

Incidencia de la Rugosidad de un Rodillo y otros Factores en el Cálculo de Incertidumbre en la Calibración de un Frenómetro

Resumen: El calibrado de un frenómetro consiste en comparar la fuerza de frenado con un patrón de fuerza conocido y evaluar su incertidumbre como medida de la calidad de la calibración.

En una auditoría del sistema de gestión de la calidad del laboratorio Calibra Uno, bajo la dirección del Organismo Argentino de Acreditación (OAA), se determinó que la rugosidad de los rodillos del frenómetro no había sido tomada en cuenta entre los factores que influyen en la calibración del mismo. Por ende, así se investigaron todas las variables predominantes en el equipo de medición, en el mensurando, en las condiciones ambientales y en la pericia del operario.

El resultado fue un modelo matemático asistido por computadora, basado en la serie de Taylor, que permite calcular la incertidumbre de medición de la fuerza de frenado, y a la cual se le puede cargar las mediciones realizadas durante la calibración de un frenómetro en el Taller de Revisión Técnica Vehicular (TRTV).

Palabras Claves: Frenómetro; Incertidumbre; Rugosidad del rodillo.

Abstract: The calibration of a brake tester consists in compare the strength of braking with a pattern of force known and evaluate its uncertainty as measure of the quality of the calibration.

In an audit of the system of management of the quality of the laboratory calibrates one, under the address of the Agency Argentine of accreditation (OAA), is determined that the roughness of the rollers of the brake tester not had been dyed in has between them factors that influence in the calibration of the same, is determined that the roughness of the rollers of the brake tester not had been dyed in has between them factors that influence in the calibration of the same.

The result was a model mathematical assisted by computer based on the Taylor series, which allows to calculate the braking force measurement uncertainty and to which is you can load the measurements made during the calibration of a brake tester in the workshop of review technical vehicle (TRTV).

Keywords: Brake tester; Uncertainty; Roller roughness.

Alejandro Delguste^{1*}, Alexis Duarte^{2*}, Joaquín Rittiner^{3*}, Juan Zaccagnini^{4*}

*Laboratorio Calibra I (Lavaise 610, Santa Fe), Facultad Regional Santa Fe, UTN

Mail: ¹alejandrodalguste@gmail.com - ²duartealexis86@gmail.com - ³joaquinrittiner@gmail.com - ⁴juanagustin_17@hotmail.com

INTRODUCCIÓN

Este trabajo expone cómo se vinculan actividades de investigación y de extensión que se realizan en el laboratorio de calibraciones.

Debido al conflicto de opiniones en el valor de la incertidumbre combinada a partir de la consideración de todas sus fuentes y el nivel de incidencia de cada una de ellas, se decide estudiarlas y en especial la rugosidad de adherencia entre el rodillo y los neumáticos, como así también la correlación entre la longitud de los brazos de palanca que forman parte del modelo propuesto detectada por el laboratorio.

Además, se han analizado la influencia de la temperatura, ángulos de trabajo, errores de paralaje y calidad de los patrones utilizados. Para así obtener la ecuación completa de evaluación de la incertidumbre y su aplicación a un equipo estándar.

El resultado fue un modelo de evaluación que contempló las nuevas fuentes de incertidumbres y estableció su incidencia en un valor total.

METODOLOGÍA

El trabajo tiene un carácter exploratorio y el mismo consistió en revisar los aspectos teóricos del procedimiento de calibración de un frenómetro, que el laboratorio posee acreditado ante el OAA y aplicarlos al caso práctico de una calibración en un TRTV.

A partir de los datos medidos en el rodillo izquierdo, tomado como elemento de análisis, junto con la medición de repetitividad del diámetro de este rodillo, se realizó el cálculo de la influencia de cada una de las variables del modelo, siendo estas: la longitud de cada palanca, el radio del rodillo, la longitud de la palanca de torque del motorreductor; las masas, la acción de la aceleración de la gravedad y las lecturas entre otras. Todas estas medidas expresadas como varianza del modelo de medición apli-

cado $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ según los lineamientos de la guía para la expresión de la incertidumbre CE-LE-09 OAA [1].

Desarrollo del cálculo de la incertidumbre

El frenómetro de rodillos es un dispositivo que evalúa la fuerza de frenado cuando se aplica el freno de un vehículo immobilizando las ruedas que están siendo impulsadas por un par de rodillos del frenómetro. El procedimiento de medición consiste en aplicar una fuerza conocida a la celda de carga y contrastarla con el valor amplificado que acusa el indicador digital del frenómetro. Esto da origen al siguiente modelo físico de medición. Ver Figura 1.

