

# Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial



Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 16 (2019) 15-25

# Control PID Multivariable de una Caldera de Vapor

P. Mercader<sup>a,\*</sup>, C. D. Cánovas<sup>b</sup>, A. Baños<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Faculty of Civil and Environmental Engineering, Technion – Israel Institute of Technology, Haifa, Israel. <sup>b</sup>Departamento de Informática y Sistemas, Universidad de Murcia, Murcia, España.

# Resumen

Este documento presenta la propuesta de los autores para el Concurso en Ingeniería de Control 2016 (CIC2016) organizado por el Grupo Temático de Ingeniería de Control del Comité Español de Automática (CEA). Esta propuesta resultó ganadora en la categoría de estudiantes de máster y postgrado. El concurso consiste en el diseño de un sistema de control para una caldera de vapor, que es modelada por un modelo no lineal multivariable con tres entradas, tres salidas y una perturbación medible. El sistema de control propuesto en este documento se basa en el diseño de un controlador tipo proporcional integrador derivativo (PID) multivariable, mediante técnicas de optimización convexa. Además, se contempla el uso de más grados de libertad mediante el diseño de precompensadores para referencias y para la perturbación medible. Finalmente, se analiza el desempeño del sistema de control diseñado, bajo los escenarios propuestos en el concurso.

*Palabras Clave:* Control PID, Control en realimentación multivariable, Control de procesos, Funciones de sensibilidad, Optimización convexa

# **Multivariable PID Control of a Boiler**

# Abstract

This document presents the proposal of the authors to the Control Engineering Benchmark 2016, organized by the Control Engineering Group of the Spanish Committee of Automatica. This is the winner design in the postgraduate category. The benchmark proposes the design of a control system for a boiler, that is modelled by a nonlinear multivariable model with three input, three output, and a measurable disturbance. The control system presented in this report is based on the design of a multivariable proportional-integral-derivative (PID) controller by using convex optimization techniques. In addition, prefilters for the references and for the measurable disturbance have also been proposed. Finally, the performance of the designed control system is shown under the same scenarios to the ones considered in the benchmark.

Keywords: PID control, Multivariable feedback control, Process control, Sensitivity functions, Convex optimization

# 1. Introducción

El Grupo Temático de Ingeniería de Control del Comite Español de Automática (CEA) celebra anualmente un concurso sobre ingeniería de control para estudiantes desde el año 2007, cuando se propuso el problema de control del ángulo de cabeceo de un helicóptero (García-Sanz et al., 2006). Desde entonces una amplia variedad de problemas han sido considerados, por ejemplo, ajuste automático de controladores PID (Romero-Pérez et al., 2012) y seguimiento de trayectorias de un vehículo cuatrirrotor (Blasco et al., 2012). Este artículo presenta la propuesta de los autores para el Concurso en Ingeniería de Control 2016 (CIC2016) que el Grupo Temático de Ingeniería de Control del Comite Español de Automática (CEA) propone a estudiantes de grado, máster y posgrado. Los dos primeros autores participaron en la categoría de estudiantes de máster y posgrado, siendo tutorizados por el tercer autor. El problema de control propuesto en el año 2016 es una variante del presentado por el profesor Fernando Morilla en el año 2010 (Morilla, 2010). A su vez, una variante del mismo fue también presentado por el mismo profesor en el congre-

\*Autor para correspondencia: pedro.m@technion.ac.il **To cite this article**: P. Mercader, C. D. Cánovas, A. Baños. 2019. Multivariable PID Control of a Boiler. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 16, 15-25. https://doi.org/10.4995/riai.2018.9034

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4,0 International (CC BY-NC-ND 4,0)

so Advances in PID Control organizado por la IFAC (Morilla, 2012). Diferentes estrategias de control han sido estudiadas para este problema durante los últimos años, por ejemplo, control predictivo basado en modelo (Fernández et al., 2011), control PI mediante optimización multiobjetivo (Sánchez et al., 2015), control PID por desacoplo (Garrido et al., 2016), control por modelo interno (Fu and Tan, 2017) y control por ganancia planificada (Balko and Rosinová, 2017)

El enfoque utilizado por los autores para abordar el problema de diseño del controlador considera una estructura de controlador realimentado tipo PID multivariable. En particular, el método utilizado para el diseño del controlador es el presentado recientemente en Boyd et al. (2016). Este artículo formula el problema de diseño del controlador como un problema de optimización no convexa y lo resuelve mediante una secuencia de problemas de optimización convexa, de forma que la convergencia a una solución local del problema inicial está garantizada. Este método guarda cierta relación con el procedimiento cóncavo convexo (Yuille and Rangarajan, 2003; Lipp and Boyd, 2016). Diferentes aplicaciones de este método para diseño de controladores PID han sido propuestas recientemente, por ejemplo, Hast et al. (2013) y Mercader et al. (2017).

