

## A MEDIAÇÃO SEMIÓTICA COM A CALCULADORA GRÁFICA NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Manuela Subtil

*Agrupamento de Escolas Fragata do Tejo, UIED*<sup>49</sup>

[mm.pedro@campus.fct.unl.pt](mailto:mm.pedro@campus.fct.unl.pt)

António Domingos

*Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, UIED, DCSA*

[amdd@fct.unl.pt](mailto:amdd@fct.unl.pt)

### Resumo

Encarando o artefacto, calculadora gráfica, como uma ferramenta de mediação semiótica, pretendemos analisar como é que se desenvolveu a transição de significados pessoais para significados matemáticos, na resolução da tarefa: “A minha mão”, através da orquestração da professora. Inserindo-se num estudo de natureza qualitativa, seguindo uma abordagem interpretativa, adoutou-se como modalidade de investigação de Design Research, implementando-se uma experiência de ensino. A experiência foi realizada com todos os alunos de uma turma do 7º ano de escolaridade e nesta comunicação, discutiremos o desempenho de duas alunas. A análise dos resultados mostrou que as alunas inseridas na comunidade de ensino e aprendizagem, que é colocada em ação na aula, compreenderam em que condições um gráfico cartesiano representa uma função.

**Palavras-chave:** Artefacto; calculadora gráfica; mediação semiótica; esquemas de utilização; função.

### Introdução

Sendo a Matemática uma disciplina “onde se regista um elevado insucesso, a introdução de pequenas mudanças no processo de ensino, podem ajudar os alunos a modificar a sua atitude face a esta disciplina” (Pedro, 2013, p. 107). Neste sentido, os investigadores devem de ter o cuidado de desenvolver ambientes de ensino-aprendizagem mais proveitosos e que decorram num período de tempo mais alargado (Gravemeijer & Cobb, 2006) de modo a perceberem a evolução dos alunos (Steff & Thompson, 2000).

Este estudo está integrado numa experiência de ensino mais ampla, que decorreu numa escola pública do distrito de Setúbal, nos anos letivos 2016/17 e 2017/18. Tratou-se de uma experiência de ensino inovadora, que integrou a calculadora gráfica, num nível de ensino onde tradicionalmente este tipo de abordagem não é privilegiado. No entanto, na opinião de Lopes e Domingos (2015) é possível no ensino básico, utilizar de forma eficiente esta ferramenta propiciando ambientes ricos e motivadores de aprendizagem.

---

<sup>49</sup> Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e Tecnologia I.P., no âmbito do projeto UID/CED/02861/2016.

O estudo foi sustentado por uma conjectura de ensino-aprendizagem (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003) que assentou no pressuposto de que quando a aprendizagem decorre no ambiente social da aula, onde se promovem produções individuais, resultantes da realização de tarefas, com recurso à calculadora gráfica e a discussão coletiva, orquestrada pela professora, pode gerar-se uma maior facilidade na perceção de significados matemáticos. No que concerne à dimensão do conteúdo, esta conjectura esteve relacionada com aquilo que se pretendeu ensinar, isto é, objetivou-se fortalecer o conceito de gráfico cartesiano, apreendido no 5º ano de escolaridade e compreender quando é que um gráfico cartesiano corresponde a uma representação de uma função, perfeccionando-se o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos. Na dimensão pedagógica, onde se perspetivou a consolidação da dimensão anterior, recorreu-se a uma tarefa com o apoio da calculadora gráfica, no ambiente social de aprendizagem da aula, em que se promoveram produções individuais e discussões coletivas, orquestradas pela professora (Confrey & Lachance, 2000),

Tomando como suporte a conjectura de ensino-aprendizagem, os dados foram analisados com base na Teoria da Mediação Semiótica (Bussi & Mariotti, 2008), tendo em conta os desempenhos dos alunos analisados à luz da Génese Instrumental (Rabardel, 1995) na utilização do artefacto, calculadora gráfica, encarado como um instrumento de mediação semiótica.

## **Quadro Teórico**

### **Artefacto**

Um artefacto é um objeto muitas vezes usado como uma ferramenta, não sendo necessariamente físico (Drijvers et al., 2010). Dadas as suas características intrínsecas, é projetado com a finalidade de realizar uma tarefa específica (Rabardel, 1995). A ideia de artefacto é muito geral e abrange vários tipos de objetos produzidos pelos seres humanos através dos tempos: sons e gestos, utensílios, formas de linguagem oral e escrita, textos, livros, instrumentos musicais, instrumentos científicos, ferramentas das tecnologias de informação e comunicação (Bussi & Mariotti, 2008).