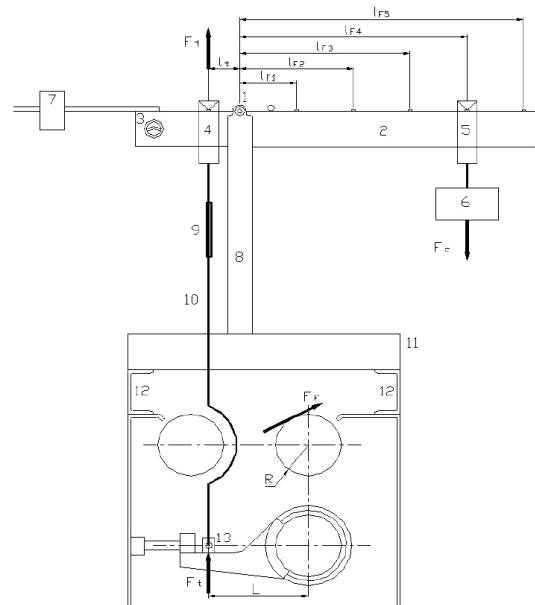


Fig. 1: Esquema del método de medición.

1. Sistema de rotación central (eje y porta rodamientos).
2. Barra acotada.
3. Nivel de burbuja.
4. Ménsula con pivote cónico izquierda.
5. Ménsula con pivote cónico derecha.

6. Pesa patrón.
7. Contrapeso cilíndrico para nivelación.
8. Pedestal.
9. Registro de longitud de barra tensora.
10. Barra tensora curva.
11. Bancada de apoyo y guía para patas y pedestal.
12. Patas de fijación o apoyo.
13. Perno para ensamble a celda de carga.

La fuerza de frenado y la fuerza de tracción están vinculadas mediante la siguiente:

$$F_f = F_t \cdot \frac{L}{R} \cdot C; F_t = m \cdot g \tag{1) y (2)}$$

Donde:

F_f : es la Fuerza de frenado que acusa el frenómetro cuando se aplica la pesa patrón sobre la ménsula en alguna de las posiciones de la barra acotada.

F_t : es la Fuerza que actúa a la tracción.

L : es la Longitud del brazo de palanca del eje del motorreductor, entre el centro del mismo y el punto de aplicación de la fuerza por la barra tensora.

R : es el Radio del rodillo.

C : es la Relación entre la longitud de la cadena de transmisión y la longitud del brazo de palanca, donde se aplica la fuerza de contraste (masa patrón aplicada) y el rodillo tractor.

m : es la masa patrón aplicada a la celda de carga.

g : aceleración de la gravedad.

Reemplazando 2 en 1 tenemos el modelo básico de medición sin las fuentes de repetibilidad en el frenómetro. La ecuación que corresponde a este modelo matemático y desde el cual se obtiene la incertidumbre es la siguiente:

$$F_f = \frac{l_{Fn}}{l_t} \cdot m \cdot g \cdot \frac{L}{R} + \delta F_{\text{resol.o.repet}} + \delta F_{\text{desalin}} + \delta F_{\text{paral}} \tag{3}$$

Donde:

l_{Fn} : es la Longitud del brazo de palanca entre el puntal o pedestal de la barra acotada y la pesa patrón en sus posibles y acotadas ubicaciones.

l_t : es la Longitud entre el puntal o pedestal de la barra acotada y la vertical por donde pasa barra tensora.

SF_{desalin} : es la Diferencia en la fuerza de frenado por desalineación con la vertical de la barra tensora.

$SF_{\text{resol.o.repet}}$: es la Diferencia de la fuerza de frenado por resolución del instrumento o por errores de repetibilidad.

SF_{paral} : es la Diferencia por error de paralaje en caso de frenómetros analógicos (no es nuestro caso).

Para evaluar la incertidumbre combinada en función de la suma de sus contribuciones se usa la expresión indicada a continuación que corresponde a la CE-LE-09 [2].

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i \cdot c_k \cdot u(x_i, x_k) \tag{4}$$

En la Ec. 4, la primer sumatoria son las contribuciones a la varianza combinada, por parte de las variables de entrada del modelo matemático y la segunda sumatoria representa las contribuciones de la covarianza de dichas variables que surgen cuando existe una correlación entre las variables de entrada en el modelo de medición.

