NEGOCIACIÓN MULTICRITERIO CON UTILIDADES LINEALES

Mármol A.M., Monroy L., Rubiales V.
Departamento de Economía Aplicada III
Universidad de Sevilla

Resumen:

En este trabajo analizamos juegos de negociación multicriterio de n jugadores. Consideramos diferentes conceptos de solución y establecemos procedimientos de cálculo por medio de la programación multiobjetivo. Estudiamos la influencia de la elección del punto de desacuerdo en las soluciones de negociación que se obtienen cuando las utilidades de los jugadores son lineales.

Palabras clave: Juegos de negociación. Programación multicriterio.

1. INTRODUCCIÓN

La negociación constituye una forma de interacción a través de la cual individuos y/u organizaciones tratan de llevar a cabo un reajuste de algunos de sus intereses comunes y antagónicos. Negociando, los agentes intentan ponerse de acuerdo sobre los términos en los que cada uno va a cooperar para beneficiarse mutuamente. Estos aspectos de cooperación y conflicto que presentan las situaciones de negociación, permiten estudiar el problema como un juego.

La teoría de juegos, por tanto, proporciona modelos matemáticos que representan los procesos de negociación mediante una estructura simplificada, estableciendo de forma adecuada la interacción entre la opción de cada una de las partes para aceptar las condiciones de las otras, o para no concluir en el acuerdo. Este acuerdo se alcanzará si existen al menos una serie de condiciones que las partes estiman preferibles a permanecer sin acuerdo. Se trata, por tanto, de determinar las condiciones que las partes aceptarán.

El problema de negociación puede analizarse bajo dos enfoques claramente diferenciados: el enfoque no cooperativo y el enfoque cooperativo. En el primer caso, el objetivo es encontrar predicciones teóricas de qué acuerdos, si existen, se alcanzarán. El proceso de negociación se describe como un juego no cooperativo cuya forma extensiva viene determinada por el procedimiento y el contexto de cada negociación. Para determinar el resultado del proceso de negociación, se aplica un concepto de equilibrio. Una revisión de los modelos de negociación no cooperativos la encontramos en Binmore y otros (1992). En el enfoque cooperativo, se intenta caracterizar el resultado por los requisitos que se espera que satisfaga dicho resultado. Para ello, se enuncian una serie de axiomas que parece razonable exigirle a la solución de la negociación. Este enfoque axiomático fue sugerido por Nash (1950), y desde entonces se han propuesto y analizado distintos sistemas de axiomas. Thomson (1994) presenta una revisión de los modelos de negociación cooperativos.

La teoría de la negociación tradicional analiza juegos de negociación unicriterio en los que cada agente valora un único objetivo. Esta consideración impide una aplicación más amplia de sus técnicas ya que los procesos de negociación reales envuelven más de un objetivo. Sin embargo, los problemas de negociación multicriterio están escasamente estudiados en la literatura debido, fundamentalmente, a la dificultad adicional que supone que el pago de cada jugador venga dado por un vector. Una forma de tratar estos juegos consiste en considerarlos como juegos escalares con tantos agentes como agentes originales por criterios (véase Hwang y Lin 1987), pero este procedimiento plantea algunas dificultades conceptuales, como se pone de manifiesto en este trabajo. Con el enfoque propiamente multicriterio del problema, se han generalizado algunas soluciones del problema escalar (Krus (2000)), sin embargo el cálculo efectivo de dichas soluciones no está, en general, resuelto. En Krus (1996), y Krus y Bronisz (1996), se presentan conceptos teóricos de solución que pueden utilizarse en procedimientos interactivos de negociación.

En este trabajo analizamos modelos de negociación cooperativos, haciendo una revisión de algunos de los conceptos de solución que son aplicables para el caso general de varios jugadores con varios criterios, y establecemos los procedimientos para la obtención de soluciones en el caso de utilidades lineales. El trabajo está organizado de la siguiente forma. En la sección 2 presentamos el modelo y establecemos las definiciones básicas. En la sección 3 proponemos procedimientos de cálculo de soluciones para problemas de negociación con utilidades lineales, tanto en el caso de n agentes como en el de varios agentes con varios criterios, donde tenemos en cuenta la naturaleza vectorial del problema. En la sección 4 ilustramos los resultados con un ejemplo donde se pone de manifiesto la influencia del punto de desacuerdo en las soluciones que se obtienen. El trabajo finaliza con la sección 5 dedicada a las conclusiones.

