Scientific Review – Engineering and Environmental Sciences (2018), 27 (3), 269–279
Sci. Rev. Eng. Env. Sci. (2018), 27 (3)
Przegląd Naukowy – Inżynieria i Kształtowanie Środowiska (2018), 27 (3), 269–279
Prz. Nauk. Inż. Kszt. Środ. (2018), 27 (3)
http://iks.pn.sggw.pl
DOI 10.22630/PNIKS.2018.27.3.26

**Agata CZARNIGOWSKA[1], Piotr JAŚKOWSKI[1], Anna SOBOTKA[2]**

[1]Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska
Faculty of Civil Engineering and Architecture, Lublin University of Technology
[2] Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Faculty of Mining and Geoengineering, AGH University of Science and Technology

# Model decyzyjny wyboru łańcuchów zaopatrzenia przedsięwzięcia w wyroby budowlane
# Decision model supporting selection of material supply chains for construction projects

**Słowa kluczowe:** łańcuch zaopatrzenia, wyroby budowlane, model decyzyjny, programowanie liniowe mieszane, optymalna wielkość zamówienia
**Key words:** supply chain, construction materials, decision model, mixed linear programing, economic order quantity

## Wprowadzenie

Praktyczna przydatność matematycznych modeli zarządzania zapasami i planowania dostaw zależy przede wszystkim od możliwości uwzględnienia warunków, w jakich funkcjonuje zaopatrywany podmiot. Przedsięwzięcia budowlane mają charakter niepowtarzalny pod względem przedmiotowym (rodzaj i zakres inwestycji, różne technologie i rodzaje zużywanych wyrobów) oraz lokalizacyjnym (konieczność organizowania składów i magazynów tymczasowych). Trwają względnie krótko, więc obsługujące je łańcuchy zaopatrzenia, często z udziałem firm działających lokalnie, rzadko nawiązują stałą współpracę (Sobotka, 2010). Przede wszystkim jednak charakteryzują się zmiennym w czasie zapotrzebowaniem na konkretne wyroby, często zużywane w tak dużych ilościach, że nie sposób zaopatrzyć się w nie u jednego źródła lub korzystać z jednego łańcucha dostaw – z uwagi na ich ograniczone zdolności wytwórcze i zasoby transportowe dostawców. Poszczególne ogniwa łańcuchów zaopatrzenia budowy obsługują wiele przedsięwzięć, ich dostępność na potrzeby wybranego przedsięwzięcia podlega więc istotnym zmianom.

W takich warunkach niekiedy trzeba lub warto (Lin, Chen, Chien, Tsai i Lu, 2014) zastosować wyroby substytucyjne spełniające wymagania specyfikacji technicznych i osiągalne w chwili, gdy dostępność wyrobu zasadniczego jest ograniczona, choć być może wymagających dodatkowego przetworzenia czy zmiany technologii. Możliwość substytucji poprawia elastyczność planowania zaopatrzenia, choć zwiększa liczbę opcji do rozważenia.

W niezwykle bogatej literaturze przedmiotu (Mula, Peidro, Díaz-Madroñero i Vincens, 2010; Ware, Singh i Banwet, 2012) można znaleźć modele matematyczne wspomagające organizację zaopatrzenia z uwzględnieniem przynajmniej części powyższych ograniczeń, wśród których często stosowane są deterministyczne modele programowania mieszanego całkowitoliczbowego liniowego i nieliniowego. Przykładowo, Ware, Singh i Banwet (2014) przedstawili nieliniowy model programowania całkowitoliczbowego problemu minimalizacji kosztu zaopatrzenia w dużo wyrobów dostarczanych przez liczne łańcuchy dostaw w ciągu wielu okresów, przy założeniu zmiennego w czasie zapotrzebowania, z uwzględnieniem kosztu zakłóceń spowodowanych opóźnieniem dostaw i odrzuceniem dostawy ze względu na nieodpowiednią jakość. Chern i Hsieh (2007) porównali kilka wielokryterialnych metod optymalizacji wyboru dostawcy tego samego wyrobu, lecz o różnym stopniu przetworzenia, choć analizowali złożone sieci dostaw i skupiali się na korzyściach z rabatów za duże zamówienia. Pan (2009) modelował problem wyboru dostawcy materiałów masowych na potrzeby wielu odbiorców, przyjmując założenie pełnego wykorzystania ładowności środków transportowych, możliwości wyboru środka transportowego ze względu na ładowność, ograniczeń „okien czasowych" dla dostaw, aby minimalizować łączne koszty transportu i zamawiania; użyto tu programowania całkowitoliczbowego i heurystyki opartej na programowaniu liniowym. Sutrisno, Widowati i Heru Tjahjana (2017) użyli programowania dynamicznego do ustalenia optymalnego planu dostaw jednego materiału z uwzględnieniem rabatów. W większości prac modele rozwiązywano bezpośrednio lub z wykorzystaniem heurystyk, Luo, Wu, Rosenberg i Barnes (2009) wskazywali zaś na walory użycia sztucznych sieci neuronowych w sytuacji, w której opcji wyboru łańcuchów dostaw jest wiele, a model jest skomplikowany.

