

## Análisis de la eficacia de un propuesta de intervención para disminuir las misconceptions en matemáticas

### *Analysis of efficacy of a proposed intervention to reduce misconceptions in mathematics.*

**Yazna Cisternas Rojas**

*Escuela de Pedagogía. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile*

**María Dolores Gil Llarío**

*Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Facultad De Psicología. Universitat de València, España*

#### **Resumen**

Las misconceptions son ideas erróneas que los estudiantes aportan al aprendizaje y que se originan ya sea por un esquema cognitivo inadecuado o una práctica pedagógica inapropiada. La investigación realizada tuvo como objetivo evaluar la disminución de misconceptions asociada a la resolución de tareas referidas al ámbito de multiplicación y división dado el contexto de aplicación de un programa de intervención en Chile. Se evaluó su efecto sobre problemas con texto y cálculo, como así también la variabilidad de errores debido al desarrollo de misconceptions. La muestra se compuso de 368 estudiantes de cuarto año de escuelas públicas chilenas, de los cuales 122 asistieron a escuelas donde se aplicó el programa de forma regular en la asignatura de matemáticas. Los resultados indicaron un efecto positivo: el rendimiento matemático de alumnos que participaron del programa fue superior al de los estudiantes que aprendieron matemáticas de forma tradicional ( $p < .05$ ). El número de errores de los estudiantes que participaron en el programa fue significativamente menor al que tenían antes de iniciar el programa. Además se comprobó que tras la intervención, los estudiantes disminuyeron sus errores en problemas de texto con y sin apoyo de representación, con y sin cálculo y en lo referido a propiedades.

**Palabras clave:** intervención; misconceptions; resolución de problemas; multiplicación-división.

#### **Abstract**

*The misconceptions are misconceptions that students bring to learning and which originate either by an inadequate cognitive schema or inappropriate pedagogical practice. The research aimed to evaluate the decrease of misconception associated with the resolution of tasks relating to the field of multiplication and division given the context of implementation of a program of intervention in Chile. Its effect was evaluated on text and calculation problems, as well as variability errors due to the development of misconception. The sample consisted of 368 students 4th basic grade from public school .122 attended schools where the PAC regularly applied in the mathematics. The results indicated a positive effect of the program: the mathematical performance of students who participated to this program was higher than students who learned traditional math ( $p < .05$ ). The errors of the students who participated in the program was significantly lower than they had before starting the program. Furthermore it was established that after the intervention, students decreased their errors in text problems with or without support, with and without calculation in respect of properties.*

**Keywords:** Intervention; misconceptions; problems, multiplication-division.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las misconceptions son ideas no exactas que el estudiante aporta a su aprendizaje (Kaut, 2013) y responden a interpretaciones creadas sobre la base de las convicciones desarrolladas a través de un aprendizaje y por tanto, se consideran fruto de un conocimiento (Sbaragli y Santi, 2011).

Gal-Ezer & Zur (2004) plantean que el origen de las misconceptions o ideas erróneas está en un considerable número de reglas intuitivas que elaboran los estudiantes cuando tratan de aprender conocimiento nuevo. Los niños y niñas no suelen tener consciencia de cómo se explican los fenómenos y esta ausencia de marco explicativo impide que cuestionen lo que saben y permite asimilar nueva información a su estructura conceptual: es este tipo de aprendizaje por asimilación, el que parece constituir la base de la creación de misconceptions. En matemáticas, frecuentemente, se presentan misconceptions y estas pueden ocasionar graves problemas, si no son resueltas, en la trayectoria educativa de los estudiantes (Ayyildiz & Altun, 2013; Biber, Tuna & Korkmaz, 2013; Cueli, García & González-Castro, 2013; McGuire, Kinzie & Berch, 2012; González-Pienda & otros, 2012; Ashlock, 2002). Es por ello, que la comprensión y el uso de estrategias efectivas para ayudar a los estudiantes a evitar las misconceptions y disminuir los errores es uno de los aspectos más importantes para el conocimiento del contenido matemático (Russell, O'Dwyer, & Miranda, 2009).