2. EL JUEGO DE NEGOCIACIÓN MULTICRITERIO

Consideremos un proceso de negociación en el que intervienen n jugadores, y cada uno de ellos tiene m_i criterios para evaluar las diferentes alternativas. Sea $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Un juego de negociación multicriterio es un par (S,d) donde $S \subseteq R^M$ es el conjunto de pagos posibles, $d \in R^M$ es el punto de desacuerdo, y se verifica:

1. S es convexo y compacto.
2. Existe al menos un punto de S que domina estrictamente a d, $(\exists\, y \in S / y > d)$[i].

El conjunto de pagos posibles, S, define los pagos que los jugadores pueden alcanzar con el proceso de negociación. El punto de desacuerdo, d, también llamado status quo, puede interpretarse como los pagos que obtienen los jugadores si no llegan a un acuerdo, o como los pagos que pueden asegurarse si actúan unilateralmente.

Así, $y=\left(y^{1},y^{2},...,y^{n}\right)\in S$ representa un pago de los jugadores en cada uno de sus criterios, es decir, el vector $y^{i}=\left(y_{1}^{i},y_{2}^{i},...,y_{m_i}^{i}\right)\in R^{m_i}$ es un pago que el jugador i puede obtener en sus m_i criterios. Una solución de un problema de negociación asigna a cada problema un punto del conjunto de pagos posibles, *S*, aceptado por todos los jugadores.

En la literatura se han propuesto diferentes conceptos de solución para juegos de negociación unicriterio. En estos juegos, los jugadores evalúan los pagos en función de un único objetivo, por lo que el conjunto de pagos alcanzables, *S*, es un subconjunto de R^n y el punto de desacuerdo, $d \in R^n$. Todos tienen en común que caracterizan la solución a través de un conjunto de propiedades o axiomas, que ésta debería cumplir.

Dos soluciones clásicas de los problemas de negociación cooperativos son la solución de Nash (1950) y la de Kalai y Smorodinsky (1975). La solución de negociación de Nash es el punto de *S* en el cual el producto de las utilidades desde *d* es máximo. Esta solución satisface los axiomas de Pareto-eficiencia, simetría, invarianza ante transformaciones lineales e independencia de alternativas irrelevantes en la negociación. La solución de negociación de Kalai-Smorodinsky es el único punto Pareto-eficiente de *S* que está en la recta que une el punto de desacuerdo y el punto ideal de *S*. Básicamente se diferencia de la anterior en que no verifica el axioma de independencia de alternativas irrelevantes, aunque satisface el de monotonicidad, que no cumple la solución de Nash.

La extensión de estos conceptos al caso multicriterio no es directa. Una posible generalización consiste en considerar el juego vectorial (*S*,*d*) como un juego de negociación de *M* jugadores. Cada criterio para cada jugador se considera como un jugador en sí mismo y puede aplicarse cualquier concepto de solución de los juegos negociación unicriterio. Este es el tratamiento que se sugiere en Hwang y Lin (1987) para la solución de Nash, pero como se pondrá de manifiesto en lo que sigue, este procedimiento plantea algunas dificultades conceptuales. Otra alternativa para el estudio del caso multicriterio la plantean Krus y Bronisz (1993), caracterizando una genaralización de la solución de Kalai-Smorodinsky.

Una primera cuestión es la determinación del punto de desacuerdo. En este trabajo, para establecer dicho punto analizamos qué valores pueden asegurarse los jugadores independientemente de las actuaciones de los demás, pues como es lógico no estarán dispuestos a negociar por debajo de estos valores.

En el caso escalar estos valores son los valores maximin del juego para cada jugador, pero si el jugador valora varios criterios tiene que establecer cuáles son los pagos (múltiples) que puede asegurarse por sí mismo. La generalización del concepto de valores maximin al caso multicriterio, es el vector de niveles de seguridad asociado a una estrategia de seguridad Pareto-óptima (POSS) para un juego n-personal multicriterio (Puerto y otros, 1999). Una POSS para un jugador proporciona un vector de niveles de seguridad, que son valores de los criterios que pueden ser alcanzados por los jugadores independientemente de la acción de los otros.

Una vez que cada jugador ha determinado el vector de niveles de seguridad a partir del cual está dispuesto a negociar, $d^i \in R^{m_i}$, se establece el punto de desacuerdo $d = \left(d^1, d^2, ..., d^n\right) \in R^M$, y el conjunto de negociación $S^d = \{y \in S,\ y \geq d\}$.

