

DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i52.483>

Artículo

## Relación altura-diámetro para *Abies religiosa* Kunth Schldl. & Cham. en el centro y sur de México

### Height-diameter relation for *Abies religiosa* Kunth Schldl. & Cham. in the center and south of the Mexico

Juan Carlos Guzmán Santiago<sup>1</sup>, Oscar Alberto Aguirre Calderón<sup>1\*</sup>, Marco Aurelio González Tagle<sup>1</sup>, Eduardo Javier Treviño Garza<sup>1</sup>, Javier Jiménez Pérez<sup>1</sup>, Benedicto Vargas Larreta<sup>2</sup> y Héctor Manuel De los Santos Posadas<sup>3</sup>

#### Abstract:

The total height of the trees is an important variable in forestry and forest management; however, its measurement in the field is difficult and expensive. The goal of this research was to develop a height-diameter equation that can accurately estimate the height of *Abies religiosa* trees in the center and south of the country. The local equations were adjusted using a sample size of 2 747 data, which are sufficient to describe the behavior of the curves on the natural variability of the total height of the trees. For the selection of the best model, the following criteria were established: adjusted coefficient of determination, bias, mean error, and graphical and numerical analyses of waste. The explanation of the independent variables of each model was highly acceptable, since they were all superior ( $_{adj}R^2 = 0.96$ ), in addition to presenting errors (RMSE) below 0.44 meters and with near-zero biases. Combined with the above, the model of Bates and Watts was selected through graphical analysis. This type of equation can be applied to the different forest management units (*Umafores*) of the country for forest inventory purposes, since it reduces the time and cost while minimizing field errors.

**Keywords:** *Abies religiosa*, total height, local equations, forest management, model of Bates and Watts, height:diameter ratio.

#### Resumen:

La altura total de los árboles es una variable importante en silvicultura y manejo forestal; sin embargo, su medición en campo es relativamente difícil y costosa. El objetivo de la presente investigación fue desarrollar una ecuación altura-diámetro que permita estimar de forma precisa la altura de árboles de *Abies religiosa* en el centro y sur de México. Para el ajuste de ecuaciones locales se utilizó un tamaño de muestra de 2 747 datos, que son suficientes para describir el comportamiento de las curvas sobre la variabilidad natural de la altura total de los individuos. Para la selección del mejor modelo se fijaron los siguientes criterios: coeficiente de determinación ajustada, sesgo, error medio; así como, el análisis gráfico y numérico de los residuales. La explicación de las variables independientes de cada modelo fue altamente aceptable, ya que todos fueron superiores ( $R^2_{adj}=0.96$ ), además de presentar errores (REMC) por debajo de 0.44 metros y con sesgos cercanos a cero. Aunado a lo anterior, el modelo de *Bates* y *Watts* fue seleccionado mediante el análisis gráfico. Este tipo de ecuación es aplicable en las diferentes unidades de manejo forestal del país para trabajos de inventarios forestales; ya que reduce el tiempo, costo y, a su vez, minimizan los errores de campo.

**Palabras clave:** *Abies religiosa*, altura total, ecuaciones locales, manejo forestal, modelo *Bates* y *Watts*, relación altura-diámetro.

Fecha de recepción/Reception date: 27 de diciembre de 2018

Fecha de aceptación/Acceptance date: 19 de febrero de 2019

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León, México.

correo-e: oscar.aguirrecl@uanl.edu.mx

<sup>2</sup>Instituto Tecnológico de El Salto, México.

<sup>3</sup>Colegio de Postgraduados. México.

## Introducción

*Abies religiosa* (Kunth) Schlttdl. & Cham. es una especie con importancia económica, ambiental y ecológica dentro su hábitat natural. Por lo tanto, se considera trascendente contar con información relevante que contribuya en su manejo, crecimiento y desarrollo de la especie (Vargas-Larreta *et al.*, 2017). Aunado a esto, distintas instituciones han colaborado y mostrado interés por desarrollar investigaciones en las regiones de México con el objetivo de generar herramientas prácticas, tales como los modelos biométricos para apoyar a los técnicos forestales en la obtención de mejores estimaciones de los rendimientos maderables de sus bosques (Vargas-Larreta *et al.*, 2017); así como, para la toma de decisiones sobre el manejo (Diamantopoulou y Özçelik, 2012; García-Cuevas *et al.*, 2016; Vargas-Larreta *et al.*, 2017).

La relación altura-diámetro se utiliza, principalmente, para caracterizar la estructura vertical de las masas forestales; es decir, simula el crecimiento forestal (Burkhardt y Strub, 1974; Wykoff *et al.*, 1982; Larsen y Hann, 1987; Hernández-Ramos *et al.*, 2018a), estima el volumen de los árboles individuales o de la masa y determina la altura dominante con el propósito de evaluar la calidad de la estación (Huang *et al.*, 1992). Su conocimiento es importante también en otros contextos, los cuales incluyen la estimación de biomasa forestal, simulación de la dinámica de masas forestales y el análisis de las bases teóricas del crecimiento de árboles (Canham *et al.*, 1994).

