

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN  
INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

Tesi di Laurea

*Algoritmi di allocazione delle risorse radio efficienti dal  
punto di vista energetico per sistemi cellulari multiportante*

Relatori

*Chiar.mo Prof. Ing. Marco LUISE*

Candidato

*Luigina SETTEMBRE*

*Dott. Ing. Giacomo BACCI*

*Dott. Ing. Luca SANGUINETTI*

Anno Accademico 2012/2013

*Ad Ale e a mio fratello  
che mi hanno supportato e .....  
..... sopportato durante tutto il  
periodo di studio*

*“No, non credo alla fortuna.*

*Credo all'importanza di dare un valore alle cose”.*

(J. Nash)

# Indice

---

<i>Introduzione</i> .....	1
---------------------------	---

## **Cap. 1 – Tecniche di trasmissione multiportante**

<i>1.1 OFDM</i> .....	3
<i>1.2 Pianificazione delle reti geografiche</i> .....	11
<i>1.3 OFDMA</i> .....	16

## **Cap. 2 – Nozioni di Teoria dei Giochi**

<i>2.1 Generalità</i> .....	19
<i>2.2 Equilibrio di Nash</i> .....	22
<i>2.3 Applicazioni nelle reti wireless</i> .....	26

## **Cap. 3 – Allocazione delle potenze in canali non selettivi in frequenza**

<i>3.1 Definizione del problema</i> .....	30
<i>3.2 Scelta della funzione utilità</i> .....	32
<i>3.3 Analisi dell'equilibrio di Nash</i> .....	37
<i>3.4 Risultati ottenuti</i> .....	38

**Cap. 4 – Allocazione della potenza in canali selettivi in frequenza**

<i>4.1 Definizione del problema</i> .....	43
<i>4.2 Scelta della funzione utilità</i> .....	45
<i>4.3 Risultati ottenuti</i> .....	49
<b>Conclusioni</b> .....	<b>60</b>
<b>Bibliografia</b> .....	<b>62</b>

# Introduzione

Negli ultimi anni, stiamo assistendo, ad un continuo aumento della richiesta di maggiori prestazioni nei sistemi di telecomunicazione wireless. Se da una parte, l'uso delle reti wireless apporta una serie di vantaggi in termini di mobilità, di costi, di flessibilità, dall'altra parte si scontra, nel caso in cui si vuole sfruttare, per esempio, la mobilità, con il consumo di energia.

Un modo per cercare di ovviare a tali esigenze è quello di studiare degli algoritmi che possano intervenire sul controllo della potenza utilizzata dagli utenti, in quanto i terminali mobili traggono energia dalle batterie, ma essendo la loro durata limitata si ha un eccessivo dispendio energetico.

Questo rappresenta un limite nella realizzazione di algoritmi per la gestione efficiente della potenza, in quanto essi devono essere realizzati in modo da non avere un impatto negativo sulle prestazioni del sistema.

In questa tesi verrà affrontato il problema del controllo di potenza per dei possibili terminali di nuova generazione che utilizzano tecniche di trasmissione multiportante. Applicheremo a tale scopo la *teoria dei giochi*, una teoria matematica che ci consente di modellare l'interazione tra soggetti razionali che interagiscono tra loro.

Gli strumenti matematici offerti dalla teoria dei giochi, permettono di studiare l'impatto delle scelte individuali in situazioni in cui i diversi soggetti, nel nostro caso i terminali mobili, sono chiamati a prendere delle decisioni che vanno ad influire sui

risultati di un altro, con ricadute in termini di prestazioni e *soddisfazione* dei vari attori, che si comportano come dei veri e propri *giocatori* in un gioco.

Nel corso di questa tesi, saranno trattati in particolare i seguenti argomenti:

nel Capitolo 1 verranno descritte le tecniche di trasmissione multiportante, in particolare facendo riferimento a sistemi ad accesso multiplo che utilizzano l'OFDMA;

nel Capitolo 2 verrà presentata la teoria dei giochi e la sua applicazione nelle reti wireless;

nel Capitolo 3 sarà descritto e analizzato il problema dell'allocazione delle potenze in questo tipo di reti, derivando l'algoritmo utilizzato nel caso di canali non selettivi e presentando i risultati delle simulazioni;

nel Capitolo 4 sarà invece trattato l'algoritmo utilizzato nel caso di canali selettivi in frequenza.

La tesi si concluderà tracciando delle conclusioni ed alcuni problemi aperti in questo tipo di studio.

# Capitolo 1

---

## Tecniche di trasmissione multiportante

La condivisione delle risorse risulta una tecnica molto efficiente per ottenere un'elevata capacità nei sistemi di telecomunicazione, in particolare nei sistemi radiomobili dove le risorse sono costituite dai canali o dall'ampiezza di banda. La modalità di accesso deve quindi permettere ad ogni terminale mobile di utilizzare le risorse in modo condiviso e deve poter supportare più utenti contemporaneamente.

In questo capitolo descriveremo appunto la tecnica di trasmissione multiportante OFDMA (*orthogonal frequency division multiplexing access*), che utilizza la modulazione OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*) e assegna agli utenti una o più sottoportanti, sparse sulla banda disponibile.

### 1.1 OFDM

Uno dei fenomeni che limita le prestazioni delle comunicazioni wireless, è quello della selettività in frequenza del canale di trasmissione. Tale fenomeno provoca

la distorsione del segnale, in quanto il segnale subisce distorsioni notevoli per effetto della propagazione per cammini multipli (Fig. 1.1.1)

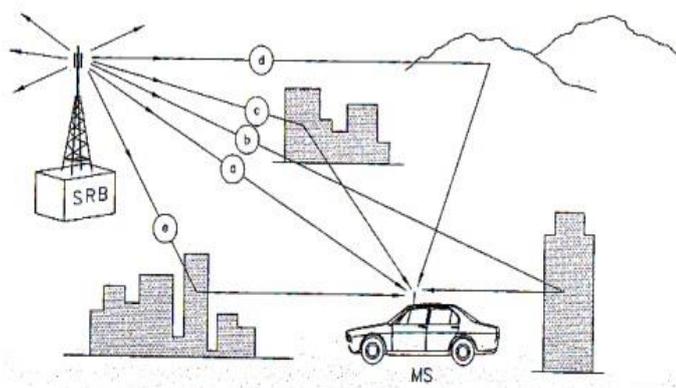


Fig. 1. 1. 1 – Cammini multipli.

Per ovviare a questo tipo di problema si ricorre all'utilizzo di sistemi multiportante, nei quali si va a sostituire una trasmissione ad elevato bit rate  $1/T$ , dove  $T$  rappresenta la durata del simbolo digitale trasmesso, su un unico canale a larga banda (Fig. 1.1.2) con un insieme di trasmissioni parallele a bit rate molto più basso su tanti sottocanali a banda stretta.

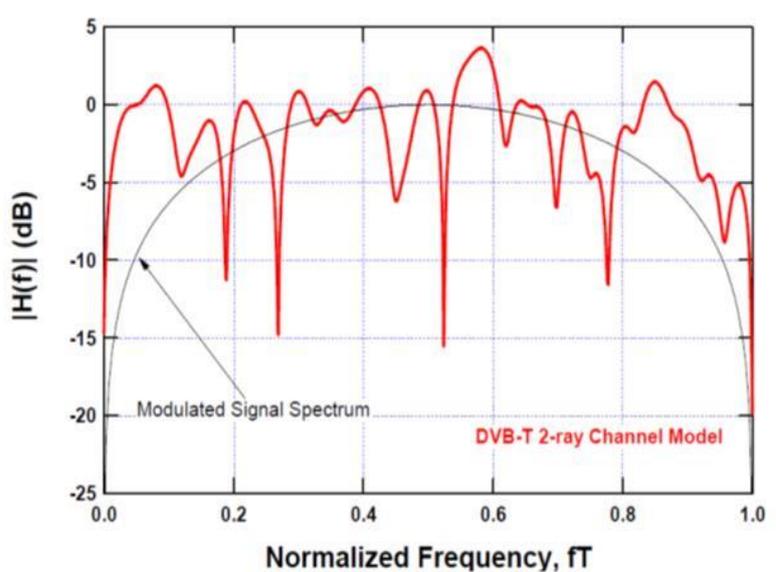


Fig. 1.1.2 – Canale a banda larga

Indicando con  $N$  il numero di tali sotto-flussi, la cadenza di segnalazione su ogni sottoportante sarà  $1/T_s = (1/T)/N$  corrispondente ad un intervallo di simbolo su ogni sottoportante  $T_s = NT$ .

Considerando un generico “sotto-flusso” su di una generica sottoportante, la banda del segnale modulato sarà dell’ordine di  $1/T_s$ , e quindi  $N$  volte più piccola della banda del segnale originario mono-portante.

In questo modo, aumentando  $N$  appropriatamente ci si può ricondurre al caso in cui ogni sotto-canale ha una banda molto stretta, e quindi il relativo segnale modulato “vede” una porzione della risposta in frequenza del canale di propagazione sostanzialmente piatta e quindi non distorto (Fig 1.1.3).

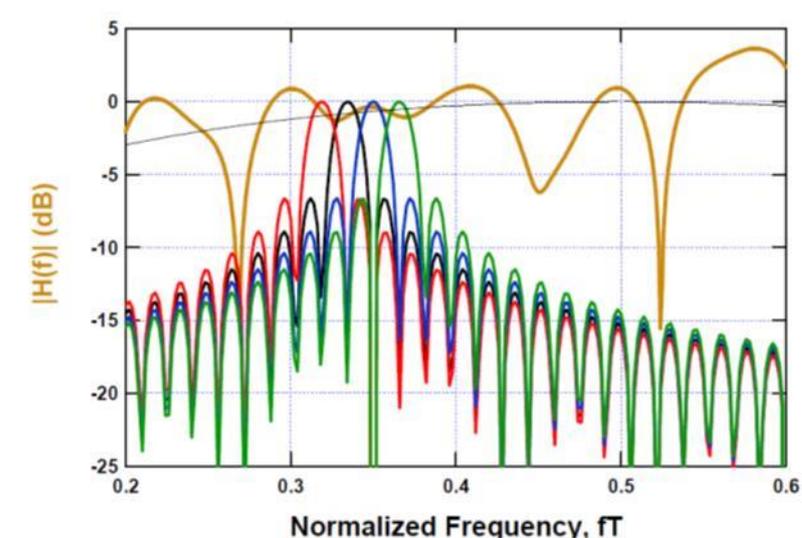


Fig. 1.1.3 – Canale a banda stretta

Ogni singolo sottoflusso di informazione a basso bit rate viaggia quindi su un sottocanale con larghezza di banda talmente stretta da non subire più il fenomeno della selettività in frequenza.

Regolando opportunamente la spaziatura tra i sottocanali del sistema multiportante si può ottenere una configurazione particolarmente efficiente dal punto di vista dell'utilizzo dello spettro, denominata OFDM.

Indicando con  $f_{sc}$  la spaziatura delle sottoportanti, avremo:

$$f_{sc} = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{(NT)} \quad (1.1.1)$$

L'efficienza di tale soluzione è dovuta alla possibilità della parziale sovrapposizione degli spettri dei segnali paralleli, che ci permette di recuperare le informazioni di ogni sottoflusso, e quindi la distanza viene scelta in modo che la risposta impulsiva della sottoportante di ciascun canale abbia un massimo dove la risposta impulsiva della sottoportante del canale adiacente ha invece un valore nullo (Fig.1.1.4). Questo determina, l'assenza di interferenza da canale adiacente (interchannel interference, ICI).

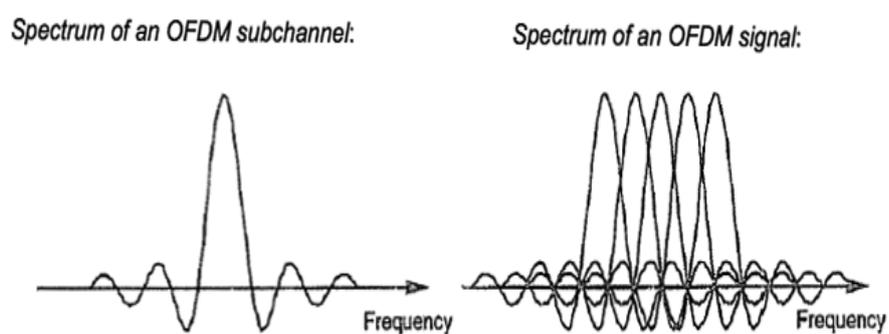


Fig.1.1.4 - Sottoportanti ortogonali

Il segnale con modulazione multiportante è descritto in figura 1.1.5, in cui i simboli d'ingresso  $C_n$  appartengono all'alfabeto di una modulazione lineare arbitraria (tipicamente M-PSK o M 2-QAM) e sono caratterizzati da una velocità di segnalazione  $R=1/T$ .

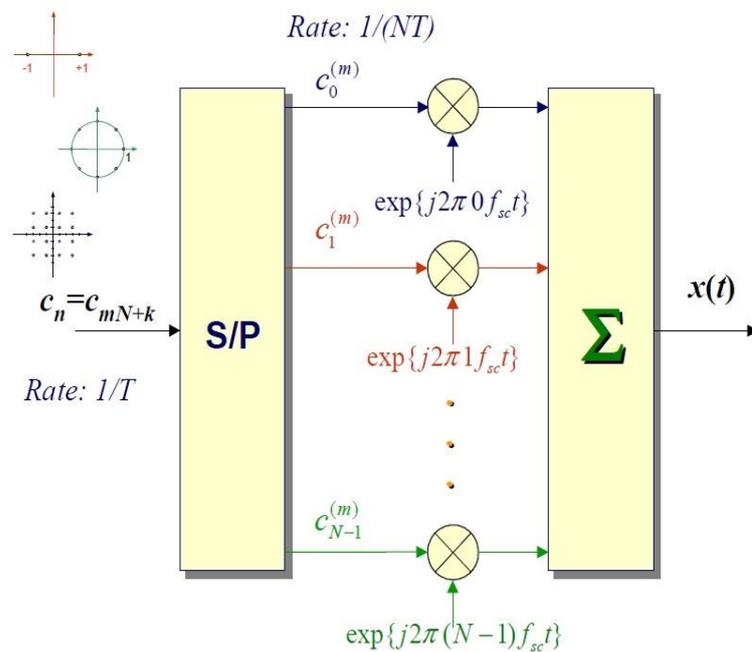


Fig. 1.1.5 - Schema di modulazione OFDM

Il flusso di tali simboli è parallelizzato in  $N$  sotto-canali su ciascuno dei quali l'intervallo di simbolo diventa  $T_s = NT$  chiamato intervallo di simbolo OFDM.

Il convertitore serie-parallelo induce una sorta di partizionamento “a blocchi” dei simboli d'ingresso, la durata di un blocco è pari a  $N$  simboli di sorgente ovvero di un simbolo OFDM. L'indice  $k$  indica la “sottoportante” e varia da 0 a  $N-1$ , mentre l'indice  $m$  è l'indice temporale del generico simbolo OFDM caratterizzato dalla velocità di simbolo OFDM  $1/T_s$ .