O uso de um artefacto na resolução de uma tarefa matemática, pode proporcionar o emergir de conhecimento pré-existente do aluno, que se relaciona com o conhecimento matemático essencial à atividade de ensino e aprendizagem. O artefacto pode ser considerado como um gerador de conhecimento, onde se estabelece uma ligação entre a teoria e a prática (Mariotti, 2012).

Por exemplo, no que concerne a um *software* de geometria dinâmica, pode-se considerar o *software* como um todo, isto é, como um único artefacto ou interpretá-lo como um conjunto de artefactos, tais como artefacto de construção, artefacto de medição, artefacto de arrastamento, etc (Leung, 2008). Um único computador pode ser considerado como um conjunto de artefactos (por exemplo CAS, processamento de texto) (Trouche, 2004).

Tendo em conta os aspetos instrumentais da utilização de um artefacto tecnológico por um sujeito, que no nosso caso, se referem à calculadora gráfica e aluno, respetivamente, surge a abordagem instrumental (Gomes, 2001).

### **Abordagem Instrumental**

Trata-se de uma abordagem fundamentada nas ideias de Vygotsky e desenvolvida por Rabardel (1995). A construção de um instrumento não é espontânea, trata-se de uma construção psicológica e ocorre segundo um processo designado por génese instrumental. Um

instrumento surge quando o sujeito é capaz de se apropriar do artefacto, percebe a sua utilidade no que concerne ao tipo de tarefas que pode fazer e à maneira como as pode realizar e o integra na sua atividade. Trata-se de uma entidade mista, na medida em que resulta da apropriação de um artefacto, material ou simbólico, pelo sujeito, através de esquemas de utilização<sup>50</sup> (Rabardel, 1995). Esse processo de apropriação é o que permite que o artefacto seja “responsável” pela mediação da atividade (Drijvers & Trouche, 2008).

No processo de Gênese Instrumental, a transformação do artefacto num instrumento, pode ocasionar o surgimento de signos e, conseqüentemente, de significados relacionados com os esquemas de utilização. Neste sentido, para Mariotti (2018), a evolução de significados, provenientes das interações entre signos é inerente ao desenvolvimento do processo de mediação semiótica, que só ocorre quando existe conteúdo matemático a ser mediado pelo professor.

### Teoria da Mediação Semiótica

A Teoria da Mediação Semiótica é centrada em torno da ideia seminal de mediação semiótica introduzida por Vygotsky (1978) e tem como objetivo descrever e explicar o processo desencadeado por um aluno, que se inicia com o uso de um artefacto específico para realizar uma tarefa e leva à apropriação de um determinado conteúdo matemático (Mariotti, 2012, 2018). Trata-se de uma abordagem teórica que do ponto de vista didático, analisa o ensino e aprendizagem da matemática, usando a integração da tecnologia (Noss & Hoyles, 1996), cujo objetivo é investigar os diferentes tipos de signos<sup>51</sup> compreendidos em atividades orientadas por artefactos.

O processo de mediação semiótica é promovido através da iteração de ciclos didáticos, concebidos para explorar o potencial semiótico de um artefacto<sup>52</sup>. Existe um processo de evolução que se inicia com o aparecimento de signos pessoais, relacionados com significados pessoais que emergem da realização da tarefa e o uso do artefacto, desenvolvendo-se a produção coletiva de signos relacionados com a utilização do artefacto e os conteúdos matemáticos para serem aprendidos, como se pode exemplificar na figura 1.



Figura 1 – O ciclo didático (Adaptado de Mariotti, 2018, p. 23)

Este tipo de atividade desempenha um papel essencial no processo de ensino e aprendizagem e constitui o cerne do processo de mediação semiótica. Toda a turma está envolvida: diversas

<sup>50</sup> Rabardel (1995) descreve a noção de esquema de utilização de um artefacto como sendo um conjunto de procedimentos que organiza a atividade com o artefacto, associado à realização de uma determinada tarefa.

<sup>51</sup> O termo signo refere-se à relação indissolúvel entre significado e significante “*signified and signifier*” inspirado por Pierce.