64

Una de las principales dificultades que pueden originar misconceptions en los estudiantes son los déficits en el almacenamiento y la recuperación de hechos matemáticos (Geary, 2007). Las consecuencias de este problema han sido documentadas por Wilson & Dehaene (2007) quienes plantean que el estudiante es incapaz de centrar su atención en nuevos objetos de conocimiento y seguir nuevas instrucciones cuando carecen de una buena memoria de trabajo. Además Krawec (2012) ha indicado que estudiantes de bajo rendimiento o diagnosticados con dificultades en matemática, son menos hábiles en el parafraseo y poseen dificultades para representar a nivel visual un problema matemático. Ante este panorama, se deben tener en cuenta algunos principios en la enseñanza, como son la importancia de una instrucción explícita y el diseño instruccional dirigido que junto a métodos de E/A estructurados pueden mejorar los resultados de los estudiantes con dificultades en la asignatura.

La enseñanza de las matemáticas no puede sustraerse de las exigencias de las normativas que cada gobierno establece con respecto a la educación básica de sus ciudadanos. El currículum oficial, como expresión de lo que un estado considera que sus ciudadanos deben aprender, determina el énfasis con que se trabajan los diferentes objetivos y contenidos académicos de la enseñanza básica (Goizueta & Planas, 2013; Waissbluth, 2013, 2010; Sepúlveda, Pimienta & Villagra, 2012). En este contexto, Chile avanza en los últimos años reformulando el currículum de la asignatura de matemáticas, y centrando la enseñanza de las operaciones aritméticas en el primer ciclo básico, es decir, de 1° básico a 4° básico (7-10 años) (Ministerio de Educación, Chile, 2013, 2004). Para disminuir la brecha de rendimiento académico entre las escuelas públicas municipales y privadas, se generó un programa de intervención denominado Programa de Apoyo Compartido (Raczynski, Muñoz, Weinstein & Pascual, 2013; Weinstein, Fuenzalida & Muñoz, 2010; Oliva, 2008) que se basa en cinco líneas de trabajo y una de ellas es la implementación efectiva del currículum. Para lo anterior, provee una planificación anual de los aprendizajes y un plan específico de cada una de las clases de matemáticas, además de variados recursos evaluativos. La programación detalla qué estrategias deben ser usadas en cada momento de la clase: el objetivo de la sesión que debe ser comunicado a los estudiantes, el tiempo que se estima pertinente para cada acción a realizar, las intervenciones precisas que debe ejecutar el docente y los materiales que han de tenerse en cuenta.

El objetivo de este estudio es analizar la eficacia de esta propuesta de intervención en cuanto a su capacidad para disminuir las misconceptions de los estudiantes y mejorar su rendimiento matemático. Existen escasas investigaciones que describan las dificultades del alumnado en este campo y este estudio contribuye a mejorar los enfoques metodológicos para la E/A de las matemáticas por parte de los docentes.

## 2. MÉTODO

### 2.1 PARTICIPANTES

Participaron un total de 368 estudiantes de cuarto año básico (61.1% damas, 38.9% varones) con una media de edad de 10.9 años. Los estudiantes fueron evaluados en dos momentos, al inicio y al final del período académico y pertenecen a la totalidad de escuelas públicas (13 establecimientos) de la comuna de Quillota, Chile. Hubo mortandad muestral entre las medidas pre y post

intervención, terminando el estudio con 264 alumnos. Cinco establecimientos de los trece participaron voluntariamente en la condición experimental. Las familias de los alumnos poseen un nivel socioeconómico medio-bajo.

## 2.2 INSTRUMENTOS

Tras la obtención de los permisos correspondientes en cada uno de los centros escolares se consideraron las siguientes pruebas:

**MATEMÁTICAS.** Para conocer el rendimiento matemático global de los estudiantes en la asignatura se utilizaron los resultados de los estudiantes en la prueba MATEMATICAS en sus versiones paralelas. Esta evaluación consta de 18 ítems de 4 alternativas con respuesta única centrados en el área de Números y Operaciones. El desempeño de cada estudiante se puntuó entre 1 y 100

**MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN.** Para conocer el nivel de competencia de los estudiantes en el área específica de multiplicación y división se usó el instrumento diseñado ad hoc MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN en sus dos versiones paralelas. Esta prueba consta de 18 ítems puntuados entre 1 y 100. La validez se evaluó comparando los resultados obtenidos con la prueba que mide rendimiento global (MATEMÁTICAS) y las calificaciones escolares, obteniendo correlaciones significativas con ambas pero de forma superior con el instrumento del rendimiento global (0.286\*\*). La fiabilidad obtenida es 0.746. Este instrumento consta de dos escalas, la primera evalúa el rendimiento en determinados tipos de problemas (texto y cálculo, texto con y sin representación) y el segundo evalúa los tipos de errores o *misconceptions* (sumar cuando debía multiplicar o dividir, restar cuando debía multiplicar o dividir, que invierta la operación, es decir: que multiplique cuando debía dividir o inversa, que no sepa qué operación debe realizar, que a pesar que ha discriminado la operación calcule con error).