La organización del artículo, que constituye una versión ampliada y revisada de la memoria presentada en la primera fase del concurso, se especifica a continuación. La sección 2 presenta la descripción del proceso propuesto en el concurso. La identificación del proceso se presenta brevemente en la sección 3. La sección 4 está dedicada al diseño del controlador PID, junto al precompensador de referencias y el controlador por prealimentación de la perturbación medible. Posteriormente en la sección 5, se muestran los resultados de las simulaciones de la estrategia de control propuesta bajo los distintos escenarios propuestos en el concurso. Finalmente, se presentan las conclusiones de este trabajo de este trabajo.

# 2. Descripción del proceso propuesto en el concurso

El proceso a controlar que se presenta en el concurso está basado en el modelo de caldera propuesto en Pellegrinetti and Bentsman (1996). Dicho trabajo modela la caldera número 2 de la planta de Abbott en Champaign, IL, EEUU. La caldera forma parte de una unidad de cogeneración usada para calefacción y generación de energía eléctrica diseñada para suministrar un caudal de vapor de 22.10 kg/s a una presión de 2.24 MPa. Un esquema del proceso se muestra en la Figura 1.

El funcionamiento de la caldera se describe brevemente a continuación. El agua se introduce en el calderín donde es convertida en vapor debido a la transferencia de calor producida mediante el metal de los tubos. El aire y el combustible se mezclan y queman en el hogar, que está rodeado por paredes de tubos metálicos que reciben el calor de la llama y en los que se produce la transferencia de calor al agua que circula por ellos. Los gases de combustión resultantes se enfrían y abandonan el hogar. Un modelo del caldera obtenido a partir de primeros principios es presentado en Åström and Bell (2000), se remite al lector a dicho trabajo para una descripción más detallada del proceso.



Figura 1: Ilustración esquemática de planta industrial de generación de vapor. Las entradas manipulables son los caudales de combustible, aire y agua.

Los requerimientos básicos que debe satisfacer la caldera durante su operación son los siguientes:

- El vapor producido debe mantenerse en unas condiciones dadas de presión y temperatura a pesar de las variaciones en la cantidad de vapor demandada a la caldera. En el concurso se asumirá que la temperatura está regulada internamente y que el sistema de control sólo dispone de información instantánea sobre la presión de vapor.
- La caldera debe ser capaz de operar a distintas cargas, en un rango determinado, y deberá hacerlo manteniendo una conbustión eficaz. Por ello, la mezcla de combustible y aire en el hogar debe satisfacer los estándares de seguridad, eficiencia energética y condiciones ambientales. El sistema de control tendrá disponible la medida instantánea del exceso de oxígeno en los gases de combustión, un requisito que debe cumplir el sistema de control es mantener un porcentaje de oxígeno en exceso respecto a la combustión estequiométrica.
- El nivel de agua en el calderín debe mantenerse a unos niveles predefinidos con el fin de evitar el sobrecalentamiento de los componentes del calderín o las inundaciones de las líneas de vapor. Por lo tanto, el sistema de control dispone de su medida instantánea.

El sistema de control de la caldera debe mantener la presión de vapor, el exceso de oxígeno en la cámara de combustión y el nivel de agua en el calderín a unos ciertos valores predefinidos. Para ello, el sistema de control podrá actuar sobre los caudales de combustible, aire y agua de alimentación. Por último, el sistema de control suele disponer de una medida directa o indirecta del consumo de vapor, variable que tiene el papel de perturbación medible.

El modelo de la caldera suministrado por los organizadores del concurso es un bloque en Simulink que tiene tres variables de entrada (caudales de combustible, de aire y de agua) que pueden ser manipuladas en el rango de 0 % al 100 %. Además no se admiten cambios en ninguna de estas variables que superen el 1 % por segundo. El modelo dispone como salidas tres variables dadas en % de su rango de variación, además estas salidas están perturbadas por el ruido de medida. Estas tres variables son: la presión de vapor en la caldera, el porcentaje de oxígeno en exceso en los gases procedentes de la combustión y el nivel de agua en el calderín. Por último, una cuarta entrada no manipulable, cuyo valor está en el rango de 0 % al 100 % permite solicitar a la caldera el vapor requerido por los usuarios.

El punto de operación de la caldera durante la primera fase del concurso está determinado por los siguientes valores:

- Entradas:
  - Combustible (*u*<sub>1</sub>), 40,59 %.
  - Aire (*u*<sub>2</sub>), 63,07 %.
  - Agua (*u*<sub>3</sub>), 35,06 %.
- Perturbación medible:
  - Demanda de vapor (*d*), 37,86 %.
- Salidas:
  - Presión de vapor (*y*<sub>1</sub>), 40,51 %.
  - Exceso de oxígeno (y<sub>2</sub>), 37,77 %.
  - Nivel de agua (*y*<sub>3</sub>), 44,41 %.