<sup>52</sup> Entende-se por potencial semiótico do artefacto, a facilidade que o artefacto possui em associar significados matemáticos evocados pelo seu uso, culturalmente determinados, com significados pessoais que cada sujeito desenvolve na utilização do mesmo (atividade instrumentada) na realização de tarefas específicas.

soluções são discutidas coletivamente e os textos escritos pelos alunos são analisados coletivamente. As intervenções dos alunos são coordenadas pelo professor com o objetivo de promover o avanço para significados matemáticos, explorando as potencialidades semióticas que advêm do uso do artefacto em causa (Mariotti, 2018). Para a dinâmica de coordenação das diferentes discussões que surjam em sala de aula, orientadas/mediadas pelo professor, Bussi (1998) utiliza o termo orquestração. A autora considera que um dos objetivos da atividade de ensino e aprendizagem, é a gestão da turma durante a discussão matemática, descrevendo o processo como “uma polifonia de vozes articuladas num objeto matemático” (p. 68). Segundo a autora, em cada fase do processo de ensino e aprendizagem, é essencial a ação do professor, nomeadamente na orquestração das discussões da turma.

Neste sentido, tendo um professor consciência do potencial semiótico do artefacto, tanto em termos de significados matemáticos como em termos de significados pessoais, pode atuar intencionalmente como mediador, para mediar o conteúdo matemático, usando o artefacto como um instrumento de mediação semiótica (Mariotti, 2012).

## Metodologia

Este estudo está enquadrado numa investigação mais ampla, de natureza qualitativa, seguindo uma abordagem interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994). Adotou-se como modalidade de investigação, o processo *Design Research*<sup>53</sup> (Cobb, 2000; Confrey, Bell & Carrejo, 2001; Cobb et al., 2003), fomentando-se uma experiência de ensino, que na opinião de Clements (2008) é um importante meio de investigação no desenvolvimento curricular.

Uma experiência de ensino é uma das modalidades de *Design Research* (Confrey et al., 2001), que é uma metodologia usada em educação, cujo objetivo é desenvolver, testar, implementar e difundir práticas inovadoras de ensino e aprendizagem, em que a tecnologia poderá ser um possível recurso (Kelly, 2003). Trata-se de uma forma de investigação intervencionista que cria e avalia novas condições de aprendizagem. Os resultados desejados incluem novas possibilidades para as práticas educacionais e novos conhecimentos relativamente ao processo de aprendizagem. Não se estuda o que existe, mas o que pode vir a ser (Schwartz, Chang & Martin, 2008). Trata-se de um tipo de metodologia, cujo propósito é incrementar teorias que expliquem o modo como se processa a aprendizagem à custa de um investimento empírico, sendo fundamental descrever os meios utilizados que conduzem aos sucessivos raciocínios dos alunos, culminando com uma melhoria do processo educativo (Cobb et al., 2003). O resultado incide numa maior compreensão de uma ecologia de aprendizagem, que é interpretada como um sistema complexo e interativo que envolve a necessidade de criação e compreensão do funcionamento de vários elementos de diferentes tipos e níveis, que em conjunto apoiam a aprendizagem. Os elementos de uma ecologia de aprendizagem normalmente incluem as tarefas ou problemas que os alunos são convidados a resolver, os tipos de discurso que são incentivados, as normas de participação que são estabelecidas, as ferramentas e materiais fornecidos, e os meios práticos de que os professores em sala de aula podem orquestrar entre estes elementos (Cobb et al., 2003).

O estudo apresentado decorreu numa turma do 7º ano de escolaridade, no ambiente natural da aula e a análise dos dados foi feita de uma forma descritiva e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994). Tratou-se de uma forma de investigação intervencionista onde se procurou criar e avaliar novas condições de aprendizagem. Pretendeu-se analisar e compreender como é que os alunos se apropriaram da calculadora gráfica, artefacto mediador, na resolução de uma tarefa e como conseguiram construir conceitos matemáticos, com a orquestração da

---

<sup>53</sup> Na literatura atual, também se podem encontrar designações como *Design-Based on Research (Investigação Baseada em Design – IBD)*, *Design Experiments*, *Design Studies e Development Research*.

professora. Foi nossa intenção validar a conjectura de ensino-aprendizagem (Cobb et al., 2003), que assentou no seguinte pressuposto: *“Quando a aprendizagem decorre no ambiente social da aula, em que se promovem produções individuais, resultantes da realização de tarefas, com recurso à calculadora gráfica e posterior discussão coletiva, orquestrada pela professora, pode gerar-se uma maior facilidade na percepção de significados matemáticos”*. Tratou-se de uma dinâmica não muito vulgar neste nível de ensino.

Tendo em conta o facto da experiência de ensino ter sido realizada com todos os alunos da turma, decidiu-se optar pela modalidade estudo de caso, de modo a obter uma observação mais minuciosa e dados mais consistentes sobre a atividade dos discentes, pois “O estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 89). Neste sentido, recaiu uma observação mais minuciosa sobre duas alunas, que vamos denominar ficticiamente por Maria e Berta. Esta opção deveu-se ao facto das mesmas apresentarem características semelhantes no que concerne ao seu percurso académico na disciplina de Matemática, boa capacidade oral e escrita, bom comportamento, disponibilidade e motivação para participar no estudo.

