

## АВТОТРАНСПОРТНЫЕ СРЕДСТВА

УДК 629.113

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ АДАПТИВНОГО  
ТОРМОЗНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОЛЕСНЫХ МАШИН

А.Н. Туренко, профессор, д.т.н., С.Н. Шуклинов, доцент, к.т.н.,  
В.И. Вербицкий, доцент, к.физ.-мат. н., ХНАДУ

*Аннотация.* Изложена методика оценки устойчивости системы адаптивного управления с сигнальной настройкой на основе второй методы Ляпунова, которая позволяет учесть нестационарность основной системы и нелинейность в виде ограничения на управляющее воздействие.

*Ключевые слова:* система, тормозное управление, колесная машина, функция Ляпунова, устойчивость.

ОЦІНКА СТІЙКОСТІ СИСТЕМИ АДАПТИВНОГО ГАЛЬМОВОГО  
КЕРУВАННЯ КОЛІСНИХ МАШИН

А.М. Туренко, професор, д.т.н., С.М. Шуклінов, доцент, к.т.н.,  
В.І. Вербицький, доцент, к. фіз.-мат. н., ХНАДУ

*Анотація.* Наведено методику оцінки стійкості системи адаптивного керування з настроюванням за сигналом на основі другої методи Ляпунова, яка дозволяє врахувати нестационарність основної системи та нелінійність у вигляді обмеження на керуючу дію.

*Ключеві слова:* система, гальмове керування, колісна машина, функція Ляпунова, стійкість.

STABILITY EVALUATION OF WHEELED VEHICLES ADAPTABLE  
BRAKING CONTROL SYSTEM

A. Turenko, Professor, Doctor of Technical Science, S. Shuklinov, Associate Professor,  
Candidate of Technical Science, V. Verbytskiyi, Associate Professor,  
Candidate of Physico-Mathematical Science, KhNAHU

*Abstract.* The method of stability evaluation of adaptable control system signal tuning stability on the basis of the second Lyapunov's approach that allows to take into account the nonstationarity of the basic system and nonlinearity in the form of restriction on control action is stated in the given article.

*Key words:* system, brake control, wheeled vehicle, Lyapunov's function, stability.

## Введение

Характеристики тормозного управления колесных машин изменяются вследствие действия ряда возмущающих факторов (изменение массы машины, коэффициентов эффективности тормозных механизмов и контуров тормозных приводов и т. д.). Влияние большинства возмущающих факторов водитель оценивает по замедлению только во время процесса торможения. В этом случае у

водителя остается очень мало времени на оценку характера изменения и адаптацию к изменившимся характеристикам тормозного управления. Адаптивное тормозное управление позволяет переложить функции адаптации к изменяющимся условиям характеристик тормозного управления с человека (водителя) на тормозное управление колесной машины. Следует заметить, что в этом случае тормозное управление выполняет функции регулятора в нестационарной сис-

теме управления объектом – колесной машиной, а водитель выполняет функции звена, определяющего параметры желаемого состояния колесной машины.

### Анализ публикаций

В работах [1, 2] рассмотрены общие методы построения адаптивных автоматических систем управления, вытекающие из концепции чувствительности и инвариантности систем управления техническими объектами.

Вопросы адаптивного тормозного управления колесных машин в режиме качения колес на грани юза освещены достаточно глубоко [3, 4]. Режим торможения колесных машин в случае качения колеса при его максимальной силе сцепления с опорной поверхностью, превышающей тормозную силу, исследовался в основном в плане распределения тормозных усилий [5]. Вопросы адаптации тормозного привода, направленные на стабилизацию эргономических параметров управления тормозами, исследованы недостаточно [5].

Предложенный авторами [6] закон формирования управляющего воздействия для адаптивного тормозного управления колесной машины построен на сравнении оценки возмущенного состояния колесной машины с состоянием эталонной модели. Однако в работе не учитывалась нелинейность характеристики тормозного привода в виде ограничения на управляющее воздействие, влияние параметров тормозного привода и не приводится оценка устойчивости системы управления.

### Цель и постановка задачи

Адаптивное тормозное управление проще всего реализовать на колесных машинах с автоматическим тормозным приводом, например, электропневматическим, электрогидравлическим или электромеханическим. Указанные приводы имеют нелинейные характеристики. Нелинейность характеристики обусловлена насыщением управляющего воздействия. С целью определения области устойчивости адаптивного тормозного управления с автоматическим тормозным приводом предлагается методика на основе прямого метода Ляпунова, которая позволяет учесть нестационарность основной системы и нелинейность в виде ограничения на управляющее воздействие.

