

ISSN 2413–9599 (Print)
ISSN 2541–870X (Online)

www.radioprom.org

DOI: 10.21778/2413-9599-2018-28-4-47-51

УДК 517.977.58



Синтез регуляторов для следящих электромеханических систем

Ю. П. Корнюшин¹, А. В. Мазин¹

¹ Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Калужский филиал, Калуга, Россия

В статье приведен алгоритм синтеза регуляторов для следящих систем, в которых объект управления является линейным. Алгоритм ориентирован на электромеханические системы, основным элементом которых – управляемый электропривод. Алгоритм синтеза основан на использовании L-проблемы моментов Маркова. Преимуществом предложенного алгоритма по отношению к прочим является то, что синтезированные на его основе регуляторы обеспечивают минимизацию энергии на управление объектами. Сущность предлагаемого алгоритма синтеза состоит в том, что управление, согласно положениям, стоящим в основе L-проблемы моментов, может быть определено не только через систему моментных функций, но и через моменты. Последние зависят как от интервала времени, в течение которого осуществляется перевод объекта из начального в конечное состояние, но также и от самого состояния объекта. Для решения задачи синтеза регуляторов для следящих систем предлагается, во-первых, в явном виде выразить управление через моменты и, во-вторых, выполнить «размораживание» начальных и конечных состояний объекта. При «размораживании» начальное состояние объекта считается текущим фазовым, а конечное определяют отслеживаемым сигналом. Интервал времени, в течение которого осуществляется перевод объекта из одного состояния в другое, задают в общем случае произвольно. Однако чем больше этот интервал, тем меньше норма управления, но, соответственно, больше ошибка слежения.

Ключевые слова: синтез, следящая система, L-проблема моментов, минимизация энергии на управление, моменты

Для цитирования:

Корнюшин Ю. П., Мазин А. В. Синтез регуляторов для следящих электромеханических систем // Радиопромышленность. 2018. Т. 28, № 4. С. 47–51. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-28-4-47-51

© Корнюшин Ю. П., Мазин А. В., 2018



Synthesis of controllers for electromechanical tracking systems

Yu. P. Korniushev¹, A. V. Mazin¹

¹ Bauman Moscow State Technical University, Kaluga branch, Kaluga, Russia

The article presents an algorithm for the synthesis of regulators for servomechanisms, in which the control object is linear. The algorithm is focused on electromechanical systems, the main element of which is a controlled electric drive. The synthesis algorithm is based on the use of the L–Markov moment problem. The advantage of the proposed algorithm with respect to the others is that the regulators synthesized on its basis ensure the minimization of energy for the objects control. The essence of the proposed algorithm of synthesis is that the control, according to the provisions underlying the L – moment problem, can be determined not only through the system of moment functions, but also through the moments. The latter depends both on the time interval during which the object is transferred from the initial state to the final state, but also on the state of the object itself. To solve the problem of controller design for servo systems, the following is proposed: 1. Explicitly express management through moments. 2. Perform «unfreezing» the initial and final states of the object. When «unfreezing» the initial state of the object is considered to be the current phase, and the final state is determined by the monitored signal. The time interval during which the object is transferred from one state to another is set arbitrarily in the general case. However, the longer this interval, the smaller the control rate, but, respectively, the greater the tracking error.

Keywords: synthesis, tracking system, L–problem of moments, minimization of energy for control, moments

For citation:

Korniushev Yu. P., Mazin A. V. Synthesis of controllers for electromechanical tracking systems. Radiopromyshlennost, 2018, vol. 28, no. 4, pp. 47–51. (In Russian). DOI: 10.21778/2413-9599-2018-28-4-47-51

Введение

Электрохимические системы являются преобразователями электрической энергии в механическое движение. Их основным элементом является управляемый электропривод. Нет таких областей деятельности человека, где бы не использовался электропривод. Основную долю применяемых в современном технологическом оборудовании приводов составляют управляемые, т.е. они относятся к классу следящих систем [1], работа которых невозможна без использования регуляторов. Существуют различные подходы к проектированию регуляторов следящих систем, а также методы. В данной работе рассматривается метод синтеза, основанный на использовании L-проблемы моментов [2, 3].

L-проблему моментов традиционно применяют для синтеза оптимальных программных управлений линейными объектами. Однако она подойдет также для синтеза регуляторов следящих систем. Преимущество ее использования в том, что синтезированные на ее основе регуляторы обеспечивают минимизацию энергии на управление объектами [4, 5].