Por las diversas condiciones que prevalecen en los ecosistemas de México, en su mayoría se observan masas heterogéneas, por lo que es difícil utilizar una sola ecuación de altura-diámetro para todas las especies. Sin embargo, pueden ajustarse para cada árbol de una determinada especie o rodal (Arias, 2004), tanto a nivel local como generalizadas; las primeras estiman la altura a partir únicamente del diámetro normal, mientras que en las segundas se consideran el diámetro normal y algunas variables del rodal (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009). Bajo esta perspectiva, el objetivo de la presente investigación fue desarrollar una ecuación altura-diámetro que permita estimar de forma precisa la altura total de los árboles de *Abies religiosa* en el centro y sur del país.

## **Materiales y Métodos**

### **Área de estudio**

El área de estudio contiene información de 21 unidades de manejo forestal (Umafores), las cuales comprenden ocho estados: Guerrero (1203), Puebla (2101, 2105 y 2108), Tlaxcala (2901 y 2902), Veracruz (3004, 3012), Michoacán (1604, 1605, 1607 y 1608), Jalisco (1404, 1406 y 1410), Hidalgo (1303) y Estado de México (1503, 1507, 1508, 1509 y 1510) (Inegi, 2016). En el Cuadro 1 se describen algunas de las características biofísicas de las principales regiones (Umafores); en el cual se observa que las condiciones de desarrollo de *Abies religiosa* son prácticamente similares (suelo, clima y vegetación).



**Cuadro 1.** Caracterización de las áreas de estudio.

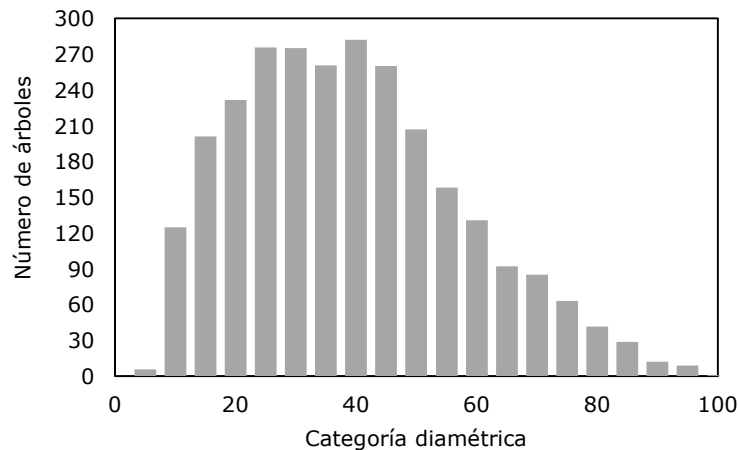
<b>UMAFORES</b>	<b>Altitud (msnm)</b>	<b>Clima</b>	<b>Tipo de suelo</b>	<b>Tipo de vegetación</b>
1203	0 a 2 037			
2101, 2105, 2108	130 a 2 829	Cálido subhúmedo con lluvias en verano [A(w)], Semicálido		
2901, 2902	2 200 a 2 738	húmedo con abundantes lluvias	Arenosol (AR), Calcisol (CL),	
3004, 3012	0 a 2 420	en verano (ACm), Semicálido	Cambisol (CM), Leptosol	Pastizal, Bosque, Selva,
1604, 1605, 1607, 1608	10 a 2 595	subhúmedo con lluvias en verano (ACw), Templado	(LP), Luvisol (LV), Phaeozem (PH), Regosol (RG), otros.	Agricultura, otros.
1404, 1406, 1410	29 a 2 347	húmedo con abundantes lluvias		
1303	137 a 2 712	en verano [C(m)].		
1503, 1507, 1508, 1509, 1510	1 126 a 2 808			

Fuente: Inegi (2016)



## Tamaño de muestra

En la Figura 1 se muestra la distribución de los datos diamétricos empleados para la estimación de la relación altura-diámetro; se evidencia que cumple con el supuesto de normalidad en su distribución.



**Figura 1.** Distribución de las categorías diamétricas

Para la recopilación de información dasométrica se realizaron muestreos aleatorios no mayores a 150 árboles en zonas de aprovechamiento, así como en algunas áreas no autorizadas. Para el primer caso, se utilizó el muestreo destructivo que consistió en derribar, seccionar y medir los individuos, que se eligieron mediante un muestreo dirigido considerando las diferentes categorías diamétricas. Mientras que para las áreas no autorizadas, las mediciones se hicieron de manera escalonada, con forcípula láser *Haglof Digitech Professional* para medir el diámetro a distintas alturas. En todas las Umafores, el diámetro normal ( $d_n$ ), fue medido en pie con una cinta diamétrica alemana *Forestry Suppliers, Inc. P.O.BOX 8397* y forcípulas *Haglof Mantax Blue*, medio a 1.30 sobre el nivel del suelo; y la altura total

(At) con la pistola *Haga*<sup>®</sup> (Cuadro 2), salvo para aquellos ejemplares derribados en los que se usó un flexómetro Uline Accuc-Lock H-1766.