L'espressione del segnale modulato è dunque:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(m)} p(t - mT_s) e^{j2\pi k f_{sc} t} \quad (1.1.2)$$

dove  $p(t)$  è un impulso rettangolare di ampiezza unitaria e diverso da zero per  $0 \leq t < T_s$  e dove i simboli di sorgente sono normalizzati a potenza unitaria ( $|c_k^{(m)}|^2 = 1$ ).

La demodulazione (Fig.1.1.6) del generico sottoflusso  $k$  prevede la conversione in banda base del segnale, il filtraggio adattato con campionamento e la decisione a soglia finale.

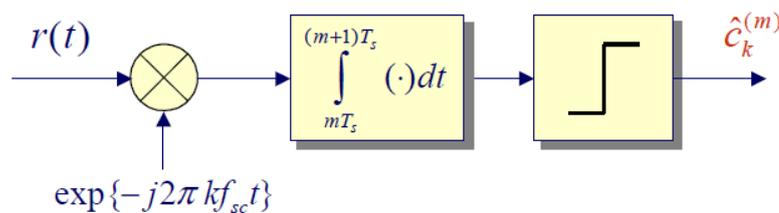


Fig. 1.1.6 – schema di demodulazione OFDM

Per ricostruire il flusso dati originario, sarà poi sufficiente “riformattare” il flusso da parallelo a seriale con un convertitore P/S duale di quello di figura 1.1.5.

Il segnale OFDM ha dunque la forma:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(m)} p(t - mT_s) e^{j2\pi k t / T_s} \quad (1.1.3)$$

costituito dalla somma di  $N$  segnali dati statisticamente indipendenti ciascuno modulato su di una sottoportante diversa:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(m)} p(t - mT_s) e^{j2\pi kt / T_s} = \sum_{k=0}^{N-1} \left( \sum_m c_k^{(m)} p(t - mT_s) \right) e^{j2\pi kt / T_s} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) e^{j2\pi kt / T_s}
 \end{aligned} \tag{1.1.4}$$

In ricezione, dopo avere demodulato il segnale di ogni sottoportante, si può così ricomporre il flusso ad alto bit rate originale.

Una caratteristica dell'OFDM è che ciascun simbolo OFDM trasmesso è preceduto da un prefisso ciclico (CP), ovvero da una breve replica della parte finale del segnale ottenuto dalla somma dei simboli su ciascuna sottobanda. Questa caratteristica permette di ridurre sensibilmente l'effetto prodotto dall'interferenza intersimbolica (ISI) ovvero l'effetto determinato dalla sovrapposizione di repliche del segnale in ricezione.

Per l'implementazione digitale dell'OFDM schematizzato in figura 1.1.7 se consideriamo il segnale analogico  $x(t)$  e campioniamo alla frequenza  $f_c = N/T_s$  otteniamo:

$$x[n] = x(nT_s / N) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(m)} p(nT_s / N - mT_s) e^{j2\pi knT_s / NT_s} \tag{1.1.5}$$

Consideriamo solo il primo simbolo OFDM:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(0)} p\left(\frac{nT_s}{N}\right) e^{\frac{j2\pi kn}{N}} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(0)} e^{\frac{j2\pi kn}{N}}, 0 \leq n \leq N-1 \tag{1.1.6}$$

La sequenza che otteniamo  $x[n]$  corrisponde all'antitrasformata discreta di Fourier della sequenza degli  $N$  simboli di sorgente  $c_0^{(0)}, c_1^{(0)}, \dots, c_{N-1}^{(0)}$  che contribuiscono a formare il primo simbolo OFDM.

Si può ottenere a questo punto il segnale analogico modulato sovracampionando la sequenza  $x[n]$ , inviandola al convertitore D/A seguito da un filtro anti immagine.

In ricezione invece, supponendo che il segnale venga ricevuto con rumore AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), viene calcolata la variabile di decisione dal demodulatore per il sottocanale  $k$ , campionato il segnale ricevuto alla frequenza  $N/T_s=1/T$ , ottenendo la trasformata discreta di Fourier della sequenza ricevuta  $r[n]$ :

$$z_k^{(0)} \cong \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r[n] e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, r[n] = r(nT) \quad (1.1.7)$$

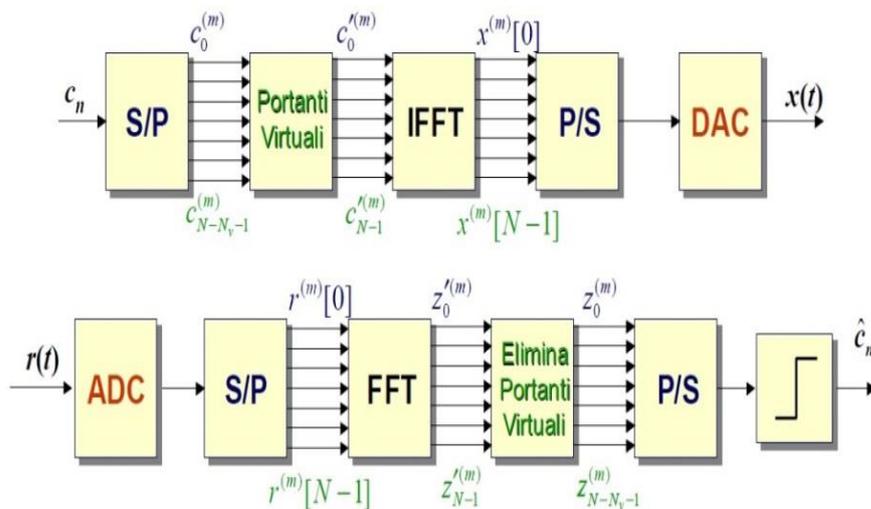


Fig. 1.1.7 – Schema completo OFDM

La tecnica OFDM quindi ha come caratteristica che la conversione dei simboli nel segnale da trasmettere ed il viceversa si ottiene attraverso una semplice trasformata di Fourier (FFT). Nello specifico, una FFT inversa (IFFT) in trasmissione, per ottenere dai simboli associati alle singole sottoportanti il segnale da trasmettere, ed una FFT in

ricezione, per ottenere dal segnale ricevuto i simboli ad esso associati in corrispondenza delle varie sottoportanti.

Si nota l'inserzione delle 'portanti virtuali' che servono per controllare la larghezza di banda del segnale modulato, per l'utilizzo della (I)FFT.

Quindi al blocco dei simboli utili vengono posposti  $N_V$  simboli nulli in modo da arrivare alla lunghezza fissata dal blocco di simboli di sorgente che formano il simbolo OFDM tramite IFFT.

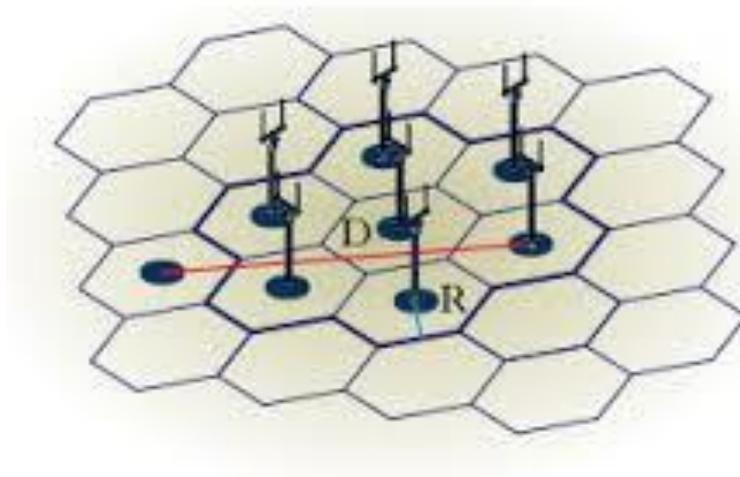
La presenza di questi simboli nulli in testa e in coda fa sì che le corrispondenti sottoportanti vengano azzerate, cioè diventano "virtuali" o "soppresse"

Inoltre l'unico effetto del canale sarà dunque quello di attenuare e sfasare i singoli segnali a banda stretta, riconducendosi alla condizione di canale non selettivo in frequenza.

Recuperando al ricevitore questi parametri di fase e ampiezza per ogni sottoportante si possono neutralizzare gli effetti del canale. Tale procedura è nota come "equalizzazione in frequenza" del segnale ricevuto, nel senso che recuperare ampiezza e fase di ogni sottoportante significa andare a compensare la risposta in frequenza del canale componente per componente su di un pettine di frequenze molto fitto.

### *1.2 Pianificazione delle reti geografiche*

L'idea che sta alla base dei sistemi cellulari, è quella di sostituire la stazione base di potenza elevata con più stazioni base, ognuna delle quali, irradiando una potenza limitata, riesce a gestire una piccola porzione del territorio, cioè una cosiddetta cella (Fig 1.2.1).



**Fig. 1.2.1** – Suddivisione territoriale in celle

Ovviamente occorre considerare che la potenza emessa dai terminali mobili deve essere limitata per aumentare la loro autonomia.

Consideriamo una struttura ideale della suddivisione territoriale in celle come quella in figura 1.2.1, in cui le celle vengono rappresentate in forma esagonale; tale configurazione geometrica è dovuta al fatto che con celle esagonali l'intero territorio può essere ricoperto senza la sovrapposizione delle stesse celle.

Nella realtà le celle non sono ovviamente perfettamente regolari, la loro forma e dimensione dipende, infatti, da diversi fattori, quali:

- potenza delle antenne
- guadagno di antenna
- morfologia del territorio
- condizioni di propagazione

ma vengono assunte tali per l'analisi sistematica della copertura di rete.

Ogni cella ha un ricetrasmittitore base, la maggior parte dei modelli, considera la stazione radio base posta al centro della cella, questa soluzione garantisce che sia equidistante da tutte le BS delle celle vicine.

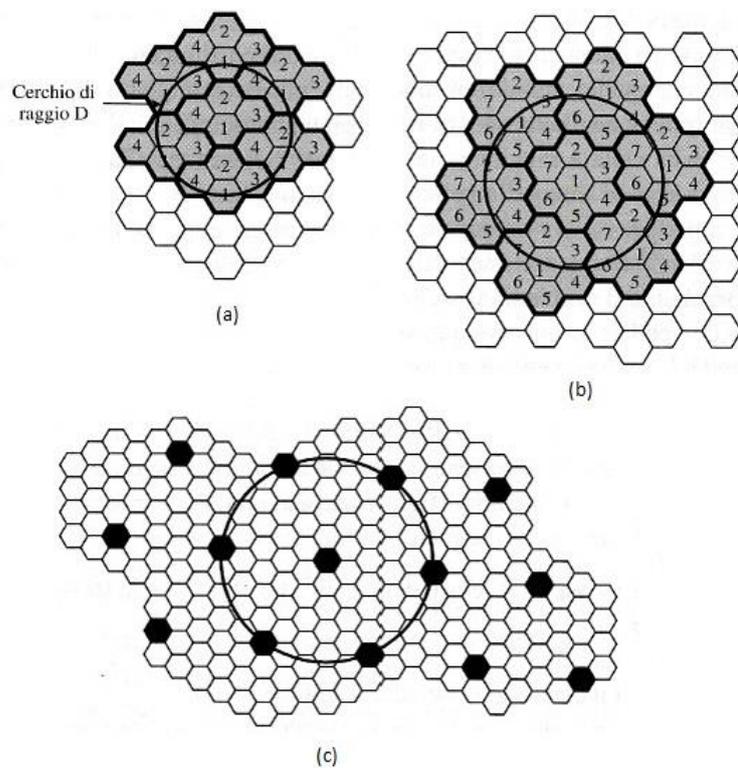
Nel dimensionamento delle celle, occorre tener conto del rapporto  $C/I$ , tra la potenza media  $C$  della portante radio e quella  $I$  degli interferenti, infatti in tutti i sistemi, le interferenze di altri utenti attivi concorrono a limitare la capacità del sistema.

La potenza di trasmissione viene controllata in modo da consentire le comunicazioni all'interno della cella utilizzando una determinata frequenza e in modo da limitare allo stesso tempo la potenza che fuoriesce dalla cella e raggiunge le celle adiacenti.

Si possono adottare vari schemi di riutilizzo delle frequenze. Nel caso in cui siano presenti  $N$  celle e a ciascuna cella viene assegnato lo stesso numero di frequenze, ogni cella potrà avere  $K/N$  frequenze dove  $K$  è il numero totale delle frequenze del sistema.

L'insieme di celle che non effettua il riuso di frequenza è denominato "cluster". Quindi, consideriamo un cluster costituita da  $N$  celle esagonali, esso viene replicato (riuso delle frequenze) quante volte è necessario per coprire un'ampia area geografica (fattore di riuso), come mostrato in figura 1.2.2.

La dimensione delle celle viene scelta in base alla densità degli utenti di una certa area. Naturalmente più piccole sono le celle con cui si suddivide l'intera area, maggiore sarà il numero di cluster impiegato. Per ridurre le dimensioni di una cella, si dovrà operare diminuendo la potenza di trasmissione dell'antenna.



**Fig. 1.2.2** – (a) Schema di riuso delle frequenze per  $N=4$ , (b) Schema di riuso delle frequenze per  $N=7$ , (c) Schema di riuso delle frequenze per  $N=19$

Se definiamo  $D$  la minima distanza fra il centro delle celle che utilizzano la stessa banda di frequenza (Fig 1.2.3),  $R$  il raggio di una cella (Fig 1.2.1),  $d$  la distanza fra il centro di celle adiacenti, aumentando il numero di celle per cluster aumenterà anche la distanza di riuso  $D$ , e di conseguenza sarà maggiore il rapporto  $C/I$ .

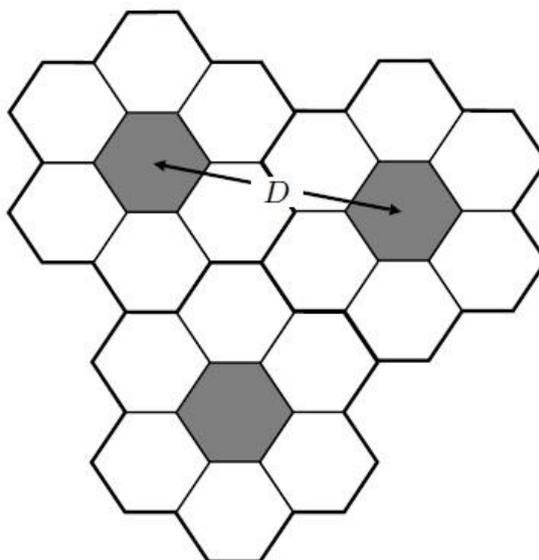


Fig. 1.2.3- cluster a 7 celle

Ogni cella facente parte del cluster utilizza una banda di frequenza univoca. All'interno di ciascuna cella, viene impiegato un sottoinsieme delle frequenze disponibili. Le frequenze utilizzate in una cella sono diverse da quelle utilizzate nelle celle adiacenti allo scopo di limitare le interferenze causate da celle adiacenti che utilizzano la stessa frequenza portante (la cosiddetta interferenza co-canale).