En torno al anterior punto de operación se pude asumir un modelo lineal e invariante en el tiempo con la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ Y_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11}(s) & 0 & p_{13}(s) \\ p_{21}(s) & p_{22}(s) & 0 \\ p_{31}(s) & 0 & p_{33}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{1d}(s) \\ 0 \\ p_{3d}(s) \end{bmatrix} D(s),$$
(1)

siendo  $p_{ij}(s)$  la función de transferencia de la entrada  $u_j$  a la salida  $y_i$ , y  $p_{id}(s)$  la función de transferencia de la perturbación  $d_j$  a la salida  $y_i$ , con i, j = 1, 2, 3. A lo largo de este documento se han usado las mismas letras para denotar a las señales de entrada y salida, en minúscula para denotar a la variable temporal y en mayúscula para denotar su transformada de Laplace.

#### 3. Identificación del proceso

El proceso de identificación ha sido llevado a cabo en torno al punto de operación indicado en la descripción del concurso y presentado en la sección anterior. Se han usado señales de tipo Secuencia Binaria Pseudo Aleatoria (SBPA)<sup>1</sup> como señales excitantes en cada una de las entradas disponibles en el modelo,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  para identificar cada una de las salidas  $y_1$ ,  $y_2$  y  $y_3$ .

Debido a que el tiempo de respuesta de cada salida de la planta es diferente, se han diseñado diferentes señales de tipo SBPA para cada sistema. Así, para cada caso se ha usado una señal en la que el pulso más largo es capaz de conducir al sistema a su estado estacionario. Además, todas las señales utilizadas tienen una amplitud de 5 %.

Por su parte, para excitar la entrada d correspondiente a la perturbación medible no se ha utilizado una seña de tipo SB-PA ya que, según la descripción del concurso esta entrada solo tiene una única variación en un caso concreto, por lo que solo se identificó la respuesta de la planta a esta variación. Para ello, se dejó evolucionar el sistema hasta el punto de operación en el que actuaba la perturbación medible y se excito la entrada d con un pulso de las mismas características que esta perturbación.

Los modelos obtenidos son mostrados en la Tabla 1. Para su obtención se han usado técnicas estándar de identificación de sistemas (Ljung, 1995). Todas las funciones de transferencia a identificar se han ajustado relativamente bien a modelos de primer o segundo orden. En la Figura 2 se representan los modelos obtenidos en la identificación superpuestos a los datos experimentales. Como se puede observar, todos los modelos utilizados son fieles al comportamiento de la planta.

Por otro lado, para que se aprecie mejor la fidelidad entre los modelos obtenidos y los datos de la simulación, en lugar de utilizar señales de tipo SBPA, las salidas de la planta mostradas en la Figura 2 se obtuvieron excitando las entradas con una señal de tipo escalón de valor inicial 5 % y valor final de -5 %. Además, la estructura de las gráficas coincide con la estructura de las matrices correspondientes a las funciones de transferencia en la ecuación (1).

En los modelos obtenidos (Tabla 1) cabe destacar la presencia de polos en el origen (integradores), retardos temporales y ceros en el semiplano derecho. Al igual que en el caso monovariable, en el caso multivariable los ceros en el semiplano derecho limitarán el ancho de banda del sistema de control a diseñar. En cuanto a los retardos temporales, la situación en el caso multivariable difiere de la del monovariable, pudiendo ocurrir que un aumento del retardo permita mejores cotas de rendimiento, ver por ejemplo, Skogestad and Postlethwaite (2005).

Los modelos presentados en la Tabla 1 se corresponden a los obtenidos en la primera fase del concurso. En la segunda fase del concurso se propone otro punto de operación, por lo que se realizó una nueva identificación siguiendo el mismo procedimiento que el expuesto en esta sección. Los modelos obtenidos tienen la misma estructura a los presentados en la Tabla 1, pero con variaciones en sus parámetros (no se muestran por brevedad).

# 4. Diseño de PID multivariable

El método usado para obtener un controlador PID multivariable es el presentado recientemente en Boyd et al. (2016). A continuación se presentan las principales ventajas de este método:

- El orden del controlador es fijado a priori. Esto es una clara ventaja frente a diseños  $\mathcal{H}_{\infty}$  tradicionales<sup>2</sup> que resultan en un controlador del mismo orden que la planta generalizada (Zhou and Doyle, 1998).
- Admite una descripción del proceso en términos de su respuesta frecuencial. Esto implica que los retardos tem-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>En inglés, Pseudo Random Binary Sequence (PRBS).

 $<sup>^{2}</sup>$ Cabe destacar la existencia de métodos de diseño  $\mathcal{H}_{\infty}$  que asumen una estructura fija para el controlador, por ejemplo, Apkarian and Noll (2006).



Figura 2: Identificación del proceso (primera fase). Salidas experimentales (azul) y generadas por el modelo (rojo).

Tabla 1: Modelos obtenidos en la identificación durante la primera fase del concurso.