Постановка задачи

Задан объект управления, описываемый следующим уравнением (для общности предлагаемого подхода рассматривается класс нестационарных систем управления):

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t)u(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор состояния, $\mathbf{X}(t) \in R^n$; $u(t)$ – управление, $u(t) \in R^1$; определены краевые условия (начальное и конечное состояния объекта) и функционал качества для управления $u(t)$

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{X}(T) = \mathbf{X}_1, \quad (2)$$

$$J = \min \|u\|_{L_2[t_0, T]}. \quad (3)$$

Движение объекта определяется на интервале $t \in [t_0, T]$.

Требуется синтезировать закон управления $u(t)$, соответствующий критерию качества (3). При этом решение векторно-матричного уравнения (1) должно удовлетворять краевым условиям (2). Полагаем также, что объект (1) является вполне управляемым.

Сущность подхода

Сущность предлагаемого подхода состоит в том, что управление, согласно положениям, стоящим в основе L-проблемы моментов [6, 7], может быть определено не только через систему моментных функций, но и через моменты. Последние зависят как от интервала времени, в течение которого осуществляется перевод объекта из начального

состояния в конечном, но также и от самого состояния объекта.

Для решения задачи синтеза регуляторов для следящих систем необходимо:

- в явном виде выразить управление через моменты;
- выполнить «размораживание» начальных и конечных состояний объекта.

В явном виде выразить управление через моменты удастся только для случая, когда оно определяется исходя из критерия оптимальности минимальной энергии.

При «размораживании» начальное состояние объекта считается текущим фазовым, а конечное определяют отслеживаемым сигналом. Интервал времени, в течение которого осуществляется перевод объекта из одного состояния в другое, задают в общем случае произвольно. Однако чем больше этот интервал, тем меньше норма управления, но, соответственно, больше ошибка слежения. При выборе указанного интервала необходимо учитывать как динамические свойства объекта (его быстродействие), так и частотные свойства отслеживаемого сигнала.

Алгоритм синтеза

Решение матричного дифференциального уравнения (1) имеет вид

$$\mathbf{X}(t) = \widehat{\Phi}(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \int_{t_0}^t \widehat{\Phi}(t, \tau)\mathbf{B}(\tau)u(\tau)d\tau, \quad (4)$$

где $\widehat{\Phi}(t, \tau) = \mathbf{X}_\Phi(t)\mathbf{X}_\Phi^{-1}(\tau)$; $\mathbf{X}_\Phi(t)$ – фундаментальная матрица системы.

Тогда при $t = T$ выражение (4) примет вид

$$\int_{t_0}^T \Phi(T, \tau)\mathbf{B}(\tau)u(\tau)d\tau = \mathbf{X}(T) - \Phi(T, t_0)\mathbf{X}(t_0), \quad (5)$$

где $\Phi(t, \tau) = 1(t - \tau)\widehat{\Phi}(t, \tau)$.

Введем следующие обозначения:

$$\mathbf{H}_0(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t) = \Phi(T, t)\mathbf{B}(t),$$

$$\Lambda(\mathbf{A}, T, t_0, \mathbf{X}(T), \mathbf{X}(t_0)) = \mathbf{X}(T) - \Phi(T, t_0)\mathbf{X}(t_0).$$

Изменим формулу (5), введя указанные выше обозначения:

$$\int_{t_0}^T \mathbf{H}_0(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t)u(t)dt = \Lambda(\mathbf{A}, T, t_0, \mathbf{X}(T), \mathbf{X}(t_0)).$$

Найдем решение поставленной задачи, используя положения L-проблемы моментов. Задача состоит в отыскании вектора $\xi = [\xi_1 \dots \xi_n]^T$, обеспечивающего минимум:

$$\left(\frac{1}{a_n}\right)^p = \int_{t_0}^T (\xi \mathbf{H}_0(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t))^p dt$$

при условии

$$\Lambda^T \xi = 1. \quad (6)$$

При $p = 2$ имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a_n}\right)^2 &= \int_{t_0}^T (\xi \mathbf{H}_0(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t))^2 dt = \\ &= \xi \left\{ \int_{t_0}^T \mathbf{H}_0(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t)\mathbf{H}_0^T(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t) dt \right\} \xi^T = \\ &= \xi \mathbf{H}_1(\mathbf{A}, \mathbf{B}, T, t_0) \xi^T, \end{aligned} \quad (7)$$

оптимальное управление в этом случае будет иметь вид

$$u = \frac{1}{\xi_*^T \mathbf{H}_1 \xi_*} \mathbf{H}_0^T \xi_*.$$

Минимум квадратичной формы (7) найдем как минимум функций Лагранжа при условии (6):

$$L(\xi, c) = \xi^T \mathbf{H}_1 \xi + c(\Lambda^T \xi - 1).$$

В последнем выражении c является скаляром.