**Cuadro 2.** Resumen de las variables del rodal.

<b>Número de árboles</b>	<b>Variables</b>	<b>Media</b>	<b>Máximo</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Desviación estándar</b>
2 747	<i>Dn</i>	39.07	99	5.40	18.55
	<i>At</i>	24.64	52.45	5.30	9.05

*Dn* = Diámetro normal; *At* = Altura total.

### **Modelos ajustados**

En una primera fase se ajustaron 10 ecuaciones locales no lineales, las cuales han sido utilizadas para describir la relación altura-diámetro en numerosos estudios (Huang *et al.*, 1992; Fang y Bailey, 1998; Peng, 1999), y la diferencia entre ellos radica en los números de parámetros (Cuadro 3). Las ecuaciones se seleccionaron mediante un minucioso análisis gráfico, debido a que todas presentaron estadísticos aceptables.



**Cuadro 3.** Ecuaciones de relación altura diámetro locales y generalizadas

Referencias	Expresión	Ecuación
<b>Ecuaciones locales</b>		
Bates y Watts (1980)	$At = 1.3 + b_0 * \left( \frac{Dn}{b_1 + Dn} \right)$	1
Stage (1975)	$At = 1.3 + b_0 * Dn^{b_1}$	2
Larson (1986)	$At = 10^{b_0} * Dn^{b_1}$	3
Wykoff <i>et al.</i> (1982)	$At = 1.3 + \exp \left( b_0 + \frac{b_1}{Dn + 1} \right)$	4
Richards (1959)	$At = 1.3 + b_0 * [1 - \exp(-b_1 * Dn)]^{b_2}$	5
Hossfeld (1822)	$At = 1.3 + \frac{Dn^2}{b_0 + b_1 * Dn + b_2 * Dn^2}$	6
Loetsch <i>et al.</i> (1973)	$At = \frac{Dn^2}{b_0 + b_1 * Dn^2}$	7
Burkhardt y Strub (1974)	$At = 1.3 + b_0 * \exp \left( \frac{b_1}{Dn} \right)$	8
Weibull (1951)	$At = 1.3 + b_0 * [1 - \exp(-b_1 * Dn^{b_2})]$	9
Meyer (1940)	$At = 1.3 + b_0 * [1 - \exp(-b_1 * Dn)]$	10

$At$  = Altura total (m);  $Dn$  = Diámetro a la altura de 1.3 m (cm);  $b_i$  = Parámetros por ser estimados ( $i = 0, 1, 2$ ).

## Método de ajuste y selección de modelos

Los modelos ajustados fueron de tipo no lineal, ya que estas ecuaciones tienen un comportamiento más consistente desde el punto de vista biológico, lo que permite capturar con mayor precisión las relaciones altura-diámetro en términos de su capacidad predictiva (Huang *et al.*, 1992; Diamantopoulou y Özçelik, 2012). Para la estimación de los parámetros se usó el método de mínimos cuadrados ordinarios (MMCO); porque minimiza los errores de los parámetros. Para evitar la convergencia de estos a un óptimo local, se utilizaron los valores obtenidos por otros autores en trabajos similares. Las ecuaciones fueron ajustadas en el programa R (R Core Team, 2017).

El análisis de la bondad de ajuste de los modelos se basó en comparaciones numéricas y gráficas. A partir de los residuos obtenidos en la fase de ajuste, se calcularon los siguientes estadísticos para la comparación y selección de los mejores modelos: el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ); en el cual es deseable que los valores obtenidos alcancen el valor de 1; mientras que, la raíz del error medio cuadrático (REMC) tiende a cero. El sesgo ( $\bar{e}$ ) busca que el promedio de los residuales sea igual a cero, con lo que se logra que el estimador sea centrado o insesgado (Amat-Rodrigo, 2016).

La expresión de los estadísticos de bondad de ajuste es la siguiente:

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \left[ \frac{n - 1}{n - p - 1} \right]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n}$$



Donde:

$p$  = Número de parámetros por estimar

$n$  = Tamaño de muestra

$Y_i$  = Valores observados

$\hat{Y}_i$  = Valores predichos

Además, se hizo un análisis gráfico de los residuos frente a los valores predichos de altura total; este procedimiento se considera una de las maneras más eficientes de evaluar la capacidad de ajuste de un modelo (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005), ya que detecta posibles tendencias sistemáticas de los datos, así como para seleccionar factores de ponderación si fuesen necesarios, debido a la presencia de heterocedasticidad (Neter *et al.*, 1996).

