ao utilizadores realizar a construção de configurações geométricas rigorosas que preservam todas as relações previamente estabelecidas, mesmo no caso de haver alterações de posição, de ângulos e de dimensões. Embora estes aplicativos tenham sido inicialmente utilizados pelos professores de matemática, rapidamente foram adotados pelos professores de Desenho e de Geometria Descritiva. As vantagens da sua utilização para o ensino e a aprendizagem da Geometria descritiva relacionam-se com as seguintes características³⁷⁶:

- Precisão na construção e capacidade de visualização das relações geométricas entre os elementos (de paralelismo, de perpendicularidade, de pertença, angulares, etc.).
- Possibilidade de exploração e manipulação das construções e descoberta das relações e propriedades métricas.
- Capacidade de provar teoremas de forma experimental (apesar da geometria dinâmica não o poder fazer formalmente, poderá induzir à experimentação de um conjunto de hipóteses que conduzirá à validação).
- Permite realizar transformações com figuras geométricas (animação de figuras) e determinação de lugares geométricos de pontos previamente definidos.

³⁷⁵ In João Pedro Xavier, Acerca da “Nova” terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B, p. 15.

³⁷⁶ Eduardo Toledo Santos apud James King e Doris Schattschneider, *Geometry Turned On: Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research* [Em linha].

- Possibilidade de simulações onde o aluno pode vivenciar experiências geométricas através da exploração interativa e construção de micromundos com características próprias.

Atualmente existe uma nova geração de *software* de geometria dinâmica, também possível pelo grande desenvolvimento do *hardware*. E existem outros aplicativos mais recentes utilizados para o ensino, como o *The Geometer's Sketchpad*, *Descriptive Geometry*, *Stella*; *GeoGebra*, *Cinderella*, *Cabri 3D*, *CaRMetal*, e muitos outros. Uma das características mais procuradas atualmente nestes programas relaciona-se com a possibilidade de exportar as construções e animações para a Web, o que permite ao professor encontrar outros “ambientes” de sala de aula com a possibilidade de criar exercícios de resolução *on-line* e correção automática (como acontece, por exemplo, com a *Cinderella*)³⁷⁷.

«só pode ser considerada benéfica a articulação dos vários sistemas de representação entre si [Geometria Descritiva e Desenho Técnico] e de estes com a Geometria Analítica (...) evidente nos diferentes sistemas de CAD.»³⁷⁸

As alterações efetuadas ao nível da nomenclatura neste último programa devem-se essencialmente a uma necessidade de aproximação em termos de representação dos sistemas de CAD³⁷⁹. Estas mudanças não só permitiram interligar a representação diédrica com a triédrica, mas também as axonometrias. Sendo o CAD utilizado por áreas tão diversas como a engenharia, a geologia, a geografia, a arquitetura, o design, entre outros é considerado uma ferramenta bastante eficaz na realização de projetos e de desenho técnico.

Enquadrada como um recurso didático no plano do ensino e na aprendizagem da Geometria Descritiva os sistemas de CAD permitem realizar apresentações interativas e a correspondência recíproca entre modelos tridimensionais e respetivas representações bidimensionais em *épura*, e ainda permite a parametrização das apresentações gráficas pelo utilizador e a possibilidade de avançar e retroceder na sequência das etapas de

³⁷⁷ Cf. Eduardo Toledo Santos e Maria Laura Martinez, *Software para Ensino de Geometria e Desenho Técnico* [Em linha].

³⁷⁸ Cf. João Pedro Xavier, *Acerca da “Nova” terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B*, p. 15.

³⁷⁹ *Computer aided drafting/design/documentation* - Desenho/projeto(conceção)/documentação apoiado por meio de computador.

resolução dos exercícios, proporcionando um conjunto de possibilidades ao nível do recurso didático.

4.4 Modelos tridimensionais da Politécnica

Seguindo a evolução dos diversos programas que constituíram a linha cronológica da atual disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário verificou-se o quanto foi importante a utilização de modelos tridimensionais como auxiliares didáticos, por esse motivo foi necessário encontrar as raízes de um passado, que determinaram e influenciaram a introdução destes conteúdos no sistema de ensino em Portugal.

Neste contexto e no decorrer desta investigação encontrou-se uma coleção de Modelos de Geometria Descritiva pertencentes ao atual Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa, que atualmente constituem-se como materiais pedagógicos provenientes do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Na investigação das suas origens no Arquivo Histórico do Museu, da análise *in loco* dos objetos e ainda de conversas informais com colaboradores e investigadores do Museu e docentes do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências foi possível reunir um conjunto de informações que mereceu atenção e que pareceu indicada para ilustrar a utilização de modelos tridimensionais de apoio ao ensino da Geometria Descritiva,

«em que se estudava a representação em duas dimensões das formas tridimensionais do espaço – por isso mesmo igualmente útil à Arte, à Arquitectura, à Engenharia. Os primeiros cursos que desta ciência houve foram ministrados desde 1795 na École Normale e na École Polytechnique por seu próprio criador, Gaspar Monge.

Mais de meio século transcorreu antes que a cadeira fosse instituída em nossas escolas superiores: na Escola Politécnica em 1859, na Universidade de Coimbra em 61 e na Academia Politécnica do Porto somente em 81.»³⁸⁰

Neste exemplo, houve necessidade de se investigar alguns aspetos no sentido de se identificar a sua integração como um recurso ao ensino da cadeira de Geometria Descritiva. Inicialmente será considerada o estudo dos modelos propriamente ditos, do aparecimento da disciplina e da utilidade desses modelos, para depois se apresentar um

³⁸⁰ In Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, *Passado/Presente Perspectivas Futuras*, p. 36.

conjunto de propostas de denominação para cada um dos modelos como peças museológicas:

- Inventor das peças;
- Fabricante;
- Coleção de modelos;
- Criação da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica;
- Localização espaço temporal da utilização desta coleção como objetos de apoio à cadeira de Geometria Descritiva;
- Primeiro programa da primeira parte³⁸¹;
- Integração no plano curricular da cadeira;
- Processo de aquisição dos modelos e justificação por parte do lente da cadeira³⁸² da sua utilidade;
- Integração dos modelos como objetos de museu;
- Coleção similar do Instituto Superior de Engenharia do Porto.

4.4.1 O inventor, o fabricante e a coleção de modelos

Théodore Oliver³⁸³ nasceu a 21 de Janeiro de 1793 em Lion, França (Figura 4.14). Entrou para a École Polytechnique em 1810, onde permaneceu durante cerca de quatro anos por motivos de doença. Nesse período foi aluno de Gaspard Monge e é fortemente influenciado pelos conhecimentos adquiridos no âmbito da geometria

³⁸¹ A cadeira de Geometria Descritiva inicialmente dividia-se em 1ª Parte e 2ª Parte, lecionadas no 3º e 4º anos, respetivamente.

³⁸² Que na altura era Luíz Porfírio da Mota Pegado.

³⁸³ Antigo aluno da École Polytechnique e antigo Oficial de artilharia. Doutorado em Ciências pela Faculté de Paris. Professor Adjunto da École d'Application de l'Artillerie et du Génie à Metz. Repetidor da École Polytechnique; Professor de Geometria Descritiva do Conservatoire des Arts et Métiers; Professor-fundador da École Centrale des Arts et Manufactures; Membro honorário da Société Philomatique de Paris e do Comité des Arts Mécaniques da Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale; Membro estrangeiro de duas Academias reais das ciências e das ciências militares de Stockholm; Membro correspondente da Société Royale des Sciences de Liège e da Société d'Agriculture et Arts Utiles de Lyon, das Académies des Sciences de Metz, Dijon et Lyon; Oficial da Légion d'honneur et Chevalier de l'Ordre royal de l'Étoile polaire de Suède. Cf. Théodore Olivier, Mémoires de Géométrie Descriptive - Théorique et Appliquée [Em linha].

descritiva, área temática que despertava o interesse não só de matemáticos, como de engenheiros e também de artistas.

Mudou-se para a Suécia a partir de 1821, a convite do General Bernardotte³⁸⁴, para criar a cadeira de Geometria Descritiva na Royal School of Morienberg, regressando a Paris em 1825.

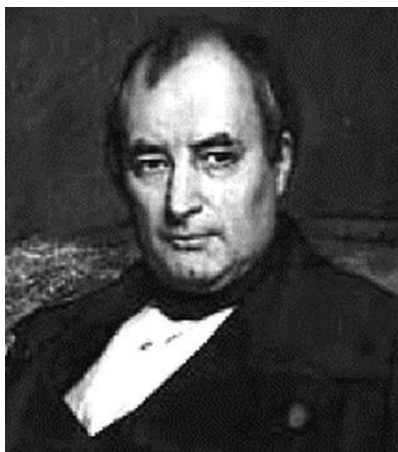


Figura 4.14 – Théodore Olivier (1793-1853)

Num panorama onde a indústria francesa se encontrava em grande transformação, fruto de um conjunto de descobertas do ponto de vista científico, Olivier identificou uma grande necessidade na formação de engenheiros capazes de lidar com as três vertentes do conhecimento em expansão, a indústria, a ciência e a matemática.

Acabou por associar-se a Alphonse Lavallée³⁸⁵ com objetivo de criar uma escola capaz de responder às necessidades da indústria na época, a «Ecole Centrale des Arts et Manufactures»³⁸⁶. Este empresário tomou a decisão de financiar este projeto que integrava Olivier e mais dois conhecidos cientistas, o químico Jean Baptiste Dumas³⁸⁷ e o físico Eugène Pécelet³⁸⁸.

³⁸⁴ Rei Charles XIV da Suécia.

³⁸⁵ Advogado e empresário de Nantes.

³⁸⁶ Abriu no Hôtel de Juigné no bairro de Marais de Paris em 1829, atualmente encontra-se localizada em Chatenay-Malabry no sul de Paris.

³⁸⁷ Jean Baptiste Dumas, repetidor de Química da École Polytechnique, o mais jovem dos fundadores da École Centrale des Arts et Manufactures. Cf. Théodore Olivier, *Mémoires de Géometrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XIX.

³⁸⁸ Eugène Pécelet, antigo aluno da École Normale, professor de física no colégio de Marselha, atividade que acabou por perder por questões políticas depois da restauração. Apesar disso, manteve-se activo no desenvolvimento de

Estes três homens não só desenvolviam os seus estudos académicos no âmbito teórico, como também desenvolviam estudos de implementação dos mesmos num plano prático. Tinham como objetivo organizar uma escola de formação industrial de engenheiros que «eles designaram pelo nome (...) de engenheiros de fábricas e de manufacturas»³⁸⁹, e que no leque de escolas disponíveis, sujeitas ao governo, não poderiam pela sua organização, formar engenheiros civis para suprir as verdadeiras necessidades do avanço industrial.

Os três cientistas fundadores da «Ecole Centrale des Arts et Manufactures»³⁹⁰ iniciaram o seu percurso como professores nesta escola após a sua criação. Esta escola tinha como

«base da sua aprendizagem o estudo da geometria, da mecânica, da física e da química; (...) a geometria ensina-lhes as propriedades do espaço representado; a mecânica ensina-lhes os efeitos das medidas das forças; a física ensina-lhes as leis às quais os corpos são colocados em virtude da sua composição e natureza; e a química ensina-lhes as proporções dos elementos que constituem os corpos».³⁹¹

Um dos pilares desta escola baseava-se na ideia de uma aprendizagem teórica de quatro ciências (geometria, mecânica, física e química), acompanhando o progresso da indústria e mantendo-se numa constante evolução.

Em termos estruturais o primeiro ano³⁹² desta escola tratava essencialmente de questões de carácter teórico, que conduziram a problemas práticos nos dois anos seguintes³⁹³. Existia sempre uma ideia de uma aprendizagem relacionada com a prática.

aplicações da física para a indústria marselhense. Em 1827 regressa a Paris dedicando-se à construção de dois tratados, sobre o calor e a iluminação. Cf. Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], pp. XVIII-XIX.

³⁸⁹ Cf. Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XIX.

³⁹⁰ Na *École de Centrale des Arts et Manufactures* «La base de l'enseignement sera l'étude de la géométrie, de la mécanique, de la physique et de la chimie; tout ingénieur doit posséder des connaissances assez étendues et suffisantes dans ces quatre sciences: la géométrie lui enseigne les propriétés de l'espace figuré; la mécanique lui enseigne les effets et la mesure des forces; la physique lui enseigne les lois auxquelles les corps sont soumis en vertu de leur composition et de leur nature; et la chimie leur enseigne les proportions des éléments qui constituent les corps; la physique et la chimie ont des liens qui les unissent entre elles, il en est de même de la géométrie et de la mécanique, de même encore de la physique et de la mécanique.» Cf. Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XX.

³⁹¹ Cf. Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XX.

³⁹² «...les professeurs chargés des cours de première année à l'École centrale, soient sans cesse en contact avec l'industrie, et que, par goût ou par état, ils aiment ou cultivent les applications des sciences.» in Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XX.

³⁹³ «...les professeurs de deuxième et troisième années d'études seront des ingénieurs en activité de service, pour que l'enseignement de l'École soit toujours au niveau des progrès et des besoins de l'industrie.» in Théodore Olivier, *Mémoires de Géométrie Descriptive - Theorique et Appliquée* [Em linha], p. XXI.

Théodore Olivier acabou por especializar-se nas cadeiras de Geometria Descritiva³⁹⁴ e Mecânica.

A partir de 1838, Olivier iniciou uma colaboração no Conservatoire National des Arts et Métiers em Paris. E, entre 1830 e 1844 iniciou a sua atividade como docente na École Polytechnique.

A sua investigação desenvolveu-se, predominantemente, no âmbito do cálculo das engrenagens, que culminou na publicação em 1842 de «Théorie géométrique des engrenages destinés à transmettre le mouvement de rotation entre deux axes non situés dans un même plan».

Embora tenha escrito alguns livros³⁹⁵, é mais conhecido por ter inventado³⁹⁶ modelos articulados para apoiar as suas aulas de Geometria Descritiva e de Mecânica.

«Estes modelos são construídos tendo como base caixas de madeira, têm suportes de metal, e consistem em cordas suspensas por braços móveis e dispostos a formar uma variedade de figuras geométricas. As cordas são mantidas no local por pesos de chumbo que são ocultadas pelas bases. Os modelos ilustram exemplos de intersecção de duas metades de cone, de intersecção de planos, um parabolóide hiperbólico e um hiperbolóide de uma folha, e uma intersecção de duas metades de cilindro.»³⁹⁷

Em 1849, quatro anos antes de falecer, Olivier oferece uma série completa dos objetos por ele inventados ao Conservatoire National des Arts et Métiers. Estes modelos foram fabricados pela empresa «Père et Fils», e mais tarde pela firma «Fabre de Lagrange», que assumiu o seu fabrico. Foram várias as instituições que adquiriram estes modelos, quer diretamente a Théodore Olivier, quer através de outros fabricantes que depois os foram reproduzindo.

O desenvolvimento destes modelos para apoiar as aulas de Geometria Descritiva de Olivier surge com um objetivo bem definido da parte de Théodore Olivier, que

³⁹⁴ «Pendant la première année, les élèves exécuteront des épures de géométrie descriptive, des levers de machines et de bâtiments...» in Théodore Olivier, Mémoires de Géométrie Descrptive - Theorique et Appliquée [Em linha], p. XX.

³⁹⁵ Publicações no âmbito da geometria descritiva: “Théorie Géométrique des Engrenages” 1842; “Developpements de Géométrie Descrptive”, 1843; “Cours de Géométrie Descrptive” (Primeira e Segunda partes), 1844; “Compléments de Géométrie Descrptive”, 1845; “Applications de la Géométrie Descrptive” 1846; “Additions au Cours de Géométrie Descrptive” 1847; “Mémoires de Géométrie Descrptive Théorique et Appliquée” 1851. Cf. Théodore Olivier, Mémoires de Géométrie Descrptive - Theorique et Appliquée [Em linha].

³⁹⁶ Logo no início da École Centrale des Arts et Manufactures Olivier interessou-se pela criação de modelos de superfícies regradas, assim como por diversos modelos de engrenagens.

³⁹⁷ Cf. J.J. O'Connor e E.F. Robertson, Théodore Olivier [Em linha].

concebe um modelo de ensino que pressupõe a manipulação de modelos reais no âmbito das suas lições. Estes modelos constituem-se por um conjunto de elementos que os torna especiais, pelo facto de serem construídos por peças movimentáveis, característica inovadora na época.



Figura 4.15 – Interior da caixa de um dos modelos – suspensões com pesos de chumbo. Superfícies regradas, 1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; N° de Inventário MCUL 1114

Este conjunto tem a particularidade de representar uma família de superfícies e de materializar transformações que permitem passar de uma superfície para outra alterando a posição dos elementos que as constituem (Figura 4.16).³⁹⁸



Figura 4.16 - Conjunto de figuras que ilustram o modelo de transformação de cilindro a hiperboloide de uma folha a cone assintótico e paraboloides tangente. Superfícies regradas, 1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; N° de Inventário MCUL 1127

³⁹⁸ Idem, ibidem.

Olivier introduziu nestes modelos articulados uma inovação, em relação aos modelos de Monge e Hachete³⁹⁹, que se tratavam de modelos estáticos representativos de diferentes superfícies regradadas, tendo sido desenvolvidos na École Polytechnique.

Segundo Hervé⁴⁰⁰, as invenções de Olivier podem ser organizadas em duas categorias. A primeira categoria⁴⁰¹ tem dois grupos com objetivos diferenciados:

- O primeiro grupo é constituído pelos modelos de superfícies regradadas que pretendem ilustrar propriedades geométricas (Figura 4.17);



Figura 4.17 – Superfícies regradadas, 1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; Nº de Inventário MCUL 1114

- O segundo grupo é constituído pelos modelos de interseção de superfícies, concebidos para ilustrar linha de interseção entre duas superfícies (Figura 4.18).

³⁹⁹ Cf. Joël Sakarovitch. *Épures d'architecture: de la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVI^e-XIX^e siècles*, p. 329.

⁴⁰⁰ Cf. J. M. Hervé, Théodore Olivier (1793-1853) [Em linha], p. 297.

⁴⁰¹ Esta primeira categoria foi especialmente concebida para as lições de Geometria Descritiva.



Figura 4.18 – Interseção de Superfícies - dois troncos de cone, 1861; Fabre de Lagrange, Paris; Museu de Ciência da Universidade de Lisboa; N° de Inventário MCUL 1122

Numa segunda categoria⁴⁰², os modelos apresentam um conjunto variado de sistemas de engrenagens e encaixes, também movíveis, razão pela qual Olivier é considerado atualmente pioneiro no desenvolvimento científico das engrenagens.

A coleção de modelos de Geometria Descritiva da Escola Politécnica, atualmente entregue ao Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa integra-se na primeira categoria de Hervé⁴⁰³, a de superfícies regradas e de interseção de superfícies.

No conjunto de vinte de peças⁴⁰⁴ encontram-se em dezasseis⁴⁰⁵ delas uma etiqueta em chapa (Figura 4.19), com a informação de que foram inventadas por Théodore Olivier, datadas de 1830 e construídas por Fabre de Lagrange, em 1861, Paris (Figura 4.19), sendo estes modelos cópias da coleção entregue ao Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris pelo inventor.

⁴⁰² A segunda categoria foi concebida para dar apoio às lições de Mecânica.

⁴⁰³ Cf. J. M. Hervé, op. cit., p. 297.

⁴⁰⁴ Cf. Fichas de inventário dos vinte “Modelos de Geometria Descritiva”.

⁴⁰⁵ Com exceção das peças com os seguintes n°s de Inv. 1113, 1123, 1126, 1128.



Figura 4.19 – Etiqueta em chapa pregada na base de um dos modelos: “INVT. TH. OLIVIER 1830 FABRE DE LAGRANGE PHISICIEN-CONSTRUCTEUR Paris 1861, place St. Sulpice, 4”

4.4.2 A criação da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica

A criação da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica⁴⁰⁶ deve-se à Carta de Lei de 7 de Junho de 1859, embora já tivesse sido proposta a sua criação⁴⁰⁷ numa reunião do Concelho da Escola realizada a 18 de Janeiro de 1854.

Na Carta de Lei de 11 de Outubro de 1859 ficou decidido a abertura de «concurso por provas públicas para provimento do cargo de lente proprietário da cadeira»⁴⁰⁸.

A 2 de Abril de 1860⁴⁰⁹ é proposto como lente proprietário da cadeira de Geometria Descritiva⁴¹⁰ o lente substituto mais antigo da cadeira de Matemática, Luís Porfírio da Mota Pegado⁴¹¹, que só ficou nomeado por decreto a 12 de Abril de 1860.

⁴⁰⁶ A cadeira de Geometria descritiva foi criada na Universidade de Coimbra pela Carta de Lei de 26 de Fevereiro de 1861 e na Academia Politécnica do Porto pela Carta de Lei de 21 de Julho de 1881. Cf. Luiz Guilherme Borges de Sequeira. *Escola Politécnica de Lisboa. VI - A cadeira de geometria descritiva e os seus professores - Primeiro centenário da Fundação da Escola Politécnica de Lisboa (1837-1937)*, p. 5.

⁴⁰⁷ Pelo lente proprietário da cadeira de Mecânica, Albino Figueiredo.

⁴⁰⁸ Cf. Luiz Guilherme Borges de Sequeira. op. cit., p. 5.

⁴⁰⁹ Em reunião do Concelho Escolar.

⁴¹⁰ Não sendo nomeado nenhum lente substituto.

⁴¹¹ Nasceu a 9 de Agosto de 1831, em Lisboa. Concluiu o curso do Real Colégio Militar em 1849. Realizou o curso preparatório da Arma de Engenharia e do Corpo do Estado Maior na Escola Politécnica. Iniciou o curso de Engenharia da Escola do Exército mas não concluiu. A 27 de Novembro de 1854 é nomeado lente de matemática do Real Colégio Militar. Em 29 de Dezembro de 1856 foi nomeado lente substituto das cadeiras de matemática da Escola Politécnica. É nomeado lente da cadeira de Geometria Descritiva pelo decreto de 12 de Abril de 1860 e foi professor desta cadeira até ao dia 28 de Novembro de 1902. Foi também professor provisório do Liceu Nacional de Lisboa (1862-1886). Sócio efetivo da Academia das Ciências de Lisboa desde Março de 1877. Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa (1888-1891). Requereu a jubilação como lente em 1901 e faleceu a 5 de Maio de

Para colocar em prática a Carta de Lei de 7 de Junho de 1859 a Escola Politécnica propôs um regulamento provisório⁴¹² de reconfiguração dos Cursos da Escola Politécnica onde ficaram definidas um conjunto de «pontos essenciais» relativamente ao «estudo da geometria»:

- As cadeiras de Geometria Descritiva faziam parte de quase todos⁴¹³ os cursos da Escola Politécnica, à exceção de um⁴¹⁴;
- Esta cadeira seria constituída por uma parte teórica e uma parte prática, que deveriam ser lecionadas pelo lente proprietário e professor substituto, respetivamente.
- O ensino desta cadeira ficaria dividido em dois anos, numa primeira e segunda partes, lecionados no penúltimo e último anos de cada curso, respetivamente, com exceção dos alunos do 2º e 3º Cursos⁴¹⁵ que só faziam a primeira parte.

A cadeira de Geometria Descritiva começava⁴¹⁶ então o seu período de vida nesta casa, mantendo esta estrutura até à criação da Universidade de Lisboa, a 19 de Abril de 1911, a partir do qual a cadeira denominada de Geometria Descritiva converteu-se em Geometria Descritiva e Estereotomia, passando para o primeiro ano e integrada no primeiro grupo da Secção de Matemática da Faculdade de Ciências.

Esta cadeira iniciou pela primeira vez, a primeira parte, no ano letivo de 1860-61 com o respetivo programa⁴¹⁷. De seguida apresenta-se uma tabela cronológica que

1903. Publicou diversos trabalhos no âmbito da Aritmética e da Geometria Descritiva, onde se destaca o «Curso de Geometria Descritiva na Escola Politécnica» em 1899. Cf. Luiz Guilherme Borges de Sequeira. op. cit., pp. 12-15.

⁴¹² Cf. AHMCUL_Regulamento provisório após Carta de Lei de 7 Junho de 1859.

⁴¹³ 1º Curso (Preparatório para Oficiais de Estado Maior, Engenheiro Militar e Civil); 2º Curso (Preparatório para Oficiais de Artilharia); 3º Curso (Oficiais de Marinha); 4º Curso (Engenheiros Construtores de Marinha); e 5º Curso (Curso Geral).

⁴¹⁴ O curso de apenas um ano para Oficiais de Infantaria e Cavalaria.

⁴¹⁵ Cf. AHMCUL_Quadro dos cursos após Carta de Lei de 7 Junho de 1859.

⁴¹⁶ Cf. Carta documentada na receita e despesa da Escola Polytechnica do mês de Outubro de 1860 onde as despesas da Cadeira de Geometria Descritiva aparecem referenciadas como “Aula de Geometria Descritiva”.

⁴¹⁷ Cf. Anexo A - Programa do Curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861.

sintetiza⁴¹⁸ (Tabela 4.5), desde a sua criação⁴¹⁹ até à integração na Universidade de Lisboa, em 1911⁴²⁰.

Tabela 4.5 – Tabela cronológica da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica

1859	<ul style="list-style-type: none">• Carta de Lei de 7 de Junho – criação da cadeira de Geometria Descritiva na Escola Politécnica.
1860	<ul style="list-style-type: none">• Luiz Porfírio da Mota Pegado é nomeado o primeiro lente da cadeira de Geometria Descritiva a 12 de Abril.• Pela portaria de 30 de Novembro de 1860, António Egídio da Ponte Ferreira é nomeado professor substituto.
1860/61	<ul style="list-style-type: none">• Inicia a primeira parte da cadeira com o Programa do Curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861
1861/62	<ul style="list-style-type: none">• Inicia a segunda parte da cadeira de Geometria Descritiva cujo conteúdo programático aborda questões relacionadas com engrenagens, teoria das sombras, perspetiva linear e elementos de estereotomia. Sabe-se que estes conteúdos são substituídos por problemas relativos a superfícies topográficas, “não existindo já nos programas de 1872/73”.
1870	<ul style="list-style-type: none">• Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho apresenta-se como encarregado provisório de apoio ao ensino prático.
1879	<ul style="list-style-type: none">• António Egídio da Ponte Ferreira deixa de colaborar nas aulas práticas
1892/93	Luiz Porfírio da Mota Pegado introduz algumas noções de Geometria Projetiva nas suas lições.

⁴¹⁸ Cf. Luiz Guilherme Borges de Sequeira, op. cit..

⁴¹⁹ Cf. Carta de lei de 7 de Junho de 1859.

⁴²⁰ Cf. Decreto de 12 de Maio de 1911.

1893/94

- Publicação de “Generalidades de Geometria Moderna”, de Luiz Porfírio da Mota Pegado em folhas litografadas.

1899

- Publicação do “Curso da Geometria Descritiva da Escola Politécnica” (que inclui na introdução o documento “Generalidades de Geometria Moderna”) Luiz Porfírio da Mota Pegado, impresso na tipografia da Academia Real das Ciências de Lisboa.

1902/03

- Luiz Porfírio da Mota Pegado dá a sua última lição da 2ª parte, a 28 de Novembro de 1902, afastando-se definitivamente do ensino por motivos de doença.
- Em Janeiro de 1903 Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho assume a regência das duas partes da cadeira de Geometria Descritiva, sendo ele já lente proprietário da cadeira de desenho.

1908/09

- A 1ª parte teórica e prática foi regida pelo lente de matemática Luiz Cabral Teixeira de Morais.
- Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho é nomeado lente proprietário da cadeira pelo Decreto de 5 de Novembro de 1909, mantendo-se até ao fim do ano lectivo 1910/11.

1911

- Criação da Universidade de Lisboa.
- Publicação do plano de estudos da Faculdade de Ciências (que surge a partir da Escola Politécnica) pelo Decreto de 12 de Maio de 1911, engloba a cadeira de Geometria Descritiva no primeiro grupo da Secção de Matemática com a designação de Geometria Descritiva e Estereotomia. Surge também a cadeira de Geometria Projectiva, ambas anuais.
- Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho passa a professor ordinário do 1º Grupo da 1ª Secção da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, continuando a reger a cadeira de Geometria Descritiva.

1912

- Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho que também tinha ficado com a regência de Geometria Projectiva dá a sua última lição a 22 de Janeiro de 1912, por ter atingido o limite de idade, por despacho de 18 de Janeiro de 1912.
- Luiz Guilherme Borges de Sequeira assume a regência de Geometria Projectiva e dá a sua primeira lição a 29 de Janeiro de 1912. Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho passa a professor ordinário do 1º Grupo da 1ª Secção da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, continuando a reger a cadeira de Geometria Descritiva.

A cadeira de Geometria Descritiva teve pouco mais de meio século de vida na Escola Politécnica, desde a sua criação em 1860⁴²¹ até 1911, quando passou para a Faculdade de Ciências.

Neste período de tempo verifica-se que houve apenas dois lentes⁴²² nomeados nesta cadeira, Luiz Porfírio da Mota Pegado a 12 de Abril de 1860 e Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho⁴²³ a 5 de Novembro de 1909, até 12 de Maio de 1911⁴²⁴.

Luiz Porfírio da Mota Pegado foi quem se manteve mais tempo como lente da cadeira, desde a sua nomeação até 28 de Novembro de 1902, quando deu a sua última

⁴²¹ Cf. carta de lei de 7 de Junho de 1859.

⁴²² Estes dois professores aparecem como referência por trabalhos desenvolvidos em Portugal, no âmbito da Geometria descritiva. Cf. Gino Loria, *Storia de la Geometria Descritiva: dalle origini sino ai giorni nostri*, pp. 402-404.

⁴²³ Nasceu a 20 de Novembro de 1838, em Santarém. De 1855 a 1860 frequenta a Escola Politécnica. Segue para o curso da Arma de Infantaria, na Escola do Exército e retorna à Escola Politécnica entre 1862 e 1864 para frequentar o curso preparatório de Artilharia e o curso completo de Geometria Descritiva. Foi sempre um aluno brilhante e rapidamente chega a 1º Tenente de Artilharia a 5 de Fevereiro de 1869. Em Março do ano seguinte inicia a sua atividade como auxiliar da parte prática de Geometria Descritiva, tendo acumulado posteriormente funções na cadeira de Desenho, onde acabou por ser nomeado professor ajudante, a 16 de Julho de 1873. Em 1874 foi promovido a capitão e em 1879 torna-se proprietário da cadeira de Desenho por Decreto de 30 de Outubro, acumulando funções de regente das aulas práticas de Geometria Descritiva. Foi promovido a Major em 1884 e em 1889 foi-lhe atribuída a categoria de lente da cadeira de Geometria Descritiva. É nomeado Coronel do Estado Maior da Arma e da Artilharia em 1900 e três anos depois General de Brigada. Após a morte de Luiz Porfírio da Mota Pegado, é nomeado lente proprietário da cadeira de Geometria Descritiva da Escola Politécnica, a 5 de Novembro de 1909. Após a criação da Universidade de Lisboa é integrado como professor ordinário do 1º Grupo da 1ª Secção na Faculdade de Ciências, mantendo a regência da Geometria Descritiva após a transição. Foi oficialmente aposentado a 20 de Janeiro de 1912. Cf. Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, op. cit., pp. 37-50.

⁴²⁴ Decreto de 12 de Maio de 1911, que engloba a cadeira de Geometria Descritiva no primeiro grupo da Secção de Matemática com a designação de Geometria Descritiva e Estereotomia.

lição de Geometria Descritiva, da respetiva cadeira. Após o seu afastamento das lições Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho assumiu a regência das duas partes. Este último, que já era professor substituto desta cadeira desde 1870 e lente da cadeira de Desenho⁴²⁵ não pôde assumir o cargo de lente proprietário por questões burocráticas. Pelo menos, até ao Decreto de 5 de Novembro de 1909⁴²⁶, onde acabou por ser nomeado lente proprietário da cadeira de Geometria Descritiva da Escola Politécnica. A 8 de Fevereiro de 1910 foi obrigado a optar, por intimação da Direcção Geral de Instrução Pública datada de 29 de Janeiro de 1910, pelo cargo de lente proprietário da cadeira de Geometria Descritiva, abandonando o cargo de lente proprietário de Desenho que detinha desde 1889.

Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho manteve a sua nova categoria até à integração da Faculdade de Ciências na Universidade de Lisboa passando a professor ordinário do 1º Grupo da 1ª Secção da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, onde continuou a reger a cadeira de Geometria Descritiva até Luiz Guilherme Borges de Sequeira⁴²⁷ ser nomeado regente de Geometria Descritiva e Estereotomia por Decreto de 30 de Junho de 1911, precedendo a concurso.

⁴²⁵ «Em virtude da carta de lei de 18 de Junho de 1889, pela qual os professores de Desenho da Escola Politécnica que tivessem um curso superior, além do seu curso completo de Matemática e Geometria, seriam equiparados em categoria, vencimentos e garantias, aos lentes das outras cadeiras, foi-lhe dada a categoria de «lente» passando dêse então a usufruir as correspondentes regalias.» in Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, *Escola Politécnica de Lisboa. X - A cadeira de desenho e os seus professores*, p. 45.

⁴²⁶ «Finalmente, por Decreto de 5 de Novembro de 1909, foi nomeado lente proprietário da cadeira de Geometria Descritiva da Escola Politécnica, sendo dispensado de prestar provas no seu concurso, conforme requerêra, em virtude dêle ser o único concorrente e já ter demonstrado a sua cabal competência nos largos anos que regêra a cadeira.» in Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, op. cit., p. 46.

⁴²⁷ Nasceu a 3 de Junho de 1872, em Lisboa. Frequentou o Real Colégio Militar (1883-1887), concluindo como 1º sargento graduado cadete. Completou o curso de Artilharia em 1892, passando para 2º tenente. Desempenhou diversas atividades em Regimentos de Artilharia e entre 1896 e 1897 fez parte de uma coluna de intervenção em Moçambique comandada pelo Major Mouzinho de Albuquerque. Colaborou com o Gabinete do Ministro da Guerra e foi nomeado ajudante de campo da chefe da Casa Militar de Sua Majestade El-Rei até 1908. Atingiu o posto de Coronel em 1920. Voltou a frequentar a Escola Politécnica no ano letivo 1903-04, para completar a habilitação para concorrer ao lugar de professor substituto das cadeiras de Matemática. Entre 1907 e 1913 foi professor provisório no Liceu Pedro Nunes e a 30 de Junho de 1911 foi nomeado por concurso professor extraordinário da Secção de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Atingiu a categoria de professor ordinário em 1918 e de professor catedrático em 1916. Durante este período foi regente da cadeira de Geometria Descritiva e Estereotomia ininterruptamente, assim como de Geometria Projetiva e de Geometria Superior de forma irregular. Colaborou pontualmente em diversas outras cadeiras como Desenho Topográfico, Desenho de Máquinas, Mecânica Racional, Física Matemática, Cálculo Infinitesimal, Álgebra e Geometria Analítica e Matemáticas Gerais. Também foi professor do Instituto Superior Técnico durante 22 anos. Fez parte da Secção Pedagógica do Conselho Tutelar dos Exércitos de Terra e Mar. Desempenhou funções como diretor interino do Observatório Central Meteorológico (1935). Colaborou na Revista de Artilharia (1905) com diversos artigos. E publicou “Resumos das lições de Geometria Descritiva”, com uma 1ª edição em 1924 e a 2ª em 1928. Cf. Luiz Guilherme Borges de Sequeira. op. cit., pp. 15-17.



Figura 4.20 – Luiz Porfírio da Mota Pegado (1831-1903)⁴²⁸

Figura 4.21 – Alfredo Augusto Schiapa Monteiro de Carvalho (1838-1919)⁴²⁹

Figura 4.22 - Luiz Guilherme Borges de Sequeira (1872-?)⁴³⁰

4.4.3 O Programa da cadeira de Geometria Descritiva e a integração dos modelos nas aulas

Antes de iniciar uma leitura do programa da cadeira de Geometria Descritiva, é importante observar os programas da cadeira de Desenho antes e depois da criação da cadeira de Geometria Descritiva, uma vez que existem fortes ligações entre as duas cadeiras.

O ensino do Desenho⁴³¹ antes da Carta de lei de 7 de Junho 1859 tem a seguinte configuração:

«1º ANO: – Desenho Geométrico – Esboço de Paisagem, de figura humana, animais e vegetais. – Marinhas. ».

«2º ANO: – Traçados elementares de Geometria Descritiva – Perspetiva e Sombras – Desenhos topográficos – Paisagem e aguarela e sépia – Cópia de modelos de Gesso»

«3º ANO: – Desenho de Arquitectura – Continuação dos traçados de Geometria Descritiva, engrenagens, órgãos mecânicos e máquinas.»

⁴²⁸ In Luiz Guilherme Borges de Sequeira. op. cit., p. 7.

⁴²⁹ Idem, p. 11.

⁴³⁰ Idem, p. 15.

⁴³¹ «Por portaria de 12 de Novembro de 1857, onde fica alterado o Primeiro Regulamento da Escola e o do Desenho em especial; baseando-se esta alteração nas consultas que o Governo exigira das escolas superiores de aplicação, de forma a que os correspondentes cursos preparatórios, ministrados nas Escolas, fôssem convenientemente organizados.» in Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, op. cit., p. 7.

«4ºANO: – Construções Geodésicas – Corografia – Estereotomia – Levantamentos de plantas de terrenos, de edifícios e de máquinas – Traçados de Geometria Descritiva e suas aplicações superiores.»⁴³²

Como se pode analisar, este programa tem uma forte componente de conteúdos do âmbito da Geometria Descritiva. Apenas no primeiro e no segundo ano é que os conteúdos do desenho tinham alguma expressão nas matérias a lecionar.

Em conformidade com o Art. 1º da Carta de Lei de 7 de Junho de 1859 foi «o Governo autorizado a criar na Escola Politécnica uma cadeira de geometria descritiva para o ensino d'esta ciência na sua parte theórica e graphica (...) com um Lente proprietário e outro substituto»⁴³³ que permitiu com que o curso de Desenho ficasse «aliviado um pouco (...) e reduzido a 2 anos com o seguinte programa»:

«1º ANO: - Desenho Geométrico – Esboço de Paisagem, de figura humana, animais e vegetais – Marinhas – Traçados elementares de Geometria Descritiva – Perspectiva e Sombras – Desenho topográficos – Cópia de modelos de gesso».

«2º ANO: - Desenho e arquitectura – Continuação dos trabalhos de Geometria Descritiva – Engrenagens – Órgãos mecânicos e máquinas – Levantamento de plantas de terrenos, de edifícios e de máquinas.»⁴³⁴

Mesmo assim, a cadeira de Desenho não passaria de um curso prático, completo, de Geometria Descritiva⁴³⁵. Finalmente, pela portaria de 22 de Outubro de 1864, ficaria aprovado pelo Conselho um programa praticamente livre dos conteúdos da Geometria Descritiva proposto por Ponte Ferreira⁴³⁶, como se apresenta de seguida:

«1º ANO: – Desenho de ornato e paisagem – Descrição e uso de instrumentos empregados em desenho – Desenho de Arquitectura – Desenho de aguadas e de tintas convencionais».

«2ºANO: – Desenho Industrial – Aguadas, aguarelas, sombras e perspectiva – Desenho de arquitectura – Levantamentos de plantas, cópia e redução de plantas, alçados e cortes de edifícios civis»⁴³⁷

⁴³² Idem, p. 8.

⁴³³ In Carta de Lei de 7 de Junho de 1859, publicado no Diário do Govêrno de 6 de Julho de 1859.

⁴³⁴ In Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, op. cit., pp. 8-9.

⁴³⁵ Idem, p. 9.

⁴³⁶ António Egídio da Ponte Ferreira, professor de Desenho e professor substituto da cadeira de Geometria Descritiva.

⁴³⁷ In Arnaldo Cardoso Ressano Garcia, op. cit., p. 10.

Embora a cadeira de Geometria Descritiva tenha ficado com um lente proprietário que provinha da área da Matemática, e por isso uma forte componente teórica, também acabou por ficar com um lente substituto⁴³⁸ proveniente da cadeira de Desenho, não deixando por isso a sua componente prática enfraquecida.

O primeiro programa do curso de Geometria Descritiva pertencia ao ano letivo 1860-1861⁴³⁹, da 1ª parte. Apenas no ano seguinte iniciaria a segunda parte. Baseado em Sequeira⁴⁴⁰ foi publicado o programa de 1864-1865 onde se encontra

«na 2ª parte vários problemas sobre: engrenagens teoria das sombras – perspectiva linear – elementos de estereotomia, que pouco fizeram parte do curso, não existindo já nos programas publicados em 1872-1873, mas sabe-se que foram eliminados anteriormente e substituídos na 2ª parte por problemas relativos a superfícies topográficas»

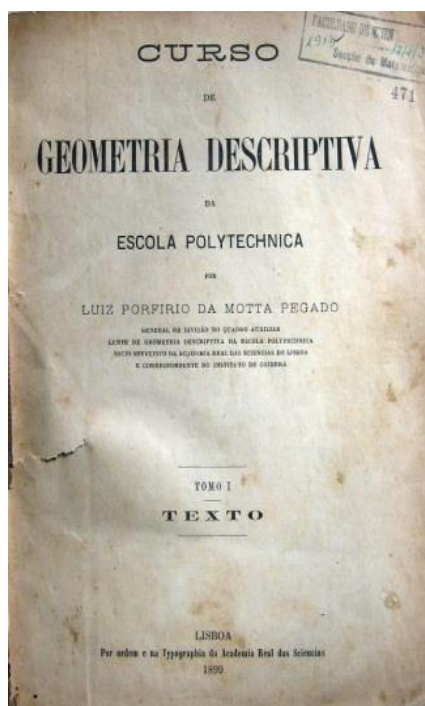


Figura 4.23 – Capa “Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica – Tomo I”, 1899, Luiz Porfírio da Motta Pegado

⁴³⁸ António Egídio da Ponte Ferreira - lente substituto da cadeira de Geometria Descritiva nomeado pela portaria de 30 de Novembro de 1860 até 1879.

