

УДК 004.82

DOI: 10.25559/SITITO.14.201803.616-625

КОГНИТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФОРМАЛИЗОВАННЫМ МАТЕМАТИЧЕСКИМ КОНТЕНТОМ

К.И. Костенко, А.П. Лебедева

Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Россия

THE FORMALIZED MATHEMATICAL CONTENT COGNITIVE MANAGEMENT

Konstantin I. Kostenko, Anastasiya P. Lebedeva

Kuban State University, Krasnodar, Russia

© Костенко К.И., Лебедева А.П., 2018

Ключевые слова

Когнитивное управление;
когнитивная цель;
когнитивная операция,
когнитивный синтез,
формализм представления
знаний; онтология;
математический контент;
понимание; оценивание.

Аннотация

Рассматривается задача управления формализованным математическим контентом произвольной области знаний, представляемым как онтология раздела этой области и составляющим базу первичных знаний простой структуры. Онтология включает многообразие сущностей разных типов и отношений между ними, близких к категориям и структурам математического языка. Такие знания являются точными, что позволяет разрабатывать корректные алгоритмы решения абстрактных и прикладных задач в областях знаний на основе онтологий. Под управлением контентом понимается моделирование процессов реализации произвольных когнитивных целей, адаптированных к области профессиональной деятельности. Система рассматриваемых классов когнитивных целей основана на иерархии классов слабо формализованных когнитивных целей и операций Б. Блюма, получаемой как результат разностороннего анализа процессов мышления. Реализации целей составляют алгебраические структуры сложных семантических представлений, синтезированных на основе элементов онтологии. Моделирование процессов синтеза осуществляется с использованием элементов иерархии классов операций обработки формализованных знаний, являющихся аналогами фундаментальных типов отображений из разных областей математики. Получение точных определений в работе достигается посредством сужения содержания целей из отдельных классов, обеспечивающего независимость средств, применяемых для их реализации. При этом независимость целей и операций основывается на использовании разных классов объектов в качестве исходных данных и результатов, семейств формальных операций и схем их применения для моделирования когнитивных операций и целей. Итоговую таблицу математических ассоциаций для классов целей Б. Блюма, составляют сведения о реализующих математические уточнения целей операциях в формализмах представления знаний, областях определения и значений для таких операций. Приведены описания регулярных форматов данных окрестностей и серий, схемы комбинаций формальных операций, реализующих когнитивные цели понимания и оценивания, составленные с использованием конструкций специального языка.

Keywords

Cognitive management; cognitive goal; cognitive operation; cognitive synthesis; knowledge representation formalism; ontology; mathematical content; understanding; estimation.

Abstract

Problem of the formalized mathematical content management for any given subject domain is considered. The content represented by domain ontology as the unified variety of elementary knowledge classes and relations for such classes as subject domain content. The ontology includes variety different types of entities and relations between them analogous to categories and structures of mathematical language. Such knowledge is formal that allows developing correct algorithms for the tasks' solution searching processes at abstract and applied knowledge domains based on ontologies. The content management consists in modeling the processes of realization the cognitive goals adapted to the professional activity domain. The considered

Об авторах:

Костенко Константин Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой интеллектуальных информационных систем, Кубанский государственный университет (350040, Россия, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9851-2455>, kostenko@kubsu.ru

Лебедева Анастасия Павловна, старший преподаватель, кафедра интеллектуальных информационных систем, Кубанский государственный университет (350040, Россия, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-5410-8234>, lebedeva@fpm.kubsu.ru



system of cognitive goals classes based on the weakly formalized cognitive goals hierarchy of classes introduced by B. Blum's and corresponding cognitive operations realized as result of the thinking processes versatile analysis. The cognitive goal realization makes algebraic structures for the complex semantic representations synthesized by application of ontology elements. Simulating the synthesis processes defined by regular structures of abstract knowledge processing operations extracted from hierarchy of such operations classes, analogous of fundamental types of morphisms at fundamental mathematical systems. Achieving the exact definitions in work realized at this work by narrowing the formal goals interpretation for considered system of Blum's cognitive goals classification. The independence of goals and operations based on applying the different classes of objects as goals and operations domains and ranges, different classes of mathematical operations and scenarios of simulating the cognitive goals realization processes. The resulted table of mathematical associations for B. Blum goals classification includes information about integrated mathematical specifications and abstract knowledge processing operations for knowledge representation formalisms, added by domains and ranges for such operations. Formal descriptions provided for regular formats of knowledge neighborhoods and series, examples of scenarios for formal operations combinations that realize the cognitive goals of understanding and estimation made by special language constructs.

Введение

Понятие математического контента оперирует сущностями разных типов с близкими свойствами. Они обеспечивают возможность интеграции произвольных семейств таких сущностей в связные семантические структуры, составляемых с использованием типовых схем процессов конструирования структур из элементов контента. Первичные математические знания, составляющие основу содержания заданной предметной области, естественно представляются в формате онтологии, дополненной знаниями об инструментах работы с математическими знаниями. Такое представление согласуется с моделью содержания понятий Г. Фреге, оперирующей категориями денотата (целостного именованного произвольной сущности), концепта (формализованного представления сущности) и смысла в форме отношений с другими сущностями [1,2]. Возможны разные уровни реализации онтологического подхода для задачи управления математическими знаниями. Особую роль играет классификационный уровень, решающий задачи электронных библиотек в областях математического знания [3,4,5]. Более глубокий уровень основан на лингвистических принципах и позволяет отражать сложные семантические структуры сущностей разных типов, предоставляя дополнительные возможности локализации и синтеза фрагментов областей знаний по запросам пользователей [6, 7, 8, 9].

В основе рассматриваемой далее классификации когнитивных целей лежат общие философские, лингвистические, психологические, педагогические представления о назначении процессов мышления. Классификация когнитивных целей Б. Блюма основывается на классах целей понимания, запоминания, анализа, синтеза, оценивания, обобщения и применения знаний. Эти классы соответствуют содержательно разным видам процессов мышления, но являются слабо формализованными. С этим связаны трудности непосредственного использования данной классификации в качестве базы для математического моделирования процессов решения прикладных задач [10,11,12,13]. Разносторонние средства работы с формализованными математическими знаниями предоставляют расширяемые системы компьютерной математики [14,15]. Они

обеспечивают возможность интеграции многообразий знаний и средств работы с ними, включая конструирование процессов решения математических задач. Порождающие принципы таких систем связаны с алгоритмизацией внутренних технологий представления и работы с математическим знанием, но не являются фундаментальными. Исследование математических оснований для моделирования для моделирования абстрактных и прикладных процессов решения предметных задач в произвольных областях знаний связано с использованием алгебраического и логического подходов [16,17,18]. Практическое применение разрабатываемых для этого математических систем затруднено неявным или вторичным представлением в них слабо формализуемых когнитивных, лингвистических и философских принципов для разных уровней представления знаний и процессов мышления [11].

