**REMAT***Revista Eletrônica da Matemática**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul*

Atividades investigativas desenvolvidas com alunos do Ensino Médio

Ludmila Maccali¹

Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

ludmilamaccali@yahoo.com.br

Marli Teresinha Quartieri

Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

mtquartieri@univates.br

Daniela Saldanha

Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

autor2@email.br

Bruna dos Santos

Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

bdsantos@outlook.com

Ieda Maria Giongo

Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

igiongo@univates.br

Resumo

Neste trabalho realizou-se uma intervenção pedagógica que teve como objetivo geral proporcionar atividades de investigação matemática utilizando os conteúdos de álgebra, de produtos notáveis e de equações de 2º grau, possibilitando ao educando análises e escritas de conjecturas sobre os temas abordados. Esta pesquisa desencadeou uma abordagem qualitativa, na qual para coleta de dados foram consideradas as observações dos educandos durante a realização das atividades, além de um diário de campo dos alunos e do professor. Além disso, para a análise dos resultados emergentes gravou-se o áudio de todas as aulas. As atividades foram pensadas e organizadas visando à possibilidade do surgimento de diversas conjecturas por parte dos discentes, proporcionando-se momentos de discussões entre os grupos de alunos, além de testes das conjecturas formuladas pelos mesmos. Por último oportunizou-se a apresentação das hipóteses comprovadas pelos grupos, bem como a avaliação dos resultados obtidos. Como resultados, evidenciou-se que as atividades de investigação matemática auxiliaram na potencialidade do trabalho em grupo, e que os educandos encontraram diferentes estratégias para as resoluções das atividades.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Escrita de Conjecturas. Trabalho em Grupo.

Abstract

In this work took place a pedagogical intervention that had, as a general goal, to provide mathematical investigation activities using the subjective of algebra, notable products and second degree equations, enabling, to the professors, analysis and writings about the themes approached. This research initiated a qualitative approach in which, for the data collection, the observations of the teachers were considered during the realization of the activities. A field diary for students and teachers was also used. Besides that, for the analysis of the emergent results, audios were recorded in all classes. The activities were thought and organized seeking the emergence of different conjectures by the students, providing them discussion moments among the groups and

¹ Bolsista do Observatório da Educação onde se discutem diferentes tendências para o ensino da Matemática: Etnomatemática, Modelagem Matemática e Investigação Matemática.

the possibility of testing the conjectures formulated by them. At last, the presentation of the hypothesis created by the groups took place together with the evaluation of the results. As results for this research, it was clear that the mathematical investigation activities helped to potentialize the group work and that the teachers found different strategies to solve the activities.

Keywords: Mathematical Investigation. Writing of Conjectures. Work Group.

1. Introdução

O ensino da Matemática vem se caracterizando por diferentes momentos ao longo dos anos. É importante destacar que esta disciplina tem papel fundamental na formação integral do ser humano, pois é através dela que se torna possível desenvolver habilidades cognitivas nos educandos. Compete destacar que para o ensino da matemática existem diversas tendências que possibilitam resultados promissores no ensino e aprendizagem dos alunos. Uma dessas tendências é o campo da investigação matemática, que permite ao aluno ser descobridor de seus conhecimentos, formulando suas próprias conjecturas durante atividades propostas pelo educador. Justifica-se a escolha do tema de pesquisa investigação matemática para oportunizar a alunos o desenvolvimento de atividades que os desafiem a pensarem e discutirem em grupos conjecturas acerca de atividades investigativas. Ademais, este trabalho está vinculado à pesquisa do Observatório da Educação intitulado “Estratégias Metodológicas visando à Inovação e Reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”, que conta com apoio financeiro da Coordenadoria de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES). O objetivo de tal pesquisa é problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à implementação de práticas pedagógicas inovadoras e reorganização curricular da disciplina matemática em escolas de Educação Básica que possuem considerável distância entre o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) relativo à 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano, onde se discutem diferentes tendências para o ensino da matemática: etnomatemática, modelagem matemática e investigação matemática.

Neste contexto, realizou-se uma intervenção pedagógica que teve como problema de pesquisa: como os alunos do 1º ano do Ensino Médio formulam e escrevem suas conjecturas sobre atividades de investigação relacionadas com o conteúdo da álgebra, produtos notáveis e equações de segundo grau? E o objetivo geral deste trabalho foi proporcionar atividades de investigação matemática utilizando os conteúdos de álgebra, de produtos notáveis e equações de 2º grau, possibilitando ao educando análises e escritas de conjecturas sobre os temas abordados. Para tanto, os objetivos específicos do trabalho foram: possibilitar aos educandos momentos de trabalho em grupo para a socialização de atividades de investigação e incentivar a escrita matemática sobre as conjecturas que os alunos desenvolvem no decorrer das atividades.

