

Modelo para la optimización del costo de operación de un campo de pozos en acuíferos

• Lemuel C. Ramos-Arzola* •

Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Cuba

*Autor para correspondencia

• Eric Cabrera-Estupiñán •

Universidad Laica "Eloy Alfaro" de Manabí, Ecuador

• Daniel Molina-Pérez • Armando O. Hernández-Valdés •

• David E. Marón-Domínguez •

Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Cuba

Resumen

Ramos-Arzola, L. C., Cabrera-Estupiñán, E., Molina-Pérez, D., Hernández-Valdés, A. O., & Marón-Domínguez, D. E. (mayo-junio, 2017). Modelo para la optimización del costo de operación de un campo de pozos en acuíferos. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 8(3), 39-53.

El componente de mayor costo en la producción de agua subterránea en un sistema de suministro (una vez que los pozos están construidos) es el bombeo de agua desde los pozos. En la presente contribución se propone un nuevo módulo en MADA (modelo de administración de acuíferos), que se basa en la inclusión de un modelo de simulación-optimización para la minimización del costo de operación en acuíferos. La propuesta utiliza un modelo de simulación bidimensional del flujo del agua subterránea (AQÜIMPE) basado en el método de los elementos finitos. Se emplea el enfoque matriz respuesta para vincular AQÜIMPE con un problema de programación cuadrática, que se resuelve empleando la función *quadprog* del asistente matemático MATLAB. Se aplica el modelo en la administración de la explotación del acuífero Cuenca Sur y se obtiene una política de explotación que permite un 15% de ahorro del costo de bombeo en relación con el costo de la explotación real del año 2007. Además, el patrón de explotación obtenido satisface un conjunto de restricciones de demanda, de niveles en el acuífero y de capacidad instalada en cada pozo de explotación.

Palabras clave: modelación del agua subterránea, modelo de simulación-optimización, enfoque matriz respuesta, MADA, AQÜIMPE, programación cuadrática, Cuenca Sur de La Habana.

Abstract

Ramos-Arzola, L. C., Cabrera-Estupiñán, E., Molina-Pérez, D., Hernández-Valdés, A. O., & Marón-Domínguez, D. E. (May-June, 2017). Model for optimization of the operating cost in aquifers. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 8(3), 39-53.

The major cost component in the water production of groundwater supply system (once the wells are built) is pumping water from wells. In this contribution a new module in MADA (groundwater management model) based on the inclusion of a simulation-optimization model to minimize the operating cost in the aquifers exploitation is proposed. The proposal uses a two-dimensional simulation model of groundwater flow (AQÜIMPE) based on the finite element method. The response matrix approach is used to link AQÜIMPE with a quadratic programming problem, which is solved using the function *quadprog* of the mathematical assistant MATLAB. The model is applied in the administration of the exploitation in the Cuenca Sur aquifer, an exploitation policy is obtained that allows to save around a 15% of pumping costs relative to the cost of the actual operation in the year 2007. In addition, the obtained exploitation pattern satisfies a set of constraints of water demand, aquifer levels and installed capacity in each operating well.

Keywords: Groundwater modeling, simulation-optimization model, response matrix approach, MADA, AQÜIMPE, quadratic programming, Cuenca Sur de La Habana.

Recibido: 11/03/2016
Aceptado: 27/10/2016

Introducción

Casi la mitad de la población mundial se abastece de agua potable por medio de fuentes subterráneas y se estima que 20% de los acuíferos está siendo sobreexplotado (WWAP, 2015). La enorme demanda sobre los recursos de agua subterránea (GWP, 2013), así como los efectos del cambio climático sobre este recurso motivan el desarrollo y empleo de técnicas que permitan administrar de forma racional el recurso hidráulico. Un problema bastante frecuente en la administración de acuíferos radica en obtener la política de explotación que garantiza el mínimo costo de bombeo de un campo de pozos en un sistema acuífero.

Los modelos de simulación-optimización (MSO) o modelos de administración permiten encontrar alternativas para un uso sostenible del agua subterránea (Gorelick & Zheng, 2015), resolviendo un problema de optimización que se formula adecuadamente con objetivos definidos, y restricciones físicas y administrativas (Datta & Kourakos, 2015). Para alcanzar una política de administración óptima, los MSO incorporan el modelo de simulación del agua subterránea como un conjunto de restricciones dentro del modelo de optimización (Yeh, 2015). El enfoque matriz respuesta (EMR) y el enfoque embebido (EE) son los dos métodos por lo general usados para incorporar el modelo de simulación dentro del modelo de optimización (Gorelick, 1983). El primero usa el modelo de simulación de forma externa para obtener la respuesta de la carga hidráulica producto del bombeo y el segundo incorpora de forma explícita las ecuaciones del modelo de simulación dentro del modelo de optimización (Ayvaz, 2009; Cabrera, 2009). Ambos enfoques han sido utilizados en la solución de varios problemas de administración, entre los que se encuentran maximización del rendimiento de acuíferos, desarrollo de políticas para el uso conjunto de recursos de agua subterránea y agua superficial, protección de acuíferos costeros y minimización del costo de operación de un campo de pozos, entre otros (Gorelick, 1983; Ahlfeld & Heidari, 1994; Wagner, 1995; Singh, 2014; Gorelick & Zheng, 2015; Yeh, 2015).

La energía requerida en la producción de agua subterránea es a menudo el mayor componente energético y, por tanto, el mayor costo en un sistema de suministro de agua (una vez que los pozos están construidos), teniendo un mayor peso cuando se presentan bajos niveles del agua subterránea, producto de un bombeo sostenido (Ahlfeld & Laverty, 2015). Para minimizar el costo de operación o de bombeo es necesario optimizar una función que involucra el producto del caudal y la carga hidráulica, siendo esta última una función del caudal, por lo que es imposible abordar este problema con las técnicas de programación lineal y se requiere el uso de métodos de programación no lineal. En algunos casos, la carga hidráulica puede ser aproximada como una función lineal del caudal y, por tanto, el producto del caudal y la carga se convierte en una función cuadrática del caudal (Ahlfeld & Laverty, 2015). Ahlfeld y Laverty (2011, 2015) han obtenido una solución analítica mediante un MSO que garantiza un costo mínimo de bombeo. Sin embargo, esta solución descansa en las suposiciones de linealidad del sistema, condiciones de flujo estacionario y un valor adecuado de demanda externa.