Базовая модель первичного математического контента

Абстрактное онтологическое моделирование математической компоненты области знаний определяет содержание этой компоненты с помощью объектов трёх основных типов: имён понятий, математических формул разных типов (логико-алгебраических выражений) и бинарных отношений между элементами этих множеств. Группирование элементов указанных множеств позволяет структурировать онтологии. Это приводит к увеличению числа классов, уменьшению разнородности свойств сущностей модели и локализации представления их содержания в модели. Базовая онтологическая модель формализованного математического знания в виде когнитивной карты изображена на рисунке 1 [19,20].



Рис. 1. Базовая модель математического знания
Fig. 1. Basic model of mathematical knowledge



Класс имён понятий составляют символичные выражения (строки символов), являющиеся полными представлениями отдельных сущностей моделируемой области знаний. Формулы – это выражения логико-математического языка. Они являются представлениями формализованных знаний, допускают формальный анализ содержания и применение специальных процессов обработки формул при решении математических задач. Элементов двух заданных классов достаточно для представления произвольного математического текста как последовательности имён понятий и формул. Отношения между классами представляют значимые для специалистов смысловые связи их элементов. В математических текстах такие связи могут представляться неявно, что предполагает их дополнительную обработку. Значительная часть элементов рассмотренных классов может быть эмпирической. Она включается в онтологию как отражение опыта и неявных представлений специалистов. Вычислимую часть знаний всякой онтологии составляют дедуктивно устанавливаемые сущности, формулы и связи. Эти элементы необязательны для включения в онтологическую модель, но удобны для повышения её эффективности. Содержание понятий и формул раскрывается через отношения между ними. Многообразие отношений и полнота их представленности в онтологии определяют возможности моделирования процессов решения профессиональных задач с помощью операций синтеза структур сложных знаний. Такие операции моделируют элементы процессов мышления. Их формальные определения связаны с иерархией классов когнитивных морфизмов, адаптирующих общезначимые типы отображений абстрактных математических систем к инвариантам и концептам формализмов представления знаний [21, 22].

Базовая классификация отношений группирует их в классы отношений структуризации и интеграции. Отношения струк-

туризации моделируют связи агрегирования и подчинения близких по назначению или свойствам сущностей. Отношения интеграции определяют связи сущностей разной природы, применяемые для синтеза сложных семантических структур полных и целостных описаний ситуаций. Множества отношений каждого из двух типов структурируются собственными зависимостями, что обеспечивает их совместное использование при решении отдельных задач по онтологии. Это позволяет расширять систему основных отношений с помощью усиления и ослабления ограничений, использовать качественные и количественные шкалы степени проявления отношений.

Расширения базовой модели первичных знаний

Отнесение элементов классов имён и формул к специальным классам связано с ролями семейств первых и вторых элементов пар отношений между такими элементами. Расщепление класса имён сущностей на подклассы элементарных понятий, типов понятий и типов значений понятий позволяет обозначить новые свойства имён. Специальные классы имён связаны с именованием формул и типов формул. Такие имена позволяют моделировать классификацию типов формул, включающую алгебраические и логические формулы, формулы выражения значений (равенства и уравнения), формулы условия, правила, мнемонические обозначения понятий. Связи фрагментов формул с именами понятий моделируются специальным классом произведения классов формул. Пример когнитивной карты расширения модели базовой онтологии математических знаний приведен на рисунке 2. При этом класс «Формулы» распадается на классы «Обозначение», «Формула» и «Формула X Обозначение».

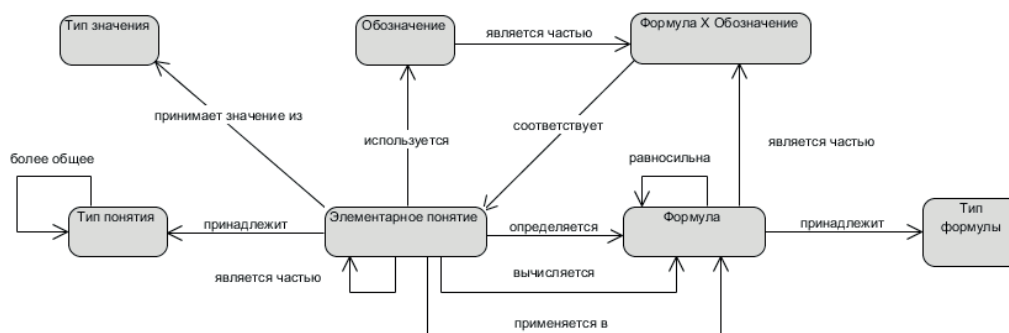


Рис. 2. Расширение базовой модели математического знания
Fig. 2. Expansion of the basic model of mathematical knowledge

Множества алгоритмических (вычислимых) и эмпирических отношений между элементами разных классов определяют семейство классов проекций отношений на первые и вторые компоненты пар таких отношений. Получаемые таким образом классы являются вычислимыми если вычислимы порождающие их отношения. Для представления алгоритмического отношения в онтологию достаточно включить перечисляющий его алгоритм. Эмпирические отношения являются трудно формализуемыми и, поэтому, составляются экспертами вручную как множества пар. Изображённая на рисунке 2 промежуточная когнитивная карта может быть преобразована дальнейшим расщеплением класса элементарных понятий на подклассы понятий

методов, понятий задач, предметных понятий и добавлением новых связей для этих классов. Классы методов и задач относятся к профессиональным знаниям. В них на уровне имён формализуются сведения о сущностях содержания области знаний, связанных с деятельностью специалистов. Класс предметных понятий интегрирует имена, относящиеся к объективно существующим свойствам области знаний, не зависящие способов использования этих знаний при решении относящиеся профессиональных задач.

Онтология пополняется новыми классами и отношениями между элементами старых и новых классов. Они отражают дополнительные аспекты применения понятий и формул. Класс «Источ-



ник» образуют обозначения сущностей для источников, позволяющих уточнять значения атрибутов предметных понятий. Такие значения, в частности, уточняют параметры начальных данных решаемых задач. Дальнейшее развитие модели онтологии приво-

дят к развитию структуры когнитивной карты. Она пополняется новыми общими отношениями и классами, объективными для многообразий математических знаний и расширяющими возможности реализации когнитивных целей разных типов [11].