Nótese que para definir el juego de negociación sólo se tiene en cuenta los posibles pagos de los jugadores. Sin embargo, puede resultar muy útil interpretar el concepto del juego de decisión en términos de los elementos básicos que intervienen en un proceso de negociación. Para ello, establecemos el modelo matemático que describe el conjunto de decisiones admisibles de los jugadores y que permite calcular los pagos que los jugadores obtienen según los valores de las variables de decisión. Dado que la teoría de juegos clásica modela el problema de negociación en términos de utilidades, en este trabajo, los pagos de los jugadores están definidos por las utilidades que obtienen al valorar las alternativas en función de los criterios.

Sea $X^i \subset R^{L_i}$ el conjunto de variables de decisión del jugador i (i=1,2,...,n), donde L_i es el número de variables. Denotamos por $X \subset R^L$ a la región factible en el espacio de decisión, donde $L = \sum_i L_i$, $x = \left(x^1, x^2, ... x^n\right) \in X$, $x^i = \left(x_1^i, x_2^i, ... x_{Li}^i\right) \in X^i$.

Sea $U^i : X \rightarrow R^{m_i}$ la función de utilidad vectorial del jugador i. La función de utilidad conjunta es $U : X \rightarrow R^M$, $U(x) = \left(U^1(x), U^2(x), ..., U^n(x)\right)$.

Entonces, el conjunto de pagos posibles puede describirse como

$$S = \left\{ \left(y^1, y^2, ..., y^n\right) \in R^M \ / \ \exists x \in X \ con \ U^i(x) = y^i \ \ \forall i = 1,...,n \right\}.$$

3. EL JUEGO DE NEGOCIACION MULTICRITERIO CON UTILIDADES LINEALES.

Cuando el espacio de decisión de los agentes es poliédrico, es posible caracterizar el conjunto de pagos posibles, y en él localizar las distintas soluciones del problema de negociación.

Sea $P \in \mathrm{M}_{pxM}$ la matriz cuyas columnas son las imágenes mediante la aplicación U de los puntos extremos del poliedro de decisión *X*. En virtud de la linealidad de las utilidades, el conjunto de pagos admisibles, *S*, puede representarse como el cierre convexo de las columnas de P .

$$S = \left\{ y \in R^M\ ,\ y = P\alpha,\ \sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1,\ \alpha \geq \theta \right\}$$

Esta representación explícita de los pagos posibles permitirá obtener también el conjunto de negociación $S^d = \{ y \in S,\ y \geq d \}$.

En el modelo que proponemos, el punto de desacuerdo está determinado por los vectores de niveles de seguridad asociados a una estrategia de seguridad Pareto-óptima (Ghose y Prasad 1989). En el caso de utilidades lineales dichos valores se obtienen como soluciones de problemas lineales múltiples, que pueden resolverse mediante el software ADBASE (Steuer 1995).

Una propiedad que verifican todos los conceptos de solución que consideramos es que representan pagos no dominados, así pues, las soluciones están en la Superficie de Pareto del conjunto S^d, formado por los puntos que son, al menos, débilmente eficientes.

Para resolver el juego de negociación multicriterio consideramos, en primer lugar, el juego de n agentes con m_i criterios cada uno, como un juego de $\sum m_i$ agentes con una función de utilidad cada uno. Hwang y Lin (1987) propusieron este procedimiento para obtener la solución de negociación de Nash. Nosotros consideramos también esta posibilidad, pero teniendo en cuenta el carácter vectorial del juego en la determinación del punto de desacuerdo.

La caracterización del conjunto de negociación establecida anteriormente permite obtener las soluciones clásicas como si el juego fuese un juego de negociación escalar. Representamos los pagos posibles como $y \in R^M$, $y = (y_k)$, $k = 1,...,M$, y el punto de desacuerdo $d \in R^M$ como $d = (d_k)$, $k = 1,...,M$.

3.1. Solución de negociación de Nash.

La solución de Nash es la solución del siguiente problema de optimización

$$\begin{aligned} & Max \prod_{k=1}^{M}(y_k - d_k) \\ & s.a. \quad y \in S^d \end{aligned}$$

que en el caso de utilidades lineales, si $P_{k.}$ representa la fila k-ésima de la matriz P, el problema admite la siguiente formulación

$$\begin{aligned} & Max \prod_{k=1}^{M}(P_{k.}\alpha - d_k) \\ & s.a. \quad \sum_{j=1}^{p}\alpha_j = 1 \\ & \qquad P\alpha \geq d \\ & \qquad \alpha \geq \theta \end{aligned}$$

El carácter cuasiconvexo de la función de Nash garantiza el carácter global del máximo obtenido al resolver este problema, así como la unicidad de la solución.