## 2.3 PROCEDIMIENTO

Al inicio del curso se aplica MATEMÁTICAS y MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN. Durante el año académico, las cinco escuelas participantes aplicaron el programa de intervención de forma regular mientras que los restantes establecimientos aplicaron metodologías tradicionales. Al finalizar el año académico, se aplicó nuevamente MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN, MATEMÁTICAS y se accedió al promedio obtenido en la asignatura por cada estudiante.

## 2.4 RESULTADOS

Nuestro objetivo fue conocer la eficacia del programa de intervención, para lo cual es necesario indagar si las posibles mejoras se deben al programa o exclusivamente a la instrucción durante un año académico. Para comprobar lo anterior se aplicaron análisis MANOVA con el objeto de analizar los posibles efectos de la intervención del programa. Se analizó el efecto *momento* comparando rendimiento antes y después del proceso instruccional, el efecto *grupo* para observar si hay diferencias entre las dos condiciones (estudiantes que participaron en el programa y los que no) y finalmente, el efecto *momento*×*grupo*, siendo ésta la información de mayor relevancia puesto que analiza conjuntamente las diferencias entre los grupos en cuanto a la envergadura de la mejora.

### 2.4.1 Eficacia global de la estrategia.

A través de MATEMÁTICAS, se observa (ver Tabla 1) que existen diferencias significativas ( $F=14.672$ ,  $p=.000$ ) entre antes y después de recibir la intervención (efecto *momento*) mostrándose mejores puntuaciones una vez finalizado el curso que en un inicio. Pero no aparecen diferencias entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto *grupo* no muestra significación estadística ( $F= 1.983$ ,  $p=.160$ ), es decir, los estudiantes que participaron en el programa no muestran diferencias estadísticamente significativas con los que no lo hicieron. Por último, tampoco la interacción conjunta de ambos efectos, *momento* × *producto* se muestra significativa ( $F=.179$ ,  $p=.672$ ). No obstante, al enfocarse solo en los campos de multiplicación y división, a través de MULTIPLICACION-DIVISIÓN, se observa que hay diferencias significativas ( $F=29.469$ ,  $p=.000$ ) entre antes y después de recibir la intervención (ver Tabla 2) mejorando ambos grupos después de un curso académico y que no existen diferencias significativas entre los grupos ( $F=3.336$ ,  $p=.069$ ). La interacción *momento*×*grupo* se observa significativa ( $F=11.411$ ,  $p=.001$ ) habiendo partido de niveles similares ambos grupos si comparamos las medias ya que la diferencia entre las medias del pre y del post en el grupo experimental es de 11.9 puntos (de 49.4 a 61.3) mientras que la diferencia entre el pre y el post en el grupo control es de 2.7 puntos (de 51.2 han pasado a 53.9). Además los alumnos del grupo experimental partían de puntuaciones más bajas que los del grupo control (49.4 frente a 51.2) y sin embargo en el post les superan (61.3 frente a 53.9) con dispersiones muy semejantes.

TABLA 1

**MANOVA en grupo experimental y control en MATEMÁTICAS**

	Pretratamiento	Postrata- miento	Efecto Momento			Efecto Grupo			Efecto Momentox Grupo		
	$\bar{X}$ (DT)	$X'$ (DT)	F	p	gl	F	P	gl	F	p	gl
Experimental	47.91	53.16	14.672	.000	1	1.983	.160	1	.179	.672	1
	(19.5)	(21.2)									
Control	51.49	55.70									
	(17.8)	(18.6)									

TABLA 2

**MANOVA en grupo experimental y control en MULTIPLICACION-DIVISIÓN**

	Pretratamiento	Postrata- miento	Efecto Momento			Efecto Grupo			Efecto Momentox Grupo		
	$\bar{X}$ (DT)	$X'$ (DT)	F	p	gl	F	P	gl	F	p	gl
Experimental	49.38	61.26	29.469	.000	1	3.336	.069	1	11.411	.001	1
	(17.2)	(19.2)									
Control	51.16	53.92									
	(17.4)	(19.1)									

68

Como se ha indicado anteriormente, el instrumento MULTIPLICACION-DIVISIÓN, en sus dos versiones paralelas, presenta diferentes tipos de tareas y patrones de errores y los datos obtenidos a nivel global se corroboran al observar los resultados parciales que ofrece el instrumento.