En el modelo planteado las únicas variables correlacionadas son l_{Fn} y l_t . Partiendo de la planilla de datos primarios obtenidos del TRTV, junto a los datos de las mediciones de R y L, se evaluaron las componentes de la incertidumbre que se muestran en la Tabla 1.

N°	VARIABLES DE ENTRADA x_i	FUENTE DE INCERTIDUMBRE	VALOR ESTIMADO	INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR O TÍPICA $u(x_i)$	COEFICIENTE DE SENSIBILIDAD $c(x_i)$	CONTRIBUCIÓN A LA INCERTIDUMBRE $c(x_i) \cdot u(x_i)$	CONTRIBUCIÓN A LA VARIANZA $u_c(y)^2 \text{ Lab}$	CONTRIBUCIÓN A LA VARIANZA COMBINADA $u_c(y)^2 \text{ Lab}$
1	l_{Fn}	Brazo de palanca del peso de contraste	1132,38 mm	$0,1/2 = 0,05$ mm	16,0 N/mm	0,8N	0,7 N ²	0,7 N ² (despreciable)
2	l_t	Brazo de palanca Longitud barra tensora-centro rotación de barra	73,7 mm	$0,01/2=0,005$ mm	-245,2 N/mm	1,2 N	1,5 N ²	1,5 N ² (despreciable)
3	m	Masas patrones	40 kg (nominal)	$(0,5+0,8)g=1,3 \times 10^{-3}$ kg	451,7 m/s ²	0,6 N	0,4 N ²	0,4 N ² (despreciable)
4	g	Gravedad	9,79 m/s ²	0,00049 m/s ²	1844,0 kg	0,9 N	0,8 N ²	0,8 N ² (despreciable)
5	d	Desalineación Ft	0	0,25 N	1	0,25 N	0,06 N ²	0,06 N ² (despreciable)
6	u_c	Correlación l_{Fn} y l_t	-1,956 N ²				-1,9 N ²	-1,9 N ² (despreciable)
7	Repet. Resol.	Repetibilidad Resolución de la fuerza medida	17,75 N (promedio 3 mediciones)	6,66 N	1	6,66 N	---	44,4 N ² (0,3%)
8	L	Brazo de palanca de la fuerza tracción.	397,5 mm	0,34 mm	45,5 N/mm	15,6 N	---	242,4 N ² (1,7%)
9	R	Radio del rodillo	132,5 mm	0,87 mm	-136,4	-118,6 N	---	14059,6 N ² (87,9 %)

Tabla 1: Componentes de la incertidumbre.

Totales	Contribución a la varianza $u_c(y)^2_{Lab}$	Contribución a la varianza combinada $u_c(y)^2_{Lab}$
Contribución a la varianza del laboratorio	1,56 N ²	
Varianza que corresponde al cuadrado de la incertidumbre combinada de la medición de la fuerza aplicada por el frenómetro : Ff		14347,96N ² (100%)
Incertidumbre expandida del laboratorio con $k=2$	0,004 kN	
Incertidumbre combinada del frenómetro (redondeada a su valor superior)		119,78 N=120 N
Incertidumbre expandida con $k=2$		240 N

Tabla 2: Resultados obtenidos.

La fuente de incertidumbre se obtiene de los certificados de calibración de los equipos, excepto en el caso de la gravedad que se obtiene de la planilla de Geodesia.

Se utiliza una distribución Normal para todas las variables, exceptuando la desalineación Ft que es distribución Rectangular.

Cálculo de las contribuciones de cada una de las fuentes de incertidumbre del modelo considerado

A continuación se detallan dichos cálculos y las consideraciones teóricas para efectuarlos. Cabe aclarar que la demostración teórica para el cálculo de las incertidumbres menos significativas, respecto a la incertidumbre total, fueron omitidas por una cuestión de extensión en el trabajo.

Contribución correspondiente a la Longitud del brazo de palanca del peso de contraste l_{Fn}

$$\{contribución.de.x_1\} = [c_1.u(l_{Fn1})]^2 = 0,6364N^2$$

Contribución correspondiente a la Longitud entre el puntal o pedestal de la barra acotada y la vertical por donde pasa la barra tensora l_t