$p_{11}(s) = \frac{0,29}{1+153,80s}$	$p_{12}(s)=0$	$p_{13}(s) = \frac{-0,049}{1+231,30s}e^{-8,49s}$
$p_{21}(s) = \frac{-2.11}{1+6.69s}e^{-9.88s}$	$p_{22}(s) = \frac{1,38}{1+6,82s}e^{-9,84s}$	$p_{23}(s) = 0$
$p_{31}(s) = \frac{-0,0055(1-156,6s)}{(1+27,94s)s}e^{-14,74s}$	$p_{32}(s) = 0$	$p_{33}(s) = \frac{0,0052}{s}e^{-20,68s}$
$p_{1d}(s) = \frac{-1,14}{1+317,84s}e^{-15,37s}$	$p_{2d}(s) = 0$	$p_{3d}(s) = \frac{-5,14(1-126,04s)}{(1+21,03s)(1+735,50s)}e^{-11,19s}$

porales se pueden tener en cuenta, sin necesidad de aproximarlos por funciones de transferencia racionales. Dichas aproximaciones requieren de un análisis posterior, ya que pueden desestabilizar a la planta no aproximada (Silva et al., 2001).

- Tiene flexibilidad para incluir distintos tipos de especificaciones, así como la posibilidad de tratar incertidumbre en el modelo, describiendo el proceso con un número finito de modelos. Además permite considerar cualquier tipo de restricciones convexas sobre los parámetros del controlador (ver Sección 7 de Boyd et al. (2016)).
- El problema de control se plantea como un problema de optimización no convexo que es reemplazado por una secuencia de problemas de optimización convexos, los cuales se pueden resolver de forma muy eficiente (Boyd and Vandenberghe, 2004).

El método presentado en Boyd et al. (2016) asume estructuras de control cuyos parámetros dependen de modo afín (los parámetros no afines deben ser fijados de antemano). En nuestro caso, tomamos la siguiente estructura para el controlador:

$$C(s) = \frac{K_P}{\tau_P s + 1} + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{\tau_D s + 1},$$
 (2)

donde  $K_P$ ,  $K_I$  y  $K_D$  son matrices cuadradas de dimensión 3, la dimensión viene dada por la dimensión de la planta a controlar. Cabe destacar que las 9 entradas de cada una de estas matrices corresponden con las ganancias de cada uno de los 9 controladores PID monovariables que componen el controlador multivariable. Notar que los parámetros escalares  $\tau_P$  y  $\tau_D$  (constantes de tiempo de los filtros de los términos proporcional y derivativo, respectivamente) no depende de modo afín, por lo tanto deberán ser fijados a priori.

El problema de diseño de control se plantea en términos de optimización del rechazo de perturbaciones, sujeto a restricciones relacionadas con la satisfacción de especificaciones sobre márgenes de estabilidad y sobre el esfuerzo de control. Teniendo en cuenta estos requerimientos, el problema de diseño de control se plantea como el siguiente problema de optimización no convexo:

$$\begin{aligned} \max_{K_P, K_I, K_D} & \|K_I\| \\ \text{sujeto a} & \|S\|_{\infty} \le M_S \\ & \|T\|_{\infty} \le M_T \\ & \|Q\|_{\infty} \le M_Q \end{aligned} \tag{3}$$

donde  $S = (I + PC)^{-1}$  (sensibilidad), T = I - S (sensibilidad complementaria) y Q = CS (esfuerzo de control). Dada una matriz X, ||X|| denota su norma espectral, es decir, su máximo valor singular; y dada una función de transferencia H, ||H||<sub>∞</sub> es igual a sup<sub> $\omega \ge 0$ </sub> ||H(*i* $\omega$ )||.

La motivación del problema de diseño (3) es maximizar el rendimiento (maximizar  $||K_I||$  es equivalente a minimizar  $||S(i\omega)P(i\omega)||$  cuando  $\omega \to 0$ ) sujeto a restricciones que garantizan unos ciertos márgenes de estabilidad (cotas superiores sobre  $||S||_{\infty} y ||T||_{\infty}$ ). Alternativamente, se podría usar como criterio de rendimiento la maximización de  $||P(0)K_I||$  lo cual es equivalente a minimizar  $||S(i\omega)||$  cuando  $\omega \to 0$ . Este problema de diseño es el análogo al de maximización de la ganancia integral en el caso monovariable (Åström et al., 1998).

El método usado para resolver el problema de optimización (3) requiere la discretización de las restricciones (de tipo  $\|\cdot\|_{\infty}$ ) en un número finito de frecuencias pertenecientes a un rango de interés. Por lo tanto, el problema de optimización (3) es aproximado por su versión discreta dada a continuación:

$$\begin{array}{ll} \underset{K_{P},K_{I},K_{D}}{\text{maximizar}} & \|K_{I}\|\\ \text{sujeto a} & \|S(j\omega)\| \leq M_{S}\\ & \|T(j\omega)\| \leq M_{T} \\ & \|Q(j\omega)\| \leq M_{Q}\\ & \omega \in \Omega_{N} \end{array}$$
(4)

donde  $\Omega_N$  es un conjunto que contiene un número finito de frecuencias, normalmente equiespaciadas logarítmicamente, en un rango de interés.