⁴³⁹ Cf. Anexo - Programa do Curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861. In Luiz Borges de Sequeira, op. cit., pp. 17-24.

⁴⁴⁰ Idem, p. 6.

No ano letivo 1892-1893 Mota Pegado começou por introduzir alguns elementos de Geometria Projetiva nas suas lições e em 1893-1894 publicou «Generalidades de Geometria Moderna»⁴⁴¹, que mais tarde o mesmo título faria parte da introdução do «Curso de Geometria Descritiva da Escola Politécnica»⁴⁴², impresso por ordem e na tipografia da Academia Real das Ciências de Lisboa em 1899 (Figura 4.23). Daí em diante este livro serviria integralmente, como apoio às lições do Professor Mota Pegado, que o descreveu como algo que procurou «redigir (...) de modo que se tornasse bem sensível a conexão existente entre as construções habitualmente usadas em geometria descritiva e as que derivam das transformações fundadas nas teorias mais gerais da ciência, a que uns têm chamado geometria moderna e outros geometria superior ou projectiva»⁴⁴³.

Tendo em consideração o referido programa opta-se por apresentar as áreas temáticas organizadas segundo Ricca⁴⁴⁴ (Tabela 4.6).

A nível estrutural este curso acabou por ficar distribuído em dois anos, integrados num terceiro e quarto anos, respetivamente, primeira e segunda partes. Em termos de carga horária compreendia duas lições teóricas de uma hora e meia e três lições práticas de duas horas. Ao todo os alunos tinham nove horas semanais, três teóricas e seis práticas.⁴⁴⁵

Tabela 4.6 – Programa do curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861

Áreas temáticas	Descrição
Noções Gerais	<ul style="list-style-type: none"> • Fundamentos e definições do Sistema de Dupla Projeção Ortogonal • Representação do ponto • Representação da reta

⁴⁴¹ Publicação das lições do ano letivo 1893-1894 em folhas litografadas.

⁴⁴² Publicação «que contem desenvolvida introdução intitulada «Generalidades de Geometria Moderna», um capítulo sobre cônicas (geração homográfica) e suas propriedades e outros capítulos sobre geração de quadricas regradas por meio de estelas correlativas e geração de quadricas regradas por meio de feixes de planos.» in Luiz Borges de Sequeira, op. cit., p. 6.

⁴⁴³ In Luiz Porfírio da Motta Pegado, *Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica*, pp. prefacio.

⁴⁴⁴ Optou-se por fazer uma leitura com base no livro de Guilherme Ricca, *Geometria Descritiva – Método de Monge*, pelo facto de se encontrar, de forma organizada, a maior parte dos conteúdos mencionados no programa da 1ª Parte da cadeira de Geometria Descritiva referentes ao ano de 1860-1861. Existe outra semelhança que se pode aplicar em relação à obra de Luiz Porfírio da Motta Pegado, “*Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica*”, que implica a supressão formal da linha de terra ou eixo x, por parte de Guilherme Ricca. No momento não foram encontrados dados que nos confirmem que antes da publicação desta obra Motta Pegado tenha optado por dar as suas aulas suprimindo a “linha de terra”. No entanto ele justifica no prefacio que esta supressão foi proposta pelo professor Mannheim da Escola Polytechnica de Paris, primeiro nas Nouvelles Annales de Mathématiques (3ª série, t. I, 1882), e depois num folheto separado, com o título “Premiers éléments de la Géométrie descriptive”.

⁴⁴⁵ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, p. 3.

	<ul style="list-style-type: none"> • Representação do plano • Projeções oblíquas
União e Interseção	<ul style="list-style-type: none"> • Interseção de planos • Interseção duma reta com um plano • Retas paralelas. • Retas e planos paralelos • Planos paralelos
Perpendicularidade	<ul style="list-style-type: none"> • Definições. Condições de perpendicularidade • Ângulos retos em projeção • Retas e planos perpendiculares • Planos perpendiculares. • Perpendicular comum a duas retas
Métodos Auxiliares (Problemas Métricos)	<ul style="list-style-type: none"> • Métodos auxiliares: mudanças de planos; rotações e rebatimentos • Problemas métricos: distâncias e planos
Substituição dos Planos de Projeção (Mudanças de planos)	<ul style="list-style-type: none"> • Bases e novas projeções do ponto • Novas projeções da reta • Novas projeções do plano • Distâncias • Ângulos
Rotações	<ul style="list-style-type: none"> • Bases e novas projeções do ponto • Rotação da reta • Rotação do plano • Distâncias • Ângulos
Rebatimentos	<ul style="list-style-type: none"> • Rebatimentos de pontos e retas • Levantamento de pontos e retas • Verdadeira grandeza de figuras planas • Distâncias • Ângulos
Curvas	<ul style="list-style-type: none"> • Curvas planas: epicicloide • Curvas empenadas
Superfícies	<ul style="list-style-type: none"> • Introdução: ordem, nomenclatura, classificação e ordem • Superfícies regradas planificáveis: cónica e cilíndrica; helicoides planificáveis (hélice) • Superfícies regradas empenadas: conoide; helicoides; paraboloides regradados • Superfícies curvas: hiperboloide elíptico • Superfícies de revolução: cónica e cilíndrica; hiperboloide de uma folha • Planos tangentes • Contornos e projeções • Planificações: transformada; ponto de inflexão
Superfícies Cónicas e Cilíndricas	<ul style="list-style-type: none"> • Introdução • Interseção com uma reta • Planos tangentes • Contornos aparentes • Interseções: tipos; tangente num ponto; pontos notáveis
Secções Planas de Cones e Cilindros	<ul style="list-style-type: none"> • Construção da secção plana • Tangentes notáveis à secção plana • Secções planas e homologia • Secções planas de superfícies de segundo plano
Outros	<ul style="list-style-type: none"> • Secções planas do hiperboloide de revolução (elípticas e hiperbólicas) • Interseção e superfícies curvas • Parafuso de filete triangular e de filete quadrangular • Conoide de abóbada de aresta sobre tumba anelar • Secções de helicoides empenados

O lente proprietário⁴⁴⁶ da cadeira de Geometria Descritiva identificou como um dos objetivos desta cadeira a «imensa aplicação que tem aos variados ramos da indústria humana e especialmente pela sua utilidade na ciência das construções»⁴⁴⁷.

«Após três anos de experiência Motta Pegado reorganiza⁴⁴⁸ o programa inicial desta cadeira pelo facto de ter tornado “impossível dar na 1ª parte (ou 1º anno) mais do que as questões relativas à recta e plano (preliminares), aos planos tangentes às superfícies cylíndricas e conicas, um caso especial dos planos tangentes às superfícies de revolução, as intersecções das superfícies e a theoria dos planos cotados»⁴⁴⁹ e na «2ª parte (2º anno) (...) o estudo da geometria decriptiva pura, (...) explicando sumariamente a theoria geometrica das sombras, a perspectiva cónica e as engrenagens planas»⁴⁵⁰, mas deixando sempre a estereotomia de parte por falta de tempo. Por esse motivo o lente da cadeira decidiu que a partir do ano lectivo de 1863-1864 começaria as suas lições pela estereotomia.»



Figura 4.24 – «Anfiteatro de Geometria da Escola Politécnica, 1887-1888»; Foto de J. David, Paris, Cota MCUL – 1045; Imagem integrada na exposição “Memórias e Espaços da Politécnica”

⁴⁴⁶ Referente a Luiz Porfírio da Motta Pegado.

⁴⁴⁷ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, p. 1.

⁴⁴⁸ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, pp. 12-13.

⁴⁴⁹ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, p. 12.

⁴⁵⁰ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, p. 12.

A imagem apresentada na Figura 4.24 retrata o «Anfiteatro de Geometria da Escola Politécnica», no ano letivo 1887-1888, onde se consegue visualizar um modelo em cima da mesa do professor, à frente do quadro negro onde eram dadas as lições, e os restantes modelos de Geometria Descritiva dentro dos armários. Esta sala era utilizada fundamentalmente para dar as aulas teóricas.

Na Figura 4.25 consegue-se visualizar uma fotografia da «Sala de Desenho da Escola Politécnica» onde eram dadas as aulas práticas. Estas mesas funcionariam como mesas de trabalho, não só para as aulas da cadeira de Desenho como também para as aulas práticas da cadeira de Geometria Descritiva.



Figura 4.25 – «Sala de Desenho da Escola Politécnica», Foto A. Bobone, fotógrafo da Casa Real Portuguesa, Cota MCUL – 1046; Imagem integrada na exposição “Memórias e Espaços da Politécnica”

4.4.4 O processo de aquisição dos modelos para a cadeira de Geometria Descritiva

O pedido de aquisição desta coleção efetuada pelo Diretor Proprietário da Escola Polytechnica ao Ministro e Secretário de Estado dos Negócios Estrangeiros é justificado da seguinte forma:

«Sendo d'absoluta necessidade que as lições de Geometria descritiva sejam feitas à vista dos competentes modelos (...) Tenho por isso a honra de apresentar (...) com a maior urgencia por estar muito proximo o tempo lectivo, afim de ser authorizada a despesa extraordinaria de 4:000 francos, que é quanto se calcula o custo d'uma coleção completa para as mais importantes partes do ensino.»⁴⁵¹

Este pedido que teve uma resposta deferida, propunha o lente de Zoologia, José Vicente Barbosa du Bocage como intermediário, uma vez que iria deslocar-se brevemente a Paris em serviço da Escola. A resposta autorizava o pedido de despesa «até á quantia acima designada; na intelligencia de que se vão expedir as ordens convenientes para ser posta à disposição do citado lente (...) pela Agencia Financeira em Londres, a soma destinada áquelle fim.»⁴⁵²

Existe uma indicação da encomenda realizada pelo lente da cadeira de Geometria Descritiva entregue pelo lente de Zoologia a José Maurício Vieira⁴⁵³ em Paris, onde ficaram discriminados dois tipos de modelos:⁴⁵⁴

- «relação A», constituída pela «collecção de geometria descriptiva de Mr Th Ollivier» «em tudo conforme áquelles que existe no Conservatoire des arts et metiers de Paris» e de mais três modelos extraordinários pela soma de quatro mil e sessenta e cinco francos;
- «relação B» que seriam feitos em madeira, pelo mesmo fabricante e pela soma de mil e quinhentos francos.

Esta encomenda acabou por ficar reduzida à «relação A» - «collection de quarante neuf modeles pour l'étude de la geometrie descriptive (...) faite par (...) Mr Fabre de Lagrange de Paris, compris une série des appareils à fils de soie et à mouvements de Th. Ollivier»⁴⁵⁵ e mais três modelos extra, pelo preço final de quatro mil e sessenta e cinco francos.

⁴⁵¹ Cf. AHMCUL_ Cópia de ofício do Director da Escola Politécnica de 04 de Setembro de 1860 enviado ao Ministro e Secretário de Estado dos Negócios do Reino

⁴⁵² Cf. AHMCUL_ Ofício da Repartição de Contabilidade do Ministério do Reino de 05 de Setembro de 1860 enviado ao Director da Escola Politécnica

⁴⁵³ Antigo preparador de física da Escola Politécnica, residente em Paris e que fez a encomenda diretamente a Fabre Lagrange.

⁴⁵⁴ Cf. AHMCUL_ Ofício de José Maurício Vieira de 17 de Outubro de 1860 enviado a Mota Pegado

⁴⁵⁵ Cf. AHMCUL_ Cópia de carta enviada por B.ⁱⁿ Barral de 18 de Agosto de 1861 a José Vicente Barbosa du Bocage.

A «relação B» mencionada no pedido efetuado pelo Diretor da Escola Politécnica enviado ao Ministro e Secretário de Estado dos Negócios do Reino a 29 de Novembro de 1860 acabaria por ficar pendente. O que se pode concluir é que as vinte peças que constituem este estudo fizeram parte da encomenda constituída pela «relação A», não sendo possível determinar o paradeiro das restantes peças.

Mota Pegado descreve esta coleção como sendo «uma boa colecção de modelos para o ensino da geometria descritiva»⁴⁵⁶.

4.4.5 Integração dos modelos desta coleção como peças museológicas

Esta coleção, atualmente com vinte elementos, faz parte do espólio do atual Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa com a classificação genérica de «MODELOS MATEMÁTICOS E INSTRUMENTOS DE CÁLCULO», em todos eles consta na sua ficha de inventário «NOME DE OBJECTO: Modelo de Geometria Descritiva».

A Tabela 4.7 apresenta os objetos divididos em dois grupos, representados pelo respectivo número de inventário.

Tabela 4.7 – Tabela das peças divididas por n.ºs de inventário em dois grupos

Superfícies Regradadas	Interseção de Superfícies
N.º de Inv. 210	N.º de Inv. 211
N.º de Inv. 212	N.º de Inv. 1116
N.º de Inv. 1113	N.º de Inv. 1119
N.º de Inv. 1114	N.º de Inv. 1122
N.º de Inv. 1115	N.º de Inv. 1125
N.º de Inv. 1117	N.º de Inv. 1128
N.º de Inv. 1118	N.º de Inv. 1129
N.º de Inv. 1120	
N.º de Inv. 1121	
N.º de Inv. 1123	
N.º de Inv. 1124	
N.º de Inv. 1126	
N.º de Inv. 1127	

⁴⁵⁶ Cf. AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862_1863, p. 17.

Estas fichas foram todas realizadas por Bragança Gil⁴⁵⁷. Em anexo⁴⁵⁸ encontra-se uma tabela que resume as fichas de inventário das peças.

Conforme apresentado na Tabela 4.7⁴⁵⁹, as vinte peças consideradas podem ser divididas da seguinte forma:

- Treze peças de superfícies regradadas;
- E sete peças de interseção de superfícies.

Perante a análise realizada às fichas de inventário deparamo-nos com a necessidade de encontrar nomes que identificassem especificamente cada um dos objetos, contrapondo a classificação genérica de «Modelo de Geometria Descritiva».

Na Tabela 4.8 são apresentadas propostas de nomes para cada uma das vinte peças desta coleção.

Tabela 4.8 – Propostas de denominações para os Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

Nº de Inventário	Denominações
210	Modelo de transformação de hiperboloide de uma folha a cone assímptótico e paraboloides tangente
211	Modelo de interseção de dois paraboloides em transformação
212	Modelo de cilindro e hiperboloide
1113	Modelo de cilindro metálico com geratrizes e bases oblíquas
1114	Modelo de transformação de conoide e de tronco de cone
1115	Modelo de transformação de um paraboloides hiperbólico
1116	Modelo de interseção de dois meios cilindros
1117	Modelo de transformação de meio cilindro e paraboloides hiperbólico tangente
1118	Modelo de transformação de hiperboloide de uma folha e de conoide
1119	Modelo de interseção de dois conóides
1120	Modelo de transformação de meio cone e paraboloides hiperbólico tangente
1121	Modelo de hiperboloide de uma folha e paraboloides tangente

⁴⁵⁷ Fernando Bragança Gil (1927-2009) - defensor e estudioso dos espólios dos museus científicos universitários e director do Museu da Ciência da Universidade de Lisboa desde a sua fundação até 2003.

⁴⁵⁸ Consultar anexo “Tabela A.2 – Coleção de Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa”.

⁴⁵⁹ Cf. J. M. Hervé, op. cit., p. 297.

1122	Modelo de interseção de dois troncos de cone
1123	Modelo de conoide com cone director
1124	Modelo de superfície regrada gerada por duas espirais
1125	Modelo de interseção de duas superfícies cónicas
1126	Modelo de cilindro metálico com geratrizes e bases paralelas
1127	Modelo de transformação de hiperboloide de uma folha a cone assíntótico com paraboloides tangente
1128	Modelo de interseção de dois meios cilindros em transformação
1129	Modelo de interseção de duas superfícies curvas

Este conjunto de objetos ingressou no antigo Museu da Ciência em duas fases. A primeira realizou-se em Fevereiro de 1987, com n.ºs de inventário que iniciam no 210 até ao 212. E uma segunda fase decorreu em Dezembro de 1999, com os n.ºs de inventário que vão do 1113 ao 1129.

Apenas os três modelos integrados inicialmente é que têm alguma informação no campo de observações e da bibliografia. O n.º 210 e o n.º 211 fizeram parte da Exposição «Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – Passado, Presente, Perspectivas Futuras» assim como do catálogo da referida exposição com as cotas EG2 e EG3, respetivamente. Em relação ao n.º 212 consta que esteve presente no Palácio Foz anunciando a mesma exposição.

Em termos de informação histórica sabe-se que todas são provenientes da Escola Politécnica, mas que parte delas foram incluídas no espólio do antigo Museu da Ciência como depósito da «Secção de Matemática Aplicada da F.C.U.L.» em 1987, e as restantes como depósito do «Departamento de Matemática da FCUL». Todas as peças foram encomendadas em 1860, por indicação do lente da cadeira de Geometria Descritiva da Escola Politécnica, Luiz Porfírio da Mota Pegado, para auxiliar as aulas da referida cadeira. Só em 1911, quando a Faculdade de Ciências é integrada na Universidade de Lisboa e a respetiva cadeira passa a pertencer à «Secção de Matemática» é que esta coleção fica sob a responsabilidade deste novo grupo, que está na origem do atual Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

O estado geral de conservação indica que sete das peças se encontra em bom estado, onze em estado deficiente, um incompleto e outro avariado. Nenhuma das peças tem informação sobre possíveis beneficiações ou restauros na ficha de inventário.

4.4.6 A coleção de Modelos de Geometria Descritiva do Instituto Superior de Engenharia do Porto.

O Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto também tem um conjunto de objetos semelhantes à coleção do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa.

Estas duas coleções são da mesma época, embora de fabricantes diferentes, ambas são cópias da coleção do Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris, da autoria de Théodore Olivier.

Esta coleção do Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto foi comprada à «Secretan»⁴⁶⁰. Embora Théodore Olivier os tenha inventado e vendido a diversas instituições, alguns fabricantes também as reproduziram e venderam autonomamente.

Esta «Colecção de modelos das figuras de geometria descriptiva igual a que existe no Conservatoire d'Artes e Officios de Paris»⁴⁶¹ foi comprada por ordem⁴⁶² de Gustavo Adolfo Gonçalves e Sousa, diretor interino do Instituto Industrial, como comprova uma carta do próprio ao «Ministro das Obras Publicas Commercio e Industria», onde se apresenta a «Relação dos aparelhos e machinas para o laboratório chimico e gabinete de phisica do Instituto Industrial do Porto». Neste documento consta uma lista de objetos a adquirir onde se pode identificar a coleção de «modelos das figuras de geometria descriptiva desde a sua projecção das linhas até à penetração dos

⁴⁶⁰ Segundo Maria Oflia Pereira Lage, Exposição de Geometria Descritiva [Em linha], a empresa “Secretan” surge com Marc Francois-Louis Secretan (1804-1867), professor de matemática de Lausaganne. Secretan associa-se a Noël Jan Lerebours em 1845, um ano depois de se fixar em Paris, criando a firma “Lerebours e Secretan”. Em 1855 assume o controlo total da empresa, obtendo grande sucesso. Depois da sua morte, o filho Auguste Secretan (1833-1874) toma conta da firma. George Manuel Secretan (1837-1906) dá continuidade à empresa do primo passando para o seu filho Paul Victor Secretan, que a mantém até ao início do Séc. XX.

⁴⁶¹ In “Carta do Director do Instituto Industrial do Porto Gustavo Adolfo Gonçalves e Sousa de 10 de Junho de 1868 ao Conselheiro Director Geral da Contabilidade do Ministerio das Obras Publicas”.

⁴⁶² In “Carta do Director do Instituto Industrial do Porto Gustavo Adolfo Gonçalves e Sousa de 10 de Junho de 1868 ao Conselheiro Director Geral da Contabilidade do Ministerio das Obras Publicas”.

sólidos»⁴⁶³. O valor de compra desta coleção foi de 3000 francos, equivalente a 600.00 reis, na época.

Inicialmente esta coleção era composta por trinta modelos, mas atualmente existem apenas vinte e sete, totalmente recuperados e restaurados. Como se pode verificar, estes modelos também se incluem na primeira categoria⁴⁶⁴ de modelos inventados por Olivier. Segundo Lage⁴⁶⁵, estas peças dividem-se em duas categorias:

- Superfícies regradas contendo partes móveis
- E interseções de superfícies.

Estas peças também tinham a função de auxiliar os professores nas suas lições sobre conteúdos teóricos de Geometria Descritiva com explicações «das regras e processos geométricos conjuntamente com indicações sobre como utilizar os instrumentos de precisão»⁴⁶⁶.

O objetivo destas aulas não passaria pela formação de desenhadores, mas pelo estudo das «formas e das cores de modo a utilizá-las pela sua perfeita leitura nas várias aplicações»⁴⁶⁷, privilegiando o conhecimento e a compreensão da linguagem gráfica do desenho relativamente à execução prática da mesma.

A Figura 4.26 refere-se à peça denominada «Modelo de transformação de um cilindro num hiperboloide de uma folha», pois permite a visualização de um hiperboloide não só de uma superfície regradada, como também permite constatar que a superfície cilíndrica e a superfície cônica constituem casos particulares destas superfícies. Este objeto tem como objetivo demonstrar uma diversidade de projeções de linhas e de superfícies e foi construída com os seguintes materiais - madeira, latão, chumbo e fios de algodão⁴⁶⁸.

A Figura 4.27 representa uma peça denominada «Modelo de penetração de dois cilindros», que permite a visualização da linha de interseção de dois cilindros. Tem como objetivo ilustrar as várias projeções das linhas que as constituem, mas também a

⁴⁶³ In “Cópia da carta de António Pinto de Magalhães Aguiar de 13 de Junho de 1868”.

⁴⁶⁴ Cf. J. M. Hervé, op. cit., p. 297.

⁴⁶⁵ Cf. Maria Otília Pereira Lage, *Exposição de Geometria Descritiva* [Em linha].

⁴⁶⁶ *Idem*, p. 29.

⁴⁶⁷ *Idem*, *ibidem*.

⁴⁶⁸ Estes fios foram substituídos no seu processo de recuperação e restauro.

interseção de duas superfícies cilíndricas, que neste caso resultam numa penetração tangencial simples. Os materiais utilizados para a sua construção são a madeira, o latão, o chumbo e fios de algodão.



Figura 4.26 – Modelo de transformação de um cilindro num hiperboloide de uma folha; N° de inventário - MPL312OBJ; Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto

Figura 4.27 – Modelo de penetração de dois cilindros; N° de inventário - MPL307OBJ; Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto

4.5 Síntese conclusiva

Este capítulo teve como objetivo realizar uma reflexão sobre a importância dos recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem.

Houve necessidade de reunir os diversos tipos de recursos em três grupos principais: os convencionais, os audiovisuais e as novas tecnologias. As escolhas realizadas pelo professor baseiam-se fundamentalmente nos objetivos da aula associados à sua funcionalidade e na avaliação dos recursos para conduzir a uma seleção adequada ao perfil da aula a construir. Outro aspecto que apresenta alguma relevância relaciona-se com a garantia da eficácia na utilização dos recursos didáticos, nomeadamente na verificação da operacionalidade do material de apoio tecnológico, na adequação dos materiais e na escolha das atividades adaptadas ao currículo e ao grupo de alunos para o qual é dirigido e finalmente a organização da aula, assegurando a

disponibilidade da sala de aula, a distribuição dos alunos, o tempo da sessão e a metodologia a aplicar.

Seguidamente foi realizado um levantamento dos recursos didáticos enunciados e aconselhados nos sucessivos programas curriculares das disciplinas que constituem o passado histórico da atual Geometria Descritiva A do Ensino Secundário. Nesta análise cronológica procurou-se demarcar os programas onde foram introduzidas alterações relativas aos recursos didáticos a utilizar, conforme Figura 4.2, dando especial ênfase ao programa vigente, cujos recursos apontados se constituíram na variável dos “recursos” desta investigação e apresentada como tal no Capítulo 4.

No decorrer desta pesquisa, na necessidade de procurar respostas no âmbito da construção das disciplinas de Geometria da atual Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, foi encontrado um documento verdadeiramente importante, que assumiu um papel central no desenho dos verdadeiros objetivos deste estudo, que na sua essência nos aproximam da necessidade de estudar a eficácia dos recursos didáticos no ensino da Geometria Descritiva.

Este documento acabou por ter um efeito catalisador nesta investigação, que se intitula como um “relatório” e onde são apresentadas um conjunto de ideias que se aproxima de uma análise qualitativa, relativamente à utilização de modelos físicos tridimensionais em aulas de Geometria Descritiva, no ano letivo 1861-62. Neste documento apresentado em 6 folhas A₄ dobradas ao meio, cozidas com linha verde, Luís Porfírio da Mota Pegado revelou a importância deste conjunto de modelos tridimensionais para o ensino e aprendizagem da referida disciplina. O entusiasmo nestas descobertas e o reconhecimento da necessidade de investigar, de analisar e de medir presentemente a aplicabilidade dos diversos recursos apresentados num programa atual ganhou sentido na procura de uma construção sólida da disciplina de Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais, que tornou possível e suportou o modelo empírico apresentado no capítulo seguinte.

Ainda integrado neste capítulo, optou-se por realizar um estudo dos respetivos modelos tridimensionais em diferentes perspetivas, assumindo inicialmente o valor que estes modelos tiveram não só como recursos didáticos em determinado momento da história do ensino da Geometria Descritiva em Portugal, mas também como peças museológicas que se integraram no atual Museu Nacional de História Natural e da

Ciência da Universidade de Lisboa. Estes modelos representam acima de tudo uma forte ligação com o ensino da Geometria em França, pois trata-se de um conjunto de réplicas dos modelos tridimensionais de Théodore Olivier, que na sua génese formativa teve contato com Gaspard Monge.

Capítulo 5

Modelo empírico

«em Geometria Descritiva o processo a usar (...) primeiro [é] o raciocínio logicamente certo, depois a memória para fixar o que se compreendeu. Até a memória visual, tão útil para a fixação das resoluções gráficas dos problemas, deve ser usada sempre, só depois do raciocínio, porque para problemas idênticos e de idêntico raciocínio, o aspecto gráfico de resolução em geral é totalmente diferente»⁴⁶⁹

5.1 Introdução

Um modelo empírico caracteriza-se por conduzir à obtenção de respostas às questões de uma investigação recorrendo a sistemas reais, os quais possam refletir o mais possível o funcionamento do sistema em estudo. Nesta investigação empírica é estudado o impacto da utilização dos recursos didáticos no ensino da Geometria Descritiva, realizado no âmbito da disciplina da “Didática da Geometria” do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa com o objetivo de atingir algumas das finalidades previstas no programa da respetiva disciplina, do Ensino Secundário. Embora seja dado especial ênfase á utilização de recursos suportados pelas tecnologias emergentes, a análise entre pares conteúdos/recursos que potencializem a visualização espacial e a conseqüente evolução na aprendizagem dos alunos de Geometria Descritiva A é sem dúvida o foco principal deste estudo (Figura 5.1).

Considerando a observação como a melhor forma de conhecer a realidade⁴⁷⁰, foi possível no decorrer das aulas da “Didática da Geometria”, observar alguma

⁴⁶⁹ In Carlos da Silva Pinheiro e Pedro Fialho de Sousa, *Desenho TPU 13*, pp. 3-4.

⁴⁷⁰ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], *O processo de investigação da concepção à realização*, p. 36.

dificuldade, por parte dos mestrandos, em selecionar o recurso didático adequado para construir e estruturar o trabalho em desenvolvimento, o que conduziu indutivamente a um conjunto de variáveis, com o objetivo de caracterizar a forma de atingir melhores resultados nesta disciplina.

Esta dificuldade dos alunos em compreender no espaço os conteúdos da Geometria Descritiva trouxe a motivação para este estudo no sentido de incentivar os professores à diversificação na utilização dos recursos disponíveis, de forma a tentar suplantar esse déficit. No entanto, a experiência tem evidenciado que este problema pode ganhar ou perder amplitude, ao longo da aplicação do programa da disciplina.

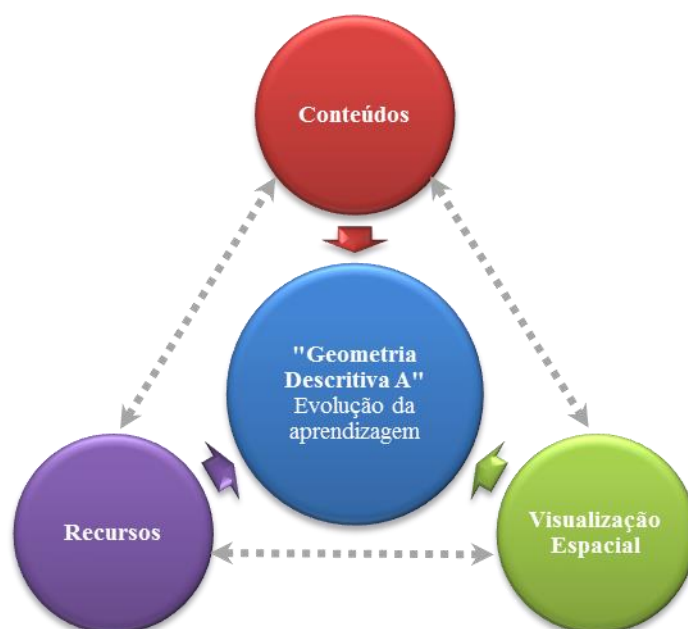


Figura 5.1 – Relação entre as 3 variáveis chave para evolução da aprendizagem Geometria Descritiva A

5.2 Caracterização do modelo

O objetivo do estudo relaciona-se diretamente com o nível de conhecimento do objeto em estudo⁴⁷¹, pelo que a definição do sistema (Docente » Aluno), constitui um passo essencial na implementação de um modelo empírico organizado, que potencialize os resultados obtidos para dar resposta às questões de investigação (Figura 5.2).

⁴⁷¹ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit.

Caracterizada fundamentalmente pela descoberta de relações entre variáveis e pela descrição dessas interligações, esta investigação enquadra-se num nível II⁴⁷², já que assenta sobre uma estrutura que tem como ponto de partida um conjunto de questões que se iniciam com «conceitos que são mais familiares ao investigador porque existem conhecimentos no domínio»⁴⁷³. «Uma vez descobertas e descritas as relações, o investigador deseja frequentemente explorar a natureza das relações entre as variáveis»⁴⁷⁴.

O modelo empírico a implementar (Figura 5.2) teve como base a observação das aulas da unidade curricular de Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, onde foi possível identificar um conjunto de parâmetros que permitiram definir no sistema, não só o perfil dos mestrandos que fizeram parte da amostra recolhida, como também as próprias variáveis de atributo deste Grupo.

5.2.1 Funcionalidades

A estrutura do modelo empírico é caracterizada por três entidades funcionais. Estas entidades constituem os estádios do sistema uma vez que as variáveis integrantes são responsáveis por desencadear alterações no estado do sistema que se refletem na aquisição de conhecimentos, aumento do interesse demonstrado e desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo por parte do aluno (Figura 5.2).

A primeira fase do sistema fica representada pela caracterização do perfil dos alunos do Grupo MEAV-UL, considerando todas as questões que fizeram parte do bloco do perfil (Tabela 5.2) e que farão parte dos parâmetros de entrada. Destacam-se nesta fase, os intervalos etários e a formação base como elementos a ser utilizados na análise de resultados.

A segunda fase constitui-se do trabalho desenvolvido no âmbito da Didática da Geometria no qual se pretende encontrar as combinações mais adequadas de recursos/conteúdos que fazem parte do atual programa de Geometria Descritiva A do

⁴⁷² Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit.

⁴⁷³ Idem, p. 100.

⁴⁷⁴ Idem, p. 100.

Ensino Secundário. Esta fase acabou por ficar representada pelas questões que constituem o bloco da experiência (Tabela 5.2).

A terceira fase admite que no processo de ensino iniciado na segunda fase se consiga realizar uma avaliação da evolução da aprendizagem, perante as opções realizadas para lecionar cada um dos conteúdos apresentados na Tabela 5.5. Entendeu-se que a visualização espacial é uma componente fundamental para a compreensão das várias relações estabelecidas entre as diversas entidades no espaço, capazes de fornecer os ingredientes necessários para compreender e evoluir o conhecimento da Geometria Descritiva.

«A Geometria Descritiva fornece-nos os processos e os métodos para representar, no papel, a descrição dessas relações espaciais. Assim, há que, em primeiro lugar VER no espaço os raciocínios que conduzem à resolução de um determinado problema. É essa a primeira e principal tarefa do docente e que é exclusivamente sua (...). Em seguida há que descrever graficamente os raciocínios espaciais através dos traçados que lhes são inerentes...»⁴⁷⁵

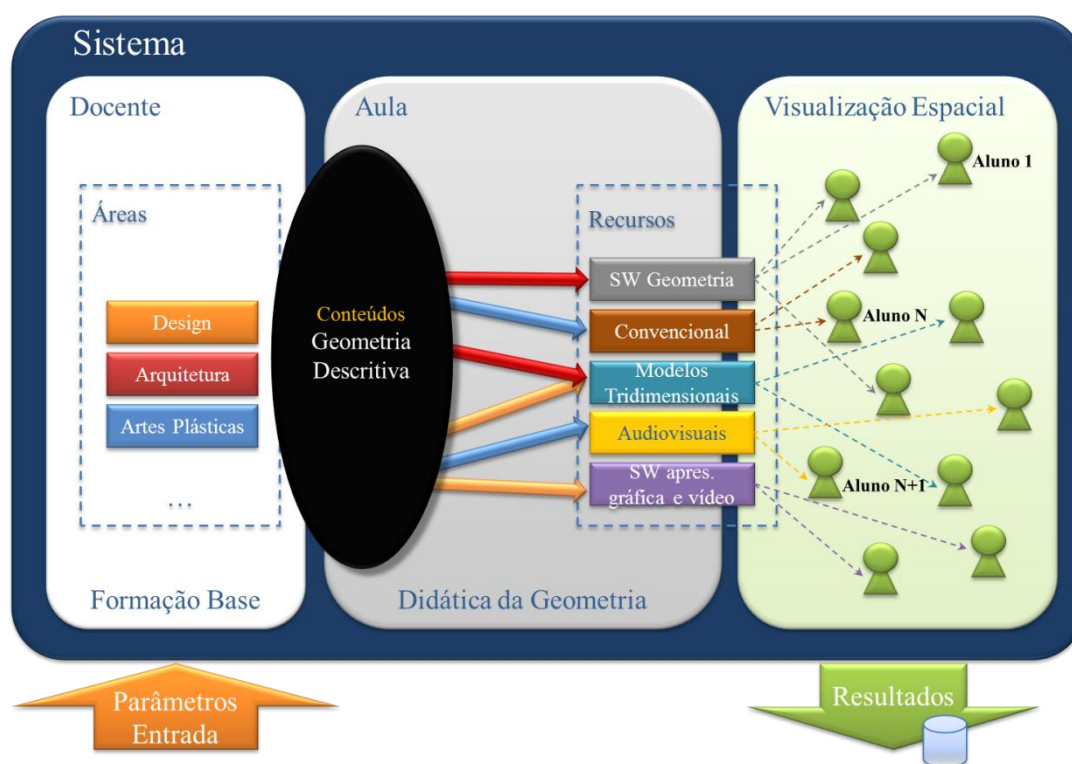


Figura 5.2 – Caracterização do modelo empírico

⁴⁷⁵ Cf. José Fernando de Santa-Rita, Manuais escolares de Geometria Descritiva – uma experiência de docência e autoria, p. 7.

Neste sentido, foi necessário encontrar um meio de conseguir quantificar os resultados obtidos após a montagem do sistema que representava o modelo empírico posto em prática no decorrer das aulas da Didática da Geometria. Assim, após os trabalhos desenvolvidos e apresentados no âmbito da respetiva disciplina foi colocado um Questionário aos mestrandos com o objetivo de recolher dados relativos ao desenvolvimento das suas atividades com os alunos na respetiva cadeira. Os resultados obtidos constituíram parte integrante do modelo empírico apresentado para os mestrandos, futuros professores de Geometria Descritiva (Grupo MEAV-UL).

5.2.2 Validação

Assente num modelo empírico com as mesmas características (Figura 5.2) foi realizado um outro questionário equivalente, a uma amostra representativa do atual universo de professores que já tinham lecionado Geometria Descritiva A no Ensino Secundário em Portugal continental (Grupo P-ES ou grupo de controlo - modelo atual, apresentado na Figura 1.1), o que permitiu definir o processo de incrementação qualitativa da visualização espacial (Figura 5.3). Este processo do tipo “realimentação positiva” (realimentado com dados que potencializam a evolução da aprendizagem em Geometria Descritiva A e apresentado na Figura 5.1) é definido através da comparação entre os resultados obtidos via modelo atual (Grupo P-ES) e os obtidos via modelo empírico (Grupo MEAV-UL).

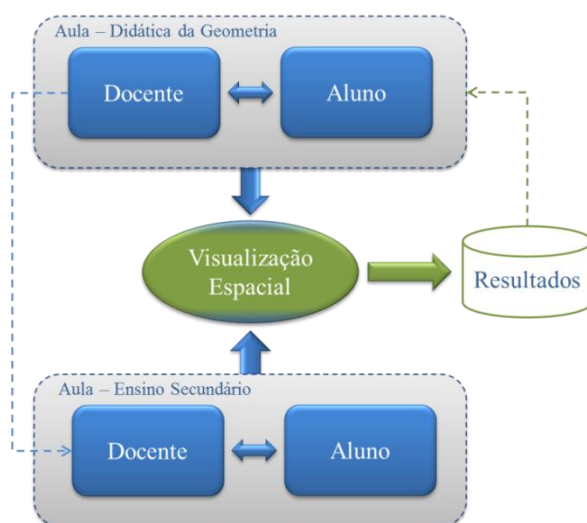


Figura 5.3 – Representação do processo de incrementação qualitativa da visualização espacial

É importante referir que neste processo está implícito uma transferência periódica de novos Docentes para o Ensino Secundário, os quais irão integrar o modelo referente ao Grupo P-ES. Este fenómeno poderá levar a um enriquecimento constante do modelo empírico, permitindo atingir níveis elevados de aprendizagem num período de tempo que poderá ser estimado num outro âmbito.

Para desenvolver os meios necessários á extração de resultados neste processo foram enunciadas um conjunto de questões, de acordo com os objetivos definidos em 1.2.

As questões para as quais se pretende encontrar respostas são as seguintes:

- Quais os recursos mais utilizados para a disciplina de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário.
- Qual o Índice Tecnológico dos recursos utilizados para cada uma das categorias de conteúdos do programa da disciplina de Geometria Descritiva A?
- Qual a importância de uma utilização adequada de recursos para a implementação do programa da Geometria Descritiva A⁴⁷⁶ na evolução da aprendizagem.
- Existe correlação representativa para a visualização espacial entre:
 - Perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas.
 - Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas.
 - Interpretação de representações descritivas de formas.
- Qual a relação entre a visualização espacial entre o Índice Tecnológico.
- Qual a relação entre a visualização espacial e os conteúdos da Geometria Descritiva A?
- Se existe uma correlação positiva para a evolução da aprendizagem, entre:

⁴⁷⁶ Fez-se a opção pelo programa de Geometria Descritiva A porque é o mais representativo e o mais abrangente relativamente aos restantes programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário, atualmente.

- aquisição de conhecimentos;
 - interesse demonstrado;
 - desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo
- Se existe alguma relação entre a visualização espacial e a evolução da aprendizagem?
 - Se existem diferenças entre os alunos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais ao nível da evolução da aprendizagem?

5.3 Implementação do questionário

A construção desta investigação teve como base o desenvolvimento da atividade docente na disciplina da “Didática da Geometria” do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa e a experiência como docente na mesma área. No decorrer das aulas, com um carácter essencialmente prático, foram desenvolvidas atividades relacionadas com a planificação e simulação de aulas, e apresentação de relatórios de aula como elementos de avaliação da respetiva disciplina. Neste âmbito foram múltiplas as questões colocadas pelos alunos, que levou a refletir e procurar respostas relativas a uma didática, considerando os diversos recursos disponíveis atualmente nas salas de aula do Ensino Secundário.

O questionário foi o método de recolha de dados selecionado na medida em que funciona como um «instrumento de medida que traduz os objetivos de um estudo com variáveis mensuráveis»⁴⁷⁷. Este método não só contribui para uma organização e normalização dos dados, mas também permite controlar os dados recolhidos de uma forma rigorosa⁴⁷⁸.

⁴⁷⁷ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., p. 249.

⁴⁷⁸ Idem, ibidem.

5.3.1 Procedimentos

O questionário foi apresentado aos dois Grupos, MEAV-UL e P-ES de duas formas equivalentes via correio eletrónico, uma vez que no primeiro grupo os sujeitos estariam a responder em função da sua experiência de aprendizagem no decorrer das aulas da disciplina da Didática da Geometria e no segundo grupo os sujeitos responderiam efetivamente sobre a sua atividade como docentes na disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário, mais concretamente relativamente ao programa de Geometria Descritiva A. Por esse motivo, foram construídos dois questionários separados e realizadas as adaptações necessárias para cada um dos grupos respondentes introduzidas em notas explicativas em cada uma das questões.

O questionário apresentado ao Grupo MEAV-UL podia ser preenchido presencialmente, mas no caso do Grupo P-ES tornar-se-ia muito complexo, pelo fato de implicar deslocações a todas as escolas para onde foi enviado o pedido de colaboração. Nestas circunstâncias, optou-se pelo envio de dois modelos de formulário distintos por correio eletrónico.

No caso do Grupo MEAV-UL os questionários foram enviados diretamente para o correio eletrónico dos mestrados⁴⁷⁹, já no caso do Grupo P-ES, devido à dificuldade de obter o email direto de todos os professores do Grupo 600 que tivessem experiência na Geometria Descritiva A e que pertencessem às escolas secundárias que constituíram o estudo, optou-se por enviar um email para a direção das mesmas, com o objetivo de os encaminhar para os possíveis respondentes, ou para os coordenadores de área que acabariam por direcionar para os restantes colegas.