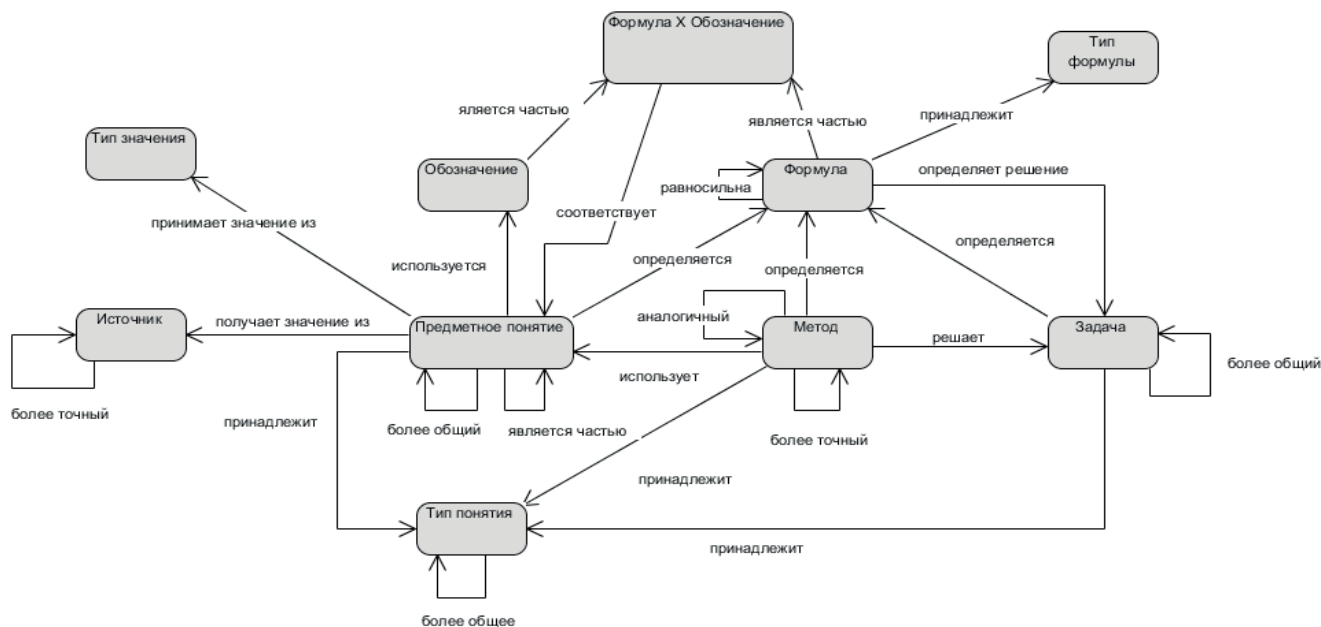


Рис. 3. Развитие онтологии области математических знаний
Fig. 3. Development of ontology in the field of mathematical knowledge

Регулярный процесс развития онтологии соответствует конструкции гомоморфного расширения, адаптированного к классам базовой модели [19]. Знания для онтологии извлекаются из разных источников и формируют большое данное как основу построения решений прикладных и абстрактных задач.

Регулярные выражения и структуры сложных знаний

Структуры сложных знаний составляются из элементарных и простых знаний онтологий с помощью вспомогательных отношений, связывающих фрагменты сложных знаний в регулярные структуры [23]. Унифицированным форматом для моделирования таких структур являются иерархические семантические сети [21]. Разнообразие и слабая формализуемость отношений, применяемых для построения сложных знаний, влечёт в общем случае принципиальные трудности построения полного многообразия регулярных структур, эмпирически реализуемого отбором корректных семантических представлений из последовательного пересчёта всех возможных конструкций. Последнее многообразие не связано явно с конкретными профессиональными задачами и его применение приводит к не эффективному по времени решению таких задач. Адаптация случая области математических знаний к задаче синтеза сложных семантических структур реализаций когнитивных целей может решаться через формализацию постановок задач и классификацию процессов синтеза семантических структур, являющихся их решениями. На множестве постановок задач, относящихся к разным типам когнитивных целей, можно определить отношения

«более общая», «является частью», «более точная». Среди соответствующих таким задачам структур синтезируемых сложных знаний особое значение имеют структуры, соответствующие понятиям серии и окрестностей знаний [24,25]. В первом случае знание интегрирует упорядоченное или неупорядоченное семейство структур знаний $L(P)$, где P – характеристический предикат, структур знаний составляющих список, элементы которого располагаются в произвольном порядке или линейно упорядочены. Интеграция элементов серий в связную структуру реализуется с использованием вспомогательных отношений. Многообразие таких отношений для математических структур интегрированных математических знаний определяется разнообразием и сложностью интерпретации таких структур. Окрестности знаний радиуса один реализуются как упорядоченные или неупорядоченные серии знаний, которые находятся в указанном отношении с фиксированным знанием. Для обозначения окрестностей применяются выражения вида $O_{\rho}^{\varepsilon}(z)$, где z – знание, ρ – отношение между z и знаниями, составляющими границу окрестности, а ε – отношение (необязательное), структурирующее элементы границы. Окрестность радиуса 2 знания z обозначается с помощью выражения $O_{\rho_2}^{\varepsilon_2}(O_{\rho_1}^{\varepsilon_1}(z))$. Она соответствует расширению окрестности $O_{\rho_1}^{\varepsilon_1}(z)$, каждый элемент границы которой заменяется на окрестность $O_{\rho_2}^{\varepsilon_2}$ этого элемента. Аналогично определяются окрестности произвольного заданного знания произвольной глубины. Для связного представления серий и окрестностей



применяются иерархические структуры бинарных деревьев, соответствующие полным структурным представлениям конфигураций абстрактных пространств знаний [19]. Внутренние вершины таких деревьев размечены отношениями, выполняющимися между знаниями, представляемыми левым и правым поддеревьями таких вершин, а висячие – элементарными знаниями. Примеры изображений рассматриваемых структурных представлений знаний приведены на рисунке 4.

Здесь использованы вспомогательные отношения \vdots и \dots формирования параллельной и последовательной серий. Обозначение Λ применяется для пустого элементарного знания (конфигурации). В левой части рисунка изображена параллельная серия знаний z_1, \dots, z_k , организованная как множество. В правой части рисунка 4 изображено бинарное дерево окрестности элементарного знания z , представленной знаниями z_1, \dots, z_k , находящихся с z в отношении ρ . Множество таких знаний линейно упорядочено в последовательную серию. Обобщением конструкций серий и окрестностей являются серии серий знаний и окрестности серий знаний произвольной глубины.

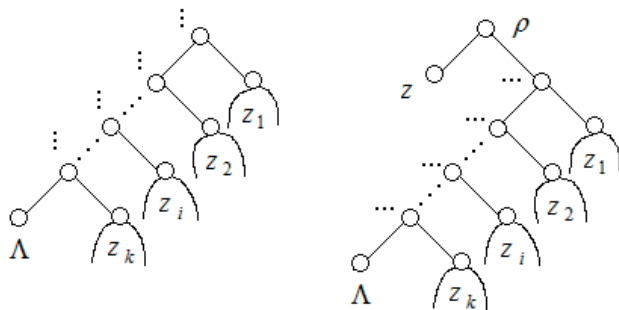


Рис. 4. Структурные представления окрестностей и серий знаний

Fig. 4. Structural representations of neighborhoods and knowledge series

Для описания процесса построения сложных знаний, реализующего заданную когнитивную цель, применяются регулярные выражения в виде комбинации операций типовых классов, задающей схему синтеза.