После несложных преобразований получаем

$$c = -\frac{2}{\Lambda^T \mathbf{H}_1^{-1} \Lambda}, \quad \xi_* = \frac{\mathbf{H}_1^{-1} \Lambda}{\Lambda^T \mathbf{H}_1^{-1} \Lambda}.$$

Соответственно, для оптимального управления имеем зависимость

$$u(t) = \mathbf{H}_0^T(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t)\mathbf{H}_1^{-1}(T, t_0)(\mathbf{X}(T) - \Phi(T, t_0)\mathbf{X}(t_0)). \quad (8)$$

Управление (8) выражено через начальное $\mathbf{X}(t_0)$ и конечное $\mathbf{X}(T)$ состояния объекта, но не через фазовые координаты и отслеживаемый сигнал.

Алгоритм функционирования регулятора

Для получения алгоритма функционирования регулятора необходимо выполнить две операции:

1. «Разморозить» начальное состояние t_0 , т.е. нужно полагать $t_0 = t$ и $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}(t)$. Тогда закон управления выглядит следующим образом:

$$u(t) = \mathbf{H}_0^T(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t)\mathbf{H}_1^{-1}(T, t)(\mathbf{X}(T) - \Phi(T, t)\mathbf{X}(t)).$$

Как видим, управление определяется как функция фазового состояния объекта. Оно также зависит и от его конечного состояния.

2. Конечное состояние сделать подвижными. Соответственно, необходимо полагать $T = t + \Delta T$, т.е. конечный момент времени T отстоит от текущего значения t на величину ΔT . Конечное состояние становится входным воздействием системы, которое необходимо отслеживать:

$$\mathbf{Y}(t + \Delta T) = \mathbf{X}(T).$$

Таким образом, алгоритм функционирования регулятора следящей системы описывается следующей зависимостью

$$u(t) = \mathbf{H}_0^T(\mathbf{A}, \mathbf{B}, t) \mathbf{H}_1^{-1}(T, t) (\mathbf{Y}(t + \Delta T) - \Phi(T, t) \mathbf{X}(t)).$$

Пример синтеза

Объект управления описывается зависимостью (1), матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -9 & -5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Время, за которое система должна перейти в новое фазовое состояние, составляет $\Delta T = 0,15$ с. после его задания. Очередное фазовое состояние задано за 0,07 с до перехода в уже заданное состояние. Начальные условия нулевые. Слежение осуществляется за сигналом $y(t) = \sin(t)$.

Графики изменения управления $u(t)$ и фазовых координат $x(t)$, $x'(t)$, $x''(t)$ приведены на рис. 1–4. Для

наглядности сплошной линией показано изменение фазовой координаты, пунктирной – отслеживаемый сигнал в дискретные моменты времени с дискретностью 0,15 с.

Выводы

Регулятор, синтезированный по рассмотренному алгоритму, как видно из приведенных графиков, обеспечивает решение поставленной задачи. Имеется фазовый сдвиг выходного сигнала объекта по отношению к отслеживаемому сигналу.

Предложенный подход можно применять для построения следящих систем в классе не только линейных, но и нелинейных систем управления. В классе нелинейных систем управления основным математическим аппаратом является метод матричных операторов [8–10].