Artykuł przedstawia matematyczny model programowania liniowego mieszanego problemu optymalizacji dostaw wyrobów budowlanych zużywanych w sposób nierównomierny. Pozwala on na analizę opłacalności stosowania wyrobów zamiennych, wyrobów wymagających wstępnego przygotowania lub obróbki przed wbudowaniem, oraz możliwych do gromadzenia w ilościach przekraczających bieżące zapotrzebowanie budowy. Model umożliwia minimalizację łącznych kosztów gospodarowania zapasami.

## Materiały i metody

Rozważmy problem optymalizacji dostaw dotyczący wyrobu zużywanego masowo na budowie. Dostawy mają być dokonywane wielokrotnie, przez dłuższy czas, aby pokryć zapotrzebowanie zmieniające się w kolejnych jednostkach czasu, a wynikające z planu robót określonego deterministycznie. Wyrób może pochodzić z różnych źródeł. Jest również dopuszczalna jego zamiana na substytut. Wyrób lub substytut dostarczane przez różne łańcuchy dostaw mogą być w różnym stopniu przetworzenia, a więc mogą wymagać wykonania dodatkowych operacji przed użyciem. Przyjęto założenie, że takie dodatkowe operacje przetworzenia generują dodatkowy koszt, lecz nie wpływają na harmonogram robót, a więc i na zapotrzebowanie w kolejnych okresach. Załóżmy również, że ceny wyrobu/ /substytutu mogą zmieniać się w trakcie przedsięwzięcia, ale można określić je z wyprzedzeniem. W modelowaniu problemu zdefiniowanego wcześniej zastosowano programowanie liniowe mieszane. Prezentowany model można rozwiązać przy zastosowaniu dostępnego na rynku oprogramowania (nawet w ramach powszechnie stosowanych pakietów biurowych). Nie wymaga to posiadania wiedzy z zakresu teorii i algorytmów optymalizacji ani tworzenia dedykowanych aplikacji komputerowych.