Специфика математического контента для реализации когнитивных целей проявляется в необходимости унификации имён понятий и формул, в которых одна и та же сущность содержания области знаний может задаваться разными символическими описаниями. Измерение регулярных выражений описаний процессов достижения целей может быть связано с концептом объёма. Его характеризуют обобщённые параметры ширины $w(\Phi)$ и глубины $d(\Phi)$ заданного выражения, а также множества классов и отношений онтологии $t(\Phi)$, составляющих Φ и его фрагменты. Значения указанных параметров определяют, как сложность реализации когнитивных процессов, так и обширность синтезируемых семантических представления достигаемых реализаций. Начальное данное для произвольной цели задаётся семантической структурой, составленной из формул, имён понятий и семантических отношений между ними. Эта структура составляет фрагмент, понимание которого связано с возможности конструирования аналогичного фрагмента из элементов онтологий области знаний. Частными случаями указанной структуры являются ограничения на классы принадлежности составляющих её сущностей. Будем различать реализации

целей, получаемые только с использованием имён понятий области знаний (ассоциацию), и реализации, достигаемые с использованием формул (формализацию). В первом случае реализацию составляет система понятий, связанных семантическими отношениями, достаточная для раскрытия содержания элементов, из которых составлено представление исходного данного цели.

Язык регулярных выражений процессов синтеза основан на классификации когнитивных операций, адаптированных к унифицированному формату алгебраической структуры знаний произвольных формализмов представления знаний [21]. Примерами классов таких операций являются параметризованные классы операции когнитивного синтеза применения, перестановки, удаления (извлечения) и вставки фрагментов семантических представлений. Алгебраические выражения, составленные из описаний типовых когнитивных операций, определяют схемы синтеза семантических представлений, начальными данными которых являются элементы онтологии области знаний, конкретизации параметров операций, а также фрагменты знаний, построенных с использованием подходящих комбинаций операций. Интеграция нескольких независимых структур данных в одно связное представление моделируется конструкцией прямой суммы выражений. Эта конструкция является аналогом единственного биморфизма в унифицированной универсальной классификации абстрактных операций (морфизмов) для формализмов представления знаний. Формат выражений, составляемых с использованием данного морфизма является инфиксным и имеет вид $(\Phi_1 \oplus \Phi_2)$, где Φ_1 и Φ_2 – выражения.

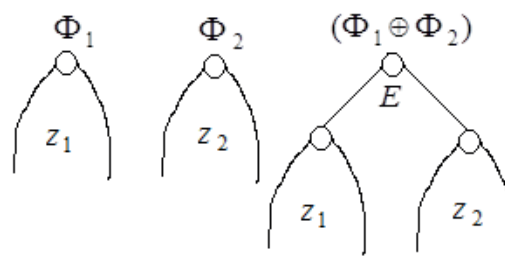


Рис. 5. Семантическое представление операции прямой суммы

Fig. 5. Semantic representation of the direct sum operation

В формате конфигураций абстрактного пространства знаний прямая сумма определяет семантическое представление, приведённое на рисунке 5. Здесь E – пустое отношение, связывающее семантические структуры, которыми реализуются Φ_1 и Φ_2 . Конструкция прямой суммы является специальным способом моделирования формата параллельной серии и определяет семантические представления, которые сохраняют, но не увеличивают содержание семантических структур, для Φ_1 и Φ_2 [21].

Примером операции, используемой далее в записях регулярных выражений, представляющих процессы синтеза структур сложных знаний, образуют замены элементарных знаний на их описания, синтезированные из элементов онтологии. Такие замены моделируются регулярными выражениями вида $\mathcal{R}(\Phi_1, A, \Phi_2)$, где \mathcal{R} – имя операции замены, Φ_1 и Φ_2 – выражения, определяющие синтезируемые семантические представления z_1 и z_2 , а A – структурное выражение, является параметром операции замены. Он определяет элемент α структурного представления z_1 . В частном случае это может быть



конкретный двоичный набор α , обозначающий вершину бинарного дерева структурного представления в формате конфигурации абстрактного пространства знаний. Выражение $\mathfrak{R}(\Phi_1, \alpha, \Phi_2)$ соответствует формату когнитивной операции замены и определяет семантическую структуру, получаемую из z_1 заменой фрагмента $(z_1)_\alpha$ с корнем α на z_2 .

Изображение трансформации семантического представления для выражения замены приведено на рисунке 6.

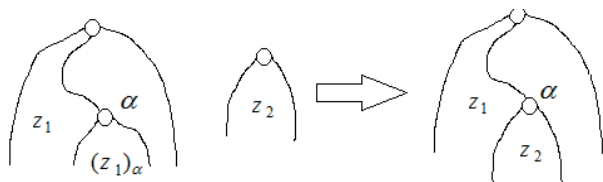


Рис. 6. Структура представления выражения замены
Fig. 6. Substitute expression representation structure

Регулярные выражения целей понимания

Когнитивные цели понимания составляют один из типов целей, в классификации Б. Блюма. Независимое от других типов целей содержание целей понимания связано с достаточностью множеств элементарных и простых знаний онтологии области знаний для синтеза семантических представлений, покрывающих описание обрабатываемого исходного знания или его фрагментов [11,26]. Реализация каждой такой цели достигается конструированием семантической структуры исходного контента из элементов онтологии. Одна и та же цель может допускать разные реализации, если использовать отличающиеся по полноте онтологии содержания этой области. Формализация разных видов целей понимания основана на классификации структур исходных данных таких целей и выражений процесса синтеза реализаций целей. Элементарные цели понимания соответствуют ситуациям, задаваемым множествами несвязанных элементарных или простых знаний. Представления таких ситуаций реализуются в форме параллельных серий, составленных из элементов указанных множеств. Реализация отдельной цели понимания для множества формул, имён понятий и пар формул и имён, связанных произвольными отношениями, осуществляется независимо для каждого элемента.

Исходные данные цели понимания U составляют множества математических формул Φ_1, \dots, Φ_k и имён понятий N_1, \dots, N_m вместе с семейством связей элементов этих множеств $a_i \rho_i b_1, \dots, a_n \rho_n b_n$, где a и b – формулы или имена понятий и $\rho_i, i = 1, \dots, n$, – связывающее их отношение. Совместная обработка формул и имён включает операции унификации, позволяющие согласовать уровень общности и возможность использования разных обозначений (синонимии) в записях математических формул и имён. Унификация формул Φ_i и Φ_j состоит в распознавании вхождения одной из формул в другую, с точностью до обозначения и замены переменных на математические выражения. При этом хотя бы одна из унифицируемых формул должна принадлежать онтологии области знаний.

Схема такой замены называется унификатором. Будем использовать символ Δ для обозначения онтологии.