Os dois questionários foram construídos com o recurso à aplicação do Google Docs_Form. Esta solução deveu-se ao facto de se tratar de uma aplicação de carácter não comercial e de livre acesso, que não impõe um limite de questões, nem de respostas. Esta ferramenta para além de ser gratuita, também depositou as respostas numa folha de cálculo que permitiu a exportação das informações recolhidas para o Excel e para o STATA (*Data Analysis and Statistical Software*). Após a criação de um formulário nesta aplicação, também foi rececionada uma URL que permitiu direcionar imediatamente

⁴⁷⁹ Cf. Lista dos alunos que concluíram a disciplina de Didática da Geometria, nos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/10, disponibilizada pelo Departamento Académico da Reitoria - Divisão de Alunos da Universidade de Lisboa. Ver Tabela B.1 – População Alvo do Grupo MEAV-UL. Alunos que concluíram a disciplina da Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa.

para um sujeito respondente, ou então como foi a opção na nossa investigação, a possibilidade de integrar num email juntamente com um pedido de colaboração mais direto.

Estes dois modelos de email enviados, respetivamente ao Grupo MEAV-UL e ao Grupo P-ES, foram redigidos tendo em consideração os seguintes elementos⁴⁸⁰:

- o objectivo do estudo;
- a identificação do investigador;
- o tempo requerido para preencher o questionário;
- e instruções de procedimento para responder ao questionário.

O questionário do Grupo MEAV-UL ficou disponibilizado no seguinte *link*: <https://spreadsheets.google.com/gform?key=tPooiNumcvRZOKie1JBq6Zg#invite>, e os registos relativos à recolha de dados ficaram depositados na folha de cálculo <https://spreadsheets.google.com/ccc?key=tEp1I4s75cet-HzcJP6ZedA>.

De seguida é apresentada a página de entrada (Figura 5.4) do Formulário aplicado ao Grupo MEAV-UL⁴⁸¹.

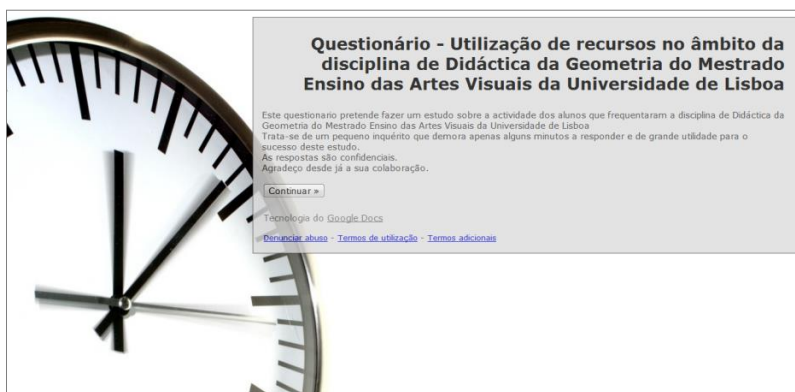


Figura 5.4 – Página de introdução ao “Questionário: Utilização de recursos no âmbito da disciplina da Didáctica da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa”

⁴⁸⁰ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., p. 253.

⁴⁸¹ As restantes páginas do formulário Questionário – Utilização de recursos no âmbito da disciplina de Didáctica da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa encontram-se no Anexo C.

No caso do Grupo P-ES, o questionário ficou disponível no seguinte *link*: <https://spreadsheets.google.com/gform?key=tPooiNumcvRZOKie1JBq6Zg#invite>, e os registos relativos à recolha de dados ficaram depositados na folha de cálculo <https://spreadshets.google.com/cc?key=tPooiNumcvRZOKie1JBq6Zg>.

A Figura 5.5 apresenta a página de entrada para o formulário “Questionário - Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário” aplicado ao Grupo P-ES⁴⁸².

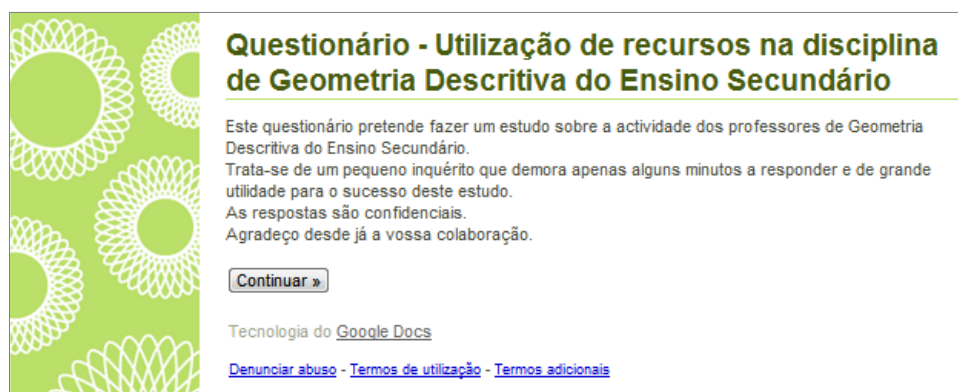


Figura 5.5 – Página de introdução ao “Questionário: Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário”

Os dados recolhidos relativamente a estes dois questionários foi realizada da seguinte forma:

- numa folha de cálculo referente ao Grupo MEAV-UL, no qual se obtiveram registos entre o dia 16 de Maio de 2011, 15:17 horas, até ao dia 6 de Junho de 2011, 17:57 horas.
- e numa outra folha de cálculo referente ao Grupo P-ES, com registos entre o dia 26 de Maio de 2011, 16:45 horas, até ao dia de 28 de Agosto de 2011, 10:49 horas.

Houve igualmente o cuidado de garantir o anonimato com o objetivo dos sujeitos respondentes sentirem uma maior liberdade nas respostas relativas à sua atividade docente, uma vez que todas tinham um carácter obrigatório. No entanto, foi

⁴⁸² As restantes páginas do formulário Questionário – Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário encontram-se no Anexo C Questionário – Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário.

necessário definir um primeiro bloco de questões necessárias para caracterizar o perfil do sujeito respondente, constituindo as variáveis de atributo para a análise de resultados.

Dado que a problemática específica tratada nesta investigação não tem referências, foi necessário realizar um conjunto de estudos preliminares com o objetivo de definir as variáveis do modelo conceptual, o processo e a adequação do modelo de recolha de dados.

Neste âmbito foram efetuadas dois tipos de estudos preliminares, que segundo Hill e Hill⁴⁸³ podem dividir-se em duas fases. A primeira compreendeu:

- Entrevistas pouco estruturadas e/ou discursos em grupo realizadas com os alunos, durante as aulas da Didática da Geometria;
- Entrevistas realizadas a docentes em atividade e a antigos docentes da disciplina de Geometria Descritiva;
- Foram também realizados questionários aos alunos com o objetivo de encontrar temas comuns que pudessem constituir as variáveis da nossa investigação⁴⁸⁴.

Ainda numa fase preliminar, optou-se pela aplicação do questionário final, após ter sido solicitado a colaboração da Associação de Professores de Desenho e Geometria Descritiva (APROGED)⁴⁸⁵, com o objetivo de verificar a adequação das questões fundamentadas no primeiro estudo.

Este pré teste teve como objetivo principal avaliar a eficácia e a pertinência do questionário tendo em consideração os seguintes aspetos⁴⁸⁶: redação e compreensão das questões; formato das questões com o objetivo de recolher informações; e ainda a dissolução de ambiguidades das questões colocadas. Após recomendação o questionário acabou por sofrer alterações em duas questões, que incidiram fundamentalmente na reformulação das questões:

⁴⁸³ Cf. Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, *Investigação por questionário*.

⁴⁸⁴ Cf. Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, op. cit., p. 75.

⁴⁸⁵ A Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva (APROGED) nasceu no Porto a 30 de Janeiro de 1995 e reúne mais de três centenas de associados ligados ao Ensino Secundário e ao Ensino Superior. A APROGED é uma associação que desempenha um papel fundamental na convergência de um conjunto de fatores de ação específicos dos professores que representa, sendo reconhecida enquanto «Parceiro Social» junto do Ministério da Educação e de outras instituições. Cf. APROGED - Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva, Missão [Em linha].

⁴⁸⁶ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., p. 253.

- A questão 1.-“Sexo?” alterou-se para “Género?”, mantendo-se as duas respostas fixas de carácter obrigatório “Feminino” e “Masculino”.
- A questão 13.-“Qualifique a evolução na aprendizagem dos alunos quanto aos seguintes aspetos.” que tinha a seguinte nota explicativa “Tendo em consideração a sua experiência como professor(a) e os recursos utilizados no ensino da Geometria Descritiva.” E sobre o qual foi aconselhado a inclusão do seguinte texto na parte final “(no decorrer dos dois anos lectivos)” para que não houvesse ambiguidades.

5.3.2 Variáveis

A construção deste questionário resultou de um conjunto de informações recolhidas durante os três anos letivos, consecutivos, da disciplina Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, que teve início no ano 2007/2008.

As variáveis apresentadas neste estudo acabaram por ser apresentadas na Tabela 5.1, juntamente com os itens que as constituem.

Tabela 5.1 – Variáveis do estudo

Variável	Ítems
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • DPO - Ponto/Reta/Plano • DPO - Interseções (reta/plano e plano/plano) • DPO - Paralelismo e perpendicularidade (reta/plano e plano/plano) • DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos) • DPO - Problemas métricos (distâncias e ângulos) • DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções) • Representação axonométrica de formas tridimensionais • Axonometrias oblíquas (clinogonais) • Axonometrias ortogonais normalizadas
Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Convencionais • Audiovisuais • Modelos físicos tridimensionais • <i>Software</i> de apresentação gráfica e vídeo • <i>Software</i> de geometria
Visualização espacial	<ul style="list-style-type: none"> • Perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas • Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas • Interpretação de representações descritivas de formas
Evolução da aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • Aquisição de conhecimentos. • Interesse demonstrado. • Desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo

5.3.3 Objetivos das questões

A construção deste questionário baseou-se no objetivo geral desta investigação, na experiência dos conhecimentos existentes sobre o fenómeno e da natureza dos dados a recolher⁴⁸⁷. Deste modo houve necessidade de categorizar as questões em áreas temáticas, que se constituíram por um conjunto de questões com determinado objetivo, apresentado na Tabela 5.2:

1. O primeiro conjunto, denominado de bloco de “Perfil”, ficou representado pela questão 1 até à questão 6, com a finalidade de caracterizar o perfil do sujeito que estaria a responder ao questionário.
2. O segundo conjunto de questões, denominado de bloco de “Experiência”, onde foram incluídas as questões 7, 8 e 9, tiveram como objetivo estabelecer a experiência do docente na disciplina de Geometria Descritiva A, mas também de identificar os recursos utilizados, para desenvolver a sua atividade na sala de aula.
3. E o terceiro conjunto, centrado no aluno, ficou representado pelas questões 10, 11 e 12, que fazem parte das «Finalidades»⁴⁸⁸ a atingir no programa da disciplina de Geometria Descritiva A, e onde se procurou relacionar os conteúdos da disciplina de Geometria Descritiva A com a visualização espacial.

O questionário utilizado neste estudo apresentou-se com uma estrutura de perguntas predominantemente fechadas, excetuando a questão 6 que pode ser caracterizada como uma questão aberta. Esta última opção deveu-se ao facto do número de respostas possíveis ser muito extenso, havendo por esse motivo necessidade de efetuar um trabalho de uniformização posterior para analisar esses dados de forma quantitativa.

⁴⁸⁷ Idem, p. 250.

⁴⁸⁸ As questões 10, 11 e 12 correspondem a três alíneas que se incluem nas “FINALIDADES” do atual programa de Geometria Descritiva A. Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 5.

Tabela 5.2 – Objetivos dos questionários

Questões/Grupo MEAV-UL Didática da Geometria	Objetivos	Bloco	Questões/Grupo P-ES Ensino Secundário
1. Género?	Determinação do género.	Perfil	1. Género?
2. Em que escalão etário se insere?	Intervalo etário do docente profissional ou futuro docente		2. Em que escalão etário se insere?
3. Como professor indique a sua situação profissional atual?	Determinar se é ou não profissionalizado.		3. Como professor indique a sua situação profissional atual?
4. Em que área se insere a sua licenciatura?	Determinação da formação base do professor		4. Em que área se insere a sua licenciatura?
5. Neste ano letivo encontra-se a lecionar a disciplina de Geometria Descritiva?	Determinar se está a dar aulas de Geometria Descritiva no presente ano letivo.		5. Neste ano letivo encontra-se a lecionar a disciplina de Geometria Descritiva?
6. Qual o concelho onde leciona atualmente?	Distribuição de docentes por concelho.		6. Qual o concelho onde leciona atualmente?
7. Indique quantos anos tem de experiência no ensino da Geometria Descritiva?	Experiência no ensino da Geometria Descritiva		7. Indique quantos anos tem de experiência no ensino da Geometria Descritiva?
8. Assinale os recursos utilizados nos trabalhos apresentados no âmbito da Didática da Geometria.	Recursos para lecionar a disciplina de Geometria Descritiva	Experiência	8. Assinale os recursos utilizados nas suas aulas de Geometria Descritiva.
9. Para cada uma das seguintes áreas indique qual o recurso utilizado?	Verificar qual o recurso mais adequado para cada um dos itens dos conteúdos do atual Programa de Geometria Descritiva.		9. Para cada uma das seguintes áreas indique qual o recurso utilizado?
10. Perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas.	Avaliar a retatividade relativa aos conteúdos da Geometria Descritiva.	Alunos	10. Perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas.
11. Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas	Avaliar a retatividade relativa aos conteúdos da Geometria Descritiva.		11. Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas
12. Interpretação de representações descritivas de formas.	Avaliar a retatividade relativa aos conteúdos da Geometria Descritiva.		12. Interpretação de representações descritivas de formas.
13. Qualifique a evolução na sua aprendizagem como aluno quanto aos seguintes aspetos?	Avaliação quanto a: aquisição de conhecimentos; interesse demonstrado; e desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo.		13. Qualifique a evolução na aprendizagem dos alunos através dos seguintes aspetos.
(não se aplica)	Caracterizar os alunos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias ou do Curso Geral de Artes Visuais		14. As suas respostas tiveram como base alunos de que Curso?

As questões fechadas são caracterizadas essencialmente por apresentarem um conjunto de respostas, sobre o qual o sujeito faz a sua escolha, sendo que neste estudo elas também são caracterizadas por serem de escolha fixa, na medida em que a extensão das respostas é conhecida e limitada⁴⁸⁹. A utilização deste tipo de questões de escolha fixa permite não só uma redução no tempo despendido nas respostas, como também facilita a compreensão do que se pretende, convergindo para uma uniformização na forma como são medidos os resultados.

Na Tabela 5.3 são apresentados os valores e as escalas de medida⁴⁹⁰ utilizadas para tratamento dos dados recolhidos da folha de cálculo do Google.

Tabela 5.3 – Valores e escalas das questões

Questão	Valores	Escala de medida
1	0 - Feminino 1 - Masculino	Escala nominal
2	1 - menos de 25 anos 2 - de 25 a 30 anos 3 - de 31 a 35 anos 4 - de 36 a 45 anos 5 - mais de 45 anos	Escala ordinal
3	0 - Profissionalizado. 1 - Não profissionalizado.	Escala nominal
4	1 - Arquitetura 2 - Artes Plásticas 3 - Cinema 4 - Design 5 - Multimédia 6 - Teatro	Escala nominal
5	1 - Sim 2 - Não	Escala nominal
6	(não se aplica)	(não se aplica)
7	1 - até 2 anos 2 - de 3 a 5 anos 3 - de 6 a 10 anos 4 - de 10 a 20 anos 5 - mais de 20 anos	Escala ordinal
8; 9.1; 9.2; 9.3; 9.4; 9.5; 9.6; 9.7; 9.8	1 - Convencionais 2 - Audiovisuais 3 - Modelos físicos tridimensionais 4 - <i>Software</i> de apresentação gráfica e vídeo 5 - <i>Software</i> de geometria	Escala nominal
10.1; 10.2; 10.3; 10.4; 10.5; 10.6; 10.7; 10.8;	1 - Muito Reduzida 2 - Reduzida	Escala de avaliação Tipo <i>Likert</i>

⁴⁸⁹ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., pp. 251-252.

⁴⁹⁰ Cf. Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, op. cit.

11.1; 11.2; 11.3; 11.4; 11.5; 11.6; 11.7; 11.8; 12.1; 12.2; 12.3; 12.4; 12.5; 12.6; 12.7; 12.8; 13.1; 13.2; 13.3	3 - Média 4 - Boa 5 - Muito Boa	
14 ⁴⁹¹	0 - Curso Geral de Ciências e Tecnologias 1 - Curso Geral de Artes Visuais	Escala nominal

5.3.4 Categorias

No desenvolvimento da nossa investigação houve necessidade de estabelecer categorias em algumas questões para se proceder ao tratamento dos dados recolhidos.

Tabela 5.4 – Classificação das licenciaturas por áreas⁴⁹²

Licenciaturas	Classificação Licenciatura
Arquitetura	Arquitetura
Urbanismo	
Artes Plásticas	Artes Plásticas
Escultura	
Pintura	
Arquitetura do Design	Design
Artes Visuais	
Design	
Design de Equipamento	
Design e Cultura Visual - Desenho de Produção Visual	
Design Gráfico	
Teatro - Ramo de Design de Cena	Teatro
Cinema	Cinema
Multimédia	Multimédia

No caso específico da questão 4, foi necessário reduzir o número de respostas, neste sentido optou-se por apresentar a Tabela 5.4 construída com base nas informações

⁴⁹¹ Aplicada apenas no formulário pertencente ao Anexo C - Questionário – Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário.

⁴⁹² Cf. Tabela B.1 – População Alvo do Grupo MEAV-UL. Alunos que concluíram a disciplina da Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, nos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/10.

disponibilizadas pela Tabela B.1⁴⁹³, com o objetivo de se reunir as licenciaturas apresentadas em seis opções, classificadas por apresentarem características comuns. As opções de resposta quanto às licenciaturas têm como base a consulta das pautas dos candidatos admitidos⁴⁹⁴ ao Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, relativas aos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/10 de onde foram extraídas a maior parte das opções apresentadas no leque de respostas desta questão.

Na Tabela 5.5 serão apresentados os itens que fizeram parte da variável conteúdos. Na primeira coluna encontram-se os sistemas de representação que fazem parte do atual programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário e na coluna da direita ficam disponibilizados os vários itens que constituem os conteúdos do estudo a realizar.

Tabela 5.5 – Distribuição dos conteúdos no atual programa de Geometria Descritiva A

Sistemas de Representação ⁴⁹⁵	Conteúdos ⁴⁹⁶	Secções do Programa de Geometria Descritiva ⁴⁹⁷
Dupla Projeção Ortogonal	DPO - Ponto/Reta/Plano	3.1 Ponto 3.2 Segmento de reta 3.3 Reta 3.4 Figuras planas I (apenas polígonos e círculos horizontais e frontais) 3.5 Plano
	DPO - Interseções (reta/plano e plano/plano)	3.6 Interseções (reta/plano e plano/plano) 3.18 Sombras: (3.18.4) Sombra projetada de pontos, segmentos de reta e reta nos planos de projeção); (3.18.5) Sombra própria e sombra projetada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projeção.
	DPO - Paralelismo e perpendicularidade (reta/plano e plano/plano)	3.11 Paralelismo de retas e de planos 3.12 Perpendicularidade de retas e de planos
	DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	3.4 Figuras planas I (apenas polígonos e círculos de perfil) 3.8 Métodos geométricos auxiliares I 3.9 Figuras planas II 3.13 Métodos geométricos auxiliares I 3.15 Figuras planas III

⁴⁹³ Cf. Anexo B Grupo MEAV-UL.

⁴⁹⁴ Considera-se “candidatos admitidos” como todos os alunos admitidos que concorreram ao Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/10, antes de efetuarem a prova de Português.

⁴⁹⁵ Todos os sistemas de representação que fazem parte do atual Programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário são caracterizados como sistemas de projeção cilíndrica.

⁴⁹⁶ Itens que constituíram os conteúdos do nosso estudo.

⁴⁹⁷ Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*.

	DPO - Problemas métricos (distâncias e ângulos)	3.14 Problemas métricos
	DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	3.7 Sólidos I 3.10 Sólidos II 3.16 Sólidos III 3.17 Secções 3.18 Sombras: (3.18.6) Sombra própria e sombra projetada de pirâmides e de prismas com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projeção; (3.18.7) Planos tangentes às superfícies cônica e cilíndrica (por um ponto da superfície, por um ponto exterior e paralelos a uma reta dada); (3.18.8) Sombra própria e sombra projetada de cones e de cilindros com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projeção
Representação Axonométrica	Representação axonométrica de formas tridimensionais	4.1 Introdução (Representação axonométrica) 4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica 4.3 Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria «com especial ênfase ao chamado “método dos cortes”» ⁴⁹⁸ 4.4 Representação axonométrica de formas tridimensionais compostas por: pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es) com a referida base(s) paralela a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) a um eixo; cone e cilindros de revolução e oblíquos com base(s) em verdadeira grandeza (só no caso da axonometria clinogonal).
Axonometrias normalizadas oblíquas	Axonometrias oblíquas (clinogonais) normalizadas (cavaleira ou planométrica ⁴⁹⁹)	4.1 Introdução (Representação axonométrica) 4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica – (apenas a 4.2.4) Axonometrias clinogonais normalizadas.
Axonometrias normalizadas ortogonais	Axonometrias ortogonais normalizadas (isometria, dimetria e trimetria)	4.1 Introdução (Representação axonométrica) 4.3 Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria – (apenas a 4.3.3) axonometrias ortogonais normalizadas.

Este programa desenvolve-se ao longo de dois anos letivos consecutivos, embora os autores tenham optado por apresentar uma distribuição das matérias considerando

⁴⁹⁸ Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 30.

⁴⁹⁹ Também denominada por perspectiva militar.

dos graus de dificuldade de cada uma delas. Os autores justificam estas opções na construção do programa da seguinte forma:

«O estudo de uma determinada unidade de aprendizagem de forma exaustiva, implicando uma enumeração maciça de conceitos pode, por um lado, criar um desgaste e, por outro, provocar lacunas intermédias que impedirão o aluno de atingir o nível pretendido. Se esse mesmo estudo for construído por fragmentos com graus de dificuldade crescente, permitirá a reflexão nos tempos de paragem, a fim de relembrar e sedimentar os conhecimentos adquiridos, avançando posteriormente para uma nova etapa de forma mais segura e consciente.»⁵⁰⁰

Como exemplo, é apontado o estudo dos sólidos que ficou dividido em três secções⁵⁰¹ integradas no módulo da “Representação diédrica”:

- “Sólidos I” trata de pirâmides, prismas, cones e cilindros, regulares e oblíquos, de bases paralelas aos três planos de projeção, frontal, horizontal e de perfil, esferas com círculos máximos horizontais, frontais ou de perfil e pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos;
- “Sólidos II” trata de pirâmides e prismas regulares com bases situadas em planos verticais ou de topo.
- E “Sólidos III” trata de pirâmides e prismas regulares com bases situadas em planos não projetantes.

Esta distribuição é realizada da seguinte forma no “Desenvolvimento do Programa”: “Sólidos I” e “Sólidos II” fazem parte do conjunto de matérias do 1º ano (10º ano), desenvolvem-se entre as aulas 70 a 77 (num total de 8 aulas de 90 minutos) e entre as aulas 95 a 102 (num total de 8 aulas de 90 minutos), respetivamente; “Sólidos III” faz parte do 2º ano (11º ano) e desenvolve-se entre as aulas 137 a 143 (num total de 7 aulas de 90 minutos).

No enquadramento deste estudo apenas considerou-se conteúdos a partir do terceiro módulo, “Representação diédrica”, iniciando o estudo das formas geométricas elementares no âmbito do Sistema de Dupla Projeção Ortogonal.⁵⁰²

⁵⁰⁰ Ministério da Educação de Portugal, *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 4.

⁵⁰¹ Considera-se “secção” os subcapítulos de cada um dos quatro módulos que constituem o Programa de Geometria Descritiva em estudo.

⁵⁰² Ministério da Educação de Portugal, *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 21.

Não deixa de ser valioso o contributo do “Módulo Inicial” que trata das «noções essenciais de Geometria no Espaço» realizando o estudo das formas geométricas elementares, do paralelismo, da perpendicularidade, das superfícies, dos sólidos e das secções no espaço.

Para complementar o módulo inicial, é apresentado o segundo módulo, “Introdução à Geometria Descritiva”, onde a Geometria Descritiva é caracterizada nas seguintes vertentes: história, definição do objeto e das finalidades e fundamentação teórica do sistema de representação. São também incluídos neste módulos mais três secções onde se apresentam as seguintes temáticas: tipos de projeção, abordagem aos diferentes sistemas de representação e introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica.

Os dois primeiros módulos do programa de Geometria Descritiva são fundamentais para iniciar o entendimento e o «conhecimento espacial»⁵⁰³ das matérias a tratar posteriormente, mas também para permitir a criação de interligações entre as matérias que constituem este Programa com a realidade, «evidenciando a sua adequação às diferentes necessidades da actividade humana»⁵⁰⁴.

Na definição dos itens que constituíram os itens da variável dos recursos utilizados pelos professores de Geometria Descritiva, considerou-se os sugeridos no atual Programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário⁵⁰⁵. Posteriormente realizou-se um levantamento dos recursos utilizados na Didática da Geometria e dos recursos disponíveis nas atuais salas de aula de Geometria Descritiva das Escolas Secundárias, de forma a incluir o maior número de possibilidades e que convergiram num conjunto de opções apresentadas na Tabela 5.6.

Houve apenas uma dúvida que resistiu até à fase final da construção dos questionários, que correspondeu à inclusão dos quadros digitais como um recurso didático neste estudo, apesar de não ser referido nos recursos do programa da disciplina. O primeiro aspeto que levantou alguma indecisão foi o facto de nem todas as salas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário possuírem quadros digitais. O segundo

⁵⁰³ Ministério da Educação de Portugal, *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 17.

⁵⁰⁴ Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 19.

⁵⁰⁵ Cf. Ministério da Educação de Portugal. *Programas de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, pp. 16-17.

aspecto relaciona-se com a forma como se considera o quadro digital, que não só pode assumir-se como um suporte de desenho, mas também como ecrã de qualquer atividade desenvolvida num computador. Um terceiro aspeto a considerar é que este recurso ainda não está totalmente estabelecido no meio dos professores do Ensino Secundário, apesar de terem sido efetuadas algumas experiências com o Grupo MEAV-UL.

Tabela 5.6 – Classificação dos recursos recomendados no atual programa de Geometria Descritiva A

Recursos	Classificação dos Recursos
Quadro de giz	Convencionais
Quadro de canetas	
Material de desenho auxiliar	
Retroprojektor	Audiovisuais
Projektor de diapositivos	
Projektor de vídeo	
Modelos físicos tridimensionais	Modelos físicos tridimensionais
<i>PowerPoint</i>	<i>Software</i> de apresentação gráfica e vídeo
<i>OpenOffice</i>	
<i>Media Player</i> ou outro	
Dinâmica	<i>Software</i> de geometria
CAD	
Modelação 3D	

Na Tabela 5.6 optou-se por realizar algumas alterações correspondentes aos tipos de recursos didáticos já apresentados em 4.2.1, de forma a realizar uma aproximação à realidade. A primeira alteração corresponde à importância que os modelos tridimensionais tiveram ao longo da história do ensino da Geometria Descritiva, que nos conduz para a necessidade de a representar separadamente dos recursos convencionais, apesar de estarem incluídos nessa tipologia. A segunda alteração relaciona-se com o facto de existirem diferenças entre o aluno que utilizava um simples programa de apresentação gráfica como recurso relativamente ao aluno que já conseguia realizar as suas atividades com *software* mais específico, onde é possível criar um conjunto de manipulações ao nível da visualização espacial. Nesta medida, foi necessário categorizar de forma diferenciada estes dois tipos de alunos.

5.4 População

Os elementos no sistema são considerados como a unidade base da população integrante deste estudo. Segundo Fortin⁵⁰⁶, uma população pode abranger quaisquer elementos (pessoas, grupos, objetos, etc.) que partilhem características comuns, as quais são definidas pelos critérios estabelecidos para o estudo. No entanto, dadas as características específicas da investigação por amostragem necessitarem de uma definição precisa da população a estudar, existiu interesse em particularizar o estudo a uma população alvo constituída pelos atuais e os futuros professores de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário, Grupo P-ES e Grupo MEAV-UL, respetivamente.

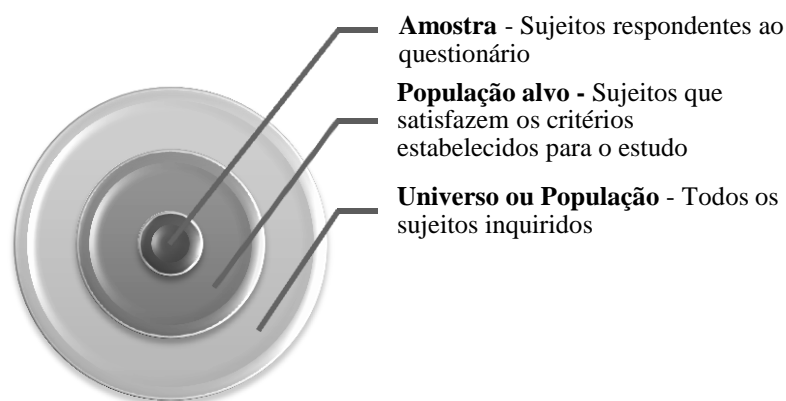


Figura 5.6 – Representação das relações entre os principais conceitos da amostragem

A resposta ao estudo ou a amostra é conseguida através dos sujeitos respondentes ao questionário, os quais são definidos como um subconjunto extraído do universo⁵⁰⁷ em estudo, e que ganham a representatividade da população alvo.⁵⁰⁸ A amostra, á semelhança da população ou da representatividade é um dos principais conceitos que se relaciona com o procedimento de amostragem (Figura 5.6). Num estudo desta natureza, o número de sujeitos respondentes é decisivo na qualidade da resposta obtida, pelo que se tentou obter o maior número de respostas de forma a ser o mais representativo possível da população alvo.

⁵⁰⁶ Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., p. 41.

⁵⁰⁷ «Ao conjunto total dos casos sobre os quais se pretende tirar conclusões dá-se o nome de População ou Universo» in Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, op. cit., p. 41.

⁵⁰⁸ Idem, ibidem.

No estudo do Grupo MEAV-UL a população alvo ficou representada pelo total dos alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, futuros professores de Geometria Descritiva A no Ensino Secundário, pertencentes ao Grupo 600-Artes Visuais, que concluíram a disciplina de Didática da Geometria nos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/2010. A amostra acabou por ficar representada pelos mestrandos que responderam ao questionário neste estudo. O facto do Grupo MEAV-UL estar inserido num ambiente controlado e conter poucos elementos apenas acabou por relacionar dois conceitos, a amostra e a população alvo, já que o conceito de universo fica reduzido á população alvo.

Nesta investigação empírica, durante o período em que o estudo do Grupo P-ES foi desenvolvido, não foi possível quantificar a população alvo, já que o organismo responsável pela informação estatística do Ministério da Educação, GEPE (Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação)⁵⁰⁹, não dispunha desses dados específicos. No entanto, o GEPE contribuiu com o número de professores pertencentes ao Grupo de Artes Visuais, Grupo 600, distribuídos pelas escolas, do qual a população alvo é representativa⁵¹⁰. Desta forma, o estudo foi baseado apenas no universo de professores G600, cuja atividade fosse desenvolvida no nível de educação e ensino do Ensino Secundário, de natureza institucional pública, no espaço geográfico de Portugal continental e com experiência no ensino da Geometria Descritiva, especificamente no atual programa de Geometria Descritiva A. No entanto, através do pedido de colaboração efetuado por email às escolas, foi possível incluir no mesmo a indicação: «Professores que tenham lecionado a disciplina de Geometria Descritiva, no 10º e 11º anos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias ou Curso Geral de Artes Visuais do atual Programa de Geometria Descritiva A»⁵¹¹, o que permitiu garantir uma redução do universo de professores G600 para a população alvo no procedimento da amostragem.

⁵⁰⁹ O Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação é um serviço central de administração direta do estado que «tem por missão garantir a produção e análise estatística da educação, tendo em vista o apoio técnico à formulação de políticas, ao planeamento estratégico e operacional, e uma adequada articulação com a programação financeira, bem como a observação e avaliação global de resultados obtidos pelo sistema educativo, cabendo-lhe ainda assegurar o apoio às relações internacionais e à cooperação nos sectores de actuação do ministério[da Educação]», cf. Diário da República, nº 63, 1ª Série de 29 de Março de 2007.

⁵¹⁰ Através de um “Pedido de Apuramento Personalizado”, cf. Ministério da Educação de Portugal - GEPE - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação, Pedido de Apuramento Personalizado [Em linha].

⁵¹¹ Cf. *email* “Pedido de Colaboração_Recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário” enviado por Distrito, num total de 465 escolas de Portugal Continental, de natureza institucional pública, entre 21 de Julho e 29 de Julho de 2011. Cf. Figura D.2 – Cópia do email enviado para as Escolas Secundárias do Distrito de Setúbal, que constituíram a população do Grupo P-ES – exemplo.

Com esta redução é possível garantir que nesta investigação os resultados a obter incidam em amostras representativas da população alvo. Dada a importância de estimar a representatividade da amostra numa investigação por amostragem, foi necessário quantificar a população alvo desenvolvida em D.1.

5.5 Análise estatística

Após a recolha dos dados procedeu-se ao seu tratamento dos dados no *Excel* e a conversão dos dados para uma escala numérica, que acabou por ser tratada em termos estatísticos no programa *Stata*, considerando os objetivos do estudo.

Esta investigação pode ser caracterizada por ser uma análise do tipo descritiva correlacional quando se estabelecem relações entre variáveis no questionário do Grupo MEAV-UL e uma análise descritiva comparativa quando se comparam os resultados entre os dois grupos, o de referência (Grupo MEAV-UL) e o de controlo (Grupo P-ES).

Na análise dos resultados recorreu-se a estatísticas descritivas na medida em que procedeu-se à análise dos dados apresentados por valores numéricos que nos permitiram descrever não só as características da amostra como também os valores obtidos pela medida das variáveis⁵¹². De referir que também foram utilizadas análises estatísticas inferenciais utilizando o teste t de *Student*, como é aconselhada na bibliografia utilizada⁵¹³. Estipulou-se um valor da significância estatística de $p < 0.05$ atendendo à dimensão da população dos alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais e à variável dependente. Este é um valor usualmente utilizado e aceite em estudos de Educação que procuram avaliar estatisticamente diferenças.

A apresentação dos resultados apenas se configuraram no interior deste trabalho escrito, tentando responder às questões da investigação já colocadas neste capítulo, sendo a sua apresentação realizada através de quadros, gráficos e figuras, considerando o leitor «alvo»⁵¹⁴ deste trabalho. Os restantes resultados serão apresentados em anexo.

⁵¹² Cf. Marie-Fabienne Fortin [et al], op. cit., p. 277.

⁵¹³ Idem e Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, op. cit.

⁵¹⁴ Cf. Manuela Magalhães Hill e Andrew Hill, op. cit., p. 359.

5.6 Síntese conclusiva

Neste capítulo foi apresentada a estrutura do estudo empírico proposto, no qual os alunos da disciplina de Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais, dos três primeiros anos letivos iniciais (2007-2010) assumem protagonismo.

Num estudo desta natureza foi fundamental não só apresentar o cenário, mas também todos os aspetos funcionais do mesmo. Este modelo empírico é caracterizado fundamentalmente pela descoberta de relações entre três variáveis de forma a potenciar uma evolução na aprendizagem da disciplina de Geometria Descritiva A, do Ensino Secundário. Relativamente a estas três variáveis já apresentadas nos três capítulos anteriores, respetivamente, capítulo 2 – conteúdos, capítulo 3 – visualização espacial e capítulo 4 – recursos didáticos, tendo como objetivo estudar as possíveis relações entre as mesmas no âmbito das atividades desenvolvidas pelos alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais, que se constituíram como o grupo de referência (Grupo MEAV-UL) e posteriormente confrontado com um grupo de controlo (Grupo P-ES), representado pelos professores do Ensino Secundário. Neste cenário foram detetados um conjunto de aspetos que acabaram por constituir-se nas questões da investigação que serão respondidas no capítulo seguinte.

Após a montagem de todo este cenário e do trabalho desenvolvido ao longo dos três anos com os mestrandos procedeu-se à recolha de dados por meio do questionário, uma vez que este é um meio que permite obter resultados concretos no âmbito da análise quantitativa. O questionário construído para este estudo ficou estruturado em três blocos (Perfil/Experiência/Alunos), que por sua vez suportaram um conjunto de questões que individualmente se apresentam com objetivos específicos apresentados na Tabela 5.2. Numa fase inicial de construção deste questionário, houve necessidade de realizar um conjunto de procedimentos de normalização de toda a informação disponível, de forma que esta tivesse uma estrutura simplificada, com o objetivo de tornar o inquérito mais apelativo e que permitisse angariar o maior número de respostas possível.

A análise estatística selecionada baseia-se na análise do tipo descritiva correlacional quando se procura relacionar as três variáveis no grupo de referência e numa análise descritiva comparativa, quando se comparam os resultados obtidos entre o grupo de referência e o grupo de controlo.

Capítulo 6

Análise de resultados

«O estudo da Geometria bem conduzido deve levar-nos a imaginar com facilidade as figuras no espaço, devendo esforçar-nos por imaginá-las com toda a generalidade.»⁵¹⁵

6.1 Introdução

O presente capítulo destina-se à apresentação dos resultados obtidos através da aplicação de inquéritos aos dois grupos do modelo empírico, Grupo MEAV-UL e Grupo P-ES. A análise dos resultados irá permitir concluir sobre a capacidade de visualização espacial e a influência da mesma na aprendizagem dos alunos, quando sujeitos a aulas presenciais que se regem por um conjunto de fatores, tais como:

- Recursos didáticos disponibilizados na aula;
- Tipo de recursos utilizados pelo docente para cada conteúdo lecionado;
- Experiência e formação base do docente;

Serão apresentados os dados recolhidos junto dos dois grupos analisados, a partir dos dois questionários já descritos no capítulo anterior. O tratamento dos dados relativos aos inquéritos fez-se com recurso a meios informáticos, o que permitiu uma maior celeridade na organização dos resumos das respostas de cada inquirido como também facilitou todo um conjunto de operações necessárias para responder às questões da investigação. Desta forma, os dados obtidos foram inicialmente tratados no Excel, que

⁵¹⁵ Borges de Sequeira, *Lições de geometria descritiva*, p. 9.

os traduziu para informação numérica de forma a tornar-se objeto de tratamento estatístico, através da aplicação informática *Stata*.

Em relação aos dados recolhidos pela via dos questionários, ambos tratados de igual forma, serão apresentados neste capítulo as seguintes secções: caracterização do perfil dos respondentes ao inquérito, onde se irá comparar o grupo em estudo (Grupo MEAV-UL) com o grupo de controlo (Grupo P-ES); e caracterização da experiência, cujo objetivo se centrará em dar respostas às questões específicas do nosso estudo empírico.

Os dados serão apresentados, após tratamento, por meio de quadros, gráficos e figuras, correspondendo às questões colocadas nos questionários. Em relação à apresentação de dados relativos à única questão aberta dos questionários, foi necessário proceder os respetivos tratamentos no sentido de obter a distribuição dos respondentes em figuras que correspondessem ao mapa de Portugal continental, resultado dos formulários aplicados ao Grupo MEAV-UL e ao Grupo P-ES, respetivamente.

Antes de se iniciar a análise dos resultados, será apresentada a população alvo e a amostra de cada um dos Grupos que fizeram parte deste estudo.

6.2 Cenário

A caracterização do cenário da investigação pretende apresentar um conjunto de parâmetros de entrada a serem utilizados na produção de resultados e que, face ao objetivo definido, permita extrair conclusões válidas sobre o sistema em estudo. Para cada um dos Grupos MEAV-UL e P-ES, foram determinados os principais conceitos que se relacionam com a amostragem, nomeadamente o universo e a população alvo (Tabela 6.1).

Tabela 6.1 – Parâmetros de entrada

Amostragem	Grupo MEAV-UL	Grupo P-ES
Universo	46	1932
População alvo	46	272
Amostra	34	120

O Grupo MEAV-UL tendo a sua população alvo devidamente quantificada com 46 inquiridos e sabendo que foi conseguida uma amostra de 34 respondentes, foi possível obter uma representatividade da amostra de 74% do universo em estudo (Tabela 6.2). Este elevado valor de representatividade neste Grupo deveu-se essencialmente à natureza do universo, muito controlado e de dimensão reduzida, apesar de a amostra ter sido obtida através de inquérito anónimo.

Tabela 6.2 – Alunos que realizaram a disciplina de Didática da Geometria

Ano letivo	Número de alunos
2007/2008	10
2008/2009	12
2009/2010	24
Total	46

O universo do Grupo P-ES é formado pelo grupo de professores do Grupo 600 de Portugal continental com 1932 professores em 313 escolas⁵¹⁶, as quais tiveram alunos que participaram nos exames nacionais de Geometria Descritiva A (GD-A) - 11ºano em 2011. No entanto e de acordo com a caracterização da população efetuada em 5.4, foram enviadas para um total de 465 escolas os pedidos de colaboração nos inquéritos, garantindo que seriam destinados a uma população alvo constituída apenas por professores GD-A. Foi para o efeito estimada a população alvo com 272 professores GD-A, apenas 14.1% do universo de professores G600 para as 313 escolas de referência. Com base na dimensão da população alvo (*Na*) foi possível estimar e avaliar a representatividade da amostra, onde 45.5% representa um valor intermédio da tendência da representatividade estimada, sabendo que o mesmo pode variar entre [38% < *r* < 48.1%], de acordo com o processo apresentado com detalhe em D.2.