In questo modo si consente l'accesso ad un numero più grande di utenti operanti all'interno dell'area coperta dal servizio.

Rivolgiamo l'attenzione al problema degli interferenti legati ad altri canali di comunicazione contemporaneamente attivi; per recuperare l'informazione utile dopo il processo di interferenza è necessaria l'adozione di una opportuna tecnica di accesso multiplo.

Obiettivo di ogni strategia di accesso multiplo è consentire a una molteplicità di utenti di accedere a un mezzo trasmissivo (e in particolare a una risorsa radio) in modo da massimizzarne l'uso e minimizzare l'interferenza tra gli utenti, per tale motivo si ricorre per esempio alla tecnica di accesso multiplo OFDMA.

L'accesso multiplo è ottenuto assegnando un sotto-insieme di sotto-portanti a ciascun utente.

Il vantaggio risiede nello sfruttare le informazioni sulle condizioni del canale e quindi nella possibilità di rendere adattativa l'assegnazione delle sotto-portanti.

### *1.3 OFDMA*

Per sfruttare la capacità del sistema di supportare contemporaneamente più utenti, la modulazione OFDM può essere impiegata come una tecnica di accesso multiplo consentendo la trasmissione sulle differenti sottoportanti di un sistema OFDM di flussi informativi associati ad utenti differenti.

In particolare ciascun utente può utilizzare un dato sottoinsieme delle sottoportanti disponibili. Si parla dunque di OFDMA

In tale sistema i dati generati da un particolare utente possono impiegare un numero di sottoportanti OFDM differente insieme con una durata temporale, indicata in termini di simbolo OFDM utilizzati, che dipende anch'essa dal particolare utente considerato.

L'OFDMA è quindi basata esattamente sugli stessi principi dell'OFDM con la differenza che le varie sottoportanti non sono tutte assegnate a un solo utente, ma ripartite in maniera interallacciata a più utenti che possono quindi usufruire della condizione di canale non selettivo descritta nel paragrafo 1.1.

Le sottoportanti impiegate sono ortogonali, equispaziate fra loro, ma divise in un certo numero di sottogruppi, ognuno dei quali contiene sottoportanti appartenenti a sottocanali diversi, un sottocanale per ogni utente diverso (Fig 1.3.1)

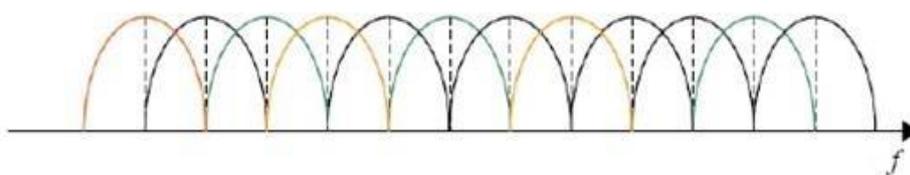


Fig.1.3.1 - Assegnazione delle sottoportanti

Si possono raggiungere ottime prestazioni ottenendo un sistema robusto nei confronti del fading, ma anche nei confronti dell'interferenza co-canale.

Nell'OFDMA inoltre, a differenza di quanto accadeva per l'OFDM, ogni sottocanale non deve essere necessariamente costituito da sottoportanti adiacenti, anzi i sottocanali possono essere assegnate agli utenti in base alle loro condizioni di canale o alla richiesta di risorse (Fig 1.3.2), questo porta anche come vantaggio un maggiore risparmio di energia, infatti a differenza dell'OFDM, che trasmette la stessa quantità di energia in ciascuna sottoportante, l'OFDMA può trasmettere diverse quantità di energia in ogni sottoportante.

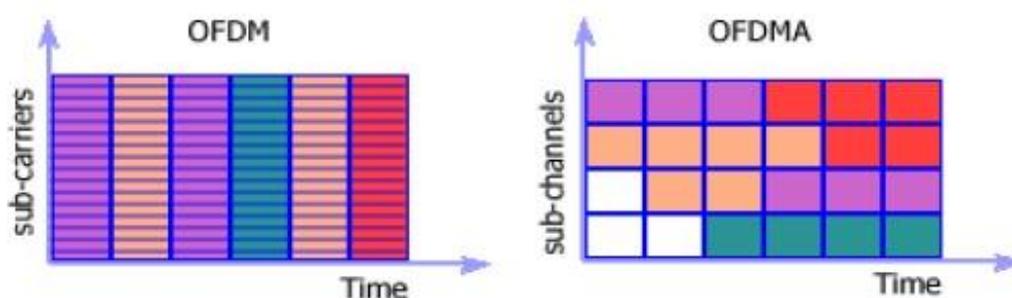


Fig.1.3.2 – Suddivisione in sottocanali

Con l'OFDMA, si ha quindi una gestione più efficiente delle risorse, in funzione delle esigenze degli utenti e delle condizioni del canale. In particolar modo,

in uplink la sottocanalizzazione consente sia di ridurre la massima potenza trasmessa da ciascun utente, poiché può trasmettere solo nel sottocanale assegnato, sia di allocare la potenza all'utente a seconda le condizioni del canale, ossia un livello elevato di potenza è allocato agli utenti più svantaggiati

## Capitolo 2

---

# Nozioni di Teoria dei Giochi

La Teoria dei Giochi, che presenteremo in questo capitolo, si occupa di derivare un algoritmo efficiente di gestione delle risorse radio, dove occorre, non essendoci un sistema centralizzato, che tutti gli utenti presenti nella rete agiscano in maniera indipendente, pensando al proprio bene e allo stesso tempo a quello collettivo.

### 2.1 Generalità

Lo studio della teoria dei giochi, è stato introdotto con l'opera *Theory of Games and Economic Behavior* di von Neumann e Morgenstern, il cui scopo era quello di descrivere matematicamente il comportamento umano in casi in cui l'interazione fra diversi soggetti razionali comporta la vincita o la condivisione di qualche risorsa.

In generale, è una disciplina matematica che studia le decisioni individuali effettuate tra diversi soggetti, i quali interagiscono perseguendo obiettivi comuni, diversi o conflittuali e in cui le decisioni di un soggetto possono influire sui risultati di un altro soggetto.

Le applicazioni della teoria vanno dal campo economico e finanziario a quello militare, dalla sociologia alla teoria politica, dalla psicologia allo sport.

La premessa della teoria è che tutti devono essere a conoscenza delle regole del gioco, ed essere consapevoli delle conseguenze di ogni singola scelta effettuata. La scelta, o l'insieme delle scelte, che un individuo intende fare viene chiamata *strategia*. In base alle strategie adottate da tutti i giocatori viene ricevuto un "payoff", cioè un certo guadagno che ciascuno di essi cercherà di massimizzare.

Quando si vanno a studiare possibili situazioni di interazione tra soggetti razionali, si possono distinguere differenti caratteristiche del gioco che le può modellare, a seconda delle varie descrizioni che ne intendiamo fare:

- Gioco *statico* o *dinamico* (statico quando tutti i giocatori scelgono la propria strategia in modo simultaneo e una volta per tutte, dinamico quando invece anche il fattore temporale subentra nel gioco).
- *A perfetta informazione* o *a informazione imperfetta*; nel primo caso ogni giocatore conosce esattamente le azioni (ovvero le scelte) prese dagli altri giocatori nel momento in cui è chiamato a fare una scelta, mentre nel secondo c'è almeno un giocatore che non ha piena conoscenza dello svolgimento delle scelte prese dagli altri.

Un esempio di gioco ad *informazione perfetta* è il gioco della dama, nel quale i due giocatori (i bianchi e i neri) si sfidano. In questo gioco, in qualsiasi momento un giocatore è a conoscenza dell'ultima mossa effettuata dall'avversario.

- *A completa informazione* o ad *incompleta informazione*; nel primo caso ogni giocatore conosce esattamente l'utilità che ciascun giocatore (incluso se stesso) riceve per ogni combinazione di scelte di tutti i giocatori.

Un esempio di gioco ad *informazione incompleta* è il gioco delle carte, (come per esempio la briscola), perché in questo caso il giocatore è a

conoscenza delle proprie carte ma non di quelle dell'avversario, ha quindi solo una parziale conoscenza del gioco.

- A *Somma Zero*, se per ogni combinazione di scelte, la somma delle utilità di tutti i giocatori è pari a zero (nel caso particolare di due giocatori, quanto vince un giocatore è pari a quanto l'altro perde).
- *Cooperativo* o *Non Cooperativo*; nel primo caso i giocatori cooperano e hanno la possibilità di coordinare le loro scelte al fine di massimizzare i loro profitti; nel secondo caso l'obiettivo di ciascun giocatore è quello di massimizzare il proprio profitto in modo egoistico, senza considerare ciò che accade agli altri.
- Un gioco può inoltre essere rappresentato in *forma normale* o in *forma estesa*. In *forma normale* nel caso in cui i giocatori formano una matrice i cui elementi sono i valori delle funzioni utilità corrispondenti ad una combinazione di azioni; la *forma estesa* invece è una descrizione puntuale del gioco e tiene memoria di tutte le strategie di ogni giocatore. Viene rappresentata da una struttura ad albero in cui ogni livello rappresenta un passo del gioco, la forma ad albero evidenzia l'evoluzione temporale caratteristica di tale rappresentazione.

Un esempio tipico per capire la teoria dei giochi è il *dilemma del prigioniero*.

Il "dilemma del prigioniero", è così strutturato: due prigionieri reclusi in due celle separate e impossibilitati a comunicare, hanno a disposizione due alternative: confessare o non confessare il crimine commesso. Queste due possibili scelte sono le strategie. Descriviamo in una tabella le strategie dei due e i *payoff* derivanti dalle combinazioni delle loro decisioni.

	Non confessare	Confessare
Non Confessare	1 anni a entrambi	7 anni per 1 e 0 per 2
Confessare	0 per 1 e 7 anni per 2	6 anni a entrambi

Come schematizzato in Tabella vediamo che se entrambi non confessano, subiranno una pena di un anno di reclusione. Se entrambi confessano, dicendo che è stato l'altro a commettere il crimine, saranno condannati a sei anni. Infine, se uno confessa e l'altro no, il secondo sconta il massimo della pena prevista cioè sette anni.

Se entrambi conoscono queste regole e non prendono accordi, ad un giocatore razionale converrà sempre confessare, qualunque scelta faccia l'altro. La scelta ottima sarà quindi confessare per entrambi dal momento in cui non possono avere informazioni riguardo la scelta dell'altro. Si tratta quindi di un comportamento non cooperativo, nel quale i due giocatori agendo in modo egoistico portano il gioco verso un equilibrio che non è quello ottimo.

Questo risultato poggia dunque su varie assunzioni: che i giocatori siano razionali, che abbiano a cuore nient'altro che il proprio interesse e che il gioco si svolga una sola volta; infatti in assenza di alcune di queste condizioni possono presentarsi esiti diversi e più altruistici.

## 2.2 Equilibrio di Nash

Un contributo fondamentale alla comprensione del comportamento di giocatori razionali in situazioni come quella descritta sopra è dovuta a John Nash, il quale approfondisce lo studio dei cosiddetti giochi non cooperativi, cioè le situazioni in cui i giocatori non possono accordarsi con gli altri giocatori, ma si trovano a dover competere con essi.

Nash dimostra che sotto certe condizioni, esiste sempre una situazione di equilibrio, e che tale equilibrio si ottiene quando ciascun individuo che partecipa a un dato gioco sceglie la sua mossa strategica in modo da massimizzare il suo payoff.

L'equilibrio di Nash è quella situazione in cui, dopo aver attuato le proprie scelte, ogni giocatore comportandosi in maniera razionale, sceglie la strategia che massimizza il proprio guadagno e nessuno di essi può migliorare il proprio risultato modificando solo la propria strategia.

Tuttavia non è detto che l'equilibrio di Nash sia la miglior soluzione possibile per tutti: nel caso stesso del *dilemma del prigioniero*, la scelta migliore per uno è quello di confessare sapendo che l'altro non abbia confessato, ma appunto trattandosi di un gioco non cooperativo, esso porta ad una soluzione diversa.

In tale equilibrio il singolo giocatore non può aumentare il proprio guadagno modificando solo la propria strategia, ma anche tutti gli altri giocatori potrebbero aumentare il proprio guadagno cambiando così la propria strategia, e quindi allontanandosi dall'equilibrio.

La teoria dei giochi consta di 3 componenti fondamentali:

- 1) un insieme di giocatori  $\{1, 2, \dots, n\}$ ;
- 2) un insieme di possibili azioni che ha a disposizione ogni singolo giocatore, che partecipa selezionando una strategia  $s_i \in S_i$ . L'azione scelta viene detta strategia e l'insieme delle strategie intraprese da tutti i giocatori è detto profilo di strategia.

La strategia è quindi un completo piano di gioco, cioè l'insieme di tutte le mosse ammissibili del giocatore per ogni circostanza in cui esso si trova ad operare.

- 3) un insieme di funzioni utilità  $u_i$ .

Se indichiamo con  $i$  l' $i$ -esimo giocatore e con  $-i$  tutti gli avversari, definiamo l'insieme delle strategie di tutti i giocatori con  $S_i$ , e l'insieme delle strategie degli

avversari di  $i$  sarà dato da  $S_{-i}$ . L'insieme delle strategie effettuate da tutti i giocatori costituirà un profilo di strategie  $s = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$  e ad ogni profilo di strategie associamo una funzione utilità  $u_i(s)$ .

Per ogni giocatore sarà quindi possibile definire una funzione utilità, che descrive le corrispondenze fra le varie strategie ed i guadagni possibili; lo scopo del giocatore sarà avvicinarsi quanto più possibile al massimo di tale funzione, per ottenere la cosiddetta “*BestResponse*”:

$$BestResponse(s_{-i}) = \arg \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_{-i}) \quad (2.2.1)$$

In generale, comunque, quando un giocatore sceglie una strategia, gli altri risponderanno con le strategie che giudicano più adeguate alla situazione finché non si raggiunge un equilibrio, cioè una situazione in cui nessuno dei giocatori ha motivo di scegliere una strategia diversa nei passi successivi.

Alcune delle ipotesi, su cui si basa la teoria dei giochi, riguardano il modo di agire e di pensare degli individui, cioè si suppone che i soggetti che interagiscono in un problema decisionale siano intelligenti e razionali. La conseguenza fondamentale di ciò è che un individuo razionale può assegnare un valore di utilità a ciascuno dei risultati derivanti dalle scelte combinate dei vari giocatori, e quindi ai vari profili. Definendo l'individuo oltre che razionale, anche intelligente, si indica la capacità logica di saper riconoscere le azioni necessarie per massimizzare la propria utilità.

Essendo quindi la teoria dei giochi basata sull'assunzione di razionalità dei giocatori, ognuno di essi segue una precisa strategia finalizzata alla massimizzazione del payoff e si può dimostrare che, se esiste una soluzione, questa deve essere un equilibrio di Nash.

