



RECIBIDO EL 16 DE JUNIO DE 2018 - ACEPTADO EL 20 DE JULIO DE 2018

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS Y EL NIVEL DE DIFICULTAD PARA RESOLVER PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

COGNITIVE DIDACTIC STRATEGIES AND THE LEVEL OF DIFFICULTY TO SOLVE MATHEMATICAL REASONING PROBLEMS

Angélica María Urquiza Alcívar¹

Universidad Nacional de Chimborazo

aurquizo@unach.edu.ec

Roberto Salomón Villamarín Guevara²

Universidad Nacional de Chimborazo

aurquizo@unach.edu.ec

María Alcívar Moreira³

Unidad Educativa “ Santa Mariana de Jesús”

alcivarmaria57@yahoo.ec

¹ *Docente titular de la Universidad Nacional de Chimborazo- Ecuador. Doctora en Matemática. Doctora en Educación.*

² *Docente titular de la Universidad Nacional de Chimborazo-Ecuador. Licenciado en Ciencias de la Educación. Especialización de Ciencias Exactas. Doctor en Educación.*

³ *Docente de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”-Riobamba. Licenciada en Ciencias de la Educación Profesora de Enseñanza Media en la Especialización De Matemática y Física*

RESUMEN

Uno de los aportes más significativos que hace la Matemática en la formación de las personas es proporcionar las estrategias para solucionar problemas. Este proceso no está exento de dificultades muchas de las cuales hacen que



no se sienta agrado por la Matemática. En este artículo se presentan otros resultados de la investigación realizada en la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba, esta vez analizando comparativamente el nivel de dificultad para resolver problemas de razonamiento matemático. Se trató de un estudio cuasi experimental con grupo de control. Se concluye que en el grupo en el que se aplicó el programa de estrategias didácticas cognitivas el porcentaje de estudiantes que manifestaron dificultades para resolver problemas de razonamiento fue menor.

Palabras clave: Dificultades, matemática, estrategias, didácticas.

ABSTRACT

One of the most significant contributions that Mathematics makes in people's formation is to provide strategies to solve problems. This process is not free of difficulties, many of which make you not to like Mathematics. In this article, are presented other results of the research carried out in the Educational Unit “Santa Mariana de Jesús” of Riobamba, this time analyzing comparatively the level of difficulty to solve problems of mathematical reasoning. It was a quasi-experimental study with control group. It is concluded that in the group in which the program of cognitive didactic strategies was applied, the percentage of students who manifested difficulties in solving problems of reasoning was lower.

KEY WORDS: Difficulties, mathematics, strategies, didactics.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la Matemática y su evaluación, constituye para muchos un dolor de cabeza, aun cuando sabemos de los beneficios que aportan al desarrollo del pensamiento de un ser humano. Usualmente las mayores dificultades de los estudiantes radican en la resolución de

problemas de razonamiento. En este sentido existen varias investigaciones al respecto, como la de Orlando (2014), quien manifiesta en su investigación que las mayores dificultades para los estudiantes surgieron en la comprensión del problema y en la argumentación de las estrategias que los resuelven; además, que el 60% de los alumnos resuelven los problemas de forma mecánica. Por otro lado, Nortes Martínez-Artero y Nortes Checa (2015) entre otras consideraciones señalan que el origen de las dificultades generalmente se encuentra asociado a la complejidad de los objetos matemáticos implicados en el problema y que a veces la dificultad surge en determinar el orden en el que hay que aplicar las operaciones o que en su mayor parte utilizan el razonamiento de ensayo-error y la analogía.

En el Ecuador la situación no es diferente y es más evidente cuando los estudiantes de tercer año de bachillerato deben rendir las pruebas de ingreso a la Universidad donde existe un componente de razonamiento matemático.

Los resultados que se presentan en esta ocasión se obtuvieron en forma paralela a los resultados de la investigación titulada “Importancia de las estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa, “Santa Mariana De Jesús” – Riobamba – Ecuador, 2014”.

El objetivo de esta parte del estudio fue comparar el nivel de dificultad para resolver problemas de razonamiento matemático de las estudiantes que utilizaron las estrategias didácticas cognitivas con las estudiantes que no las utilizan, en el tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador, período 2014.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS:

Entre las varias definiciones al respecto,



tenemos que las estrategias didácticas cognitivas son definidas como formas de seleccionar, almacenar, manipular y aprovechar la información que se produce en todos los niveles del comportamiento, modos deliberados de ejecución cognitiva ordenada, mediante la cual se organizan y controlan actividades más particulares del procedimiento de la información (Antezana, 2012, p.29).