⁵¹⁶ Cf. Documento disponibilizado pelo Gabinete de Estatística e Planeamento Educacional (GEPE) do Ministério da Educação, onde podem ser identificados o número de professores do Grupo 600 distribuídos pelas Escolas Secundárias públicas, no espaço geográfico de Portugal Continental.

6.3 Características do perfil

A caracterização do perfil neste estudo empírico revelou-se necessária para se efetuar o enquadramento da análise dos resultados obtidos. Optou-se por realizar a apresentação os resultados obtidos pelos dois grupos que fazem parte do modelo conceptual em cada uma das questões que fazem parte do bloco do Perfil (Tabela 5.2). Esta análise revelou-se fundamental para se poder ancorar um conjunto de respostas às questões da investigação inicialmente propostas.

6.3.1 Género

Os sujeitos do género feminino representam mais de 75% da amostra total do Grupo MEAV-UL contra 21% do género masculino. Esta distribuição está em linha com os resultados na caracterização da população alvo, confirmando a representatividade da amostra (Figura B.2). Por outro lado, esta amostra maioritariamente feminina, vai ao encontro do género dos candidatos ao MEAV-UL, reforçando assim que nas Artes Visuais existe uma predominância do género feminino.



Figura 6.1 – Caracterização do género

Relativamente à amostra recolhida do Grupo P-ES foi possível observar que não existem grandes diferenças na distribuição entre o género masculino e o feminino. Estes resultados seguem assim a tendência feminina, embora não reflitam em número os

dados publicados pelo Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação⁵¹⁷ que revela que cerca de 70,8% dos docentes são do género feminino. Considerando que esta distribuição também é aplicável ao universo dos professores do Grupo 600 - Artes Visuais, foi possível concluir que os respondentes do género masculino do Grupo de P-ES excederam as expectativas.

6.3.2 Intervalos etários

Em relação ao fator idade do Grupo MEAV-UL constata-se que existem nos elementos da amostra, uma maior representatividade em três intervalos etários. Com esta distribuição verifica-se que cerca de 70% dos sujeitos tinham entre 25 e 35 anos de idade no período que responderam o questionário, o que pode levar-nos a concluir que a maior parte dos alunos que se propôs para este Mestrado em Ensino tinha pelo menos a licenciatura Pré-Bolonha concluída e que a maioria deles já tinha experiência no ensino. Esta pode variar de períodos curtos isolados nos mais jovens até aos mais experientes com alguns anos de experiência, mas que também pretendiam obter a sua profissionalização, para prosseguirem a atividade docente.

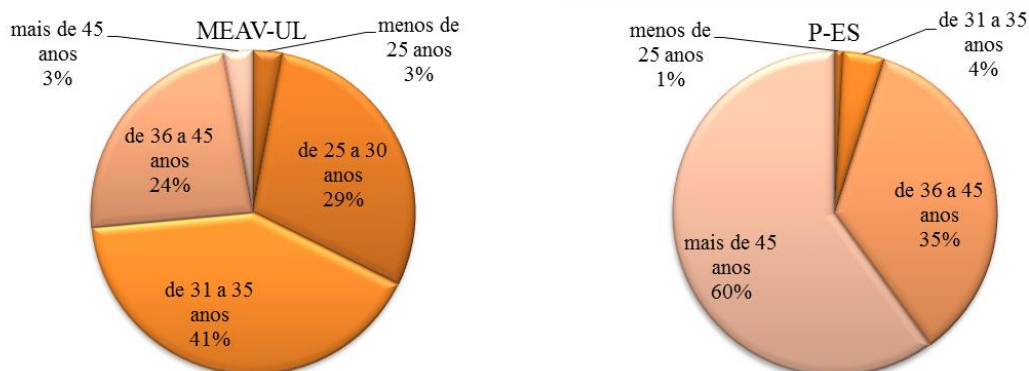


Figura 6.2 – Distribuição por intervalos etários

⁵¹⁷ Cf. GEPE - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação - Direção de Serviços de Estatística. *Perfil do Docente 2009/2010*, p. 45.

Os intervalos mais representativos do Grupo P-ES corresponderam aos respondentes com mais de 45 anos, seguido dos de 36 a 45 anos de idade, o que traduz que 95% dos docentes que responderam ao inquérito, têm idade igual ou superior a 36 anos, o que revela que a disciplina de Geometria Descritiva A é lecionada maioritariamente pelos professores mais experientes do Grupo 600.

6.3.3 Situação profissional

No momento em que foi realizada a recolha de dados constatou-se que 32% dos mestrandos do Grupo MEAV-UL já tinham concluído o seu mestrado e que 68% ainda estavam por concluir. É fundamental compreender que na maioria dos casos, estes mestrandos também desenvolvem a sua atividade como professores do Ensino Secundário, nestas circunstâncias nem sempre é possível conciliar a atividade profissional com o Mestrado em Ensino, pelas mais diversas razões, familiar (maternidade, doença, etc.), deslocação (distância), incompatibilidade de horário, etc..



Figura 6.3 – Caracterização da situação profissional

Em relação ao grupo de controlo, a maioria dos respondentes, já tinham obtido a sua profissionalização. Estes resultados estão de acordo com as respostas obtidas em 6.3.2, uma vez que a maioria dos professores de Geometria Descritiva A têm mais de 45 anos de idade, apesar de nem todos os professores realizarem a sua profissionalização logo após a conclusão das respetivas licenciaturas.

6.3.4 Áreas de licenciaturas

Dos 34 sujeitos que responderam ao questionário do Grupo MEAV-UL, conclui-se que a maioria pertence à área das Artes Plásticas. Dos restantes, 35% são de Design e 9% à Arquitetura. Estes resultados são os esperados, uma vez que se aproximam da distribuição da população alvo neste Grupo⁵¹⁸. Esta distribuição não é surpreendente na medida em que a opção pela via profissional de docente das Artes Visuais relaciona-se com a fragilidade da empregabilidade dos licenciados destas áreas, pela mesma ordem acaba por os empurrar inicialmente para curtas experiências como formadores, que em muitos casos acabou por conduzir à definição das suas aptidões em função das necessidades.

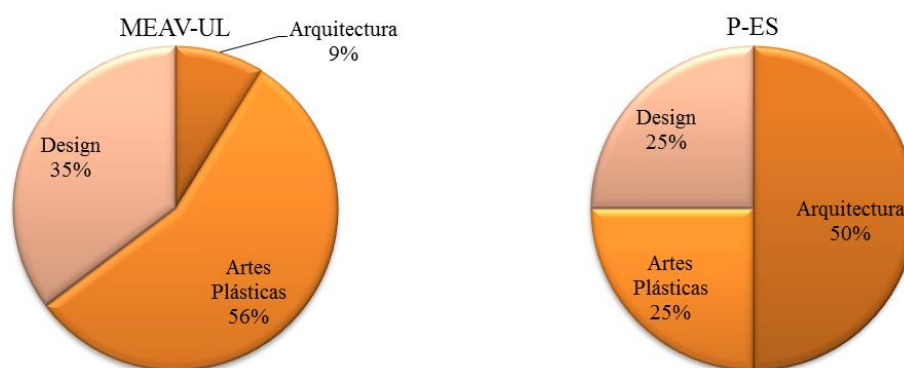


Figura 6.4 – Distribuição por área de licenciatura

No caso do Grupo P-ES verifica-se que metade da amostra pertence à Arquitetura, e a outra metade subdivide-se entre o Design e as Artes Plásticas equitativamente. A Geometria Descritiva é uma disciplina que obriga a uma forma de abordagem de aulas diferente das restantes disciplinas do Grupo 600, no qual muitos dos professores com a formação de base em Arquitetura se reveem, devido à proximidade com a sua atividade como arquitetos.

⁵¹⁸ Cf. Figura B.1 – Distribuição por área de licenciatura da população alvo do Grupo MEAV-UL.

6.3.5 Situação presente em relação à Geometria Descritiva

A Figura 6.5 indica-nos que apenas 6% da amostra do Grupo MEAV-UL encontrava-se colocada, como professores de Geometria Descritiva, no ano letivo 2010/2011.

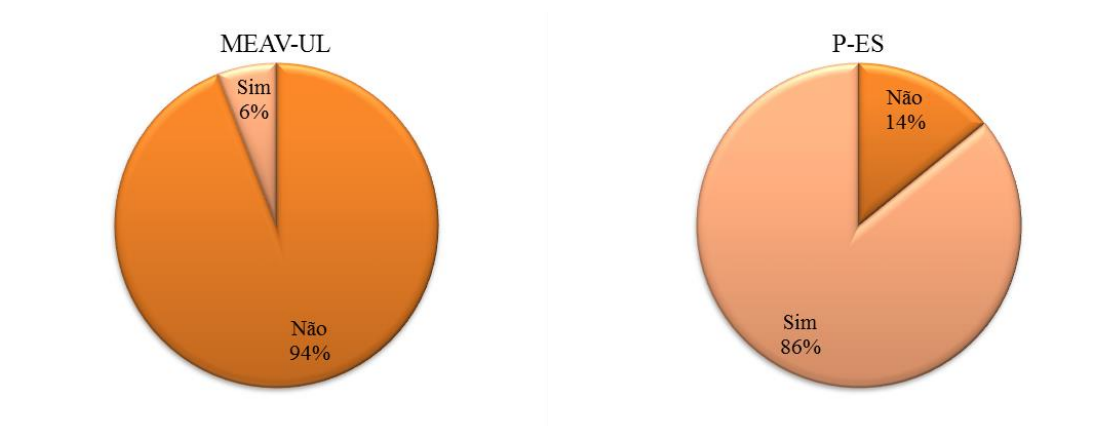


Figura 6.5 – Caracterização da situação atual da amostra no ensino de Geometria Descritiva A, ano letivo 2010/11

E no Grupo P-ES verificou-se que a grande maioria encontrava-se a lecionar Geometria Descritiva no, embora tenha sido solicitado aos possíveis respondentes uma atual ou anterior experiência nesta disciplina. No entanto, considerando apenas os resultados relativos ao ano letivo 2010/2011 esta amostra é representativa.

6.3.6 Distribuição por concelhos

A distribuição geográfica por concelhos da origem das respostas do Grupo MEAV-UL perfaz um total de 31 respostas, uma vez que as restantes 3 respostas indicaram que não estavam colocados em nenhuma escola. Do conjunto de respostas obtidas nesta questão pelo Grupo MEAV-UL é possível verificar que distribuem-se pelos distritos de Lisboa, Setúbal e Leiria em Portugal continental, com exceção de um mestrando, que se encontrava a trabalhar em Angra do Heroísmo, Região Autónoma dos Açores. Esta distribuição seria relativamente previsível dado que a maior parte dos

alunos do mestrado residia no distrito de Lisboa ou nos distritos adjacentes, considerando que se trata de um Mestrado com um regime de aulas presenciais.

Relativamente ao Grupo P-ES foi possível não só apresentar o mapa com as origens das respostas por concelhos (Figura 6.6), como também mapas temáticos com as distribuições referentes às características: Grupo Etário, Anos de experiência e Área académica (Figura 6.7).

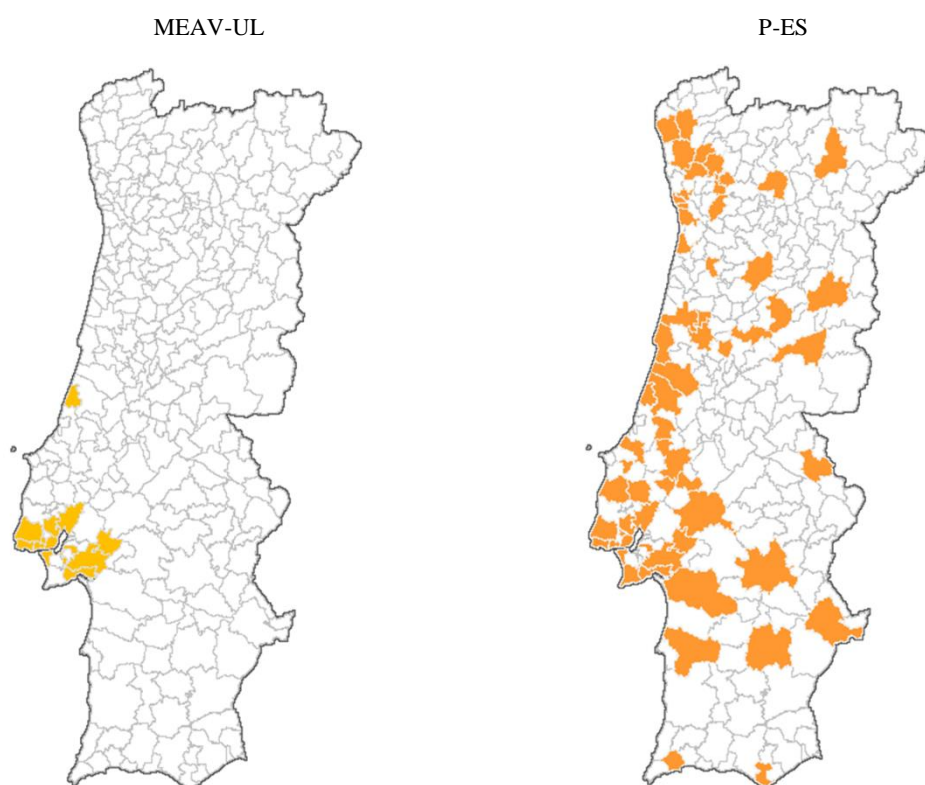


Figura 6.6 – Mapas com a distribuição geográfica por Concelho da origem das respostas dos Grupos MEAV-UL e P-ES

Considerando a Tabela D.2, que permite apresentar o número de professores e de escolas que lecionam Geometria Descritiva A, distribuídas pelos distritos onde foram obtidas as respostas que constituíram o grupo de amostra do Grupo P-ES, a partir do qual se pode constatar que o conjunto de respondentes trabalha maioritariamente na zona litoral, uma vez nestas zonas existe uma maior densidade populacional⁵¹⁹. Por esse

⁵¹⁹Por densidade populacional compreende-se a intensidade do povoamento expressa pela relação entre o número de habitantes e a superfície do território (habitualmente número de habitantes por quilómetro quadrado). Cf. Alea, Actualidades [Em linha].

motivo, encontra-se também um maior número de escolas do Ensino Secundário nos distritos do litoral (Figura D.4). No que respeita a este estudo consegue-se observar uma distribuição dos professores respondentes consentânea com as escolas secundárias do espaço geográfico de Portugal continental.

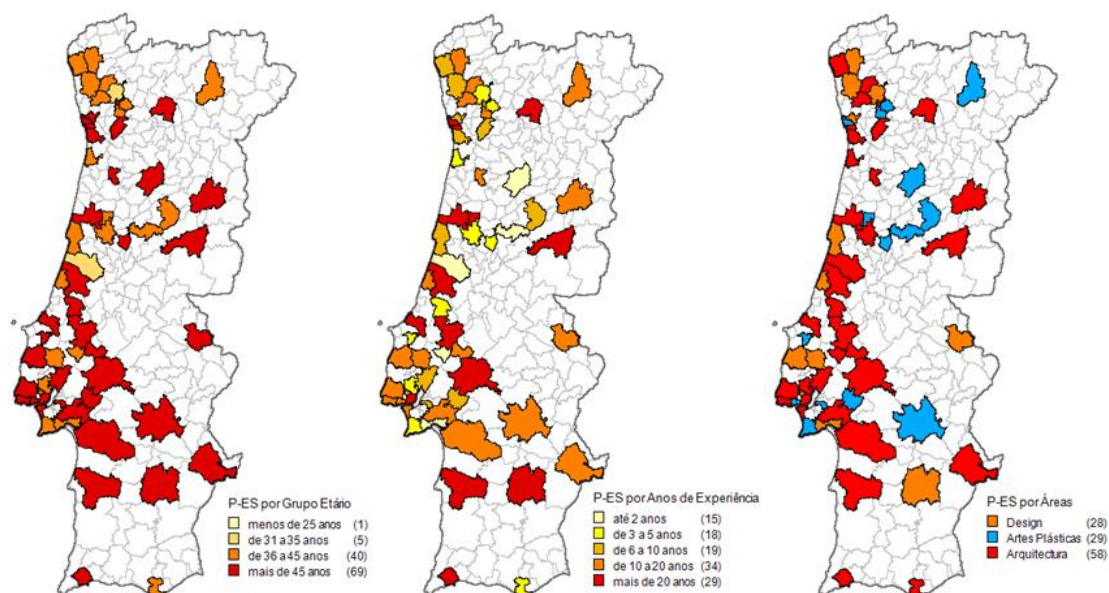


Figura 6.7 – Mapas temáticos para a representação geográfica por Concelho da origem das respostas do Grupo P-ES por: Grupo Etário, Anos de Experiência e Área Académica

6.3.7 Experiência profissional no ensino de Geometria Descritiva A

Apenas 12% da amostra do Grupo MEAV-UL teve entre 3 e 5 anos de experiência, nos restantes estão incluídos não só aqueles que tiveram até 2 anos de experiência como também a grande maioria que nunca lecionou Geometria Descritiva. A maior parte destes alunos nunca desenvolveu as suas atividades como docentes do Ensino Secundário nesta disciplina, apenas foram relatadas algumas situações de contacto, a maior parte delas por períodos de substituição temporária de curta duração, que não possibilitaram o conhecimento da totalidade do programa e do impacto de cada um dos conteúdos nos respetivos alunos.

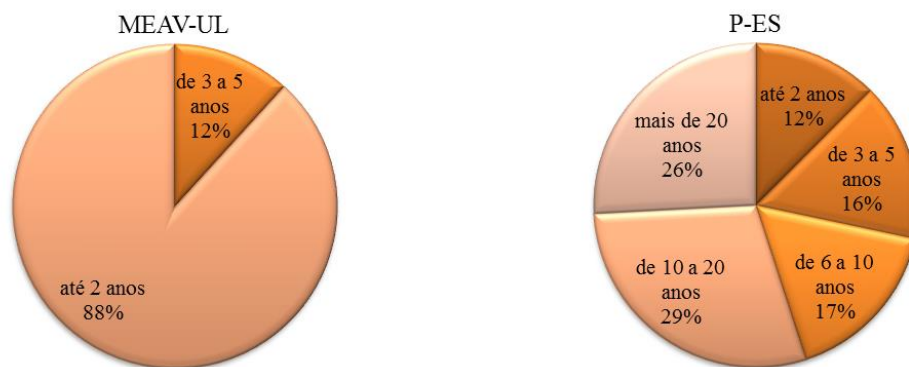


Figura 6.8 – Distribuição por intervalos de anos de experiência profissional no ensino da Geometria Descritiva A

No Grupo P-ES destacam-se dois subgrupos de intervalos de anos de experiência no ensino da Geometria Descritiva A, que correspondem aos dois primeiros intervalos com 28%, considerados também como os menos experientes e os restantes mais experientes, com mais de 6 anos de experiência, representando 62% da amostra. Esta divisão entre os menos experientes e os mais experientes será utilizada em 6.4.2 para efetuar comparações ao nível da utilização dos recursos com base nas novas tecnologias.

6.4 Características da experiência

Na primeira questão deste bloco, a número 8, foi realizado um pedido aos sujeitos, para assinalarem os recursos utilizados nas suas aulas de Geometria Descritiva, que no caso do Grupo MEAV-UL corresponderia às atividades desenvolvidas nas aulas de Didática da Geometria e no caso do Grupo P-ES corresponderia à sua atividade como Professores de Geometria Descritiva A. Em relação a esta questão, que se apresentou como uma pergunta de resposta múltipla, tinha como objetivo a obtenção de todas as respostas que se encontravam resumidas na Figura 6.9.

Nestes resultados verificou-se que as ocorrências dos recursos utilizados pelo grupo em estudo e pelo grupo de controlo são muito semelhantes em três das categorias, mas com diferentes distribuições entre o “Software de apresentação gráfica e vídeo” e os “Modelos físicos tridimensionais”.

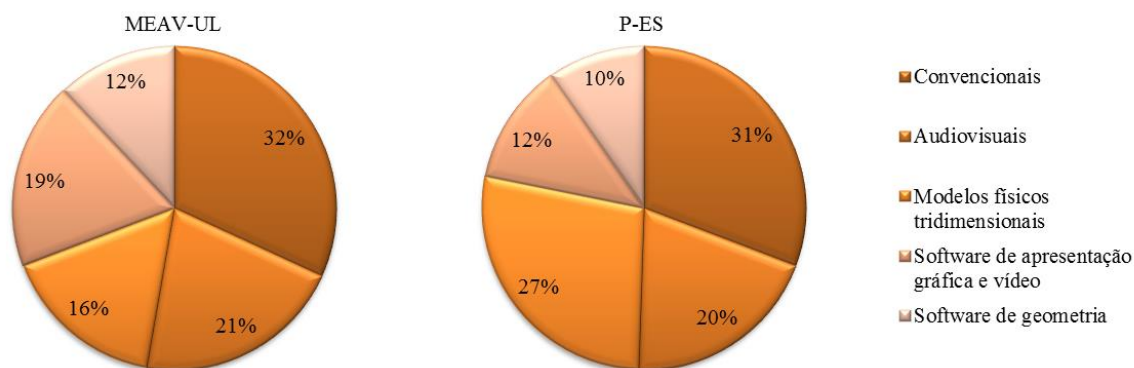


Figura 6.9 – Distribuição por utilização de recursos

O Grupo MEAV-UL acabou por utilizar mais “Software de apresentação gráfica e vídeo” do que o Grupo P-ES. No entanto, esta opção por parte dos mestrandos, durante as suas atividades na Didática da Geometria, revelava que os conteúdos não estavam totalmente dominados, motivando-os ao desenvolvimento dos seus trabalhos em recursos onde estivessem mais à vontade, mas de forma controlada, não deixando espaço para o improviso e para a criatividade pedagógica.

Observando a Figura 6.9, verifica-se que cerca de 30% e de 20% das respostas do Grupo MEAV-UL e Grupo P-ES, respetivamente, apontam para o “Software de apresentação gráfica e vídeo” mais o “Software de Geometria”, o que revela que existe ainda um longo caminho a percorrer na ampliação de conhecimentos nas áreas tecnológicas, assim como na produção e partilha de recursos didáticos, capazes de ilustrar as diversas matérias que constituem o programa de Geometria Descritiva A.

6.4.1 Classificações

Para prosseguimento deste estudo empírico optou-se por atribuir classificações aos elementos que constituíram o material em análise.

6.4.1.1 Classificações dos recursos pelo Índice Tecnológico (IT)

Para a implementação de qualquer programa de Geometria Descritiva são sempre necessários recursos didáticos, conforme foi verificado na Figura 4.2, que apresenta uma linha de evolução, dependente da introdução de cada um dos tipos no ensino. Analisando os programas anteriores, foi possível verificar alterações relativas à utilização de recursos no ensino da Geometria Descritiva. Os considerados “Convencionais” foram desde sempre utilizados, enquanto os “Audiovisuais” foram introduzidos há cerca de 40 anos. No caso específico do programa atual não só é incentivada a utilização de recursos, como também se faz a apresentação de um conjunto de soluções com um carácter mais prático e ainda é aconselhada a utilização de meios tecnológicos como veículos de transmissão de conhecimentos, realizando desta forma a introdução de uma nova tipologia de recursos, as novas tecnologias.

No âmbito deste estudo, foi necessário realizar uma extração dos “Modelos físicos tridimensionais” do tipo “Convencional”, dada a importância que este recurso assume ao longo da história do ensino desta disciplina, conforme apresentado em 4.3. E ainda, foi necessário estabelecer a representatividade em dois níveis de conhecimento nas novas tecnologias, respetivamente, “*Software* de apresentação gráfica e vídeo” e “*Software* de Geometria”.

Tabela 6.3 – Atribuição de classificações dos recursos pelo Índice Tecnológico

Itens dos Recursos	Recursos	Atribuição de classificação	Classificação dos recursos pelo Índice Tecnológico (IT)
Quadro de giz	Convencionais	R1	1
Quadro de canetas			
Material de desenho auxiliar			
Retroprojektor	Audiovisuais	R2	3
Projektor de diapositivos			
Projektor de vídeo			
Modelos físicos tridimensionais	Modelos físicos tridimensionais	R3	1
<i>PowerPoint</i>	<i>Software</i> de apresentação gráfica e vídeo	R4	4
<i>OpenOffice</i>			
<i>Media Player</i> ou outro			
Geometria dinâmica	<i>Software</i> de geometria	R5	5
CAD			
Modelação 3D			

No procedimento da análise das respostas a partir da questão 9. Optou-se por estabelecer um índice de atribuição de valores numéricos a cada um dos itens dos recursos, que conduziu para um dado valor para cada um dos tipos de recursos, conforme apresentado na Tabela 6.3. Esta tabela tem como objetivo realizar a agregação dos recursos recomendados no atual programa de Geometria Descritiva A mas também de incluir outros utilizados na Didática da Geometria.

Este índice, que apresenta uma variação de 1 a 5, sendo 1 o valor mais baixo (que pode ser nulo) e cinco o valor mais elevado, corresponde ao peso que as novas tecnologias podem ter em cada um dos tipos de recursos, mas também o reconhecimento de um tipo de recurso capaz de desenvolver o conhecimento do espaço. A partir da questão 9, inclusive, todos os dados serão apresentados considerando a classificação dos recursos segundo o Índice Tecnológico (IT).

Esta opção pela atribuição de classificações aos recursos, valorizando o Índice Tecnológico (IT) tem como base a identificação de níveis de conhecimento tecnológico, considerando como expoente máximo o “*Software de Geometria*”.

Figura 6.10 tem como objetivo ilustrar a representatividade do IT em cada um dos tipos que constituem as variantes dos recursos didáticos, já identificados na Tabela 6.3.

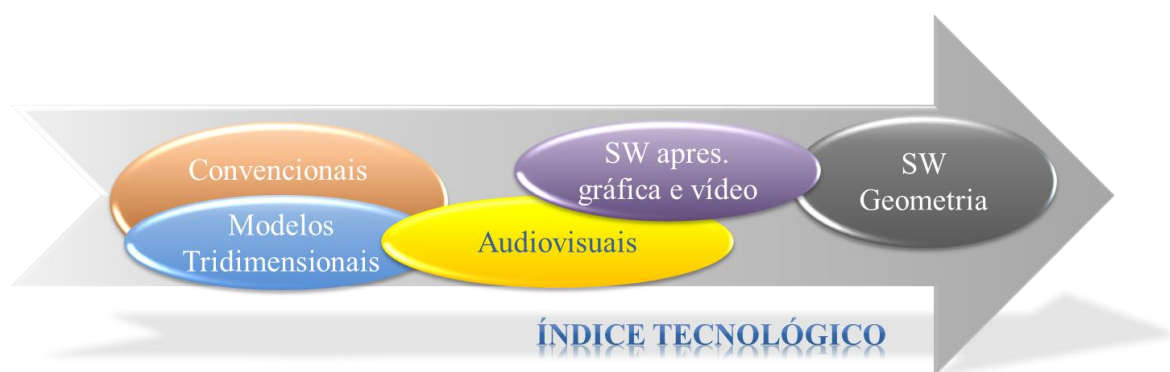


Figura 6.10 – Distribuição do Índice Tecnológico

No âmbito das aulas da Didática da Geometria a grande maioria dos alunos do Grupo MEAV-UL conseguia, sem grandes dificuldades realizar as suas atividades com recursos, classificados como R4, mas apenas uma percentagem reduzida passava para o

R5, nível que implicava a utilização de programas informáticos de geometria dinâmica, de CAD ou de modelação 3D, sendo raras as situações em que o mestrando dominava mais do que um destes tipos. Este comportamento não é inesperado, na medida em que a grande maioria dos alunos do Grupo MEAV-UL são de Artes Plásticas, que demonstraram alguma relutância, em desenvolver trabalhos com classificação de recurso R5, contrariamente aos alunos de Arquitetura e de Design, que têm uma baixa representatividade neste Mestrado (Figura 6.4).

6.4.1.2 Atribuição de classificações

A atribuição de classificações dos conteúdos para cada um dos conteúdos estudados, com o objetivo de facilitar a leitura dos resultados é apresentada na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Atribuição de classificações dos conteúdos

Conteúdos	Atribuição de classificação
DPO - Ponto/Reta/Plano	C1
DPO - Interseções (reta/plano e plano/plano)	C2
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (reta/plano e plano/plano)	C3
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	C4
DPO - Problemas métricos (distâncias e ângulos)	C5
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	C6
Representação axonométrica de formas tridimensionais	C7
Axonometrias oblíquas (clinogonais) Axonometrias ortogonais normalizadas	C8

Na Tabela 6.5 é apresentada a atribuição de classificações relativas aos três itens, que representam neste estudo empírico a evolução da aprendizagem dos alunos da disciplina de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário.

Tabela 6.5 – Atribuição de classificações para a evolução da aprendizagem dos alunos.

Evolução da aprendizagem dos alunos	Atribuição de classificação
Aquisição de conhecimentos	A1
Interesse demonstrado	A2
Raciocínio lógico dedutivo	A3

6.4.2 Análise dos recursos IT para cada um dos conteúdos

Para analisar esta problemática optou-se por realizar uma comparação entre o total das respostas das amostras de cada grupo.

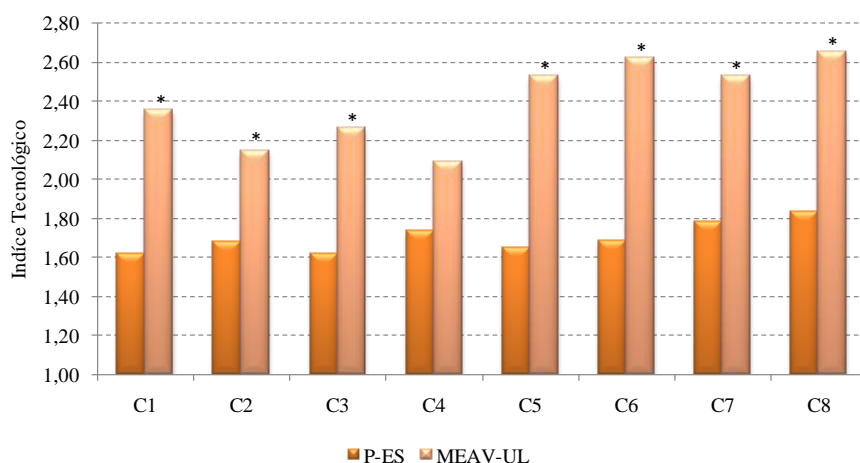


Figura 6.11 – Valores Médios de IT por conteúdos. * Indica diferença estatística entre os Grupos P-ES e MEAV-UL com $p < 0,05$

Assinala-se, que existem diferenças estatísticas significativas entre as amostras dos dois grupos em todos os itens dos conteúdos, com exceção do conteúdo C4-DPO-Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos).

Como se consegue observar no gráfico da Figura 6.11, os valores médios obtidos pelos dois grupos em estudo revela que o Grupo MEAV-UL obteve resultados mais elevados de IT em todos os conteúdos.

O Grupo MEAV-UL tem três momentos de redução de utilização de recursos IT, correspondente ao C2-DPO-Interseções (reta/plano e plano/plano), ao C4-DPO-Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos) e ao C7-Representação axonométrica de formas tridimensionais, embora revele uma utilização de recursos IT superior ao grupo de controlo em todos os conteúdos. No decorrer das atividades da Didática da Geometria verificou-se que a grande maioria dos alunos, que realizou trabalhos no âmbito dos conteúdos anteriormente referidos, optou pelos recursos “Convencionais” e pelos “Modelos físicos tridimensionais”, o que acabou por baixar os valores de IT nestas temáticas. De um modo geral este grupo consegue obter

valores mais elevados de IT, comparado com o Grupo P-ES, e com uma média de 2,40 IT (C1-C8).

A Figura 6.11 traduz uma utilização de recursos IT, no desenvolvimento do programa, por parte do Grupo P-ES que se mantem com valores muito aproximados do princípio ao fim, sendo o valor máximo (1,83 IT) para C8-Axonometrias oblíquas (clinogonais) e Axonometrias ortogonais normalizadas e o valor mínimo (1,62 IT), para C1-DPO-Ponto/Reta/Plano e C3-DPO-Paralelismo e perpendicularidade (reta/plano e plano/plano). Estes valores revelam que existe uma utilização de recursos IT no desenvolvimento do programa da disciplina com poucas variações e com uma média de valores de 1,70 IT (C1-C8), que podem traduzir uma reduzida diversidade na escolha dos recursos para cada um dos conteúdos.

O conteúdo C4 foi o único onde não foi encontrado uma diferença de significância estatística, na comparação dos resultados obtidos pelo total dos dois grupos, embora o Grupo MEAV-UL tenha um valor superior de recursos IT relativamente ao Grupo P-ES. Dentro do que foi observado em sala de aula⁵²⁰, este conteúdo foi o que apresentou maiores dificuldades para a generalidade dos mestrandos (2,09 IT), principalmente nas rotações e nas mudanças de planos⁵²¹, onde existem grandes dificuldades devido ao facto de serem pouco exploradas pelos professores do Ensino Secundário. Relativamente aos rebatimentos, a maior parte dos alunos não interiorizou a ideia de que está a realizar o movimento de rotação de planos, reduzindo as rotações apenas aos rebatimentos. Com as mudanças de planos, tudo fica ainda mais complicado, pois esta é uma matéria que pressupõe a imobilização do “objeto” a projetar e a alteração dos planos de projeção seguindo um conjunto de regras próprias, mas que para a maior parte dos alunos desconhece, conduzindo a sucessivos adiamentos na sua compreensão. Nesta medida, considera-se fundamental travar este défice de conhecimento específico que já se tornou reciclável.

⁵²⁰ No âmbito da disciplina Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, nos anos letivos 2007/08, 2008/09 e 2009/2010.

⁵²¹ No desenvolvimento das atividades do Grupo MEAV-UL verificou-se grandes dificuldades na compreensão do método geométrico auxiliar das rotações (rotação do ponto, da recta, do plano e de formas tridimensionais) e do método das mudanças de planos (mudanças de planos, do ponto, da recta, do plano e de formas tridimensionais). No caso específico, do método geométrico dos rebatimentos, embora se considere integrado nas rotações não foram encontrados problemas de compreensão.

Também se pode observar que existe um aumento de recursos IT, no desenvolvimento das matérias, reivindicando as indicações do respetivo programa de Geometria Descritiva A, que propõe

«que o recurso a modelos é apenas um ponto de partida a adoptar nas fases iniciais da aprendizagem que irá sendo progressivamente abandonado à medida que o aluno for atingido maior capacidade de abstracção e maturidade na visualização a três dimensões, ainda que possa reutilizá-los, se necessário, em situações pontuais.

Também o recurso a *software* de geometria dinâmica pode, em contraponto com os modelos tridimensionais, ser muito interessante e estimulante nas actividades de ensino-aprendizagem por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a detecção, em tempo real, das invariantes dos objectos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia.»⁵²²

6.4.3 Análise da utilização de recursos IT para cada um dos conteúdos considerando o perfil da licenciatura

Conforme foi verificado em 6.2.4 apenas foram registadas respostas de sujeitos pertencentes a três áreas de licenciatura, respetivamente, Arquitetura, Artes Plásticas e Design, nos dois grupos em estudo.

No gráfico da Figura 6.12 são apresentados os valores médios de IT⁵²³ para cada uma das áreas de licenciatura no Grupo P-ES, onde é possível observar que os professores da área de licenciatura da Arquitetura utilizam muito menos recursos IT comparativamente aos de Artes Plásticas e de Design.

Considerando a distribuição do perfil das licenciaturas em termos percentuais, apresentado em 6.2.4, consegue-se observar uma menor utilização de recursos IT dos Professores da área de Arquitetura, que se reflete nas diferenças estatísticas de pelo menos três conteúdos, respetivamente, C3-DPO-Paralelismo e perpendicularidade (reta/plano e plano/plano), C5-DPO-Problemas métricos (distâncias e ângulos) e C6-DPO-Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções).

⁵²² Cf. Ministério da Educação de Portugal, *Programa de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*, p. 4.

⁵²³ No Anexo D.3 são apresentados separadamente os resultados para cada uma das áreas de licenciatura, respetivamente Figura D.8, Figura D.9, Figura D.10.

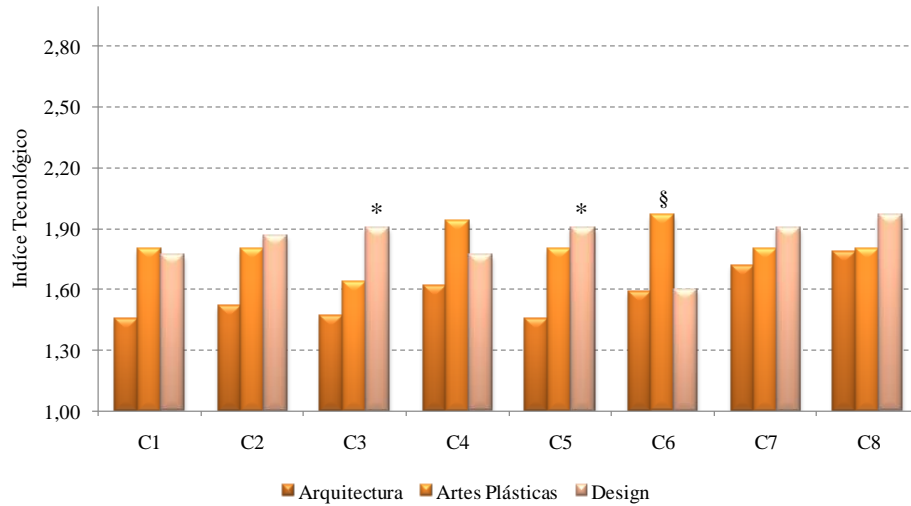


Figura 6.12 – Valores médios de IT por conteúdos em cada uma das áreas de licenciatura, no Grupo P-ES.
 * Indica diferença estatística entre Design e Arquitetura com $p < 0.05$; § Indica diferença estatística entre Artes Plásticas e Arquitetura com $p < 0.05$

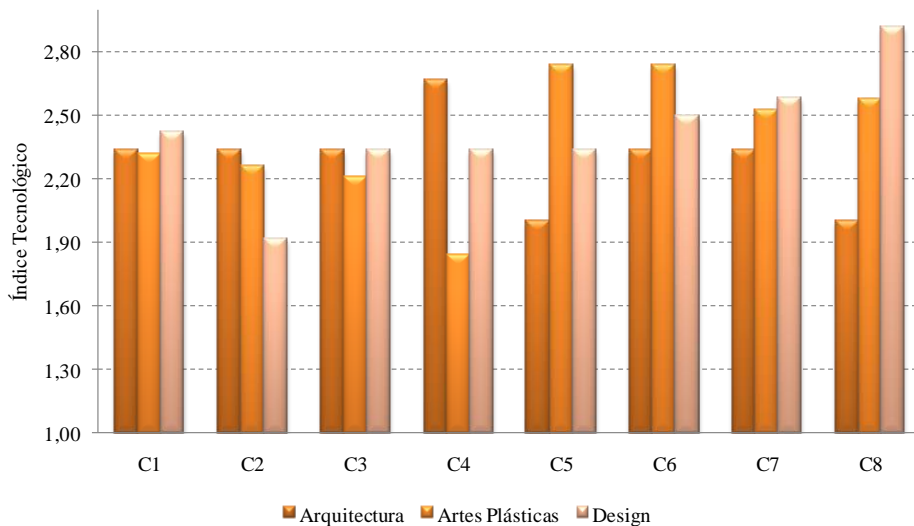


Figura 6.13 – Valores médios de IT por conteúdos em cada uma das áreas de licenciatura, no Grupo MEAV-UL

Comparando a Figura 6.13 com a Figura 6.12 consegue-se concluir que os valores médios de IT para cada uma das áreas de licenciatura, do Grupo MEAV-UL, são genericamente superiores aos valores médios do Grupo P-ES, para cada um dos conteúdos. Nesta figura não existem diferenças estatísticas significativas no Índice Tecnológico quando se comparam as diferentes licenciaturas.

6.4.4 A visualização espacial para cada um dos conteúdos

Antes de se estabelecer a representatividade da visualização espacial pelas três questões que a representam no inquérito (10 + 11 + 12), realizou-se um estudo estatístico que permitiu concluir que existe uma correlação positiva, para todos os conteúdos, entre:

- a perceção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas;
- a visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas;
- e interpretação de representações descritivas de formas.

Na Figura 6.14 são apresentados os valores médios dos itens que constituem a visualização espacial no inquérito, para cada um dos conteúdos, correspondente ao Grupo MEAV-UL e ao Grupo P-ES.

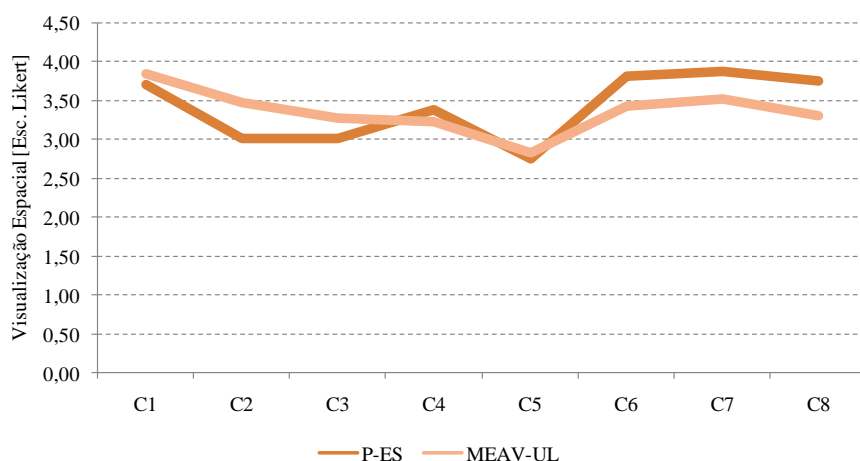


Figura 6.14 – Valores médios de visualização espacial por conteúdos

Consegue-se observar que os valores apresentados pelos dois grupos na Figura 6.14 estão muito próximos, que iniciam-se com valores muito semelhantes e que tendem a decrescer ligeiramente ou a estabilizar até ao C4, onde o Grupo P-ES aumenta de 3,01 para 3,38, enquanto o Grupo MEAV-UL mantém a descida, atingindo ambos o mínimo no C5, a partir do qual voltam a subir até ao C8, aproximando-se dos valores iniciais.