Los detalles técnicos para reemplazar el problema (4) por una sucesión de problemas de optimización convexa se explican en Boyd et al. (2016), este método iterativo garantiza la convergencia a una solución local del problema (4). El número de iteraciones necesarias no suele ser elevado, siendo normalmente menor que 10. Cabe destacar la necesidad de un controlador inicial que satisfaga las restricciones para iniciar el proceso iterativo. Los problemas de optimización convexa resultantes se han resuelto usando los paquete informáticos CVX (Grant and Boyd, 2008, 2015) y SeDuMi (Sturm, 1999).

En las siguientes subsecciones se presentan distintos elementos extras o modificaciones sobre el controlador PID multivariable obtenido como solución del problema (4).

# 4.1. Precompensador referencias

En el sistema a controlar propuesto en el concurso, el sistema de control tiene acceso tanto a las señales de referencia como a las salidas de la planta, por lo tanto, se podría utilizar un precompensador para referencias (estructura de control de dos grados de libertad). Una estrategia comúnmente usada con controladores tipo PID es usar una referencia ponderada tanto en los término proporcionales (por un factor *b*) como en los derivativos (por un factor *c*) del PID, ambos factores de ponderación suelen tomar valores entre 0 y 1, ver, por ejemplo, Moliner and Tanda (2016). Esto permite, en cierto modo, desacoplar el diseñar de la respuesta a cambios de referencia y rechazo de perturbaciones.

#### 4.2. Precompensador perturbación medible

El modelo de la caldera dispone de una perturbación medible (demanda de vapor) que será utilizada como un grado de libertad extra del sistema de control diseñado. La función de este controlador, que actúa en lazo abierto, es anticiparse a la acción de la perturbación medible (usando para ello el modelo de la planta y la perturbación). Teniendo en cuenta cómo afectan las señales de entrada y la perturbación a las señales de salida (Tabla 1) se pueden obtener las siguientes señales de control por prealimentación (estas señales junto a las salidas del controlador PID multivariable formarán las señales de control  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ ):

$$U_{1,ff}(s) = F_{1d}(s)D(s),$$

$$U_{2,ff}(s) = F_{2d}(s)D(s),$$

$$U_{3,ff}(s) = F_{3d}(s)D(s),$$
(5)

donde

$$F_{1d}(s) = g_p \frac{p_{13}(s)p_{3d}(s) - p_{33}(s)p_{1d}(s)}{p_{33}(s)p_{11}(s) - p_{13}(s)p_{31}(s)},$$

$$F_{2d}(s) = -g_p \frac{p_{21}(s)}{p_{22}(s)} \frac{p_{13}(s)p_{3d}(s) - p_{33}(s)p_{1d}(s)}{p_{33}(s)p_{11}(s) - p_{13}(s)p_{31}(s)},$$

$$F_{3d}(s) = g_p \frac{p_{31}(s)p_{1d}(s) - p_{11}(s)p_{3d}(s)}{p_{33}(s)p_{11}(s) - p_{13}(s)p_{31}(s)}.$$
(6)

Tras obtener estas funciones de transferencia, se han reducido a funciones de primer orden utilizando un algoritmo de aproximación de perturbaciones singulares, presentado en (Varga, 1991), y que se puede utilizar como una herramienta para la reducción de modelos. A grandes rasgos, el algoritmo calcula matrices de proyección a partir de los gramianos de alcanzabilidad y observabilidad para obtener una reducción del modelo. Así, las señales de control por prealimentación que se utilizan durante la primera fase del concurso son las siguientes:

$$F_{1d}(s) = \frac{4,883}{1+175s},$$

$$F_{2d}(s) = \frac{7,487}{1+225s},$$

$$F_{3d}(s) = \frac{5,728(1-215s)}{1+125s}.$$
(7)

Cabe destacar que las señales de control por prealimentación que se han obtenido se basan en los modelos calculados en la identificación del sistema y la aplicación de una ganancia del precompensador igual a 0,8, es decir,  $g_p = 0,8$ .

#### 4.3. Integrador condicional

Es bien conocido que los controladores con acción integral (o en general, con dinámicas lentas) pueden sufrir problemas de *windup*, ocasionando respuestas lentas y oscilatorias. Para evitar este problema, se ha implementado una estrategia de integración condicional en cada uno de los integradores (Åström and Hägglund, 2006). Este mecanismo consiste en desactivar los tres integradores asociados a la misma señal de control (dejan de integrar, pero conservan su salida) durante periodos en los que esta señal del control se encuentra cerca de los límites de saturación.

# 4.4. Elementos saturadores

El modelo de caldera propuesto presenta tres señales de entrada que deben tomar valores entre 0 y 100, y cuya variación está limitada a cambios de la unidad por unidad de tiempo. Por este motivo el sistema de control propuesto incluye elementos saturadores que limitan tanto la amplitud como el ratio de variación de las señales de control. Aunque estos elementos no lineales se han añadido a posteriori para evitar incumplir los requerimientos de saturación tanto en amplitud como en velocidad, el controlador PID ha sido diseñado con especificaciones sobre la función de sensibilidad que están asociadas a señales de control suaves. Esta estrategía se basa en evitar la saturación mediante la limitación de la ganancia del controlador. Existen alternativas, en las que el controlador requiere de optimización en tiempo real, capaces de incluir las restricciones de las señales de control en la etapa de diseño del controlador, por ejemplo, control predictivo basado en modelo (Camacho and Bordons, 2007) y control interpolado (Nguyen, 2014; Rubin et al., 2017).