En Cuba se dispone de un modelo matemático para la simulación del flujo subterráneo, AQÜIMPE (Martínez, 1989), con amplias aplicaciones dentro y fuera del territorio nacional. Esta tecnología ha sido dotada con un modelo de administración de la explotación de acuíferos llamado MADA (Cabrera & Dilla, 2011), que utiliza el EE para acoplar AQÜIMPE dentro de un problema de programación lineal. Por su propia concepción, MADA no es capaz de resolver la función no lineal que minimiza el costo de bombeo; además, al utilizar el EE, considera los gastos y las cargas como variables de decisión del problema de optimización. Este último aspecto provoca un incremento significativo en la carga computacional en la medida que aumentan las dimensiones del problema (Taghavi, Howitt, & Mariño, 1994; Yeh, 2015).

En la presente contribución se crea un modelo matemático para resolver el problema de optimización que minimiza el costo de

operación de un campo de pozos destinado a captar agua subterránea. Dicha herramienta viene a conformar un nuevo módulo del modelo de administración del agua subterránea MADA. Para la concepción del nuevo modelo se utiliza el EMR para vincular AQÜIMPE dentro de un problema de programación cuadrática que es resuelto mediante la función *quadprog* de MATLAB. Finalmente, el modelo se aplica al acuífero de la Cuenca Sur de La Habana, obteniéndose el patrón óptimo de explotación que garantiza el mínimo costo de bombeo, que representa un 15% de ahorro en relación con el costo de la explotación real del año 2007. Además, el patrón de explotación obtenido satisface un conjunto de restricciones de demanda, de niveles en el acuífero y de capacidad instalada en cada pozo de explotación. Se demuestra que el plan de extracción del acuífero puede verse afectado por el efecto de varios años secos continuados.

Materiales y métodos

Modelo de simulación

El modelo matemático AQÜIMPE (Martínez, 1989) permite simular el flujo impermanente bidimensional del agua subterránea a escala regional tanto en acuíferos libres como confinados, resolviendo numéricamente la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial h}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (1)$$

sujeta a la condición inicial y las condiciones de borde que se muestran a continuación:

$$h(x, y, 0) = f_0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \quad (2)$$

$$h(x, y, t) = f_1(x, y), \quad (x, y) \in \partial\Omega_1 \quad (3)$$

$$-T \frac{\partial h}{\partial n} = f_2(x, y), \quad (x, y) \in \partial\Omega_2 \quad (4)$$

donde h es la carga hidráulica; T , la transmisividad del acuífero; S , el coeficiente de almacenamiento del acuífero; W , el término fuente o sumidero; t , el tiempo; x, y , las variables espaciales; Ω , región de flujo; $\partial\Omega$, contorno de la región de flujo ($\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2$); $\frac{\partial}{\partial n}$, derivada normal al contorno, y f_0, f_1, f_2 son funciones conocidas.

AQÜIMPE resuelve la ecuación (1) mediante el método de los elementos finitos con triángulo cuadrático y aplicando la aproximación de Galerkin (Cabrera & Dilla, 2011). También permite simular la interacción del acuífero con un cuerpo de agua superficial (lago o embalse) siempre que exista comunicación entre ambos y posee un módulo para la calibración automática de las propiedades hidrogeológicas del acuífero (Gómez, Cabrera, & Garrido, 2009).

Modelo de programación cuadrática

El asistente matemático MATLAB está dotado con la función *quadprog*, que permite resolver un problema de programación cuadrática de acuerdo con la siguiente estructura:

$$\begin{cases} \text{mín}_x \frac{1}{2} x^T H x + f^T x \\ A_{ineq} x \leq b_{ineq} \\ A_{eq} x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (5)$$

donde x es el vector de las variables de decisión; H , la matriz hessiana de la función objetivo; f , un vector que representa los términos lineales de la función objetivo; A_{ineq} la matriz de las restricciones lineales de desigualdad; b_{ineq} el vector de los términos independientes de las restricciones lineales de desigualdad; A_{eq} la matriz de las restricciones lineales de igualdad; b_{eq} el vector de los términos independientes de las restricciones lineales de igualdad; los vectores lb y ub son las cotas inferiores y superiores, respectivamente, de las variables de decisión.

La función *quadprog* es usada para resolver el modelo de administración propuesto y su sintaxis puede presentar la siguiente estructura:

$$[xopt, fval] = quadprog(H, f, A_{ineq}, b_{ineq}, A_{eq}, b_{eq}, lb, ub) \quad (6)$$

donde $xopt$ puede ser un punto de mínimo local para problemas no convexos y para problemas convexos ser un punto de mínimo global. El argumento de salida $fval$ es el valor mínimo local o global de la función objetivo.

La matriz hessiana H (matriz de las segundas derivadas de la función objetivo) también puede ser utilizada como un medio para conocer si la solución encontrada es un óptimo global. Si H tiene la diagonal predominante y todos los elementos de la diagonal principal son positivos, se puede decir que la función objetivo es convexa. Entonces, si las restricciones del problema de optimización son funciones lineales y existe la región factible de soluciones, todo el problema de programación cuadrática es convexo y el mínimo es global (Ahlfeld & Mulligan, 2000; Ramos, Cabrera, Marón, & Hernández, 2016).