A pesquisa foi desenvolvida com duas turmas de alunos do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola pública da região do Vale do Taquari no Rio Grande do Sul. Uma das turmas era composta por 12 alunos, sendo 4 do sexo feminino e 8 do sexo masculino. A faixa etária desta

turma variava entre 15 e 17 anos. A outra turma em questão possuía alunos com faixa etária entre 15 e 16 anos, sendo que a turma era composta por 18 alunos, 8 do sexo feminino e 10 do sexo masculino. As práticas aconteceram durante quatro semanas, totalizando 11 períodos em cada turma. Salienta-se que o trabalho desenvolvido vinculou-se à disciplina de Pesquisa em Ensino e Estágio Supervisionado do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS.

2. Referencial teórico

De acordo com Ponte et al. (2009), a investigação matemática se caracteriza por procurar conhecer aquilo que se coloca como incógnita. Investigar para os autores equivale a pesquisar, inquirir. Na investigação matemática, segundo eles, o objetivo está para além de resolver o problema, ele se encontra na possibilidade de realizar outras descobertas, já que elas se revelam tão ou mais importantes que a ação de solucioná-lo.

Na investigação matemática as atividades realizadas em sala de aula, com os alunos são mais flexíveis. De acordo com Ponte et al., (2009) os problemas se apresentam de forma aberta, proporcionando aos alunos a descoberta de novos saberes. Nesta tendência, para os autores, a questão que emerge inicialmente pode não estar bem definida, por isso cabe ao investigador dar-lhe significado. Desta forma com uma conjectura (hipóteses) pode-se chegar a diferentes conclusões.

Na realização de uma investigação matemática há quatro momentos fundamentais, que são mediados pelo professor. O planejamento das atividades marca o ponto inicial. O segundo momento é constituído pela formulação de conjecturas. O terceiro momento diz respeito à avaliação do processo do trabalho investigativo. E o último, propõe-se a discutir o trabalho realizado (PONTE et al., 2009). Estes mesmos autores demonstram atividades que contemplam estes quatro momentos no Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problema • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte et al. (2009, p. 21).

O professor nas aulas de investigação matemática tem a função de mediador. Dessa forma

ele possibilita ao aluno descobrir suas conjecturas. Compete ao docente conduzir este tipo de atividade, instigando e desafiando o aluno na realização das atividades propostas. É fundamental que o contexto em que o discente esteja inserido seja acolhedor, propiciando momentos que possa expressar sua opinião, bem como suas conjecturas. Para Skovsmose (2008, p. 37) “A tarefa é tornar possível que alunos e professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora”.

Para a realização das atividades de investigação matemática em sala de aula, percebe-se a necessidade do aluno interagir com seus colegas para conseguir resolver as atividades propostas. Há necessidade de o aluno trabalhar em grupo e discutir seus argumentos. Além disso, o trabalho em grupo potencializa discussões. O aluno que se sente com algumas limitações poderá discutir sobre suas dúvidas com os demais colegas, assim enriquecendo sua aprendizagem tornando-a mais significativa. De acordo com Ponte et al. (2009, p. 30):

A situação de trabalho em grupo potencia o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.

Além disso, o trabalho em grupo possibilita momentos de discussões, no qual um aluno que sabe mais pode auxiliar aquele que sabe menos. Compete destacar que se faz necessária a formação de pequenos grupos, pois nesta perspectiva, o educando sente-se mais a vontade para tirar suas dúvidas com os demais colegas, assim enriquecendo sua aprendizagem. Há uma necessidade especial perceptiva de o aluno trabalhar em grupo e discutir seus argumentos:

Uma discussão em pequenos grupos é uma técnica de implementação de aprendizagem que permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas. O ambiente dos pequenos grupos é menos ameaçador, fazendo com que eles se sintam mais confiantes e confortáveis para expor e discutir ideias, chegando com maior facilidade a uma posição consensual, se esse for o objetivo (DEAQUINO, 2008, p. 37).