Пусть $\Phi_i \in U$ и $\Phi_j \in \Delta$. Согласование формул в данном случае основано на знаниях о формуле Φ_j , содержащихся в онтологии Δ . Сравнение формул связано с проверкой выполнимости следующих отношений: «фрагмент» (φ), «расширение» (ε), «частный случай» (π), выполняющихся с точностью до обозначений неизвестных. Из множества формул в Δ , связанных с Φ_i приведёнными отношениями составляет фрагмент знания $S(O_\varphi(\Phi_i), O_\varepsilon(\Phi_i), O_\pi(\Phi_i))$ [22, 23]. Здесь S и O – операции конструирования последовательной серии и окрестности заданного знания. Он имеет вид серии неупорядоченных серий окрестностей этой формулы, образованных формулами, сгруппированным по выполняющимся отношениям с Φ_i . Для формул дополнительно выполняется локализация соотносимых фрагментов и конструирование унификаторов. Процесс построения серии для φ моделирует схема, задаваемая выражением

$$I(O_\varphi(\Phi_i), 10^*1, 0, UF(\Phi_i, (O_\varphi(\Phi_i)_{10^*1})))$$

Семантическое представление, являющееся реализацией этого выражения в формате конфигурации абстрактного пространства знаний, изображено на рисунке 7. Приведённая формула представляет трансформацию окрестности $O_\varphi(\Phi_i)$ с помощью операции вставки, которая заменяет всякую висячую вершину 10^*1 окрестности $O_\varphi(\Phi_i)$ на результат унификации формул Φ_i и $(O_\varphi(\Phi_i)_{10^*1})$, получаемый операцией построения общего унификатора UF . Выражение 10^*1 включает символ итерации $*$ означающий, что операция применяется многократно для всех висячих вершин обрабатываемого фрагмента знаний, представляемых двоичными наборами из произвольной последовательности нулей, окаймленных единицами.

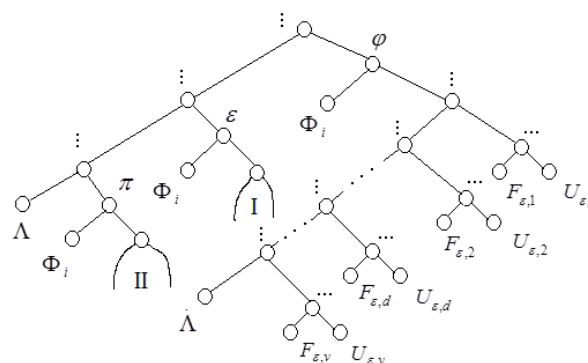


Рис. 7. Представление результата сравнения формулы с онтологией
Fig. 7. Presentation of the result of comparing a formula and an ontology

Схемы определения серий для отношений ε и \neq аналогичны приведённой. Обозначения $F_{\varepsilon,j}$ и $U_{\varepsilon,j}$, где ε – отношение, а j – порядковый номер элемента неупорядоченной серии, соответствуют формуле онтологии и наибольшему общему унификатору $F_{\varepsilon,j}$ и Φ_i . Процесс понимания формулы завершает операция, включения в однородные локальные фрагменты сведений о локализации формул в формулах. Такое расширение может быть реализовано трансформацией локальных фрагментов синтези-



рованной конфигурации для отношения φ , представленной схемой на рисунке 8. Локализация позволяет задавать вхождение элементов онтологий в формулы заданных ситуаций.

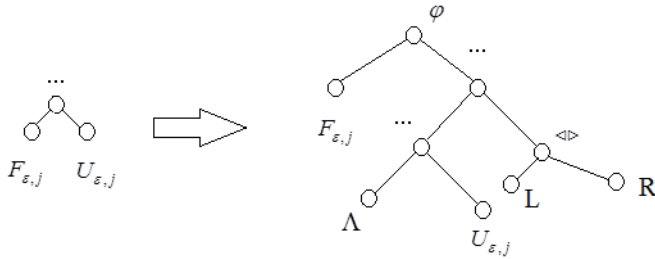


Рис. 8. Встраивание знаний о локализации сравниваемых формул
Fig. 8. Embedding knowledge about the localization of compared formulas

Расширения реализуются как композиции фрагментов конфигураций абстрактных пространств знаний. На рисунке символы L и R обозначают части символьной записи $F_{\epsilon,j}$ слева и справа от вхождения Φ_i в $F_{\epsilon,j}$. Знак $\langle \triangleright \rangle$ соответствует вспомогательному отношению «пара элементов» [5]. Они являются фрагментами математических формул и получаются как результат применения специальных операций. Описание преобразования, приведённого на рисунке 8 задаётся выражением $\mathfrak{R}(z, 110^*11, ((z)_{110^*11} \circ \bullet \bullet \bullet) \circ ((L \circ \langle \triangleright \rangle) \circ R))$. Здесь \mathfrak{R} – операция замены в построенной конфигурации z всех висячих вершин, задаваемых выражением 110^*11 , на фрагменты $((z)_{110^*11} \circ \bullet \bullet \bullet) \circ ((L \circ \langle \triangleright \rangle) \circ R)$, где L и R – это фрагменты $F_{\epsilon,j}$, вычисляемые по Φ_i . Аналогичные замены выполняются для фрагментов z , относящихся к отношениям ϵ и π . В обоих случаях производится замена висячих вершин размеченных унификаторами в областях I и II.

При этом описание замен области I представляется выражением

$$\mathfrak{R}(z, 0110^*11, ((z)_{0110^*11} \circ \bullet \bullet \bullet) \circ (((L \circ \langle \triangleright \rangle) \circ R) \circ \langle \triangleright \rangle) \circ T)$$

Здесь L и R имеют тот же смысл, что и раньше, а T – представление отображения трассирования для соответствующих формул в рассматриваемой области в Φ_i .

Замены в области II определяет выражение

$$\mathfrak{R}(z, 00110^*11, ((z)_{00110^*11} \circ \bullet \bullet \bullet) \circ ((L \circ \langle \triangleright \rangle) \circ R)).$$

Упрощение полученной структуры состоит в удалении из неё фрагментов формул, обобщающих или конкретизирующих другие формулы из Δ , составляющие серии знаний для формул исходных данных. Для этого применяются операции трассирования, моделирующие данное удаление [24].

Понимание имён понятий исходной ситуации определяет связи имен. Эти связи представлены как применяемыми в онтологии отношениями, одним из элементов которых является класс имён понятий, («более общий» и «является частью», «принимает значение», «определяется с помощью», «является параметром»), так и дополнительными отношениями между сущностями из представления ситуации. Собранная информация об отдельном понятии, группируется в серии подобно группированию серий для формул, непосредственно связывая поня-

тия в исходной ситуации с понятиями из онтологии. При этом возможно сокращение серий, связанное с удалением избыточной информации, восстанавливаемой по онтологии.