Con una scelta corrispondente ad una condizione di stabilità definita come equilibrio di Nash, nessun giocatore ha interesse e convenienza a cambiarla perché

non darebbe alcun vantaggio a nessuno di loro; possiamo allora dire che un vettore delle strategie  $s^* \in S$  è un equilibrio di Nash se,  $\forall s_{-i} \in S_{-i}$

$$u(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u(s_i, s_{-i}^*) \quad (2.2.2)$$

Quando si raggiunge un equilibrio di Nash nessun giocatore può migliorare il proprio payoff cambiando strategia.

Non necessariamente per uno stesso gioco esiste un punto di equilibrio di Nash e, nel caso in cui esiste, non è detto che sia unico. Può, inoltre, accadere che una strategia indicata come equilibrio di Nash non sia la migliore strategia o che la soluzione che massimizza l'utilità per tutti non sia effettivamente un equilibrio di Nash.

Si può comunque dare una misura dell'efficienza di un equilibrio, attraverso il concetto di *Pareto-superiorità* di un profilo di strategie.

Un profilo di strategie  $s$  è *Pareto-superiore* rispetto ad un altro  $s'$  se il guadagno del giocatore  $i$ -esimo aumenta scegliendo  $s$  invece di  $s'$ , ma tale scelta non deve provocare la diminuzione del guadagno di nessun altro giocatore:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i}) \quad (2.2.3)$$

Un profilo di strategie si definisce invece *Pareto-ottimo*  $s^{po}$  se non esiste un profilo *Pareto-superiore* rispetto ad esso. In tal modo un giocatore farà una scelta che porterà alla strategia  $s^{po}$  evitando di far diminuire il guadagno degli altri giocatori.

Il concetto di *ottimo paretiano* o *efficienza paretiana* è stato introdotto dall'economista e ingegnere italiano Vilfredo Pareto e si realizza quando l'allocatione delle risorse è tale che non è possibile apportare miglioramenti paretiani al sistema,

cioè non si può migliorare la condizione di un soggetto senza peggiorare la condizione di un altro.

Un equilibrio di Nash non è detto che sia anche un ottimo di Pareto, ma rappresenta la situazione nella quale il gruppo si viene a trovare se ogni giocatore “fa ciò che è meglio per sé”, cioè mira a massimizzare il proprio guadagno indipendentemente dalle scelte effettuate dagli avversari, ecco perché l'equilibrio di Nash non risulta sempre la soluzione migliore per tutti.

### *2.3 Applicazioni nelle reti wireless*

La teoria dei giochi, nata in un contesto economico ha quindi trovato svariate applicazioni anche in ambito informatico e ingegneristico.

Si è assistito negli ultimi anni ad una continua ricerca legata ai problemi computazionali all'interno di sistemi distribuiti di agenti egoisti. La progettazione di applicazioni software prevedeva la presenza di più entità, controllate da una singola autorità, e che il funzionamento di ciascuna entità fosse definito da un protocollo progettato in modo da raggiungere un obiettivo comune, per cui ciascuna entità dovesse eseguire le indicazioni ricevute. Tuttavia dalla diffusione di Internet e dall'insorgere delle reti sociali come piattaforme di interazione, le cose sono cambiate. Internet non è stato costruito secondo tale sistema centralizzato, infatti siamo nel caso in cui si ha una moltitudine di operatori, ognuno dei quali ha i propri interessi personali ed interagisce con gli altri solo sulla base del proprio tornaconto. Essendo le moderne reti, decentralizzate e non coordinate occorre definire nuove tecniche in grado di aiutarne la progettazione e l'analisi di applicazioni.

Per l'impossibilità di fissare e controllare le azioni svolte da ogni singolo operatore, la progettazione di un sistema distribuito, deve adattarsi a nuove strategie tali da spingere gli operatori a svolgere il loro lavoro in modo corretto rispetto all'interesse collettivo, comunque senza perdere di vista il proprio interesse. La teoria

dei giochi può aiutare a capire come tali reti possono operare e quali principi dovrebbero essere utilizzati per gestirle anche in presenza di interessi contrastanti e di comportamenti egoistici.

Applicazioni ingegneristiche della teoria dei giochi si possono ritrovare nelle reti di trasporto, per esempio per trovare una soluzione ottima nei problemi di *routing*<sup>1</sup>, dove ogni giocatore, in base alle conoscenze, elabora la propria strategia per ottenere il massimo rendimento possibile.

Nelle reti di telecomunicazione il problema dell'istradamento, sia nella commutazione a circuito che nella commutazione a pacchetto, è quello di trovare un percorso tra i vari nodi della rete dove sia possibile far viaggiare l'informazione, facendola arrivare a destinazione. Essendo le reti di comunicazione rappresentate tramite grafi, il problema del routing si riduce a trovare il percorso "minimo" tra la sorgente e la destinazione. La struttura delle reti di comunicazione si è evoluta in modo che i pacchetti possano compiere diversi percorsi per arrivare da un punto all'altro, riuscendo così a valutare l'efficienza delle possibili strategie e rendere minimo il tempo di percorrenza sulla rete. Si parla anche di *selfish routing*<sup>2</sup> nel caso in cui ogni agente sceglie il percorso che gli permette di minimizzare il proprio tempo di percorrenza, senza tenere conto dell'influenza che può avere sugli altri aumentando il traffico nel percorso scelto. Si ricorre alla teoria dei giochi per riuscire in tale contesto a trovare una soluzione di equilibrio.

La teoria dei giochi è anche di aiuto nell'analisi di Reti Intelligenti (*Cognitive Radio*); si tratta cioè di reti di comunicazione che devono far fronte al problema dell'inefficienza dello spettro wireless, dove risulta necessario che i nodi della rete si adattino in modo dinamico all'ambiente, apprendendo dagli esiti delle decisioni passate. Allo stesso modo può essere di ausilio nei problemi di controllo di flusso, dal momento in cui Internet non dispone di sistemi efficienti di assegnazione di priorità ai singoli pacchetti: ad esempio un flusso con dei vincoli sul ritardo, come un

---

<sup>1</sup> *instradamento*

<sup>2</sup> *Instradamento egoista*

flusso video streaming, verrebbe trattato come un flusso con contenuto statico, comportando la perdita di qualità del video trasmesso e quindi la perdita di più pacchetti consecutivi. I protocolli che provvedono alla gestione delle perdite (come TCP/IP) risulterebbero limitativi, a causa delle frequenti ritrasmissioni, sia per i limiti di ritardo imposti dall'applicazione sia per le conseguenti congestioni che causerebbe.

Ultimamente La teoria dei giochi ha avuto un maggiore sviluppo nella risoluzione di problemi di ottimizzazione distribuita nelle reti wireless. Si è rivelata utile soprattutto nella risoluzione di problemi legati alla gestione del controllo di potenza nel caso di condivisione delle risorse. Rappresenta uno strumento efficiente per modellare tali problemi e per trovare dei criteri d'equilibrio nell'ottimizzare la soluzione. Affinché essa possa essere utilizzata per modellare una rete wireless, i terminali devono essere soggetti razionali, ognuno dei quali è interessato solo al buon funzionamento della propria connessione e un'eventuale scelta di cambiare strategia deve essere dettata dalla possibilità di migliorare la propria condizione.

Uno scenario ottimo di applicazione della teoria dei giochi è quello basato sul CDMA (*Code Division Multiple Access*), in cui un insieme di giocatori, costituito dagli utenti mobili, trasmette la propria informazione nell'etere, essendo un mezzo di trasmissione condiviso da tutti, porta appunto all'interferenza del segnale trasmesso da un utente nei confronti degli altri. L'algoritmo del controllo di potenza deve fare in modo che tale interferenza non avvenga, o meglio, deve fare in modo che ogni utente trasmetta con una determinata potenza, tale da non interferire con la trasmissione degli altri utenti e assicurare un livello adeguato di SINR (*signal-to-interference-plus-noise ratio*).

La teoria dei giochi sarà utilizzata, in questo lavoro, per il problema del Controllo della Potenza, in particolare si farà riferimento ad uno scenario basato sull'OFDMA (*Orthogonal Frequency-Division Multiple Access*), ad un gioco non cooperativo e ad informazione imperfetta, in cui cioè i giocatori non possono

collaborare l'uno con l'altro scambiandosi informazioni utili, ma agiscono in modo del tutto indipendente.

Sarà definita, nel prossimo capitolo, una funzione utilità che terrà conto sia del SINR che della potenza trasmessa e si vedrà come il controllo di potenza sarà utile per ridurre la potenza usata per la trasmissione da parte di ciascun terminale e di conseguenza per ridurre l'interferenza all'interno della rete; questo, avrà come vantaggio il risparmio energetico delle batterie utilizzate dai terminali per la trasmissione delle informazioni.

## Capitolo 3

---

# Allocazione della potenza in canali non selettivi in frequenza

L'analisi di efficaci strumenti di gestione delle risorse e allocazione delle potenze nelle reti wireless riveste una fondamentale importanza, per migliorare le prestazioni in termini di efficienza energetica e spettrale. Lo scopo infatti è quello di impiegare nel miglior modo possibile le risorse disponibili ottenendone un efficiente utilizzo e di conseguenza il miglioramento della qualità dei servizi.

In questo capitolo sarà studiato l'algoritmo di allocazione della potenza in canali non selettivi in frequenza, e si analizzerà un criterio di convergenza dell'algoritmo stesso, dimostrando l'esistenza e l'unicità dell'equilibrio di Nash.

### *3.1 Definizione del problema*

Il contesto analizzato in questa tesi è basato sullo scenario OFDMA (*Orthogonal frequency-division multiple access*). E' presente un insieme di giocatori, nel nostro caso costituito dagli utenti mobili, ciascuno dei quali trasmette la propria informazione. Il segnale emesso da un utente genera interferenza sui segnali trasmessi da tutti gli altri utenti e ricevuti alla loro stazione base di riferimento. Ciascun utente

vuole ottenere ovviamente il massimo guadagno in termini di prestazione, e quindi, minimizzare l'interferenza generata dagli altri utenti e ridurre il consumo di potenza in modo da garantire un minore dispendio energetico delle batterie utilizzate.

Schematizziamo quindi il problema del controllo di potenza nelle reti wireless, come un gioco ad informazione imperfetta e non cooperativo, in quanto ciascun utente deve cercare di massimizzare la propria utilità comportandosi in maniera egoistica, non avendo la conoscenza delle condizioni e delle scelte degli altri e non potendo quindi cooperare con loro. Ogni utente deve aggiornare la potenza trasmessa, in modo che il *rapporto segnale-interferente-rumore* al ricevitore (*signal-to-interference-plus-noise ratio*, SINR) misurato si avvicini a quello ideale al passo successivo e quindi in modo da stabilizzare la potenza trasmessa.

La teoria dei giochi viene richiamata a tal proposito perché ciascun utente calcola, in maniera distribuita, un valore di SINR che massimizza la propria funzione utilità e utilizzando il valore ottenuto come soglia, può decidere in modo indipendente con quale livello di potenza trasmettere.

Consideriamo un sistema multicella e supponiamo ci sia un utente per ogni cella. Avremo quindi  $N$  utenti che per comunicare con la propria Base Station (BS), posizionata al centro della stessa, cercheranno di modificare la potenza trasmessa dal corrispondente trasmettitore.

Indichiamo con

- $P_n$  la potenza usata dal trasmettitore dell' $n$ -esimo utente;
- $h_{nj}$  il guadagno di canale tra il  $j$ -esimo utente e la Base Station (BS) dell' $n$ -esimo utente ( i valori di  $h_{nj}$  vengono calcolati come variabili distribuite secondo Rayleigh<sup>3</sup>);

---

<sup>3</sup> La distribuzione di Rayleigh è una funzione del tipo  $f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ ,  $x \geq 0$

dove  $E(x) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ,  $E(x^2) = 2\sigma^2$

- $\sigma^2$  la potenza di rumore termico, di tipo AWGN (*additive White Gaussian Noise*), uguale per tutti gli utenti;
- $K_n=K$  il numero delle sottoportanti, supposto uguale per tutti gli utenti.

Il canale di trasmissione considerato è non selettivo in frequenza.

L'allocazione di Potenza dell'utente  $n$ -esimo su ogni sottocanale è dato dal vettore

$$\mathbf{p}_n = [p_n^{(1)}, p_n^{(2)}, p_n^{(K)}].$$

Definiamo l'interferenza dell'utente  $n$ -esimo come assunto in [5]

$$I_n = \sum_{j=1, j \neq n}^N p_j h_j \quad (3.1.1)$$

Il SINR dell'utente  $n$ -esimo è definito come

$$\gamma_n = \frac{h_n p_n}{\sigma^2 + \sum_{j \neq n} h_j p_j} \quad (3.1.2)$$

### 3.2 Scelta della funzione utilità

Occorre trovare una funzione di utilità, la quale deve rappresentare il massimo grado di soddisfazione di ciascun utente. Si può pensare nello scegliere tale funzione alla massimizzazione del SINR tenendo conto anche della potenza, infatti l'aumento della potenza trasmessa è la principale causa del dispendio energetico della batteria utilizzata dall'utente, questo avviene perché l'aumento della potenza trasmessa da un utente va a creare una maggiore interferenza agli altri utenti i quali, a loro volta, aumenteranno la potenza per raggiungere il SINR ottimo diventando anch'essi fonte di ulteriore disturbo.

La funzione utilità scelta deve soddisfare alcune proprietà, quali:

- Deve essere non negativa rispetto al SINR .

Nel caso in cui  $\gamma_n = 0$ , essa deve essere nulla;

- Deve tendere a zero quando la potenza trasmessa tende a zero:

$$\lim_{p_n \rightarrow 0} u_n = 0 \quad (3.2.1)$$

- Deve essere una funzione monotona crescente rispetto al SNIR<sub>j</sub>:

$$\frac{\partial u_n(p_n, \gamma_j)}{\partial \gamma_j} > 0 \quad \forall \gamma_j, p_n \quad (3.2.2)$$

- La sua derivata deve tendere a zero per valori del SNIR sempre più grandi:

$$\lim_{\gamma_j \rightarrow \infty} \frac{\partial u_n(p_n, \gamma_j)}{\partial \gamma_j} = 0 \quad (3.2.3)$$

- Deve essere una funzione monotona decrescente rispetto alla potenza trasmessa:

$$\frac{\partial u_n(p_n, \gamma_j)}{\partial \gamma_j} < 0 \quad \forall \gamma_j, p_n \quad (3.2.4)$$

- Deve tendere a zero se la potenza trasmessa tende all'infinito:

$$\lim_{p_n \rightarrow \infty} u_n = 0 \quad (3.2.5)$$

Possiamo ricavare l'espressione della funzione utilità, come il rapporto tra la capacità di Shannon e la potenza trasmessa dall'utente  $n$ -esimo, come

$$u_n = \frac{C_n}{p_n + p_c} \quad (3.2.6)$$

Dove  $p_c$  è la corrente di alimentazione, la cui variazione influenzerà le prestazioni del sistema, e  $C_n$  è la capacità di Shannon:

$$C_n = \log_2(1 + \gamma_n) \quad (3.2.7)$$

Si è scelto, l'utilizzo della capacità di Shannon come parametro di qualità, essendo funzione del SINR.