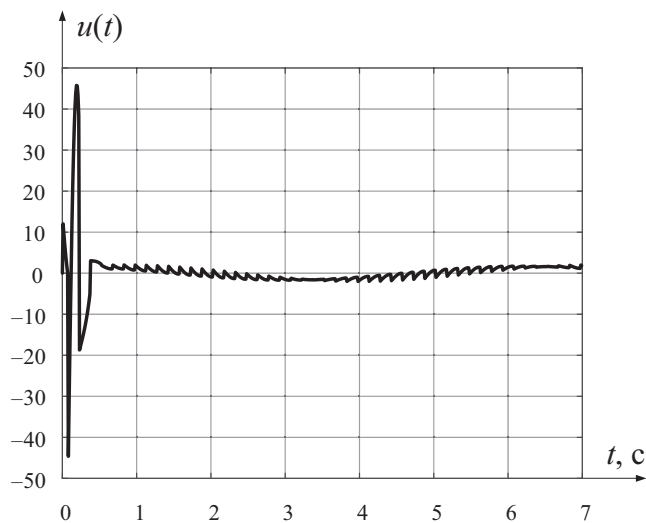


Рисунок 1. Управление $u(t)$
Figure 1. Control $u(t)$

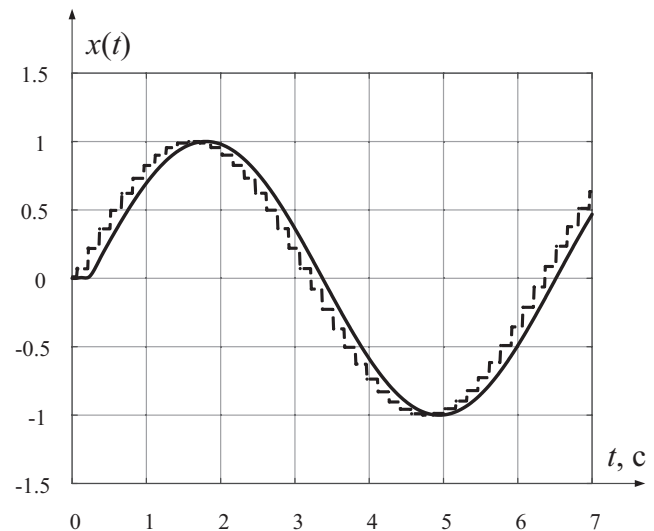


Рисунок 2. Координата $x(t)$
Figure 2. Coordinate $x(t)$

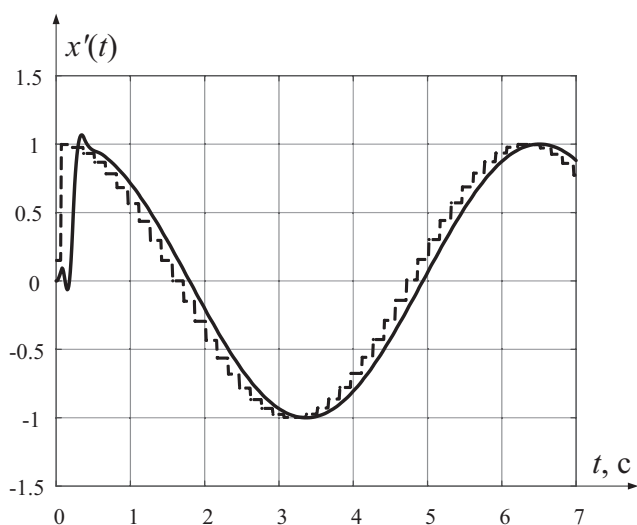


Рисунок 3. Координата $x'(t)$
Figure 3. Coordinate $x'(t)$

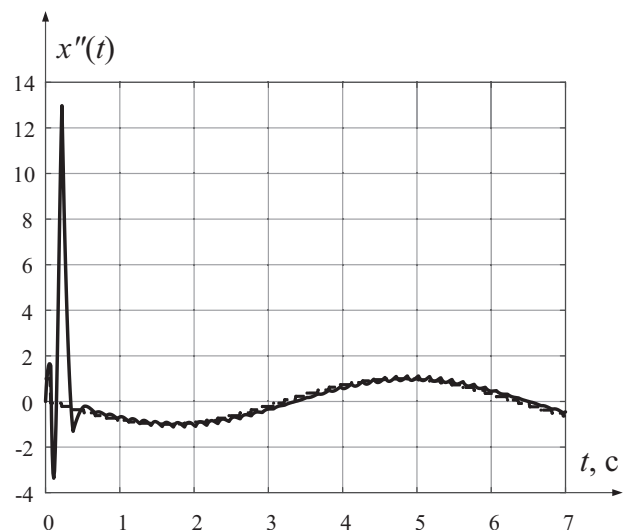


Рисунок 4. Координата $x''(t)$
Figure 4. Coordinate $x''(t)$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Следящие приводы* / под ред. Б.К. Чемоданова. Т. 1. Теория и проектирование следящих приводов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 904 с.
2. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1973. 553 с.
3. Али З.М., Маликов А.И. Локальное управление для улучшения устойчивости многомашинной энергетической системы // Проблемы энергетики. 2010. № 1–2. С. 75–83.
4. Корнюшин Ю.П., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Идентификация нелинейных объектов и систем управления с использованием аппарата матричных операторов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. № 6 (30). С. 9–23.
5. Мельников Д.В., Корнюшин Ю.П., Мазин А.В. Проекционно-матричная форма описания динамики турбогенератора как объекта регулирования // Радиопромышленность. 2018. № 1. С. 6–11. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-1-6-11.
6. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 664 с.
7. Пивоваров В.А. Проектирование и расчет систем регулирования гидротурбин. Л.: Машиностроение, 1973. 283 с.
8. Автоматизированное проектирование следящих приводов и их элементов / В.Ф. Казмиренко, М.В. Баранов, Ю.В. Илюхин и др. М.: Энергоатомиздат, 1984. 306 с.
9. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Физматгиз, 1975. 768 с.
10. Казмиренко В.Ф. Автоматизированное проектирование следящих приводов и их элементов. М.: Энергоатомиздат, 1984. 240 с.

REFERENCES

1. Chemodanov B.K. (ed.). *Sledyashchie privody* [Servo drives]. Vol. 1. Teoriya i proektirovanie sledyashchikh privodov [Theory and design of servo drives]. Moscow, Izdatelstvo MG TU im. N. E. Bauman Publ., 1999, 904 p. (In Russian).
2. Krein M.G., Nudelman A.A. *Problema momentov Markova i ekstremalnye zadachi* [Markov moment problem and extremum problems], Moscow, Nauka Publ., 1973, 553 p. (In Russian).
3. Ali Z. M., Malikov A. I. Improvement multi-machines power systems stability by using conventional stabilizers as a local control. *Problemy energetiki*, 2010, no. 1–2, pp. 75–83. (In Russian).
4. Kornushin Yu. P., Egupov N. D., Kornushin P. Yu. Identification of nonlinear objects and control systems by using matrix operators. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*, 2014, no. 6 (30), pp. 9–23. (In Russian).