3.2. Solución de Kalai-Smorodinsky.

La solución de Kalai-Smorodinsky se obtiene como el elemento maximal del conjunto $S^d \cap G$, siendo G el segmento que une el punto ideal $u \in R^M$ con el punto de desacuerdo $d \in R^M$, es decir,

$$G = \{y \in R^M,\ y = d + t(u - d),\ t \in R\}$$

En el caso de utilidades lineales el cálculo de esta solución puede hacerse resolviendo el problema lineal correspondiente.

3.3. Solución generalizada de Kalai-Smorodinsky.

La generalización de la solución de Kalai-Smorodinsky al caso de juegos de negociación multicriterio, consiste en la determinación previa de un punto utópico. Para ello, cada jugador realiza un análisis unilateral del problema en su espacio de pagos. A partir de un punto de referencia y mediante un método multicriterio, determina un punto no dominado. El punto utópico se construye como composición de los pagos no dominados que cada jugador ha elegido en su espacio de criterios. La solución generalizada de Kalai-Smorodinsky es el punto del conjunto de negociación que está sobre el segmento que une el punto de desacuerdo y el punto utópico.

4. UN MODELO DE NEGOCIACIÓN ENTRE EMPRESAS.

En una determinada zona se está elaborando un proyecto para la puesta en funcionamiento de una factoría. En el proyecto intervienen una empresa privada, cuyo objetivo es la maximización del beneficio que se derive de la actividad, y una empresa pública, cuyos objetivos son la creación de empleo y el control de la contaminación que se producirá en la zona.

Las variables de decisión sobre las que la empresa privada actúa son dos, materia prima y trabajadores empleados. La empresa pública tiene en sus manos la decisión sobre los fondos a invertir en tecnología y el número de contratos de trabajo de personal especializado. Los agentes han de llegar a un acuerdo sobre los niveles de consecución de los objetivos. El juego de negociación que describe este proceso es el siguiente: la empresa privada y la empresa pública son los jugadores, a los que nos referiremos como jugador 1 (J1) y jugador 2 (J2) respectivamente. J1 tiene un único criterio para valorar sus alternativas, la maximización del beneficio que se derive de la actividad, mientras que J2 tiene dos criterios, creación de empleo y minimización del nivel de contaminación que se producirá en la zona.

El jugador 1 dispone de un total de 50 unidades de materia prima y puede emplear un máximo de 20 trabajadores. Denotando por x_1 la cantidad de materia prima y x_2 el número de trabajadores a emplear, el conjunto de decisión de J1 es $X^1 = [0,50]\times[0,20]$. Denotaremos $x^1 = (x_1, x_2) \in X^1$. El jugador 2 dispone de unos fondos de 10 u. m. para invertir en tecnología y el número de contratos de trabajo especializado que puede realizar varía entre 5 y 30. Por tanto, si x_3 representa la inversión en tecnología y x_4 el número de contratos de trabajo de personal especializado, el conjunto de decisión de J2 es $X^2 = [0,10]\times[5,30]$. Denotaremos $x^2 = (x_3, x_4) \in X^2$. La región factible en el espacio de decisión es $X = X^1 \times X^2 \subset R^4$.

La función de utilidad para J1 es $U^1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 0.5x_4$, que valora el beneficio derivado de una decisión conjunta. La función de utilidad para J2 es $U^2 : X \to R^2$, cuyas componentes $U_1^2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 + x_4$ y

$U_2^2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 8x_3 + 7(x_4 - 5)$ representan la creación de empleo y el índice de contaminación, respectivamente. La función de utilidad conjunta, $U : X \to R^3$ valora las decisiones factibles según los criterios de los dos jugadores, $U \equiv (U^1, U^2)$.

El conjunto de acuerdos que son admisibles para los jugadores, S^d, depende del punto de desacuerdo, $d \in R^3$, que representa los resultados que los jugadores podrían obtener si actúan unilateralmente.

El jugador 1 conoce el pago más desfavorable que le proporciona cualquier decisión, $x^1 = (x_1, x_2) \in X^1$, calculando el nivel de seguridad asociado

$$v^1(x_1, x_2) = \min_{X^2} U^1(x) = 3x_1 + 10x_2 + 2.5$$

y maximizando esta función, determina con qué decisión se alcanza el nivel de seguridad máximo $d^1 = \max_{X^1} v^1(x_1, x_2) = 352.5$.