Последние структурные элементы цели понимания представляют связи формул и имён исходных данных с сущностями онтологии. Они задаются отношениями «определяется», «соответствует», «обозначается». С помощью этих и других возможных отношений конструируется связная структура именованной области знаний, применяемых для фрагментов математических выражений. Такие связи существенны для понимания, достигаемого с использованием только формул или только имен понятий.

Регулярные выражения целей оценивания

Базами операций реализации целей данного типа являются регулярные структуры сложных знаний. Реализация цели оценивания заключается в трансформации исходного данного, реализующей удаление или изменение положения (перестановки) его отдельных фрагментов. Такие трансформации моделируются комбинациями операций перестановки и удаления подконфигураций в абстрактных пространствах знаний. Элементы областей определения операций оценивания составляют пары. Первым элементом такой пары является онтология \emptyset , а вторым – элемент множества структурных представлений конфигураций Σ . Реализация когнитивной цели оценивания моделируется последовательными сравнениями в заданных отношениях пар подконфигураций трансформируемой конфигурации. Каждое выполняющееся сравнение завершается локальным преобразованием перестановки или удаления. Регулярная структура схемы реализации операции оценивания включает параметры описания многообразия и порядка выбора пар фрагментов, проверяемого отношения между проверяемыми фрагментами и операций над фрагментами исходного данного для которых выполняется проверяемое отношение. Сравнение фрагментов осуществляется с использованием элементов \emptyset . В простейшем случае сравниваются элементарные конфигурации (элементарные знания), приписанные висячим вершинам обрабатываемой конфигурации. Каждое такое сравнение проверяется на вхождение в онтологию \emptyset . Если это так, то выполнение локального преобразования завершается операцией удаления или перестановки. Простой пример реализации цели оценивания соответствует схеме ранжирования элементарных знаний в отношении линейного порядка ρ , основанном на количественном параметре. Описание такой схемы для преобразования серии элементарных знаний задаёт выражение $E(10^*1, 10^*1, \rho, \Pi, z)$. Приведённое выражение представляет обращение к операции перестановки, которая моделирует сравнение разметок пар висячих вершин структурного обрабатываемой конфигурации z вида 10^*1 в отношении линейного порядка ρ . Обозначение Π применяется для функции значения числового параметра конфигураций. Изображение порождаемой трансформации приведено на рисунке 9.

Здесь неупорядоченная окрестность знания a , состоящая из элементарных знаний, представленными своими весами в ρ , трансформируется в упорядоченную в ρ окрестность a .



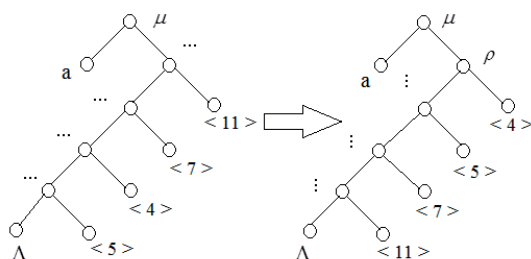


Рис. 9. Реализация цели оценивания
Fig. 9. Realization of the purpose of evaluation

Заключения и выводы

Когнитивное управление формализованным содержанием областей знаний связано с конструированием сценариев достижения когнитивных целей. Сценарии основаны на системе классов типовых когнитивных операций и состояются из элементов таких классов [26]. Операциями отдельных классов моделируются составные части процессов мышления. Каждый

такой класс образует многообразие близких по свойствам преобразований исходных данных в результаты операций. Факторизация класса операций по свойству сходства представляемых ими отображений определяет класс абстрактных когнитивных морфизмов. Последние представляются как элементы математических систем, уточняются с использованием аналогов понятий из разных разделов абстрактной математики и допускают разностороннее дедуктивное исследование. Реализованное сужение содержания когнитивных целей понимания и оценивания, а также других целей в классификации Б. Блюма является представлением математических аспектов когнитивных технологий для интеллектуальных систем. Обобщённое описание таких аспектов, сужающее неявные представления, приведено в следующей таблице, использующей слабо формализованные классы содержательных сущностей и классы иерархии специальных математических операций для формализмов представления знаний, представленных в [26].

Данная таблица дополняет пересмотренную систему психологических ассоциаций для классификации когнитивных операций и целей Д. Р. Кратхола, связывая их с инвариантами математического моделирования когнитивных процессов [11].

Класс когнитивных целей	Содержательная ассоциация цели	Математическая ассоциация цели	Основные абстрактные операции	Область определения целей	Область значения целей
Понимание	Представление в виде комбинации знаний	Покрывание элементами онтологии	Фильтрация	Класс онтологий	Семантические структуры знаний
Оценивание	Расстановка элементов знания	Реструктуризация представления знания	Удаление Перестановка	Семантические структуры знаний	Семантические структуры знаний
Запоминание	Приобретение знания	Извлечение фрагмента знания	Трассирование	Семантические структуры знаний	Семантические структуры знаний
Применение	Дедуктивная трансформация	Построение следствия	Адаптация (алгебраическая и логическая)	Семантические структуры знаний	Семантические структуры знаний
Обобщение	Индуктивная трансформация	Параметризованное описание	Замыкание	Класс онтологий	Семантические структуры знаний
Анализ	Детализация	Развёртка	Декомпозиция Расщепление	Семантические структуры знаний	Семантические структуры знаний
Синтез	Укрупнение	Свёртка	Факторизация Сжатие Связывание	Семантические структуры знаний	Семантические структуры знаний

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ проект № 16-01-00214.

Список использованных источников

[1] Чёрч А. Введение в математическую логику. М.: Иностранная литература, 1960. Т. 1. 478 с.
[2] Фреге Г. Логико-философские труды. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2008. 283 с.
[3] Elizarov A., Kirillovich A., Lipachev E., Nevzorova O. Digital Ecosystem OntoMath: Mathematical Knowledge Analytics and Management / L. Kalinichenko, S. Kuznetsov, Y. Manolopoulos (Eds.) // Data Analytics and Management in Data Intensive Domains. DAMDID/RCDL 2016. Communications in Computer and Information Science. Vol. 706. Springer, Cham, 2017. Pp. 33-46. DOI: 10.1007/978-3-319-57135-5_3
[4] Elizarov A.M. Mathematical knowledge ontologies and recommender systems for collections of documents in

physics and mathematics / A.M. Elizarov, A.B. Zhizhchenko, N.G. Zhil'tsov, A.V. Kirillovich, E.K. Lipachev // Doklady Mathematics. 2016. Vol. 93, issue 2. Pp. 231-233. DOI: 10.1134/S1064562416020174
[5] Elizarov A.M., Kirillovich A.V., Lipachev E.K., Nevzorova O.A., Solovyev V.D., Zhiltsov N.G. Mathematical knowledge representation: semantic model and formalisms / A.M. Elizarov, A.V. Kirillovich, E.K. Lipachev, O.A. Nevzorova, V.D. Solovyev, N.G. Zhiltsov // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2014. Vol. 35, issue 4. Pp. 348-354. DOI: 10.1134/S1995080214040143
[6] Gavrilova T., Alsufiev A., Kokoulina L. Knowledge Management Trends in the Digital Economy Age // Digital Transformation and Global Society (DTGS'17) in Communications in Computer and Information Science. 2017. Vol. 745. Pp. 464-473. DOI: 10.1007/978-3-319-69784-0_38
[7] Gavrilova T.A., Leshcheva I.A. Conceptual knowledge structures and cognitive style // Psychology, Journal of the Higher School of Economics. 2016. Vol. 13, no. 1. Pp. 154-176.
[8] Загоруйко Ю.А. О концепции интегрированной