Em relação ao valor mínimo de visualização espacial correspondente ao C5-DPO-Problemas métricos (distâncias e ângulos), considerando o comportamento do Grupo MEAV-UL no Mestrado, foram assinaladas grandes dificuldades na capacidade de abstração para visualizar no espaço este conteúdo, uma vez que incide sobre problemas relacionados com pontos, retas, e planos, dificultando não só a compreensão do problema, como também as respetivas resoluções.

Outro aspeto a destacar na Figura 6.14 é o facto dos valores de C6, C7 e C8, para os dois grupos, estarem muito próximos e de refletirem as mesmas tendências relativamente aos outros conteúdos, uma vez que estes três conteúdos tratam de figuras tridimensionais, representando cada um deles diferentes sistemas de representação, respetivamente, C6-Dupla Projeção Ortogonal, C7-Representação Axonométrica Ortogonal e C8-Axonometrias Oblíquas (clinogonais) e Axonometrias ortogonais normalizadas. Estes três últimos conteúdos tratam não só de elementos tridimensionais, como também de elementos em sistemas de representação que apresentam as três projeções em simultâneo mais a projeção direta (C7 e C8). O que nos leva a concluir que a visualização espacial pode estar diretamente relacionada não só com os elementos tridimensionais (sólidos) que se pretende representar, mas também com sistemas de representação em que seja possível visualizar a terceira vista.

6.4.5 Relacionar a visualização espacial com a utilização de recursos IT

A Figura 6.15 e Figura 6.16, correspondente ao conteúdo C7, são representativas dos resultados obtidos pela correlação estabelecida entre a visualização espacial e o Índice Tecnológico para os diferentes conteúdos em cada um dos grupos, respetivamente MEAV-UL e P-ES. Para os restantes conteúdos observa-se uma distribuição semelhante dos dados, não havendo qualquer correlação significativa entre a visualização espacial e o Índice Tecnológico.

Estes resultados traduzem a informação que a seleção dos recursos para um conteúdo com uma baixa visualização espacial não é resolvida com recursos IT elevado. Analisando estes dados é possível concluir que os recursos IT ainda não foram suficientemente absorvidos por estes dois grupos.

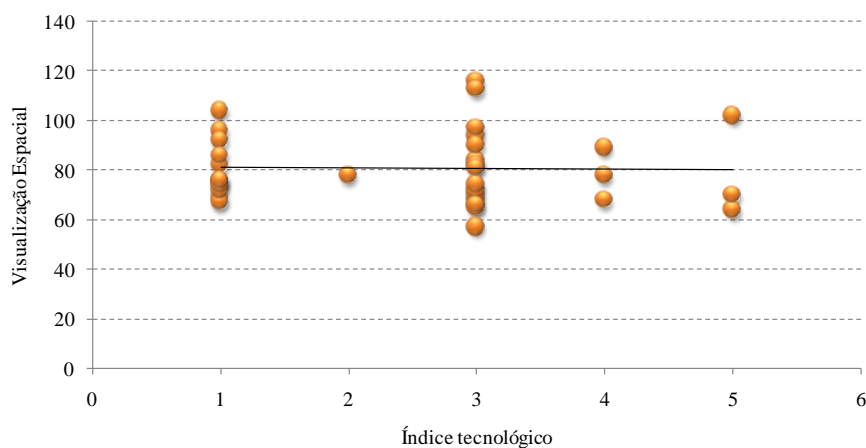


Figura 6.15 – Correlação entre a visualização espacial e o índice tecnológico dos recursos didáticos utilizados no Grupo MEAV-UL, exemplo para C7

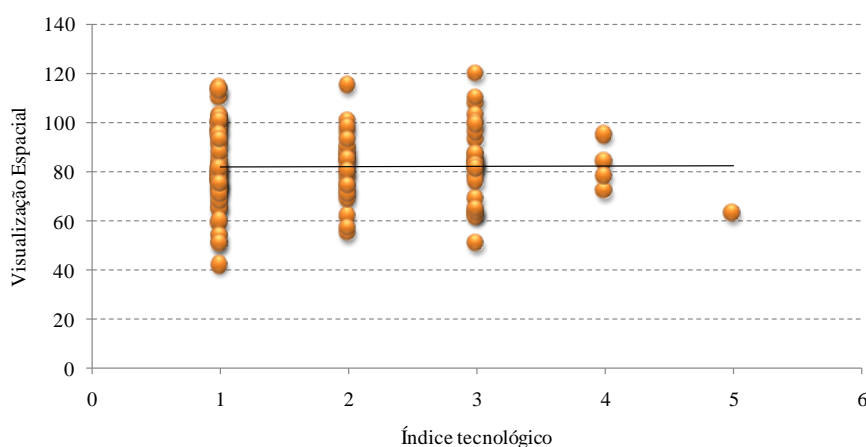


Figura 6.16 – Correlação entre a visualização espacial e o índice tecnológico dos recursos didáticos utilizados no Grupo P-ES, exemplo para C7

Em relação ao Grupo do MEAV-UL foi possível observar, durante as aulas da Didática da Geometria, que existia alguma resistência na utilização de recursos IT de nível 5, correspondente ao *software* de geometria dinâmica, de CAD e de modelação 3D. Em relação ao primeiro *software*, houve poucos alunos interessados para o desenvolvimento dos seus trabalhos, por outro lado, o CAD foi o *software* de eleição dos arquitetos (11%)⁵²⁴ e os designers interessaram-se pela modelação 3D. Relativamente aos mestrandos de artes plásticas, as opções inclinaram-se para o registo gráfico no quadro (negro ou branco) em simultâneo com os modelos físicos

⁵²⁴ Cf. Figura B.1 – Distribuição por área de licenciatura da população alvo do Grupo MEAV-UL.

tridimensionais. Em alguns casos o quadro foi substituído pelo *Power Point*, que pode ser justificada pela falta de experiência e alguma insegurança nos conteúdos, uma vez que neste formato a aula pode funcionar de forma mais controlada, embora perca a flexibilidade específica deste tipo de aulas.

Observando a Figura 6.16, correspondente ao comportamento do Grupo P-ES, relativamente à escolha dos recursos, consegue-se concluir que existe uma grande resistência na utilização de recursos IT. Estes resultados revelam que este Grupo é fortemente “dominado” pelos recursos convencionais e pelos modelos físicos tridimensionais.

6.4.6 Análise da relação entre a evolução na aprendizagem e a visualização espacial

Antes de se estabelecer a representatividade da evolução da aprendizagem pelas três variáveis apresentadas neste estudo, realizou-se um estudo estatístico que permitiu concluir que existe uma correlação positiva, entre:

- aquisição de conhecimentos;
- interesse demonstrado;
- desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo.

Na Figura 6.17, representativa dos respondentes do Grupo MEAV-UL, verifica-se uma correlação positiva entre a visualização espacial e a evolução da aprendizagem. E na Figura 6.18 observa-se uma mancha de posicionamento de cada um dos respondentes do Grupo P-ES que traduz, uma correlação positiva entre a visualização espacial e a evolução da aprendizagem relativamente aos conteúdos que constituem a nossa investigação.

Comparando as duas figuras seguintes, consegue-se concluir que existe uma maior dispersão dos resultados obtidos no Grupo MEAV-UL do que no Grupo P-ES, provavelmente fruto da inexperiência do grupo de referência comparado com o grupo de controlo.

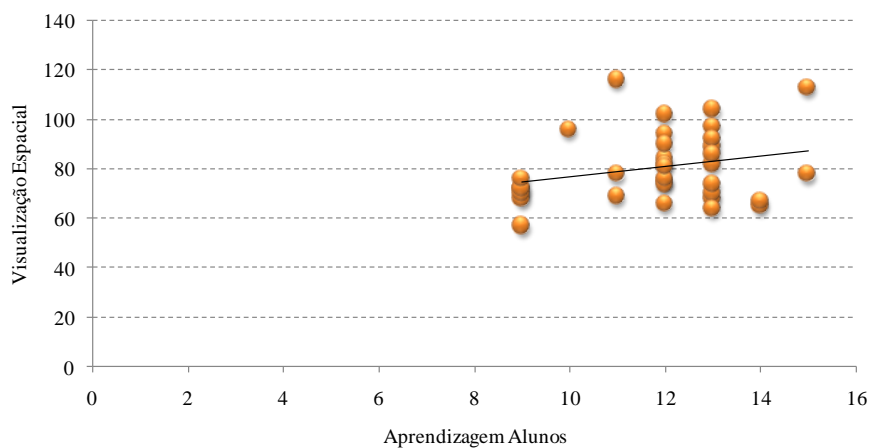


Figura 6.17 – Correlação entre a visualização espacial e a evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo MEAV-UL

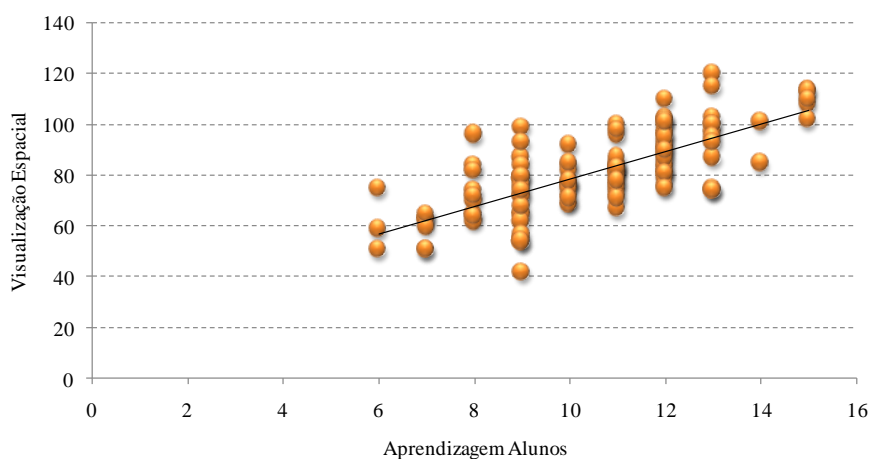


Figura 6.18 – Correlação entre a visualização espacial e a evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo P-ES

No seguimento dos resultados obtidos em 6.4.4, seria previsível existir uma relação linear crescente entre a visualização espacial e a evolução da aprendizagem em ambos os grupos, confirmando que existe uma relação biunívoca entre estas duas variáveis.

6.4.7 Comparação da evolução na aprendizagem dos alunos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias com os alunos do Curso Geral de Artes Visuais

Com o objetivo de encontrar diferenças relativas à evolução da aprendizagem do Grupo P-ES correspondente às turmas do Curso Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais, optou-se por correlacionar os resultados obtidos relativos aos dois Cursos.⁵²⁵

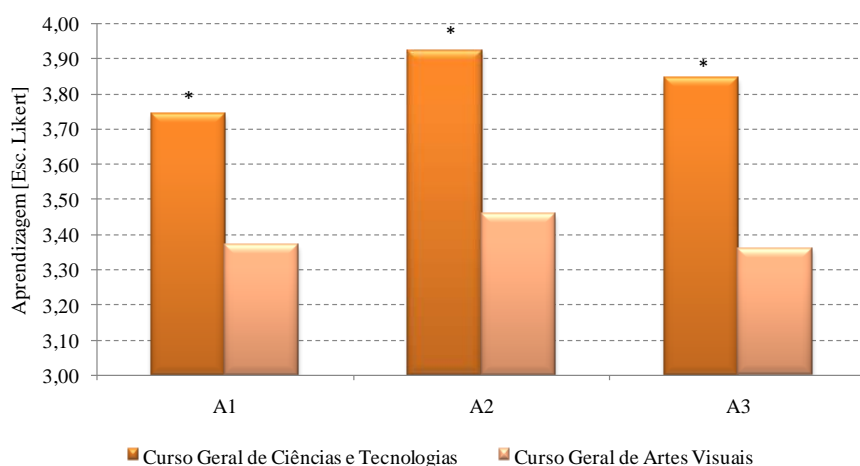


Figura 6.19 – Evolução na aprendizagem dos alunos no Grupo P-ES por área de curso

Comparando os resultados obtidos pelos dois Cursos (Figura 6.19) relativamente à aquisição de conhecimentos (A1), interesse demonstrado (A2) e desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo (A3), verificam-se diferenças estatísticas significativas em todos os itens que constituem a evolução da aprendizagem. Embora se observe que o interesse demonstrado seja o fator com maior pontuação para ambos os Cursos.

Na análise efetuada constata-se que existem diferenças significativas que traduzem a seguinte informação: as turmas do Curso Geral de Artes Visuais relacionam-se com uma menor evolução na aprendizagem comparado com às turmas do Curso Geral de Ciências e Tecnologias. Daqui se depreende que os alunos das Artes Visuais, têm mais dificuldades na disciplina de Geometria Descritiva A, do que os alunos de Ciências. Estes resultados não são de todo inesperados, na medida em que esta

⁵²⁵ Esta questão foi colocada apenas ao Grupo P-ES, uma vez só este grupo possuía experiência no ensino da Geometria Descritiva A do Ensino Secundário, encontrando-se por esse motivo em posição de responder a esta pergunta, que nos pareceu pertinente.

disciplina necessita de uma metodologia de estudo e um acompanhamento próximo de disciplinas com um carácter mais formal, como por exemplo da matemática⁵²⁶.

Estes resultados confirmam que a aquisição de conhecimentos correlaciona-se não só com o interesse demonstrado como também com o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo e que a chave para que este trio consiga obter melhores resultados com os alunos de Ciências e Tecnologias, poderá corresponder à ginástica mental a que estes alunos estão sujeitos nas restantes disciplinas do seu Curso, e que lhes confere uma maior capacidade para evoluir na aprendizagem da Geometria Descritiva A, comparativamente aos alunos de Artes Visuais.

6.5 Síntese conclusiva

O presente capítulo teve como objetivo responder às questões da investigação apresentadas no capítulo anterior em 5.2.2.

O cenário desta investigação foi apresentado juntamente com os resultados obtidos após terem sido aplicados os questionários aos dois grupos em estudo, o grupo de referência (Grupo MEAV-UL) e o grupo de controlo (Grupo P-ES). Foi necessário definir não só o tamanho da população alvo como também a representatividade dos respondentes de forma a validar esta investigação e a reclamar a representatividade deste estudo, desenvolvida em pormenor em D.2.

Para se ancorar as respostas às questões da investigação foi fundamental analisar de forma comparativa os dois grupos, o de referência e o de controlo, os resultados das questões do inquérito que fizeram parte do bloco de perfil, apresentados em 6.3. Posteriormente iniciou-se a análise dos resultados obtidos, definidores não só das escolhas realizadas para o desenvolvimento das atividades letivas, como também foram analisados todos os resultados obtidos para responder às questões da investigação, precedidas de um conjunto de tabelas de atribuição de classificações:

- Uma tabela de classificação dos recursos quanto ao Índice Tecnológico que teve como objetivo realizar uma categorização do ponto de vista

⁵²⁶ Disciplina que não faz parte do conjunto de disciplinas das componentes de formação do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais.

tecnológico, considerando uma escala que permita relativizar o peso das novas tecnologias em cada uma das tipologias de recursos.

- Uma tabela de atribuição dos conteúdos cujo objetivo se traduziu numa análise representativa e simplificada de todos os resultados que implicassem os conteúdos.
- Uma tabela da evolução da aprendizagem que serviu para uma análise convergente e específica de todos os resultados que implicaram a visualização espacial, facilitando a leitura dos dados apresentados.

A partir de 6.4.2 foram analisados os resultados obtidos através dos questionários submetidos aos dois grupos em estudo e cujo objetivo central visa responder as questões da investigação, já apresentadas em 5.2.2 e cujas conclusões farão parte do capítulo seguinte.

Capítulo 7

Conclusões

«A aprendizagem, que se pretende viva e dinâmica, decorrerá assim, num “jogo” de descoberta em que os alunos participam activamente num cenário montado pelo professor. O professor tem (...) a capacidade de estimular e promover o desenvolvimento da capacidade de visualização dos seus alunos (...) com base na interacção pessoal estabelecida na sala de aula e em sucessivos “feed-backs” da aprendizagem efectuada, e tem, ainda, a capacidade de inflectir o seu discurso, corrigindo e aperfeiçoando o desempenho dos seus alunos nesse campo, entre outros...»⁵²⁷

7.1 Resumo da investigação

Neste trabalho foi definido como principal objetivo o estudo e a análise da Evolução da Aprendizagem em consequência da aplicação do atual Programa de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário.

Desta forma, foi necessário definir um conjunto de fatores fundamentais para desenvolver a compreensão no espaço dos conteúdos tratados no âmbito da Geometria Descritiva.

O primeiro fator apresentado correspondeu aos conteúdos da disciplina de Geometria Descritiva, que acabaram por ser apresentados e analisados no Capítulo 2, numa primeira parte, através da apresentação da configuração histórica desta área científica assim como de uma síntese do processo de integração como disciplina autónoma do Ensino Secundário. Foi ainda apresentada a descrição do atual modelo de

⁵²⁷ In José Fernando de Santa-Rita, Manuais escolares de Geometria Descritiva – uma experiência de docência e autoria, p. 4.

formação de professores do Grupo 600 do Ensino Secundário na Universidade de Lisboa, o Mestrado em Ensino das Artes Visuais, que proporcionou o enquadramento necessário para a implementação deste estudo e onde se obteve a matéria-prima, previamente trabalhada no âmbito da disciplina da Didática da Geometria, e que decorreu em três anos letivos consecutivos, de 2007 a 2010.

O segundo fator considerado fundamental para o estudo deste sistema correspondeu ao estudo do desenvolvimento intelectual ao nível do conhecimento espacial nos grupos etários para o qual foi construída a disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário. Foi ainda realizado um percurso pelas teorias da inteligência protagonizado por uma perspetiva desenvolvimentista onde se pôde concluir que os alunos com idades acima dos 14 anos de idade encontram-se preparados para conteúdos específicos da área do desenho geométrico assim como o desenvolvimento de conhecimentos relacionados com os sistemas de representação, onde se incluem os sistemas de Dupla Projeção Ortogonal e Axonometrias. Para finalizar este capítulo realizou-se uma incursão do ponto de vista da análise e da caracterização formal do desenho geométrico.

O terceiro fator para fechar este triângulo correspondeu aos recursos didáticos selecionados pelo professor para construção das suas aulas de Geometria Descritiva. No capítulo que ficou dedicado a esta temática houve necessidade de realizar a categorização dos recursos disponíveis atualmente para o ensino e a aprendizagem e posicionar cronologicamente a introdução de cada uma das tipologias mais abrangentes dos recursos didáticos nos programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário, nomeadamente os convencionais, os audiovisuais e as novas tecnologias. Para fechar este tema optou-se por realizar um estudo dedicado a um conjunto de modelos tridimensionais movimentáveis, que se constituíram como recursos didáticos fundamentais para o ensino da Geometria Descritiva, integrados num período histórico e num programa específico e que atualmente constituem o espólio do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa. O estudo destes objetos contribuiu seguramente para o enriquecimento da informação existente relativamente a estes modelos de Geometria Descritiva, já com uma presença museológica, existindo ainda muito por fazer nesta área.

Esta investigação teve como objetivo apresentar um modelo de formação adaptado à Didática da Geometria Descritiva e apoiado na conjugação dos três fatores

que acabaram por assumir-se como as três variáveis chave⁵²⁸ do estudo empírico e que contribuem para a evolução da aprendizagem nesta área, com o objetivo de gerar resultados em dois níveis de recolha de informação:

- Análise do modelo empírico protagonizado pelo grupo de alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais, dos anos letivos consecutivos com início em 2007/2008, com a denominação de Grupo MEAV-UL e posterior recolha de dados.
- Análise do modelo atual da disciplina de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário protagonizado pelos professores de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário, denominado de Grupo P-ES e posterior recolha de informação de forma a criar um sistema de realimentação do modelo empírico.

Após uma análise comparativa dos dois modelos, realizada através de um questionário, foram obtidos um conjunto de resultados que permitiram apresentar as seguintes conclusões em 7.2.

No enquadramento deste trabalho de investigação foi realizada uma caracterização comparativa do perfil do Grupo MEAV-UL e do Grupo P-ES. Seguidamente procedeu-se ao tratamento dos dados recolhidos para responder ao conjunto de questões da investigação já apontadas em 5.2.2.

7.2 Resultados

Considerando o trabalho desenvolvido definiu-se um modelo empírico de referência, Grupo MEAV-UL, o qual foi confrontado com um modelo atual, Grupo P-ES (grupo de controlo), através da elaboração de um questionário baseado no modelo empírico (Figura 5.2) que permitiu a obtenção de resultados válidos para o estudo do sistema (Figura 5.3). O grupo de controlo conduziu não só à validação dos resultados obtidos como também contribuiu para a criação de um novo modelo com base num

⁵²⁸ Cf. Figura 5.1 – Relação entre as 3 variáveis chave para evolução da aprendizagem Geometria Descritiva A.

conjunto de componentes responsáveis pela evolução na aprendizagem da Geometria Descritiva A, tais como:

- Aquisição de conhecimentos.
- Interesse demonstrado.
- Desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo

Em resposta ao conjunto de questões colocadas em 5.2.2 e já analisadas em 6.4, serão apresentados resultados com base na relação entre as três variáveis chave (Figura 5.1).

Os alunos do Mestrado em Ensino sobre o qual foi realizado esta investigação foram caracterizados por ser maioritariamente do género feminino (Figura 6.1) e da grande maioria ter menos de 35 anos de idade (Figura 6.2), mas também se pode concluir que grande parte deles tem poucos anos de experiência no ensino, havendo casos mais extremos onde é nula. Em relação à prática pedagógica da Geometria Descritiva no Ensino Secundário foi possível concluir que a maior parte dos mestrandos não tem experiência (Figura 6.8) e que, mesmo nos casos onde já havia algum contacto com a disciplina o conhecimento apresentava-se fragmentado e desorganizado, não deixando espaço para o rigor científico e menos ainda para a criatividade pedagógica. Neste sentido, foi importante realizar um conjunto de ações de desmontagem, iniciada na disciplina de Geometria e posterior encaixe das diversas componentes com o objetivo de se construir um conhecimento da Didática da Geometria mais rigoroso e também mais criativo.

No desenvolvimento das atividades do Grupo MEAV-UL foram observados comportamentos distintos, que se relacionam não só com a inexperiência no ensino da Geometria Descritiva, mas também com dificuldades no domínio dos respetivos conteúdos que os conduziu a dois tipos de atitudes:

- sobrevalorização dos recursos selecionados, apresentando, no entanto, deficiências ao nível do conhecimento o que acabou por prejudicar o desenvolvimento das suas atividades no âmbito da disciplina de Didática da Geometria;
- limitação no empenho e na utilização de recursos IT de nível 5 (Tabela 6.3), essencialmente devido a uma grande preocupação quanto ao rigor

científico da atividade, tendo sido muito raras as situações em que foi possível encontrar o equilíbrio entre estes dois fatores.

Na maioria dos casos, os mestrandos, foram capazes de organizar os conteúdos num ficheiro de apresentação gráfica, onde se apoiavam para apresentar a sua aula, através de texto e de imagens estáticas. No entanto, considerando um plano real de sala de aula com alunos, esta situação é incomportável, uma vez que esta disciplina implica uma grande interatividade entre o professor e o aluno, relativamente às formas de abordagem de um mesmo conteúdo, as quais requerem da parte do jovem professor de Geometria Descritiva, nos primeiros anos de atividade, um esforço adicional para conseguir “controlar” todas as componentes necessárias para organizar e planificar as suas aulas. Também foi possível verificar em 6.3 que a maior parte dos professores que se dedica a esta disciplina no Ensino Secundário têm mais de 45 anos de idade (Figura 6.2) e mais de 10 anos de experiência no ensino da Geometria Descritiva (Figura 6.8) o que revela uma forte representatividade dos professores mais experientes do Grupo 600 nesta disciplina.

Mediante os resultados obtidos na Figura 6.11, foi possível concluir que os alunos do Mestrado utilizaram mais recursos com base tecnológica que os professores do Ensino Secundário, em todos os conteúdos. No entanto, destaca-se uma aproximação nos valores obtidos pelos dois Grupos nos Métodos Auxiliares (C4), que se deve fundamentalmente a uma situação recorrente dos alunos provenientes do Ensino Secundário relacionada com a falta de conhecimentos ao nível dos métodos auxiliares das rotações e das mudanças de planos, muito provavelmente fruto da grande pressão a que os professores estão sujeitos para cumprirem o programa, uma vez que existem exames nacionais nesta disciplina no 11º ano. Após análise dos exames nacionais dos últimos anos⁵²⁹ foi possível concluir que a temática dos métodos auxiliares se resume essencialmente aos rebatimentos, o que pode conduzir a um conjunto de indicadores relativamente ao tipo de conteúdos ditos “obrigatórios” na preparação que o professor de Geometria Descritiva do Ensino Secundário deve considerar para os seus alunos. Em relação aos mestrandos foi possível detetar, generalizadamente, deficiências no domínio dos conteúdos, que tiveram que ser suplantadas, e que acabaram por retirar o

⁵²⁹ Cf. Ministério da Educação e Ciência de Portugal, Gave Exames e Provas (Arquivo) [Em linha].

investimento em recursos com uma base tecnológica (Índice Tecnológico - IT) mais elevada, com algumas exceções.

Relativamente aos conteúdos considerados para o estudo empírico em causa, Tabela 6.4, foi possível apurar que os alunos conseguem visualizar melhor em três situações:

- quando o sistema de representação permite a representação das três projeções em simultâneo com ou sem a projeção direta, como é o caso da triédrica (Dupla Projeção Ortogonal com rebatimento do plano de perfil) e das Axonometrias.
- quando se encontram perante representações de figuras tridimensionais, que apresentam linhas fechadas, independentemente do sistema de representação;
- ou então, quando se utiliza no processo de resolução algo que transmita movimento, como é o caso dos rebatimentos (considerado como o método auxiliar mais utilizado no Ensino Secundário), aplicado como método auxiliar no Sistema de Dupla Projeção Ortogonal, ou mesmo na Representação do Sistema Axonométrico, com o rebatimento dos três planos coordenados e conseqüente representação das três vistas (embora também se possa utilizar o método dos cortes na resolução deste tipo de problemas).

Recorrendo à teoria desenvolvimentista sobre o conhecimento do espaço é possível concluir que na maior parte das crianças com cerca de 9 anos de idade já se encontra completa a compreensão do sistema de representação topológico e dos sistemas de representação projetivo e euclidiano, apresentando estes dois últimos um desenvolvimento simultâneo. Nestas circunstâncias, a generalidade dos alunos de Geometria Descritiva, com idade mínima de 14 anos, já se encontra em plena condição relativamente ao seu desenvolvimento cognitivo para se confrontar com os sistemas de representação que constituem o atual programa da disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

Tentando responder à primeira situação apresentada, que defende que é possível visualizar melhor no espaço através de representações em sistemas que permitam mais do que duas projeções de uma mesma figura, a teoria piagetiana defende que o

desenvolvimento cognitivo se centra nas ações realizadas pelo sujeito sejam elas de forma direta ou por representação das mesmas, sobre o qual se pode concluir que o desenvolvimento do conhecimento e das aptidões espaciais serão mais elevadas quantas mais forem as situações a que os alunos se expuserem. Relativamente ao plano da representação, este fica inicialmente definido pelas intuições elementares ao nível das relações topológicas, como a vizinhança, a separação, a ordem, o envolvimento e a continuidade, que numa fase final das operações concretas tende a distanciar-se das imagens estáticas transformando-se num conjunto de operações de suporte das diferentes posições do objeto, potenciando a capacidade de abstração dessas posições que irão conduzir aos diversos pontos de vista. No seguimento destas ideias, quantos mais pontos de vista (projeções) for possível apresentar sobre uma determinada figura, mais informação é possível reunir para se visualizar a figura mentalmente e também mais dados teremos para manipular a figura no plano da representação.

Relativamente à segunda situação, deve-se essencialmente ao fato do escalão etário dos alunos de Geometria Descritiva se encontrar num nível de conhecimento do espaço avançado que nos conduz para uma área de conforto onde os três sistemas já se encontram concluídos. A construção da bidimensionalidade e da tridimensionalidade só se encontram acabadas na fase final das operações formais. No caso específico da bidimensionalidade inicia-se no estrato IIB das operações concretas e conclui-se na IIIB das operações formais. O conhecimento da tridimensionalidade desenvolve-se em sintonia com a bidimensionalidade ficando concluída, igualmente, na fase final das operações formais, baseado em operações de agrupamento.

Quanto à terceira situação conduz-nos à passagem do pensamento figurativo ao pensamento operativo, sendo que a primeira se relaciona diretamente com a perceção de formas estáticas de figuras e objetos e à formação de imagens estáticas e a segunda relaciona-se com a perceção de formas de objetos em movimento e a habilidade de manipular imagens visuais, como uma das ideias fundamentais para Piaget e Inhelder, para a maturação do pensamento espacial. Remetendo para a ideia de que o conhecimento do espaço se constrói de uma forma gradual de internalizações e pela coordenação motora, o movimento assume um papel importante para a compreensão de determinados conteúdos, cujos procedimentos impliquem movimentar as figuras ou os planos coordenados de suporte das respetivas projeções.

Perante os resultados obtidos em 6.4.5 é possível concluir também que a maior parte dos professores do Ensino Secundário não utiliza recursos com base nas novas tecnologias para incrementar a visualização espacial nas suas aulas. Atendendo às médias dos exames nacionais de Geometria Descritiva A⁵³⁰ dos três últimos anos constatou-se que existem grandes dificuldades de aprendizagem nesta disciplina e que urge uma necessidade de mudança que poderá partir do professor e das potencialidades que os recursos mais atuais e mais tecnológicos podem oferecer. Os novos recursos com base tecnológica são muito bem aceites pela maioria dos alunos e são, reconhecidamente, uma mais-valia como complemento das aulas de qualquer professor, no entanto, constata-se uma acentuada resistência, por parte de muitos, em aplicar esses recursos e acredita-se que parte dessa resistência se deve à exclusão digital em que muitos docentes se encontram.

Esta temática da Didática tem particular interesse para os futuros professores de Geometria Descritiva, uma vez que trata de um conjunto de questões específicas no âmbito da Didática da Geometria Descritiva. Mas também, pode representar um princípio para muitos professores experientes reformularem a sua forma de ensinar, em contexto de sala de aula, conduzindo a uma melhoria do aproveitamento numa disciplina em que os alunos apresentam por tradição grandes dificuldades de compreensão. A procura de novos métodos, técnicas e recursos para ensinar, em qualquer disciplina é um ideal que deve ser estimulado, sobretudo nas áreas especializadas na formação de professores, por esse motivo certamente que este documento será útil para a formação dos atuais e dos futuros professores de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

7.3 Futuros desenvolvimentos

No desenvolvimento deste trabalho que teve como foco principal estabelecer um conjunto de relações entre o ensino e a aprendizagem da Geometria Descritiva no Ensino Secundário, foi possível recolher uma diversidade de informações relativamente aos dois modelos estudados neste trabalho, o modelo empírico do Grupo MEAV-UL e o modelo atual do Grupo P-ES, que em futuras iterações ou individualmente poderão ser

⁵³⁰ Cf. Bases de Dados dos Exames Nacionais do Ensino Secundário de 2008, 2009, 2010 e 2011, publicadas em Ministério da Educação e Ciência de Portugal – Júri Nacional de Exames [Em linha].

estudadas com o objetivo de encontrar outras perspectivas para desenvolver novas estratégias pedagógicas que potenciem a evolução na aprendizagem dos alunos.

Considerando os modelos estudados neste projeto como suporte de um trabalho futuro e objeto de uma investigação mais aprofundada ou específica, existem alguns aspetos funcionais que devem ser evoluídos no modelo empírico para que se aproxime mais dos ambientes de ensino reais:

- possibilidade do mestrando apresentar a sua aula numa turma com alunos reais, com objetivo de se efetuar uma recolha de informação comparativa mais próxima da realidade;
- reforço ao nível dos conteúdos, aumentando o número de horas de aulas da disciplina de Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa com o objetivo de realizar o nivelamento de conhecimentos, que é tão variado quanto os cursos a que pertencem os mestrandos;
- aumento do número de horas da disciplina da Didática da Geometria com o objetivo de se ampliar não só as experiências realizadas com os diversos tipos de recursos, como também a aplicação prática no âmbito da Geometria Descritiva.

A apresentação de algumas sugestões a introduzir no processo de realimentação do sistema é importante na medida em que derivam da filtragem dos resultados obtidos no atual modelo dos professores do Ensino Secundário e que têm como objetivo provocar alterações no processo de formação dos alunos do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa, no âmbito das duas disciplinas relacionadas com a Geometria Descritiva, respetivamente Geometria e Didática da Geometria, tendo igualmente como objetivo proceder-se a futuras iterações.

Embora não tenha sido contemplado neste estudo o recurso didático “quadro interativo” pensa-se num futuro próximo vir a incluir nas atividades relacionadas com a Didática da Geometria, uma vez que este é um recurso que ainda se encontra num processo de integração no ensino da Geometria Descritiva, cujas potencialidades podem ultrapassar os limites da sala de aula. Este recurso a ser utilizado numa aula de Geometria Descritiva tem múltiplas funcionalidades e é uma ferramenta bastante útil, nomeadamente como: suporte de registo gráfico; passagem de apresentações (texto,

áudio e vídeo); gravação da aula (registo gráfico com voz do docente) para posterior visualização, consolidação e revisão da matéria (em plataforma *Moodle*, *Blackboard*, etc. ou outro suporte de vídeo); e ainda com a possibilidade de utilização de *software* específico para construção de desenho geométrico. No entanto, ainda não foi possível integrar nesta iteração este recurso, que possivelmente terá um impacto positivo a curto prazo, no reforço da aprendizagem desta disciplina.

Uma outra área que está em grande movimento no Ensino Secundário corresponde a uma possível extensão da sala de aula disponibilizada essencialmente pelas plataformas (*Moodle*, *Blackboard*, etc.) como suporte de materiais (texto, áudio e vídeo), ou mesmo a criação de blogs ou a utilização do email ou do chat como meio de comunicação entre professores e alunos. Embora com diferentes funcionalidades e particularidades todos estes recursos fazem parte da atualidade e podem representar para um professor de Geometria Descritiva uma extensão virtual da sala de aula de grande utilidade, na medida em que pode oferecer ao aluno um conjunto de recursos múltiplos das atividades geradas presencialmente, complementares ou extraordinárias, com o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos, criando temporalmente novas oportunidades para evoluir na aprendizagem.

Os recursos didáticos atualmente existentes são indubitavelmente uma mais-valia para a incrementação dos níveis de qualidade, no entanto as escolhas que devem ser realizadas pelo professor têm de apontar para o objetivo final da aula – a eficácia. Espera-se que num espaço de tempo muito curto o formato convencional de aula seja substancialmente alterado, pelo que a evolução das novas tecnologias poderá oferecer à educação, permitindo estruturar a disponibilização dos conteúdos a transmitir em suportes alternativos, criando espaço para outras formas de comunicação entre o aluno e o professor, que assumirá tendencialmente o papel de tutor, mas também de regulador do conhecimento.

No plano da educação em Belas Artes as novas tecnologias são uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento não só no plano criativo, como também do ponto de vista da execução técnica numa diversidade de áreas, como as Artes Plásticas, o Design, a Multimédia ou a Arquitetura, entre outras. As novas tecnologias de comunicação e informação assumem definitivamente um papel determinante na criação de um contexto imersivo que caracteriza, cada vez mais, os aspectos pedagógicos, didáticos e investigativos associados à cibercultura.

Atualmente a Faculdade de Belas Artes tem no seu conjunto de ofertas, uma licenciatura especialmente vocacionada para as Ciências de Arte e Património e seria positivo numa futura aproximação com o Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa que os Modelos de Geometria Descritiva pudessem beneficiar de um conjunto de atividades articuladas com o objetivo de as promover e de as valorizar.

Anexo A

Coleção de modelos de geometria descritiva

A.1 Programa do Curso de Geometria Descritiva para o ano letivo de 1860-1861

PROGRAMA DO CURSO DE GEOMETRIA DESCRITIVA

PARA O ANO LECTIVO DE 1860-1861⁵³¹

Parte 1^a

Objecto da geometria descritiva.
Representação dos pontos, das rectas e dos planos sôbre dois planos ortogonais.
Rebatimento do plano vertical de projecção.
Regras de pontuação.
Notação e alfabeto dos pontos, rectas e planos.
Representação dos poliedros.
Achar a grandeza de um segmento de recta cujas projecções se conhecem.
Mudança do plano vertical ou do plano horizontal de projecção.
Perfis.
Mudança de planos de projecção.
Rotação de uma figura em tórno de um eixo vertical ou perpendicular ao plano vertical ou de qualquer direcção.
Determinar a intersecção de dois planos; caso em que a intersecção é paralela à linha de terra ou em que um dos planos contém esta linha.
Achar o ponto de intersecção de três planos.
Conhecendo uma das projecções de uma recta, ou de um ponto existente em um plano, achar a outra projecção.

⁵³¹ Transcrição cf. original de Luiz Guilherme Borges de Sequeira. *Escola Politécnica de Lisboa. VI - A cadeira de geometria descritiva e os seus professores - Primeiro centenário da Fundação da Escola Politécnica de Lisboa (1837-1937)*, pp. 17-24.

Achar a intersecção de uma recta com um plano; caso em que a recta existe em um plano perpendicular à linha de terra.

Achar a distância de um ponto a um plano.

Por uma recta dada fazer passar um plano perpendicular a outro.

Por um ponto fazer passar um plano perpendicular a dois, que sejam conhecidos.

Quando duas rectas são perpendiculares entre si as suas projecções sobre um plano paralelo a uma também são perpendiculares.

Determinar o ângulo de duas rectas; caso em que algum dos traços cai fora do quadro da figura, ou em que uma das rectas é paralela a um dos planos de projecção.

Por um ponto dado tirar uma recta, que forme com outra um ângulo conhecido.

Construir os ângulos de uma recta com os planos de projecção.

Construir a projecção vertical de uma recta, conhecendo um dos pontos, a sua projecção horizontal e o ângulo dela com esta.

Construir o ângulo de uma recta com um plano.

Determinar o ângulo de dois planos.

Achar o ângulo de um plano com o plano horizontal.

Construir a menor distância entre duas rectas, que não existem num plano; caso em que ambas as projecções horizontais são paralelas entre si e inclinadas à linha de terra, ou em que uma das rectas é perpendicular a um dos planos de projecção.

Redução ao quadro dos pontos e linhas de construção que caem fora dêle; redução de escala.

Utilidade do compasso de redução.

Traçar uma recta que passe dois pontos, dos quais um é dado por duas, que se cortam a grande distância.

Conduzir uma perpendicular a uma recta pelo ponto afastado em que duas se encontram.

Conhecendo os ângulos planos de um ângulo triedro achar os ângulos diedros. – Verifica-se que a existência do ângulo triedro exige: 1.º, que a soma de dois ângulos planos quaisquer deve ser maior do que o terceiro; 2.º, que a soma dêstes três ângulos há-de ser inferior a 360 graus.

Conhecendo um ângulo diedro e os ângulos planos que o formam achar o terceiro ângulo plano e os dois diedros restantes.

Conhecendo dois ângulos planos e o diedro oposto a um achar o terceiro e os outros dois diedros.

Conhecendo um ângulo plano e os dois diedros adjacentes resolver o ângulo triedro.

Ângulos triedros suplementares.

Dadas as projecções das arestas de um ângulo triedro trirectângulo achar os ângulos que estas formam com o plano de projecção.

Considerações gerais sobre as linhas curvas, tangentes, assíptotas, pontos singulares, centro e raio da curvatura, ângulo de contingência, etc.

Tirar uma tangente a uma curva gráfica por um ponto; caso em que o ponto existe na curva.

Emprêgo das curvas de êrro.

Determinação do ponto de contacto de uma tangente dada.

Definição geral de superfície.

Quando três curvas pertencentes à mesma superfície têm um ponto comum as suas tangentes neste ponto existem no plano; excepções. – As superfícies curvas podem assemelhar-se a poliedros.

Plano tangente a uma superfície. Normal.

Definição de superfície cilíndrica.
 Determinar a projecção vertical de um ponto de um cilindro, quando se conhece a sua projecção horizontal e vice-versa.
 Contorno aparente dos cilindros.
 O plano tangente a um ponto de um cilindro é tangente ao longo da geratriz rectilínea⁵³² que passa por esse ponto.
 A projecção da tangente a uma curva é tangente à projecção da curva.
 Um cilindro é *planificável*.
 Planificação dos cilindros; determinação das *transformadas*.
 Definição de superfície cónica.
 Determinar uma das projecções de um ponto situado num cone, quando é dada a outra.
 O plano tangente a um ponto de um cone é tangente ao longo da geratriz rectilínea que passa por esse ponto.
 Planificação dos cones – determinação das suas *transformadas*.
 Cone de revolução.
 Determinar as geratrizes de um cone que fazem um certo ângulo com o plano horizontal.
 Determinar o plano tangente a um cilindro quando é dado o ponto de contacto.
 Conduzir um plano tangente, passando por um ponto exterior à superfície ou paralelo a uma recta dada.
 Por um ponto dado conduzir um plano tangente a um cone.
 Conduzir a um cone um plano tangente paralelo a uma recta conhecida.
 Conduzir um plano tangente a um cilindro, e fazendo um certo ângulo com o plano horizontal.
 Conduzir um plano tangente a um cone, e fazendo um certo ângulo com o plano horizontal.
 Construir um plano que passe por uma recta e que forme com o horizonte um ângulo dado⁵³³.
 Construir um plano que passe por uma recta e que forme com outro um ângulo dado.
 Conhecendo um ângulo plano de um ângulo triedro, o ângulo diedro oposto e um dos outros, resolver o ângulo triedro.
 Resolver o ângulo triedro quando se conhecem os ângulos diedros.
 Secções planas dos cilindros; cilindro vertical e plano secante perpendicular ao plano vertical.
 Secção de um cilindro vertical por um plano qualquer.
 Problemas geral⁵³⁴ das secções plano-cilíndricas.
 Intersecção de um cone de revolução de eixo vertical e de um plano perpendicular ao plano vertical.
 Problema geral das secções plano-cónicas.
 Observações sobre as secções plano-cónicas e sobre os planos tangentes às superfícies cónicas.
 Definição de superfície de revolução. O plano tangente a esta superfície é perpendicular ao plano do meridiano de contacto.