Enfoque matriz respuesta

En este enfoque, la ecuación (1), junto con las condiciones inicial y de borde, ecuaciones (2) y (3), son usadas para determinar la respuesta unitaria de la carga hidráulica, producto de un bombeo unitario en ubicaciones específicas dentro de la región de flujo (Yeh, 2015). En problemas estacionarios, el EMR utiliza el principio de superposición en el espacio (Ramos et al., 2016), y para problemas no estacionarios emplea superposición en el tiempo y en el espacio (Psilovikos & Tzimopoulos, 2004). El arreglo de todas las respuestas unitarias o coeficientes respuesta permite obtener la matriz respuesta del acuífero, la cual es introducida en el modelo de programación como un sustituto del modelo de simulación.

Ahlfeld y Laverty (2011) señalan que cuando la ecuación de flujo del agua subterránea es lineal y las condiciones de borde no dependen de la carga hidráulica, la carga hidráulica es una función lineal del caudal y esta función se formula según la ecuación (7):

$$h_{i,t}(Q) = h_{i,t}^0 + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{i,t}}{\partial Q_{j,k}} Q_{j,k} \quad (7)$$

donde Q es el caudal; h^0 , la carga hidráulica cuando no se bombea en los puntos a optimizar el gasto; $\partial h / \partial Q$, los coeficientes respuesta del acuífero; T , el número de periodos de administración; n , el número de puntos a optimizar el gasto; i , un punto donde se desea controlar la carga hidráulica, y j es un punto donde se optimiza el gasto.

El cálculo de los coeficientes respuesta se realiza mediante la ecuación (8), consistiendo en aproximar las derivadas parciales $\partial h / \partial Q$ por una fórmula en diferencia finita adelantada; este procedimiento también se denomina método de la perturbación (Ahlfeld, Barlow, & Mulligan, 2005):

$$\frac{\partial h_{i,t}}{\partial Q_{j,k}} = \frac{h_{i,t}(Q_{\Delta Q}) - h_{i,t}^0}{\Delta Q_{j,k}} \quad (8)$$

donde ΔQ es una perturbación que se coloca en el punto j a optimizar; $Q_{\Delta Q}$ es un vector de gastos donde todas sus componentes son nulas, excepto en la componente j , donde es igual a ΔQ , y $h(Q_{\Delta Q})$ es la carga en el punto donde se controla la carga luego de aplicada la perturbación. Es bueno señalar que como la respuesta de la carga al caudal es lineal, la derivada parcial $\partial h / \partial Q$ es constante y la expresión (8) sólo está sujeta a errores de redondeo. Grava et al. (2015) subrayan el hecho de que para sistemas lineales, los coeficientes respuesta son independientes del valor de la perturbación.

Para la obtención de todos los coeficientes respuesta y, por tanto, la obtención de la matriz respuesta, son necesarias $n + 1$ corridas del modelo de simulación (en este caso, AQUIMPE). En la primera corrida se considera que no existen extracciones en los puntos a optimizar, y se obtienen las cargas h^0 en todos los nodos y en todos los tiempos donde se controlará la carga. Luego, en las restantes n corridas se determinan las cargas $h(Q_{\Delta Q})$, colocando la perturbación ΔQ en cada punto a optimizar.

La matriz respuesta, como se verá más adelante, permite transformar el problema de optimización en un problema donde las variables de decisión son solamente los caudales en los nodos a optimizar el gasto. Este aspecto es muy conveniente cuando se administra un acuífero en régimen no estacionario, pues se reduce de forma considerable la dimensión del problema de optimización, en comparación con el EE, donde tanto las cargas como los caudales son variables de decisión.

Formulación del modelo de administración

Función objetivo

El modelo MADA (Cabrera & Dilla, 2011) considera tres funciones objetivo lineales: (a) maximizar las cargas, (b) minimizar los abatimientos y (c) maximizar el gasto de extracción. Además, MADA utiliza el EE y considera como variables de decisión los caudales de explotación en los nodos que se quieran optimizar en cada intervalo de tiempo, $Q_{j,k}$ y también las cargas hidráulicas en todos los nodos de la discretización del acuífero en cada intervalo de tiempo. En este trabajo se incorpora una cuarta función objetivo (9): minimizar el costo de bombeo que, como se dijo anteriormente, es una función cuadrática para el caso de sistemas lineales, y además se emplea el EMR para vincular AQÜIMPE con un problema de programación cuadrática. El empleo del EMR permite considerar solamente como variables de decisión los caudales de explotación en los nodos a optimizar.

$$\text{minimizar } F(Q, h) = \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^n c Q_{j,k} (H_j - h_{j,k}) \quad (9)$$

donde H es la distancia entre la superficie del terreno y el plano de referencia en cada pozo (cota de la superficie del terreno), y c es un coeficiente que incluye términos para convertir de potencia a costo y toma la forma:

$$c = c_0 \Delta t \gamma \quad (10)$$

donde c_0 es el costo unitario de la potencia eléctrica; Δt , la duración del bombeo, y γ es el peso específico del agua. Según Ahlfeld y Laverty (2015), el coeficiente c también puede considerar la eficiencia de la bomba, factores de pérdidas por fricción y factores de conversión de unidades. En la figura 1 se describen los términos de la ecuación (9).

Mediante el EMR, la ecuación (9) puede ser escrita en términos de Q solamente como variables de decisión. Para ello se sustituye (7) en (9), realizando un cambio en los contadores de (7), y luego de sencillas manipulaciones se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } F(Q) \\ &= \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^n c \left[(H_j - h_{j,k}^0) Q_{j,k} - \left(\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^n \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{m,t}} Q_{m,t} \right) Q_{j,k} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

La función (11) debe ser derivada dos veces respecto a las variables de decisión Q para obtener la matriz hessiana necesaria para el modelo de programación cuadrática anteriormente presentado. Luego de la derivación, los elementos de la matriz hessiana de F toman la forma:

$$\frac{\partial}{\partial Q_{m,t}} \left(\frac{\partial F}{\partial Q_{j,k}} \right) = -c \left(\frac{\partial h_{m,t}}{\partial Q_{j,k}} + \frac{\partial h_{j,k}}{\partial Q_{m,t}} \right) \quad (12)$$

Ahlfeld y Mulligan (2000) plantean que en la práctica los mayores valores de los elementos de la matriz hessiana ocurren en la diagonal principal. Esto se debe a que el mayor abatimiento ocurre en el propio punto donde se bombea y, por tanto, la derivada respecto al gasto en esos puntos es grande (en términos absolutos, ya que $\partial h / \partial Q < 0$). Entonces es bastante probable que la matriz hessiana tenga la diagonal predominante (y positiva) y F sea una función convexa, garantizando que el óptimo sea global.