A experiência de ensino apresentada, foi dinamizada pela professora titular da turma, onde a mesma assumiu o duplo papel de professora-investigadora o que teve como consequência bastante tempo dispendido e um grande esforço intelectual. No entanto, o processo foi facilitado na medida em que a investigadora estava inteiramente integrada na investigação, pois foi a autora da conjectura de aprendizagem, dominava os conteúdos a serem explorados, foi ouvinte, orquestrou as discussões e foi avaliadora (Confrey & Lachance, 2000).

As técnicas utilizadas para recolher os dados foram baseadas em relatórios escritos dos alunos, observação direta, imagens das representações gráficas dos ecrãs da calculadora gráfica e diário de bordo (Creswell, 2012).

### **A tarefa apresentada aos alunos: “A minha mão”**

A implementação de uma experiência de ensino em sala de aula, obedece a várias fases: preparação, experimentação e análise retrospectiva do estudo de investigação (Cobb et al, 2003; Cobb et al, 2016).

A fase de preparação incide numa clarificação das intenções teóricas subjacente à descrição de conjecturas sobre anteriores aprendizagens, bem como especificação dos objetivos e recursos inerentes à concretização do estudo. De modo a documentar adequadamente a ecologia de aprendizagem, deverão ser elaboradas as respetivas planificações em que figurem várias formas de recolha de dados (Cobb et al, 2003; Cobb et al, 2016).

A tarefa (figura 2) foi concebida pela professora titular da turma, que assumiu o duplo papel de professora-investigadora. A planificação da mesma, teve em consideração o currículo prescrito de acordo com as orientações plasmadas no Programa e Metas Curriculares da Matemática para o Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência [MEC], 2013).

Tendo em conta o potencial semiótico do artefacto, pretendeu-se fortalecer o conceito de gráfico cartesiano, apreendido no 5º ano e compreender que um gráfico cartesiano é uma das formas de representar uma função, consolidando o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos.

1. Numa folha quadriculada, desenha um referencial cartesiano e traça sobre o mesmo o contorno da palma da tua mão. Com lápis ou caneta, marca 24 pontos. Depois dos pontos marcados, indica as coordenadas na seguinte tabela:

	abscissa	ordenada	coordenadas
1º ponto			( , )
2º ponto			( , )
3º ponto			( , )
...			( , )
24º = 1º ponto			( , )

**Nota:** Os pontos da tabela devem estar numerados de acordo com a sequência de construção da mão. O último tem de ser igual ao primeiro para a imagem ficar fechada.

Utilizando a calculadora gráfica, traça o gráfico poligonal correspondente aos pontos representados na tabela anterior. Desenhaste a palma da tua mão sobre um referencial cartesiano. Será que esta representação corresponde a uma função? Justifica a tua resposta.

2. Em que condições é que um gráfico cartesiano, representa uma função?

Figura 2 – A tarefa apresentada aos alunos: A minha mão”

A fase de experimentação do estudo é inerente à implementação do mesmo, na aula, onde o professor/investigador analisa os raciocínios dos alunos e testa e revê as conjecturas inicialmente propostas. Com o propósito de analisar a evolução das conjecturas e realizar possíveis questões sobre as mesmas, no decorrer do estudo deve-se recorrer a alguns instrumentos de recolha de dados, tais como a observação participante, relatórios escritos dos alunos e registos áudio e vídeo. Múltiplas fontes de dados asseguram que a análise retrospectiva do estudo empiricamente fundamentado, tenha credibilidade, na medida em que o mesmo fará parte de ciclos subsequentes de conceção (Cobb et al, 2003; Cobb et al, 2016).

A tarefa (figura 2) foi realizada individualmente e no final da mesma, os alunos foram convidados a fazer um relatório sobre o processo desenvolvido e as suas descobertas. Posteriormente, foram analisadas as produções individuais de cada aluno, tendo-se desenvolvido a discussão coletiva, gerida pela professora, promovendo a evolução de significados pessoais dos alunos em direção a significados matemáticos.

Por último, a fase da análise retrospectiva do estudo de investigação poderá contrastar com as análises que foram feitas no decorrer do mesmo, na medida em que estas tiveram o objetivo de apoiar a aprendizagem dos alunos. A análise retrospectiva dos resultados relata situações de aprendizagem, em que se desenvolveram conjecturas testáveis tendo em conta os meios que foram utilizados. Existe a necessidade de explicar "O que funcionou" sustentado pela preocupação de clarificar "como, quando e porque" funcionou (Cobb et al , 2003; Cobb et al, 2016).