## Resultados y Discusión

### Ecuaciones altura-diámetro seleccionadas

En el Cuadro 4 se resumen los valores de los parámetros estimados, y los estadísticos de ajuste de los modelos. Los estimadores de los parámetros locales resultaron diferentes a cero ( $P < 0.0001$ ) con un nivel de confiabilidad de 95 % (Quiñones-Barraza *et al.*, 2018). Todas las ecuaciones garantizaron una óptima confianza, ya que presentaron errores menores a 1.667 metros (REMC) y coeficientes de determinación ajustados ( $R^2_{adj}$ ) superiores a 0.96. De igual forma, todos los modelos registraron sesgos bajos; los modelos 1, 2, 3, 5 y 9 tuvieron sesgos negativos, lo que significa que sobreestiman ligeramente la información; mientras que con el resto de las ecuaciones se obtuvieron sesgos con valores positivos, que tienden a subestimar la altura total de forma aceptable, lo cual cumple la propiedad estadística (Amat-Rodrigo, 2016). Bajo esta perspectiva se seleccionaron las ecuaciones 1 y 4.

**Cuadro 4.** Parámetros estimados y estadísticos de bondad de ajustes locales.

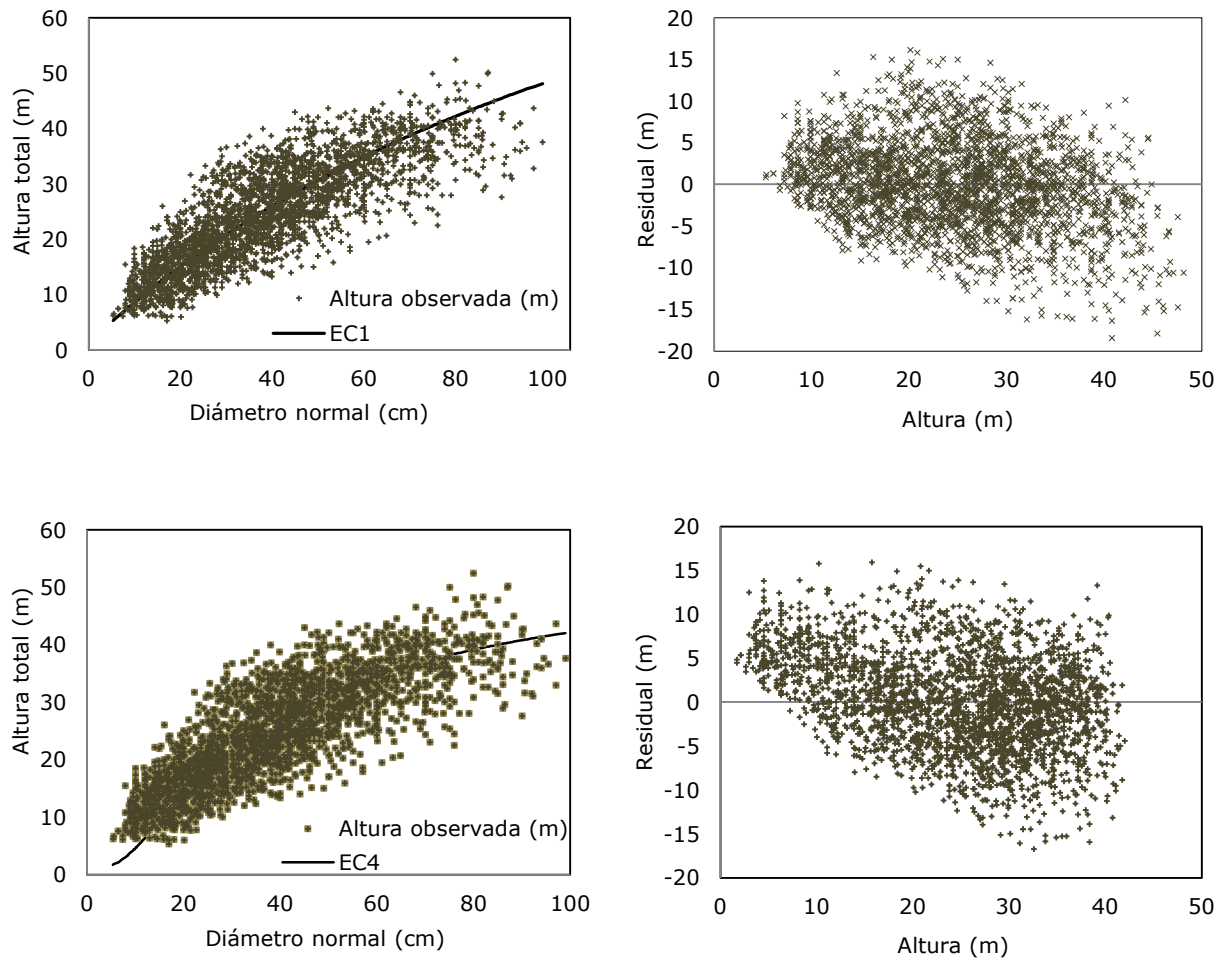
Parámetros	Estimador	EE	T	P>t	Sesgo	REMC	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	Ec
<b>Ecuaciones locales</b>								
b <sub>0</sub>	119.8798	0.4630	258.41	<0.0001	-0.030	0.44	0.99	1
b <sub>1</sub>	154.2599	0.7890	195.49	<0.0001				
b <sub>0</sub>	1.3407	0.0070	176.24	<0.0001	-0.054	0.77	0.99	2
b <sub>1</sub>	0.7854	0.0010	540.44	<0.0001				
b <sub>0</sub>	0.216	0.0020	104.92	<0.0001	-0.040	0.68	0.99	3
b <sub>1</sub>	0.7449	0.0010	611.36	<0.0001				
b <sub>0</sub>	4.019	0.0030	1286.01	<0.0001	0.195	1.53	0.97	4
b <sub>1</sub>	-31.1899	0.1330	-234.01	<0.0001				
b <sub>0</sub>	63.1847	0.3380	186.48	<0.0001				
b <sub>1</sub>	0.0135	0.0001	92.81	<0.0001	-0.001	0.39	0.99	5
b <sub>2</sub>	1.0709	0.0030	284.57	<0.0001				
b <sub>0</sub>	-0.0547	0.0630	-0.87	0.3868*				
b <sub>1</sub>	1.3678	0.0030	439.32	<0.0001	0.004	0.40	0.99	6
b <sub>2</sub>	-0.0028	0.00001	-153.17	<0.0001				
b <sub>0</sub>	2.8883	0.0070	372.75	<0.0001	0.123	0.94	0.98	7
b <sub>1</sub>	0.121	0.0001	716.11	<0.0001				
b <sub>0</sub>	54.3213	0.1800	301.47	<0.0001	0.221	1.66	0.96	8
b <sub>1</sub>	-29.3301	0.1370	-213.48	<0.0001				
b <sub>0</sub>	70.5523	0.2130	331.30	<0.0001	-0.023	0.41	0.99	9
b <sub>1</sub>	0.0107	0.00004	249.38	<0.0001				
b <sub>0</sub>	61.7464	0.3740	164.95	<0.0001				
b <sub>1</sub>	0.0104	0.00004	238.19	<0.0001	0.001	0.39	0.99	10
b <sub>2</sub>	1.0568	0.0020	373.19	<0.0001				