### Решение задачи

Уравнение движения колесной машины при торможении записывается в виде

$$m_a \delta_{\text{вр}} \frac{dV_a}{dt} - \kappa_b F_a V_a^2 - m_a g \psi = [p(t) - p_0] K_{\text{ТК}}, \quad (1)$$

где  $m_a$  – масса колесной машины;  $\delta_{\text{вр}}$  – коэффициент учета вращающихся масс колесной машины;  $V_a$  – скорость движения колесной машины;  $t$  – независимая переменная;  $t \in [t_0, t_T]$  ( $t_0$  – время начала процесса,  $t_T$  – время торможения колесной машины);  $\kappa_b, F_a$  – коэффициент обтекаемости и лобовая площадь машины;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\psi$  – суммарный коэффициент сопротивления дороги;  $p(t)$  – управляющее воздействие тормозного привода, подведенное к тормозным колесам машины;  $p_0$  – нечувствительность тормозных механизмов;  $K_{\text{ТК}}$  – коэффициент эффективности тормозных колес машины.

Для уравнения (1) следует записать начальные условия в виде:

$$V_a(t_0) = V_0,$$

где  $V_0$  – скорость машины в начальный момент формирования тормозной силы на колесах в момент времени  $t_0$ .

Разрешим уравнение (1) относительно старшей производной и, введя обозначения

$$a_v = \frac{\kappa_b F_a V_a}{m_a \delta_{\text{вр}}}, \quad c = \frac{g \psi}{\delta_{\text{вр}}}, \quad k = \frac{K_{\text{ТК}}}{m_a \delta_{\text{вр}}},$$

$$\Phi(x) = p(t) - p_0, \quad y = V_a, \quad \dot{y} = \frac{dV_a}{dt}, \quad \text{получим}$$

$$\dot{y} = a_v y + \beta + k \Phi(x), \quad (2)$$

где  $\Phi(x)$  – функция управляющего воздействия тормозного привода (например, давление воздуха или жидкости) от задающего воздействия водителя  $x$ .

Управляющее воздействие тормозного привода представляет собой нелинейную функцию с насыщением, удовлетворяющую условию

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= 0 \text{ при } x = 0; \\ x\Phi(x) &> 0 \text{ при } x \neq 0; \\ \Phi(x) &= M \text{ при } x \geq c; \\ M &= \text{const}; \quad c = \text{const}, \end{aligned}$$

где  $c$  – значение воздействия  $x$ , при котором наступает насыщение функции  $\Phi(x)$ ;  $M$  – значение функции  $\Phi(x)$  при насыщении.

Значения переменных коэффициентов изменяются в пределах

$$\begin{aligned} k_{\min} &\leq k \leq k_{\max}; \\ a_{v\min} &\leq a_v \leq a_{v\max}, \end{aligned}$$

где  $k_{\max} = k_M = \frac{K_{\text{ТК}}}{m_{\text{сн}} \delta_{\text{вр}}}$ ;  $k_{\min} = \frac{K_{\text{ТК}}}{m_{\text{н}} \delta_{\text{вр}}}$ ;

$$a_{v\max} = a_{vm\max} = \frac{k_{\text{в}} F_a V_{a\max}}{m_{\text{сн}} \delta_{\text{вр}}}; \quad a_{v\min} = \frac{k_{\text{в}} F_a V_{a\min}}{m_{\text{н}} \delta_{\text{вр}}};$$

( $m_{\text{сн}}$ ,  $m_{\text{н}}$  – масса колесной машины, соответственно без нагрузки и с полной нагрузкой;  $V_{a\max}$ ,  $V_{a\min}$  – скорость колесной машины, соответственно максимальная и минимальная).

Уравнение модели представим в форме

$$\dot{y}_M = a_{vM} y_M + \beta + k_M q, \quad (3)$$

где  $q$  – управляющее воздействие тормозного привода эталонной модели.

Вычитая из (3) уравнение (2), после преобразований получим уравнение ошибки

$$\dot{\varepsilon} + a_{Mv} \varepsilon = (a_{vM} - a_v) y + k_M q - k\Phi(x), \quad (4)$$

где  $\varepsilon = y - y_M$  и  $\dot{\varepsilon} = \dot{y}_M - \dot{y}$  – отклонение соответственно скорости и замедления от эталонных значений при действии возмущений.

Представим уравнение (4) в форме

$$\dot{\varepsilon} + a_{vM} \varepsilon = u_0, \quad (5)$$

где  $u_0 = k_M q - k\Phi(x) + (a_{vM} - a_v) y$ .

Выберем функцию Ляпунова в виде квадратичной формы фазовой координаты

$$V = p\varepsilon^2, \quad (6)$$

где  $p$  – постоянный коэффициент.