A partir del certificado de calibración de la barra acotada, que es otorgado por el Laboratorio de Metrología Dimensional (LMD), se tiene:

$$\{contribución.de.x_2\} = [c_2.u(x_2)]^2 = [c(l_t).u(l_t)]^2 = 1,5028N^2$$

Contribución correspondiente a la Varianza de la masa patrón aplicada a la celda de carga m

$$\{contribución.de.x_3\} = [c_3.u(x_3)]^2 = [c(m).u(m)]^2 = 0,3449N^2$$

Contribución correspondiente a la Gravedad g

$$\{contribución.de.x_4\} = [c_4.u(x_4)]^2 = [c(g).u(g)]^2 = 0,8153N^2$$

Incertidumbre de la fuerza de frenado, por desalineación de la barra tensora que transmite la fuerza de peso patrón a la celda de carga

$$\{contribución.de.x_8\} = [c_8.u(x_8)]^2 = u_{desalineación}^2 = 0,2476N^2 = 0,06131N^2$$

Contribución correspondiente a la Correlación entre las longitudes de las palancas de la barra acotada

$$\{contribución.por.correlación.entre.la.l_{Fn}.y.l_r\} = -1,9560N^2$$

Contribución correspondiente a la resolución del indicador del frenómetro y la repetibilidad

Como en los casos anteriores se comparan estas contribuciones y se toma la mayor resolución.

Dado que es un indicador digital la señal debe estar en el entorno de su resolución y con igual probabilidad de adoptar valores dentro de ese entorno, luego su distribución de probabilidades es rectangular.

$$u_{resolución} = \frac{resolución.del.frenómetro}{\sqrt{12}} = \frac{0,01kN}{\sqrt{12}} = 2,88 \times 10^{-3}kN = 2,88 N \tag{5}$$

Para la resolución del indicador del y la repetibilidad, según los datos de la planilla de datos primarios tomados del Taller de referencia. Se toman las tres lecturas correspondientes a la fuerza de frenado y se calcula su desvío estándar S .

La terna de valores es (17,77; 17,75; 17,75) kN

$$u_{repetibilidad} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,01155kN}{\sqrt{3}} = 6,6667 \times 10^{-3}kN = 6,6667N \tag{6}$$

Se considera la $u_{repetibilidad} = 6,6667N$ por ser superior a la resolución.

$$\{contribución.de.x_7\} = [c_7.u(x_7)]^2 = u_{repetibilidad}^2 = 6,6667^2 = 44,4448N^2$$

Contribución correspondiente a la longitud L (distancia entre la celda de carga donde se ejerce la fuerza de tracción y el motorreductor)

El modelo que se utiliza para evaluar estas magnitudes es:

$$u_c(L)^2 = u_{instrumento}^2 + (u_{repetibilidad} \dot{O} u_{resolución})^2 + u_{\Delta T}^2 + u_{\delta}^2 \tag{7}$$

Los términos de esta ecuación se analizan a continuación. Incertidumbre correspondiente al instrumento:

$$u_{instrumento} = Desv.Max + U_{instrumento} \tag{8}$$

Para la cinta métrica calibrada, se extrajeron los siguientes valores:

$$Desv.Max = 0,10mm ; U_{instrumento} = 0,15mm ; u_{instrumento} = 0,10mm + 0,15mm = 0,25mm$$

Incertidumbre correspondiente a la Repetibilidad o Resolución:

Se midió el valor de L en 10 mediciones tomadas por distintos operadores, se tomó la desviación estándar S del operador que tuvo mayor dispersión en sus mediciones cuyo desvío estándar fue $S = 0,74mm$.

Luego la incertidumbre se calcula por el desvío estándar de las medias en el muestreo para $N = 10$ arrojando los siguientes resultados.

$$u_{repetibilidad} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,74 mm}{\sqrt{10}} = 0,2340 mm \tag{9}$$

La cinta métrica tiene una resolución de 1 mm y se considera que un operador puede apreciar la mitad de ese intervalo, luego a este intervalo se considera que la variable tiene la misma probabilidad de caer en ese entorno por lo tanto se considera que la distribución rectangular expresa esa probabilidad y la incertidumbre típica $u_{resolución}$ está dada por la siguiente ecuación:

$$u_{resolución} = \frac{resolución\ del\ instrumento}{2 \cdot \sqrt{12}} = \frac{1\ mm}{2 \cdot \sqrt{12}} = 0,1443\ mm \tag{10}$$

Luego $u_{repetibilidad} > u_{resolución}$ siendo la mayor $u_{repetibilidad} = 0,2340\ mm$ El valor elegido para el segundo sumando de la incertidumbre combinada $u_c(L)$.