Restricciones

Las restricciones de MADA pueden ser de tres tipos: (a) restricción de demanda, (b) restricción

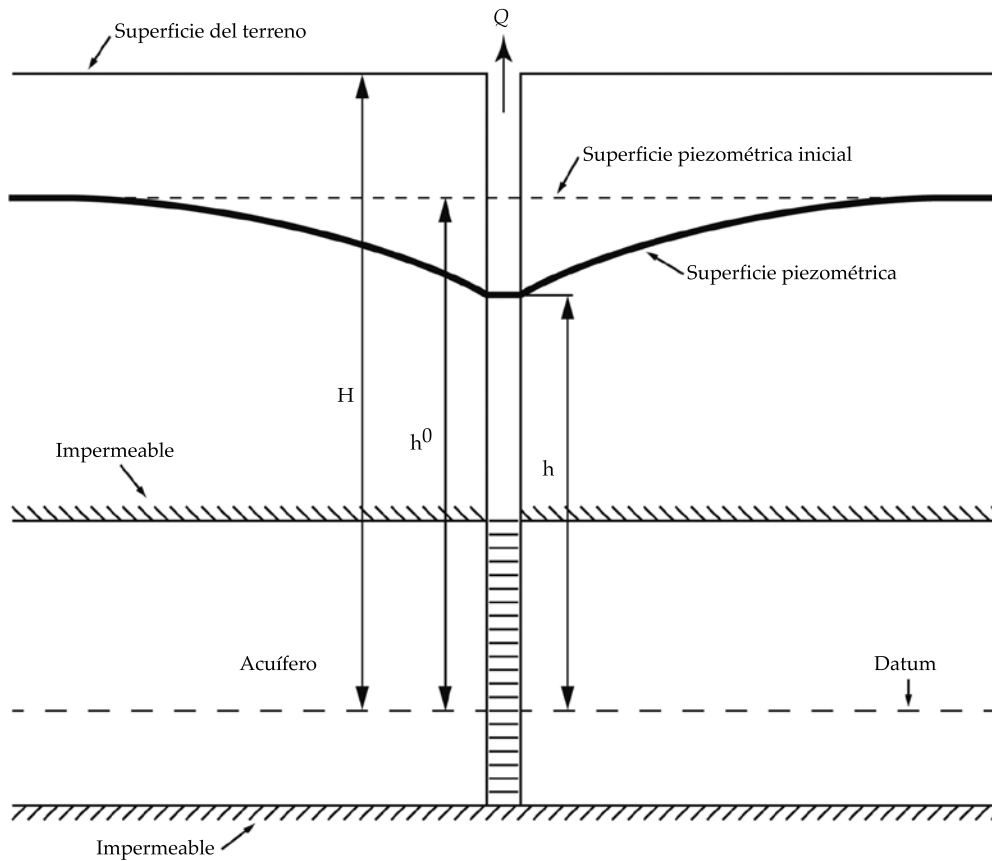


Figura 1. Representación esquemática de los términos de la función que minimiza el costo de bombeo.

de capacidad instalada, y (c) restricción de niveles o carga hidráulica. Las dos primeras, ecuaciones (13) y (14), respectivamente, son formuladas en términos de los gastos que se optimizan y, por tanto, su incorporación en el problema de programación cuadrática es sencilla.

$$\sum_{j=1}^n Q_{j,k} \geq D_k, \quad k = 1, \dots, T \quad (13)$$

$$Q_{j,k} \text{ mín} \leq Q_{j,k} \leq Q_{j,k} \text{ máx}, \quad k = 1, \dots, T \quad (14)$$

donde D_k es la demanda prefijada en el periodo de administración k , y $Q_{j,k} \text{ mín}$ y $Q_{j,k} \text{ máx}$ son los caudales mínimo y máximo posible a extraer del pozo j en el periodo k .

En el caso de las restricciones de carga, ecuaciones (15) y (16), es necesario una transformación en términos de Q mediante la matriz respuesta.

$$h_{i,k} \geq h_{i,k} \text{ mín}, \quad k = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$h_{i,k} \leq h_{i,k} \text{ máx}, \quad k = 1, \dots, T \quad (16)$$

Similar a la manera de transformar la función objetivo (9), se sustituye la expresión (7) en (15) y (16), y luego de acomodar se obtienen dos nuevas restricciones en función de la variable de decisión Q , ecuaciones (17) y (18):

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{j,t}} Q_{j,t} \geq h_{i,k} \text{ mín} - h_{i,k}^0, \quad k = 1, \dots, T \quad (17)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{j,t}} Q_{j,t} \leq h_{i,k} \text{ máx} - h_{i,k}^0, k = 1, \dots, T \quad (18)$$

Es conveniente señalar que las restricciones de carga no tienen por qué estar solamente asociadas con puntos donde se desea optimizar el caudal, sino que pueden plantearse en cualquier lugar de la región de flujo.