*2.4.2 Desarrollo de habilidades matemáticas: tipos de tareas*

La Tabla 3 presenta los resultados asociados a cada tipo de problema propuesto. Para los problemas referidos a la escala *texto* existen diferencias significativas en el efecto momento ( $F=67.29$ ,  $p=.000$ ) de lo que se concluye que tanto los estudiantes que participaron en el programa de intervención como los del grupo control mejoran en cuanto a su competencia matemática en problemas que se presentan en formato de texto. También aparecen diferencias significativas entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto grupo muestra significación estadística ( $F= 4.79$ ,  $p=.029$ ). Si observamos las medias podemos constatar que los estudiantes que participaron en el programa han mejorado más que los de metodología tradicional. Por este motivo, la interacción conjunta de ambos efectos, momento x producto también se muestra significativa ( $F=12.18$ ,  $p=.001$ ). Esto significa que el grupo experimental ha mejorado con respecto a su nivel inicial y lo ha

hecho de forma más significativa que la mejora que ha experimentado el grupo control, mostrándose que esta metodología es significativamente más eficaz que la metodología tradicional

Los resultados obtenidos en la escala *cálculo* indican que existen diferencias significativas entre antes y después de recibir la intervención ( $F=134.46$ ,  $p=.000$ ) de lo que se concluye que todos los estudiantes mejoran en cuanto a su competencia matemática en este tipo de tareas, tanto los del grupo experimental como los del grupo control. Pero, se constata que ninguna de las dos condiciones es mejor que la otra ya que no existen diferencias significativas entre los dos grupos ( $F= 2.08$ ,  $p=.149$ ). Y tampoco la interacción conjunta de ambos efectos se muestra significativa ( $F=1.23$ ,  $p=.268$ ), siendo el único tipo de tareas donde no existe mejora significativa de los estudiantes del grupo experimental sobre los del grupo control.

En el tipo de problemas *texto más representación*, existen diferencias significativas en el efecto momento ( $F= 31.16$ ,  $p=.000$ ) de lo que se concluye que todos los estudiantes mejoran en cuanto a su competencia matemática en problemas que presentan texto y representación o apoyos gráficos. Sin embargo, no existen diferencias sustanciales entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto grupo no muestra significación estadística ( $F=.000$ ,  $p=.335$ ). No así, la interacción de ambas variables, momento x producto, donde sí se observa diferenciación significativa ( $F=6.79$ ,  $p=.010$ ).

Así también, existen diferencias significativas entre antes y después de la intervención ( $F=27.43$ ,  $p=.000$ ) en problemas de *texto sin cálculo*, todos los estudiantes mejoraron su desempeño. Además, existen también diferencias significativas entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto grupo muestra significación estadística ( $F= 6.48$ ,  $p=.011$ ), es decir, los estudiantes que participaron en el programa obtienen mejores puntuaciones que los que no lo hicieron. Por último, la interacción conjunta de ambos efectos, momento x producto también se muestra significativa ( $F=17.26$  y  $p=.000$ ).

Por su parte, en problemas de *texto con cálculo* también existen diferencias significativas ( $F= 108.93$ ,  $p=.000$ ) entre antes y después de recibir la intervención (efecto momento) de lo que se concluye que los estudiantes mejoran en cuanto a su competencia matemática en problemas donde deben elegir una operación

y luego realizar un cálculo. Sin embargo, no existen diferencias sustanciales entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto grupo no muestra diferencias significativas entre los grupos ( $F=2.006$ ,  $p=.158$ ).

TABLA 3  
**MANOVA de grupo experimental y control en MULTIPLICACION-DIVISIÓN: según tipos de tareas**

		Pretratamiento	Postratamiento	Efecto Momento			Efecto Grupo			Efecto Momento x Grupo		
		$\bar{X}$	$\bar{X}$	F	P	gl	F	p	gl	F	p	gl
		(DT)	(DT)									
PROBLEMAS TEXTO	Experimental	4.28 (2.0)	6.25 (2.3)	67.296	.000	1	4.797	.029	1	12.181	.001	1
	Control	4.51 (1.9)	5.30 (2.2)									
PROBLEMAS CÁLCULO	Experimental	2.85 (1.4)	4.37 (1.7)	134.46	.000	1	2.088	.149	1	1.231	.268	1
	Control	2.78 (1.4)	4.04 (1.8)									
PROBLEMAS TEXTO + REP	Experimental	2.11 (0.9)	2.76 (1.0)	35.160	.000	1	.000	.335	1	6.791	.010	1
	Control	2.23 (0.9)	2.49 (1.0)									
PROBLEMAS TEXTO S/CAL	Experimental	2.41 (1.1)	3.26 (1.3)	27.433	.000	1	6.489	.011	1	17.264	.000	1
	Control	2.53 (1.1)	2.63 (1.2)									
PROBLEMAS TEXTO C/CAL	Experimental	3.95 (1.4)	5.75 (1.8)	108.93	.000	1	2.006	.158	1	9.138	.003	1
	Control	4.17 (1.3)	5.16 (2.0)									
PROBLEMAS PROP	Experimental	1.66 (0.9)	3.66 (1.4)	400.81	.000	1	11.106	.001	1	9.448	.002	1
	Control	1.61 (0.8)	3.07 (1.3)									