Ogni utente vorrebbe ottenere una ricezione di 'ottima' qualità e quindi un'elevata capacità di Shannon, ma allo stesso tempo vorrebbe spendere poca energia per ottenerla, dovendo fare i conti con una batteria di durata limitata.

A questo punto si procede a massimizzare la funzione utilità per trovare il valore di potenza ottimo atto al raggiungimento dell'equilibrio.

Possiamo definire il vettore delle potenze degli utenti interferenti come  $\mathbf{p}_{-n} = (p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, p_{n+1}, \dots, p_N)$ . Massimizzare la funzione utilità come assunto in [5], significa ricercare:

$$p_n = f_n(\mathbf{p}_{-n}) = \arg \max_{p_n} u_n(p_n, \mathbf{p}_{-n}) \quad (3.2.8)$$

dove  $u_n$  è funzione sia di  $p_n$  che di  $\mathbf{p}_{-n}$ .

La funzione  $(p_n)$  è la cosiddetta 'best response' dell'utente  $n$ -esimo. Vogliamo ricavare la *best response* derivando la funzione utilità  $u(n)$  rispetto alla potenza:

$$\mu_n = \frac{C_n}{p_c + p_n} = \frac{\log_2(1 + \mu_n p_n)}{p_c + p_n} \quad (3.2.9)$$

poniamo la derivata pari a zero

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial p_n} = 0$$

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial p_n} = \log_2 e \frac{\frac{1}{1 + \mu_n p_n} \mu_n (p_c + p_n) - \log(1 + \mu_n p_n)}{(p_c + p_n)^2} \quad (3.2.10)$$

$$\mu_n (p_c + p_n) = (1 + \mu_n p_n) \log(1 + \mu_n p_n) \quad (3.2.11)$$

sottraiamo 1 ad entrambi i membri

$$\frac{\mu_n (p_c + p_n)}{1 + \mu_n p_n} - 1 = \log(1 + \mu_n p_n) - 1 \quad (3.2.12)$$

definiamo  $z_n$  la quantità:

$$\log(1 + \mu_n p_n) = z_n \quad (3.2.13)$$

per cui

$$z_n + 1 = \log(1 + \mu_n p_n) \quad (3.2.14)$$

e dunque

$$e^{(z_n+1)} = 1 + \mu_n p_n \quad (3.2.15)$$

$$\frac{\mu_n p_c - 1}{e^{(z_n+1)}} = z_n \quad (3.2.16)$$

$$\rho = \frac{\mu_n p_c - 1}{e} = e^{z_n} z_n \quad (3.2.17)$$

effettuando un cambiamento di variabile, si ottiene:

$$\rho = x e^x \Rightarrow x = W(\rho)$$

dove  $W(\rho)$  è la funzione di Lambert, definita come la funzione inversa di  $x e^x$ , ovvero la soluzione dell'equazione  $\rho = x e^x$ .

Quindi in definitiva

$$z_n = W\left(\frac{\mu_n p_c - 1}{e}\right) = \log(1 + \mu_n p_n) - 1 \quad (3.2.18)$$

$$1 + \mu_n p_n = \exp\left[W\left(\frac{\mu_n p_c - 1}{e}\right) + 1\right] \quad (3.2.19)$$

Siamo ora in grado di ricavare i valori ottimi  $p_n^*$   $\mu_n^*$

$$p_n^* = \frac{1}{\mu_n} \left[ \exp\left[W\left(\frac{\mu_n p_c - 1}{e}\right) + 1\right] - 1 \right] \quad (3.2.20)$$

$$\mu_n^* = \frac{\log(1 + \mu_n p_n^*)}{p_c + p_n^*} \quad (3.2.21)$$

Il  $p_n^*$  ottimo ottenuto ci permette di massimizzare la funzione utilità.

### 3.3 Analisi dell'equilibrio di Nash

L'equilibrio di Nash, come precedentemente spiegato, non deriva da un accordo tra le parti, bensì dall'adozione di strategie da parte di tutti i giocatori, tali da garantire non solo il migliore risultato possibile per ciascun giocatore e quindi per il raggiungimento dell'ottimo individuale ma anche il migliore equilibrio collettivo.

Per raggiungere l'equilibrio di Nash, ciascun utente sceglie un livello di potenza che rappresenta la miglior risposta alle potenze scelte dagli altri utenti.

In un gioco non cooperativo, un insieme di strategie viene definito equilibrio di Nash se nessun utente può migliorare il proprio payoff ( guadagno) senza alterare la propria strategia.

Definito il vettore  $\mathbf{p}^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_N^*)$

$$p_i^* = f_i(p_{-i}^*) = (f_1(p_{-1}^*), f_2(p_{-2}^*), \dots, f_N(p_{-N}^*)) \quad (3.3.1)$$

Il raggiungimento dell'equilibrio di Nash ci assicura che nessun giocatore avrà motivo di cambiare strategia, ma occorre verificare che l'equilibrio esista e sia unico.

La funzione  $f(p^*)$  ottenuta deve essere una funzione standard, cioè deve soddisfare le seguenti proprietà:

1. Positività:  $f(p) > 0$  ;
2. Monotonicità : se  $p > p'$  allora  $f(p) > f(p')$  ;
3. Scalabilità: per tutti i  $\beta > 1$ ,  $\beta f(p) > f(\beta p)$  ;
4. Concavità:  $f(p)$  deve essere strettamente concava in  $p_n$ .

La monotonicità ci dice che aumentando l'interferenza avremo un conseguente aumento della potenza trasmessa mentre la scalabilità indica che la variazione della potenza di trasmissione è sempre inferiore a quella della potenza di interferenza.

Le prime tre proprietà assicurano, nel caso di canale non selettivo in frequenza, l'unicità di un solo equilibrio  $p^*$  alla quale la funzione converge ,come dimostrato in

[6]. L'esistenza di tale equilibrio è garantito se la funzione  $f(p)$  risulta quasi-concava<sup>4</sup> in  $p_n$ . [7]

### 3.4 Risultati ottenuti

Nelle simulazioni effettuate abbiamo creato un cluster costituito da 19 celle in modo da considerare per l'utente di ogni cella l'interferenza causata da un altro utente distante due celle da esso, gli utenti sono stati distribuiti in modo casuale.

Per la creazione delle celle si è scelta una forma esagonale (Fig.3.4.1) in modo da coprire perfettamente il territorio ed evitare buchi o sovrapposizioni delle stesse celle.

Si è applicato l'algoritmo del controllo di potenza, si è calcolate le distanze  $d_n$  tra gli utenti e le rispettive BS, i guadagni di canale  $h_{ij}$  come variabili distribuite secondo Rayleigh. Con tale algoritmo, ogni terminale, misurando il proprio SINR al ricevitore, trova il valore della corrispondente funzione utilità, aggiornando ad ogni passo la potenza trasmessa, e dopo un certo numero di iterazioni si avrà una stabilizzazione delle potenze, quindi si giungerà alla convergenza dell'algoritmo.

Vogliamo quindi ricercare il valore di  $p^*$  ottimo che ci permetta di raggiungere tale equilibrio.

---

<sup>4</sup> Sia  $C \subseteq R^n$  un insieme convesso e sia  $f: C \rightarrow R$ . Si dice che  $f$  è concava su  $C$  se, comunque si fissino  $x, y \in C$  si ha:  $f((1 - \lambda)x + \lambda y) \geq ((1 - \lambda)f(x) + \lambda f(y)) \forall \lambda : 0 \leq \lambda \leq 1$   $f$  è strettamente concava su  $C$ , se comunque si fissino  $x, y \in C$  con  $x \neq y$  si ha:  $f((1 - \lambda)x + \lambda y) > (1 - \lambda)f(x) + \lambda f(y) \forall \lambda : 0 < \lambda < 1$

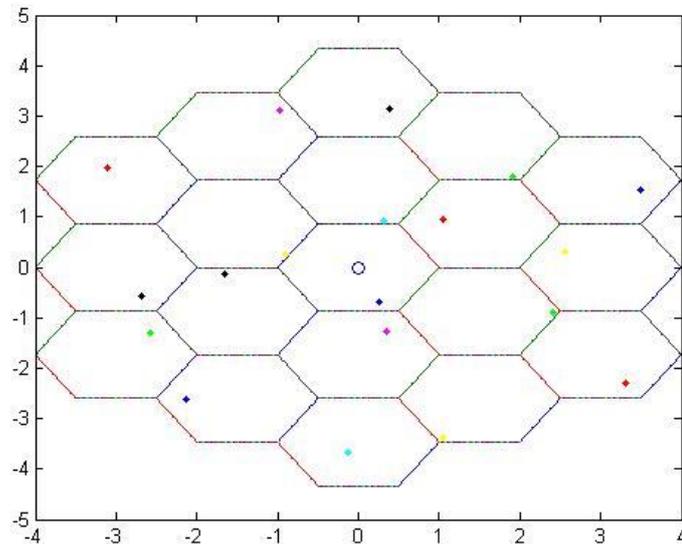


Fig.3.4.1 - cluster di 19 celle esagonali

Applicando la teoria dei giochi siamo riusciti ad ottenere un sistema di aggiornamento delle potenze, nel quale ad ogni passo, attraverso un algoritmo iterativo, vengono aggiornate le potenze di tutti i terminali in modo tale da portare ogni giocatore a regolare la propria potenza anche in base a quelle degli altri.

L'obiettivo è quello di giungere ad un insieme di potenze  $\mathbf{p}_1^* = (p_1^*, p_2^* \dots p_n^*)$  per il quale il rapporto segnale-rumore di tutti i terminali è pari proprio ad un valore di SINR ideale e in modo quindi che tutte le potenze si stabiliscano ad un certo valore, come mostrato in figura.3.4.2

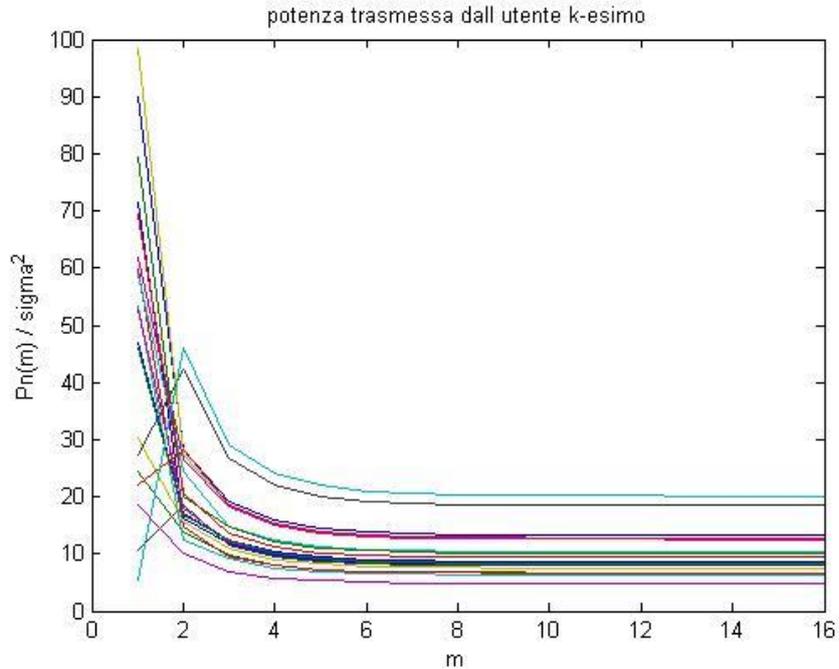


Fig.3.4.2 - Andamento delle potenze trasmesse

L'aggiornamento delle potenze viene eseguito come:

$$p_n(m + 1) = \frac{1}{\mu_n(m)} \left[ \exp \left[ W \left( \frac{\mu_n(m) p_c}{e} + 1 \right) \right] - 1 \right] \quad (3.4.1)$$

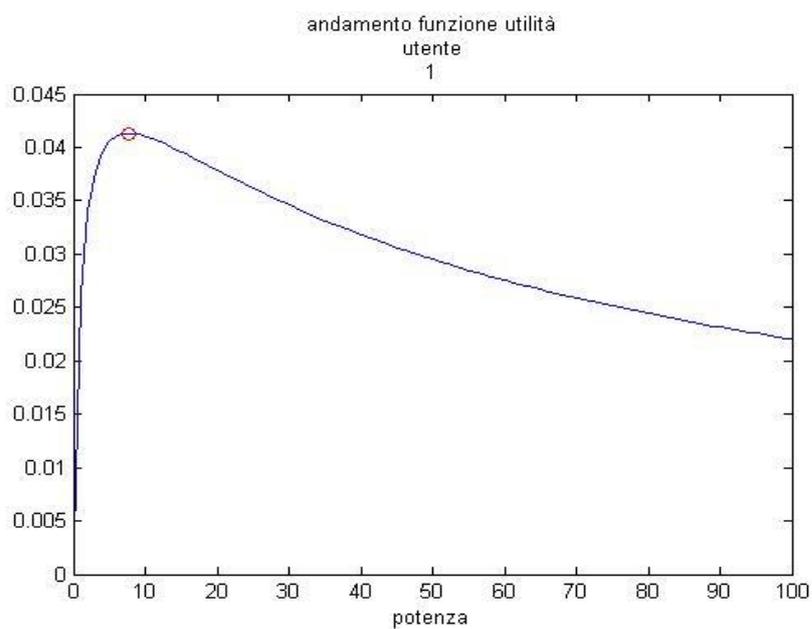
dove:

$$\mu_n(m) = \frac{h_n}{\sigma^2 + \sum_{j \neq n} h_j p_j} \quad (3.4.2)$$

con  $m$  si indica il passo a cui è arrivato l'algoritmo.

Calcolando iterativamente la potenza al passo  $p(m+1)$  e quella al passo precedente, si giunge alla convergenza cioè al raggiungimento della differenza massima che può essere tollerata tra queste due grandezze misurate.

Come si può vedere nelle figure 3.4.3, 3.4.4, 3.4.5 per ogni utente l'andamento dell' utilità possiede tutte le proprietà di una funzione standard ed ammette l'esistenza di un unico equilibrio.