⁵³² Erro tipográfico que se deve ler rectilínea.

⁵³³ Erro tipográfico que se deve ler diedro.

⁵³⁴ Erro tipográfico que se deve ler gerais.

As normais nos diferentes pontos de um paralelo cortam o eixo de revolução⁵³⁵ no mesmo ponto e determinam um cone de revolução.

Determinar a projecção vertical de um ponto de uma superfície de revolução, quando é dada a sua projecção horizontal e vice-versa.

Determinar o plano tangente quando é dado o ponto de contacto.

Secções planas das superfícies de revolução.

Principais propriedades do hiperboloide de revolução de um ramo e do seu cone assíntota.

Secções planas do hiperboloide de revolução de um ramo, cujo eixo é vertical: 1.º, secções elípticas; 2.º, secções hiperbólicas.

Intersecções de superfícies curvas.

Quando a directriz de um cone é uma curva a dupla curvatura a tangente em um dos seus pontos é a geratriz rectilínea correspondente; o plano osculador neste ponto é tangente ao cone.

A projecção de uma curva a dupla curvatura sobre um plano perpendicular a um dos seus planos osculadores apresenta uma *inflexão* no ponto correspondente.

Se o plano de projecção é normal à curva a *inflexão* converte-se em *reversão de primeira espécie*. A tangente à *inflexão* ou à *reversão* é a intersecção do plano de projecção com o osculador.

Quando a directriz de um cilindro, ou de um cone, é tangente a uma das geratrizes, a superfície⁵³⁶ apresenta uma *reversão* ao longo desta recta.

A projecção de uma assíntota é assíntota da projecção da curva.

Intersecção de um cilindro e de um cone; *penetração*, curvas fechadas.

Intersecção de dois cones; *arrancamento*, curva fechada.

Intersecção de dois cilindros que têm um plano tangente comum.

Intersecção de dois cones; *arrancamento*, dois ramos infinitos.

Intersecção de um cone e de um cilindro; dois ramos infinitos.

Intersecção de dois cones; *penetração*, dois ramos infinitos.

Intersecção⁵³⁷ de um cilindro e de uma superfície de revolução ou desta e de um cone.

Intersecção de duas superfícies de revolução cujos eixos se encontram.

Hélice. Tangente e subtangente; relação entre o arco e a tangente.

Ângulo das tangentes com as geratrizes. Projecções da hélice.

Helicóide planificável; geração e representação gráfica.

Secções feitas por planos horizontais ou por cilindros concêntricos. Plano tangente. Planificação do helicóide. Epicicloide.

Definição de superfícies *regradas*. Podem ser planificáveis ou empenadas; em umas o plano tangente a um ponto é tangente ao longo da geratriz rectilínea que passa por êle, nas outras não há sobre uma geratriz dois pontos que tenham o mesmo plano tangente.

Nas superfícies empenadas o plano tangente a um ponto é secante em todos os outros pontos comuns. Estas superfícies podem ser geradas por uma recta que escorra sobre três curvas fixas, ou sobre duas quando há plano *director* fixo, ou etc.

Definição de conoides e de superfícies empenadas do segundo grau.

⁵³⁵ Erro tipográfico que se deve ler revolução.

⁵³⁶ Erro tipográfico que se deve ler superfície.

⁵³⁷ Erro tipográfico que se deve ler «intersecção».

O parabolóide hiperbólico e o hiperbolóide de um ramo, são superfícies empenadas do segundo grau.

Parabolóide hiperbólico. O plano paralelo a duas directrizes corta a superfície numa linha recta.

Dupla geração rectilínea.

Parabolóide tendo por directrizes três rectas paralelas a um plano.

Plano tangente.

Secções planas.

Determinar uma geratriz paralela a um plano dado.

Representação gráfica do parabolóide definido por duas directrizes rectilíneas e um plano director.

Determinação do vértice e do eixo do parabolóide hiperbólico.

Hiperbolóide de um ramo. Dupla geração rectilínea.

Plano tangente. Centro da superfície.

Cone asymptota.

Secções planas.

Determinar uma geratriz paralela a um plano.

Dois superfícies empenadas tocam-se ao longo de uma recta, quando em três pontos desta os planos tangentes são comuns; o mesmo acontece, quando há dois planos tangentes comuns e um mesmo plano director.

Achar o plano tangente a uma superfície empenada, quando o ponto de contacto é conhecido, ou quando é dado qualquer outro ponto do plano.

Conduzir um plano tangente a uma superfície empenada, passando por uma recta dada, ou sendo paralelo a outro plano.

Nas superfícies empenadas as normais aos diferentes pontos de uma geratriz determinam um parabolóide hiperbólico.

Conoide recto. Construção dos planos tangentes aos diferentes pontos da mesma geratriz.

Conoide circunscrito a uma esfera. – Construção do plano tangente.

Arco oblíquo (du biais passé). Geração desta superfície empenada.

Construção do plano tangente e da normal.

Helicóide empenado. Construção das geratrizes.

Secções *notáveis* do *helicóide* empenado.

Plano tangente quando o ponto de contacto é dado.

Parabolóide de contacto (raccordement).

Achar o ponto de contacto de um helicóide com um plano, que contém uma geratriz.

Helicóide empenado de plano director.

Parafuso de filete triangular: de filete quadrangular.

Conóide de abóboda de aresta sobre *tumba annelar* (en tour ronde).

Arestas.

Planos tangentes a qualquer superfície quando é dado um ponto exterior. Cone circunscrito. Aplicação às superfícies de revolução.

Planos tangentes paralelos a uma recta dada. Cilindro circunscrito. Aplicação às superfícies de revolução.

Plano tangente passando por uma recta dada ou paralelo a um plano dado.

Plano tangente comum a duas ou mais superfícies. Plano tangente comum a duas ou a três esferas ou a uma esfera e um cone.





A.2 Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

Tabela A.1 – Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

Imagem	Nº de Inventário	Denominação
	210	Modelo de transformação de hiperboloide de uma folha a cone assintótico e paraboloides tangente
	211	Modelo de interseção de dois paraboloides em transformação
	212	Modelo de transformação de cilindro e hiperboloide
	1113	Modelo de cilindro metálico com geratrizes e bases oblíquas

	<p>1114</p>	<p>Modelo de transformação de conóide e de tronco de cone</p>
	<p>1115</p>	<p>Modelo de transformação de um parabolóide hiperbólico</p>
	<p>1116</p>	<p>Modelo de interseção de dois meios cilindros</p>
	<p>1117</p>	<p>Modelo de transformação de meio cilindro e parabolóide hiperbólico tangente</p>
	<p>1118</p>	<p>Modelo de transformação de hiperbolóide de uma folha e de conóide</p>

	<p>1119</p>	<p>Modelo de interseção de dois conóides</p>
	<p>1120</p>	<p>Modelo de transformações de meio cone e parabolóide tangente</p>
	<p>1121</p>	<p>Modelo de hiperbolóide de uma folha e parabolóide tangente</p>
	<p>1122</p>	<p>Modelo de interseção de dois troncos de cone</p>
	<p>1123</p>	<p>Modelo de conóide com cone director</p>

	<p>1124</p>	<p>Modelo de superfície regrada gerada por duas espirais</p>
	<p>1125</p>	<p>Modelo de interseção de duas superfícies cónicas</p>
	<p>1126</p>	<p>Modelo de cilindro metálico com geratrizes e bases paralelas</p>
	<p>1127</p>	<p>Modelo de transformação de hiperboloide de uma folha a cone assímptótico com paraboloides tangente</p>
	<p>1128</p>	<p>Modelo de interseção de dois meios cilindros em transformação</p>



1129

Modelo de interseção de duas superfícies curvas

Tabela A.2 – Coleção de Modelos de Geometria Descritiva do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

Nº Inv.	Ingresso/ Data ficha	Descrição	Estado de conservação	Volume	Material	Bibliografia	Observações	História do objeto
210	02-1987/ 29-06-1989	Modelo articulado e deformável, ilustrando a transformação de superfícies cilíndricas, cônicas e hiperbólicas	Bom	Comp.: 52 Lar.: 28 Alt.: 68	Metal Madeira Outro	Catálogo Exp. “Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – Passado, Presente, Perspectivas Futuras” Lisboa Fev/Março de 1987 p 33 e 34	Figurou na Exposição citada na Bibliografia com a Cota EG 3	Proveniente da Escola Politécnica – Secção de Matemática Aplicada da F.C.U.L.
211	02-1987/ 30-06-1989	Modelo articulado e deformável, ilustrando a transformação de planos em superfícies empenadas.	Incompleto	Comp.: 62 Lar.: 28 Alt.: 81	Metal Madeira Outro	Catálogo Exp. “Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – Passado, Presente, Perspectivas Futuras” Lisboa Fev/Março de 1987 p 33 e 34	Figurou na Exposição citada na Bibliografia com a Cota EG 2	Proveniente da Escola Politécnica – Secção de Matemática Aplicada da F.C.U.L.
212	02-1987/ 30-06-1989	Modelo articulado e deformável, ilustrando superfícies cônicas cilíndricas.	Bom	Comp.: 57,5 Lar.: 21,5 Alt.: 64	Metal Madeira Outro		Figurou na vitrine do Palácio Foz que anunciava a “Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – Passado, Presente, Perspectivas Futuras” Lisboa Fev/Março de 1987	Proveniente da Escola Politécnica – Secção de Matemática Aplicada da F.C.U.L.
1113	12-1999/ 08-05-2001	Cilindro de base oblíquas em latão montado em caixa de madeira envernizada. A geratriz e a base são definidas por régua de madeira fixa na caixa.	Deficiente	Comp.: 25,5 Lar.: 26 Alt.: 20	Metal Madeira Outro			Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1114	s. data/ 08-05-2001	Modelo de dois troncos de cone materializados por fios esticados por meio de pequenos pesos de chumbo; bases em latão de posição variável; caixa de madeira envernizada.	Bom	Comp.: 58 Lar.: 25,5 Alt.: 64,5	Metal Madeira Outro			Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1115	12-1999/ 08-05-2001	Modelo de plano materializado por fios que atravessam duas barras de latão e estão esticados por meio de pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada, cuja planta é em T. O braço menor do T sustenta uma armação em latão ligada às barras que definem o plano.	Deficiente	Comp.: 46 Lar.: 33 Alt.: 68	Metal Madeira Outro			Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL

1116	12-1999/ 08-05-2001	Modelo de interseção de dois meios cilindros materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada; as bases dos meios cilindros são definidas por peças de latão.	Deficiente	Comp.: 40 Lar.: 40 Alt.: 33	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1117	12-1999/ 08-05-2001	Modelo de superfícies curvas materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Tem um prato de latão com ranhura por onde passam os fios antes de penetrarem na caixa; o prato pode mover-se horizontalmente, tendo inferiormente três rodízios.	Deficiente	Comp.: 59,5 Lar.: 29,5 Alt.: 50	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1118	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de superfícies curvas materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Prumos e suporte horizontal de latão.	Bom	Comp.: 58 Lar.: 22 Alt.: 63	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1119	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de interseção de conoides (segundo etiqueta dactilografada) materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.	Bom	Comp.: 50 Lar.: 22 Alt.: 67	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1120	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de sólido limitado por um plano e uma superfície curva, tangente a outra superfície plana, materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.	Bom	Comp.: 51,5 Lar.: 24 Alt.: 59,5	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1121	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de superfície curva fechada na parte superior (base circular) e aberta na parte inferior, tangente a uma superfície plana, materializada	Bom	Comp.: 51,5 Lar.: 28 Alt.: 64	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL

		por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.					
1122	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de interseção de dois troncos de cone materializados por fios esticados por pesos de chumbo (falta um) suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.	Deficiente	Comp.: 57 Lar.: 26 Alt.: 34	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1123	12-1999/ 20-08-2001	Modelo de superfície curva limitada por um plano materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.	Deficiente	Comp.: 57,5 Lar.: 26 Alt.: 62	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1124	12-1999/ 21-05-2001	Modelo de interseção de superfícies curvas materializadas por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Estrutura de suporte em latão.	Deficiente	Comp.: 59,5 Lar.: 28,5 Alt.: 80	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1125	12-1999/ 23-10-2001	Modelo de interseção de superfícies cônicas materializadas por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Tem um prato de latão que pode ser deslocado horizontalmente por três rodízios; o prato tem uma ranhura por onde passam os fios antes de penetrarem na caixa. As superfícies cônicas são definidas por duas placas de latão colocadas verticalmente.	Deficiente	Comp.: 59,5 Lar.: 32 Alt.: 50	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1126	12-1999/ 23-10-2001	Modelo de cilindro materializado por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada; os fios envolvem	Deficiente	Comp.: 28 Lar.: 28 Alt.: 77	Metal Madeira Outro		Pertenceu à coleção de modelos adquiridos pela Escola Politécnica para o ensino da geometria. – Departamento de

		um cilindro de latão disposto verticalmente.					Matemática da FCUL
1127	12-1999/ 23-10-2001	Modelo de cilindro e plano paralelo materializados por fios esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. As bases do cilindro e o plano são definidos por peças de latão solidárias com barras horizontais cujas extremidades estão ligadas a dois prumos cilindros verticais.	Deficiente	Comp.: 48 Lar.: 27,5 Alt.: 70	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1128	12-1999/ 23-10-2001	Modelo de interseção de dois cilindros materializados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Os fios são sustentados superiormente por dois discos de latão horizontais solidários com uma barra assente nos extremos em dois prumos cilíndricos verticais.	Avariado	Comp.: 82 Lar.: 28 Alt.: 80	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL
1129	12-1999/ 23-10-2001	Modelo de interseção de superfícies curvas materializadas por fios suspensos de peças de latão horizontais e esticados por pesos de chumbo suspensos no interior de uma caixa de madeira envernizada. Antes de penetrarem na caixa, os fios atravessam duas placas de latão, aparafusadas na caixa, através de furos individuais.	Deficiente	Comp.: 82 Lar.: 28 Alt.: 81	Metal Madeira Outro		Adquirido pela Escola Politécnica para uso nas aulas. – Departamento de Matemática da FCUL

Anexo B

Grupo MEAV-UL

B.1 Caracterização da população alvo

Tabela B.1 – População Alvo do Grupo MEAV-UL. Alunos que concluíram a disciplina da Didática da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa

Aluno	Ano letivo	Licenciatura	Faculdade-Universidade
X ₁	2007/2008	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂	2007/2008	Design de Equipamento	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃	2007/2008	Teatro - Ramo de Design de Cena	Escola Superior de Teatro e Cinema do Instituto Politécnico de Lisboa
X ₄	2007/2008	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₅	2007/2008	Design de Equipamento	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₆	2007/2008	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₇	2007/2008	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₈	2007/2008	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₉	2007/2008	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₁₀	2007/2008	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₁₁	2008/2009	Design	Escola Superior Arte e Design-Instituto Politécnico de Leiria
X ₁₂	2008/2009	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₁₃	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₁₄	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₁₅	2008/2009	Design	Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
X ₁₆	2008/2009	Design	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₁₇	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa

X ₁₈	2008/2009	Arquitetura do Design	Faculdade de Arquitetura-Universidade Técnica de Lisboa
X ₁₉	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₀	2008/2009	Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₁	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₂	2008/2009	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₃	2009/2010	Design	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₂₄	2009/2010	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₅	2009/2010	Design de Equipamento	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₆	2009/2010	Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₇	2009/2010	Urbanismo	Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
X ₂₈	2009/2010	Artes Plásticas-Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₂₉	2009/2010	Arquitetura	Universidade Lusíada
X ₃₀	2009/2010	Artes Plásticas-Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃₁	2009/2010	Arquitetura	Universidade Lusíada
X ₃₂	2009/2010	Artes Plásticas-Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃₃	2009/2010	Artes Plásticas	Escola Superior Arte e Design-Instituto Politécnico de Leiria-Caldas da Rainha
X ₃₄	2009/2010	Artes Plásticas-Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃₅	2009/2010	Design e Cultura Visual-Desenho de Produção Visual	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₃₆	2009/2010	Design de Equipamento	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃₇	2009/2010	Artes Plásticas-Escultura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₃₈	2009/2010	Design Gráfico	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₃₉	2009/2010	Artes Visuais	Escola Superior Arte e Design-Instituto Politécnico de Leiria-Caldas da Rainha
X ₄₀	2009/2010	Design de Equipamento	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₄₁	2009/2010	Artes Plásticas	Escola Superior Arte e Design-Instituto Politécnico de Leiria
X ₄₂	2009/2010	Design	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₄₃	2009/2010	Design	Escola Superior de Design-IADE Instituto de Artes Visuais, Design e Marketing
X ₄₄	2009/2010	Arquitetura	Universidade Lusíada
X ₄₅	2009/2010	Artes Plásticas-Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa
X ₄₆	2009/2010	Artes Plásticas-Pintura	Faculdade de Belas Artes-Universidade de Lisboa

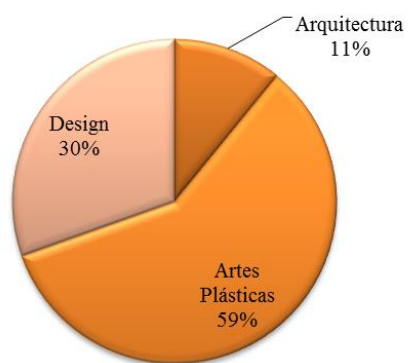


Figura B.1 – Distribuição por área de licenciatura da população alvo do Grupo MEAV-UL

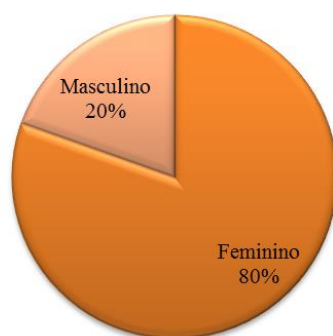


Figura B.2 – Distribuição do género da população alvo do Grupo MEAV-UL

Anexo C

Questionários

C.1 Questionário – Utilização de recursos no âmbito da disciplina de Didáctica da Geometria do Mestrado em Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa

Questionário - Utilização de recursos no âmbito da disciplina de Didáctica da Geometria do Mestrado Ensino das Artes Visuais da Un

Este questionário pretende fazer um estudo sobre a actividade dos alunos que frequentaram a disciplina de Didáctica da Geometria do Mestrado Ensino das Artes Visuais da Universidade de Lisboa.

Trata-se de um pequeno inquérito que demora apenas alguns minutos a responder e de grande utilidade para o sucesso deste estudo.

As respostas são confidenciais.

Agradeço desde já a sua colaboração.

Página 2

Após a página 1

[Continuar para a página seguinte](#)

1. Género *

Feminino

2. Em que escalão etário se insere? *

Idade.

menos de 25 anos

3. Como Professor(a) indique qual a sua situação profissional actual? *

Profissionalizado

4. Em que área se insere a sua licenciatura? *

Se não encontrar a sua área de licenciatura escolha a mais próxima.

Arquitectura

5. Neste ano lectivo encontra-se a leccionar a disciplina de Geometria Descritiva? *

Sim

6. Qual o concelho onde lecciona actualmente? *

Concelho da escola onde lecciona neste momento.

7. Indique quantos anos tem de experiência no ensino da Geometria Descritiva? *até 2 anos **8. Assinale os recursos utilizados nos trabalhos apresentados no âmbito da Didáctica da Geometria. ***

Considere como exemplos de recursos: - Convencionais » quadro de giz e de canetas e material de desenho auxiliar; - Audiovisuais » retroprojector, projectores de diapositivos e de vídeo; - Software de apresentação gráfica e vídeo » PowerPoint, OpenOffice, Media Player; - Software de geometria » dinâmica, CAD e modelação 3D.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

9. Para cada uma das seguintes áreas indique dois dos recursos que utilizaria para dar as suas aulas?

Da sua experiência como aluno no desenvolvimento da disciplina Didáctica da Geometria nomeie dois dos recursos mais adequados para cada uma das áreas do actual programa de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

Considere como exemplos de recursos:

- Convencionais » quadro de giz e de canetas e material de desenho auxiliar;
 - Audiovisuais » retroprojector, projectores de diapositivos e de vídeo;
 - Software de apresentação gráfica e vídeo » PowerPoint, OpenOffice, Media Player;
 - Software de geometria » dinâmica, CAD e modelação 3D.

Ponto / recta / plano *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

Intersecções (recta/plano e plano/plano) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

Problemas Métricos (distâncias e ângulos) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
 Audiovisuais
 Modelos físicos tridimensionais
 Software de apresentação gráfica e vídeo
 Software de geometria

Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Representação axonométrica de formas tridimensionais *

No sistema de representação axonométrica

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas *

Nas axonometrias oblíquas considera-se a cavaleira e a militar (planométrica). E nas ortogonais normalizadas a isometria, a dimetria e a trimetria.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Avalie a receptividade dos alunos em cada uma das áreas

Da sua experiência na apresentação dos trabalhos realizados e nos recursos utilizados no desenvolvimento da disciplina Didáctica da Geometria, avalie para cada uma das áreas os seguintes aspectos.

10. Percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

11. Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

12. Interpretação de representações descritivas de formas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projectções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Página 6

Após a página 5 [Continuar para a página seguinte](#)**13. Qualifique a evolução na sua aprendizagem como aluno quanto aos seguintes aspectos ***

Tendo em consideração a sua experiência como aluno e os recursos utilizados no desenvolvimento da disciplina Didáctica da Geometria

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
Aquisição de conhecimentos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Interesse demonstrado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

MUITO OBRIGADA PELA SUA COLABORAÇÃO

C.2 Questionário – Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário

Questionário - Utilização de recursos na disciplina de Geometria Descritiva do Ensino Secundário

Este questionário pretende fazer um estudo sobre a actividade dos professores de Geometria Descritiva do Ensino Secundário. Trata-se de um pequeno inquérito que demora apenas alguns minutos a responder e de grande utilidade para o sucesso deste estudo. As respostas são confidenciais. Agradeço desde já a vossa colaboração.

Página 2

Após a página 1 [Continuar para a página seguinte](#)**1. Género ***Feminino **2. Em que escalão etário se insere? ***

Idade.

menos de 25 anos **3. Como Professor(a) indique a sua situação profissional actual? ***Profissionalizado

C.4

4. Em que área se insere a sua licenciatura? *

Se não encontrar a sua área de licenciatura escolha a mais próxima.

Arquitetura

5. Neste ano lectivo encontra-se a leccionar a disciplina de Geometria Descritiva? *

Sim

6. Qual o concelho onde lecciona actualmente? *

Concelho da escola onde lecciona neste momento.

Página 3

Após a página 2

[Continuar para a página seguinte](#)

7. Indique quantos anos tem de experiência no ensino da Geometria Descritiva? *

até 2 anos

8. Assinale os recursos utilizados nas suas aulas de Geometria Descritiva. *

Considere como exemplos de recursos: Convencionais » quadro de giz e de canetas e material de desenho auxiliar; Audiovisuais » retroprojector, projectores de diapositivos e de vídeo; Software de apresentação gráfica e vídeo » PowerPoint, OpenOffice, Media Player; Software de geometria » dinâmica, CAD e modelação 3D.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Página 4

Após a página 3

[Continuar para a página seguinte](#)

9. Para cada uma das seguintes áreas indique dois dos recursos mais utilizados para dar as suas aulas?

Áreas do actual programa de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário.

Considere como exemplos de recursos:

- Convencionais » quadro de giz e de canetas e material de desenho auxiliar;
- Audiovisuais » retroprojector, projectores de diapositivos e de vídeo;
- Software de apresentação gráfica e vídeo » PowerPoint, OpenOffice, Media Player;
- Software de geometria » dinâmica, CAD e modelação 3D.

Ponto / recta / plano *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Intersecções (recta/plano e plano/plano) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Problemas Métricos (distâncias e ângulos) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções) *

No sistema de dupla projecção ortogonal.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Representação axonométrica de formas tridimensionais *

No sistema de representação axonométrica

- Convencionais
- Audiovisuais)
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas *

Nas axonometrias oblíquas considera-se a cavaleira e a militar (planométrica). E nas ortogonais normalizadas a isometria, a dimetria e a trimetria.

- Convencionais
- Audiovisuais
- Modelos físicos tridimensionais
- Software de apresentação gráfica e vídeo
- Software de geometria

Avalie a receptividade dos alunos em cada uma das áreas

Da sua experiência como professor(a) e dos recursos utilizados para o ensino da Geometria Descritiva avalie para cada uma das áreas do actual programa de Geometria Descritiva A do Ensino Secundário os seguintes aspectos.

10. Percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

11. Visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

12. Interpretação de representações descritivas de formas. *

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
DPO - Ponto / Recta / Plano	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Intersecções (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Paralelismo e perpendicularidade (recta/plano e plano/plano)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Métodos geométricos auxiliares (rotações, rebatimentos e mudanças de planos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Problemas Métricos (distâncias e ângulos)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
DPO - Sólidos (projeções, planos tangentes, sombras e secções)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Representação axonométrica de formas tridimensionais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Axonometrias oblíquas (clinogonais) e ortogonais normalizadas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

13. Qualifique a evolução na aprendizagem dos alunos quanto aos seguintes aspectos *

Tendo em consideração a sua experiência como professor(a) e os recursos utilizados no ensino da Geometria Descritiva (no decorrer dos dois anos lectivos).

	Muito reduzida	Reduzida	Média	Boa	Muito boa
Aquisição de conhecimentos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Interesse demonstrado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

14. As suas respostas tiveram como base alunos de que Curso? *

- Curso Geral de Ciências e Tecnologias
 Curso Geral de Artes Visuais

MUITO OBRIGADA PELA SUA COLABORAÇÃO

Anexo D

Grupo P-ES

D.1 Definição da população

Em qualquer investigação empírica o conhecimento da dimensão da população alvo é fundamental para que as conclusões do estudo assumam representatividade no universo em que se inserem. Só assim a aplicação dos resultados ao contexto real poderá ter o impacto positivo esperado, e em sintonia com os obtidos no modelo conceptual.

A dimensão da população alvo utilizada no Grupo P-ES, embora não conhecida foi garantida com base no universo de escolas G600 (Figura D.1) e através do email enviado por distrito às escolas a solicitar a colaboração neste estudo (Figura D.2).

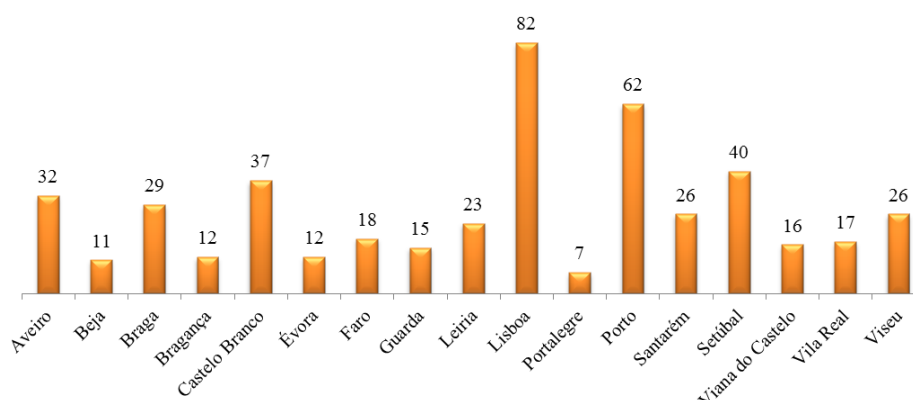


Figura D.1 – Nº de Escolas Secundárias com Professores do Grupo 600 (por Distrito)⁵³⁸

⁵³⁸ Base de dados disponibilizada pelo Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação (GEPE).

Assim, foi possível atingir apenas a população alvo, ou seja os professores que tenham lecionado a disciplina de Geometria Descritiva, no 10º e 11º anos do Curso Geral de Ciências e Tecnologias ou Curso Geral de Artes Visuais do atual Programa de Geometria Descritiva A, em escolas públicas de Portugal continental.

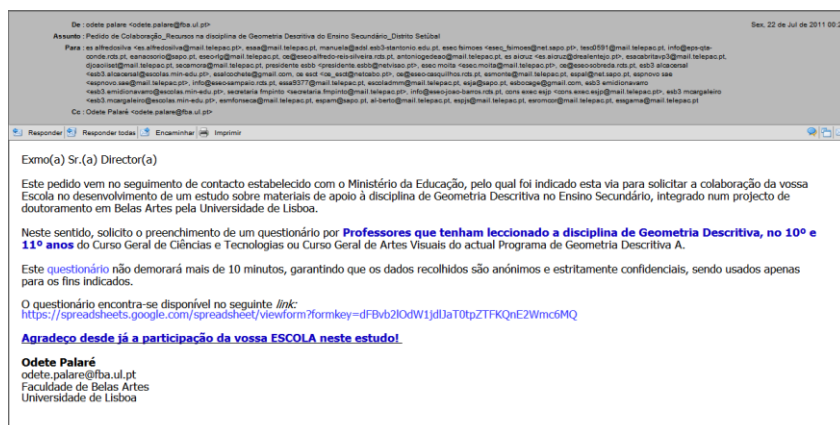


Figura D.2 – Cópia do email enviado para as Escolas Secundárias do Distrito de Setúbal, que constituíram a população do Grupo P-ES – exemplo

No entanto, só com o número efetivo de escolas secundárias que admitiram alunos ao exame nacional de GD-A (ENES 2011⁵³⁹), foi possível extrair o número de professores G600 (Figura D.4) que lecionam nas escolas GD-A, permitindo assim definir o universo desta investigação (Figura D.3).

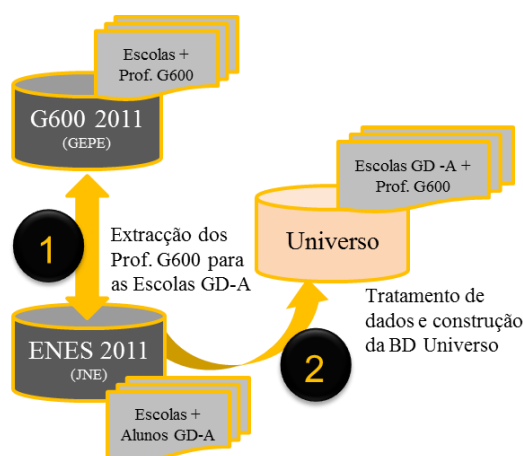


Figura D.3 – Processo de determinação do Universo

⁵³⁹ Cf. Ministério da Educação e Ciência de Portugal - Júri Nacional de Exames, Exames Nacionais do Ensino Secundário 2011 - Base de Dados [Em linha].

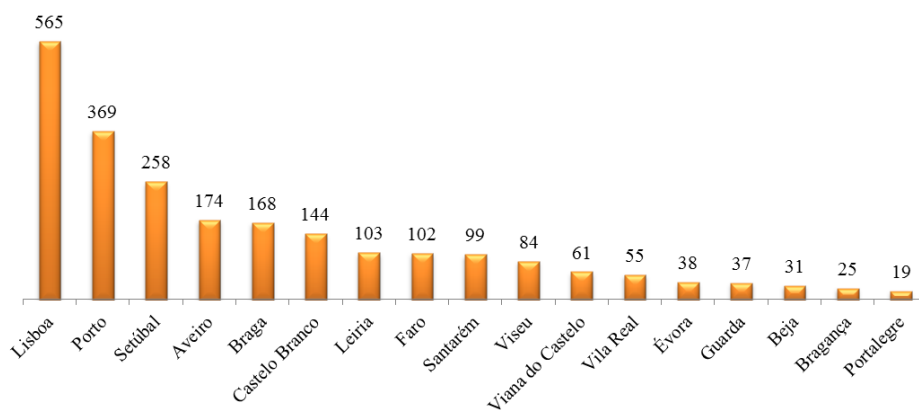


Figura D.4 – Nº de Professores do Grupo 600 (por Distrito) [GEPE]

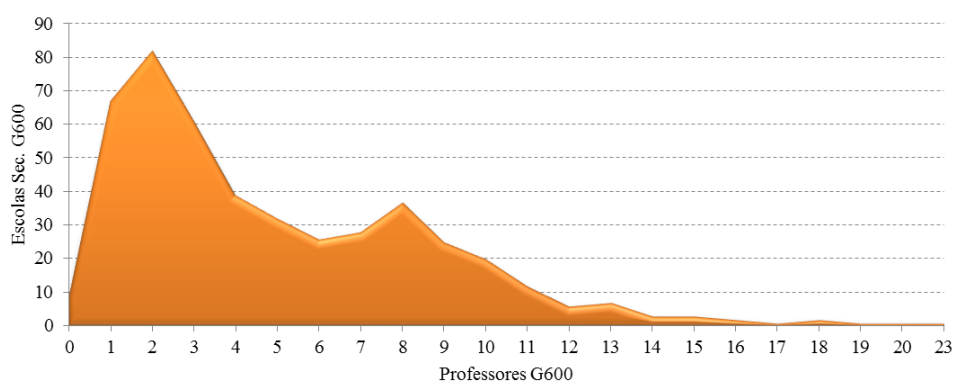


Figura D.5 – Nº de Professores do Grupo 600 em Escolas Secundárias de Portugal continental

Embora se tenha conseguido garantir que o inquérito atingiu apenas a população alvo, interessa estimar a dimensão da mesma no sentido de conseguir validar a representatividade da amostra em estudo.

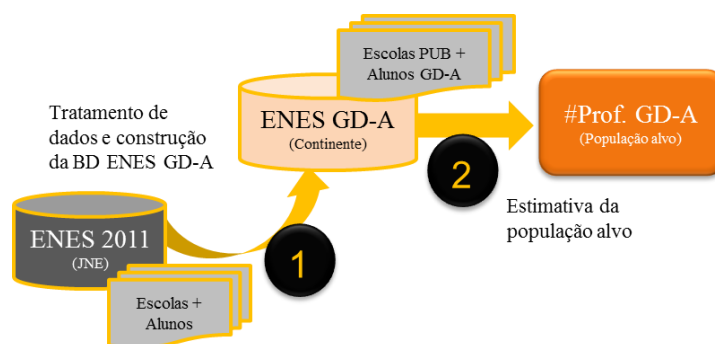


Figura D.6 – Processo de estimativa da população alvo

Recorrendo á BD ENES 2011 foi possível extrair apenas os dados referentes ao Exame GD-A, obtendo uma BD ENES GD-A com o número de alunos que se propuseram a exame GD-A em 2011, distribuídos pelas escolas públicas do Ensino Secundário em Portugal continental (Figura D.6). Relacionando estas componentes, seguindo determinadas regras, foi possível estimar o número de Professores GD-A (#Prof. GD-A), ou seja a dimensão da população alvo desta investigação (Tabela D.1). Neste processo foram atribuídas a um conjunto de variáveis, as seguintes regras:

- 1 Professor a lecionar em 2 Turmas por Escola (11ºano);
- 20 Alunos por Turma;
- Existência de escolas que admitem alunos a Exame Nacional GD-A 11ºano, sem que estejam associados a turmas nessa mesma escola;

Tabela D.1 – Quantificação da população alvo no Grupo P-ES

Distritos	#Escolas_GA	#Alunos_GA	#Alunos/Escola	#Turmas/Escola	#Turmas	#Prof. GD-A
LISBOA	63	2692	43	2	132	66
PORTO	49	1658	34	2	83	42
COIMBRA	16	574	36	2	29	14
BRAGA	18	924	51	3	47	23
FARO	13	569	44	2	29	14
SETÚBAL	32	832	26	1	42	21
GUARDA	6	191	32	2	10	5
ÉVORA	8	206	26	1	10	5
PORTALEGRE	3	136	45	2	7	3
SANTARÉM	16	461	29	1	22	11
VIANA DO CASTELO	8	335	42	2	17	8
AVEIRO	26	771	30	2	39	20
BEJA	5	145	29	2	8	4
LEIRIA	13	568	44	2	29	14
BRAGANÇA	5	73	15	1	4	2
VILA REAL	10	193	19	1	10	5
CASTELO BRANCO	8	157	20	1	8	4
VISEU	14	383	27	1	20	10
Total	17.4*	603.8*	32.8*	1.7*	544	272

*Valores médios totais para Portugal Continental

A dimensão da população alvo fica assim estimada com 272 professores GD-A, representando 14.1% do universo deste estudo, enquanto a amostra obtida atingiu os 44.1% da população alvo estimada (Tabela D.3). Em resumo, a população nesta investigação ficou assente no número de professores existente e estimado para os diferentes conceitos da amostragem (Tabela D.2).

Tabela D.2 – Professores e escolas GD-A no processo de amostragem

Distritos	#Escolas_GD-A	#Prof. G600 (Universo)	#Prof. GD-A (População alvo)	#Prof. GD-A (Amostra)
LISBOA	63	457	64	28
PORTO	49	321	45	21
COIMBRA	16	77	11	11
BRAGA	18	150	21	8
FARO	13	94	13	5
SETÚBAL	32	229	32	12
GUARDA	6	24	3	5
ÉVORA	8	32	5	2
PORTALEGRE	3	14	2	2
SANTARÉM	16	77	11	6
VIANA DO CASTELO	8	41	6	3
AVEIRO	26	159	22	5
BEJA	5	22	3	2
LEIRIA	13	69	10	6
BRAGANÇA	5	13	2	1
VILA REAL	10	49	7	1
CASTELO BRANCO	8	40	6	1
VISEU	14	64	9	1
Total	313	1932	272	120

Tabela D.3 – Resumo dos parâmetros de amostragem no Grupo P-ES

Amostragem	Escolas	Concelhos	Prof. GD-A
Universo	313	161	1932
População alvo	313	161	272
	<i>100%</i>	<i>100%</i>	14,1%
Amostra	120	62	120
	<i>38,3%</i>	<i>38,5%</i>	44,1%

D.2 Representatividade da amostra do Grupo P-ES

A validação da representatividade da amostra é de extrema importância na medição do impacto que o modelo proposto desta investigação possa ter, quando aplicado numa nova iteração do processo de incrementação qualitativa da visualização espacial (Figura 5.3).

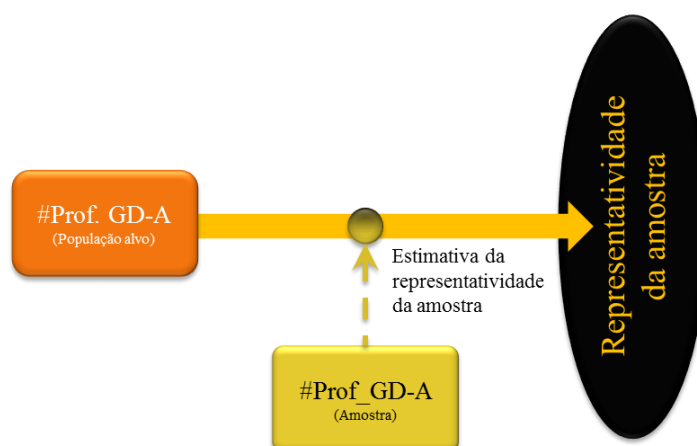


Figura D.7 – Processo de estimativa da representatividade da amostra relativa á população alvo

Com a dimensão da população alvo estimada, foi possível relacionar a mesma com a amostra obtida e estimar a representatividade (Figura D.7). No entanto, dada a importância em obter uma representatividade com o menor grau de incerteza possível, foi incluído neste estudo mais duas dimensões de população alvo, obtidas através de diferentes processos e assim, permitir validar o valor estimado (Tabela D.3).

Para estimar as dimensões de população alvo, foram utilizados os seguintes processos:

1. #Escolas_GD-A (APROGED 2001) – Utilizado como referência a lista de escolas secundárias com alunos inscritos para exame GD-A em 2001, a qual foi publicada em 2001 no boletim da APROGED (originalmente extraída do Diário de Notícias). Regra assumida: número de escolas GD-A igual ao número de professores a lecionar GD-A;
2. #Escolas_GD-A (ENES 2011) – Utilizado como referência a lista de escolas secundárias com alunos inscritos para exame GD-A em 2011,

disponibilizada pelo GEPE. Regra assumida: número de escolas GD-A igual ao número de professores a lecionar GD-A;

- #Prof. GD-A (ENES GD-A) – Com base na relação entre a BD Grupo 600 e ENES 2011, foi possível obter a lista de professores a lecionar GD-A em 2011, assumindo um conjunto de regras na atribuição dos despectivos valores. Regras assumidas já enunciadas em D.1.

Estimando a representatividade da amostra deste estudo, com base nas dimensões conseguidas e apresentadas na Tabela D.4, é possível definir um intervalo para a representatividade da amostra neste estudo entre $[38\% < r < 48.1\%]$. A mediana da representatividade conseguida com base na dimensão da população alvo de referência, não só está dentro do intervalo, como se situa próximo do meio, o que valida a representatividade da amostra estimada em 45.5%.