Nota: TEXTO: Presenta un texto asociado a datos que requiere comprensión para su resolución; CALCULO: sin texto asociado que explique la situación; TEXTO + REP: presenta un texto y un apoyo gráfico que complementa la información; TEXTO S/C: no requiere cálculo solo que comprenda el planteamiento del problema y seleccione la operación adecuada; TEXTO C/C: además de elegir la operación pertinente debe realizar el cálculo; PROP: evalúa la competencia en la aplicación de la multiplicación o división.

Finalmente, los resultados en la escala *propiedades* muestran que existen diferencias significativas ( $F= 400.81$ ,  $p=.000$ ) entre antes y después de recibir la intervención (efecto momento) entre todos los estudiantes. Pero el grupo que participó del programa muestra mejores resultados que el grupo que recibió una formación tradicional ya que el efecto grupo muestra significación estadística ( $F=11.106$ ,  $p=.001$ ), es decir, los estudiantes que participaron en el programa mejoran significativamente más que los que no lo hicieron lo cual se corrobora si observamos el efecto conjunto, momento x producto donde se muestran diferencias claramente significativas ( $F= 9.448$ ,  $p =.002$ ).

### 2.4.3 Desarrollo de *misconceptions*: patrones de errores.

En la Tabla 4 se observan los resultados obtenidos al efectuar análisis MANOVA en cada uno de los patrones de error que permite identificar el instrumento MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN con el objeto de verificar la eficacia del programa. Como se aprecia, todas las medias obtenidas por el grupo intervenido han disminuido a diferencia de los estudiantes del grupo control.

Los estudiantes que participaron en el programa han mejorado más que el grupo control siendo significativo ( $F= 125.65$ ,  $p=.000$ ). Sin embargo, no existen diferencias significativas entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ya que el efecto grupo no muestra significación estadística ( $F= 1.154$ ,  $p=.283$ ), pero sí, el efecto conjunto, momento x producto, que muestra significación ( $F=4,54$ ,  $p=.034$ ).

Similar situación ocurre con el error referido a restar cuando debían multiplicar o dividir. Hay diferencias significativas entre antes y después de recibir la intervención (efecto momento) en la escala referida al error de restar cuando debe multiplicar o dividir ( $F=6.28$  y  $p=.013$ ). Pero no así, el efecto grupo, donde no existen diferencias entre quienes han participado en el programa y quienes han recibido una formación tradicional ( $F= 1.48$ ,  $p=0.224$ ). Por último, la interacción conjunta de ambos efectos, momento x producto, se muestra significativa ( $F=3.95$ ,  $p< 0.05$ ).

En el caso del error referido a invertir la operación, sólo se observan diferencias significativas ( $F=7.55$ ,  $p =.006$ ) en el efecto momento, es decir, entre antes y después de recibir la intervención. Pero no así, el efecto grupo, donde no existen diferencias entre quienes han participado en el programa y quienes han

recibido una formación tradicional ( $F=7.55$ ,  $p=0.224$ ) ni tampoco hay diferenciación significativa en la interacción conjunta de ambos efectos, momento x producto, ( $F=0.67$ ,  $p=0.411$ ).