Para el estudio realizado se seleccionaron:

- 1) **Cálculos Mentales:** De acuerdo a varios autores es una destreza considerada socialmente útil dentro del desempeño de cualquier profesión, pues permite una mejor adaptación a las circunstancias del entorno. (De Castro Hernández, s/f, p.144).

Jiménez (2012, p.1) considera que “Una operación aritmética efectuada mentalmente no tiene, por lo general, una única vía de cálculo” eso nos hace entender que además de los estudiantes pueden desarrollar también la creatividad cuando hacen cálculos mentales pues deben buscar la mejor opción de acuerdo con sus habilidades. En este mismo sentido manifiestan Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009, p.8) que el cálculo mental les da a los estudiantes la libertad para seguir enfoques propios, utilizar sus propias referencias numéricas y su propio grado de simplificación de los cálculos. Así mismo recomiendan, como una de las estrategias que se puede utilizar para ayudar a realizarlos efectivamente, basarse en las propiedades de las operaciones aritméticas, seleccionando las más adecuadas.

Por otro lado, favorece la concentración y la atención, asimismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico. (Zumbado y Oviedo, 2012, p.1).

Se considera pertinente que se dedique al menos 5 minutos en cada clase para

realizar cálculos mentales (Urquiza y Campana, 2017), el nivel de dificultad debe irse incrementando semana a semana.

- 2) **Programa para mejorar la resolución de problemas matemáticos:** La propuesta de Fernández (2010, p.189) afirma que este programa ayudará a los estudiantes a resolver cualquier problema matemático. Se trata de un programa de 7 fases:

Fase Cero: Lógica

Aquí es necesario procurar que el estudiante conozca la expresión formal de una implicación, transformar en condición una expresión, conocer las formas de inferir del antecedente o consecuente de una implicación, afirmar o negar distinguiendo su valor de verdad, argumentar o explicar mediante razonamientos, distinguir condiciones necesarias de otras necesarias y suficientes.

Fase Uno: Problemas sin número

En esta fase se debe conseguir de los estudiantes una actitud positiva ante la resolución de problemas, desarrollando su creatividad, observación, intuición y razonamiento, ayudándolos a distinguir información importante y esencial de la accidental e innecesaria. Encontrando respuestas a las preguntas y argumentado el por qué lo son o no. Esta clase de situaciones permite al estudiante que se concentre en los procesos ayudándolo a desarrollar la observación.

Fase Dos: Problemas incompletos

Pretende que el estudiante entienda que los datos son las informaciones que permitirán responder las preguntas utilizando cálculos para demostrar la validez del razonamiento.

Fase Tres: Enunciados sin pregunta.

En esta fase se debe reafirmar lo conseguido en las fases anteriores y establecer



relaciones lógicas entre la pregunta y el enunciado.

Fase Cuatro: Pregunta sin enunciado

Además de reafirmar lo conseguido en fases anteriores y romper estereotipos de asociación falsa entre determinadas preguntas y determinadas operaciones.

Fase Cinco: Proceso de Resolución

Reafirma lo conseguido en fases anteriores y establece una relación lógica entre el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema.

Fase Seis: Solución de un problema

Se debe reafirmar lo conseguido en fases anteriores y establecer una relación lógica entre la solución y: el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema.

3) **Creación de problemas:**

La importancia de la creación de problemas radica en que los estudiantes deben estructurarlos a través del análisis, el razonamiento y la creatividad. Por otro lado “cuando un individuo se enfrenta a la tarea de inventar un problema, se ve obligado a pensar, a analizar críticamente el enunciado, a examinar los datos que este presenta y a manipular distintas estrategias de resolución que permitan obtener la solución de dicho problema”. (Blanco, Gómez, y Claver, 2016, p.172).