También el jugador 2 determina los pagos más desfavorables que consigue con sus decisiones en cada uno de sus criterios:

$$v_1^2(x_3, x_4) = \min_{X^1} U_1^2(x) = x_4$$
$$v_2^2(x_3, x_4) = \min_{X^1} U_2^2(x) = -150 - 8x_3 - 7(x_4 - 5)$$

A partir de estas funciones se determinan las decisiones cuyos niveles de seguridad no son mejorables conjuntamente, resolviendo el problema de maximización vectorial

$$"\max_{X^2}" \left\{ v_1^2(x_3, x_4),\ v_2^2(x_3, x_4) \right\}$$

El conjunto de puntos eficientes de este problema es el conjunto de estrategias de seguridad Pareto-óptimas de J2, y los niveles de seguridad asociados a dichas estrategias son $D^2 = \left\{ d^2 \in R^2,\ d^2 = (a, -115 - 7a),\ a \in [5{,}30] \right\}$. Por tanto, el jugador 2 tiene todo un conjunto de puntos que representan pagos alcanzables si actúa unilateralmente, y conoce con qué decisiones podría obtener cada uno de ellos. Cualquier resultado de la negociación debería proporcionar pagos no peores que alguno de estos puntos. Dependiendo de la elección que haga J2 de d^2, se determina el punto de desacuerdo $d = (d^1, d^2)$.

Es interesante destacar que si no se tiene en cuenta el carácter vectorial del juego, tratándolo como un juego escalar de tres agentes, el punto de desacuerdo se determinaría a partir de los valores maximin de los tres criterios, es decir

$d = (352.5, 30, -150)$. Pero este punto de desacuerdo no proporciona un conjunto de negociación factible, es decir $S^d = \{\emptyset\}$.

En el caso que nos ocupa, $P \in M_{3x16}$ es la matriz cuyas columnas son las imágenes mediante *U* de los 16 puntos extremos de *X*.

$$P = \begin{pmatrix} 202.5 & 215 & 252.5 & 265 & 2.5 & 15 & 52.5 & 65 & 352.5 & 365 & 402.5 & 415 & 152.5 & 165 & 202.5 & 215 \\ 25 & 50 & 25 & 50 & 5 & 30 & 5 & 30 & 25 & 50 & 25 & 50 & 5 & 30 & 5 & 30 \\ 0 & -175 & -80 & -255 & 0 & -175 & -80 & -255 & -150 & -325 & -230 & -405 & -150 & -325 & -230 & -405 \end{pmatrix}$$

El conjunto de negociación es $S^d = \{y \in S,\ y \geq d\}$, donde el conjunto de pagos posibles se representa como $S = \left\{ y \in R^3 \ / y = P\alpha,\ \sum_{i=1}^{16} \alpha_i = 1,\ \alpha \geq \theta \right\}$.

En la siguiente tabla se muestran los pagos que reciben los agentes en los criterios cuando se adoptan las soluciones de Nash, de Kalai Smorodinsky y la solución generalizada de Kalai-Smorodinsky para un punto utópico.

Punto de desacuerdo	Nash	Kalai-Smorodinsky I = (415, 50, 0)	Kalai-Smorondinski U = (415, 50, -175)
d = (352.5, 30, -325)	382.5000 37.74194 -277.0000	368.8934 35.24590 -239.7541	376.5642 37.70053 -267.2460
d = (352.5, 17.5, -237.5)	379.8438 25.0000 -193.750	368.0380 25.57978 -178.4555	375.5082 29.46429 -214.4918
d = (325..5, 5, -150)	352.5000 25.00000 -150.0000		

Se han considerado como puntos de desacuerdo los obtenidos a partir del valor maximin del jugador 1 y tres vectores de seguridad no dominados del jugador 2, correspondientes a los extremos y el punto medio del segmento

$$D^2 = \left\{ d^2 \in R^2,\ d^2 = (a, -115 - 7a),\ a \in [5,30] \right\}.$$

Obsérvese que en el primer punto de desacuerdo, las coordenadas correspondientes al segundo jugador representan el punto que maximiza el nivel de seguridad de su primer criterio, es decir el empleo. En el tercero, dichas coordenadas maximizan el nivel de seguridad correspondiente a la contaminación. El segundo se corresponde con un compromiso entre los niveles de seguridad de ambos criterios. En este sentido puede apreciarse la influencia del punto de desacuerdo en los valores que toman los pagos en las distintas soluciones. Cuando el punto de desacuerdo es más exigente con respecto a un determinado criterio, aumenta el pago que se obtiene en la solución con respecto a éste. Esto es cierto tanto en la solución de Nash como en las de Kalai-Smorodinsky.