Modelo de administración

El modelo de administración propuesto consiste en la formulación del problema de programación cuadrática siguiente:

minimizar

$$F(Q) = \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^n c \left[(H_j - h_{j,k}^0) Q_{j,k} - \left(\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^n c \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{m,t}} Q_{m,t} \right) Q_{j,k} \right]$$

sujeta a:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{j,t}} Q_{j,t} \geq h_{i,k} \text{ mín} - h_{i,k}^0, k = 1, \dots, T$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{i,k}}{\partial Q_{j,t}} Q_{j,t} \leq h_{i,k} \text{ máx} - h_{i,k}^0, k = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n Q_{j,k} \geq D_k, k = 1, \dots, T$$

$$Q_{j,k} \text{ mín} \leq Q_{j,k} \leq Q_{j,k} \text{ máx}, k = 1, \dots, T$$

compuesto por las ecuaciones (11), (17), (18), (13) y (14), respectivamente. Este problema de programación cuadrática es resuelto mediante la función *quadprog* de MATLAB. El modelo propuesto sólo es válido para acuíferos confinados (o libres, que puedan ser tratados como confinados), flujo bidimensional, régimen impermanente y condiciones de borde no dependientes de la carga hidráulica. La secuencia de pasos para implementar el modelo de administración se muestra en la figura 2 y luego se aplica al acuífero de la Cuenca Sur de La Habana.

Ya se ha expuesto que en la concepción inicial de MADA se utiliza el EE. Es conocido que con el EE se pueden presentar problemas de convergencia cuando se trabajan problemas de gran escala y complejidad (Taghavi et al., 1994; Yeh, 2015). Sin embargo, en el EMR, los gastos son las únicas variables de decisión y las dimensiones del problema a resolver se reducen sustancialmente.

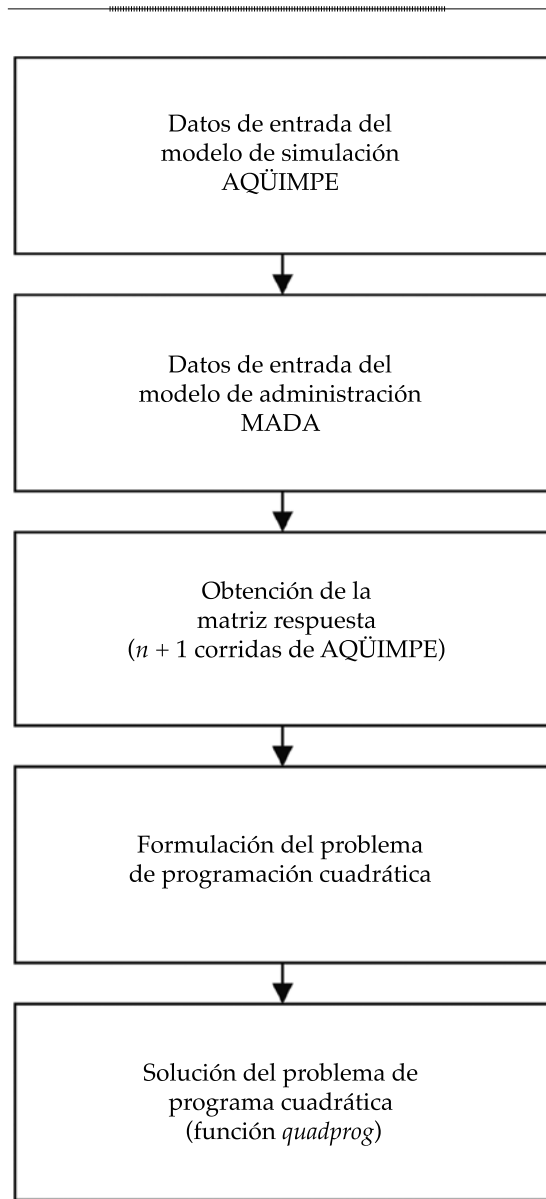


Figura 2. Diagrama de flujo del modelo de administración propuesto.

Características de la zona de estudio

El modelo de administración propuesto se aplicó en el acuífero de la Cuenca Sur de La Habana. El modelo existente de este acuífero se detalla en Cabrera y Dilla (2011) (en adelante C&D). En ese trabajo se describen las principales características hidrogeológicas del medio geológico, el modelo del acuífero y los datos relacionados con los estímulos a los que está sometida esta fuente. Además, en C&D se aplica MADA y se obtiene la distribución óptima de caudales que maximiza el rendimiento del acuífero. A continuación se hace un resumen de los principales aspectos de este sistema acuífero y de su modelo.

La zona de estudio abarca un área de 830 km² y se encuentra enclavada en el sur de la

provincia Artemisa, antigua provincia Habana (figura 3). Por sus características hidrogeológicas, esta zona es de gran valor para la agricultura habanera y es también una de las principales fuentes de suministro de agua de la capital Ciudad de La Habana (Pérez, 2003). El medio geológico, principalmente compuesto por calizas y dolomías del mioceno, posee una gran heterogeneidad y anisotropía con diferentes grados de carsificación, además de una compleja composición química. Las principales hipótesis del modelo conceptual del acuífero son las siguientes: el acuífero puede ser simulado como confinado con un modelo bidimensional no estacionario en planta, y el medio filtrante puede simularse como si fuera un medio poroso isotrópico y heterogéneo, equivalente al medio real. En la figura 3 también se puede apreciar