## Wyniki

Horyzont planowania $T$ został podzielony na $n$ okresów jednostkowych o czasie trwania $t_i, i = 1, 2, ..., (T = \sum_{i=1}^{n} t_i)$. Dostawy wyrobu budowlanego, względnie jego substytutu, będą realizowane na początku okresów. Istnieje $m$ dopuszczalnych łańcuchów zaopatrzenia różniących się źródłem wyrobu (czyli pierwszym z ogniw w łańcuchu) oraz miejscem gromadzenia zapasów. W przedstawionym tu modelu możliwe miejsca gromadzenia są dwa: składowisko przyobiektowe i składowisko rezerwowe, położone w większej odległości od budowy (centralne składowisko przedsiębiorstwa). W zbiorze $I = \{1, 2, ..., m\}$ łańcuchów zaopatrzenia można zatem wyróżnić dwa podzbiory: $I_1$ – zbiór łańcuchów dostarczających wyrób na składowisko przyobiektowe, i $I_2$ – na składowisko rezerwowe. Istnieje zbiór par łańcuchów zaopatrzenia $R$, które zapewniają dostawy z tego samego źródła (wychodzące od tego samego dostawcy) na różne składowiska. Część analizowanych dostawców oferuje materiały o charakterze substytucyjnym, spełniające wymagania określone w specyfikacjach technicznych wykonania i odbioru robót. Zbiór łańcuchów z tymi dostawcami oznaczmy jako $U$. Dla każdego łańcucha zaopatrzenia $j$ ($j$ = 1, 2, …, $m$) są określone: $d_{ij}$ – maksymalna dostępna ilość wyrobu w okresie $i$ ($i$ = 1, 2, ..., $m$), która wynika z ograniczeń podaży tego dostawcy, $c_{ij}$ – cena jednostkowa wyrobu dostarczanego przez łańcuch zaopatrzenia $j$ ($j$ = 1, 2, ..., $m$) w okresie $i$ ($i$ = 1, 2, …$n$), $k_{rj}$ – stały koszt realizacji jednej dostawy łańcuchem $j$, który jest niezależny od wielkości dostawy, $k_{tj}$ – jednostkowy koszt zmienny realizacji dostawy łańcuchem $j$ (ta część kosztu dostaw zależy od wielkości dostawy i obejmuje koszt transportu, ubezpieczeń itp.), oraz $k_{aj}$ – jednostkowy koszt robót dodatkowych (m.in. transport z magazynu centralnego na plac budowy, montaż, dodatkowe operacje, zastosowanie materiałów dodatkowych) w przypadku realizacji dostawy łańcuchem $j$. Wielkość partii dostawy wyrobu łańcuchem $j$ w okresie $i$ oznaczmy jako $S_{ij}$, $i$ = 1, 2,

..., $n$, $j = 1, 2, ..., m$. W przypadku wyrobu substytucyjnego jego ilości są przeliczone na jednostki właściwe dla wyrobu podstawowego. Planowane zużycie w okresie $i$ wynosi $q_i$. Zapas $v_{ij}$ wyrobu dostarczonego łańcuchem $j$ w momencie rozpoczęcia okresu $i$, bez uwzględnienia wielkości nowej dostawy $S_{ij}$, można określić na podstawie następujących zależności:

$$v_{1j} = 0,\ j = 1, 2, ..., m \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{m} v_{i+1,j} = \sum_{j=1}^{m}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) - q_i \qquad i = 1, 2, ..., n-1 \tag{2}$$

Stanowi on różnicę między zapasem w okresie poprzedzającym powiększonym o wielkości dostaw a zużyciem. Na początku okresu planowania zapas jest zerowy.

Wielkości dostaw należy ustalać z uwzględnieniem następujących warunków:

a) Muszą one przyjmować wartości nieujemne i niewiększe od wartości maksymalnych $d_{ij}$ wynikających z ograniczeń podaży źródła danego łańcucha w danym okresie:

$$0 \le S_{ij} \le d_{ij},\ i = 1, 2, ..., n \qquad j = 1, 2, ..., m \tag{3}$$

b) W przypadku łańcuchów zaopatrzenia wychodzących z tego samego źródła, czyli od tego samego dostawcy, łączna wielkość dostaw nie może przekroczyć jego podaży:

$$S_{ip} + S_{ir} \le d_{ip} = d_{ir} \qquad i = 1, 2, ..., n,\ \forall\left(p, r\right) \in R \tag{4}$$

c) Suma dostaw dostarczanych poszczególnymi łańcuchami $j$, łącznie z zapasem zgromadzonym na początku okresu, powinna pokryć zapotrzebowanie w danym okresie i zapewnić utrzymanie rezerwy $R_i$ tworzonej ze względu na oddziaływanie czynników ryzyka w celu eliminacji braków materiałowych i przerw w produkcji budowlanej (wielkość rezerwy określona arbitralnie):

$$\sum_{j=1}^{m}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) \ge q_i + R_i \qquad i = 1, 2, ..., n-1 \tag{5}$$

d) W niektórych okresach $i = s, t, \ldots, u$ można ustalić warunek, aby zapotrzebowanie na wyrób nie było pokryte z materiałów substytucyjnych:

$$\sum_{j \notin U}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) \ge q_i + R_i \qquad i = s, t, ..., u \tag{6}$$

e) Dostawy w ostatnim okresie powinny być zmniejszone o wielkości zgromadzonych rezerw tak, aby stany zapasów na koniec ostatniego okresu były zerowe:

$$\sum_{j=1}^{m}\left(S_{nj} + v_{nj}\right) = q_n \tag{7}$$

Wyroby będą dostarczane na składowiska o ograniczonej powierzchni $F_{\max}^{1}$ (składowisko przyobiektowe) i $F_{\max}^{2}$ (składowisko centralne). Wielkość składu wyrobu jest projektowana tak, aby umożliwić zgromadzenie maksymalnej łącznej wielkości zapasu i dostawy w całym okresie planowania. Wymaganą wielkość składowisk w kolejnych okresach $F_i^1, F_i^2 \ (i = 1, 2, ..., n)$ można określić na podstawie następujących zależności:

$$F_i^1 = \sum_{j \in I_1} \frac{\alpha_j}{N_{smj}} \cdot \left(S_{ij} + v_{ij}\right) \qquad (8)$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

$$F_i^2 = \sum_{j \in I_2} \frac{\alpha_j}{N_{smj}} \cdot \left(S_{ij} + v_{ij}\right) \qquad (9)$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

gdzie:
$N_{smj}$ – normatyw składowania wyrobu lub substytutu dostarczanego przez łańcuch zaopatrzenia $j$,
$\alpha_j$ – współczynnik zwiększający, uwzględniający konieczność zorganizowania na placu składowym przejść, dróg dojazdu środków transportowych i urządzeń ładunkowych (Sobotka, 2010).

Zależności (9) i (10) umożliwiają obliczenie wielkości składowisk przy założeniu, że dostawy są realizowane na początku okresu. Jeżeli realizacja dostaw jest rozłożona w czasie, zależności te należy zmodyfikować. Wielkość składowisk $F^1$, $F^2$ jest ustalana jako maksymalna spośród wielkości określonych dla poszczególnych okresów:

$$F^1 = \max_{i=1,2,...,n} \left\{F_i^1\right\} \qquad (10)$$

$$F^2 = \max_{i=1,2,...,n} \left\{F_i^2\right\} \qquad (11)$$

Powierzchnia składowisk nie może być większa od powierzchni dostępnej:

$$F^1 \le F_{\max}^1 \qquad (12)$$

$$F^2 \le F_{\max}^2 \qquad (13)$$

Wybór łańcuchów zaopatrzenia i ustalenie wielkości partii dostaw będą dokonane zgodnie z koncepcją uzasadnionej ekonomicznie partii dostawy w celu minimalizacji łącznych kosztów gospodarki zapasami. Koszty te obejmują: wartość nabytych wyrobów według cen zakupu, koszty zamrożenia kapitału w zapasach, koszty składowania, koszty realizacji dostaw – stałe i zmienne względem wielkości dostawy, oraz dodatkowe koszty przetwarzania na placu budowy. Wpływają one znacząco na koszty produkcji budowlanej, szczególnie w przypadku materiałów masowych zużywanych przez dłuższy okres.

Łączna wartość wyrobów w kolejnych okresach planowania $K_t$ jest ustalana według następującej zależności:

$$K_t = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot S_{ij} \qquad (14)$$

Koszty zamrożenia kapitału w zapasach $K_z$, przy założeniu, że płatność wynagrodzenia wykonawcy następuje po zakończeniu okresu planowania (np. okresu realizacji budowy), można wyznaczyć następująco:

$$\begin{cases} K_z = r \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot S_{ij} \cdot \Delta t_i \\ \Delta t_i = \sum_{k=i}^{n} t_k, \ i = 1, 2, ..., n \end{cases} \qquad (15)$$

gdzie: $r$ – stopa procentowa dla okresu jednostkowego.

Koszt $K_s$ składowania wyrobów budowlanych obejmują przede wszystkim koszty stałe zorganizowania składowiska (odpowiednie przygotowanie podłoża, praca lub wynajem urządzeń, rekompensata za zajęcie działki itp.). Są one w przybliżeniu proporcjonalne do powierzchni składowisk:

$$K_s = k_s \cdot \left(F^1 + F^2\right) \tag{16}$$

gdzie: $k_s$ – koszt jednostkowy zorganizowania składowiska materiału.