Incertidumbre debida a la diferencia de temperaturas entre el instrumento y el mesurando u_{δ_t}

La estimación para esta influencia sería aproximada por la ecuación siguiente:

$$u_{\delta_t} = \frac{L \cdot \alpha_{promedio} \cdot \delta_t}{\sqrt{3}} = \frac{397,5\ mm \cdot 1,2 \times 10^{-5} \cdot C^{-1} \cdot (t_{cta.metrica} - t_{equipo}) \cdot C}{\sqrt{3}} \tag{11}$$

Dado el tiempo que les toma a los operadores armar el sistema de palanca se puede estimar que las diferencias de temperaturas entre el equipo y la cinta son prácticamente iguales o sea $(t_{cta.metrica} - t_{equipo}) \cdot C \rightarrow 0$, considerándose despreciable esta contribución.

Finalmente la incertidumbre combinada de la longitud de la palanca del motorreductor es:

$$u_c(L)^2 = (u_{repetibilidad} \cdot 0 \cdot u_{resolución})^2 + u_{\Delta T}^2 + u_{\delta}^2 = (0,25^2 + 0,234^2)\ mm^2 \tag{12}$$

$$u_c(L)^2 = u_L^2 = (0,0625 + 0,0548)\ mm^2 = 0,1173\ mm^2$$

$$u_L = 0,3425\ mm$$

El coeficiente de sensibilidad de la incertidumbre c_L

$$c_L = c(L) = \frac{\partial(F_f)}{\partial(L)} = m \cdot g \cdot \frac{I_{Fn}}{R \cdot l_t} = 40\ kg \cdot \frac{9,79\ m}{s^2} \cdot \frac{1132,38\ mm}{132,5\ mm \cdot 73,7\ mm} = 45,4564 \frac{N}{mm}$$

$$\{contribución\ de\ x_5\} = [c_5 \cdot u(x_5)]^2 = [c(L) \cdot u(L)]^2 = \left[45,4564 \frac{N}{mm} \cdot 0,3425\ mm \right]^2 = 15,5688 \cdot N^2 = 242,4\ N^2$$

Contribución correspondiente al Radio del Rodillo R

El radio del rodillo se calcula a través de la medición de su diámetro. Este aporte es uno de los más cuestionados dado que por la estructura del rodillo en contacto con la cubierta de caucho de la rueda genera un incertidumbre extra por la indefinición del mesurando. Esto se debe a que a la superficie del rodillo posee protuberancias para evitar el deslizamiento entre el rodillo y la cubierta, mejorando así la fuerza de rozamiento con la cual se inmoviliza el rodillo en el momento de frenar. Este fenómeno se intenta abordar mediante la suma de un término por indefinición de R a los valores convencionales, tenidos en cuenta cuando se mide con un calibre el diámetro del rodillo en cuestión.

$$R = R_{instrumento} + d + (\delta_{repetibilidad} \cdot 0, \delta_{resolución}) + \delta_{paralaje} + \delta_{\Delta T} + \delta_{\delta t} + \delta_{indefinición\ de\ R} \quad (13)$$

$$u(x_6)^2 = u(R)^2$$

$$= u_{instrumento}^2 + (u_{repetibilidad} \cdot 0, u_{resolución})^2$$

$$+ u_{paralaje}^2 + u_{\Delta T}^2 + u_{\delta t}^2 + u_{indefinición\ de\ R}^2$$

Es importante destacar que el Frenómetro considera esta variable como constante aportada por el fabricante, y corresponde al radio del rodillo medido en su parte lisa (no rugosa). Por lo tanto el laboratorio efectúa la medición para verificar que el rodillo no se haya cambiado, dado que esta es una operación de mantenimiento frecuente dentro de los talleres.

Contribución de la incertidumbre del Calibre pie de Rey de 600 mm x 0,02 mm

El instrumento utilizado es el Calibre Pie de Rey.

$$u_{instrumento} = DesvíoMax + U_{calibr.Inst} \quad (14)$$

Siendo: $DesvíoMax = 0,02mm$ y $U_{calibr.Inst} = 0,02mm$,

$$u_{instrumento} = DesvíoMax + U_{calibr.}$$

$$= 0,02mm + 0,02mm = 0,04mm$$

Contribución correspondiente a la incertidumbre de la Repetibilidad

Fuente de información: Calibre de 600 mm x 0,02 mm y personal usuario del mismo.