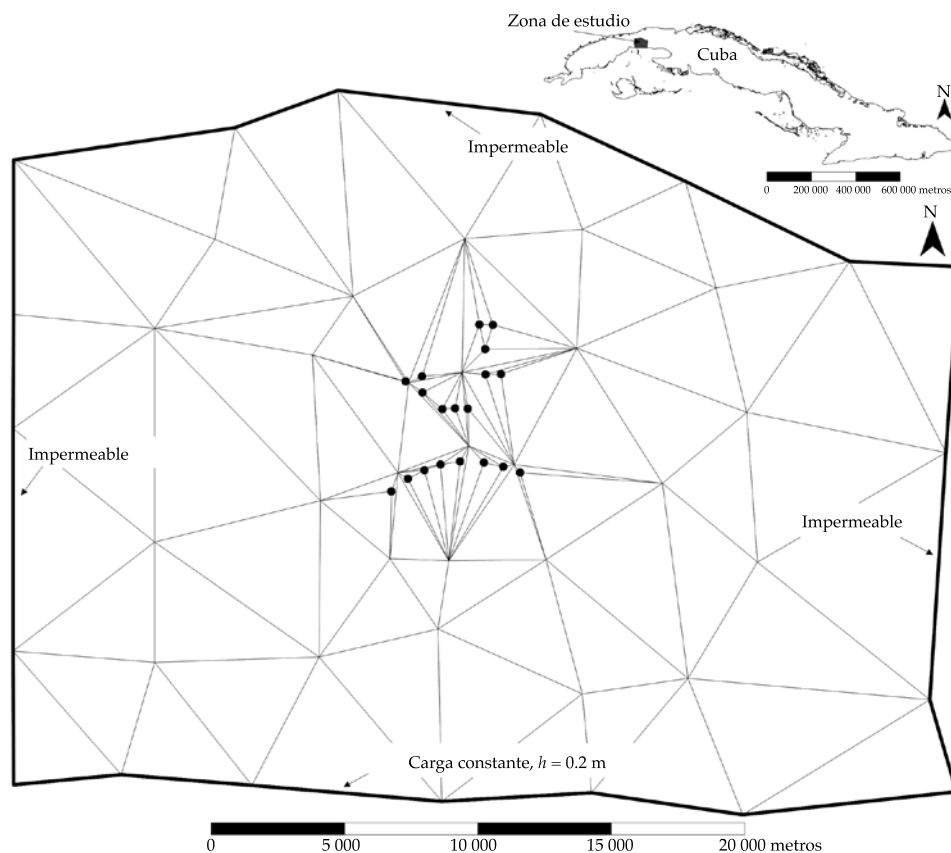


Figura 3. Ubicación de la zona de estudio, discretización del acuífero, condiciones de frontera y ubicación de los pozos de explotación del acueducto (círculos negros).

la discretización adoptada para la modelación del acuífero, en la cual se modificó la discretización utilizada por C&D (ver Cabrera, 2009). Esta nueva red de triángulos está compuesta por 107 elementos o triángulos, y 234 nodos (entre principales y secundarios).

En la figura 4a se observa la distribución de zonas hidrogeológicas obtenidas en una calibración previa de este acuífero (Llanusa, Martínez, Batista, & Hernández, 1993). Las conductividades hidráulicas se encuentran en un amplio rango desde 1 hasta 1 500 m/d, con espesores saturados entre 15 y 100 m. El valor del coeficiente de almacenamiento oscila de 0.1 a 0.2. En el horizonte de planeamiento utilizado en el trabajo de C&D se consideró una recarga del acuífero proveniente de la lluvia del 75% de probabilidad, equivalente al comportamiento de un año medio seco, la cual fue distribuida espacial y volumétricamente en 12 grupos de triángulos (figura 4b). Para conocer a detalle la distribución de los valores de las propiedades hidrogeológicas y los valores de recarga del acuífero se puede consultar a C&D.

En el contorno norte, el acuífero se encuentra en contacto con formaciones poco permeables, por lo que fue considerado como un contorno impermeable. Las fronteras este y oeste del modelo se asumieron como impermeables por hidrodinámica, al considerarse como líneas de

corriente debido a que regionalmente existe un flujo del norte hacia el sur. Por último, el límite sur fue modelado como un contorno de descarga subterránea al mar, con carga conocida fija, con un valor de 0.2 m. En la figura 3 se pueden observar las condiciones de frontera descritas.

Las principales extracciones realizadas al acuífero corresponden al acueducto (Cuenca Sur y provincia Habana) y a la agricultura. Según C&D, la suma de estas extracciones representa un 90% de la extracción global del acuífero. La extracción de agua por parte del acueducto de Cuenca Sur se realiza por medio de un campo de pozos compuesto por 19 pozos de explotación ubicados en la zona central del área estudiada (figura 3). Las características de interés de estos pozos del acueducto se muestran en el cuadro 1.

En 2007, este campo de pozos extrajo un total de 97.58 hm³, que se distribuyeron (de forma espacial y temporal) según se muestra en el cuadro 2. En la última fila del cuadro 2 se puede apreciar la demanda mensual a la que fue sometido el acuífero por parte de este campo de pozos.

Los pozos de extracción provenientes de la agricultura están dispersos por toda la zona de estudio y se dispone de muy poca información de las características de los mismos. Este aspecto impidió que en este trabajo los pozos de la

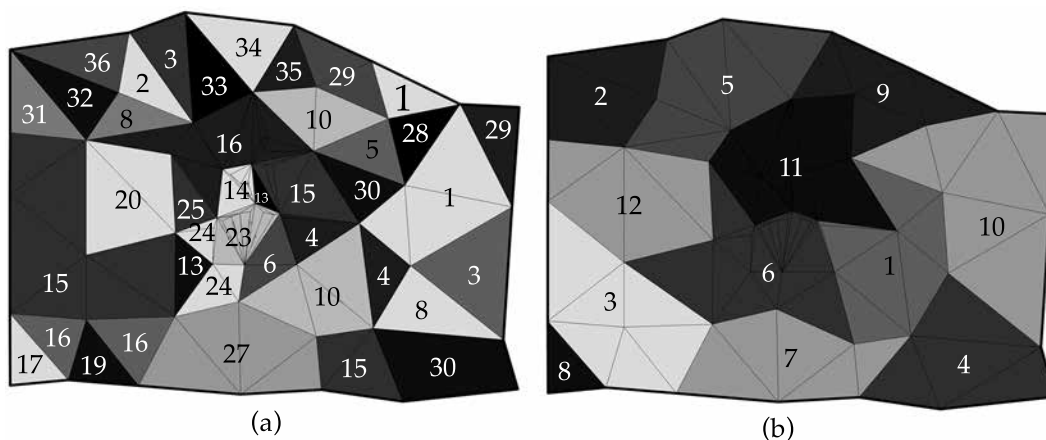


Figura 4. Zonas de propiedades hidrogeológicas (a), y zonas de igual comportamiento de la recarga (b).