5. Melnikov D. V., Kornushin Yu. P., Mazin A. V. Projection-matrix form of description of dynamics of a turbogenerator as a regulation object. *Radiopromyshlennost*, 2018, no. 1, pp. 6–11. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-1-6-11. (In Russian).
6. Pupkov K. A., Egupov N. D. (eds.). *Matrichnye metody rascheta i proektirovaniya slozhnykh sistem avtomaticheskogo upravleniya dlya inzhenerov* [Matrix methods for calculating and designing complex automatic control systems for engineers]. Moscow, Izdatelstvo MG TU im. N. E. Bauman Publ., 2007, 664 p. (In Russian).
7. Pivovarov V. A. *Proektirovanie i raschet sistem regulirovaniya gidroturbin* [Design and calculation of systems for regulating hydraulic turbines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1973, 283 p. (In Russian).
8. Kazmirenko V. F., Baranov M. V., Ilyukhin Yu. V. *Avtomatizirovannoe proektirovanie sledyashchikh privodov i ikh elementov* [Automated design of servo drives and their elements]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 306 p. (In Russian).
9. Besekerskii V. A., Popov E. P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automatic control systems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1975, 768 p. (In Russian).
10. Kazmirenko V. F. *Avtomatizirovannoe proektirovanie sledyashchikh privodov i ikh elementov* [Automated design of servo drives and their elements]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984, 240 p. (In Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Корнюшин Юрий Петрович, д.т.н., профессор, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал, 248000, Калуга, ул. Баженова, д.2, тел.: +7 (903) 813-28-19, e-mail: theroland@yandex.ru.

Мазин Анатолий Викторович, д.т.н., профессор, зав. кафедрой, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал, 248000, Калуга, ул. Баженова, д.2, тел.: +7 (910) 915-58-25, e-mail: mazinav@yandex.ru.

AUTHORS

Yury P. Kornushin, Dr.Sci. (Engineering), professor, Bauman Moscow State Technical University, Kaluga branch, 2, ulitsa Bazhenova, Kaluga, 248000, Russia, tel.: + 7 (903) 813-28-19, e-mail: theroland@yandex.ru.

Anatoliy V. Mazin, Dr.Sci. (Engineering), professor, head Department, Bauman Moscow State Technical University, Kaluga branch, 2, ulitsa Bazhenova, Kaluga, 248000, Russia, tel.: +7 (910) 915-58-25, e-mail: mazinav@yandex.ru.

Поступила 17.09.2018; принята к публикации 10.10.2018; опубликована онлайн 23.11.2018.
Submitted 17.09.2018; revised 10.10.2018; published online 23.11.2018.