3. Metodologia

Este trabalho baseou-se em uma abordagem qualitativa, no qual foram analisadas quais as conjecturas que alunos de duas turmas de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Vale do Taquari/RS desenvolviam durante a realização de atividades acerca dos conteúdos de álgebra, equações de segundo grau e produtos notáveis. Para análise dos dados, durante a realização das atividades, solicitou-se que cada grupo de alunos mantivesse consigo um diário de campo para anotarem e descreverem suas conjecturas, além disso, anotações em um diário de campo do professor foram realizadas. Também, gravou-se o áudio de todos os encontros, os quais foram transcritos posteriormente, para análise das discussões que emergiram nos grupos de trabalho. Neste contexto, os dados qualitativos podem dar suporte a uma boa análise dos resultados obtidos. “Eles não incluem contagens e medidas, mas sim praticamente qualquer forma de

comunicação humana – escrita, auditiva ou visual; por comportamento, simbolismos ou artefatos culturais” (GIBBS, 2009, p. 17).

4. Resultados e discussões

Nesta seção apresentam-se os resultados emergentes de uma das cinco atividades que foram desenvolvidas com os alunos do 1º ano do Ensino Médio. Em um primeiro momento, nas atividades o objetivo foi realizar questões que possibilitassem o surgimento de diversas conjecturas por parte dos discentes. Concomitante a isto se proporcionou momentos de discussões entre os grupos de alunos, além de testes das conjecturas formuladas pelos mesmos. Por último, potencializou-se a apresentação das hipóteses evidenciadas pelos grupos, bem como a avaliação dos resultados obtidos. O Quadro 2 mostra uma das atividades realizadas pelos alunos apropriando-se do conteúdo de produtos notáveis, nesta os discentes deveriam formular conjecturas acerca das figuras formadas por expressões como: $4x^2 + 2x$, $8b^2 + 7ab + a^2$. Para esta atividade foram utilizadas peças quadradas grandes e pequenas, além de peças retangulares.

Quadro 2 – Atividade 2.

Nesta atividade serão necessários os seguintes materiais:

- 6 peças de forma quadrada medindo, cada uma, 12cm de lado;
- 15 peças de forma retangular medindo, cada uma, 12cm por 2cm de lado;
- 24 peças de forma quadrada medindo, cada uma, 2cm de lado;

1) Usando para a medida da peça quadrada maior o valor de a e o lado da peça quadrada menor b , montar as seguintes figuras que têm as seguintes expressões por área. Não vale sobrepor peças e entre elas deverá ter pelo menos um lado em comum.

a) $3a^2 + 5ab + 3b^2$

b) $8b^2 + 7ab + a^2$

2) Para esta atividade considerar o lado do quadrado maior x e o lado do quadrado menor 1. Construir retângulos ou quadrados que satisfaçam as expressões algébricas a seguir. Em cada caso escrever a medida da base e da altura do retângulo ou quadrado resultante.

a) $x^2 + 4x$

b) $4x^2 + 2x$

c) $3x^2 + 5x$

d) $x^2 + 4x + 4$

e) $x^2 + 8x + 16$

f) $x^2 + 5x + 4$

g) $x^2 + 6x + 8$

h) $2x^2 + 14x + 20$

i) $4x^2 + 8x + 4$

Analisando os dados obtidos o que podemos concluir, sobre:

a) $ax^2 + b$

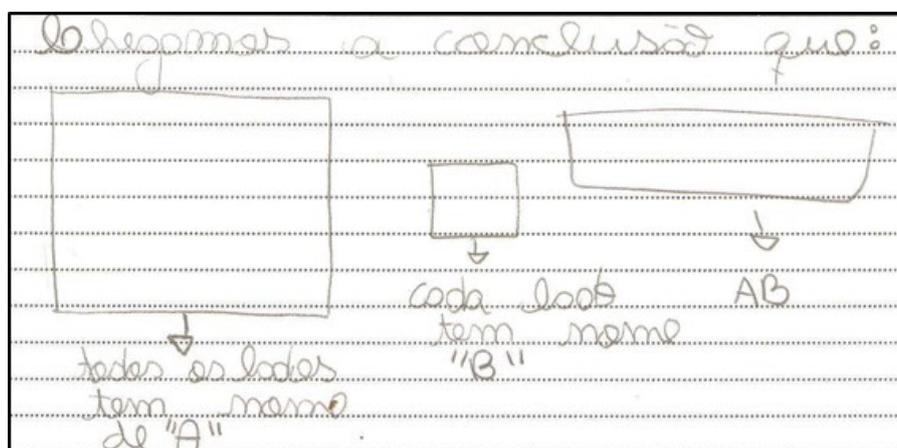
b) $ax^2 + bx + c$

Fonte: Adaptado de QUARTIERI et al. (2011).