$$u_{resolución} = \frac{resolución.del.calibre}{4 \cdot \sqrt{12}} = \frac{0,02}{4 \cdot \sqrt{12}}$$

$$= 1,4434 \times 10^{-3} mm$$

Se divide por un factor igual a cuatro, dado que es lo que un observador con agudeza visual puede apreciar en la medición. Se realizaron 3 muestras de 10 mediciones del diámetro del rodillo con sus respectivas estimaciones de cada desvío estándar *S*; de todas se tomó la mayor $S = 0,38mm$. de las incertidumbres. Luego el valor elegido surge de la distribución de medias en el muestreo cuyo desvío típico es la incertidumbre por repetibilidad.

$$u_{repetibilidad} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,38mm / 2}{\sqrt{10}}$$

$$= 6,0083 \times 10^{-3} mm$$

n=tamaño de la muestra

Se puede demostrar que la incertidumbre *S* radio es la mitad de la *S* del diámetro.

La contribución a la incertidumbre del rodillo, la aporta la repetibilidad dado que es mayor que el aporte de incertidumbre por resolución.

Contribución de la incertidumbre por variaciones de temperatura

Se aplican los mismos criterios que para el caso anterior de la medición de *L*.

$$u_{\Delta T} = \frac{D/2 \cdot 2 \cdot u(\alpha) \cdot \Delta T}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{265mm/2 \cdot 2 \cdot 0,1 \times 10^{-5} C^{-1} \cdot (20,3 - 15,5) C}{\sqrt{3}}$$

$$= 7,3439 \times 10^{-4} mm$$

Contribución a la incertidumbre combinada debido a la indefinición del mensurando radio del rodillo *R*

La importancia de considerar la rugosidad antes citada, reside en que puede alterar el punto de aplicación de la fuerza de frenado. El torque que se transmite al rodillo está dado por la relación que existe entre la fuerza F_r y el radio R del rodillo. Pero R puede variar aleatoriamente entre el valor del fabricante (R mínimo) y la altura de la rugosidad (R máximo). Esto dependerá entre otros factores de la presión del neumático, de la forma de los surcos en la banda de rodamiento, de la cantidad de partículas de suciedad que tenga la superficie del rodillo, de la temperatura del aire en el interior de los neumáticos, etc. Tener en cuenta todos estos factores implica un estudio que no se condice con la calidad del instrumento en cuestión, por lo tanto no se analizarán en este caso.

Esto se debe a que un frenómetro tiene una resolución del orden de 0.01kN y mide en un intervalo de [0-30kN] aproximadamente, la relación entre la resolución y el intervalo es una medida de la exactitud y calidad del equipo siendo necesario un valor inferior a 1×10^{-5} kN para que un instrumento de este tipo tenga una alta precisión. En el frenómetro tomado como referencia para el análisis la relación es: $3,3 \times 10^{-4}$ kN, lo cual nos permite considerarlo como un equipo de baja precisión.

No obstante se considerara la influencia de la rugosidad del rodillo en la incertidumbre aportada en la medición de la fuerza de frenado.

Si consideramos a la protuberancia como una especie de palanca que aumenta la capacidad de frenar el movimiento del rodillo es posible pensar que el Radio del rodillo es justamente esta palanca, y por lo tanto su variación estará entre los valores de ($R; R+\Delta R$) La altura de la protuberancia es aproximadamente de 3 mm. Si se piensa la fuerza de frenado ejercida sobre el rodillo como resultante de todos los contactos con la

superficie ésta debería pasar por algún punto de ΔR , si consideramos que estos puntos son iguales se le asignaría a la variable aleatoria una distribución rectangular con un intervalo total, ΔR luego la incertidumbre por indefinición del mensurando R sería:

$$u_{indefinición\ de\ R} = \frac{\Delta R/2}{\sqrt{3}} = \frac{3mm}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0.8660\ mm \quad (15)$$

Finalmente se tiene para el radio del rodillo el siguiente balance de incertidumbres:

$$\begin{aligned} u(x_6)^2 &= u(R)^2 \\ &= u_{instrumento}^2 + (u_{repetibilidad} \cdot O.M_{resolución})^2 \\ &\quad + u_{paralaje}^2 + u_{\Delta T}^2 + u_{\delta t}^2 + u_{indefinición\ de\ R}^2 \\ u(x_6)^2 &= u(R)^2 = 1,6 \times 10^{-3} mm^2 + 3,6 \times 10^{-3} mm^2 \\ &\quad + 0,83 \times 10^{-3} mm^2 + 0,0005 \times 10^{-3} mm^2 \\ &\quad + 749,96 \times 10^{-3} mm^2 \\ u(x_6)^2 &= u(R)^2 = 755,95 \times 10^{-3} mm^2 \\ \Rightarrow u(R) &= 0,8695mm \end{aligned}$$

RESULTADOS

En la Tabla 3 que se encuentra a continuación se observan los valores obtenidos de los cálculos de la incertidumbre del rodillo que más influencia tienen dentro del estudio que hemos realizado.