### Apresentação e análise dos resultados

É através da experiência e conhecimentos prévios que os alunos constroem e compreendem os conceitos matemáticos (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2007). Então, antes da realização da tarefa, foi feita uma breve revisão sobre referenciais cartesianos, ortogonais e monométricos, abscissas, ordenadas, coordenadas e gráficos cartesianos. Estes conceitos tinham sido lecionados no 5º ano. Por sua vez, no que concerne ao 7º ano, foi abordado na aula anterior, o conceito de função, através de alguns exemplos do dia a dia.

Evidenciou-se os conceitos de objeto, imagem, domínio, contradomínio, conjunto de partida e conjunto de chegada. Também foi feita alusão a várias formas de representar uma função, tais como diagrama de setas e tabelas.

Numa primeira etapa foi distribuída a tarefa e os alunos iniciaram a resolução da mesma, onde foram evidenciados esquemas de utilização, no que concerne à gestão que fizeram do artefacto, calculadora gráfica, conforme a descrição realizada pela aluna Berta, na figura 3.

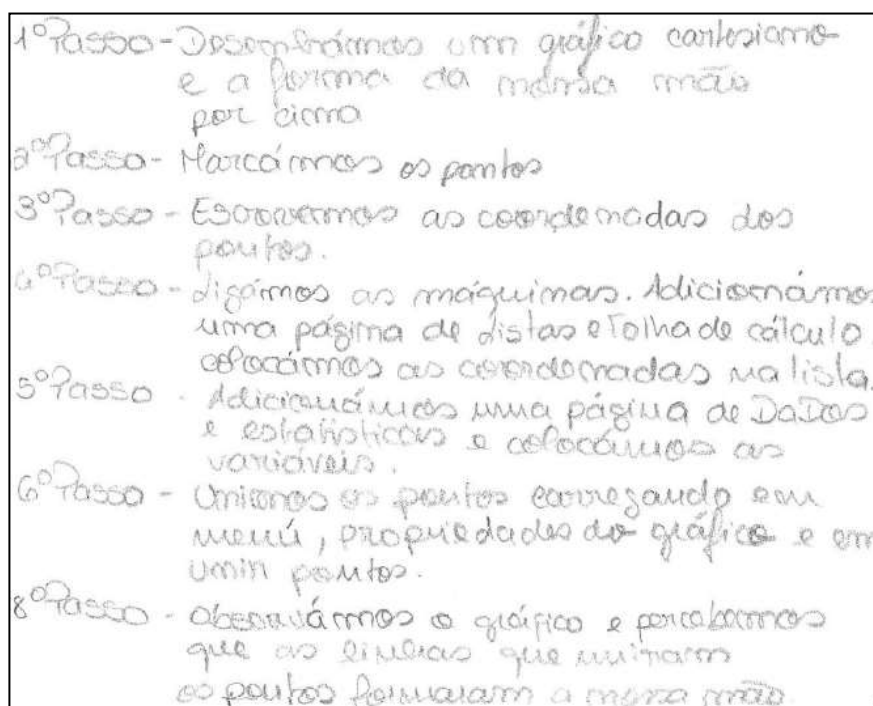


Figura 3 – Descrição das etapas necessárias para a resolução da tarefa, pela aluna Berta

Inicialmente, o contacto com o artefacto fomentou a emergência de signos, que foram registados no relatório solicitado e plasmados posteriormente na discussão coletiva. A discussão coletiva iniciou-se com a *ação de retorno à tarefa* (Mariotti, 2018), onde a professora solicitou a intervenção dos alunos para fazerem os seus relatos, relativamente à tarefa realizada. Operacionalizou-se o primeiro passo no processo de mediação semiótica que consistiu em promover a emergência de signos pessoais relacionados com o uso do artefacto, evoluindo para signos matemáticos, num ambiente social de aprendizagem, a aula.

Maria: Professora, olhe como ficou a minha mão! A que eu desenhei e depois na calculadora!