- модели представления знаний // Известия Томского политехнического университета. 2013. Т. 322, № 5. С. 98-103. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19691772> (дата обращения: 09.08.2018).
- [9] Загорюлько Ю.А., Боровикова О.И., Загорюлько Г.Б. Использование паттернов онтологического проектирования для разработки онтологий предметных областей // Материалы Всероссийской конференции с международным участием ЗОНТ2017 (Новосибирск, 2-6 окт. 2017 г.). 2017. Т. 1. С. 139 – 148. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32597757> (дата обращения: 09.08.2018).
- [10] Bloom B.S. Taxonomy of educational objectives: The classification Taxonomy of educational goals. Handbook 1: Cognitive domain / B.S. Bloom, M.D. Engelhart, E.J. Furst, W.H. Hill, D.R. Krathwohl. New York: David McKay, 1956. 207 p.
- [11] Krathwohl D.R. Revising Bloom's taxonomy: An overview // Theory into Practice. 2002. Vol. 41, № 4. Pp. 212-218. DOI: 10.1207/s15430421tip4104_2
- [12] Zachary W., Carpenter T.J. Cognitively inspired computational context // AAAI Spring Symposium - Technical Report. 2017. Vol. SS-17-01 - SS-17-08. Pp. 361-367.
- [13] Zachary W. Context as a cognitive process: An integrative framework for supporting decision making / W. Zachary, A. Rosoff, L. Miller, S. Read // CEUR Workshop Proceedings. 2013. Vol. 1097. Pp. 48-55. URL: http://ceur-ws.org/Vol-1097/STIDS2013_T07_ZacharyEtAl.pdf (дата обращения: 09.08.2018).
- [14] Weisstein E. Computable Data, Mathematics, and Digital Libraries in Mathematica and Wolfram|Alpha / S.M. Watt, J.H. Davenport, A.P. Sexton, P. Sojka, J. Urban (Eds.) // Intelligent Computer Mathematics. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 8543. Springer, Cham, 2014. Pp. 26-29. DOI: 10.1007/978-3-319-08434-3_3
- [15] Vetyukov Y. Short introduction to Wolfram's mathematica // Nonlinear Mechanics of Thin-Walled Structures. Foundations of Engineering Mechanics. Springer, Vienna, 2014. Pp. 237-266. DOI: 10.1007/978-3-7091-1777-4_6
- [16] Бездушный А.А. Математическая модель системы интеграции данных на основе онтологий // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2008. Т. 6, № 2. С. 15-40. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=11480494> (дата обращения: 09.08.2018).
- [17] Serdyukova N.A., Serdyukov V.I., Slepov V.A. Formalization of Knowledge Systems on the Basis of System Approach / L. Uskov V., Howlett R., Jain L. (Eds.) // Smart Education and Smart e-Learning. Smart Innovation, Systems and Technologies. Vol. 41. Springer, Cham, 2015. Pp. 371-381. DOI: 10.1007/978-3-319-19875-0_33
- [18] Zhzhikashvili A.V. J.S. Mill's similarity method and difference method in the language of category theory // Scientific and Technical Information Processing. 2015. Vol. 42, issue 6. Pp. 397-401. DOI: 10.3103/S0147688215060040
- [19] Aguiar J.G., Correia P.R. From representing to modelling knowledge: Proposing a two-step training for excellence in concept mapping // Knowledge Management & E-Learning: An Int. Journal. 2017. Vol. 9, no. 3. Pp. 366-379. URL: <http://www.kmel-journal.org/ojs/index.php/online-publication/article/view/384/380> (дата обращения: 09.08.2018).
- [20] Village J., Salustri F.A., Neumann W.P. Cognitive mapping: Revealing the links between human factors and strategic goals in organizations // International Journal of Industrial Ergonomics. 2013. Vol. 43, issue 4. Pp. 304-313. DOI: 10.1016/j.ergon.2013.05.001
- [21] Костенко К.И. Формализмы представления знаний и модели интеллектуальных систем. Краснодар: КубГУ, 2015. 300 с.
- [22] Костенко К.И., Лебедева А.П., Левицкий Б.Е. Моделирование когнитивных целей операциями над формализованными знаниями // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13, №3. С. 83-92. DOI: 10.25559/SITITO.2017.3.418
- [23] Костенко К.И. Правила оператора вывода для формализма абстрактного пространства знаний // Программная инженерия. 2016. Т. 7, № 6. С. 258-267. DOI: 10.17587/prin.7.258-267
- [24] Костенко К.И., Лебедева А.П., Левицкий Б.Е. Анализ и синтез когнитивных структур при моделировании содержания областей знаний // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. Т. 12, № 2. С. 50-55. <https://elibrary.ru/item.asp?id=28151020> (дата обращения: 09.08.2018).
- [25] Костенко К.И. О синтезе реализаций когнитивных целей для задачи управления содержанием областей знаний // Программная инженерия. 2017. Т. 8, № 7. С. 319-327. DOI: 10.17587/prin.8.319-327
- [26] Костенко К.И. Операции когнитивного синтеза формализованных знаний // Программная инженерия. 2018. Т. 9, №4. С. 174-184. DOI: 10.17587/prin.9.174-184

Поступила 09.08.2018; принята в печать 25.08.2018;
опубликована онлайн 30.09.2018.