Cuadro 1. Principales características de los pozos de explotación del acueducto Cuenca Sur.

Pozo de explotación	Nodo	Cota de la superficie del terreno (m)	Nivel mínimo del agua subterránea (m)
1	136	43.65	4.30
2	146	41.15	4.36
3	141	40.64	4.76
4	142	35.48	3.60
5	155	37.33	3.64
6	84	32.61	3.04
7	83	32.93	3.40
8	72	32.07	3.39
9	129	31.85	3.64
10	111	31.39	3.52
11	101	29.60	3.06
12	124	10.29	1.91
13	103	17.89	1.80
14	89	18.23	1.90
15	79	15.10	1.92
16	65	13.07	2.01
17	147	17.82	1.61
18	158	17.03	1.80
19	168	16.53	2.03

Cuadro 2. Extracción real del campo de pozos de Cuenca Sur en el año 2007 (hm³/mes).

Pozo	Nodo	Meses											
		Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1	136	0.50	0.44	0.44	0.49	0.48	0.48	0.42	0.51	0.49	0.49	0.51	0.48
2	146	0	0.28	0.44	0.47	0.48	0.51	0.44	0.50	0.49	0.49	0.51	0.48
3	141	0.50	0.51	0.44	0.49	0.48	0.50	0.45	0.51	0.49	0.49	0.51	0.48
4	142	0.50	0.51	0.44	0.49	0.48	0.51	0.46	0.51	0.48	0.48	0.51	0.48
5	155	0.50	0.51	0.44	0.49	0.47	0.49	0.44	0.51	0.49	0.49	0.51	0.48
6	84	0.49	0.51	0.45	0.48	0.43	0.51	0.45	0.50	0.49	0.47	0.50	0.48
7	83	0.49	0.27	0.45	0.48	0.44	0.50	0.44	0.51	0.49	0.47	0.50	0.48
8	72	0.49	0.50	0.45	0.48	0.48	0.38	0.45	0.51	0.49	0.47	0.50	0.48
9	129	0.50	0.50	0.45	0.48	0.49	0.51	0.46	0.49	0.49	0.46	0.45	0.40
10	111	0.50	0.50	0.45	0.48	0.49	0.51	0.47	0.51	0.49	0.43	0.40	0.47
11	101	0.49	0.50	0.45	0.48	0.45	0.51	0.47	0.51	0.48	0.33	0.17	0.47
12	124	0.49	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0.18	0.50	0.48
13	103	0.43	0.50	0.45	0.46	0.48	0.50	0.48	0.51	0.49	0.49	0.48	0.48
14	89	0.50	0.06	0	0	0	0	0	0	0	0.04	0.50	0.45
15	79	0.50	0.51	0.45	0.49	0.49	0.50	0.48	0.51	0.50	0.49	0.31	0.12
16	65	0.50	0.23	0	0.35	0.49	0.49	0.48	0.51	0.50	0.50	0.50	0.24
17	147	0.27	0.52	0.45	0.49	0.49	0.49	0.48	0.51	0.50	0.50	0.49	0.48
18	158	0.21	0.38	0.45	0.41	0.48	0.49	0.46	0.51	0.50	0.49	0.49	0.48
19	168	0.26	0.47	0.45	0.49	0.49	0.49	0.30	0.51	0.49	0.39	0.27	0.48
Demanda		8.12	8.09	7.15	8.00	8.09	8.37	7.63	8.63	8.35	8.15	8.61	8.39

agricultura fueran considerados como puntos a optimizar el caudal. Esto no quiere decir que las extracciones provenientes de los mismos no se consideraran, sino que se modelaron como puntos de extracción con caudal conocido, es decir, no entran en la optimización.

La modificación a la discretización utilizada por C&D consistió en colocar un nodo de la malla en cada pozo de explotación que será optimizado (pozos del acueducto de Cuenca Sur); de esta manera, se pueden reflejar de forma más adecuada los abatimientos que se generan en estos pozos, y tener un mejor control de la carga hidráulica en dichos puntos (ver la figura 3). Además, la adopción de esta nueva discretización sienta las bases para que en trabajos futuros se lleve una administración considerando los efectos locales que se producen en los pozos de bombeo (Cabrera & Hernández, 2011).

Otra modificación consistió en utilizar como estado inicial de las cargas del acuífero el correspondiente con diciembre de 2006, donde se manifiestan valores de la carga de 0.2 a 5 m en la parte sur, y de 30 a 60 m en la parte norte.

El Plan de Uso del Agua (PUA) propuesto por la Empresa de Aprovechamiento de los Recursos Hidráulicos de La Habana para el año 1995 fue ajustado a un valor de 252.32 hm³/año. Este volumen, en 2007, se distribuyó en 97.58 hm³, proveniente de la explotación del acueducto de Cuenca Sur; el resto, 154.74 hm³, pertenece a las extracciones de la agricultura y del acueducto de la provincia Habana. Por último, se consideró como demanda a suplir por el campo de pozos del acueducto de Cuenca Sur los valores que se muestran en la última fila (llamada demanda) del cuadro 2.

Configuración para la aplicación de AQÜIMPE y del modelo propuesto

En el próximo apartado se realiza en AQÜIMPE una primera simulación del acuífero sometiendo a la política de explotación real que se empleó en 2007. Siguiendo el criterio de rendimiento seguro de la escuela norteamericana,

expuesto por C&D, se realiza otra simulación, repitiendo ese año hidrológico durante cinco años seguidos. Luego se aplica el modelo de administración propuesto para obtener el esquema de extracción que garantiza el mínimo costo de bombeo. Se consideran dos horizontes de planeamiento: el primero de un año y el segundo de cinco años, y se debe garantizar una demanda de 252.32 hm³/año. El valor del costo unitario de la potencia eléctrica se fijó en 0.3 \$/kWh. Además, en la optimización se mantendrán constantes las extracciones provenientes de la agricultura y del acueducto de la provincia Habana. Con el esquema obtenido para el horizonte de planeamiento de un año se realiza una simulación durante cinco años seguidos. Todas las ejecuciones, tanto la simulación como la optimización, consideran una recarga proveniente de la lluvia de 75% y las condiciones de frontera descritas.