Malaspina (2015, p. 3), considera que crear problemas forma parte de la reconstrucción de organizaciones matemáticas, en las que se consideran tipos de problemas y a éstos como parte del “saber-hacer” matemático.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Existen varias definiciones de lo que es un problema matemático, al respecto para Wheathey y Kantowski (citados en J. Fernández, 2010) “es una situación que no sabes hacer cuando se te presenta “, por otro lado, “un problema se considera como tal para un sujeto, cuando este sujeto es consciente de lo que hay que hacer, sin saber, en principio, cómo hacerlo”

Vemos que en los dos puntos de vista coinciden en que un problema es algo que no se sabe cómo hacer en principio, pero luego a través de la aplicación de estrategias, razonamiento, cálculos etc, se puede resolver.

Para resolver un problema, una persona requiere comprender qué se debe hacer, entender la información disponible para buscar la solución y seleccionar estrategias adecuadas que en base a la información disponible le permita llegar a la solución; pero para ello se apoya en el análisis y el razonamiento.

Cuando de resolver problemas se trata es necesario comprender que no existen reglas generales que guíen a la solución de cualquier problema, más bien se trata de habilidades y estrategias específicas; es decir que, aunque existan ciertas guías como el método de Pólya, solamente proporcionan un esquema general que es necesario llenar de acuerdo a cada situación.

Se entiende por lo tanto que la eficiencia en la solución de problemas depende mucho de la disponibilidad y la activación de conocimientos conceptuales adecuados, lo que indica que existiría una estrecha vinculación entre el dominio de habilidades procedimentales y la adquisición de un conocimiento conceptual. (Pérez,2014, p.213-214).



Para este trabajo se sugirió el siguiente esquema:

- 1) Leer cuidadosamente el problema, al menos 3 veces
- 2) De ser el caso realizar un dibujo, un gráfico o plantear los datos e incógnitas
- 3) Buscar relaciones, estrategias u operaciones que permitan hallar las incógnitas o responder a las preguntas planteadas.
- 4) Verificar la respuesta

DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

Sin embargo, aun cuando se cuente con ciertas estrategias surgen dificultades en la resolución de problemas, por ejemplo, para Cattaneo et al. (2015, p.48) las dificultades se refieren a la incapacidad de los estudiantes para comprender consignas o enunciados, y realiza algunas sugerencias para tratar de minimizar las dificultades respecto a la comprensión de los enunciados:

- La lectura del problema debe ser hecha por el estudiante pues si lo hace el profesor puede inconscientemente marcar los desafíos que se propone en el problema.
- Los enunciados deben ser redactados claramente, con oraciones breves y usando correctamente los signos de puntuación.
- Utilizar un vocabulario preciso en los enunciados.
- Una exposición oral de los posibles caminos pensados por los estudiantes para resolver el problema puede ayudar a los otros a comprenderlo mejor.

Además, considera que otros aspectos relevantes para que los estudiantes sean competentes en la resolución de problemas, son:

- Trabajo autónomo: Entendido como una actividad que despierta el interés en los estudiantes y les permite buscar estrategias libremente.
- Enseñanza de estrategias: Se refiere a proponer caminos, procesos para resolver problemas y se practique en la resolución de problemas.
- Los temas sobre los que versarán los problemas: Consiste en el trabajo áulico donde se debe abordar los contenidos matemáticos sobre los que se enunciarán los problemas.

En cambio, Fernández (2010, p.54) algunas dificultades en la resolución de problemas son:

- Falta de comprensión del problema, sea porque no conocen el vocabulario o la situación planteada no es familiar.
- Estrategias de resolución incorrectas, por no comprender la conexión entre los datos y la pregunta o por aplicar operaciones al azar con el fin de llegar a una respuesta sea cual sea.

MÉTODO

Se realizó un estudio cuasi experimental pues los grupos estuvieron formados antes de iniciar el experimento, se aplicaron las estrategias durante 11 semanas. Se tuvo como población a las estudiantes de tercer año de bachillerato un total de 102 estudiantes de los paralelos A, B y C. Como muestra los paralelos A y B con un total de 76 estudiantes, siendo el paralelo A el grupo de control con 43 estudiantes y el paralelo B el grupo cuasi experimental con 33 estudiantes. Para obtener información sobre el nivel de dificultad en la resolución de problemas de razonamiento matemático, se aplicó un test de razonamiento matemático y posteriormente se utilizó la técnica de la encuesta, aplicando como instrumento un cuestionario con 6 ítems y una escala de Likert con 5 opciones desde muy difícil a muy fácil, el cual fue validado a través del juicio



de expertos, además se obtuvo el coeficiente de confiabilidad de Cronbach de 0,75 que corresponde a aceptable. Para determinar que un estudiante presenta dificultad, se consideró sus respuestas muy difícil y difícil. Para probar la hipótesis se utilizó la técnica de diferencia de proporciones en el paquete estadístico G-Stat.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN:

a. Porcentaje de dificultad por indicador:

Se obtuvo para cada indicador el porcentaje de estudiantes que manifestaron les había resultado muy difícil o difícil.