**Fig.3.4.3** - Andamento utilità utente 1

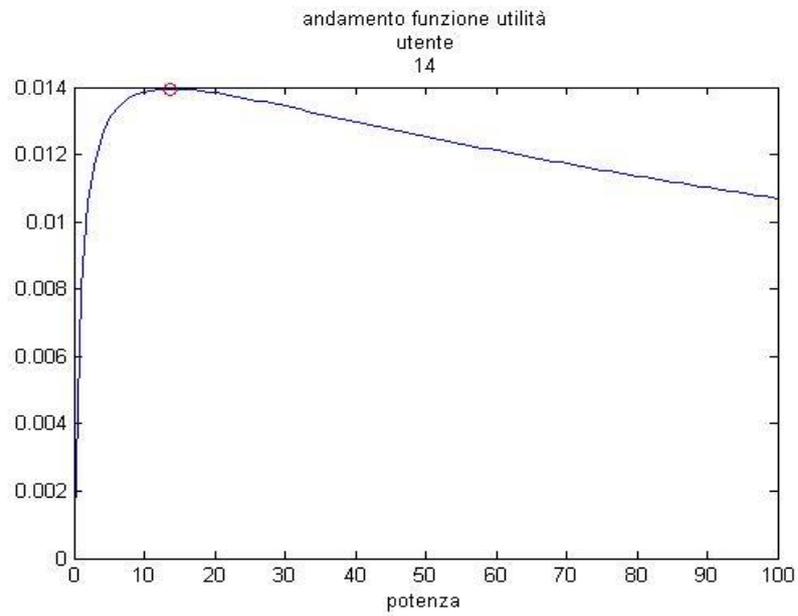


Fig.3.4.4 – Andamento utilità utente 16

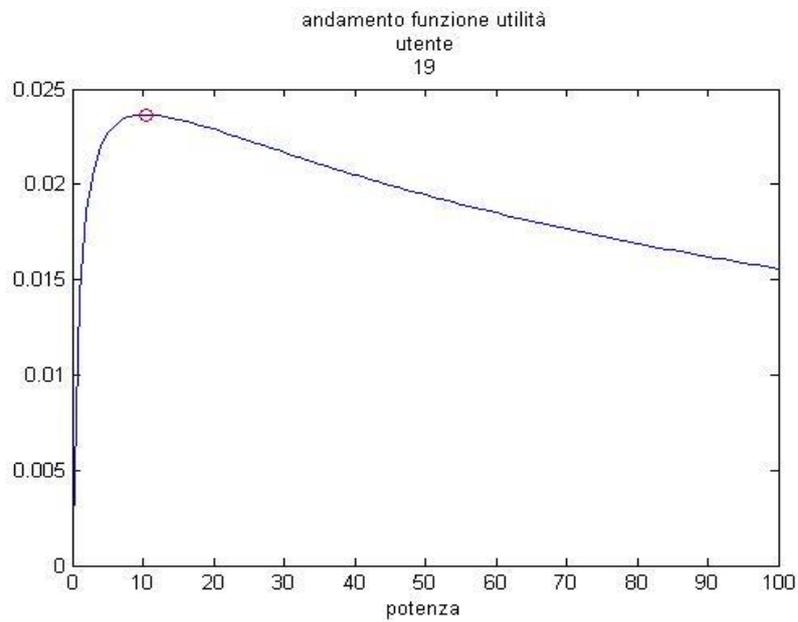


Fig.3.4.5 – Andamento utilità utente 19

## Capitolo 4

---

# Allocazione della potenza in canali selettivi in frequenza

Nei sistemi OFDMA vengono assegnate agli utenti molteplici sottoportanti, e la funzione utilità ricavata ci permette di trovare un punto di equilibrio su ciascuna sottoportante in modo indipendente dalle altre.

In questo capitolo affiancheremo al controllo di potenza un algoritmo di assegnazione delle sottoportanti finalizzato a favorire gli utenti che si trovano in condizioni di canale non “favorevole<sup>5</sup>”. Infine mostreremo i risultati numerici ottenuti dall’implementazione dell’algoritmo.

### *4.1 Definizione del problema*

Il contesto in cui operiamo è basato sullo scenario OFDMA, diversamente da quanto trattato nel capitolo precedente, il canale di trasmissione è un canale selettivo in frequenza. Il controllo di potenza agisce su un sistema con più sottoportanti in cui ciascun utente deve massimizzare la propria funzione utilità.

---

<sup>5</sup> Per canale “non favorevole” si intende il caso in cui il canale presenta una maggiore attenuazione, causata da un basso rapporto segnale/rumore presente all’ingresso del ricevitore.

Indichiamo con

- $p_n^k$  la potenza usata dal trasmettitore dell' $n$ -esimo utente sulla  $k$ -esima sottoportante.
- $h_{jn}^k$  il guadagno di canale tra il  $j$ -esimo utente e la Base Station (BS) dell' $n$ -esimo utente alla sottoportante  $k$ -esima ( i valori di  $h_{jn}^k$  vengono calcolati come variabili distribuite secondo Rayleigh).
- $\sigma^2$  la potenza di rumore termico uguale per tutti gli utenti (di tipo AWGN).
- $K_n$  il numero delle sottoportanti.

L'allocazione di Potenza dell'utente  $n$ -esimo su ogni sottocanale  $k$  è dato dal vettore  $\mathbf{p}_n = [p_n^{(1)}, p_n^{(2)}, p_n^{(K)}]$ .

Definiamo l'interferenza su ognuno dei sottocanali  $k$  dell' utente  $n$ -esimo come assunto in [5]

$$I_n^{(k)} = \sum_{j=1, j \neq n}^N p_j^{(k)} h_{jn}^{(k)} \quad (4.1.1)$$

Il SINR dell'utente  $n$ -esimo al sottocanale  $k$  è definito come:

$$\gamma_n^k = \frac{h_{nn}^k p_n^k}{\sigma^2 + \sum_{j \neq n} h_{jn}^k p_j^k} \quad (4.1.2)$$

#### 4.2 Scelta della funzione utilità

Occorre trovare una funzione utilità, rappresentante il massimo grado di soddisfazione di ciascun utente, come nel caso di canale non selettivo in frequenza, ancora dipendente dalla capacità di Shannon a sua volta dipendente dal SINR:

$$u_n = \frac{\sum_{k=1}^K c_n^k}{p_c + \sum_{k=1}^K p_n^k} \quad (4.2.1)$$

dove la capacità di Shannon è:

$$c_n^k = \log_2(1 + \gamma_n^k) \quad (4.2.2)$$

Si procede, a massimizzare la funzione utilità per trovare il valore di potenza ottimo  $p_n^*$  che porta alla convergenza dell'algoritmo.

Per ricavare la 'best response' dell'utente  $n$ -esimo su ogni sottocanale  $k$  si deriva la funzione utilità  $u_n$  rispetto alla potenza,

$$\text{e quindi: } p_n^* = \arg \max_{p \in \mathbb{R}^+} u_n^k$$

dalla funzione utilità :

$$u_n = \frac{\sum_{k=1}^K c_n^k}{p_c + \sum_{k=1}^K p_n^k} \quad (4.2.3)$$

vogliamo ricavare  $p_n^{k*}$  tale che:

$$p_n^{k*} : \left. \frac{\partial u_n}{\partial p_n} \right|_{p_n^k = p_n^{k*}} = 0 \quad (4.2.4)$$

definito il SINR:

$$\gamma_n^k = \mu_n^k p_n^k = \frac{h_{nn}^k p_n^k}{\sigma^2 + \sum_{j \neq n} h_{jn}^k p_j^k} \quad (4.2.5)$$

la funzione utilità diventa:

$$u_n = \frac{\sum_{k=1}^K \log(1 + \mu_n^k p_n^k)}{p_c + \sum_{k=1}^K p_n^k} \quad (4.2.6)$$

Poniamo la sua derivata, rispetto alla potenza  $p_n$ , sulla  $k$ -esima sottoportante, uguale a zero:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_n^k}{\partial p_n^k} &= \log_2 e \frac{\left( \frac{\mu_n^k}{1 + \mu_n^k p_n^k} (p_c + \sum_{k=1}^K p_n^k) \right) - \sum_{k=1}^K \log(1 + \mu_n^k p_n^k)}{(p_c + \sum_{k=1}^K p_n^k)^2} = 0 \\ \Rightarrow \left( \frac{\mu_n^k (p_c + \sum_{j \neq k} p_j^k) + \mu_n^k p_n^k}{1 + \mu_n^k p_n^k} \right) - \left[ \sum_{j \neq k} \log(1 + \mu_j^k p_j^k) + \log(1 + \mu_n^k p_n^k) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

poniamo ancora:

$$x = \mu_n^k p_n^k \quad (4.2.8)$$

$$\alpha = \mu_n^k \left( p_c + \sum_{j \neq k} p_j^k \right) \quad (4.2.9)$$

$$\beta = \sum_{j \neq k} \log(1 + \mu_j^k p_j^k) \quad (4.2.10)$$

Otteniamo

$$\frac{\alpha + x}{1 + x} - 1 = \beta + \log(1 + x) - 1 = \beta + y \quad (4.2.11)$$

dove abbiamo sottratto 1 ad entrambi i membri e definito con  $y$  la quantità:

$$y = \log(1 + x) - 1 \quad (4.2.12)$$

dalla 4.2.12 si ricava:

$$1 + x = e^{y+1} \quad (4.2.13)$$

sostituendola nell'espressione 4.2.11 otteniamo:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha - 1}{e^{y+1}} = \beta + y &\Rightarrow (\alpha - 1)e^{-1} = e^y(y + \beta) \Rightarrow \\ \Rightarrow (\alpha - 1)e^{-1} = e^{z-\beta}z &\Rightarrow (\alpha - 1)e^{\beta-1} = e^z z \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

dove si è posto:

$$z = y + \beta \quad (4.2.15)$$

effettuando un cambiamento di variabile:

$$z = W[(\alpha - 1)e^{\beta-1}] \quad (4.2.16)$$

$$\Rightarrow y = W[(\alpha - 1)e^{\beta-1}] - \beta \quad (4.2.17)$$

si trova

$$x_n^{k*} = \gamma_n^{k*} = e^{W[(\alpha-1)e^{\beta-1}] - (\beta-1)} - 1 \quad (4.2.18)$$

sostituendo la 4.2.17 nell'equazione 4.2.5 ricaviamo l'espressione di  $p_n^*$ :

$$p_n^{k*} = \begin{cases} \frac{1}{\mu_n^k} e^{W[(\alpha-1)e^{\beta-1}] - (\beta-1)} - 1 & \text{per } \alpha \geq \beta \\ 0 & \text{per } \alpha < \beta \end{cases} \quad (4.2.19)$$

Il valore  $p_n^*$  ottenuto ci permette di massimizzare la funzione utilità.

La funzione ottenuta analiticamente garantisce ancora l'esistenza di un equilibrio ma non l'unicità[5].

Esistono dei casi in cui (per esempio in presenza di canali fortemente sbilanciati) si hanno più punti di equilibrio ma attraverso la *BestResponse* si riesce a trovarne almeno uno.

Con tale algoritmo siamo in grado di effettuare un'allocazione delle potenze sulle varie sottoportanti; infatti ricadere nella condizione  $\alpha < \beta$  significa ottenere una derivata della funzione utilità il cui segno è negativo, per cui non ha senso la trasmissione dell'informazione; trasmettere infatti significherebbe "sprecare potenza". L'algoritmo provvederà allora a spegnere le sottoportanti sulle quali il canale ha una maggiore attenuazione, (risente maggiormente di disturbi e interferenze), e che quindi non verranno utilizzate.

### 4.3 Risultati ottenuti

Abbiamo effettuato le simulazioni, considerando un cluster costituito da 19 celle in cui gli utenti sono distribuiti in maniera casuale. Per simulare un canale non selettivo, in linguaggio di programmazione matlab, si è considerato il canale con risposta impulsiva:

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j\theta_l} \delta(t - \tau_l) \quad (4.3.1)$$

in cui è stato trascurato il contributo dovuto al rumore di ricezione,  $L$  è il numero dei contributi dovuti ai cammini multipli (espresso in dB),  $\rho_l$  le ampiezze calcolate in modo statistico,  $\theta_l$  le fasi con cui essi contribuiscono, considerate uniformemente distribuite tra  $0$  e  $2\pi$ ,  $\tau_l$  i ritardi definiti in modo deterministico (dell'ordine del ns).

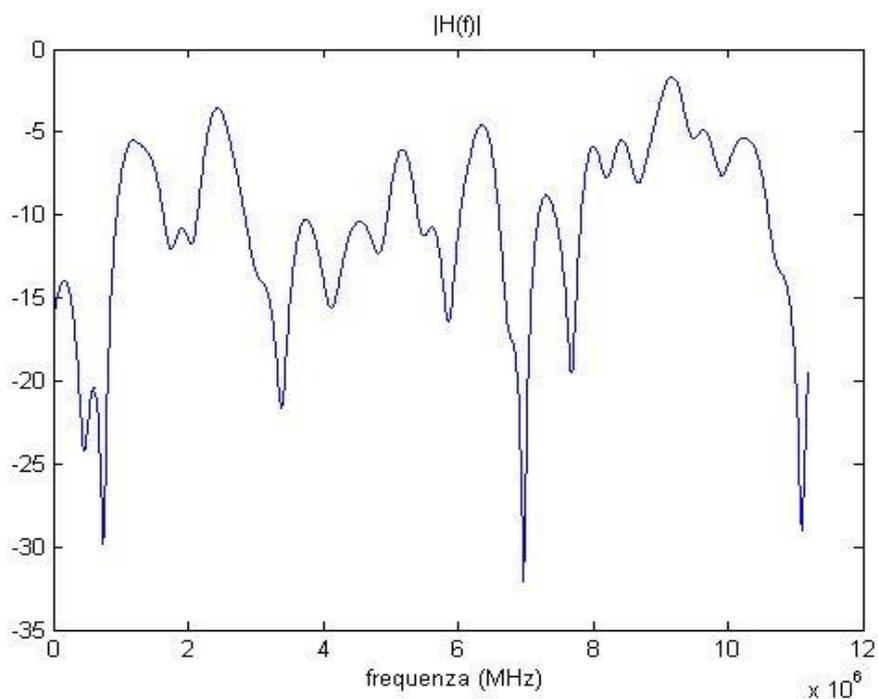
Nel dominio della frequenza, la risposta del canale diventa:

$$H(f) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j\theta_l} e^{-j2\pi f \tau_c} \quad (4.3.2)$$

Campionato agli istanti  $n/T_s$

$$H\left(\frac{n}{T_s}\right) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j\theta_l} e^{-j2\pi \frac{n}{T_s} \tau_c} \quad (4.3.3)$$

Il canale ottenuto dalla simulazione è mostrato in figura 4.3.1



**Fig.4.3.1** - canale selettivo in frequenza

Abbiamo imposto la Banda pari ad 11,2 MHz e scelto le sottoportanti in modo da sfruttare la diversità, cioè non all'interno della banda di coerenza<sup>6</sup> per evitare di considerare sottoportanti adiacenti e ritrovarci in un intervallo frequenziale in cui il canale risulta più o meno “favorevole”

Abbiamo eseguito l'algoritmo del controllo di potenza.

Applicando la teoria dei giochi, vengono aggiornate le potenze di tutti i terminali, tenendo conto anche della presenza delle sottoportanti di ogni utente.

L'aggiornamento delle potenze viene eseguito come:

---

<sup>6</sup> La banda di coerenza è la massima banda che si può utilizzare senza che gli effetti dei percorsi multipli distorcano il segnale .

$$p_n^k(m+1) = \frac{1}{\mu_n^k(m)} \left[ \exp \left[ W \left( \frac{\mu_n^k(m) p_c}{e} + 1 \right) \right] - 1 \right] \quad (4.3.4)$$

dove:

$$\mu_n^k(m) = \frac{h_n^k}{\sigma^2 + \sum_{j \neq n} h_j^k p_j^k} \quad (4.3.5)$$

con  $m$  si indica il passo a cui è arrivato l'algoritmo.