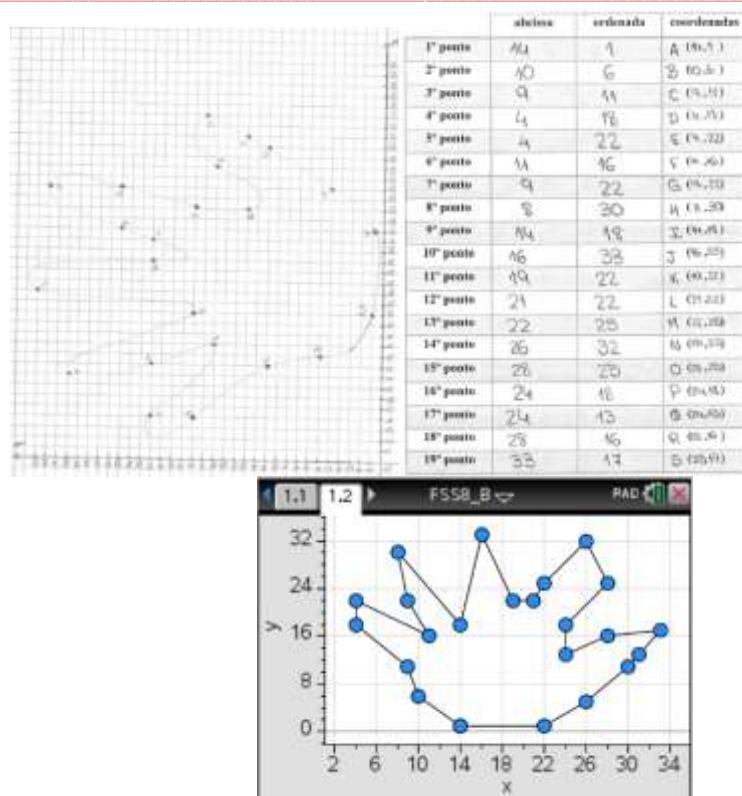


Figura 4 – As resoluções da Maria inerentes à tarefa: “A minha mão”

Gerou-se uma polifonia de vozes. Vários alunos mostraram as suas resoluções. Um aspeto curioso! Todos os alunos desenharam as suas mãos no 1º quadrante do referencial cartesiano. Entretanto, a Berta mostra à professora as suas conclusões, relativamente à questão 1, da tarefa, onde se pretendia saber se a palma de uma mão desenhada sobre um referencial cartesiano corresponde a uma representação de uma função.

Não, porque há objetos que não têm só uma imagem.  
Como, por exemplo, espelhos (12,31) e (15,31).

Figura 5 – Resposta da Berta relativamente à questão 1 da tarefa

Perante as conclusões de Berta, a professora solicita que a aluna enuncie as mesmas, em voz alta.

- Berta: Eu acho que não é função, porque há objetos com mais do que uma imagem. Por exemplo, o par (12,31) e o par (15,31).
- Maria: Desculpa! Isso está errado! O 12 e o 15 são objetos diferentes e têm a mesma imagem. Professora, eu escrevi que não é função porque a cada abcissa corresponde mais de uma ordenada, e dei o exemplo dos pontos (24,18) e (24,13). Está certo, não está? Se eu fizer um  **corte**  na mão, estes pontos estão na mesma  **linha** .



A Berta utilizou significados contraditórios. Aproxima-se do conceito de função, tem noção que existe uma correspondência unívoca, no entanto, faz confusão entre os conceitos, objeto e imagem. Por outro lado, tendo em conta o facto de Maria ter utilizado os signos pessoais, “linha” e “corte”, a professora intervém intencionalmente, pois os mesmos tendem a movimentar-se para signos matemáticos, “reta” e “interseção”. Nesta fase operacionalizou-se a *ação de focalização* (Mariotti, 2018).

- Professora: Certo, Maria! Mas, linha, corte? Que linha? Qual corte? Não estou a entender!
- Maria: Professora, se eu fizer passar uma linha na mão, a linha corta a mão, nesses dois pontos e isso não pode acontecer! Ah! Que giro! Às vezes corta em três pontos e noutros em quatro pontos.
- Professora: Uma linha curva?
- Maria: Como eu tenho dois pontos, (24,18) e (24,13), por exemplo, tenho uma reta! E essa reta corta o gráfico em dois pontos.
- Professora: Mas os pontos que a Berta referiu (12,31) e (15,31), também estão sobre a mesma reta e essa reta intersesta o gráfico, em pelo menos dois pontos.
- Maria: Professora, mas a reta tem de estar na vertical e com os pontos da Berta, [a reta] está na horizontal. Porque uma abcissa só pode ter uma e uma só ordenada, mas a mesma ordenada pode ter muitas abcissas.
- Berta: Pois é! Devia de ter dito um objeto que tivesse mais do que uma imagem. Os pontos que eu disse, pode ser função. Ontem, a professora deu o caso dos gémeos, que são pessoas diferentes e que a fotografia é igual e pode ser função.

No sentido de se dar uma descontextualização dos signos pessoais, procedendo-se à sua movimentação para signos matemáticos, a professora *solicitou uma síntese* (Mariotti, 2018).