El coeficiente de sensibilidad para la variable R :

$$\begin{aligned} c_6 = c(R) &= \frac{\partial(F_f)}{\partial(R)} = -m \cdot g \cdot \frac{Ll_{Fn}}{R^2 l_t} \\ &= -40kg \cdot \frac{9,8m}{s^2} \cdot \frac{397,5\ mm \cdot 1132,38mm}{(132,5mm)^{2,73,7} mm} \\ &= -136,3692 \frac{N}{mm} \end{aligned} \quad (16)$$

Variable	Valor de la variable	Valor de la variable al cuadrado
$u_{instrumento}^2$	$0,04^2 mm^2$	$1,6 \times 10^{-3} mm^2$
$u_{repetibilidad}^2$	$0,06^2 mm^2$	$3,6 \times 10^{-3} mm^2$
$u_{resolución}^2$	Se considera despreciable.	
$u_{\Delta T}^2$	$(7,3439 \times 10^{-4})^2 mm^2$	$0,0005 \times 10^{-3} mm^2$
$u_{\delta t}^2$	Se considera despreciable.	
$u_{paralaje}^2$	$0,0288^2 mm^2$	$0,83 \times 10^{-3} mm^2$
$u_{indefinición\ de\ R.}^2$	$0,8660^2 mm^2$	$749,96 \times 10^{-3} mm^2$
$u(R)^2$	Incertidumbre combinada del radio del rodillo expresada como varianza.	$755,95 \times 10^{-3} mm^2$
$u(R)$	Incertidumbre del rodillo.	$0,8695 mm$

Tabla 3: Balance de incertidumbres para el radio del rodillo.

$$\begin{aligned} \{contribución\ de\ x_6\} &= [c_6 \cdot u(x_6)]^2 \\ &= [c(R) \cdot u(R)]^2 = \left[-136,3692 \frac{N}{mm} \cdot 0,8695 mm \right]^2 \\ &= 14059,56 N^2 \\ \{contribución\ de\ x_6\} &= 14059,56 N^2 \end{aligned}$$

DISCUSIÓN

En el cálculo de la incertidumbre combinada para el modelo de variables de entrada en la medición de la fuerza de frenado y recordando la ecuación del modelo de medición de la fuerza de frenado se tiene:

$$F_f = \frac{l_{Fn}}{l_t} \cdot m \cdot g \cdot \frac{L}{R} + \delta F_{desalin} + \delta F_{paral} \quad (17)$$

Como el equipo es digital no hay error de paralaje $SF_{paral} = 0N$.

La incertidumbre para este modelo expresado como varianza de la variable aleatoria fuerza de frenado, a partir de la ley de propagación de la incertidumbre sería:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i \cdot c_k \cdot u(x_i, x_k) \quad (18)$$

Luego para la Ec. 1 se tiene:

$$\begin{aligned} u^2(F_f) &= [c(l_{Fn})u(l_{Fn})]^2 + [c(l_t)u(l_t)]^2 \\ &\quad + [c(m)u(m)]^2 \\ &\quad + [c(g)u(g)]^2 + [c(L)u(L)]^2 \\ &\quad + [c(R)u(R)]^2 + u_{repetibilidad}^2 + \\ &\quad u_{desalineación}^2 + \\ &2 \cdot \frac{\partial(F_f)}{\partial(l_{Fn})} \cdot \frac{\partial(F_f)}{\partial(l_t)} \cdot u(l_{Fn}) \cdot u(l_t) \quad , \quad , \quad (19) \end{aligned}$$

Por lo tanto reemplazando tenemos:

$$\begin{aligned} u^2(F_f) &= 1,5028 N^2 + 0,8153 N^2 \\ &\quad + 242,3879 N^2 \\ &\quad + 14509,56 N^2 \\ &\quad + 44,4448 N^2 \\ u^2(F_f) &= 14346,7548 N^2 \\ u(F_f) &= 119,7779 N \end{aligned}$$