# 4.5. Filtrado señal de control

La presencia de ruido en las variables manipuladas es un aspecto no deseado en un sistema de control, que puede ocasionar un desgaste prematuro de los actuadores. Esto es ocasionado por una ganancia excesiva del controlador en un rango de frecuencias representativo para el ruido de la medida. Por lo tanto, además de los filtros paso bajo utilizados en los términos proporcional y derivativo, se contempla el uso de otro filtro paso bajo en cada una de las salidas del controlador,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ . El filtro propuesto está determinado por la siguiente función de transferencia no racional:

$$\frac{1 - e^{-sh}}{sh} \tag{8}$$

donde h es una constante positiva. Este filtro puede ser pensado como una versión continua de un filtro de media móvil (el parámetro h corespondería al intervalo de tiempo en el que se calcula la media). Por otro lado, cabe destacar que la función de transferencia dada en (8) corresponde a un ZOH (retenedor de orden cero) con un intervalo de muestreo h.

En la Figura 3 se puede observar el esquema de control utilizado. Cómo se ha descrito en el texto, nuestra estrategia de control está formada por nueve controladores de tipo PID, filtros y elementos saturadores para las señales de control, un precompensador de la perturbación medible y un integrador condicional. Respecto a las variables que aparecen en la imagen,  $e_i$ con i = 1, 2, 3, hacen referencia al error obtenido entre la salida de la planta y la referencia en cada caso, mientras que  $u_i$  con i = 1, 2, 3 son las señales de control obtenidas.

# 5. Sistema de control propuesto y simulación

El sistema de control propuesto contiene como controlador realimentado un controlador PI multivariable. Aunque inicialmente se consideraba una estructura tipo PID, se obtuvieron resultados satisfactorios con una estructura de control más sencilla tipo PI. El controlador PI multivariable usado en la primera fase del concurso ha sido obtenido como solución del problema de optimización (4) con las especificaciones  $M_S = 1,25$ ,  $M_T = 1,2$  y  $M_Q = \infty$ , además para restringirnos a una estructura tipo PI se ha considerado  $K_D = 0_{3\times 3}$ . De ese modo se obtienen los siguientes valores para las matrices  $K_P$  y  $K_I$ :

$$K_P = \begin{bmatrix} 0.8857 & 0.1144 & 0.8047 \\ 1.3038 & 0.3166 & 1.2455 \\ -7.3229 & 0.3224 & -1.0436 \end{bmatrix},$$
(9)



Figura 3: Esquema de control utilizado.

$$K_I = \begin{bmatrix} 0,0538 & -0,0033 & 0,0323 \\ 0,0806 & 0,0131 & 0,0496 \\ 0,0645 & 0,0060 & 0,0539 \end{bmatrix}.$$
(10)

A continuación se presentan el resto de parámetros del sistema de control descrito en la sección anterior y usado en la primera fase del concurso. El parámetro  $\tau_P$  del filtro pasa baja presente en los términos proporcionales ha sido fijado a 20. El parámetro para la ponderación de las referencias para los términos integrales introducido en la Seción 4.1, ha sido fijado con un valor b = 1 para cada uno de los controladores PI. A la salida de cada señal de control se ha usado un filtro como el descrito en la Seción 4.5 con un valor h = 5. Por último, el controlador por prealimentación para la perturbación medible ha sido fijado con los parámetros dados en las ecuaciones (7). El sistema de control usado en la segunda fase del concurso ha sido obtenido siguiendo el mismo procedimiento, de modo que los detalles se omiten por brevedad.

#### 5.1. Simulación y discusión de resultados

En esta sección se evalúa el sistema de control propuesto y se compara con el "Caso referencia", propuesto por la organización del concurso. El "Caso referencia" corresponde a una experiencia de control en la cual la caldera es operada por el controlador de referencia. Este controlador es utilizado como referencia en el concurso y viene dado a través de un bloque S-función, de modo que los concursantes no pueden acceder a su estructura o parámetros (Morilla and Rodríguez, 2016).

Las respuestas del proceso y variables manipuladas obtenidas con el controlador propuesto durante la primera fase del concurso se muestran en las Figuras 5 y 6, respectivamente. Por otro lado, las respuestas del proceso y variables manipuladas correspondientes a la segunda fase del concurso se muestran en las Figuras 7 y 8, respectivamente. El valor de las distintas consignas y demanda de vapor a lo largo de la experiencias correspondientes a ambas fases del concurso se muestra en la Figura 4. Como se aprecia en las Figuras 5 y 7, los sistemas de control propuestos mantienen las variables a controlar más próximas a los valores de consigna que el controlador "Caso referencia". En general, esto se refleja de modo cuantitativo en que los controladores propuestos obtienen valores más bajos para la integral del valor absoluto del error que el controlador de referencia, ver Tablas 2 y 4. Por otro lado, se obtiene una ligera mejora en cuanto a la variación total de algunas de las señales de control mientras que en otras se obtienen valores mayores (ver Figuras 6 y 8), como se puede apreciar en las Tablas 3 y 5. También cabe destacar que en las soluciones propuestas las variables manipuladas no tienen un comportamiento oscilatorio como lo tiene el "Caso referencia" en la tercera variable manipulada.