TABLA 4  
**MANOVA de grupo experimental y control en MULTIPLICACION-DIVISIÓN: según tipos de error**

		Pretratamiento	Postratamiento	Efecto Momento			Efecto Grupo			Efecto Momento x Grupo		
		$\bar{X}$	$\bar{X}$	F	p	gl	F	p	gl	F	P	gl
		(DT)	(DT)									
SUMA / MULTIPLICAR O DIVIDIR	Experimental	2.59 (1.3)	1.21 (1.4)	125.65	.000	1	1.154	.000	1	4.54	.034	1
	Control	2.49 (1.2)	1.56 (1.4)									
RESTA/ MULTIPLICAR O DIVIDIR	Experimental	1.17 (0.8)	0.86 (0.9)	6.288	0.13	1	1.481	.224	1	3.945	.048	1
	Control	1.12 (0.8)	1.09 (1.0)									
INVIERTE LA OPERACIÓN	Experimental	0.40 (0.6)	0.24 (0.4)	7.550	.006	1	.969	.326	1	.678	.411	1
	Control	0.41 (0.6)	0.33 (0.5)									
NO DISCRIMINA LA OPERACIÓN	Experimental	1.78 (1.1)	2.46 (1.5)	72.078	.000	1	2.966	.086	1	4.749	.030	1
	Control	1.75 (1.1)	2.90 (1.7)									
CALCULA CON ERROR	Experimental	0.90 (0.9)	2.34 (1.4)	255.21	.000	1	3.389	.066	1	3.089	.080	1
	Control	0.91 (0.9)	2.71 (1.6)									

NOTA: Suma/multiplicar o dividir: suma cuando debería multiplicar o dividir; Resta/multiplicar o dividir: resta cuando debería multiplicar o dividir; Invierte la operación: multiplica cuando debe dividir o viceversa; No discrimina operación: no sabe qué operación realizar; Calcula con error: a pesar que selecciona la operación correctamente, comete error en su desarrollo.

El error consistente en la dificultad para discriminar la operación, muestra que todos los estudiantes cometes más errores de este tipo después que antes ( $F=72.07$ ,  $p<.000$ ) no existiendo, diferencias significativas entre los grupos ( $F=2.96$ ,  $p=.086$ ) lo que significa que en ambos casos la confusión aumenta, es decir, que el programa de intervención no logra clarificar sus conceptos.

Por último, en lo que se refiere a la escala *calcula con error*, se observan diferencias significativas ( $F=255.2$ ,  $p=.000$ ) en el efecto momento, lo que significa que en ambos grupos el número de errores aumentó tras la intervención. Aun cuando las medias indican que los estudiantes con metodología tradicional aumentaron más los errores, no existen diferencias significativas ( $F=3.38$ ,  $p=.066$ ) en el efecto grupo y tampoco hay significancia en el efecto conjunto de momento y grupo. Si bien ambos grupos cometen más errores al finalizar la instrucción, el grupo control falla más que el grupo experimental.

### 3. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De modo general, tal y como se puede valorar a través de cada uno de los resultados en los grupos en estudio, la intervención se ha mostrado eficaz para desarrollar habilidades matemáticas en diversos tipos de problemas y disminuir las misconceptions desarrolladas en los estudiantes. Aun cuando el programa ya no está disponible, es de interés corroborar como una estrategia de E/A estructurada es una vía sólida capaz de provocar mejoras en el aprendizaje (Chia & Ng, 2010)

Los resultados obtenidos en MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN corroboran que el rendimiento de quienes participaron en el programa de intervención es superior al de quienes no participaron del programa. Ante las respuestas posibles frente a este panorama positivo y de eficacia que presenta el programa, es válido recordar la alta estructuración que lo caracteriza y las ventajas que ofrece al docente: aseguramiento de cobertura del currículum, programación anual y de clase, evaluación diagnóstica y formativa, reporte vía plataforma online acerca de los resultados de cada alumno por habilidad y contenido, además de contar con variedad y suficientes materiales manipulativos para cada estudiante. Tanto la estructuración de la estrategia como el acercamiento a la exploración de materiales didácticos aseguran el éxito en el aprendizaje matemático (Chia & Ng, 2010; Gil & Vicent, 2009; Fuchs, Fuchs & Powell, 2008).

Los estudiantes adscritos al programa de intervención mejoraron su rendimiento tanto en comparación al otro grupo en estudio como con respecto a su nivel inicial, lo que subraya el interés de considerar esta estrategia o variantes de la misma, como exitosa para la disminución de dificultades matemáticas que puedan presentar los alumnos.

Al comparar los resultados observados en función de diferentes tipos de tareas o problemas matemáticos a resolver, se puede valorar un efecto favorable en los problemas que requieren comprensión de un texto escrito siendo este un factor importante en el aprendizaje de los estudiantes y considerando los problemas de comprensión lectora que aquejan a los estudiantes. En los problemas con apoyo de representaciones o esquemas, en problemas de texto que requieren elegir operación y resolver o solo escoger la operación y en los referidos a propiedades también este programa se ha mostrado significativo en comparación a las metodologías tradicionales.