Koszt $K_r$ realizacji dostaw obejmuje koszty stałe, niezależne od wielkości dostawy (m.in. koszty złożenia zamówienia, będące iloczynem kosztu $k_{rj}$ realizacji jednej dostawy przez łańcuch zaopatrzenia $j$ i liczby dostaw), a także łączne koszty zmienne realizacji dostaw i robót dodatkowych:

$$K_r = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} k_{rj} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(k_{tj} + k_{aj}\right) \cdot S_{ij} \tag{17}$$

gdzie:
$k_{tj}$ – jednostkowy koszt zmienny realizacji dostaw,
$k_{aj}$ – jednostkowy koszt dodatkowych operacji na wyrobie, który pozwala uwzględnić różnice w stopniu przetworzenia wyrobu dostarczanego przez różne łańcuchy.

Koszty $k_{tj}$ i $k_{aj}$ ze wzoru (17) wyrażone w PLN na jednostkę wyrobu. Liczba dostaw jest nieznana, koszt realizacji dostaw zapisano więc przy zastosowaniu zmiennych binarnych (zero-jedynkowych) $x_{ij}$. Zmienne $x_{ij}$ przyjmują wartość 1, gdy dostawy materiału w okresie $i$ są realizowane przez łańcuch $j$ ($S_{ij} > 0$), wartość 0 w przeciwnym razie (gdy $S_{ij} = 0$). Wartość tych zmiennych jest zatem uzależniona od nieznanych wartości zmiennych określających wielkości partii dostaw, co uwzględniono w modelu poprzez wprowadzenie dodatkowych ograniczeń (wymuszających spełnienie powyższych implikacji, gdy wartości zmiennych binarnych są minimalizowane) w postaci:

$$\begin{aligned} &S_{ij} \le M \cdot x_{ij}, \; i = 1, 2, \ldots, n \\ &j = 1, 2, \ldots, m \end{aligned} \tag{18}$$

gdzie: $M$ – dostatecznie duża liczba (większa od prognozowanej wielkości jednej dostawy).

Model matematyczny w postaci zadania programowania liniowego zagadnienia ustalania ekonomicznie uzasadnionych partii dostaw obejmuje funkcję celu, ograniczenia i warunki brzegowe zapisane za pomocą liniowych zależności analitycznych. Funkcja celu, która umożliwia ocenę rozwiązań dopuszczalnych oraz wybór spośród nich rozwiązania optymalnego, ma następującą postać:

$$\min K: \quad K = K_t + K_z + K_s + K_r \tag{19}$$

Podsumowując, wynikiem przedstawionej wyżej analizy założeń i matematycznej formalizacji jest następujący model programowania liniowego mieszanego:

$$K_t = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot S_{ij}$$

$$K_z = r \cdot \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot S_{ij} \cdot \Delta t_i$$

$$\Delta t_i = \sum_{k=i}^{n} t_k, \; i = 1, 2, \ldots, n$$

$$K_s = k_s \cdot \left(F^1 + F^2\right)$$

$$K_r = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} k_{rj} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(k_{tj} + k_{aj}\right) \cdot S_{ij}$$

$$S_{ip} + S_{ir} \le d_{ip} = d_{ir},\ i = 1, 2, ..., n$$
$$\forall\left(p, r\right) \in R$$

$$S_{ij} \le M \cdot x_{ij},\ i = 1, 2, ..., n$$
$$j = 1, 2, ..., m$$

$$v_{1j} = 0,\ \ j = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{j=1}^{m} v_{i+1,j} = \sum_{j=1}^{m}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) - q_i$$
$$i = 1, 2, ..., n-1$$

$$\sum_{j=1}^{m}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) \ge q_i + R_i,\ i = 1, 2, ..., n-1$$

$$\sum_{j \notin U}\left(S_{ij} + v_{ij}\right) \ge q_i + R_i,\ i = s, t, ..., u$$

$$\sum_{j=1}^{m}\left(S_{nj} + v_{nj}\right) = q_n$$

$$F_i^1 = \sum_{j \in I_1} \frac{\alpha_j}{N_{smj}} \cdot \left(S_{ij} + v_{ij}\right)$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

$$F_i^2 = \sum_{j \in I_2} \frac{\alpha_j}{N_{smj}} \cdot \left(S_{ij} + v_{ij}\right),\ i = 1, 2, ..., n$$

$$F^1 \ge F_i^1,\ i = 1, 2, ..., n$$

$$F^2 \ge F_i^2,\ i = 1, 2, ..., n$$

$$F^1 \le F_{\max}^1$$

$$F^2 \le F_{\max}^2$$

a także następujące warunki brzegowe:

$$0 \le S_{ij} \le d_{ij},\ i = 1, 2, ..., n$$
$$j = 1, 2, ..., m$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\},\ i = 1, 2, ..., n$$
$$j = 1, 2, ..., m$$

