

Caracterización de Patrones de Variación Morfológica de la *Mynthostachys* mediante Métodos Estadísticos Multivariante

Doris Gómez¹ Blanca Martínez¹ Jorge Condado¹
dgomez@unmsm.edu.pe Gregoria Ramón¹
Jakov Quinteros² Joaquina Albán³

Resumen

El objetivo del presente estudio es hacer la caracterización morfológica de Mynthostachys (muña) colectadas en la provincia de Cajatambo, mediante métodos estadísticos multivariantes. El método de Componentes Principal discrimina la existencia de dos especies de Mynthostachys en la comunidad de Cajatambo, las de abundante pubescencia (pubescentes) y las de escasa pubescencia (no pubescentes). La prueba de hipótesis confirma que los vectores de medias basadas en la longitud del pecíolo, largo de la hoja, ancho de la hoja, de las pubescentes y no pubescentes son diferentes.

Palabras Clave: *Análisis multivariante. Componentes Principales. T2 de Hotelling. Mynthostachys*

Abstract

The main goal of the present study is to make the morphological characterization of the Mynthostachys's (muña) collected in Cajatambo's province, by means of statistical multivariate methods. The main method of Components discriminates against the existence of two Mynthostachys's species(kinds) in Cajatambo's community, those of abundant pubescencia (pubescentes) and those of scanty pubescencia (not pubescentes). The hypothesis test confirms that the vectors of averages based on the length of the petiole, length of the leaf, width of the leaf of the pubescentes and not pubescentes are different.

Keywords: *Multivariate analysis. Main components. T2 of Hotelling. Mynthostachys*

¹UNMSM, Facultad de Ciencias Matemáticas, Lima - Perú.

²UNMSM, Instituto Nacional de Salud. Centro Nacional de Salud Intercultural, Lima - Perú.

³Depto. de Etnobotánica y Botánica Económica - Museo de Historia Natural.

1. Introducción

Minthostachys es una de las especies andinas más fascinantes dentro de las plantas medicinales andinas, puesto que en el mundo de hoy hay una mayor demanda por productos naturales y se pretende alentar el desarrollo de la comunidad andina de Cajatambo, sierra del Departamento de Lima en base a su diversidad y variedades de la especie indicada. *Minthostachys* pertenece al reino: Plantae, división: Magnoliophyta, clase: Magnoliopsida, Orden: Labiales, familia Lamiaceae

Brako & Zaruchi muestra la siguiente distribución de *Minthostachys* en el Perú.

ESPECIE	ALTITUD	UBICACIÓN
<i>Minthostachys glabrescens</i> (Benth)	2500 – 4000 m	Apurímac, Cajamarca, Cuzco, Junín.
<i>Minthostachys mollis</i> (Griseb)	500 – 3500 m	Amazonas, Arequipa, Cajamarca, Cuzco, Huánuco, Junín, Lima, La Libertad, Piura.
<i>Minthostachys setosa</i> (Briquet) Epling	1000 – 1500 m	Puno
<i>Minthostachys tomentosa</i> (Benth)	2000 – 3500 m	Amazonas, Cajamarca, Cuzco, Huanuco, Junín, Lima, La Libertad.

2. Materiales y métodos

El presente estudio se realizó con los datos de *Minthostachys* recolectados en la comunidad de Cajatambo del Departamento de Lima.

La Provincia peruana de Cajatambo, es una de las once provincias que conforman el Departamento de Lima, perteneciente a la Región Lima. Se ubica en la parte occidental de la cordillera de los Andes, entre el departamento de Ancash y las provincias de Oyón y Huaura, a una altura de 3,376 m. con una población de 9,711 habitantes de la que el 58.6 % es rural. Limita al norte con el departamento de Ancash, al este con el departamento de Huánuco, al sur con la provincia de Oyón y al oeste con la provincia de Huaura. Está ubicada en la parte occidental de la cordillera de los Andes.