La evaluación de las propuestas de control en el concurso se basa en un índice relativo al controlador de referencia J, dicho índice tiene un valor de 1 para el controlador de referencia. La organización del concurso no aporta información analítica sobre este para evitar soluciones basadas exclusivamente en la minimización del mismo (Morilla and Rodríguez, 2016). El sistema de control propuesto en este documento obtiene un índice de rendimiento J = 0,9316 en la primera fase del concurso y J = 0,8757 en la segunda.

Tabla 2: Comparativa de los valores de la integral del valor absoluto del error de ambos sistemas de control (primera fase).

	У1	<i>y</i> <sub>2</sub>	У3
Caso referencia	106,84	54,53	80,01
Caso a evaluar	49,13	56,91	46,08
Porcentaje de mejora	54,0%	-4,4 %	42,4 %

Consigna de presión de vapor
 Consigna de exceso de oxígeno
 Consigna de nivel de agua
 Demanda de vapor



Tabla 3: Comparativa de los valores de la variación total de las señales de control de ambos sistemas de control (primera fase).

	$u_1$	$u_2$	<i>u</i> <sub>3</sub>
Caso referencia	113,09	184,16	538,84
Caso a evaluar	131,46	198,04	302,18
Porcentaje de mejora	-16,2 %	-7,5 %	43,9 %

Tabla 4: Comparativa de los valores de la integral del valor absoluto del error de ambos sistemas de control (segunda fase).

	<i>y</i> 1	<i>y</i> <sub>2</sub>	У3
Caso referencia	123,31	62,22	58,74
Caso a evaluar	53,23	65,75	35,38
Porcentaje de mejora	56,8 %	-5,7 %	39,77 %

Tabla 5: Comparativa de los valores de la variación total de las señales de control de ambos sistemas de control (segunda fase).

	$u_1$	$u_2$	<i>u</i> <sub>3</sub>
Caso referencia	137,97	188,63	280,23
Caso a evaluar	150,90	186,06	574,54
Porcentaje de mejora	-9,37 %	1,36 %	-105,02 %



Figura 4: Escenarios considerado en la experiencia de control. Primera fase (superior) y segunda fase (inferior).



Figura 5: Respuestas del proceso (primera fase). Caso referencia (azul) y caso a evaluar (rojo).



Figura 6: Variables manipuladas (primera fase). Caso referencia (azul) y caso a evaluar (rojo).



Figura 7: Respuestas del proceso (segunda fase). Caso referencia (azul) y caso a evaluar (rojo).



Figura 8: Variables manipuladas (segunda fase). Caso referencia (azul) y caso a evaluar (rojo).

# 6. Conclusiones

Este documento ha presentado un sistema de control basado en un controlador PID multivariable para una caldera de vapor. Este sistema de control fue presentado al Concurso de Ingeniería de Control 2016. Se ha expuesto una comparación con el controlador de referencia proporcionado por los organizadores del concurso, el sistema de control propuesto alcanza un rendimiento superior en términos de la integral del error absoluto, mientras que el rendimiento en cuanto a la variación total de la señal de control es similar o levemente superior.

Hay varias opciones que se podrían considerar para obtener una mejora del rendimiento del sistema de control presentado, por ejemplo, optimizar los parámetros del prefiltro para referencias, considerar la acción derivativa y usar distintos filtros pasa baja para cada una de las señales. Con respecto a la última propuesta, la solución presentada usa los mismo filtros (misma constante de tiempo) para todas las señales, pero no todas las señales medidas tienen el mismo nivel de ruido. Cabría esperar una mejora del rendimiento mediante un diseño más elaborado donde este punto se tuviera en cuenta.

#### Agradecimientos

Este trabajo está financiado por el Ministerio de Economía e Innovación de España (incluyendo cofinanciación FEDER-UE) bajo los proyectos DPI2013-47100-C2-1-P y DPI2016-79278-C2-1-R.