Полная производная функции Ляпунова имеет вид

$$\dot{V} = 2p\varepsilon\dot{\varepsilon} = 2p\varepsilon(u_0 - a_{vM}\varepsilon), \quad (7)$$

Устойчивость движения основной системы относительно движения эталонной модели обеспечивается в случае, если производная функции Ляпунова неположительная. Это обеспечивается при условиях

$$2p\varepsilon(u_0 - a_{vM}\varepsilon) \leq 0; \quad (8)$$

или

$$\varepsilon(u_0 - a_{vM}\varepsilon) \leq 0. \quad (9)$$

Возможны два случая обеспечения условия (9)

$$\begin{aligned} \text{если } \varepsilon < 0 &\Rightarrow u_0 - a_{vM}\varepsilon \geq 0, \\ \text{если } \varepsilon > 0 &\Rightarrow u_0 - a_{vM}\varepsilon \leq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Запишем оба случая в другом виде

$$\begin{aligned} \text{если } \varepsilon < 0 &\Rightarrow u_0 \geq a_{vM}\varepsilon, \\ \text{если } \varepsilon > 0 &\Rightarrow u_0 \leq a_{vM}\varepsilon. \end{aligned} \quad (11)$$

Раскрывая в (11) значение  $u_0$ , запишем

$$\begin{aligned} \varepsilon < 0 &\Rightarrow k_M q + (a_{vM} - a_v) y - k\Phi(x) \geq a_{vM} \varepsilon \\ \varepsilon > 0 &\Rightarrow k_M q + (a_{vM} - a_v) y - k\Phi(x) \leq a_{vM} \varepsilon. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем обозначения:

$$q = \delta + \gamma, \quad (13)$$

$$x = \delta + \xi, \quad (14)$$

где  $\gamma = y \frac{1}{k}$  – сигнал обратной связи;  $\delta$  – разница задающего сигнала и сигнала обратной связи;  $\xi$  – корректирующее воздействие регулятора.

На корректирующее воздействие регулятора  $\xi$  наложено ограничение вида

$$0 \leq \xi \leq \Phi(x) = M.$$

Соотношения (12) с учетом (13) и (14) приобретут вид

$$\begin{aligned} \text{если } \varepsilon < 0, \text{ то} \\ k_M \delta + k_M \gamma + (a_{vM} - a_v) y - k\Phi(\delta + \xi) &\geq a_{vM} \varepsilon \\ \text{если } \varepsilon > 0, \text{ то} \end{aligned} \quad (15)$$

$$k_M \delta + k_M \gamma + (a_{vM} - a_v) y - k\Phi(\delta + \xi) \leq a_{vM} \varepsilon.$$

Разрешим неравенства (15) относительно функции  $\Phi(\delta + \xi)$

если  $\varepsilon < 0$ , то

$$\Phi(\delta + \xi) \leq \frac{k_M}{k} \delta + \frac{k_M}{k} \gamma + \frac{(a_{vM} - a_v)}{k} y - \frac{a_{vM}}{k} \varepsilon; \quad (16)$$

если  $\varepsilon > 0$ , то

$$\Phi(\delta + \xi) \geq \frac{k_M}{k} \delta + \frac{k_M}{k} \gamma + \frac{(a_{vM} - a_v)}{k} y - \frac{a_{vM}}{k} \varepsilon.$$

Нелинейную функцию  $\Phi(\delta + \xi)$  можно представить как произведение двух сомножителей

$$\Phi(\delta + \xi) = \eta(x) \cdot (\delta + \xi), \quad (17)$$

где  $\eta(x)$  – коэффициент передачи.

В этом случае при ограниченных сигналах  $\delta$  и  $\xi$  условие (16), с учетом (17), можно записать в следующей форме:

если  $\varepsilon < 0$ , то

$$\xi \leq \frac{(a_{vM} - a_v)}{k\eta(x)} y + \frac{k_M}{k\eta(x)} \gamma + \frac{k_M}{k\eta(x)} \delta - \delta - \frac{a_{vM}}{k\eta(x)} \varepsilon; \quad (18)$$

если  $\varepsilon > 0$ , то

$$\xi \geq \frac{(a_{vM} - a_v)}{k\eta(x)} y + \frac{k_M}{k\eta(x)} \gamma + \frac{k_M}{k\eta(x)} \delta - \delta - \frac{a_{vM}}{k\eta(x)} \varepsilon.$$