\*Nota = El estimador de parámetro b<sub>0</sub> no es significativo (p>0.05); EE = Error Estándar del estimador del parámetro; P>t = Valor de la probabilidad de la distribución de la t de Student; REMC = Raíz del error medio cuadrático; R<sup>2</sup><sub>adj</sub> = Coeficiente de determinación ajustado.

## **Comparación de las ecuaciones altura-diámetro seleccionadas**

En la Figura 2 se muestran las curvas de ajuste de las ecuaciones locales sobrepuestas a los datos observados, con la finalidad de explicar el motivo de su selección. A pesar de que los estadísticos acompañaron a las ecuaciones de forma adecuada, no todas exhibieron una buena representación gráfica. Motivo por el cual se realizó un análisis detallado de las gráficas para hacer una buena selección. Las ecuaciones 1 y 4 marcaron una notoria diferencia (Rodríguez-Carrillo *et al.*, 2015); para el primer caso las estimaciones en altura son biológicamente plausibles, a partir de la categoría de 5 cm en adelante. Además, las alturas predichas tienden a cero, conforme el diámetro normal disminuye (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005; Missanjo y Mwale, 2014); independientemente que en la práctica no es importante, ya que en los inventarios se consideran árboles con medidas comerciales (Puji, 2014).

La curva del modelo 4 no presentó un comportamiento lógico para diámetros menores a 15 cm; aunque en diámetros de 20 a 70 cm tiene un comportamiento aceptable, mientras que en categorías mayores pierde la consistencia en la predicción. Además, en la gráfica de residuos se visualiza que no siguen una distribución normal. Ante eso, es evidente que la bondad de ajustes no es la única opción para seleccionar las mejores ecuaciones (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005).



**Figura 2.** Altura estimada con las ecuaciones (1 y 4) (izquierda) y residuales (derecha).

A pesar de que la curva se sobrepone de manera adecuada sobre los datos observados, se observa en los residuales que existe un marcado margen de error en altura. Este tipo de problemas se presenta, frecuentemente, en regiones donde el bosque es muy denso, debido a que los árboles están en plena competencia en crecimiento, y, por consecuencia, no se refleja un notorio incremento en diámetro. Aunado a lo anterior, dichas ecuaciones están diseñadas para estimar diámetros mayores o aproximados a la altura;

es decir, cuando el árbol alcanza una altura de 1.30, el diámetro debe de ser cero (Puji, 2014).