El muestreo preliminar se realizó entre los meses de Enero a Agosto del año 2004, en un gradiente altitudinal de 2800 m a 4200 m en 7 diferentes localidades: Rancas, Astobamba, La Florida, Antay, El Tambo, Cajatambo y Cruzjirca, dentro del ámbito del distrito de Cajatambo. La diversidad y composición florística fueron evaluadas por el método del cuadrante (Caín y Castro 1959; Mostacedo y Fredericksen, 2000), en parcelas de 50m x 2m

cada una.

Luego en agosto se colectaron las muestras botánicas definitivas de *Minthostachys* las que fueron evaluadas taxonómicamente en el Herbario de la UNMSM, con el Sistema de Clasificación de Cronquist.

El género *Minthostachys* se caracteriza por ser una planta herbácea o sufrutice que se desarrolla entre los 2500 y 4000 msnm.

Planta herbácea de 1 – 1.5 m de alto, aromática, perenne, cubierta de pelos blandos o velluda (es decir con pelos muy cortos, blandos y rígidos, sensibles al tacto), usualmente creciendo en bordes de chacras de cultivos, bordes de acequias o sobre terrenos bien drenados. Los tallos (ramas), se presentan ampliamente extendidas; erguidas cuando juveniles, y luego se tornan decumbentes (en la madurez), glabrescentes y exfoliantes hacia el extremo subleñoso de la base, curvados y extendidos en forma irregular; pero con pocos o muchas flores pendiendo de éstos.

En la rama principal de cada muestra, las variables morfológicas evaluadas fueron las siguientes:

X1: Longitud del peciolo (mm)

X2: Largo de la hoja (mm)

X3: Ancho del peciolo (mm)

3. Análisis de Componentes Principales

El ACP (Seber, 1984; Manly, 1984) es un Método Multivariante de Análisis de datos cuyo objetivo fundamental le permite la reducción de datos de alta dimensión ($p > 2$) en un conjunto de menor dimensión, conservando la máxima variabilidad del problema original, donde las representaciones gráficas y las interpretaciones de las relaciones entre los datos es mucho más sencilla.

El método de obtención consiste en que, con las variables originales X_1, X_2, \dots, X_p ($p > 2$) se realizan transformaciones y se encuentran combinaciones lineales de dichas variables, Y_1, Y_2, \dots, Y_p , denominadas *Componentes Principales* (CP) en el nuevo sistema de menor dimensión, donde estas CP son variables no correlacionadas y con variancias decrecientes. Es decir:

$$Y_i = \beta_{i1} X_1 + \beta_{i2} X_2 + \dots + \beta_{ip} X_p \quad i=1, \dots, p$$

1. $Cov(Y_i, Y_j) = 0 \quad i \neq j \quad i, j = 1, \dots, p$

2. $Var(Y_i) = \lambda_i$

3. $Var(Y_1) \geq Var(Y_2) \geq \dots \geq Var(Y_p)$

donde λ_i es el i ésimo autovalor asociado al i ésimo autovector $\vec{\beta}_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{ip})'$ de la matriz de covarianzas Σ . Sin pérdida de generalidad, para la solución matemática del problema se supone que el vector $\vec{X} = (X_1, \dots, X_p)'$ tiene vector de medias $\vec{0}$ y matriz de covarianzas Σ , (Anderson, 1984).

4. T2 de Hotelling

Una inquietud interesante que es necesario responder, es realizar el análisis confirmatorio, respondiendo por ejemplo, si existe diferencia significativa entre los vectores de medias de las plantas pubescentes y no pubescentes.