Con le simulazioni abbiamo ottenuto i grafici dell'utilità per ogni utente e rispettivamente per ogni sottoportante. Riportiamo di seguito nelle figure 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4 e 4.3.5 i risultati ottenuti per un generico utente, su quattro sottoportanti.

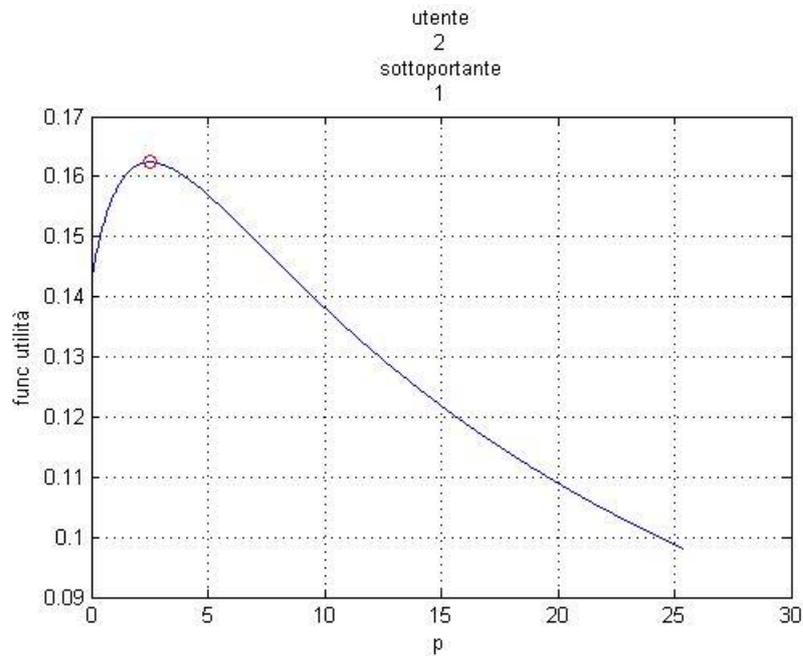


Fig.4.3.2 - Andamento utilità u2 sottoportante 1

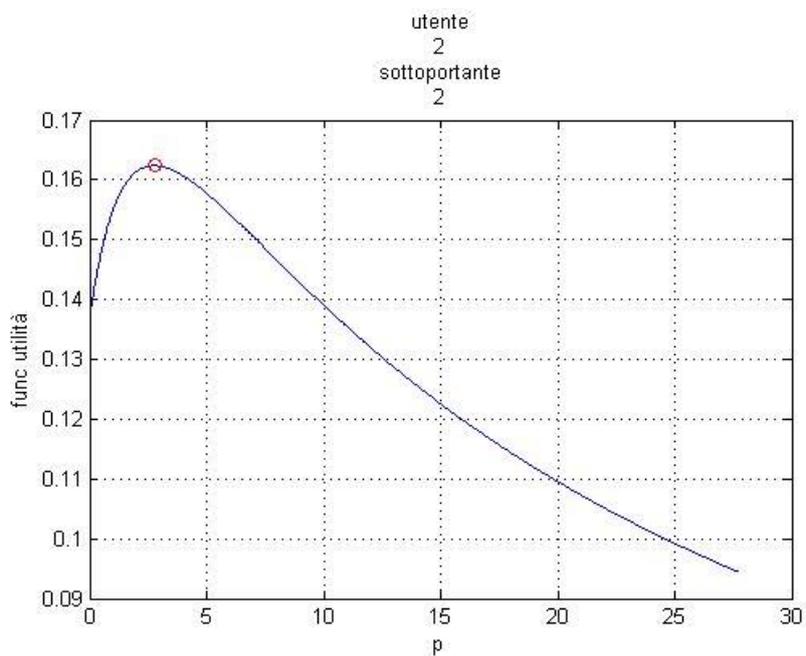


Fig.4.3.3 – Andamento utilità u2 sottoportante 2

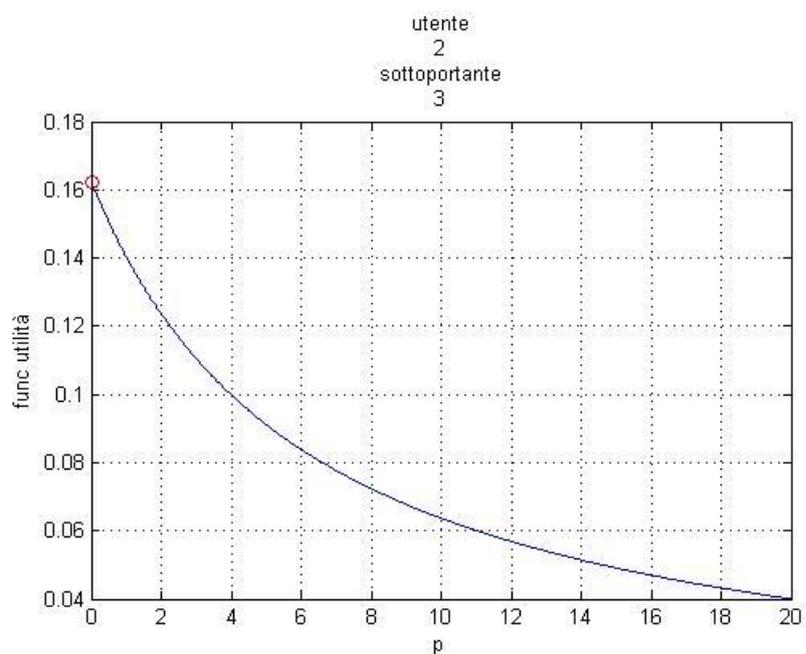


Fig.4.3.4 - Andamento utilità u2 sottoportante 3

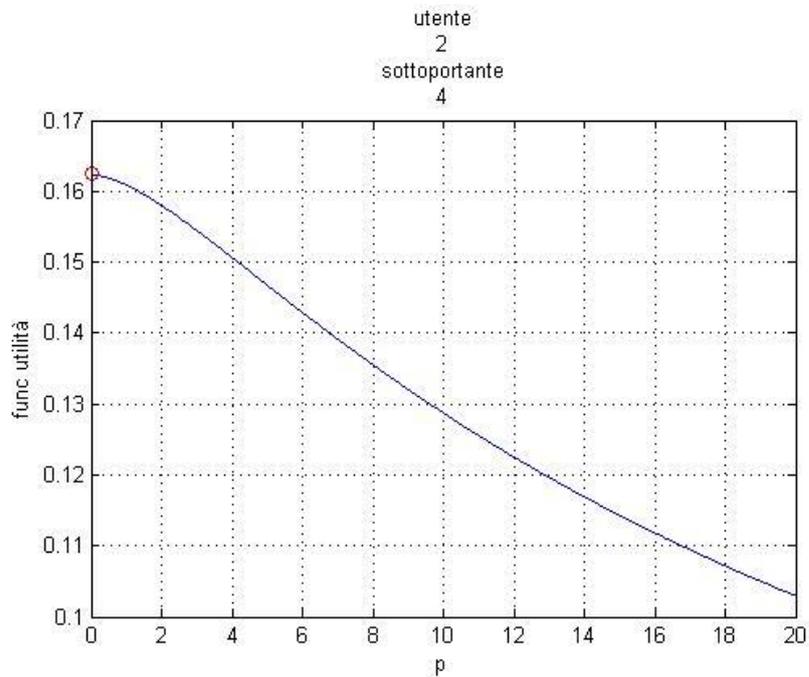


Fig.4.3.5 - Andamento utilità u2 sottoportante 4

Possiamo notare dai grafici la convergenza dell’algoritmo, per ogni utente e su ogni sottoportante e si ha un’ efficiente allocazione della potenza sulle sottoportanti; infatti analizzando la figura 4.3.4 notiamo un andamento della funzione utilità decrescente, con il massimo in zero. Questo significa che la porzione di canale vista è “sfavorevole” e non ha senso trasmettere in corrispondenza di quella sottoportante.

Grazie a questo algoritmo riusciamo a realizzare contemporaneamente l’allocazione ottima della potenza e la selezione delle sottoportanti in quanto in tal modo vengono azzerate le sottoportanti sulle quali, registrando livelli di rumore troppo alti, non è conveniente trasmettere, mentre le sottoportanti utilizzate vengono regolate sulla massimizzazione dell’utilità; si evita così un inutile spreco di potenza e un minor consumo energetico delle batterie utilizzate dai terminali.

Abbiamo effettuato ulteriori simulazioni, considerando più utenti per cella (Fig.4.3.6), e verificato inoltre che l’utilizzo della tecnica di trasmissione multiportante, quale l’OFDMA, ci ha permesso di verificare come le sottoportanti

degli utenti che si trovano nella stessa cella siano tra loro ortogonali e questo ci da vantaggio in termini di interferenza, che renderanno il sistema impiegato molto più robusto.

Vediamo nelle figure 4.3.7, 4.3.8 e 4.3.9 gli istogrammi dell'allocazione delle potenze sulle varie sottoportanti per gli utenti della stessa cella.

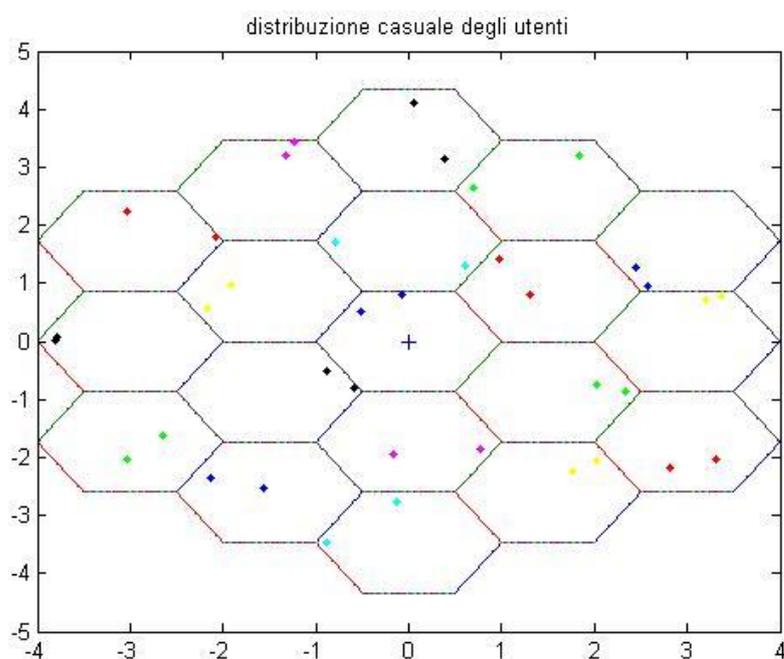


Fig.4.3.6 – Distribuzione casuale di tre utenti per cella

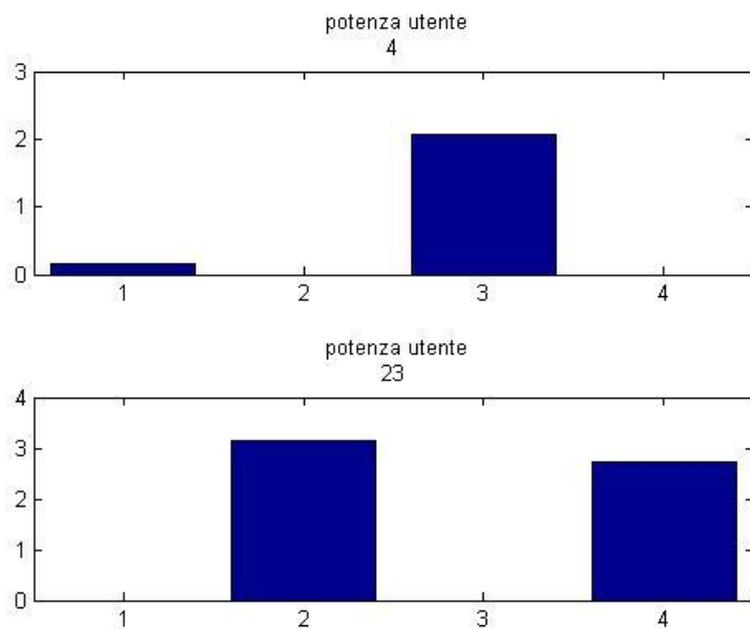


Fig.4.3.7 – Istogramma - due utenti nella cella 4

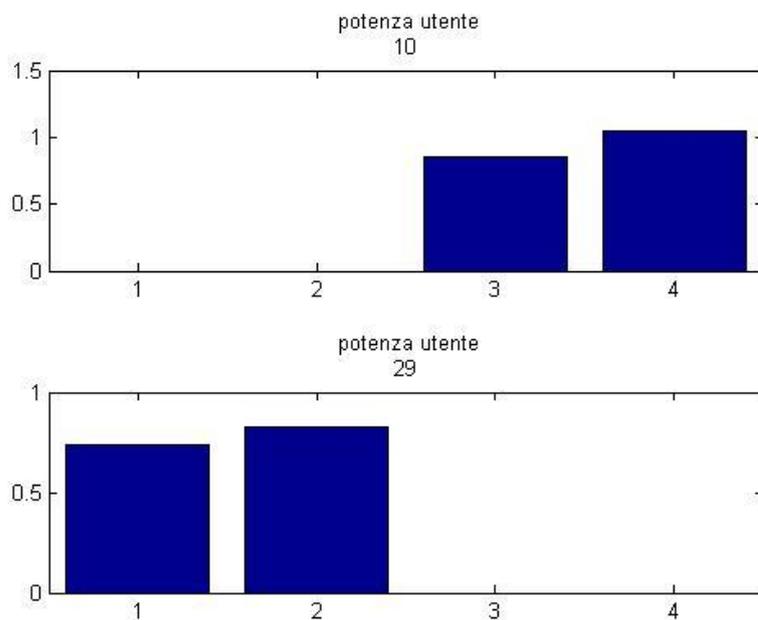
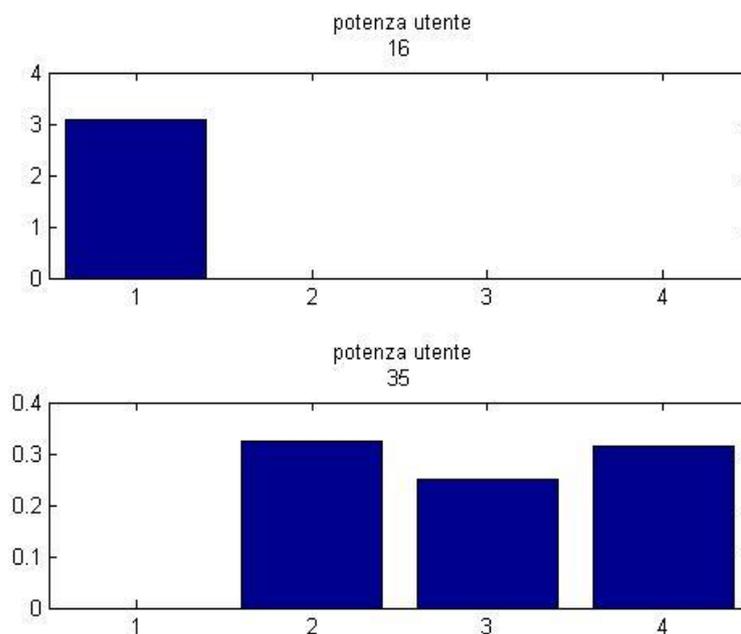


Fig.4.3.8 – Istogramma - due utenti nella cella 10



**Fig.4.3.9** – Istogramma - due utenti nella cella 16

Abbiamo considerato, per questa simulazione due utenti per ogni cella e assegnato quattro sottoportanti per ogni utente; nelle figure sono rappresentati gli istogramma delle potenze trasmesse dagli utenti appartenenti rispettivamente alla cella 4 (Fig.4.3.7), alla cella 10 (Fig.4.4.8) e alla cella 16 (Fig.4.3.9); si nota chiaramente come le sottoportanti utilizzate dagli utenti appartenenti alla stessa cella siano tra loro ortogonali, allo scopo di ridurre l'interferenza tra canali adiacenti e massimizzare l'efficienza spettrale.