Zależności (10) i (11), aby móc je uwzględnić w modelu, przekształcono do równoważnej postaci liniowej (w formie nierówności): $F^1 \ge F_i^1,\ i = 1, 2, ..., n$, $F^2 \ge F_i^2,\ i = 1, 2, ..., n$, wychodząc z założenia, że maksymalna powierzchnia składowiska, której wielkość jest minimalizowana w celu zmniejszenia kosztu składowania materiałów, jest co najmniej równa wymaganej powierzchni składu w każdym okresie. Taki zapis modelu rozważanego zagadnienia w formie liniowej pozwala zastosować do jego rozwiązania powszechnie dostępne oprogramowanie (np. Excel Solver, Lingo, Lp_Solve itd.).

## Przykład numeryczny

Przeanalizujmy przykład zastosowania modelu do ustalenia planu dostaw kruszywa do wykonania podbudowy drogi. Realizacja robót zaplanowana jest na sześć kolejnych tygodni. Jako wyrób podstawowy przyjęto naturalne kruszywo łamane, a dopuszczalną jego zamianę na kruszywo z recyklingu – tłuczeń betonowy. Dane wejściowe zestawiono w tabelach 1, 2 i 3.

Łańcuch zaopatrzenia 1 dostarcza jedynie substytut – tłuczeń betonowy. Pozostałe łańcuchy dostarczają tylko

TABELA 1. Zapotrzebowanie na materiał w kolejnych okresach $i$ (opracowanie własne)
TABLE 1. Material demand in consecutive periods $i$ (own studies)

| $i$ | Planowane zużycie, $q_i$ [t]<br>As-planned consumption, $q_i$ [t] | Rezerwa, $R_i$ [t]<br>Buffer stock, $R_i$ [t] |
|---|---|---|
| 1 | 1000 | 100 |
| 2 | 600 | 60 |
| 3 | 1500 | 150 |
| 4 | 1000 | 100 |
| 5 | 600 | 60 |
| 6 | 900 | – |

TABELA 2. Maksymalna wielkość dostawy w okresie $i$, $d_{ij}$ oraz cena jednostkowa wyrobu $c_{ij}$ w okresie $i$ (opracowanie własne)
TABLE 2. Supply chain capacity in period $i$, $d_{ij}$ and unit price of the material $c_{ij}$ in period $i$ (own studies)

| $i$ | $d_{ij}$ [t · tydzień$^{-1}$]<br>$d_{ij}$ [t · week$^{-1}$] | | | | | | $c_{ij}$ [PLN · t$^{-1}$] | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $j$ | | | | | | $j$ | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 500 | 700 | 700 | 600 | 600 | – | 40 | 36 | 36 | 40 | 40 |
| 2 | 500 | 400 | 700 | 700 | 600 | 600 | 28 | 40 | 40 | 40 | 44 | 44 |
| 3 | 500 | 400 | 700 | 700 | 600 | 600 | 28 | 40 | 44 | 44 | 44 | 44 |
| 4 | 500 | 300 | 700 | 700 | 600 | 600 | 28 | 40 | 44 | 44 | 40 | 40 |
| 5 | 500 | 0 | 700 | 700 | 600 | 600 | 28 | – | 44 | 44 | 40 | 40 |
| 6 | 0 | 0 | 700 | 700 | 600 | 600 | – | – | 44 | 44 | 40 | 40 |