# Referencias

- Apkarian, P., Noll, D., 2006. Nonsmooth  $H_{\infty}$  synthesis. IEEE Transactions on Automatic Control 51 (1), 71–86.
- Åström, K. J., Bell, R. D., 2000. Drum-boiler dynamics. Automatica 36 (3), 363–378.
- Åström, K. J., Hägglund, T., 2006. Advanced PID control. ISA-The Instrumentation, Systems and Automation Society.
- Åström, K. J., Panagopoulos, H., Hägglund, T., 1998. Design of PI controllers based on non-convex optimization. Automatica 34 (5), 585–601.
- Balko, P., Rosinová, D., 2017. Gain scheduling control with PWA model: A case study. IFAC-PapersOnLine 50 (1), 11373–11378.
- Blasco, X., García-Nieto, S., Reynoso-Meza, G., 2012. Control autónomo del seguimiento de trayectorias de un vehículo cuatrirrotor. Simulación y evaluación de propuestas. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI 9 (2), 194–199.
- Boyd, S., Hast, M., Åström, K. J., 2016. MIMO PID tuning via iterated LMI restriction. International Journal of Robust and Nonlinear Control 26 (8), 1718–1731.
- Boyd, S., Vandenberghe, L., 2004. Convex optimization. Cambridge University Press.
- Camacho, E. F., Bordons, C., 2007. Model Predictive Control. Springer-Verlag London.
- Fernández, I., Rodríguez, C., Guzmán, J., Berenguel, M., 2011. Control predictivo por desacoplo con compensación de perturbaciones para el benchmark de control 2009–2010. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI 8 (2), 112–121.
- Fu, C., Tan, W., 2017. Partially decentralized control for a benchmark boiler. Journal of Control Engineering and Applied Informatics 19 (1), 77–84.
- García-Sanz, M., Elso, J., Egaña, I., 2006. Control del ángulo de cabeceo de un helicóptero como benchmark de diseño de controladores. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 3 (2), 111–116.
- Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F., 2016. Multivariable PID control by decoupling. International Journal of Systems Science 47 (5), 1054–1072.

- Grant, M., Boyd, S., 2008. Graph implementations for nonsmooth convex programs. In: Recent Advances in Learning and Control. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag Limited, pp. 95–110.
- Grant, M., Boyd, S., 2015. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.1. Visitado en octubre de 2017. URL: http://cvxr.com/cvx
- Hast, M., Åström, K. J., Bernhardsson, B., Boyd, S., 2013. PID design by convex-concave optimization. In: Proceedings European Control Conference. pp. 4460–4465.
- Lipp, T., Boyd, S., 2016. Variations and extension of the convex–concave procedure. Optimization and Engineering 17 (2), 263–287.
- Ljung, L., 1995. System Identification Toolbox for use with MATLAB.
- Mercader, P., Åström, K. J., Baños, A., Hägglund, T., 2017. Robust PID design based on QFT and convex–concave optimization. IEEE Transactions on Control Systems Technology 25 (2), 441–452.
- Moliner, R., Tanda, R., 2016. Herramienta para la sintonía robusta de controladores PI/PID de dos grados de libertad. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI 13 (1), 22–31.
- Morilla, F., 2010. Benchmark 2009-10 grupo temático de ingeniería de control de CEA-IFAC: Control de una caldera. Visitado en octubre de 2017. URL: http://www.dia.uned.es/~fmorilla/benchmark09\_10/
- Morilla, F., 2012. Benchmark for PID control based on the boiler control problem. IFAC Proceedings Volumes 45 (3), 346–351.
- Morilla, F., Rodríguez, C., 2016. Concurso en ingeniería de control 2016 (CIC2016): Control de una caldera de vapor. Visitado en octubre de 2017. URL: http://www.dia.uned.es/~fmorilla/CIC2016/
- Nguyen, H.-N., 2014. Constrained Control of Uncertain, Time-Varying, Discrete-Time Systems. Springer-Verlag London.
- Pellegrinetti, G., Bentsman, J., 1996. Nonlinear control oriented boiler modeling–a benchmark problem for controller design. IEEE Transactions on Control Systems Technology 4 (1), 57–64.
- Romero-Pérez, J. A., Arrieta, O., Padula, F., Reynoso-Meza, G., García-Nieto, S., Balaguer, P., 2012. Estudio comparativo de algoritmos de auto-ajuste de controladores PID. resultados del benchmark 2010-2011 del grupo de ingeniería de control de CEA. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI 9 (2), 182–193.
- Rubin, D., Mercader, P., Nguyen, H.-N., Gutman, P.-O., Baños, A., 2017. Improvements on interpolation techniques based on linear programming for constrained control. IFAC-PapersOnLine 50 (1), 1403–1408.
- Sánchez, H. S., Reynoso-Meza, G., Vilanova, R., Blasco, X., 2015. Multistage procedure for PI controller design of the boiler benchmark problem. In: 20th Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFA). pp. 1–4.
- Silva, G. J., Datta, A., Bhattacharyya, S., 2001. Controller design via Padé approximation can lead to instability. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Vol. 5. pp. 4733–4737.
- Skogestad, S., Postlethwaite, I., 2005. Multivariable feedback control: analysis and design, 2nd Edition. Wiley.
- Sturm, J. F., 1999. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. Optimization Methods and Software 11 (1-4), 625– 653.
- Varga, A., 1991. Balancing-free square-root algorithm for computing singular perturbation approximations. In: Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control. pp. 1062–1065.
- Yuille, A. L., Rangarajan, A., 2003. The concave-convex procedure. Neural computation 15 (4), 915–936.
- Zhou, K., Doyle, J. C., 1998. Essentials of robust control. Pearson.