Indicadores	% de dificultad	
	A(control)	B (experimental)
Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas	24%	19%
Pasar de lenguaje algebraico a lenguaje natural y viceversa	39%	28%
Realizar análisis con los que acertaste la resolución de problemas de razonamiento lógico	15%	9%
Realizar inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico	33%	23%
Plantear soluciones correctas	24%	14%
Realizar generalizaciones para la resolución de problemas de razonamiento inductivo	42%	39%

b. Porcentaje de estudiantes con dificultades: Para cada estudiante se determinó la dificultad en función de lo expresado en todos los indicadores analizados considerando que presentaban

dificultad cuando en la mayoría de los ítems su respuesta fue muy difícil o difícil, el global, que en ningún caso es el promedio de los porcentajes anteriores por lo antes dicho, es:

A(control)	B(experimental)
58%	37%

c. Prueba de hipótesis

c.1 Planteamiento de las hipótesis:

Hipótesis de investigación: El porcentaje de estudiantes con dificultades para resolver problemas de razonamiento es menor en el grupo que utilizó las estrategias didácticas cognitivas.

Hipótesis Nula: El porcentaje de estudiantes con dificultades para resolver problemas de razonamiento es igual en los dos grupos.

$$H_i: \pi_B < \pi_A$$

$$H_o: \pi_B = \pi_A$$

c.2 Nivel de significancia: 0,05

c.3 Criterio: Se utilizó el software G.Stat, con la opción Dos proporciones datos agrupados, p-valor < 0,05; se rechaza la hipótesis nula.

c.4: Cálculos:

Contraste z-Proporciones

Hipótesis Nula: proporción1-
proporción2 = 0.0000

Hipótesis Alternativa: menor que

Estadístico de contraste z: -1.8203

p-valor: 0.0344

c.5 Decisión: Como $0,0344 < 0,05$ se



rechaza la hipótesis nula y se acepta la de investigación, es decir que el porcentaje de estudiantes con dificultades para resolver problemas de razonamiento fue menor en el grupo que utilizó las estrategias didácticas cognitivas.

De acuerdo a los resultados que se obtuvieron, se puede ver que en el grupo de control el orden en los indicadores desde el de mayor dificultad fue:

- 1) Realizar generalizaciones para la resolución de problemas de razonamiento inductivo (42%); le sigue
- 2) Pasar de lenguaje algebraico a lenguaje natural y viceversa (39%); luego
- 3) Realizar inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico (33%); a continuación, en igual porcentaje
- 4) Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas y Plantear soluciones correctas (24%); por último,
- 5) Realizar análisis con los que acertaste la resolución de problemas de razonamiento lógico (15%).

En el grupo de control, al ordenar de igual forma desde el aspecto que mayor dificultad presentó tenemos:

- 1) Realizar generalizaciones para la resolución de problemas de razonamiento inductivo, pero en un porcentaje menor (39%); le sigue
- 2) Pasar de lenguaje algebraico a lenguaje natural y viceversa (28%); luego
- 3) Realizar inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico (23%); a continuación,

- 4) Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas (19%), le sigue
- 5) Plantear soluciones correctas (14%); y, por último,
- 6) Realizar análisis con los que acertaste la resolución de problemas de razonamiento lógico (15%).

Podemos observar que el orden es similar sin embargo son menores los porcentajes de dificultad en el grupo de control, con una diferencia mínima de 3% y máxima de 11%.

La prueba de hipótesis ratifica que el porcentaje de estudiantes con dificultades para resolver problemas de razonamiento es menor en el grupo que utilizó las estrategias didácticas cognitivas.

Los resultados son congruentes con lo mencionado por Cattaneo y Orlando, pues el no poder pasar de lenguaje algebraico al natural y viceversa está asociado a un problema de comprensión. También concuerda con lo manifestado por Fernández, ya que no poder realizar inferencias para hallar la solución o no poder realizar análisis adecuados para encontrar la solución de los problemas demuestra que en este caso los estudiantes no son capaces de establecer conexiones entre los datos y la estrategia más adecuada de resolución.