TABELA 3. Koszty jednostkowe w łańcuchach zaopatrzenia $j$ (opracowanie własne)
TABLE 3. Unit costs of supply chains $j$ (own studies)

| Koszty jednostkowe<br>Unit costs | $j$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $k_{rj}$ [PLN · dostawa$^{-1}$]<br>$k_{rj}$ [PLN · delivery$^{-1}$] | 48 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| $k_{tj}$ [PLN · t$^{-1}$] | 8 | 4 | 4,8 | 4,4 | 4,4 | 4 |
| $k_{aj}$ [PLN · t$^{-1}$] | 0,8 | 0 | 0 | 1,2 | 0 | 1,2 |

naturalne kruszywo łamane. Dostawy łańcuchami 4 i 6 są realizowane na składowisko centralne o powierzchni maksymalnej $F^2_{max}$ = 2000 m$^2$, pozostałymi – na składowisko zlokalizowane w bliskim sąsiedztwie drogi, o $F^1_{max}$ = 400 m$^2$. Łańcuchy 3 i 4 oraz 5 i 6 korzystają, odpowiednio, z tego samego źródła (dostawcy – pierwszego ogniwa łańcucha).

Wyrób podstawowy i substytut, bez względu na łańcuch zaopatrzenia, mają jednakowy normatyw składowania

$N_{smj}$ = 3 m$^2$·t$^{-1}$, jednakowy współczynnik zwiększający powierzchnię składowiska $\alpha_j$ = 1,2 i jednakowy jednostkowy koszt składowania $k_s$ = 4 PLN·m$^{-2}$. Koszt kapitału dla okresu jednostkowego, czyli tygodnia ($t_i$ = 1 tydzień, $i$ = 1, 2, ..., 6), wynosi $r$ = 0,25%. Założono, że w okresie 4 będzie zużywane wyłącznie kruszywo naturalne.

Model matematyczny problemu w postaci liniowej dla danych przykładu rozwiązano w programie Lingo 12.0. Rozwiązanie optymalne przedstawiono w tabeli 4.

TABELA 4. Optymalne wielkości dostaw wyrobów $S_{ij}$ [t] przez łańcuch zaopatrzenia $j$ w kolejnych okresach $i$ (opracowanie własne)
TABLE 4. Optimal solution – quantities $S_{ij}$ [t] to be delivered by particular chains $j$ in consecutive periods $i$ (own studies)

| $i$ | $j$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 500 | 300 | 400 | 200 | 0 |
| 2 | 500 | 400 | 100 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 500 | 400 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 500 | 300 | 0 | 0 | 200 | 400 |
| 5 | 500 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 400 | 0 |

Łączny koszt dostaw i gospodarowania zapasami wynosi w rozwiązaniu optymalnym 236 480 PLN ($K_t$ = 197 200 PLN, $K_z$ = 2008 PLN, $K_s$ = 2720 PLN, $K_r$ = 34 552 PLN). Wymagana wielkość składowiska przyobiektowego wynosi $F^1$ = 400 m$^2$, a materiał dostarczany na składowisko centralne zajmie powierzchnię $F^2$ = 280 m$^2$. Dostawy na to składowisko będą realizowane tylko w pierwszym i czwartym okresie. Materiał substytucyjny, ze względu na niższą cenę, będzie dostarczany w okresach jego dostępności w ilości odpowiadającej maksymalnej wielkości zasobów dostawcy. Zapas materiału umożliwi realizację robót z kruszywa naturalnego w czwartym okresie.

## Dyskusja i wnioski

Przedstawiony model pozwala na uzasadniony ekonomicznie dobór łańcuchów zaopatrzenia budowy, uwzględniając występujące w praktyce rodzaje ograniczeń:
– różnego stopnia przetworzenia wyrobu pochodzącego z różnych źródeł oraz możliwości substytucji odbijających się na dodatkowych kosztach przygotowania wyrobu do użycia,
– zmiennego w czasie zapotrzebowania (zużycie zgodne z harmonogramem prac),
– zmiennego w czasie potencjału produkcyjnego dostawców,
– możliwości utrzymywania zapasów, w tym rezerw bezpieczeństwa, przy ograniczonej powierzchni składowisk.

Przedstawiono go w zastosowaniu do optymalizacji dostaw jednego wyrobu, ale można go użyć jako podstawy do niezależnego planowania dostaw dowolnej liczby rodzajów materiałów. Użycie modelu jest łatwe (do rozwiązania wystarczą popularne solwery).