No obstante, el programa no tuvo un efecto de mejora significativo en los tipos de problemas de cálculo. Estos problemas evalúan la competencia en la aplicación del algoritmo de la multiplicación o división. Quizás esto esté relacionado con las características y el énfasis que la enseñanza de la matemática en Chile ha desarrollado: se han practicado más situaciones de comprensión de un problema que su mismo desarrollo y resolución. Se cree que las situaciones de cálculo han sido descuidadas en relación a las de texto, que seguramente han sido más trabajadas en las aulas donde se aplicó el programa. Esta situación es coincidente con lo planteado por diversos autores (Mabbot & Bisanz, 2008; Taylor, Pountney, & Malabar, 2007) quienes indican que errores de este tipo pueden deberse a atención del estudiante, disposición escrita del algoritmo, problemas en el valor posicional o símbolos, entre otros.

74

En relación con el tipo de error cometido, aun cuando los estudiantes presentan mejores índices promedio que los estudiantes de metodología tradicional en la disminución de errores, el programa no se muestra suficientemente eficaz para subsanar estas situaciones. Ante los tipos de error importantes como son sumar y/o restar en vez de multiplicar o dividir, todo el estudiantado presenta mejoras sin que aparezcan diferencias entre quienes aprenden a través de programa y quienes no. Esto indicaría que este tipo de error, consistente en recurrir a operaciones más sencillas, se va resolviendo a lo largo de la trayectoria educativa de los estudiantes, por tanto no es determinante, en esta reducción, la intervención realizada.

Lo mismo sucede con el error descrito como inversión de operación, es decir, multiplicar cuando se debe dividir o viceversa, no hay resultados que corroboren que el programa es eficaz en disminuir esta dificultad de los estudiantes.

Por lo que se refiere al error que consiste en no discriminar la operación que deben realizar, también sucede que no se constatan diferencias entre los grupos. Sin embargo, la gravedad aquí está representada en el hecho que tras un año académico los errores se han incrementado. Si tenemos presente que no es una idea errónea presente en un inicio de curso académico sino que aparece por el contrario al finalizar el período del primer ciclo básico, se trata de un problema grave, independiente de la escuela a la que asisten. De la misma forma acontece con el caso de error en el cálculo. Los grupos presentan más errores al término de la instrucción que al inicio.

Finalmente, el profesor es responsable de velar por la calidad de los aprendizajes de sus estudiantes y hace uso de los recursos didácticos que le brinda el sistema. Es así como en Chile surgió un acompañamiento altamente estructurado y con componentes capaces de afianzar el pensamiento matemático de sus estudiantes y debe ser el profesorado quien vaya adecuando estrategias similares a las características de sus estudiantes para la consecución de aprendizajes sólidos en esta asignatura.

La estrategia de intervención implementada es eficaz puesto que su sistematicidad aporta riqueza al proceso pedagógico, presenta ventajas como, por ejemplo, que los niños que participan de su implementación son más hábiles en resolver problemas de texto. Siendo así de beneficioso no soluciona problemas importantes de aprendizaje que presentan niños chilenos: no discriminar qué operación sirve para resolver un problema y aun si logran discriminar, entonces equivocan el resultado. Lejos de disminuir estas dificultades van en aumento, por tanto se entiende que los estudiantes no aprendieron cuándo debían usar la multiplicación o la división y cuándo no corresponde usarla, y el equivocarse los cálculos indica que las prácticas de ejercitación no fueron las suficientes como para que el docente reconociera esta problemática en su clase. Es decir, una vez más se pone de manifiesto la necesidad de diálogo en la clase y de evaluación permanente, los estudiantes deben poner en juego sus argumentos y el repertorio de ideas y creencias que poseen.

Para terminar, un programa de intervención como éste es beneficioso en las escuelas pero no soluciona todos los problemas subrayando las prácticas docentes susceptibles de mejorar. Creemos que los resultados obtenidos son suficientes para afirmar que la investigación válida y aporta información sobre las dificultades del estudiantado en el campo de las operaciones matemáticas y las misconceptions que están presentes en los niños y niñas.