Выражения (18) позволяют найти алгоритм настройки регулятора

$$\begin{aligned} \varepsilon < 0 &\Rightarrow \xi \leq B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta - C_1 \varepsilon \\ \varepsilon > 0 &\Rightarrow \xi \geq B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta - C_1 \varepsilon, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{где } B_0 = \frac{a_{vM} - a_v}{k\eta(x)}; \quad B_1 = \frac{k_M}{k^2\eta(x)};$$

$$C_0 = \frac{k_M}{k\eta(x)} - 1; \quad C_1 = \frac{a_{vM}}{k\eta(x)}.$$

Алгоритм настройки регулятора (19) можно записать с использованием функции знака

$$\begin{aligned} B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta - C_1 \varepsilon \cdot \text{sign}(\varepsilon) &\leq \xi \\ \xi &\leq B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta + C_1 \varepsilon \cdot \text{sign}(\varepsilon), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{где } \text{sign}(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{при } \varepsilon > 0; \\ 0 & \text{при } \varepsilon = 0; \\ -1 & \text{при } \varepsilon < 0, \end{cases} \text{ – функция знака.}$$

Соотношение (20) определяет область устойчивости системы. Графическое представление областей состояния системы, с учетом ограничений на управляющее воздействие и без наложения ограничений на ошибку  $\varepsilon$ , приведено на рис. 1.

Для обеспечения непрерывности решения (20) функцию знака  $\text{sign}(\varepsilon)$  следует заменить функцией насыщения:

$$\text{sat}(k_1 \varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{при } k_1 \varepsilon > 0; \\ k_1 \varepsilon & \text{при } |k_1 \varepsilon| \leq 1; \\ -1 & \text{при } k_1 \varepsilon < 0, \end{cases} \quad (21)$$

где  $k_1$  – постоянный коэффициент, который желательно выбирать большим с целью приближения к релейному управлению.

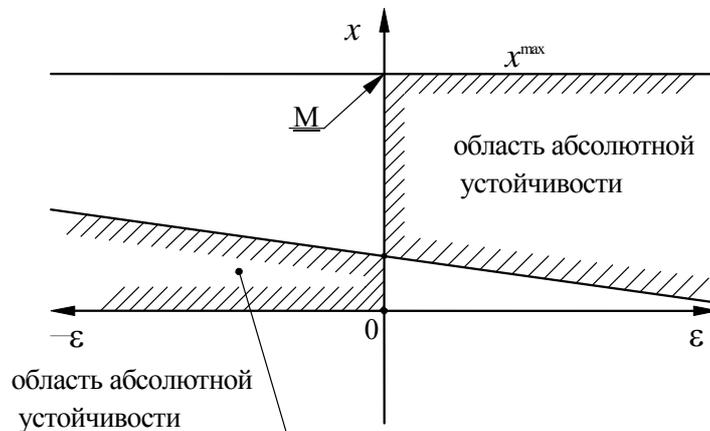


Рис. 1. Область абсолютной устойчивости автоматической системы управления системы в параметрах  $\varepsilon$  и  $\xi$

В силу (21) выражение (20) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta - C_1 \varepsilon \cdot \text{sat}(k_1 \varepsilon) &\leq \xi \\ \xi &\leq B_0 y + B_1 \dot{y} + C_0 \delta + C_1 \varepsilon \cdot \text{sat}(k_1 \varepsilon). \end{aligned} \quad (22)$$

### Вывод

На основе анализа полученного алгоритма управления системы установлено, что область устойчивого состояния системы управления при нестационарности основной системы и нелинейности управляющего воздействия в виде его ограничения определяется величиной и знаком ошибки  $\varepsilon$ , пределами ограничения управляющего воздействия регулятора  $\xi$ , параметрами движения  $y, \dot{y}$  и конструкции  $a_v, k$  колесной машины.

### Литература

1. Антонов В.Н. Адаптивные системы автоматического управления : учеб. пособие / В.Н. Антонов, А.М. Пришвин, В.А. Терехов, А.Э. Янчевский ; под ред. В.Б. Яковлева. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. – 204 с.
2. Громько В.Д. Самонастраивающиеся системы с моделью / В.Д. Громько, Е.А. Санковский. – М. : Энергия, 1974. – 80 с.
3. Ревин А.А. Автомобильные автоматизированные тормозные системы : технические решения, теория, свойства : монография / А.А. Ревин. – Волгоград : Изд-во института качества, 1995. – 160 с.
4. Ахметшин А.М. Адаптивная антиблокировочная тормозная система колесных машин : автореф. дис. на соискание учен. степени докт. техн. наук : 05.05.03 «Колесные и гусеничные машины» / А.М. Ахметшин. – М., 2003. – 36 с.
5. Богомолов В.А. Создание и исследование систем управления торможением автотранспортных средств: автореф. дис. на соискание учен. степени докт. техн. наук : 05.22.02 «Автомобили и тракторы» / В.А. Богомолов. – Харьков, 2001. – 36 с.
6. Туренко А.Н. Адаптивное тормозное управление колесных машин / А. Н. Туренко, С.Н. Шуклинов // Журнал автомобильных инженеров. – 2010. – №5 (64). – С. 18 – 21.

Рецензент: М.А. Подригало, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 11 мая 2011 г.