- Professora: Então, quem é que consegue sintetizar a resposta à questão 1?
- Berta: A representação da minha mão não é uma função porque existem objetos que têm diferentes imagens. Se eu fizer passar uma reta vertical, ela corta o gráfico em mais que um ponto. Eu fiz confusão com a tabela. No gráfico é que se vê bem.

Perante a primeira parte da afirmação da Berta, a professora constatou que a aluna usou uma linguagem formal inadequada. O modo como a aluna construiu o conceito de função não estava compatível com a matemática reconhecida por um especialista (Bussi & Mariotti, 2008). A professora colocou uma questão à aluna, de modo a perceber se se tratou apenas de um problema de comunicação.

- Professora: Então Berta, relativamente aos pontos que representaste na tabela, será que essa correspondência representa uma função?
- Berta: Sim, porque cada objeto tem uma e uma só imagem.
- Professora: Tens a certeza? Olha bem para a tabela!
- Berta: Que confusão! O 15 tem dois resultados! Duas imagens! Pois o [objeto] 15 tem duas imagens! Então, não é!
- Professora: Não é, o quê?
- Berta: Não é função!

Professora: Muito bem! Penso que agora está percebido!

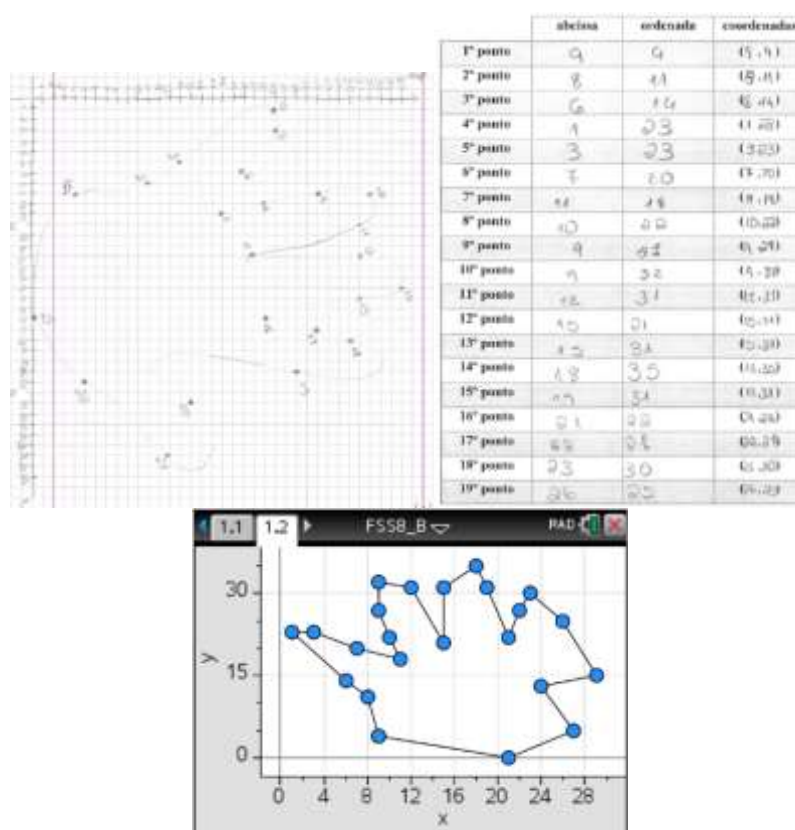


Figura 6 – As resoluções da Berta inerentes à tarefa: “A minha mão”

Entretanto, a Maria começou a movimentar os pontos do gráfico cartesiano, utilizando a função de arrastamento da calculadora e transformou-o num polígono convexo.

Maria: Professora, neste caso, a reta continua a cortar o gráfico em dois pontos, com a mesma abscissa e ordenada diferente.

A técnica de arrastamento inerente ao software de geometria dinâmica, da calculadora gráfica, permitiu que Maria, ao poder observar vários gráficos diferentes, verificasse a sua conjectura.

De modo a tornar explícitos os significados matemáticos e os significados construídos através da discussão na aula, a professora interveio com a oferta de uma síntese, relativamente à questão 2 (Mariotti, 2018), evidenciando a propriedade de um gráfico cartesiano que representa uma função: sempre que qualquer reta paralela ao eixo Oy, interseca o gráfico num único ponto.

## Conclusão

As alunas utilizaram esquemas de utilização, no que concerne à resolução da parte instrumental da tarefa, com a calculadora gráfica. A aluna Maria foi mais longe, ao confirmar a sua conjectura, através do esquema de utilização, técnica de arrastamento.