Los resultados obtenidos por Hanus *et al.* (1999), López-Sánchez *et al.* (2003), Barrio-Anta *et al.* (2004) y Crecente-Campo *et al.* (2013) en distintas especies respaldan la información del presente estudio; ya que en los gráficos de residuales también muestran un margen de error, que probablemente son árboles que provienen de áreas con alta densidad en competencias de crecimiento.

La ecuación local de Bates y Watts (1980) resultó de la siguiente manera:

$$At = 1.3 + 119.8798 * \left( \frac{Dn}{154.2599 + Dn} \right)$$

Su aplicación es apropiada en inventarios con rodales forestales en diferentes regiones del país, o en un futuro para plantaciones. Cabe mencionar que, para su aplicación basta con medir una pequeña muestra de 25 árboles y que posteriormente se puede extrapolar a las áreas de interés, lo cual facilita el trabajo de campo (Arias, 2004; Diéguez-Aranda *et al.*, 2009; Hernández-Ramos *et al.*, 2018b).

Diversos estudios señalan que, a pesar de las características homogéneas de las áreas forestales un modelo de altura-diámetro (h-d) local o simple, usualmente, no es suficiente para describir todas las posibles relaciones dentro de un rodal, debido a que las curvas de altura no son constantes (Fang y Bailey, 1998; López-Sánchez *et al.*, 2003; Castedo-Dorado *et al.*, 2006; Trincado y Leal, 2006; Vargas-Larreta *et al.*, 2009; Feldpausch *et al.*, 2011; Ahmadi y Alavi, 2016). Sin embargo, los resultados obtenidos muestran que sí es posible, ya que en ocasiones una ecuación (h-d) local puede aplicarse para una o varias especies en distintas regiones del mundo

(Landsberg y Waring, 1997; Landsberg *et al.*, 2001; Puji, 2014; Arnoni-Costa, 2016), aunque no son muy comunes (Salas *et al.*, 2016).

Por otra parte, López-Villegas *et al.* (2017) indican mejores ajustes con las ecuaciones locales en varias especies estudiadas, ya que los rodales o unidades de manejo tienen cierto grado de homogeneidad y los datos consideran de manera implícita la calidad del sitio; mientras que en las ecuaciones globales no sucede lo mismo, lo que genera mayor variabilidad y en consecuencia un ajuste menor.

## Conclusiones

Las ecuaciones ajustadas no presentan diferencias en la bondad de ajuste, motivo por el cual se realizó un análisis gráfico para seleccionar la ecuación apropiada para las estimaciones de alturas. El modelo propuesto se podrá usar para describir la relación altura-diámetro en inventarios forestales de las diferentes Umatares del país; lo cual facilitará el trabajo, reducirá el costo, tiempo y por ende minimizará errores en la toma de información.

En consecuencia, el modelo se podrá sumar a las ecuaciones de crecimiento para hacer estimaciones de volumen maderable existente. Es la primera ecuación de este tipo que se desarrolla para *Abies religiosa* en distintas regiones del país, dado que en el sistema biométrico nacional no incluye ese tipo de modelo.



### **Agradecimientos**

Los autores agradecen al coordinador del proyecto, denominado Desarrollo de un sistema biométrico para la planeación del manejo forestal sustentable de los ecosistemas con potencial maderable en México, dirigido por Dr. Benedicto Vargas Larreta, investigador titular del Instituto Tecnológico de El Salto, Durango, por facilitar la información de campo. De igual forma se le agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por el apoyo económico en la etapa de formación académica.

### **Conflicto de intereses**

Los autores declaran no tener conflicto de intereses

### **Contribución por autor**

Juan Carlos Guzmán Santiago: planeación, levantamiento de datos en campo, análisis de la información y redacción del texto; Oscar Alberto Aguirre Calderón, Marco Aurelio González Tagle, Eduardo Javier Treviño Garza y Javier Jiménez Pérez: planeación, análisis de la información y revisión del documento; Benedicto Vargas Larreta: análisis estadístico de la información; Héctor Manuel De los Santos Posadas: planeación de la investigación y revisión del manuscrito.

### **Referencias**

Ahmadi, K. and S. J. Alavi. 2016. Generalized height-diameter models for *Fagus orientalis* Lipsky in Hyrcanian forest, Iran. *Journal of forest science* 62(9): 413–421. DOI: 10.17221/51/2016-JFS.