Tabela D.4 – Comparação das estimativas da representatividade da amostra no Grupo P-ES

Distritos	#Prof. GD-A (Amostra)	#Prof. GD-A [CUMUL]	#Escolas_GD-A (APROGED 2001)	Representatividade (APROGED 2001)	#Escolas_GD-A (ENES 2011)	Representatividade (ENES 2011)	#Prof. GD-A (ENES GD-A)	Representatividade (ENES GD-A)
LISBOA	28	23,3%	69	40.6%	63	44.4%	64	43.8%
PORTO	21	17,5%	35	60.0%	49	42.9%	45	46.5%
COIMBRA	11	9,2%	5	220.0%	16	68.8%	11	101.5%
BRAGA	8	6,7%	8	100.0%	18	44.4%	21	37.9%
FARO	5	4,2%	12	41.7%	13	38.5%	13	37.8%
SETÚBAL	12	10,0%	30	40.0%	32	37.5%	32	37.2%
GUARDA	5	4,2%	4	125.0%	6	83.3%	3	148.1%
ÉVORA	2	1,7%	4	50.0%	8	25.0%	5	44.4%
PORTALEGRE	2	1,7%	3	66.7%	3	66.7%	2	101.5%
SANTARÉM	6	5,0%	13	46.2%	16	37.5%	11	55.4%
VIANA DO CASTELO	3	2,5%	4	75.0%	8	37.5%	6	52.0%
AVEIRO	5	4,2%	13	38.5%	26	19.2%	22	22.3%
BEJA	2	1,7%	2	100.0%	5	40.0%	3	64.6%
LEIRIA	6	5,0%	8	75.0%	13	46.2%	10	61.8%
BRAGANÇA	1	0,8%	3	33.3%	5	20.0%	2	54.7%
VILA REAL	1	0,8%	3	33.3%	10	10.0%	7	14.5%
CASTELO BRANCO	1	0,8%	3	33.3%	8	12.5%	6	17.8%
VISEU	1	0,8%	8	12.5%	14	7.1%	9	11.1%
Total	120	100,0%	227	48.1%	313	38.0%	272	45.5%

D.3 Valores médios de IT por área de licenciatura e por conteúdo

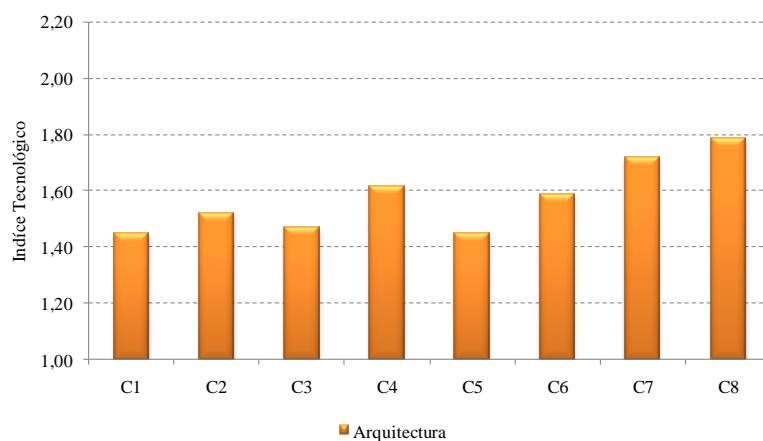


Figura D.8 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Arquitetura

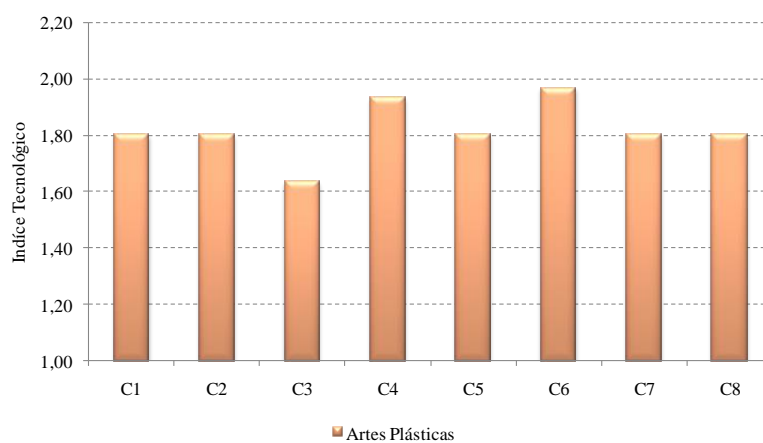


Figura D.9 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Artes Plásticas

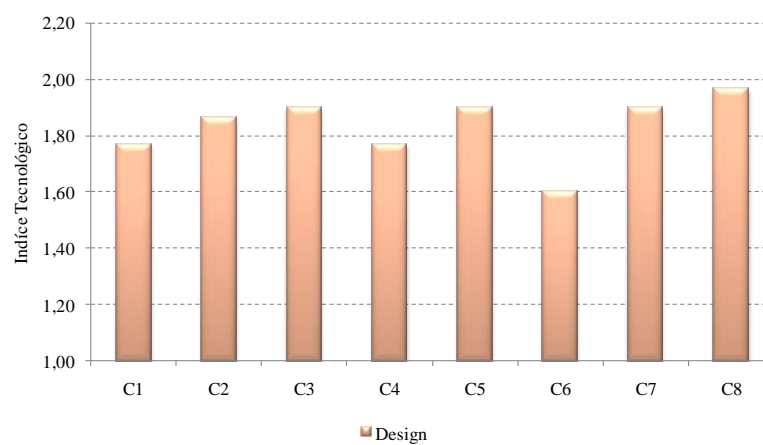


Figura D.10 – Valores médios de IT dos licenciados da área de Design

Bibliografia

Bibliografia Geral

AGUILAR, Leonildo Teixeira - *Alguns Conceitos Geométricos*. Lisboa: Lusolivro, 1993.

AGUILAR, Leonildo Teixeira - Definição de Geometria Descritiva. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 25 (Novembro de 2006), p. 8.

ALASIA, Cristoforo - *Poliedri, curve e superficie: secondo i metodi della geometria descrittiva*. Milano: Ulrico Hoepli, 1912. Manuali Hoepli.

ALMEIDA, Álvaro Duarte - Avaliação da aprendizagem em Geometria Descritiva no Ensino Secundário. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 6 (Março de 1998), pp. 23-28.

ALMEIDA, Álvaro Duarte - Contributo para o Estudo da História Recente do Ensino da Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 10 (Dezembro de 1999), pp. 3-8.

ALMEIDA, Leandro S.; FERREIRA M. Adelina Guisande e Aristides I. - *Inteligência: perspectivas teóricas*. Coimbra: Edições Almedina, 2009. ISBN: 978-972-40-3631-1.

ALVES, Gerlúzia de Oliveira Azevedo; ALVES, Antônio André - *Representação Espacial: Piaget e o Tripé da Biologia, da Lógica e da Epistemologia*. In V Congresso de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica (CONNEPI 2010). Rio Grande do Norte: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia, 2010. ISBN 978-85-64320-00-0.

ANTOMARI, X. - *Cours de géométrie descriptive*. 3^{ème} ed. Paris: Vuibert et Nony, 1904.

ANTOMARI, X. - *Les principes de la géométrie descriptive*. 3^{ème} ed. Paris: Vuibert et Nony, 1906.

APM - *A matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2006.

ARNHEIM, Rudolf - *Arte & Percepção Visual – Uma Psicologia da Visão Criadora*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 2007.

ARNHEIM, Rudolf - *Visual Thinking*. Los Angeles: University California Press, 1997 (1ª edição 1969).

ASANCHEYEV, Boris - *Épures de Géométrie Descriptive, concours d'entrée à l'école normale supérieure*. Paris: Hermann – Éditeurs des Sciences et des Arts, 2002.

ASCHIERI, Ferdinando - *Geometria proiettiva e descrittiva: geometria descrittiva*. Milano: Ulrico Hoepli, 1884.

AUBERT, Jean - *Axonometrie*. Paris: Éditions de la Villette, 1996. ISBN 2-903539-38-3.

AUBERT, Jean (dir.) - *Cours de Dessin d'Architecture a partir de la Geometrie Descriptive: a l'usage des eleves de premiere annee des ecoles d'architecture*. Troisieme Edition. Paris: Éditions de la Villette, 1992 (1ª edição 1980).

AUBERT, P. - *Exercices et épures de géométrie descriptive: a l'usage des élèves de mathématiques spéciales*. Paris: Lib. Vuibert, 1924. Obra composta por texto e atlas.

AVIGNANT, J. - *Géométrie Descriptive*. Neuvième Édition. Paris: Dunod, 1969.

BARREDO CAHUE, Juan Manuel - *Aspectos Caracteristicos de los Sistemas de Representation en una Aplicacion Pedagogica en Bellas Artes*. Bilbao: Tese de doutoramento em Belas Artes pela Universidad del Pais Vasco, 1988.

BARRETT, Maurice - *Educação em Arte*. Lisboa: Editorial Presença, 1979.

BARRY, Judith - *Projections: mise en abyme*. Vancouver: Presentation House Gallery, cop. 1997. ISBN 0-920293-38-7.

BEATO, Carlos Alberto da Silva - *Os liceus e as ciências (1836-1860) - Um estudo sobre o processo de criação das disciplinas de ciências físicas e naturais nos liceus portugueses*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Educação, área de especialização de História da Educação, pela Universidade de Lisboa, 2011.

BENOIT, André - *Géométrie descriptive: conforme aux nouveaux programmes: a l'usage des élèves de la classe de Mathématiques et des candidats au Baccalauréat (2^{ème} partie)*. Paris: Lib. Vuibert, 1929.

BENSABAT, Fernando - *Exercícios de Geometria Descritiva 10ºano - Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2004. ISBN: 972-680-595-3.

BENSABAT, Fernando - *Geometria Descritiva A/B 10ºano - Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2005. ISBN: 972-680-566-X.

BONNICI, Peter - *Linguagem visual: o misterioso meio de comunicação*. Tradução de Sofia Henriquez. Lisboa: Destarte, cop. 2000. ISBN 972-8496-11-7.

BOURBAKI, Nicolas (pseudo.) - *Elements of the history of mathematics*. Berlin: Springer-Verlag, 1991. ISBN 0-387-19376-6.

BOYER, Carl B - *História da matemática*. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. ISBN 85-212-0023-4 .

BREDA, Ana Maria - *Os sólidos geométricos: uma introdução à geometria euclidiana*. Coimbra: Universidade de Coimbra. Departamento de Matemática. Centro de Matemática, 1993.

BREITHOF, N. - *Traité de géométrie descriptive: point - droite - plan*. 4^{ème} ed. (ed. rev. e aum.) . Louvain: Imp. des Trois Rois, 1901.

BRICARD, Raoul - *Géométrie descriptive*. Paris: Octave Doin, 1911. Encyclopédie Scientifique.

BRISSE, Charles - *Cours de géométrie descriptive*. 2^{ème} ed. (ed. rev. por C. Bourlet). Paris: Gauthier-Villars, 1910.

BRISSE, Charles - *Cours de géométrie descriptive: a l'usage des élèves de l'enseignement secondaire moderne*. Paris: Gauthier-Villars, 1895.

CALADO, Isabel - *A Utilização Educativa das Imagens*. Porto: Porto Editora, 1994.

CAMPOS, Filipe Alexandre Duarte González Migães de - *A sustentabilidade geométrica da construção em terra crua*. Évora: Tese Mestrado em Ecologia Humana pela Universidade de Évora, 2004.

CARDOSO, Armando - *Elementos de Geometria Descritiva*. 8ª Edição. Lisboa: Livraria Bertrand, 1979.

CARDOSO, Armando - *Projecções ortogonais: geometria descritiva a duas projecções dos sólidos geométricos*. Porto: Lopes da Silva, 1944.

CARREIRA, António - *Compêndio de Desenho: para o 3º ciclo do ensino liceal*. Lisboa: Livraria Sá e Costa, 1965.

CARTA DE LEI de 06.07.1859 que cria as cadeiras de Geometria Descritiva e Química Orgânica na Escola Politécnica: 1ª página do Diário do Governo, 156, de 06.07.1859. Lisboa: s.n., 1987.

CARVALHO, Rómulo de - *História do Ensino em Portugal*. Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano. 4ª edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008. ISBN 978-972-31-0173-7.

CHARRUIT, N. - *Problèmes et épures de géométrie descriptive et de géométrie cotée*. 2^{ème} ed . Paris: Nony, 1897.

CHOLLET, T. - *Traité de géométrie descriptive*. Paris: Lib. Vuibert, 1926, 1928. 1^{ère} partie: a l'usage des élèves de première C et D et des candidats au baccalauréat avec des compléments destinés aux candidats aux Écoles (Navale, Saint-Cyr, Institut agronomique). 17^{ème} ed., VI, 338 p.; 2^{ème} partie: a l'usage des élèves de mathématiques

et des candidts au baccalauréat et aux écoles (Navale, Saint-Cyr, Institut agronomique, etc.). 9^{ème} ed., 282 p., II pl. desdob.

CHOLLET, T. - *Traité de géométrie descriptive: a l'usage des élèves de la classe de mathématiques*. 11^{ème} ed. Paris: Lib. Vuibert, 1934.

CHOMÉ, F. - *Cours de géométrie descriptive: de l'École Militaire*. 2^{ème} ed. Paris: Gauthier-Villars, 1893. A obra é composta por 1^a parte (Livro 1 - texto e Livro II - atlas) e 2^a parte: Plans cotés (texto).

CORAZZI, David (ed.) - *Geometria descritiva*. Lisboa: Biblioteca do Povo e das Escolas, 1885.

COSTA, João - *Geometria Descritiva 11º A ou 12º A - Ensino Secundário*. Porto: Areal Editores, 2005. ISBN: 972-627-787-6.

COSTA, Manuel Jorge Rodrigues Couceiro da - *A geometria no ensino da arquitectura*. Lisboa: Prova complementar de Doutoramento em Arquitectura, na especialidade de Comunicação Visual pela Universidade Técnica de Lisboa, 1993.

COSTA, Manuel Jorge Rodrigues Couceiro da - *Perspectiva e arquitectura: uma expressão da inteligência no trabalho de concepção*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Arquitectura pela Universidade Técnica de Lisboa, 1992.

COSTA, Manuel Jorge Rodrigues Couceiro da - O futuro da Geometria Descritiva. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 7 (Maio de 1998), pp. 3-14.

COSTA, Maria da Conceição Monteiro da - *Modelo do pensamento visual-espacial: transformações geométricas no início da escolaridade*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Ciências da Educação pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2005.

COUTINHO, João - Da teoria à prática em Geometria Descritiva. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 11 (Janeiro de 2000), pp. 13-16.

COUTINHO, João - Manuais Escolares de Geometria Descritiva. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 7 (Maio de 1998), pp. 21-24.

COTTINELLI TELMO, Isabel - *A Criança e a Representação do Espaço*. Lisboa: Livros Horizonte, 1986.

COTTINELLI TELMO, Isabel - *Representação do Espaço Tridimensional dos Desenhos de Casas Feitos por Crianças e Jovens dos 8 aos 18 Anos de Idade*. Lisboa: Tese de Doutoramento apresentada à Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, 1991.

CUNHA, Luís Veiga da - *Desenho Técnico*. 10ª edição. Lisboa: Serviço de Educação da Fundação Calouste Gulbenkian, 1997.

DELGADO, Ricardo Jorge Conduto Rodrigues - *Exercícios de Axonometria*. Texto Policopiado. Lisboa: Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, 1995.

DESCARTES, René - *A geometria*. Lisboa: Prometeu, 2001. Edição bilingue comemorativa do ano Internacional da Matemática. ISBN 972-98680-1-8.

DESportes, E. - *Éléments de géométrie descriptive: classes de Première C et D et de Mathématiques A et B. Nouvelle ed. entièrement refondue conforme aux programmes officiels du 27 Juillet 1905*. Paris: Lib. Armand Colin, 1906.

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios de geometria descritiva*. Lisboa: Relevo Gráfico, 1951. 1ª parte: 6ª ano dos Liceus e Institutos Industriais. (a)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios de geometria descritiva*. Lisboa: Relevo Gráfico, 1951. 2ª parte: 7º ano dos Liceus e Institutos Industriais. (b)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios de geometria descritiva*. 5ª ed. Lisboa: s.n., 1967. 1ª parte: 6º ano dos liceus. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (c)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios de geometria descritiva*. 3ª ed. Lisboa: s.n., 1962. 2ª parte: 7º ano dos liceus. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (d)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios resolvidos de Geometria Descritiva – Ponto-Recta-Representação do plano (6º Ano Liceal)*. Lisboa: s.n., s.d.. 1º Caderno. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L.(e)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios resolvidos de Geometria Descritiva – Intersecção de planos e de rectas com planos, Rebatimentos, Projecções de figuras planas, Projecções e secções em pirâmides e prismas (6º Ano Liceal)*. Lisboa: s.n., s.d.. 2º Caderno. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (f)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios resolvidos de Geometria Descritiva – Sombras do ponto, recta, figuras planas, pirâmides e prismas (6º Ano Liceal)*. Lisboa: s.n., s.d.. 3º Caderno. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (g)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios resolvidos de Geometria Descritiva – Projecções do cone e do cilindro, Secções planas produzidas em cones e cilindros de revolução, Intersecções de rectas com sólidos (7º Ano Liceal)*. Lisboa: s.n., s.d.. 4º Caderno. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (h)

DUARTE, Álvaro Rodrigues; VICENTE, Leonel Martins - *Exercícios resolvidos de Geometria Descritiva – Sombras do cone e do cilindro de revolução, Projecções e sombras de sólidos sobrepostos (7º Ano Liceal)*. Lisboa: s.n., s.d.. 5º Caderno. Depositário: Papelaria Fernandes, S.A.R.L. (i)

DUARTE, Maria Guanilho; DUARTE, Álvaro R. - *Elementos de geometria descritiva: 6º ano dos Liceus e Escolas Secundárias*. Lisboa: Editora Studium, 1953.

EDGERTON Jr.; SAMUEL, Y. - *The heritage of Giotto's geometry: art and science on the eye of the scientific revolution*. 1st printing. Ithaca, London: Cornell University Press, 1993.

ELIOT, John - *Models of Psychological Space: Psychometric, Developmental and Experimental Approaches*. New York: Springer-Verlag, 1987. ISBN: 0-387-96549-1.

ELKINS, James - *How to use your eyes*. XIII, New York; London: Routledge, 2009. ISBN 978-0-415-99363-0.

ELKINS, James - *Visual studies: a skeptical introduction*. IX, New York; London: Routledge, 2003. ISBN 0-415-96681-7.

ENRIQUES, Federigo - *Lezioni di geometria descrittiva*. 2^a ed. Bologna: Nicola Zanichelli, 1908.

F. J. - *Éléments de géométrie descriptive: avec de nombreux exercices*. Paris: J. de Gigord, 1931. Cours de Mathématiques Élémentaires.

FARINHA, João; ALBUQUERQUE, Luís - *Exercícios de Geometria Descritiva*. 2^a Edição, Coimbra: Atlântida. 1951 (1^a edição, 1943).

FERRÃO, Hugo - A Cibercultura e os Desafios nas Novas aprendizagens. In Actas da 1^a Conferência Internacional em Design e Artes Gráficas - Desafios Tecnológicos para o Design e Produção Gráfica. Lisboa: ISEC – Instituto Superior de Educação e Ciências e IPT – Instituto Politécnico de Tomar, 2010. ISBN 978-972-99948-3-8, pp. 40-41.

FERRÃO, Hugo - Alan Turing, The Computational Praxis and the Posthuman Artistic Becoming In QUARESMA, José (coord.) - *The Foresight of Alan Turing. Technological Simulations in Art and Science*. Lisboa: CIEBA- Centro de Investigação e Estudos em Belas-Artes - Secção Ciberarte, Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa e FCT Fundação para a Ciência e Tecnologia. ISBN 978-989-8300-42-3 (2012), pp. 180-191.

FERRÃO, Hugo - Hipertexto, Axis Mundi das Manifestações Tecno-artísticas. *ArteTeoria, Mestrado em Teorias da Arte, Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa*. Lisboa. ISBN 972-99616-0-3. Nº 6 (2005), pp. 31-40.

FERRÃO, Hugo - Investigação em Arte. Perspectivas para o Séc. XXI. In QUARESMA, José; DIAS, Fernando Rosa; GUADIX, Juan Carlos Ramos (coord.) - *Investigação em Arte – Uma Floresta muitos Caminhos*. Lisboa: CIEBA- Centro de Investigação e Estudos em Belas-Artes, Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa. ISBN 978-989-8300-10-2 (2010), Vol. I. pp. 133-146.

FERRÃO, Hugo - Invisible Network, Novas Fronteiras Artísticas da Interação com Superfícies e Objectos Inteligentes. In QUARESMA, José; DIAS, Fernando Rosa (coord.) - *Circunvoluções Digitais. Arte, Design e Plataformas Virtuais*. Lisboa: CIEBA- Centro de Investigação e Estudos em Belas-Artes - Secção Ciberarte, Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa. ISBN 978-989-8300-11-9 (2010), Vol. II. pp. 49-59.

FERRÃO, Hugo - Narrativas Rizomáticas, Velhos e Novos Paradigmas Investigativos na Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa. In QUARESMA, José; DIAS, Fernando Rosa; GUADIX, Juan Carlos Ramos (coord.) - *Investigação em Arte e Design. Fendas no Método e na Criação*. Lisboa: CIEBA- Centro de Investigação e Estudos em Belas-Artes, Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa. ISBN 978-989-8300-15-7 (2011), Vol. II. pp. 47-52.

FERRER MUNÓZ, José Luis - *Axonometrias*. Madrid: Editorial Paraninfo, 1996. ISBN: 84-283-2233-3.

FLOCON, Albert; TATON, René - *La perspective*. Paris: Presses Universitaires de France, 1963. Que sais-je?

FORTIN, Marie-Fabienne [et. al.] - *O Processo de Investigação, da concepção à realização*. Loures: LUSOCIÊNCIA – Edições Técnicas e Científicas Lda., 2009. ISBN: 978-972-8383-10-7. (1ª ed. 1999 trad.).

FRANÇA, Adalberto - *Caderno de Exercícios de Geometria Descritiva*. Porto: Livraria Athena .

FRANGENBERG, Thomas - The Image and the Moving Eye. *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*. Londres. Nº 49 (1986), pp. 50-171.

GABRIEL-MARIE - *Cours de géométrie descriptive: conforme aux derniers programmes: classes de première C et D et classe de mathématiques*. Paris: Lib. Générale, 1926.

GABRIEL-MARIE - *Exercices de géométrie descriptive*. 4^{ème} ed. Paris: Vve. Ch. Poussielgue, 1909. Cours de Mathématiques.

GABRIEL-MARIE - *Exercices de géométrie descriptive*. 6^{ème} ed. Paris: Lib. Générale, 1927.

GEPE, Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação - Direcção de Serviços de Estatística. *Perfil do Docente 2009/2010*. Lisboa: Ministério da Educação, 2011. ISBN 978-972-614-522-6.

GARCIA, Arnaldo Cardoso Ressano - *Escola Politécnica de Lisboa. X - A cadeira de desenho e os seus professores*. Lisboa: Faculdade de Ciências de Lisboa - Primeiro centenário da Fundação da Escola Politécnica de Lisboa 1837-1937, 1937.

GEFFROY, J. - *Traité pratique de géométrie descriptive*. Paris: Armand Colin, 1921.

GIL PIQUERAS, Teresa; SOLAZ, Helena Garcia; CASTELBLANQUE, Salvador Castrilho; MUNÓZ, Enrique Hernández - *Levantamientos planimétricos en edificación*. Valencia: Editorial de la UPC, 2003.

GIANAZZA, G. - *A Perspectiva*. Rio de Janeiro: Editora Tecnoprint, 1983. ISBN 85-00-90564-6.

GILL, Robert W. - *Desenho de Perspectiva*. Lisboa: Editorial Presença, 1989.

GONÇALVES, Luís - A propósito de... *Boletim da Aproved.* Porto. Nº 23 (Novembro de 2004), pp. 13-14.

GONÇALVES, Luís - *Geometria Descritiva - Livro de Exercícios - 12º Ano de Escolaridade.* Lisboa: Emp. Literária Fluminense Lda., 1987.

GONÇALVES, Luís - *Geometria Descritiva 1 - 10º Ano de Escolaridade.* Lisboa: Emp. Literária Fluminense Lda., 1979.

GONÇALVES, Luís - *Geometria Descritiva 1 - Livro de Exercícios- 10º Ano de Escolaridade.* Lisboa: Emp. Literária Fluminense Lda., 1985.

GONÇALVES, Luís - *Geometria Descritiva 2 - 11º Ano de Escolaridade.* Lisboa: Emp. Literária Fluminense Lda., 1981.

GORRIERI, Domenico - *Applicazioni di geometria descrittiva.* Bologna: Nicola Zanichelli, 1922. A obra é composta por 1 vol. de texto (parte I e II) e 1 vol. atlas (parte I e II).

GOUILLY, A. - *Géométrie descriptive.* Paris: Gauthier-Villars, s.d. (Encyclopédie Scientifique des Aide-Mémoire). Vol. I: Point - ligne droite - plan, 164 pp.; Vol. II: Sphère, cône et cylindre de révolution, sections coniques, 197 pp.; Vol. III: Changements de plans de projections, rotations, trièdres. Polyèdres, 157 pp.

GOUVEIA, Gonçalo Ferreira de - *A Geometria Descritiva face ao seu passado, e às projecções que configuram o seu futuro.* Madeira: Provas de Aptidão pedagógica e Capacidade Científica – Dissertação no Ramo de Estudos de Arte (Especialidade de Educação Estética) no âmbito da Geometria Descritiva apresentada à secção Autónoma da Arte e Design da Universidade da Madeira, 2001.

HAAG, Paul Émile - *Cours de géométrie descriptive et de stéréotomie: École Polytechnique. 1^{ère} division.* [Paris]: s.n., 1901-1902.

HALSTED, George Bruce - *Géométrie rationnelle: traité élémentaire de la science de l'espace.* Paris: Gauthier-Villars, 1911.

HAUSSNER, Robert - *Geometría descriptiva.* Barcelona: Editorial Labor, 1928.

HERSHENSON, Maurice - *Visual Space Perception: a primer.* Cambridge: Massachusetts Institute of Technology (MIT), 1999. ISBN: 0-262-08270-5.

HILBERT, David - *Foundations of geometry.* 2nd ed. La Salle (Illinois): Open Court, 1971.

HILL, Manuela Magalhães; HILL, Andrew - *Investigação por questionário.* 2ª Edição, Lisboa: Edições Sílabo, 2009. ISBN: 978-972-618-273-3.

HOFFMAN, Donald D. - *Visual intelligence: how we create what we see.* XV. New York; London: W. W. Norton & Company, cop. 1998. ISBN 0-393-04669-9.

INCE, E. L. - *Principles of descriptive geometry.* London: Edward Arnold, 1933.

IZQUIERDO ASENSI, F. - *Ejercicios de Geometria Descriptiva I - sistema diédrico*. 13ª Edição. Madrid: Editorial Paraninfo, 1994.

IZQUIERDO ASENSI, F. - *Ejercicios de Geometria Descriptiva II - sistema acotado e axonométrico*. 13ª Edição. Madrid: Editorial Paraninfo, 1994.

IZQUIERDO ASENSI, F. - *Geometria Descriptiva Superior e Aplicada*. 5ª Edição. Madrid: Editorial Paraninfo, 1999.

IZQUIERDO ASENSI, F. - *Geometria Descriptiva*. 23ª Edição. Madrid: Editorial Paraninfo, 1997.

JAVARY, A. - *Traité de géométrie descriptive*. 9^{ème} ed. Paris: Ch. Delagrave, 1901, 1921. 1^{ère} partie: La Ligne droite, le plan, les polyèdres, IX, 294 pp.; 2^{ème} partie: Cones, cylindres et surfaces du second ordre, 714 pp.

JOLY, Luc - *Structure*. Lausanne: Editions IDÉA, 1975 (1ª ed. 1973).

JOLY, Martine - *Introdução à Análise da Imagem*. Paris: Edições 70, 1994. Coleção Arte e Comunicação. ISBN 972-44-0989-9.

JURISCH, E. - *Cours de géométrie descriptive*. Paris: Ch. Delagrave, 1882-1905.

KRYLOV, N.; LOBANDIEVSKY, P.; MAINE, S. - *Géométrie Descriptive*. Moscovo: MIR, 1971.

LA GOURNERIE, Jules Antoine René Maillard de - *Traité de géométrie descriptive*. 2^{ème} ed. Paris: Gauthier-Villars, 1873. A obra é composta por texto e atlas.

LANCASTRE, L. M. H. De - *Exercícios de Geometria Descritiva - 150 exercícios resolvidos 150 exercícios propostos (texto policopiado)*. 2ª edição, melhorada. Lisboa: Edição da Secção de Folhas da Associação Estudantes do Instituto Superior Técnico. s.d.

LANCASTRE, L. M. H. De - *Um Curso de Geometria Descritiva com Projecções Cotadas* (texto policopiado). Lisboa: Edição da Secção de Folhas da Associação Estudantes do Instituto Superior Técnico, s.d.

LEBON, Ernest - *Géométrie cotée et géométrie descriptive: classes de première C et D, conforme aux programmes du 27 juillet 1905 pour l'enseignement secondaire*. Paris: Delalain frères, 1907.

LEBON, Ernest - *Géométrie descriptive et géométrie cotée: classes de mathématiques A et B, conforme aux programmes du 31 mai 1902 pour l'enseignement secondaire*. Paris: Delalain frères, 1905.

LEMOINE, Émile Michel Hyacinthe - *Géométrographie: ou art des constructions géométriques*. Paris: Gauthier-Villars, 1902. Scientia.

LEMOS, Vítor Hugo de - *Lições de geometria descritiva*. [Lisboa]: I. S. A., 1938-1939.

LEROY, Charles François Antoine - *Analyse appliquée à la géométrie de trois dimensions*. Paris: s.n., 1829.

LEROY, Charles François Antoine - *Analyse appliquée à la géométrie de trois dimensions: comprenant les surfaces du second degré, avec la théorie générale des surfaces courbes et des lignes à double courbure*. 2^{ème} ed. Bruxelles: Société Belge de Librairie, 1840.

LEROY, Charles François Antoine - *Traité de géométrie descriptive*. 15^{ème} ed. (rev. e anotada por M. E. Martelet) . Paris: Gauthier-Villars, 1910. A obra é composta por texto e atlas.

LEROY, Charles François Antoine - *Traité de géométrie descriptive*. 5^{ème} ed. Paris: Mallet-Bachelier, 1859. A obra é composta por texto e atlas.

LIMA, António Pedro de Assunção Nobre - *Referenciais geométricos na arquitectura e no design: para além da geometria euclidiana*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Arquitectura, especialidade em Comunicação Visual pela Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, 2007.

LISBOA, Maria Helena - *As Academias e Escolas de Belas Artes e o Ensino Artístico (1836-1910)*. Lisboa: Edições Colibri – IHA/Estudos de Arte Contemporânea da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa, 2007. Tese de Doutoramento em História da Arte apresentada à Universidade Nova de Lisboa, pela Faculdade de Ciências Sociais e Humanas em 2006. ISBN 972-772-688-7 e 978-972-772-688-2.

LOPES, Manoel - *Educação Visual I - 7º ano de escolaridade*. 4ª edição. Lisboa: Edições Asa, 1983.

LORIA, Gino - *Metodi di geometria descrittiva*. Milano: Ulrico Hoepli, 1909. Manuali Hoepli.

LORIA, Gino - *Storia de la Geometria Descrittiva: dalle origini sino ai giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, Editore-Libraio Della Real Casa, 1921. Manuali Hoepli.

LUCAS, Adriano Callé da Cunha; MAYER; Diogo de Lima. *Elementos de geometria descritiva e teoria das sombras*. 2ª edição. Lisboa: Escola Superior de Belas Artes, 1974.

MACEDO, A. A. Ferreira - *A Geometria - ao alcance de toda a gente, Parte I - Iniciação geométrica*. Vol. I. Lisboa: Cosmos, 1947. Biblioteca Cosmos.

MACEDO, António Augusto Ferreira de - *Geometria descritiva*. Lisboa: Ed. da Secção de Folhas da Associação de Estudantes do Instituto Superior Técnico (A.E.I.S.T.), s.d.

MACHADO, Ulisses - *Aritmética prática e geometria elementar: ensino primário oficial*. Lisboa: Livraria Rodrigues, s.d.

MAHLER, G. - *Geometría del plano*. 2ª ed. Madrid: Labor, Biblioteca de iniciación cultural, 1940. Sección 11, Ciencias exactas, físicas y químicas, 129.

MARCHAL, Pierre-Édouard - *Histoire de la géométrie*. Paris: Presses Universitaires de France, 1948. Que sais-je?

MARTIN, Émile - *Cours de géométrie descriptive: a l'usage des candidats au baccalauréat et aux Écoles du Gouvernement*. Paris: Gauthier-Villars, 1902. 1^{ère} partie: Droite et plan, sphère, trièdres, cônes et cylindres, surfaces topographiques, 450 pp.; 2^{ème} partie: Surfaces de révolution, intersection des surfaces, surfaces du second ordre, 499 pp.

MASSIRONI, Manfredo - *Ver pelo Desenho*. Lisboa: Edições 70, 1982. ISBN 972-44-0716-0.

MATEUS, Luís Miguel Cotrim - *Sistema Axonométrico de Representação – História, Teoria e Prática*. Lisboa: Trabalho de Síntese, Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica pela Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, 2004.

MATEUS, Nuno Calado - Problemas Gráficos Básicos da Geometria Descritiva (A propósito dos novos programas). *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 14 (Janeiro de 2001), pp. 3-9.

MENESES, H. - *Introdução ao curso de geometria descritiva e estereotomia*. 2ª edição. [s.l.]: Scientia Editora, 1947.

MENESES, Humberto de Sousa e - *Curso prático de geometria descritiva*. Lisboa: Papelaria Fernandes, 1943.

MINEUR, P. - *Problèmes et épures de géométrie descriptive*. 2^{ème} ed. Paris: Lib. Vuibert, 1926.

MONGE, Gaspar - *Geometría Descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 1996. Colección de Ciencias, Humanidades e Ingeniería, nº52. ISBN: 84-380-0121-1. (ed. facsímil.)

MORAIS, José Manuel de Simões - *Desenho de construções mecânicas I - Desenho Técnico*. 15ª edição. Porto: Porto Editora, 1983.

MORAIS, José Manuel de Simões - *Desenho de construções mecânicas III - Desenho Técnico*. 21ª edição. Porto: Porto Editora, 1997. ISBN: 972-9247-01-3.

MORAIS, [José Manuel de] Simões - *Exercícios de desenho básico- DCM - 9º ano*. 4ª edição. Porto: Gráficos Reunidos, Lda. [para Porto Editora Lda., Livraria Arnado Lda. e E. L. Fluminense Lda], 1993.

MOREUX, Abbé Thomas (dir.) - *Pour comprendre la géométrie descriptive*. Paris: Librairie Octave Doin, 1929. Bibliothèque de l'Education Scientifique.

MORGADO, José - *Para a história da sociedade portuguesa de matemática*. Coimbra: DMUC, 1995.

MORSE, Margaret - Judith Barry: the body in space. *Art in America*. Springfield, Massachusetts. ISSN 0004-3214. Vol. 81, Nº4 (April 1993), pp. 116-123.

MOUTINHO, José Manuel Patrício de Sousa - *Apontamentos de Axonometria*. Texto Policopiado. Lisboa: Escola Superior de Belas Artes de Lisboa, s. d.

MOUTINHO, José Manuel Patrício de Sousa - *Perspectiva Cónica Linear*. Lisboa: Dissertação de Candidatura ao Grau de Professor Agregado de 3º Grupo da Escola Superior de Belas Artes de Lisboa, 1991.

MÜLLER, Maria João - *Guia de Estudo - Geometria Descritiva A - 10º ano*. Porto: Porto Editora, 2008. ISBN: 978-972-0-46591-0.

MÜLLER, Maria João - *Guia de Estudo - Geometria Descritiva A - 11º ou 12º ano (ano 2)*. Porto: Porto Editora, 2007. ISBN: 978-972-0-46591-4.

MÜLLER, Maria João - *Guia de Estudo - Geometria Descritiva B - 10º ano*. Porto: Porto Editora, 2006. ISBN: 978-972-0-46591-7.

MÜLLER, Maria João - *Guia de Estudo - Geometria Descritiva B - 11º ano*. Porto: Porto Editora, 2006. ISBN: 978-972-0-46591-1.

MURTINHO, Vítor - Geometria: transversalidades de Sistemas de Representação. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 22 (Dezembro de 2003), pp. 7-12.

MURTINHO, Vítor - *Perspectivas: o espelho maior ou o espaço do espanto*. Coimbra: Trabalho de Síntese em Geometria, Área de Arquitectura, pela Universidade de Coimbra. 1993.

NASCIMENTO, Augusto do - *Desenho*. 3ª Edição. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1933. Volume Primeiro, classes 1ª e 2ª. (a)

NASCIMENTO, Augusto do - *Desenho*. 3ª Edição. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1933. Volume Segundo, classe 3ª. (b)

NASCIMENTO, Augusto do - *Desenho*. 2ª Edição. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1932. Volume Terceiro, classes 4ª e 5ª. (c)

NUNES, Pedro, 1502-1578 - *Obras*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002-. 1º vol.: Tratado da Sphera: astronomici introductorii de spaera epitome. - 2002. - XXXVIII, 320 pp. ; 2º vol.: De crepvsclis. - 2003. - X, 431 pp. ; 3º vol.: De erratis orontii: finae regii mathematicarvm lvtetiae professoris. - 2005. - X, 409 pp. ; 4º vol.: De arte atque ratione navigandin. - 2008. - X, 805 pp. ; 6º vol.: Libro de algebra en arithmetica y geometria. - 2010. - X, 576 pp.. ISBN 972-31-0985-9. ISBN 972-31-1084-9. ISBN 972-31-1146-2. ISBN 978-972-31-1277-1. ISBN 978-972-31-1278-8.

OLIVIER, Théodore - *Cours de géométrie descriptive*. 2 ed. Paris: Carilian-Goeury et V. Dalmont, 1852-53.

PALARÉ, Odete Rodrigues - *Apoio Telemático em Geometria*. Lisboa: Tese de Mestrado em Comunicação Educacional Multimédia pela Universidade Aberta, 2004.

PALARÉ, Odete Rodrigues - *GTRR- Aulas de Apoio*. Lisboa: Trabalho de Síntese, Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica pela Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, 2002.

PALARÉ, Odete Rodrigues - *Perspectiva, Sombras e Imagem Reflectida*. Lisboa: Relatório de Aula, Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica pela Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, 2002.

PAPÉLIER, G. - *Précis de géométrie descriptive: a l'usage des élèves de mathématiques spéciales*. 3^{ème} ed. Paris: Vuilbert, 1926.

PEGADO, Luiz Porfírio da Mota - A proposito d'uma nota (pag. 268) do "Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica". *Jornal de ciências matemáticas, físicas e naturais*. Lisboa. T. 6, nº 24 (1901), pp. 193-197.

PEGADO, Luiz Porfírio da Mota - *Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica*. Tomo I e II - Texto. Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias, 1899.

PEREIRA, José - *Desenho de Projecções*. Livraria Ferin: Lisboa. 1934.

PERKINS, David N. - *The intelligent eye: learning to think by looking at art*. Los Angeles: The Getty Education Institute for the Arts, cop. 1994. ISBN 0-89236-274-X.

PESSEGUEIRO, Abreu - As dificuldades da Geometria Descritiva. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 18 (Dezembro de 2001), pp. 21-26.

PESSEGUEIRO, Abreu - O IV Encontro, novas experiências no ensino da Geometria Descritiva e a reforma do Ensino Secundário. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 20 (Março de 2003), pp. 3-8.

PESSEGUEIRO, Abreu [et. al.] - Linhas orientadoras da Revisão Curricular – Reforma do Ensino Secundário. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 20 (Março de 2003), pp. 9-14.

PESSEGUEIRO, Abreu [et. al.] - Parecer da Aproved sobre a Proposta de Revisão Curricular do Ensino Secundário. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 12 (Abril de 2000), pp. 3-6.

PESSEGUEIRO, Abreu [et. al.] - Parecer sobre a Proposta de Ajustamento ao Programa de Geometria Descritiva A. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 18 (Março de 2001), pp. 11-16.

PIAGET, J. - A Evolução Intelectual entre a Adolescência e a Maturidade. *Revista Portuguesa de Pedagogia*. Coimbra. Ano V, nº1 (1971), pp. 83-95. Trad. de J. P. Ferreira da Silva.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel - *A Representação do Espaço na Criança*. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1993 [1981].

PIAGET, Jean, INHELDER, Bärbel; SZEMINSKA, Alina - *The Child's Conception of Geometry*. New York, London: W.W. Norton & Company, 1981. ISBN 0-393-00057-5.

PIAGET, Jean - *A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas*. Paris: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, Jean - *A Formação do Símbolo na Criança*, Paris: Zahar Editores, 1978.