Estadísticamente el problema se aborda de la siguiente manera: se supone que el vector $\vec{X} = (X_1, X_2, X_3)'$ tiene distribución normal multivariante con vector de medias $\vec{\mu}^{(g)}$ y matriz de covarianzas Σ , $g = 1, 2$, donde $\vec{X} =$ (longitud del peciolo, largo de la hoja, ancho de la hoja) y se plantea la prueba de hipótesis para los vectores de medias $H_0 : \vec{\mu}^1 = \vec{\mu}^2$, donde

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{longitud esperada del peciolo, pubescentes} \\ \text{largo de la hoja, pubescentes} \\ \text{ancho de la hoja, pubescentes} \end{bmatrix}$$

$$\vec{u}_2 = \begin{bmatrix} u_{21} \\ u_{22} \\ u_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{longitud esperada del peciolo, no pubescentes} \\ \text{largo de la hoja, no pubescentes} \\ \text{ancho de la hoja, no pubescentes} \end{bmatrix}.$$

Suponiendo que se toman muestras aleatorias independientes de cada uno de los grupos, bajo la hipótesis nula, la estadística $\frac{(n_1 + n_2 - p - 1)}{(n_1 + n_2 - 2)p} T^2$ tiene distribución F con $(p, n_1 + n_2 - p - 1)$ grados de libertad, (Jonshon, 2000; Kraznowsky, 1990; Seber, 1984) donde:

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\vec{X}_1 - \vec{X}_2)' S^{-1} (\vec{X}_1 - \vec{X}_2)$$

\vec{X}_1, \vec{X}_2 : vectores de medias muestrales de las tres variables para plantas pubescentes y no pubescentes respectivamente,

n_1, n_2 : tamaño de las muestras de plantas pubescentes y no pubescentes.

S_1 y S_2 : matrices de covarianzas muestrales de plantas pubescentes y no pubescentes

$S = \frac{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}{(n_1 + n_2 - 2)}$: Matriz de covarianzas muestral.

5. Resultados

Las variables evaluadas en estudio fueron:

X1: Longitud del peciolo(mm)

X2: Largo de la hoja(mm)

X3: Ancho del peciolo(mm)

Los tamaños de las muestras (número de plantas pubescentes y no pubescentes) fueron 51 y 49 respectivamente. El Vector de medias y las matrices de covarianza y correlaciones de las muestras observadas fueron.

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8315 \\ 3,453 \\ 1,9475 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0,257 & 0,212 & 0,177 \\ 0,212 & 0,487 & 0,244 \\ 0,177 & 0,244 & 0,242 \end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix} 1 & 0,60 & 0,709 \\ 0,60 & 1 & 0,712 \\ 0,709 & 0,712 & 1 \end{bmatrix} \text{ respectiva-}$$

mente.

Con los autovectores
$$\begin{bmatrix} 0,5666 & 0,7123 & 0,4143 \\ 0,5675 & -0,7019 & 0,4305 \\ 0,5975 & -0,0088 & -0,8019 \end{bmatrix}$$
 asociados a los autovalores $\hat{\lambda}_1 = 2,348$, $\hat{\lambda}_2 = 0,4$ y $\hat{\lambda}_3 = 0,2514$ se obtuvo las dos primeras componentes principales (CP):

$$Y_1 = 1,117 X_1 \pm 0,8134 X_2 \pm 1,2144 X_3 - 6,1026$$

$$Y_2 = 1,4044 X_1 - 1,006 X_2 - 0,0179 X_3 \pm 0,2103$$

Los vectores de medias de las muestras de las plantas con pubescencia abundante y pubescencia escasa y la matriz de covarianzas combinada fueron:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{11} \\ \bar{X}_{12} \\ \bar{X}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4755 \\ 3,2431 \\ 1,7363 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bar{X}_{21} \\ \bar{X}_{22} \\ \bar{X}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2020 \\ 3,6713 \\ 2,1673 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0,125 & 0,135 & 0,0989 \\ 0,135 & 0,445 & 0,200 \\ 0,0989 & 0,200 & 0,197 \end{bmatrix}$$
 respectivamente.

$$\vec{\bar{X}}_1 - \vec{\bar{X}}_2 = \begin{bmatrix} -0,7265 \\ -0,4282 \\ -0,4310 \end{bmatrix}, S^{-1} = \begin{bmatrix} 14,2039 & -2,0308 & -5,069 \\ -2,0308 & 4,4234 & -3,4712 \\ -5,0690 & -3,4712 & 11,145 \end{bmatrix}.$$