- Arias, D. 2004. Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Revista Forestal Kurú* 1(2): 2-11.
- Amat-Rodrigo, J. 2016. Selección de predictores y mejor modelo lineal múltiple. RPubS. Madrid, España. 83 p.
- Arnoni-Costa, E., T. Schroder and C. A. Guimarães-Finger. 2016. Height-diameter relationships for *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze in southern Brazil *Cerne* 22 (4): 493-500. DOI: 10.1590/01047760201622042182.
- Barrio-Anta, M., J. G. Álvarez-González, I. J. Díaz-Maroto y C. A. López-Sánchez. 2004. Relación altura-diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 18(1): 141-146.
- Bates, D. M. and D. G. Watts. 1980. Relative curvature measures of nonlinearity. *Journal of the Royal Statistical Society* 42:1-16.
- Burkhardt, H. E. and M. R. Strub. 1974. A model for simulation of planted loblolly pine stands. In Fries, J. (Ed). *Growth models for tree and stand simulation*. Stockholm: Royal College of Forestry 128-135.
- Canham, C. D., A. C. Finzi, S. W. Pacala and D. H. Burbank. 1994. Causes and consequences of resource heterogeneity in forests: interspecific variation in light transmission by canopy trees. *Canadian Journal of Forest Research* 24: 337-349.
- Castedo-Dorado, F., U. Diéguez-Aranda, M. Barrio-Anta, M. Sánchez-Rodríguez and K. Gadow. 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 229: 202-213.



Crecente-Campo, F., J. Corral-Rivas, B. Vargas-Larreta and C. Wehenkel. 2013. Can random components explain differences in the height–diameter relationship in mixed uneven-aged stands? *Annals of Forest Science* 71(1):51-70. DOI 10.1007/s13595-013-0332-6.

Diéguez-Aranda, U., A. Rojo-Alboreca, F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, M. Barrio-Anta, F. Crecente-Campo, J. M González-González, C. Pérez-Cruzado, R. Rodríguez-Soalleiro, C. A. López-Sánchez, M. A. Balboa-Murias, J. J. Gorgoso-Varela y F. Sánchez-Rodríguez. 2009. Herramientas silvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Dirección Xeral de Montes, Consellería de Medio Rural. Galicia, España. 273 p.

Diéguez-Aranda, U., M. Barrio-Anta, F. Castedo-Dorado y J. Álvarez-González. 2005. Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Forest Systems* 14(2): 229-241.

Diamantopoulou, M. J. and R. Özçelik. 2012. Evaluation of different Modeling approaches for total tree-height estimation in Mediterranean Region of Turkey. *Forest Systems* 21(3): 383-397.

Fang, Z. and R. L. Bailey. 1998. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management* 110: 315-327.

Feldpausch, T. R., L. Banin, O. L. Phillips, T. R. Baker, S. L. Lewis, C. A. Quesada, K. Affum-Baffoe, E. J. M. M. Arets, N. J. Berry, M. Bird, E. S. Brondizio, P. De Camargo, J. Chave, G. Djangbletey, T. F. Domingues, M. Drescher, P. M. Fearnside, M. B. Franc, N. M. Fyllas, G. López-González, A. Hladik, N. Higuchi, M. O. Hunter, Y. Iida, K. A. Salim, A. R. Kassim, M. Keller, J. Kemp, D. A. King, J. C. Lovett, B. S. Marimon, B. H. Marimon-Junior, E. Lenza, A. R. Marshall, D. J. Metcalfe, E. T. A. Mitchard, E. F.

Morán, B. W. Nelson, R. Nilus, E. M. Nogueira, M. Palace, S. Patiño, K. S. H. Peh, M. T. Raventos, J. M. Reitsma, G. Saiz6, F. Schrodte, B. Sonke, H. E. Taedoumg, S. Tan, L. White, H. Woll and J. Lloyd1. 2011. Height-diameter allometry of tropical forest trees. *Biogeosciences* 8: 1081–1106. DOI:10.5194/bg-8-1081-2011.

García-Cuevas, X., V. Herrera-Ávila, J. Hernández-Ramos, J. J. García-Magaña y J. Hernández Ramos. 2016. Ecuaciones para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Abies religiosa* (Kunth) Schlttdl. et Cham. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 7: 95-103.

Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, A. Hernández-Ramos, J. García-Magaña, H. Muñoz-Flores, C. Flores-López y G. García-Espinoza. 2018a. Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6(31): 8-21.

DOI:<https://doi.org/https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i31.192>.

Hernández-Ramos, J., J. J. García-Magaña, A. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, G. García-Espinoza, H. J. Muñoz-Flores and J. T. Sáenz-Reyes. 2018b. Allometric height-diameter equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 5 (13):15-23. DOI: 10.19136/era.a5n13.1131.

Hossfeld, J. W. 1822. *Mathematik für Forstmänner, Ökonomen und Cameralisten*. 4<sup>th</sup> edition. Hennings, Gotha, Deutschland. 472 p.

Huang, S., S. Titus and D. Wiens. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 22: 1297-1304.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi). 2016. Compendio de información geográfica.

[www.internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/...2016/702825087357.pdf](http://www.internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/...2016/702825087357.pdf) (9 de octubre de 2018).

Landsberg, J. J. and R. H. Waring. 1997. A generalized model of forest productivity using simplified concepts of radiation-use efficiency, carbon balance and partitioning. *Forest Ecology and Management* 95(3): 209-228.