## REFERENCIAS

- Ashlock, R. (2002). *Error Patterns in Computation. Using Error Patterns to Improve Instruction*. Upper Saddle River: Merrill Prentice Hall.
- Ayyildiz, N. & Altun, S. (2013). An Investigation of the effect of learning logs on remedying students' misconceptions concerning mathematics lesson. *H.U. Journal of education*, 28 (2), 71-86.
- Biber, C., Tuna, A. & Korkmaz, S. (2013). The mistakes and the misconceptions of the eighth grade students on the subject of angles. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1 (2), 50-59.
- Chia, N. & Ng, A. (2010). An investigation on the error patterns in computation of whole numbers committed by Singaporean children with dyscalculia. *JAASEP Spring/Summer*, 5-37.
- Cueli, M., García, T. & González-Castro, P. (2013). Autorregulación y rendimiento académico en Matemáticas. *Aula Abierta*, 41 (1), 39-48.
- Fuchs, L., Fuchs, D., Powell, S., Seethaler, P., Cirino, P. & Fletcher, J. (2008). Intensive Intervention for Students with Mathematics Disabilities: Seven Principles of Effective Practice. *Learn Disabil Q* 31(2), 79-92.
- Gal-Ezer, J. & Zur, E. (2004). The Efficiency of Algorithms – Misconceptions. *Computers & Education*, 215-226.
- Geary, D. (2007). An evolutionary perspective on learning disabilities in mathematics. *Developmental Neuropsychology*, 32, 471-519.
- Gil, M. D. & Vicent, C. (2009). Determinación de los contenidos básicos de matemáticas en educación infantil y desarrollo de una prueba de evaluación criterial. *Revista Iberoamericana de educación*, 49 (4), 1-10. <http://www.rieoei.org/deloslectores/2696.pdf>
- Goizueta, M. & Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA* 7(4), 155-170.
- González-Pienda, J., Fernández, S., Suarez, N., María, F., Tuero, E., García, T. & de Silva, E. (2012). Diferencias de género en actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza obligatoria. *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 3(1), 55-73.
- Kaut, G. (2013). A review of selected literature on causative agents and identification strategies of students' misconceptions. *Educatoria Confab* 2 (13), 79-94.
- Krawec, J. (2012). Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability. *Journal of Disabilities, Published online before print March 5, 2012*.
- Mabbott, D. & Bisanz, J. (2008). Computational Skills, Working Memory, and Conceptual Knowledge in Older Children With Mathematics Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 41, 15-28.

- Mc Guire, P., Kinzie, M. & Berch, D. (2012). Developing number, sense in Pre-K with five-frames. *Early Childhood Educ J*, 40, 213-222.
- Ministerio de Educación Gobierno de Chile. (2013). *Manual estratégico. Plan de apoyo Compartido*. Santiago: MINEDUC.
- Ministerio de Educación Gobierno de Chile. (2013). *Estándares de Aprendizaje Matemática 4° básico*. Santiago: MINEDUC.
- Ministerio de Educación Gobierno de Chile. (2004). *Implementación Curricular en el Aula Matemáticas Primer Ciclo Básico*. Santiago: MINEDUC.
- Oliva, M. A. (2008). Política educativa y profundización de la desigualdad en Chile. *Estudios Pedagógicos*, 34 (2), 207-226.
- Raczynski, D., Muñoz, G., Weinstein, J. & Pascual, J. (2013). Subvención Escolar Preferencial (SEP) en Chile: un Intento por Equilibrar la Macro y Micro Política Escolar. *REICE Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 11 (2), 164-193.
- Russell, M., O'Dwyer, L. & Miranda, H. (2009). Diagnosing students' misconceptions in algebra: Results from an experimental pilot study. *Behavior Research Methods* 41 (2), 414-424.
- Sbaragli, S. & Santi, G. (2011). Teacher's choices as the cause of misconceptions in the learning the concept of angle. *Jornal International de Estudios en Educación Matemática*, 117-157.
- Sepúlveda, S., Pimienta, J. & Villagra, C. (2012). Pensamiento del profesor de matemáticas acerca de la enseñanza y la evaluación. El caso de profesores de la Araucanía, Chile. *Revista de Evaluación Educativa*, 1 (2), 80-97.
- Taylor, M., Pountney, D. & Malabar, I. (2007). Animation as an aid for the teaching of mathematical concepts. *Journal of Further and Higler Education*, 31, 249-261.
- Waissbluth, M. (2010). *Se Acabó el Recreo. La desigualdad en educación*. Santiago: Debate.
- Waissbluth, M. (2013). *Cambio de Rumbo. Una nueva vía chilena a la educación*. Santiago: Debate.
- Wenstein, J., Fuenzalida, A. & Muñoz, G. (2010). La subvención preferencial: desde una difícil instalación hacia su institucionalización. *Fin de Ciclo*, 161-282.
- Wilson, A. & Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. *Human behavior, learning, and the developing brain: Atypical development*, 212-238.