Model ma jednak charakter deterministyczny – opiera się na pewności informacji dotyczącej zapotrzebowania na wyrób w kolejnych okresach, cen wyrobu, potencjału dostawców. Może więc sprawdzać się w planowaniu w krótkim horyzoncie czasu. Jego charakter sprawia, że jest wrażliwy na niewielkie zmiany parametrów – a tych w sytuacjach praktycznych, szczególnie w przypadku długoterminowych przedsięwzięć, nie da się uniknąć. W sposób naturalny wyznacza to kierunki dalszych prac, modelowanie niepewności założeń zaowocuje jednak znaczną złożonością modelu. Dotychczas przeprowadzone badania pozwalają przypuszczać, że jest możliwe opracowanie heurystyk do stworzenia planów dostaw dla złożonych modeli występujących w praktyce o mniejszej złożoności obliczeniowej.

## Literatura


Chern, C-C. i Hsieh, J-S. (2007). A heuristic algorithm for master planning that satisfies multiple objectives. *Computers & Operations Research*, *34*(11), 3491-3513.

Lin, Y-H., Chen, H-C, Chien, C-Y, Tsai, C-H. & Lu, M-J. (2014). A study of selecting criteria for material substitution under Green Environmental Consideration. *International Journal of Academic for Business and Social Science*, *4*(1), 459-473.

Luo, X., Wu, C., Rosenberg, D. i Barnes, D. (2009). Supplier selection in agile supply chains: An information processing model and an illustration. *Journal of Purchasing and Supply Management*, *15*(4), 249-262.

Mula, J., Peidro, D., Díaz-Madroñero, M. i Vicens, E. (2010). Mathematical programming models for supply chain production and transport planning. *European Journal of Operational Research*, *20*(3), 377-390.

Pan, X. (2009). *Optimization of Material Sourcing and Delivery Operations, and Assortment Planning for Vertically Differentiated Products and Bundles* (PhD thesis). Austin: The University of Texas at Austin.

Sobotka, A. (2010). *Logistyka przedsiębiorstw i przedsięwzięć budowlanych*. Kraków: Wydawnictwo AGH.

Sutrisno, Widowati i Heru Tjahjana, R. (2017). Dynamic optimization approach for integrated supplier selection and tracking control of single product inventory system with product discount, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, *166*, 012028.

Ware, N.R., Singh, S.P. & Banwet, D.K. (2012). Supplier selection problem: A state of-the--art review. *Management Science Letters*, *2*(5), 1465-1490.

Ware, N.R., Singh, S.P. i Banwet, D.K. (2014). A mixed-integer non-linear program to model dynamic supplier selection problem. *Expert Systems with Applications*, *41*, 671-678.


## Streszczenie


**Model decyzyjny wyboru łańcuchów zaopatrzenia przedsięwzięcia w wyroby budowlane.** Przedstawiono matematyczny model programowania liniowego mieszanego problemu optymalizacji dostaw wyrobów budowlanych zużywanych w sposób nierównomierny. Pozwala on na analizę opłacalności stosowania wyrobów zamiennych, wyrobów wymagających wstępnego przygotowania lub obróbki przed wbudowaniem, oraz możliwych do gromadzenia w ilościach przekraczających bieżące zapotrzebowanie budowy, lecz z ograniczeniem pojemności składowisk. Model umożliwia minimalizację łącznych kosztów gospodarowania zapasami – zaplanowanie ekonomicznie uzasadnionej wielkości dostaw w kolejnych okresach realizacji budowy oraz dokonanie wyboru łańcuchów zaopatrzenia.

## Summary

**Decision model supporting selection of material supply chains for construction projects.** Authors put forward a mixed linear programming model for optimizing supplies of construction material consumed in non-uniform way. The model enables the user to consider cost implications of material substitution and selecting suppliers that offer the material at varying level of pre-processing, as well as buying to stock with limited capacity of stacking areas. The model serves finding the economic order quantities in consecutive units of time and selecting supply chains.

**Authors' address:**
Piotr Jaśkowski
Politechnika Lubelska
Wydział Budownictwa i Architektury
ul. Nadbystrzycka 38 d, 20-618 Lublin
Poland
e-mail: p.jaskowski@pollub.pl