Por otro lado, se puede evidenciar que hay dificultades en Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas, lo que a su vez tampoco permite establecer una estrategia apropiada para resolver los problemas.

Por último, en ambos grupos la mayor dificultad está en los procesos de generalización, lo que, de acuerdo a nuestra experiencia, es un reflejo de que en las instituciones educativas de nivel básico y medio no se trabaja en procesos sencillos de generalización en niveles inferiores que facilite desarrollar en niveles superiores la



capacidad de generalización, la cual es un apoyo fundamental en el proceso de aprendizaje de la Matemática a nivel Superior.

CONCLUSIONES:

- El uso de las estrategias didácticas cognitivas aplicadas en conjunto, ayudaron a las estudiantes a resolver los problemas de razonamiento mostrando menores dificultades que el grupo de control.
- La capacidad de generalización, el pasar de lenguaje natural a algebraico y viceversa y el realizar inferencias adecuadas, fueron los dos aspectos en que mayor dificultad mostraron los dos grupos.

REFLEXIÓN FINAL

La tarea educativa es una responsabilidad muy grande para todos quienes estamos inmersos en la educación. En el caso de la Matemática no es suficiente que sepan cosas básicas como las 4 operaciones, se requiere además que sean capaces de aplicar esos conocimientos en la vida cotidiana, es decir para ser parte de las soluciones y no de los problemas. Que comprendan que la matemática se aprende para desarrollar capacidades y destrezas que los ayuden a mejorar sus vidas. El éxito, depende mucho de lo que los docentes estemos dispuestos a realizar en nuestras aulas, del compromiso, creatividad, responsabilidad y sobre todo del amor con que ejerzamos nuestra profesión, que, por cierto, no está por demás decir que es una vocación, por eso las estrategias por sí solas no funcionan. Lo importante es la forma como sean aplicadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antezana, R. (2010). *Pensamiento Lógico Formal*.
Obtenido de: <https://reguloantezana.files.wordpress.com/2013/07/pensamiento-lc3b3gico-formal-pdf.pdf>
- Blanco, M. F. A., Gómez, I. A., y Claver, J. B. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, 4(1), 169–218.
- Cattaneo L, Lagreca, N., González, M. y Buschiazzo, N. (2015). *Didáctica de la Matemática*. Argentina: Homo Sapiens Ediciones.
- De Castro Hernández, C. (s/f).
Escuela Universitaria La Salle.
Universidad Autónoma de Madrid.
- Fernández, J. (2010). *La resolución de problemas matemáticos*. Madrid: Grupo Mayéutica
- Fernández, L. (2014). *Cálculo Mental*.
Obtenido de: http://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E.,..., Soto- Andrade, J., (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 14(1).9-40. Obtenido de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n1/v14n1a2.pdf>
- Jiménez, J. (2012), *Estrategias de cálculo mental*. IES Alhama de Corella.
- Malaspina, U. (2015). *Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas*. Obtenido



el 10 de marzo 2016 de:

http://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2015/07/Conferencia-en-CIAEM_2015-U.-Malaspina.pdf

Nortes Martínez-Artero, R., & Nortes Checa, A. (2015). Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. *Revista De Investigación Educativa*, 34(1), 103-117. doi:<http://dx.doi.org/10.6018/34.1.229501>

Orlando M.(2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*.(Tesis doctoral). Universidad de San Andrés, Argentina. Obtenida el 6 de febrero 2016 de: <http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10908/1/%5BP%5D%5BW%5D%20T.%20D.%20Edu.%20Orlando,%20Mario.pdf>.

Pérez, M. (2014). *Solución de problemas*. En. Carretero, M. y Asensio, M.(2014).

Psicología del Pensamiento. Madrid: Alianza Editorial.

Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009). *Cálculo Mental*. ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA.

Urquizo Alcívar, A., & Campana Concha, A. (2017). Programa de estrategias didácticas cognitivas para el desarrollo del razonamiento matemático. Una experiencia con estudiantes de bachillerato. *Revista Boletín Redipe*, 6(4), 99-111. Recuperado a partir de <http://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/228>

Zumbado, M. y Oviedo, D. (2012). *Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental*. Obtenido de: <http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Marianela-Zumbado2.pdf>