Landsberg, J. J., K. H. Johnsen, T. J. Albaugh, H. L. Allen and S. E. McKeand. 2001. Applying 3-PG, a simple process-based model designed to produce practical results, to data from loblolly pine experiments. *Forest Science* 47(1): 43-51.

Larsen, D. R. and D. W. Hann. 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Forest Research Laboratory. Oregon State University. Research Bulletin 49. Corvallis, OR USA. 16 p.

Larson, B. C. 1986. Development and growth of even-aged stands of Douglas-fir and grand fir. *Canadian Journal of Forest Research* 16:367-372.

Loetsch, F., F. Zoehrer and K. E. Haller. 1973. Forest inventory. Vol. 2. Editorial BLV. Verlagsgesellschaft, München, Germany. 469 p.

López-Sánchez, C. A., J. Gorgoso-Varela, F. Castedo-Dorado, A. Rojo-Alboreca, R. Rodríguez-Soalleiro, J. Álvarez-González and F. Sánchez-Rodríguez. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of forest science* 60(3): 237-245.

DOI: 10.1051/forest: 2003015.

- López-Villegas, M. F., W. Santiago-García, G. Quiñonez-Barraza, M. E. Suárez-Mota, W. Santiago-Juárez y E. Santiago-García. 2017. Ecuaciones globales y locales de altura-diámetro de 12 especies de interés comercial en bosques manejados. *Revista Mexicana de Agroecosistemas* 4(2): 113-126.
- Meyer, H. A. 1940. A mathematical expression for height curves. *Journal Forest* 38:415-420.
- Missanjo, E. and G. Mwale. 2014. A mixed-effects height-diameter model for *Pinus kesiya* in Malawi. *Journal of biodiversity management and forestry* 3(2): 3-7. DOI.org/10.4172/2327-4417.1000124.
- Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim and W. Wasserman. 1996. *Applied Linear Statistical Models*. 4<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill. New York, NY USA.  
[https://www.scirp.org/\(S\(czeh2tfqyw2orz553k1w0r45\)\)/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1143469](https://www.scirp.org/(S(czeh2tfqyw2orz553k1w0r45))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1143469) (12 de enero de 2019).
- Peng, C. H. 1999. Nonlinear Height-diameter Models for Nine Boreal Forest Tree Species in Ontario. Forest Research Report No. 155. Ontario Forest Research Institute, Ontario Ministry of Natural Resources. Ontario, Canada. 28 p.
- Puji, N. N. 2014. Relationship between total tree height and diameter at breast height for tropical peat swamp forest tree species in Rokan Hilir district, Riau province. *Indonesian Journal of Forestry Research* 1: 89-107.
- Quiñonez-Barraza, G., D. Zhao, H. M. De los Santos-Posadas, W. Santiago-García, J. C. Tamarit-Urías and J. A. Nájera-Luna. 2018. Compatible taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration system for *Quercus sideroxylla* Bonpl. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 25(1): 49-69. DOI: 10.5154/r.rchscfa.2018.06.050.

R Core Team. 2017. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. 3475 p.

Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10:290-300.

Rodríguez-Carrillo, A., F. Cruz-Cobos, B. Vargas-Larreta and F. J. Hernández. 2015. Compatible dominant height-site index model for juniper (*Juniperus deppeana* Steud.). *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21(1): 97–108. DOI: 10.5154/r.rchscfa.2014.09.041.

Salas, C., T. Timothy, G. Gregoire, J. Craven y H. Gilabert. 2016. Modelación del crecimiento de bosques: estado del arte. *Bosque* 37(1): 3-12. DOI: 10.4067/S0717-92002016000100001.

Stage, A. R. 1975. Prediction of height increment for models of forest growth. USDA Forest Service Research Paper INT-164. Ogden, UT USA. 20 p.

Trincado, G. and C. Leal. 2006. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27: 23-34. DOI:10.4067/S0717-92002006000100003.

Vargas-Larreta, B., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, M. Barrio-Anta and F. Cruz-Cobos. 2009. Modelo altura-diámetro con coeficientes aleatorios para los bosques de Durango. *Forestry* 82(4): 447-462. DOI:10.1093/forestry/cpp016.

Vargas-Larreta, B., J. Corral-Rivas, O. A. Aguirre-Calderon, J. O. López-Martínez, H. M. De los Santos-Posadas, F. J. Zamudio-Sánchez, E. J. Treviño-Garza, M. Martínez-Salvador and C. G. Aguirre-Calderon. 2017. SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23(3): 437-455. DOI: <http://dx.doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.06.040>.

Weibull, W. 1951. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal Applied Mechanics* 18:293–297.

Wykoff, W. R., C. L. Crookston and A. R. Stage. 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA Forest Service. General Technical Report INT-133. Intermountain Forest and Range Experiment Station. Ogden, UT USA. 122 p.