Substituyendo los valores en la correspondiente ecuación se encuentra :

$$T^2 = \frac{51(??)}{100} (-0,7265, -0,4282, -0,431)' S^{-1} (-0,7265, -0,4282, -0,431) = 116,4281, \text{ que}$$

convertida a la estadística F toma el valor $F_C = \frac{(51+49-4)}{(100-2)3} T^2 = 114,05$

6. Análisis y discusión

Las dos primeras componentes principales

$$Y_1 = 1,117 X_1 \pm 0,8134 X_2 \pm 1,2144 X_3 - 6,1026$$

$$Y_2 = 1,4044 X_1 - 1,006 X_2 - 0,0179 X_3 \pm 0,2103$$

retienen el 91.6% de la variabilidad de las variables originales. Reemplazando las puntuaciones originales de cada individuo en cada una de las combinaciones lineales Y_1 y Y_2 se obtiene las puntuaciones en la Componentes Principales para cada individuo. Dicha información presentada en el Gráfico No 1, indica claramente la presencia de dos tipos de *Mintostachy* en el Distrito de Cajatambo. En el Laboratorio de Etnobotánica han caracterizado dichas especies como *Pubescentes* (*pubescencia abundante*) y *No Pubescentes* (*pubescencia escasa*).

Gráfico N° 1: Plantas de *Mynthostachy* proyectadas en las dos primeras Componentes Principales

Dicho resultado se confirma al observar que las correlaciones entre la primera componente principal y las variables originales son altas.

Cuadro No 1: Matriz de Correlaciones

Originales	Y1	Y2	Y3
X1: Longitud del peciolo	0.8683	0.4505	0.2077
X2: Largo de la hoja	0.8697	-0.4439	0.2158
X3: Ancho de la hoja	0.9156	-0.0056	-0.4020

La matriz de correlaciones entre las variables originales y las componentes principales nos indica claramente que tenemos dos tipos de *Mynthostachys*. Dicha información presentada en el Gráfico No 1, indica claramente la presencia de dos tipos de Mintosttachy en el Distrito de Cajatambo.

El valor de $T^2 = 116,4281$ es transformado a la estadística F y toma el valor $F_C = 114,05$, que luego es comparado con el cuantil de la distribución F con 3 y 97 grados de libertad con una probabilidad de 0.95, $F(3, 97, 0,05) = 2,7$, consecuentemente, la prueba de hipótesis es significativa al 5%. Por tanto, podemos concluir que existe evidencia suficiente para afirmar que los vectores de medias de las plantas con abundante pubescencia y escasa pubescencia son diferentes.

7. Conclusiones

El Análisis de Componentes Principales muestra que son dos los tipos de *Mynthostachys* en el Distrito de Cajatambo de la Provincia de Cajatambo del Departamento de Lima.

El análisis de comparación de medias de los dos tipos de *Mynthostachys* confirma la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre dichos vectores de medias.

Referencias

- [1] ANDERSON T.W. An introduction to multivariate analysis. John Wiley (1984)
- [2] ALVAN, C.J. Un registro de datos etnobotánicos . Boletín de Lima, No 39, (1985).
- [3] CAIN y CASTRO Manual of Vegetation Analysis. Harper and Brothers Publishers, New York (1959).

- [4] CRIDCI J. Introducción a la teoría y práctica de la taxonomía numérica. Serie de Biología. OEA (1983).
- [5] MANLY B. multivariate statistical methods. Chapman Hall (1986).
- [6] MOSTACEDO B. FREDERICKSEN Manual de métodos básicos de muestreo y análisis en ecología vegetal. Bolford (2000)
- [7] JOHNSON Métodos multivariantes aplicados al análisis de datos (2000).
- [8] KRZANOWSKI Principles of multivariate análisis. Oxford statistical science series (1990).
- [9] SEBER Multivariate observations. John Wiley (1984).