References

- [1] Church A. Introduction to Mathematical Logic. Princeton University Press; Reprint edition, 1996. 378 p.
- [2] Frege G. The logical and philosophical works. Novosibirsk: Sib. univ. izdatel'stvo, 2008. 283 p. (In Russian)
- [3] Elizarov A., Kirillovich A., Lipachev E., Nevzorova O. Digital Ecosystem OntoMath: Mathematical Knowledge Analytics and Management. L. Kalinichenko, S. Kuznetsov, Y. Manolopoulos (Eds.) *Data Analytics and Management in Data Intensive Domains. DAMDID/RCDL 2016*. Communications in Computer and Information Science. Vol. 706. Springer, Cham, pp. 33-46, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-57135-5_3
- [4] Elizarov A.M. Mathematical knowledge ontologies and recommender systems for collections of documents in physics and mathematics. A.M. Elizarov, A.B. Zhizhchenko, N.G. Zhil'tsov, A.V. Kirillovich, E.K. Lipachev. *Doklady Mathematics*. 2016; 93(2):231-233. DOI: 10.1134/S1064562416020174
- [5] Elizarov A.M., Kirillovich A.V., Lipachev E.K., Nevzorova O.A., Solovyev V.D., Zhiltsov N.G. Mathematical knowledge representation: semantic model and formalisms. A.M. Elizarov, A.V. Kirillovich, E.K. Lipachev, O.A. Nevzorova, V.D. Solovyev, N.G. Zhiltsov. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2014; 35(4):348-354. DOI: 10.1134/S1995080214040143
- [6] Gavrilova T., Alsufiev A., Kokoulina L. Knowledge Management Trends in the Digital Economy Age. *Digital Transformation and Global Society (DTGS'17) in Communications in Computer and*



- Information Science*. 2017; 745:464-473. DOI: 10.1007/978-3-319-69784-0_38
- [7] Gavrilova T.A., Leshcheva I.A. Conceptual knowledge structures and cognitive style. *Psychology, Journal of the Higher School of Economics*. 2016; 13(1):154-176.
- [8] Zagorulko Yu.A. On the concept of integrated knowledge representation model. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*. 2013; 322(5):98-103. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19691772> (accessed 09.08.2018). (In Russian)
- [9] Zagorulko Yu.A., Borovikova O.I., Zagorulko G.B. Application of ontological patterns design for subject domains development. *Proc. Open Russian conference with international participation KONT 2017* (Novosibirsk, 2-6 October 2017). Vol. 1, pp. 139-148, 2017. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32597757> (accessed 09.08.2018). (In Russian)
- [10] Bloom B.S. Taxonomy of educational objectives: The classification Taxonomy of educational goals. Handbook 1: Cognitive domain. B.S. Bloom, M.D. Engelhart, E.J. Furst, W.H. Hill, D.R. Krathwohl. New York: David McKay, 1956. 207 p.
- [11] Krathwohl D.R. Revising Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*. 2002; 41(4):Pp. 212-218. DOI: 10.1207/s15430421tip4104_2
- [12] Zachary W., Carpenter T.J. Cognitively inspired computational context. *AAAI Spring Symposium - Technical Report*. 2017; SS-17-01 - SS-17-08:361-367.
- [13] Zachary W. Context as a cognitive process: An integrative framework for supporting decision makin. W. Zachary, A. Rosoff, L. Miller, S. Read. *CEUR Workshop Proceedings*. 2013; 1097:48-55. Available at: http://ceur-ws.org/Vol-1097/STIDS2013_T07_ZacharyEtAl.pdf (accessed 09.08.2018).
- [14] Weisstein E. Computable Data, Mathematics, and Digital Libraries in Mathematica and Wolfram|Alpha. S.M. Watt, J.H. Davenport, A.P. Sexton, P. Sojka, J. Urban (Eds.) *Intelligent Computer Mathematics*. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 8543. Springer, Cham, pp. 26-29, 2014. DOI: 10.1007/978-3-319-08434-3_3
- [15] Vetyukov Y. Short introduction to Wolfram's mathematica. *Nonlinear Mechanics of Thin-Walled Structures*. Foundations of Engineering Mechanics. Springer, Vienna, pp. 237-266, 2014. DOI: 10.1007/978-3-7091-1777-4_6
- [16] Bezdushnyj A.A. Ontologies based mathematical model of data integration *Bulletin of Novosibirsk State University. Ser.: Information Technologies*. 2008; 6(2):15-40. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=11480494> (accessed 09.08.2018). (In Russian)
- [17] Serdyukova N.A., Serdyukov V.I., Slepov V.A. Formalization of Knowledge Systems on the Basis of System Approach. L. Uskov V., Howlett R., Jain L. (Eds.) *Smart Education and Smart e-Learning*. Smart Innovation, Systems and Technologies. Vol. 41. Springer, Cham, pp. 371-381, 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-19875-0_33
- [18] Zhzhikashvili A.V. J.S. Mill's similarity method and difference method in the language of category theory. *Scientific and Technical Information Processing*. 2015; 42(6):397-401. DOI: 10.3103/S0147688215060040
- [19] Aguiar J.G., Correia P.R. From representing to modelling knowledge: Proposing a two-step training for excellence in concept mapping. *Knowledge Management & E-Learning: An Int. Journal*. 2017; 9(3):366-379. Available at: <http://www.kmel-journal.org/ojs/index.php/online-publication/article/view/384/380> (accessed 09.08.2018).
- [20] Village J., Salustri F.A., Neumann W.P. Cognitive mapping: Revealing the links between human factors and strategic goals in organizations. *International Journal of Industrial Ergonomics*. 2013; 43(4):304-313. DOI: 10.1016/j.ergon.2013.05.001
- [21] Kostenko K.I. Knowledge representation formalisms and models of intelligent systems. Krasnodar: Kuban State University, 2015. 300 p. (In Russian)
- [22] Kostenko K.I., Lebedeva A.P., Levitskij B.E. Cognitive goals simulation by formalized knowledge processing operations. *Modern Information Technology and IT-education*. 2017; 13(3):83-92. (In Russian) DOI: DOI: 10.25559/SITITO.2017.3.418
- [23] Kostenko K.I. The Rules for Abstract Knowledge Spaces Inference Operator. *Software Engineering*. 2016; 7(6):258-267. (In Russian) DOI: 10.17587/prin.7.258-267
- [24] Kostenko K.I., Lebedeva A.P., Levitskij B.E. Cognitive structures analysis and synthesis for simulation the knowledge areas contents. *Modern Information Technology and IT-education*. 2016; 12(2):50-55. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28151020> (accessed 09.08.2018). (In Russian)
- [25] Kostenko K.I. The Synthesis of Cognitive Goals Implementation for Tasks of Subject Domains Content Management. *Software Engineering*. 2017; 8(7):319-327. (In Russian) DOI: 10.17587/prin.8.319-327
- [26] Kostenko K.I. Operations of Formalized Knowledge Cognitive Synthesis. *Software Engineering*. 2018; 9(4):174-184. (In Russian). DOI: 10.17587/prin.9.174-184.

Submitted 09.08.2018; revised 25.08.2018;
published online 30.09.2018.

About the authors:

Konstantin I. Kostenko, Candidate of Phys.-Math. Sciences, Head of the Department of Intelligent Information Systems, Kuban State University (149 Stavropolskaya Str., Krasnodar 350040, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9851-2455>, kostenko@kubsu.ru

Anastasiya P. Lebedeva, Senior teacher of the Department of Intelligent Information Systems, Kuban State University (149 Stavropolskaya Str., Krasnodar 350040, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-5410-8234>, lebedeva@fpm.kubsu.ru



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted reuse, distribution, and reproduction in any medium provided the original work is properly cited.