Antes de iniciar as atividades de investigação matemática, foi explicado aos educandos no que consistia uma Investigação, orientando-os que sempre que precisassem de ajuda perguntassem aos demais colegas, mas que tentassem ler, interpretar e discutir nos grupos cada questão.

No início das atividades os alunos apresentavam dificuldades em relação à interpretação das questões iniciais. Esse fato ocorreu em ambas as turmas; sendo assim foi questionado aos alunos acerca do que a questão solicitava. A discussão em grupo possibilitou aos educandos uma melhor compreensão do que poderiam fazer, com auxílio e ajuda de todos os colegas. Os alunos, em um primeiro momento, representaram o suposto valor dos lados das figuras. Este fato corrobora Ponte et al. (2009), que ressaltam a importância do trabalho e discussões das atividades em grupo. A Figura 1 mostra os valores que um dos grupos representou para cada lado das figuras.

Figura 1 – Valores dos lados das figuras representado por um dos grupos.



Fonte: Arquivo pessoal.

Em seguida, realizavam a construção das figuras. Alguns grupos já escreviam sobre como haviam pensado, enquanto outros apenas realizavam as construções. Na Figura 2 apresentam-se as conjecturas que foram formuladas por um dos grupos, acerca da montagem das figuras das seguintes expressões por área: $3a^2 + 5ab + 3b^2$ e $8b^2 + 7ab + a^2$.

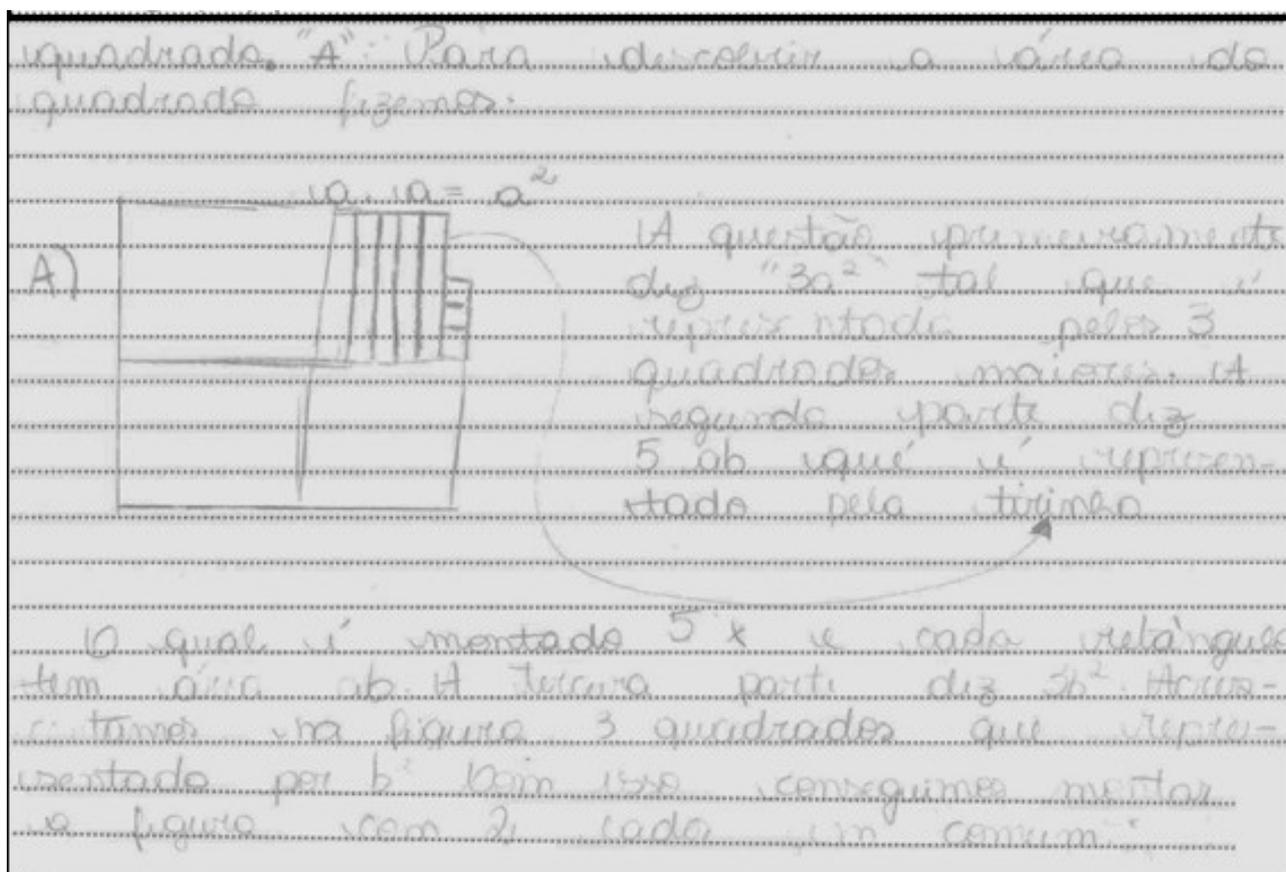
Depois do entendimento da primeira atividade, a segunda ficou mais fácil. Em algumas questões evidenciou-se um pouco mais de dificuldades, mas o entendimento e a formulação de conjecturas foram comprovados. Outro fator importante de destacar sobre as conjecturas dos educandos, é em relação à formação de figuras; os alunos questionavam sobre as diferenças entre as figuras construídas nos diferentes grupos. Surgiram questões como:

- A1: nossa figura ficou diferente.
A2: tá errado assim?

Discussões emergiram nas turmas, e assim, foram analisadas no grande grupo quais eram as figuras diferentes. Durante estas discussões foi questionando sobre como se poderia calcular

suas áreas. Na atividade que solicitava aos alunos analisar os dados obtidos e chegar a alguma conclusão, os grupos não discutiam muito, pois diziam não entender o que deveriam escrever. A mediadora da situação solicitou que analisassem e escrevessem o que estavam comentando nos grupos. Nesta atividade os alunos apresentaram dificuldades, pois diziam que só tinham letras na questão. Alguns grupos levaram em consideração que onde aparecia x^2 remetia-se as peças quadradas maiores, onde apareceria apenas o x seriam as peças retangulares, assim a letra c seria a peça quadrada menor. Alguns grupos disseram ser impossível obter alguma conclusão sobre esta atividade, pois faltavam dados na questão.

Figura 2 – Conjeturas formuladas pelos alunos acerca da montagem das figuras das seguintes expressões por área: $3a^2 + 5ab + 3b^2$ e $8b^2 + 7ab + a^2$.



Fonte: Arquivo pessoal.

Pode-se perceber que durante a realização das atividades os grupos já interagiam mais para a elaboração de suas conjecturas. As discussões foram importantes, pois um ajudava o outro, com ideias e argumentação acerca dos resultados.

5. Considerações finais

Neste trabalho evidenciou-se alguns fatores pertinentes no decorrer da realização das atividades de investigação matemática. Os alunos demonstraram criatividade para formulação das conjecturas, descrevendo-as com mais facilidade. É importante destacar que nestas atividades,

potencializou-se o trabalho em grupo, pois os alunos expressavam suas opiniões para os colegas. Durante as problematizações de cada grupo, emergiram diversas discussões, o que propiciou a interação de todos os alunos. Concomitante à realização das atividades, os diversos grupos tiveram a oportunidade de apresentar aos demais colegas suas hipóteses formuladas, assim constatou-se que, em atividades de investigação matemática podem emergir diversas respostas.

Neste contexto, a Investigação realizada corrobora com os autores Ponte et al. (2009), pois oportuniza aos educandos momentos para discussões e apresentações das conjecturas formuladas, mostrando para os mesmos que não há uma única resposta correta, oportunizando a todos o envolvimento nas discussões e comparações dos resultados. As atividades de investigação matemática neste contexto tiveram papel fundamental, pois potencializaram as escritas matemáticas dos educandos que, no início eram pouco fluentes, além da oportunidade dos alunos agirem como matemáticos, formulando e testando conjecturas.

Referências

DEAQUINO, Carlos Tasso Eira. **Como aprender**: andragogia e as habilidades de aprendizagem. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

GIBBS, Graham. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

PONTE, João. P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

QUARTIERI, Marli Teresinha; GIONGO, Ieda Maria; REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. **Problematizando a Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental**: Módulo II. 2011. (Curso de curta duração ministrado/Extensão).

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.