- PIAGET, Jean - *Psicologia de Inteligência*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1967.
- PINHEIRO, Carlos da Silva; SOUSA, Pedro Fialho de - *Desenho TPU 13*. Lisboa: Ministério da Educação, s.d. Textos Pré-Universitários.
- PINHEIRO, Carlos da Silva; SOUSA, Pedro Fialho de - *Desenho TPU 39*. Lisboa: Ministério da Educação, 1979. Textos Pré-Universitários.
- PINHEIRO, Carlos da Silva; SOUSA, Pedro Fialho de - *Desenho TPU 55*. Lisboa: Ministério da Educação, 1980. Textos Pré-Universitários.
- PINHEIRO, Carlos - *Sombras e Pontos Brilhantes do Parabolóide Hiperbólico e do Hiperbolóide Empenado Escaleno*. Dissertação do concurso para provimento de um lugar de Professor do 3º Grupo da Escola de Belas Artes de Lisboa. Lisboa: edição de autor, s/d.
- PINTO, F. Oliveira - *Generalized trigonometric approximation: an outline*. Oeiras: Instituto Gulbenkian de Ciência, Centro de Cálculo Científico, 1973.
- PONTE, João Pedro da - *Computadores no ensino da matemática: uma colecção de estudos de caso*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1991. ISBN 972-9053-19-7.
- PONTE, João Pedro; CANAVARRO Ana Paula - *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.
- PORTUGAL, Direcção-Geral de Educação e Cultura - *O Sistema Educativo em Portugal*. Lisboa: Euribase-Comissão Europeia, 2005/06.
- PORTUGAL, Ministério da Educação - *Desenho e Geometria Descritiva (A e B) – Organização Curricular e Programas*. Lisboa: Direcção Geral dos Ensinos Básico e Secundário, 1991. Reforma Educativa.
- PORTUGAL, Ministério da Educação - *Desenho e Geometria Descritiva A, 10º, 11º e 12º anos – Orientações de Gestão de Programas (alunos que ingressam no 10º e 12º anos em 1996/97)*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, 1996.
- PORTUGAL, Ministério da Educação. *Disciplina de Desenho e Geometria Descritiva*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário - Ensino Secundário Recorrente, 1994.
- PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 10º Ano – Área B*. Lisboa: Divisão de Programas e Métodos - Ensino Secundário (Cursos Complementares em Regime Diurno), 1979.
- PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 10º Ano – Área B*. Lisboa: Divisão de Programas e Métodos - Ensino Secundário (Cursos Complementares em Regime Diurno), 1980.
- PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 10º Ano – Área E*. Lisboa: Divisão de Programas e Métodos - Ensino Secundário (Cursos Complementares Diurnos), 1979.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 11º Ano – Área E*. Lisboa: Divisão de Programas e Métodos - Ensino Secundário (Cursos Complementares Diurnos), 1979.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 11º Ano – Técnico de Frio e Climatização*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1985 (com alterações em 1986).

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 12º Ano – Técnico de Frio e Climatização*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1985 (com alterações em 1986).

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 11º Ano – Técnico de Moldes*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1986.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 11º Ano – Técnico Fotogrametrista*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1984 (com alterações em 1986).

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 11º Ano – Técnico Topógrafo-Geómetra*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1984 (com alterações em 1986).

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 12º Ano – Técnico Topógrafo-Geómetra*. Lisboa: Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário (Ensino Técnico Vocacional e Profissional), 1984 (com alterações em 1986).

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Geometria Descritiva 12º Ano – Via de Ensino*. Lisboa: Divisão de Programas e Métodos - Ensino Secundário, 1989.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Guia de Aprendizagem da Disciplina de Desenho e Geometria Descritiva*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário - Ensino Secundário Recorrente, 1997. 1ª Versão.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Guia de Exames do Ensino Secundário / Novos Cursos / Agrupamento 2, Objectivos / Conteúdos essenciais / Informação geral sobre as Provas / Prova Modelo, Ano Lectivo 1995/96*. 1ª ed.. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação [Departamento do Ensino Secundário], 1996. N.º catálogo 3551.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Programas de Geometria Descritiva A e B*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, 1999. ISBN 972-8417-29-2.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Programa de Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*. [Lisboa]: Departamento do Ensino Secundário, 2001 (Homologação). Curso Científico Humanístico de Ciências e Tecnologias e Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Programa de Geometria Descritiva B – 10º e 11º ou 11º e 12º anos*. [Lisboa]: Departamento do Ensino Secundário, 2001 (Homologação). Curso Tecnológico de Design de Equipamento.

PORTUGAL, Ministério da Educação - *Programas das disciplinas: geografia, biologia, geologia, física, química, matemática, desenho, geometria descritiva, história das artes visuais*. [Lisboa]: ME, 1984. Inclui conteúdos programáticos para o acesso ao ensino superior, área de ciências, via de ensino, ano lectivo de 1983/84.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência - *Programa de Geometria Descritiva do 12º Ano de Escolaridade – Via de Ensino*. Lisboa: [Ensino Secundário], 1980.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Cultura - *Desenho - Programa para o ano lectivo 1974-1975*. Lisboa: Secretaria-Geral, Divisão de Documentação, 1974.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Investigação Científica - *Desenho, Ano Propedêutico 1977-78*. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Superior, 1978.

POSNER, Michael I.; RAICHE Marcus E. - *Imagens da Mente*. Porto: Porto Editora, 2001. ISBN: 972-0-45132-7.

QUEIRÓZ, Augusto - *Exercícios de geometria descritiva*. Porto: Universidade do Porto, 1940.

QUEIRÓS, Augusto - *Geometria descritiva*. Porto: Faculdade de Ciências, 1942.

QUEIROZ, Augusto - *Lições de geometria descritiva: projecção e axonometria paralela, ortogonal ou oblíqua*. Porto: Fernando Machado e C^a, Ld^a, 1931.

QUEIRÓZ, Augusto; SOUSA, Jayme Rios de; NUNES, Rogério Sousa - *Exercícios de Geometria Descritiva: homologia, projecção ortogonal, axonometria*. Tomo I. Porto: Porto Editora, 1953.

RANELLETTI, C. - *Elementos de Geometria Descriptiva: y sus aplicaciones a la teoría de las sombras y al corte de piedras y maderas*. 3^a ed. Barcelona: Gustavo Gili, 1942.

READ, Herbert - *Educação pela Arte*. Lisboa: Edições 70, 1982.

REFORMA DO ENSINO DAS BELAS ARTES: projecto do regulamento das escolas de Belas Artes / elaborado pela Comissão / [org. por] Luís Cristino da Silva. - 1922-1956. - 27 docs. ; várias dimensões. - LCSM 128.1: "Proporções das cinco ordens de arquitectura segundo Vignola". - LCSM 128.2: "Programa da 3a Cadeira de Geometria Descritiva" / Instituto Superior Técnico. - LCSM 128.3: "Programa da 12a cadeira: Materiais e processos gerais de construção" / Instituto Superior Técnico. - LCSM 128.4: "Programa da 13a cadeira: Resistencia de materiais e estabilidade" / Instituto Superior Técnico. - LCSM 128.5: "Parecer: projecto de reorganização do curso de arquitectura" / Ministério da Instrução Pública, Director Geral do Ensino Superior e das Belas Artes. - LCSM 128.6: "Reforma do ensino das Belas Artes: Relatório da Sub-Comissão". - LCSM 128.7: "Projecto de Reorganização do ensino da arquitectura nas escolas de Belas Artes /elaborado em Dezembro de 1949 pela Sub-Comissão. - LCSM 128.8-27:"Documentos sobre o ensino das Belas Artes". - Título retirado da capa original dos documentos.

REPÚBLICA PORTUGUESA - *Programas das disciplinas do Ensino Liceal*. Lisboa: Imprensa Nacional de Lisboa, 1949.

- RIBEIRO, Carlos Tavares - *Geometria Projectiva: Conceitos, Metodologias e Aplicações*. Lisboa: Editora Europress, 1991.
- RICCA, Guilherme - *Geometria Descritiva*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian Serviço de Educação, 1992. ISBN 972-31-0547-0.
- ROCHA, A. Marques; MACHADO, J. De Moura - *Compêndio de Desenho para o 3º Ciclo dos Liceus*. Porto: Porto Editora L.da, 1952.
- ROCHA, Barata [et al.] - *Exercícios de Geometria Descritiva – 4ª Cadeira*. Texto Policopiado. Lisboa: Academia Militar, 1966.
- RICORDEAU, André - *Travaux Pratiques Géométrie Descriptive Appliquée au Dessin*. Paris: Éditions Casteilla, 1984. ISBN 2-7135-0536-4.
- RODRIGUES, Ana Maria - Geometria: Múltiplas Perspectivas. *Boletim da Aproged*. Porto. Nº 8 (Fevereiro de 1999), pp. 19-21.
- RODRIGUES de ABAJO, F. Javier - *Geometria Descritiva - Sistema Diédrico - Tomo I*. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1992.
- RODRIGUES de ABAJO, F. Javier; BENGUA, Victor Alvarez - *Geometria Descritiva - Sistema de Perspectiva Axonométrica - Tomo III*. 6ª Edição. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1991. (a).
- RODRIGUES de ABAJO, F. Javier; BENGUA, Victor Alvarez - *Geometria Descritiva - Sistema de Perspectiva Caballera - Tomo IV*. 5ª Edição. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1991. (b)
- RODRIGUES, Alvaro J. - *Geometria Descritiva*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1944-1945. 1º Vol.: Operações fundamentais e poliedros.
- RODRIGUES, Alvaro J. - *Geometria Descritiva*. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1944-1945. 2º Vol. Curvas e superfícies.
- RODRIGUEZ de ABAJO, F. Javier; BLANCO, Alberto Revilla - *Geometria Descritiva, Sistema Cónico. Tomo V*. 4ª Edição. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1990.
- RODRIGUEZ de ABAJO, F. Javier - *Geometria Descritiva, Sistema Diédrico. Tomo I*. 20ª Edição. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1982.
- RODRIGUEZ de ABAJO, F. Javier; BENGUA, Victor Alvarez - *Geometria Descritiva, Sistema de Perspectiva Axonométrica - Tomo III*. 6ª Edição. San Sebastian: Editorial Donostiarra, 1991.
- ROUBAUDI, C. - *Cours de géométrie descriptive: pour l'enseignement secondaire. fasc. I - second cycle. Classe de première (sections C et D)*. 12^{ème} ed. Paris: Masson et C^{ie}., 1923. (a)

ROUBAUDI, C. - *Cours de géométrie descriptive: pour l'enseignement secondaire. fasc. II - second cycle. Classe de Mathématiques (sections A et B)*. 8^{ème} ed. Paris: Masson et C^{ie}., 1923. (b)

ROUBAUDI, C. - *Traité de géométrie descriptive*. 3^{ème} ed. (ed. Revista por A. Thybaut). Paris: Masson, 1926.

RUSSO, José Manuel Gonçalves Moutinho - *Aplicação e-learning em Geometria Descritiva*. Lisboa: Tese Mestrado em Expressão Gráfica, Cor e Imagem pela Universidade Aberta, 2008.

SAKAROVITCH, Joël - *Épures d'architecture: de la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVI^e-XIX^e siècles*. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1998. ISBN 3-7643-5701 (Basel ...), ISBN 0.8176-5701-0 (Boston).

SÁNCHEZ GALLEGO, Juan Antonio - *Geometría descriptiva - Sistemas de proyección cilíndrica*. Barcelona: Edicions UPC, 1997. ISBN 84-8301-221-9.

SANCHEZ-MARMOL, L. - *Geometria: metrica, proyectiva y sistemas de presentacion*. 2^a ed. Madrid: Sociedad Anonima Española de traductores y Autores, 1945.

SANTA-RITA, José Fernando - *GD-A Geometria Descritiva A - Bloco 2 (11º/12º anos)*. Lisboa: Texto Editores Lda, 2005. Vol. 1. ISBN: 972-47-2442-5-1.

SANTA-RITA, José Fernando - *GD-A Geometria Descritiva A - Bloco 2 (11º/12º anos)*. Lisboa: Texto Editores Lda, 2005. Vol. 2. ISBN: 972-47-2442-5-2.

SANTA-RITA, José Fernando - Manuais Escolares de Geometria Descritiva, uma experiência de docência e autoria. *Boletim da Aproved*. Porto. Nº 13 (Julho de 2000), pp. 3-7.

SANTA-RITA, José Fernando; TRINDADE, Maria Júlia Lourenço - *Perspectiva Cónica - Manual Prático e Teórico 12º ano*. Lisboa: Lisboa Editora, 1995.

SANTOS, Arnaldo - *Ensino a Distância & Tecnologias da Informação*. Lisboa: FCA Editora de Informática, 2000.

SANTOS, Jorge - *Percepção Memória e Representação Mental: Implicações Educativas*. Braga: Universidade do Minho - Instituto da Educação, 1991(a).

SANTOS, Jorge - *Percepção e Profundidade em Representações Gráficas*. Braga: Universidade do Minho - Instituto da Educação, 1991(b).

SANTOS, Paula - *Exercícios de Desenho e Geometria Descritiva A - Perspectiva Cónica 12º ano*. Porto: Porto Editora, 1997. ISBN: 972-0-42428-1.

SCHULTZE, Arthur - *Plane and solid geometry*. New York: The Macmillan Company, 1942.

SCHUMANN, Charles H. - *Descriptive geometry: a treatise on the graphics of space for the scientific professions*. 4th edition. New York: D. Van Nostrand Company, 1948.

SCHUMANN, Charles H. - *Descriptive geometry: for presentation by the revolution or the auxiliary plane method of solution*. 2nd ed. New York: D. Van Nostrand Company and Frank H. Lee, [19--].

SEQUEIRA, [Luís Guilherme] Borges de - *Lições de geometria descritiva*. 4^a ed. Lisboa: Scientia, 1944. Livro I.

SEQUEIRA, [Luís Guilherme] Borges de. *Lições de geometria descritiva*. 3^a ed. Lisboa: Scientia, 1940. Livro II.

SEQUEIRA, Luís Guilherme Borges de - *Escola Politécnica de Lisboa. VI - A cadeira de geometria descritiva e os seus professores - Primeiro centenário da Fundação da Escola Politécnica de Lisboa (1837-1937)*. Lisboa: Faculdade de Ciências de Lisboa, 1937.

SEQUEIRA, Luís Guilherme - *Geometria descritiva*. 2^a ed . Lisboa: Abilio Pinto-ed, 1915-1916.

SEQUEIRA, Luís Guilherme - *Lições de geometria descritiva*. [S.l.]: Scientia, 1925-1945. Livro 1, Livro 2, Livro 3 no mesmo exemplar. Livro 1: Ponto, recta e plano, 4^a ed, Scientia, 1944; Livro 2: Resumo das lições de geometria descritiva [Texto policopiado] 1925-1926; Livro 3: Projecções cotadas, superfícies topográficas. 4^a ed. Scientia, 1945.

SEQUEIRA, Luís Guilherme - *Resumo das lições de geometria descritiva*. 2^a ed . Lisboa: s.n., 1928.

SEQUEIRA, Luís Guilherme - *Resumo das lições de geometria descritiva*. Lisboa: s.n., 1925-1926.

SERRES, Michel - *As Origens da Geometria*. Lisboa: Terramar, 1997.

SILVA, Estevão da - *Elementos de geometria descritiva e projectiva*. Lisboa: [s.n., D.L. 1973].

SILVA, J. Sebastião e - *A matemática na Antiguidade*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2000. ISBN 972-98656-0-4.

SILVA, J. Sebastião e - *Elementos de Geometria Descritiva*. Lisboa: Instituto Superior de Agronomia, s.d.

SOLSO, Robert - *Cognition and Visual Arts*. 2^a edição. Massachusetts: The MIT Press, 1997 [1994].

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Desenho e Geometria Descritiva 12º ano I*. 3^a edição. Lisboa: Plátano Editora, 1999. ISBN: 972-621-860-8.

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Desenho e Geometria Descritiva 12º ano II*. 2^a edição. Lisboa: Plátano Editora, 1997. ISBN: 972-621-860-1.

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Geometria Descritiva - Curso de Artes Visuais/ Curso de Ciências e Tecnologias (11º ano A ou 12º ano) - Livro de Exercícios*. Lisboa: Plátano Editora, 2005. ISBN: 972-770-317-8.

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Geometria Descritiva - Curso de Artes Visuais/ Curso de Ciências e Tecnologias (11º ano A ou 12º ano)*. Lisboa: Plátano Editora, 2005. ISBN: 972-770-308-9.

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Geometria Descritiva 12º ano I*. Lisboa: Plátano Editora, 1987.

SOUSA, Marcelo Moreira de - *Geometria Descritiva 12º ano II*. Lisboa: Plátano Editora, 1988.

SOUSA, Pedro Manuel Fialho de - *A estereotomia da pedra: tradição, persistência e continuidade em Portugal*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Comunicação Visual pela Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, 1988.

SOUSA, Pedro Fialho de - *Desenho TPU 13*. Lisboa: Ministério da Educação, Secretaria de Estado do Ensino Superior, s.d. Coleção Textos Pré-Universitários.

SOUSA, Pedro Fialho de - *Desenho*. Lisboa: Ministério da Educação, s. d. Textos Pré-Universitários (vol. 13).

SOUSA, Pedro Fialho de - Geometria Descritiva, essência e forma. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 5 (Dezembro de 1997), pp. 3-7.

SOUSA, Rocha de - *Didáctica da Educação Visual*. Lisboa: Universidade Aberta, 1995. ISBN: 972-674-159-9.

SPRINTHAL, Norman A.; SPRINTHAL; Richard C. - *Psicologia Educacional*. Lisboa: McGraw-Hill, 1993.

TAIBO FERNÁNDEZ, Angel - *Geometria Descritiva e sus Aplicaciones. Tomo I: Punto, recta y plano*. 2ª edição. Madrid: Editorial Tébar, S.L., 2010. ISBN: 978-84-7360-273-0

TAIBO FERNÁNDEZ, Angel - *Geometria Descritiva e sus Aplicaciones. Tomo II: Curvas e Superfícies*. 2ª edição. Madrid: Editorial Tébar, S.L., 2010. ISBN: 978-84-7360-273-0

TRINDADE, António de Oriol Pena Vazão - *Um Olhar sobre a Perspectiva Linear em Portugal nas Pinturas de Cavalete, Tectos e Abóbadas: 1470-1816*. Lisboa: Tese de Doutoramento em Geometria Descritiva pela Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, 2008.

TRINDADE, Armando Rocha - *Introdução à Comunicação Educacional*. Lisboa: Universidade Aberta, 1990.

TRINDADE, Maria Júlia; GRAÇA Cristina Carrilho da; MOUZINHO António - *Geometria Descritiva A - 11º ano / Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2000. ISBN: 972-680-444-2.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Ensino da geometria no virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, 1999. ISBN 972-9348-03-0.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Passado, Presente, Perspectivas futuras: modelos de geometria descritiva e astrolábio de prisma pertencentes ao Observatório Astronómico da FCUL*. Lisboa: Faculdade de Ciências, 1987. Exposição temporária realizada pelo MCUL na Reitoria da Universidade de Lisboa, de 11 de Fevereiro a 31 de Março de 1987.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Geometria III 2007-08*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2007.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Geometria III 2008-09*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2008.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Geometria III 2009-10*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2009.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Geometria 2010-11*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2010.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Didáctica da Geometria 2007-08*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2007.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Didáctica da Geometria 2008-09*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2008.

UNIVERSIDADE DE LISBOA - *Programa Didáctica da Geometria 2009-10*. Lisboa: Faculdade de Belas Artes, 2009.

VALLOIS, Edmond - *Cours de géométrie descriptive: a l'usage des candidats a l'École des Beaux-Arts*. 2^{ème} ed. Paris: Gauthier-Villars, 1932.

VAQUINHAS, R. S. Rodrigues - *Apontamentos de geometria descritiva e elementos de geometria projectiva*. 3^a ed. Lisboa: s.n., 1968/69. Apontamentos policopiados da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, para os cursos de Engenharia e Arquitectura.

VEEN, Wim; VRAKKING, Ben - *Homo Sapiens: growing up in a digital age*. London: Network Continuum Education, 2006. ISBN-13: 978-1-85539-220-5. ISBN-10: 1-85539-202-8.

VELOSO, Eduardo - *Geometria: temas actuais - materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1997. ISBN 972-8353-26-X.

VELOSO, Eduardo - *O computador na aula de matemática*. 2^a ed. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1998.

VELOSO, Eduardo - *Problemas e actividades em geometria elementar*. Lisboa: Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação, 1993. GEP/Educação. ISBN 972-614-219-9.

VIANA, Vera - Materiais didáticos para o ensino da Geometria Descritiva, no Ensino Secundário. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 27 (Junho de 2007), pp. 33-42.

VICENTE, Leonel Martins (org.) - *Lições de Desenho do 3º Ciclo e Noções Complementares*. Texto Policopiado. Lisboa: Edição da Secção Técnica do Colégio Militar, 1971.

VOILQUIN, M. - *Géométrie descriptive*. Tome 1. Paris: Technique & Vulgarisation, 1971.

VOILQUIN, M. - *Géométrie descriptive*. Tome 2. Paris: Technique & Vulgarisation, 1968.

WELLMAN, B. Leighton - *Geometría descriptiva: compendio de geometría descriptiva para tecnicos*. 2ª ed. Barcelona: Reverté, 1982.

XAVIER, João Pedro - Acerca da “nova” terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 9 (Julho de 1999), pp. 13-15.

XAVIER, João Pedro - Axonometria como método descritivo. *Boletim da Aproped*. Porto. Nº 12 (Abril de 2000), pp. 7-22.

XAVIER, João Pedro - *Perspectiva, perspectiva acelerada e contraperspectiva*. Porto: Trabalho de síntese, Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto, 1995.

XAVIER, João Pedro - *Sobre as origens da perspectiva em Portugal: o livro de perspectiva do códice 3675 da Biblioteca Nacional: um tratado de arquitectura do século XVI*. 1ª Edição. Porto: Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto, 2006. FAUP publicações, Série 1, Ensaios, 20.

Referências na Internet

ALEA, Acção Local de Estatística Aplicada. Actualidades [Em linha] do Instituto Nacional de Estatística. [Consult. 10 Out. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.alea.pt/html/actual/html/act27.html>>.

ALMEIDA, Leandro S. As aptidões na definição e avaliação da inteligência: o concurso da análise fatorial [Em linha]. Paidéia: cadernos de Psicologia e Educação, 2002, vol.12, nº 23 [Consult. 22 Mar. 2011], pp. 5-17. Disponível em WWW:URL: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-863X2002000200002&lng=en&nrm=iso>. ISSN 0103-863X. Disponível em WWW:URL: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-863X2002000200002>>.

ALMEIDA, Leandro S. Teorias da Inteligência [Em linha]. Paidéia: cadernos de Psicologia e Educação, 2002. [Consult. 22 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://pt.scribd.com/doc/7091477/Leandro-Da-Silva-Almeida-Teorias-Da-Inteligencia>>.

APROGED, Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva. Missão [Em linha]. [Consult. 12 Set. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.aproged.pt/missao.html>>.

CARVAIS, Robert e Nègre Valérie. The Conservatoire National des Arts et Métiers and The Preservation, Dissemination and Innovation of Construction Know-How (1794-1971) [Em linha]. [Consult. 9 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.arct.cam.ac.uk/personal-page/james/ichs/Vol%201%2007-34%20Carvais.pdf>>.

COLÉGIO DAS ARTES. In Infopédia [Em linha]. Porto: Porto Editora, 2003-2011. [Consult. 30 Maio 2011]. Disponível na www: <URL: WWW:URL: <[http://www.infopedia.pt/\\$colegio-das-artes](http://www.infopedia.pt/$colegio-das-artes)>.

GREGORY, Richard L. James Jerome Gibson Biography [Em linha] (1904-79), The Perception of the Visual World, The Senses Considered as Perceptual Systems, 1987. [Consult. 9 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://psychology.jrank.org/pages/1195/James-Jerome-Gibson.html>>.

HARRELL, James A. Turin Papyrus Map From Ancient Egypt. [Em linha]. Ohio: The University of Toledo. [Consult. 23 Maio 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://www.eeescience.utoledo.edu/faculty/harrell/egypt/Turin%20Papyrus/Harrell_Papyrus_Map_text.htm>.

HERVÉ, J. M. Théodore Olivier (1793-1853). In CECCARELLI, Marco - Distinguished Figures in Mechanism and Machine Science - Their Contributions and Legacies [Em linha] Netherlands: Springer, 2007. [Consult. 23 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.springerlink.com/content/978-1-4020-6365-7/#section=323522&page=1&locus=-3>>.

HORN, John Leonard. Fluid and Crystallized Intelligence: A Factor Analytic Study of the Structure Among Primary Mental Abilities [Em linha]. Illinois: Thesis for the degree of Doctor of Philosophy in Psychology in the Graduate College of the University of Illinois, 1965. [Consult. 23 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.iapsych.com/articles/horn1965.pdf>>.

ISEP, Instituto Superior de Engenharia do Porto - História do ISEP [Em linha]. Porto: ISEP, 2011. [Consult. 2 Fev. 2011]. Disponível em <http://www.isep.ipp.pt/>>.

LAGE, Maria Otília Pereira. Exposição de Geometria Descritiva. Suplemento Bibliográfico. [Em linha] N°38 (Set. 2008 - Mar. 2009) pp. 54-60. [Consult. 29 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.biblioteca.ipp.pt/Suplemento38.pdf>>.

LAMMIN, CLIVE. Les Dents de l'effort: les engrenages [Em linha]. Paris: Musée des arts et métiers, Service éducatif, Conservatoire national des arts et métiers. ISBN : 2-908207-65-6. [Consult. 10 Fev. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://www.arts-et-metiers.net/pdf/carnet_engrenages.pdf>.

LOZANO, António Ruiz e Susana Mettelo de Nápoles. Superfícies regradas: manipulação e visualização [Em linha]. Lisboa: Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais da Universidade de Lisboa, Projecto Matemática em Acção, s/ d.

[Consult. 10 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<http://wwmat.mat.fc.ul.pt/em_accas/superficies_regradadas/superregradadas.htm>.

MALTBY, John, Ann Macaskill e Liz S. Day. Personality, Individual Differences and Intelligence [Em linha]. England: Pearson Education Limited 2007, 2010. ISBN: 978-0-273-72290-8. [Consult. 23 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<<http://books.google.pt/books?id=65IJKmK02XMC&pg=PA296&lpg=PA296&dq=Philip+Vernon+intelligence+theories&source=bl&ots=cjEvM1mboL&sig=9UXwXbnW47ylhJ4bnB5CjqrUFlw&hl=en&ei=>>.

MARQUÈS GRAELLS, Pere. Los Medios Didácticos [Em linha]. Barcelona : Universitat Autònoma, 2011. [Consult. 18 Dez. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<<http://www.peremarques.net/medios.htm#componentes>>.

MCGREW, Kevin. Cattell-Horn-Carroll CHC (Gf-Gc) Theory: Past, Present & Future [Em linha]. Minnesota: Institute for Applied Psychometrics, University of Minnesota, 2004. [Consult. 24 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<<http://www.iapsych.com/CHCPP/CHCPP.HTML>>.

MCGREW, Kevin. Cattell-Horn-Carroll CHC (Gf-Gc) Theory: Past, Present & Future. [Em linha]. In Flanagan, Dawn P. e Harrison, Patti L., org. - Contemporary intellectual assessment: theories, tests, and issues. Second Edition. New York: The Guilford Press, 2005. ISBN 1-59385-125-1. [Consult. 24 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<http://books.google.pt/books?id=5kvnR9a-IAgC&pg=PA143&lpg=PA143&dq=john+Horn+intelligence&source=bl&ots=BqPI0FNrnT&sig=fYovlcb9Ter0CdIMSNDfspham5o&hl=en&ei=Td2RTdS1KIaXhQey0s2KDw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=10&ved=0CFoQ6AEwCQ#v=onepage&q=john%20Horn%20intelligence&f=false>.

MONGE, Gaspard e M. Brisson. Géométrie Descriptive [Em linha]. Paris: Bachelier, 1827. [Consult. 23 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<http://books.google.com/ebooks/reader?id=ooQ_AAAAcAAJ&hl=pt-PT&printsec=frontcover&output=reader>.

NEW WORLD Encyclopedia. Gibson. J. J. [Em linha]. [Consult. 9 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<http://www.newworldencyclopedia.org/entry/J._J._Gibson>.

O'CONNOR, JJ e E.F. Robertson. Théodore Olivier [Em linha]. United Kingdom: 2002. [Consult. 27 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Olivier.html>>.

OLIVIER, Théodore. Mémoires de Géométrie Descriptive [Em linha] - Theorique et Appliquée. Paris: Carilian-Goeury et Vor Dalmont, 1851. [Consult. 5 Fev. 2011]. Disponível em WWW:URL:
<<http://books.google.pt/ebooks/reader?id=OMw7AAAcAAJ&printsec=frontcover&output=reader>>.

PLUCKER, J. A. (Ed.). Human intelligence: Historical influences, current controversies, teaching resources [Em linha]. 2003. [Consult. 18 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.indiana.edu/~intell>>.

PLUCKER, J. A. (Ed.). Human intelligence: Historical influences, current controversies, teaching resources (Jean Piaget) [Em linha]. 2011. [Consult. 18 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: < <http://www.indiana.edu/~intell/piaget.shtml>>.

PORTUGAL, Diário da República Electrónico [Em linha]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.dre.pt/index.html>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência. GAVE [Em linha] - Exames e Provas (Arquivo), 2011. [Consult. 18 Maio 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/eSecundario/312/?listProvas>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação. GEPE [Em linha] - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação, 2011. [Consult. 15 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: < <http://www.gepe.min-edu.pt/>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação - GEPE - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação. Sistema Educativo[Em linha], 2011. [Consult. 15 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: < <http://www.gepe.min-edu.pt/np4/9.html>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação - GEPE - Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação. Pedido de Apuramento Personalizado [Em linha], 2011. [Consult. 21 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: < <http://w3.gepe.min-edu.pt/ApuramentoPersonalizado/>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação. Portal da Educação [Em linha] – Roteiro das escolas, 2011. [Consult. 23 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://roteiro.min-edu.pt/>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação. Sistema Educativo de Portugal [Em linha] - Cap. 2. Breve Evolução Histórica do Sistema Educativo, 2003. [Consult. 23 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.oei.es/quipu/portugal/historia.pdf>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência – Júri Nacional de Exames. Exames Nacionais do Ensino Secundário 2008 - Base de Dados [Em linha]. 2012 [Consult. 18 Mar. 2012]. Requisitos do sistema: SQL Server. Disponível em WWW:URL: <<http://www.dgdc.min-edu.pt/jurinacionalexames/index.php?s=directorio&pid=4>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência – Júri Nacional de Exames. Exames Nacionais do Ensino Secundário 2009 - Base de Dados [Em linha]. 2012 [Consult. 18 Mar. 2012]. Requisitos do sistema: SQL Server. Disponível em WWW:URL: <<http://www.dgdc.min-edu.pt/jurinacionalexames/index.php?s=directorio&pid=4>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência – Júri Nacional de Exames. Exames Nacionais do Ensino Secundário 2010 - Base de Dados [Em linha]. 2012 [Consult. 18 Mar. 2012]. Requisitos do sistema: SQL Server. Disponível em WWW:URL: <<http://www.dgdc.min-edu.pt/jurinacionalexames/index.php?s=directorio&pid=4>>.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Ciência – Júri Nacional de Exames. Exames Nacionais do Ensino Secundário 2011 - Base de Dados [Em linha]. 2012 [Consult. 18 Mar. 2012]. Requisitos do sistema: SQL Server. Disponível em WWW:URL: <<http://www.dgdc.min-edu.pt/jurinacionalexames/index.php?s=directorio&pid=4>>.

QUESTIONFORM - Powerful Online Survey Creator, Simple and Free. [Em linha]. United Kingdom: FWS Software Lda, 2007 - 2011. [Consult. 20 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://questionform.com/> >

RAFAEL, Teresa e Lurdes Martins. O Questionário como Método de Investigação. [Em linha]. Lisboa: Universidade Aberta, 2009. [Consult. 20 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.slideshare.net/tmvr/o-questionario-como-mtodo-de-investigao>>.

SANTOS, Eduardo Toledo e Maria Laura Martinez. Software para Ensino de Geometria e Desenho Técnico [Em linha]. Ouro Preto: Graphica 2000 [Consult. 20 Dez 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://toledo.pcc.usp.br/pdf/graphica2000_software.pdf>

STUDENT CENTER . Educational Psychology Illustrations [Em linha]. [Consult. 22 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.abacon.com/slavin/ill.html>>

VELASCO, Angela e Alexandre Kawano. Geometria Espacial [Em linha]. São Paulo: Projecto Teia do Saber, 2006. [Consult. 8 Abril 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/aulas/AulasModulo03-pdf/AptidaoEspacial.PDF>>.

UNIVERSIDAD DE DEUSTO. Robert Sternberg: Perfis estilos e inteligência [Em linha]. Bilbao: Instituto de Ciencias de la Educación, 2000. [Consult. 20 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21-tec/modulo_2/modelo_robert_sternberg.htm>.

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA, Faculdade De Ciências e Tecnologia - Formação e Apoio em E-learning! Construir Questionários On-line! [Em linha]. Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2008. [Consult. 20 Jan. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://elearning.fct.unl.pt/documentos/guiao-construir-questionarios.pdf>>.

WIKIPEDIA. Arquimedes [Em linha]. 2010. [Consult. 18 Mai. 2011]. Disponível em WWW:URL: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes>>.

WIKIPEDIA. Arquivo: Entrée de l'Empereur Charles IV à Saint-Denis.jpg [Em linha]. 2007. [Consult. 18 Mai. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Entr%C3%A9e_de_l'empereur_Charles_IV_%C3%A0_Saint-Denis.jpg>.

WIKIPEDIA. File:Optimal-grinding engine model.jpg [Em linha]. [Consult. 11 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Optimal-grinding_engine_model.jpg>.

WIKIPEDIA. Leonhard Euler [Em linha]. [Consult. 14 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Leonard_Euler>.

WIKIPEDIA. James_J._Gibson [Em linha]. [Consult. 9 Mar. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/James_J._Gibson>.

WIKIPEDIA. Joy Paul Guilford [Em linha]. [Consult. 9 Fev. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://es.wikipedia.org/wiki/Joy_Paul_Guilford>.

WIKIPEDIA. Mapa de Turim [Em linha]. [Consult. 23 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Mapa_de_Turim>.

WIKIPEDIA. Sete pontes de Königsberg [Em linha]. [Consult. 14 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Sete_pontes_de_K%C3%B6nigsberg>.

WIKIPEDIA. Topologia (matemática) [Em linha]. [Consult. 14 Maio. 2011]. Disponível em WWW:URL: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Topologia_\(matem%C3%A1tica\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Topologia_(matem%C3%A1tica))>.

Registo Vídeo

Alice no país das transformações geométricas. Lisboa: Universidade Aberta, 1996. 1 cassete vídeo (VHS), (41min.) : color. Matriz: 2216.

Instituto de Tecnologia Educativa; realização Artur Azedo. Sólidos geométricos: prog. 1 – 7. Lisboa: Universidade Aberta, 1988. 1 cassete vídeo (VHS), (75min.): color. Matriz: 14. - Produzido e realizado no ITE. - Existe uma cassete com o programa O sonho (cota L.V. 393) e outra com os programas 2 a 7 (cota L.V. 632). - 1º prog.: O sonho / Teresa Cunha, Teresa Guerra, Leonor Cunha Leal, José Manuel Soalheiro. - (17min.). - Matriz 393. - 2º prog.: Poliedros e não poliedros / Leonor Cunha Leal. - (10min.). - Matriz 399. - 3º prog.: A esfera / Leonor Cunha Leal. - (5 min.). - Matriz 553. - 4º prog.: Os cilindros / Leonor Cunha Leal. - (9 min.). - Matriz 554. - 5º prog.: Os prismas / Leonor Cunha Leal, Lourdes Costa. - (12 min.). - Matriz 555. - 6º prog.: As pirâmides / Leonor Cunha Leal. - (9 min.). - Matriz 556. - 7º prog.: Os cones / Leonor Cunha Leal. - (10 min.). - Matriz 557.

Arquivo Histórico do Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

AHMCUL_Estatística dos alunos que frequentaram o curso de Desenho nos anos lectivos de 1853 a 1856.

AHMCUL_Cópia de ofício do Director da Escola Politécnica de 04 de Setembro de 1860 enviado ao Ministro e Secretário de Estado dos Negócios do Reino.

AHMCUL_Ofício da Repartição de Contabilidade do Ministério do Reino de 05 de Setembro de 1860 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Ofício de José Maurício Vieira de 17 de Outubro de 1860 enviado a Mota Pegado.

AHMCUL_Cópia de ofício do Director da Escola Politécnica de 29 de Novembro de 1860 enviado ao Ministro e Secretário de Estado dos Negócios do Reino.

AHMCUL_Relatório do lente da cadeira de Geometria Descritiva relativo ao ano lectivo de 1862-1863.

AHMCUL_Ofício do Reitor da Universidade de Coimbra de 13 de Maio de 1871 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Ofício do Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa enviado ao Director da Escola Politécnica de 15 de Maio de 1871.

AHMCUL_Ofício do Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa de 18 de Janeiro de 1872 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Cópia de Ofício do Director da Escola Politécnica de 18 de Janeiro de 1872 enviado ao Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa.

AHMCUL_Ofício do professor ajudante da cadeira de Desenho de 05 de Novembro de 1878 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Cópia de ofício do Secretário de Estado dos Negócios da Instrução Pública e Belas Artes de 07 de Maio de 1890 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Ofício do lente da cadeira de Geometria Descritiva de 16 de Maio de 1890 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Ofício do Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa de 02 de Dezembro de 1893 enviado ao Director da Escola Politécnica.

AHMCUL_Cópia de Ofício do Director da Escola Politécnica de 05 de Dezembro de 1893 enviado ao Director do Instituto Industrial e Comercial de Lisboa.

AHMCUL_Cópia do Ofício do Director da Faculdade de Ciências de 07 de Março de 1958 enviado ao Reitor da Universidade de Lisboa.

AHMCUL_Ofício do Reitor da Universidade de Lisboa de 22 de Março de 1958 enviado ao Director da Faculdade de Ciências.

AHMCUL_Ofício do Vice-Reitor da Universidade de Lisboa de 27 de Março de 1958 enviado ao Director da Faculdade de Ciências.

AHMCUL_Ofício do Director da Faculdade de Ciências de 15 de Abril de 1958 enviado ao Reitor da Universidade de Lisboa.

AHMCUL_Ofício do Reitor da Universidade de Lisboa de 28 de Abril de 1958 enviado ao Director da Faculdade de Ciências.

AHMCUL_Regulamento provisório após Carta de Lei de 7 Junho de 1859.

AHMCUL_Quadro dos cursos após Carta de Lei de 7 Junho de 1859.

AHMCUL_Horários dos cursos após Carta de Lei de 7 Junho de 1859.

AHMCUL_Carta documentada na receita e despesa da Escola Polytechnica do mês de Outubro de 1860.

AHMCUL_Carta documentada na receita e despesa da Escola Polytechnica do mês de Março de 1862.

AHMCUL_Cópia de carta enviada por B.ⁱⁿ Barral de 18 de Agosto de 1861 a José Vicente Barbosa du Bocage.

Museu Nacional de História Natural e da Ciência da Universidade de Lisboa

Ficha de Inventário N° 210 - Modelo de Geometria Descritiva, 29 de Junho de 1989

Ficha de Inventário N° 211 - Modelo de Geometria Descritiva, 30 de Junho de 1989

Ficha de Inventário N° 212 - Modelo de Geometria Descritiva, 30 de Junho de 1989

Ficha de Inventário N° 1113 - Modelo de Geometria Descritiva, 8 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1114 - Modelo de Geometria Descritiva, 8 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1115 - Modelo de Geometria Descritiva, 8 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1116 - Modelo de Geometria Descritiva, 8 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1117 - Modelo de Geometria Descritiva, 8 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1118 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1119 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1120 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1121 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1122 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1123 - Modelo de Geometria Descritiva, 20 de Agosto de 2001

Ficha de Inventário N° 1124 - Modelo de Geometria Descritiva, 21 de Maio de 2001

Ficha de Inventário N° 1125 - Modelo de Geometria Descritiva, 23 de Outubro de 2001

Ficha de Inventário N° 1126 - Modelo de Geometria Descritiva, 23 de Outubro de 2001

Ficha de Inventário N° 1127 - Modelo de Geometria Descritiva, 23 de Outubro de 2001

Ficha de Inventário N° 1128 - Modelo de Geometria Descritiva, 23 de Outubro de 2001

Museu do Instituto Superior de Engenharia do Porto

Carta do Director do Instituto Industrial do Porto Gustavo Adolfo Gonçalves e Sousa de 10 de Junho de 1868 ao Conselheiro Director da Contabilidade do Ministério das Obras Públicas

Cópia da carta de António Pinto de Magalhães Aguiar de 13 de Junho de 1868

Legislação

Diário do Govêrno de 6 de Julho de 1859

Diário do Govêrno, nº 232, I Série de 8 de Outubro de 1931

Diário do Govêrno, nº 241, I Série de 14 de Outubro de 1936

Diário do Governo, nº 216, I Série de 17 de Setembro de 1947

Diário do Governo, nº 198, I Série de 25 de Agosto de 1948

Diário do Governo, nº 247, I Série de 22 de Outubro de 1948

Diário do Governo, nº 198, I Série de 7 de Setembro de 1954

Diário da República, nº141, I Série de 22 de Junho de 1978

Diário da República, nº 243, I Série de 21 de Outubro de 1983

Diário da República, nº 237, I Série de 14 de Outubro de 1986

Diário da República, nº 198, I Série de 29 de Agosto de 1989

Diário da República, nº 217, I Série-A de 19 de Setembro de 1997

Diário da República, nº 73, I Série-A de 26 de Março de 2004

Diário da República n.º 119, Suplemento, Série I-B de 21 de Maio de 2004

Diário da República, n.º 120, Série I-B de 22 de Maio de 2004

Diário da República, nº 166, I Série-A de 30 de Agosto de 2005.

Diário da República, nº 60, I Série-A de 24 de Março de 2006

Diário da República, nº 209, 2ª série de 30 de Outubro de 2006

Diário da República, nº 38, 1ª série de 22 de Fevereiro de 2007

Diário da República, n.º 63, 1.ª série de 29 de Março de 2007

Diário da República, n.º 52, 2.ª série de 13 de Março de 2008

Diário da República, n.º 148, 2.ª série de 1 de Agosto de 2008

Diário da República, n.º 23, 2.ª série de 3 de Fevereiro de 2009

Diário da República, n.º 166, 1.ª série de 27 de Agosto de 2009.

Diário da República, n.º 66, 2.ª série de 6 de Abril de 2010