Un altro risultato importante è stato ottenuto dalle simulazioni variando il valore di potenza dell'alimentazione  $pc$ .

Nelle figure 4.3.10, 4.3.11, 4.3.12 e 4.3.13 abbiamo valutato l'andamento della funzione utilità di un utente generico sulle diverse sottoportanti; esse ci fanno

vedere come le prestazioni del sistema varino al variare del valore di potenza  $pc$ , presente nella formula 3.2.9.

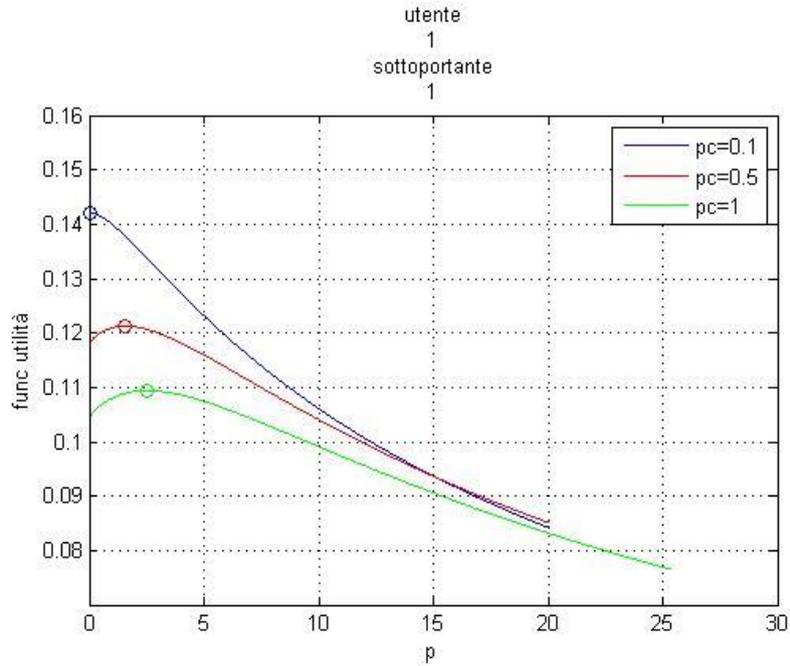


Fig.4.3.10 - u1 sottoportante1 al variare di  $pc$

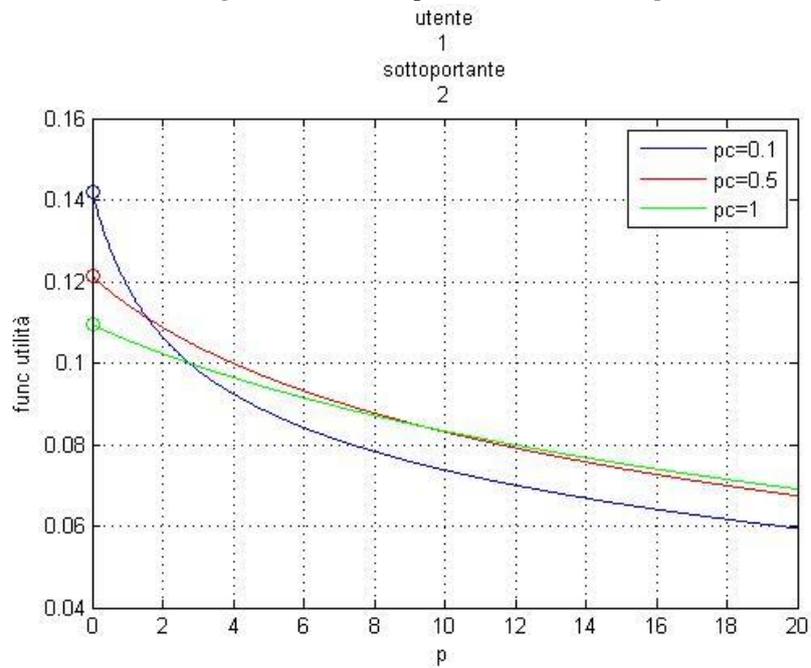


Fig.4.3.11 - u1 sottoportante2 al variare di  $pc$

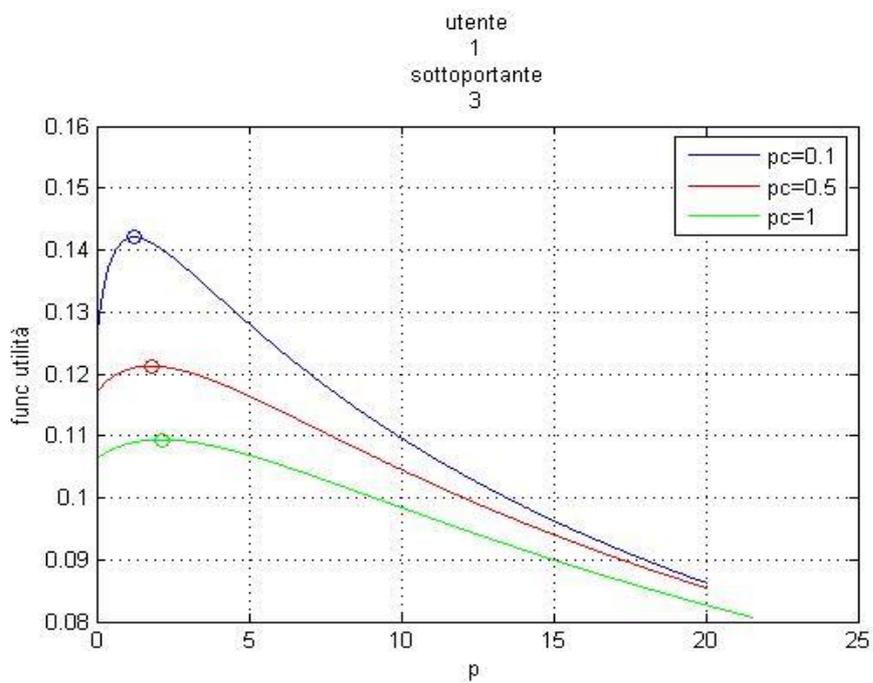


Fig.4.3.12 - u1 sottoportante3 al variare di  $pc$

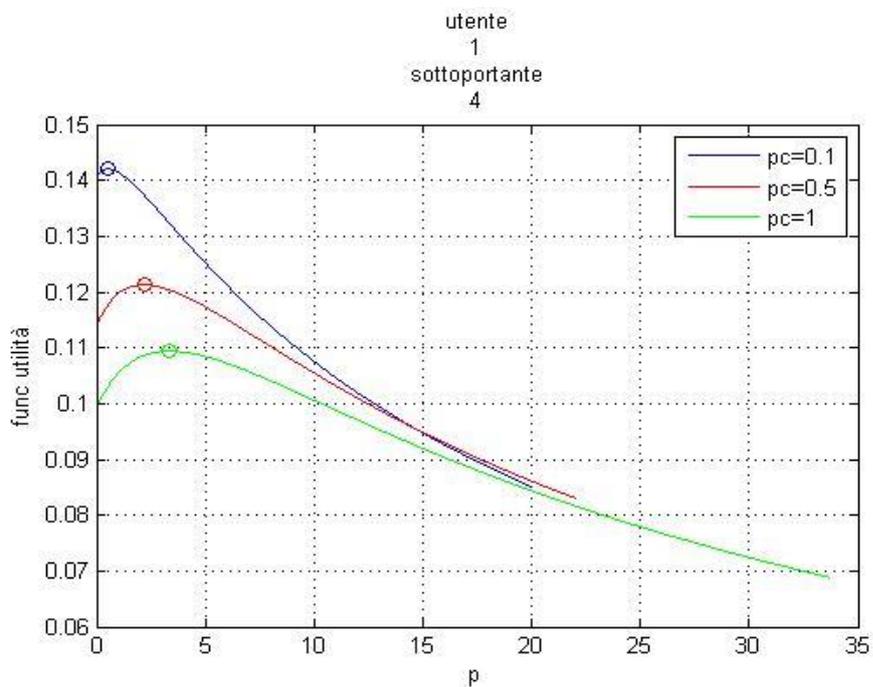


Fig.4.3.13 - u1 sottoportante4 al variar di  $pc$

Notiamo, in particolare dalle figure 4.3.10 e 4.3.13, che aumentando il valore della potenza  $p_c$ , l'ampiezza della funzione utilità si riduce ma possiamo ancora trasmettere su delle portanti che invece un valore basso di  $p_c$  avrebbe spento.

In riferimento alla figura 4.3.10, un valore basso di  $p_c$  rende il sistema limitato dal rumore e ci porta allo spegnimento della sottoportante 1, aumentando  $p_c$  si ottiene un sistema limitato dall'interferenza piuttosto che dal rumore, per cui converrà dal punto di vista energetico accendere tale sottoportante.

# CONCLUSIONI

In questa tesi è stato sviluppato un algoritmo di allocazione delle risorse radio per un sistema multicellulare di tipo multicarrier e si è visto come la condivisione delle risorse risulti necessaria per ottenere un efficiente sistema di comunicazione dal punto di vista energetico.

Si è fatto uso della teoria dei giochi, sviluppando un gioco di tipo non cooperativo e ad informazione imperfetta per l'allocazione ottima della potenza, studiando inoltre un metodo di raggiungimento dell'equilibrio del gioco al fine di soddisfare i requisiti di tutti gli utenti, e in particolare dimostrandone l'esistenza e l'unicità.

Si è analizzato il caso in cui il canale ha un fading piatto (canale di Rayleigh), si è eseguito l'algoritmo iterativo del controllo della potenza e verificato l'esistenza di un unico equilibrio in tali condizioni.

Lo stesso algoritmo è stato applicato in canali selettivi in frequenza; si è analizzato un sistema multicanale e multiutente, per il quale si è trovata una condizione che assicura anche in questo caso l'esistenza dell'equilibrio.

L'algoritmo sviluppato ha permesso quindi di ottenere un'ottimizzazione della potenza anche in uno scenario multi-utente e multi-canale. Grazie all'allocazione delle risorse si è risolto il problema dell'interferenza inter-cella sfruttando la diversità dei valori di SINR misurati da ogni utente ad ogni passo dell'algoritmo e aggiornate fino al raggiungimento di un SINR ideale. Ciò ha reso possibile anche l'analisi della capacità della rete, permettendo di soddisfare molti più utenti all'interno della stessa e

consentendo ad ognuno la trasmissione dell'informazione senza interferenze e con un "adeguato" livello di potenza.

Di notevole importanza è stato valutare come l'algoritmo abbia allocato in modo ottimo la potenza sulle diverse sottoportanti in modo da evitare un'eventuale inutile trasmissione dell'informazione su sottoportanti in cui il canale misura un basso livello di SINR, con un conseguente spreco della potenza e un maggiore consumo energetico. I risultati ottenuti in questo lavoro di tesi possono essere applicati a diverse tipologie di rete, a scenari basati su svariate tecniche di trasmissione multiportante e in presenza di diverse condizioni di canale; potrebbe essere considerato il caso in cui si volesse massimizzare un diverso payoff per ogni utente, il caso in cui si volesse massimizzare un qualsiasi altro parametro invece della potenza.

Un ruolo importante è stato attribuito anche alla teoria dei giochi, il cui utilizzo diventa sempre più ricercato a causa dello sviluppo di nuove tecnologie nelle quali emergono sempre più comportamenti conflittuali, competitivi e di tipo egoistico.

# Bibliografia

[1] Marco Luise, *Note su OFDM. Appunti dal corso di trasmissione numerica 2010*

[2] G. Bacci and M. Luise, *Game Theory in Wireless Communications with an Application to Signal Synchronization. Advances in Electronics and Telecommunications, vol. 1, no. 1, April 2010.*

[3] A. Agnetis. *Introduzione alla teoria dei Giochi, Dipartimento dell'ingegneria dell'informazione, Università di Siena.*

[4] Davide Bossello. *Fondamenti di Teoria dei Giochi e Applicazioni nell'ingegneria dell'informazione*

[5] *Distributed Interference-Aware Energy-Efficient Power Optimization*  
Guowang Miao, Nageen Himayat, Geoffrey Ye Li, and Shilpa Talwar

[6] R. D. Yates, "A framework for uplink power control in cellular radio systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, pp. 1341-1347, Sep. 1995.

[7] E. Wolfstetter, *Topics in Microeconomics: Industrial Organization, Auctions, and Incentives. Cambridge University Press, 1999.*

- [8] D. Goodman and N. Mandayam, "Power control for wireless data," *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 7, no. 2, pp. 48-54, Apr. 2000.
- [9] J. W. Friedman, *Oligopoly and the Theory of Games*. North-Holland Publishing Co., 1977.
- [10] *Le reti radio cellulari..Giacomo Bacci, Luca Giugno, Marco Luise*
- [11] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Course in Game Theory*. Cambridge, MA: MIT Press, 1994
- [12] G. Bacci, *Distributed power control techniques based on game theory for wideband wireless networks*. Ph. D. dissertation, University of Pisa, Pisa, Italy, 2008.
- [13] Dutta, Prajit K.: *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Press, 1999.
- [14] Rasmusen, Eric: *Games and Information*, Basil Blackwell, Oxford, 1989; traduzione italiana: *Teoria dei giochi ed informazione*, Hoepli, Milano, 1993.
- [15] Altera, *Wimax OFDMA Ranging*. Application Note 430, Aug. 2006.
- [16] J. F. Nash, *Equilibrium points in N-person games*. *Proc. National. Acad. Sciences of the United States of America*, vol.36, no. 1 pp.48-49, Jan. 1950.
- [17] T. Alpcan, T. Basar, R. Srikant and E. Altman, "CDMA Uplink Power Control as a NonCooperative Game", in *Proc. Of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Dec.2001, pp. 197-202.

[18] A.B. MacKenzie and L.A. DaSilva, *Game Theory for Wireless Engineers*, Morgan&Claypool.

[19] J. Miller, *Game Theory at Work*, McGraw Hill.

[20] M. Felegyhazi and J.P. Hubaux, "Game Theory in Wireless Networks: a Tutorial", EPFL, Tech. Rep. LCA-REPORT-2006-002, Feb.2006.

[21] *A Course in Game Theory* Martin J. Osborne Ariel Rubinstein