Luego la incertidumbre de la medición de la fuerza de frenado utilizando una cifra significativa es:

$$u(F_f) = 0,1kN$$

Y para un $k = 2$ tenemos una incertidumbre exoan-
dida de $U(F_f) = 0,2 kN$

Siendo el promedio de las tres mediciones F_f
(medida) = 17,75 kN

Con una fuerza de contraste o referencia de:

$$F_f = m \cdot g \cdot \frac{l_{Fn}}{l_t} \cdot \frac{L}{R}$$

$$= 40kg \cdot \frac{9,79m}{s^2} \cdot \frac{1132,38mm \cdot 397,5mm}{132,5mm \cdot 73,7mm}$$

$$= 18068,9N$$

$$F_f(\text{aplicada}) = 18,07kN$$

Se observa que la fuerza de frenado medida y apli-
cada difiere en 0.32 kN.

CONCLUSIONES

La mayor contribución a la incertidumbre corres-
pondió a las componentes del frenómetro R (radio
del rodillo), L (Brazo de palanca de la fuerza tracción
y del motorreductor), junto con la resolución y repe-
tibilidad del frenómetro, las demás variables conside-
radas en el modelo no aportaron valores significativos
a la varianza combinada, como se puede observar en la
FIGURA 2, cuyos datos fueron extraídos de la TABLA I.

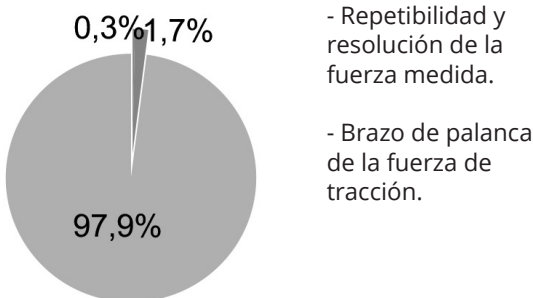


Fig. 2: Participación de los factores en el cálculo de la incertidumbre.

Analizando en detalle cómo se compone el balance de
incertidumbre para el radio del rodillo, se tiene la FIGURA
3, la cual refleja en porcentajes la incidencia de cada uno de
los factores que integran el cálculo de la incertidumbre por
el Radio del rodillo.

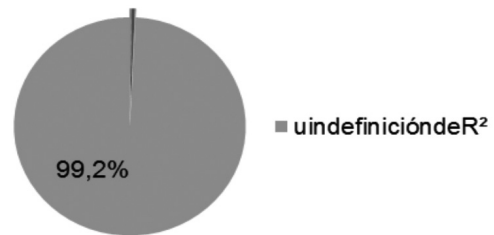


Fig. 3: Participación de los factores en el cálculo de la incertidumbre.

Se observó, que la contribución por correlación
entre los brazos de palanca de la barra que produce
la fuerza sobre la celda de carga es negativa, por los
términos de la derivada matemática de la fuerza de
Fricción con respecto al radio del rodillo, pero su
influencia en el resultado de la incertidumbre combi-
nada final es irrelevante.

La discusión sobre la rugosidad del rodillo quedó
sellada ya que esta variable influyó en la medición de
la incertidumbre combinada del radio del rodillo, ver
Tabla II. A su vez el radio incidió en la medición de la
incertidumbre de la fuerza de frenado, pero no fue un
valor lo suficientemente elevado como para cambiar el
alcance del nivel de exactitud y precisión que tiene el
laboratorio Calibra I en la calibración de Frenómetros.

RECONOCIMIENTOS

Cabe destacar el apoyo y conducción del Dr. Oscar
Greco y el Ing. Fabián Gon como así también el apoyo
de las autoridades de la Facultad Regional Santa Fe y la
Dirección del Laboratorio Calibra I.

REFERENCIAS

[1] ORGANISMO ARGENTINO DE ACREDITACIÓN OAA (Junio de 2013). *Expresión de la Incertidumbre de medidas en las calibraciones/ensayos*, Buenos Aires, Argentina, v.1, p.4.

[2] ORGANISMO ARGENTINO DE ACREDITACIÓN OAA (Junio de 2013). *Expresión de la Incertidumbre de medidas en las calibraciones/ensayos*, Argentina, v.1, p.16.

CENTRO NACIONAL DE METROLOGÍA CENAM (Abril de 2008). *Guía Técnica sobre Trazabilidad e Incertidumbre en Metrología Dimensional*, México.

CENTRO ESPAÑOL DE METROLOGIA CEM. (1998). *METROLOGIA Guía para la expresión de la incertidumbre de medida. Punto F2.2.1 Resolución de una indicación digital*, Guía de Expresión de la incertidumbre. España.