Para Berta a realização da tarefa com recurso à calculadora gráfica, não demonstrou ter sido uma mais valia na construção de conceitos matemáticos. A aluna evidenciou uma certa dificuldade em distinguir a diferença entre objeto e imagem, assim como construir formalmente o conceito de função. No entanto, estes aspetos “parece-nos” que foram colmatados com a discussão coletiva e a insistente orquestração da professora.

Para Maria, o artefacto, calculadora gráfica, permitiu compreender em que condições um gráfico cartesiano corresponde à representação de uma função. Deu-se a transformação do artefacto em instrumento, que juntamente com a intervenção da professora, na gestão da discussão coletiva, fomentou o emergir dos significados pessoais, tais como “corte” e “linha”, articulando-se com os significados matemáticos, “interseção” e “reta”. O mesmo funcionou como um instrumento de mediação semiótica, facilitador da construção de conceitos matemáticos. Neste sentido, confirmou-se a conjectura de ensino-aprendizagem, formulada inicialmente, que assentou no pressuposto de que quando a aprendizagem decorre no ambiente social da aula, em que se promovem produções individuais, resultantes da realização de tarefas, com recurso à calculadora gráfica e posterior discussão coletiva, orquestrada pela professora, pode gerar-se uma maior facilidade na perceção de significados matemáticos.

## Referências

- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bussi, M. G. B. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in mathematics classroom* (pp. 65–84). Reston, VA: NCTM.
- Bussi, M.G.B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second revised edition* (pp. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. Recuperado de [http://www.cfem.asso.fr/actualites/bartolini-mariotti\\_handbook](http://www.cfem.asso.fr/actualites/bartolini-mariotti_handbook).
- Clements, D. H. (2008). Design Experiments and curriculum research. In Kelly, A. E., Lesh, R. A., & Baek, J. Y. (Eds), *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (pp. 410-422). Routledge: New York and London. Recuperado de [http://samples.sainsburysebooks.co.uk/9781317639640\\_sample\\_645428.pdf](http://samples.sainsburysebooks.co.uk/9781317639640_sample_645428.pdf).
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016). Design research: an analysis and critique. In L. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in Mathematics Education* (pp. 481-503). New York, NY, USA: Routledge.
- Confrey, J., & Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. Kelly, & R. Lesh (Edits.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231-266). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Confrey, J., Bell, K., & Carrejo, D. (2001). *Systemic crossfire: What implementation research reveals about urban reform in mathematics*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Seattle, WA.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational Research, Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. (4 th ed.). Boston: Pearson.
- Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From artefacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 2. Cases and perspectives* (pp. 363–392). Charlotte, NC: Information Age.
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M. A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., Dana-Picard, T., Gueudet, G., Kidron, I., Leung, A., & Meagher, M. (2010). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. In: C. Hoyles, & J-B. Lagrange, (Eds.), *Mathematics education and technology rethinking the terrain* (pp. 88-132). New York: Springer.
- Gomes, A. S. (2001). *Développement conceptuel consécutif à l'activité instrumentée: l'utilisation d'un système informatique de géométrie dynamique au collège*. Presses universitaires du Septentrion.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Edits.), *Educational design research* (pp. 45-85). London: Routledge.
- Kelly, A. E. (2003). Research as design: The role of design in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 3-4.
- Leung, A. (2008). Dragging in dynamic geometry environment through the lens of variation, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 135–157.
- Lopes, L., & Domingos, A. (2015). A utilização da calculadora gráfica no currículo do ensino básico: uma experiência no 8º ano. *Educação e Matemática*, 131, 45-48.
- Mariotti, M. A. (2012). ICT as opportunities software for teaching-learning in mathematics classroom: the semiotic potential of artefacts. In T. Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology Mathematics Education* (pp. 25-40). Taipei, Taiwan: PME.
- Mariotti, M. A. (2018). From using artefacts to mathematical meanings: the teacher's role in the semiotic mediation process. In Atas XXIX Seminário de Investigação em Educação Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Obra original publicada em 2000).
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer.
- Pedro, M. Manuela Subtil (2013). *A experiência Veiga Simão na matemática nos terceiro e quarto anos (1972-1975)*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

- 
- Schwartz, D. L., Chang, J., & Martin, L. (2008). Instrumentation and innovation in design experiments: Taking the turn towards efficiency. *Handbook of design research methods in education*, 650, 47-67.
- Steff, L., & Thompson, P. (2000). Teaching experimete methodology: Underlying principles And essential elements. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematcs and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students'command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in Society, the Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge: Harvard University Press.