Por otra parte, cuando para el cálculo de la solución de Kalai-Smorodinsky se sustituye la solución ideal por una solución utópica, manteniendo el mismo punto de desacuerdo, se produce un desplazamiento de los valores de los pagos. En este caso, al relajar el punto utópico en el tercer criterio, de 0 a –175, empeora el tercer objetivo en beneficio de los dos primeros.

Por último, obsérvese que para determinados puntos de desacuerdo no se puede calcular la solución de Kalai- Smorodinsky, esto es debido al carácter no comprensivo del conjunto de pagos.

5. CONCLUSIONES

La extensión al caso vectorial de los conceptos de juegos de negociación escalares no es directa. Si el punto de desacuerdo se establece a partir de los valores maximin de los jugadores en cada criterio, puede ocurrir que el conjunto de negociación sea vacío. Por tanto en la determinación del punto de desacuerdo hay que tener en cuenta la naturaleza vectorial del problema, obteniéndose un conjunto de puntos de desacuerdo que permite a los jugadores establecerlos según sus preferencias.

En el caso de juegos de negociación con utilidades lineales, el conjunto de puntos de desacuerdo se obtiene como el conjunto de soluciones eficientes de determinados problemas lineales multiobjetivo. A través de la elección de distintos puntos de desacuerdo no dominados, pueden formalizarse las preferencias de los jugadores sobre los niveles mínimos de sus criterios. Las soluciones de Nash y de Kalai-Smorodinsky que se obtienen reflejan estas preferencias.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Binmore K, Osborne M.J., Rubinstein A. (1992): "Noncooperative Models of Bargaining". En Aumann R.J. and Hart S. (eds.) *Handbook of Game Theory*. Vol. 1, pp.181-220.

Ghose D., Prasad U.R. (1989): "Solution Concepts in Two-Person Multicriteria Games". *Journal of Optimization Theory and Applications*. Vol. 63, No. 2, pp. 167-189.

Hwang C.L., Lin M.J. (1987): "Group decision Making Under Multiple Criteria" *Lecture Notes in Economics and Mathematical Sciences.* No. 281, Springer-Verlag, Berlin.

Kalai E., Smorodinsky M. (1975): "Other Solutions to Nash's Bargaining Problem" *Econometrica*. Vol. 43, pp.513-518.

Krus L. (1996): "Multicriteria Decisión Support in Negotiations" *Control and Cybernetics,* No. 6, pp. 1245-1260.

Krus L. (2000): "Multicriteria Decisión Support in Bargaining, a Problem of Players´ Manipulations" *4th International Conference on Multiobjective Programming and Goal Programming.*. Katowice (Polonia).

Krus L., Bronisz P. (1993): "Some New Results in Interactive Approach to Multicriteria Bargaining", en: Wessels J. Y Wierzbicki A.P., (eds.), "User-Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis and Support" *Lecture Notes in Economics and Mathematical Sciences.* No. 397, Springer-Verlag, Berlin, pp. 21-34.

Krus L., Bronisz P. (1996): "Solution Concepts in Multicriteria Cooperative Games without Side Payments" en Dolezal J. (Ed): *System Modelling and Optimization,* Chapman and Hall Publ.

Nash J.F. (1950):"The Bargaining Problem" *Econometrica*. Vol. 18 , pp.155-162.

Puerto J., Fernández F.R., Hinojosa M.A., Mármol A.M., Monroy L. (1999): "Solution Concepts for Multiple Objective N-Person Games".*Investigaçao Operacional*. No.19, pp. 193-209.

Steuer R.E. (1995): *Manual for the ADBASE; Multiple Objective Linear Programming Package,* University of Georgia, Athens, Georgia.

Thomson W. (1994): " Cooperative Models of Bargaining", En Aumann R.J. and Hart S. (eds.) *Handbook of Game Theory.* Vol. II, pp.1238-1277.

[i] Dados $x, y \in R^n$, $x \geqq y$ significa $x_i \geqq y_i$ $\forall$i; $x \geq y$ significa $x \geqq y$ con $x \neq y$; $x > y$ significa $x_i > y_i$ $\forall$i.