Resultados y discusión

Aplicación de AQÜIMPE con la explotación real realizada en el año 2007

Se simuló el acuífero durante 2007 bajo las condiciones descritas. Esta simulación permitió obtener las cargas que ocurren en los pozos de explotación del acueducto de Cuenca Sur. Posteriormente se determinó el costo de bombeo en esos nodos, ecuación (9), arrojando un valor de $1.87 \cdot 10^6$ ese año. Repitiendo 2007 como patrón durante cinco años seguidos, en la figura 5 se puede observar la tendencia de regulación del acuífero.

En la figura 5 también se puede apreciar que si se somete el acuífero a un periodo seco prolongado, los recursos explotables tienden al agotamiento, indicando que el plan de extracción propuesto no garantiza la sustentabilidad de la fuente a largo plazo. Tampoco se puede asegurar que el patrón de explotación del campo de pozos del acueducto Cuenca Sur sea el de mínimo costo de bombeo para la demanda dada.

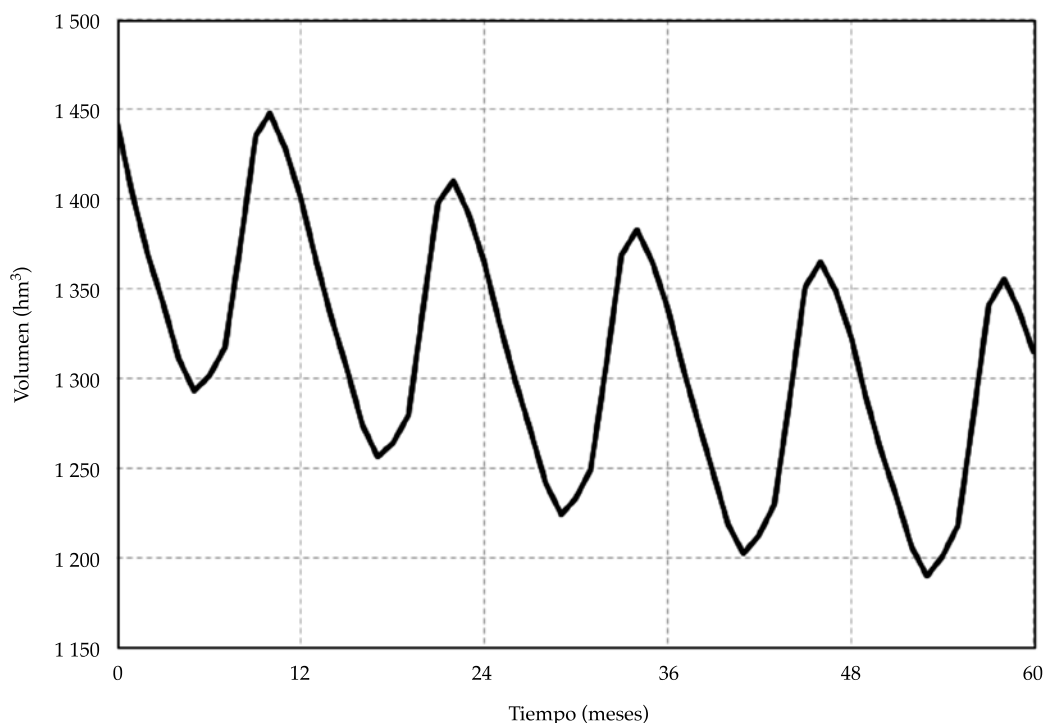


Figura 5. Gráfico de volumen almacenado en el acuífero durante cinco años para la explotación real del año 2007.

Obtención y análisis del esquema de extracción de los pozos de Cuenca Sur que garantiza menor costo de operación en 2007

Se considera un año como horizonte de planeamiento, con 12 periodos de administración (incremento mensual). Serán variables de decisión en el problema los caudales de los 19 pozos del acueducto de Cuenca Sur en los 12 meses del horizonte de planeamiento. El modelo de administración debe satisfacer las restricciones de niveles mínimos que se muestran en el cuadro 1; las restricciones de demanda que se muestran en el cuadro 2 (última fila) y el gasto en cada pozo estará limitado superiormente por $0.532 \text{ hm}^3/\text{mes}$.

En esta primera ejecución se obtuvo la distribución óptima de caudales (cuadro 3) que garantiza el mínimo costo de bombeo y además satisface todas las restricciones anteriores. Con la solución obtenida, el costo de bombeo se

disminuyó hasta $\$1.59 \cdot 10^6$, representando un ahorro de 15% ($\$280\,000.00$), en comparación con el costo de la explotación real del año 2007. En el cuadro 3 se puede observar cómo en muchos casos el modelo decide no extraer nada de algunos pozos de bombeo. Esto se debe a que dichos pozos están en zonas de baja transmisividad y cuando el modelo evalúa un caudal en esos nodos, la carga desciende rápidamente y se viola la restricción (de carga mínima).

Otro aspecto de interés de la solución obtenida está en la naturaleza del óptimo encontrado. Esto se pudo comprobar, ya que la matriz Hessiana del problema tiene la diagonal predominante y positiva, entonces la función objetivo es convexa, y como se trata de un problema con restricciones lineales de desigualdad, todo el problema es convexo y el óptimo encontrado es global.

Sin embargo, con la solución óptima obtenida tampoco se garantiza que a largo plazo

Cuadro 3. Extracción óptima del campo de pozos de Cuenca Sur (hm³/mes).

Pozo	Nodo	Meses											
		Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1	136	0.48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	146	0.53	0.11	0	0	0	0	0	0.12	0	0	0.10	0
3	141	0.53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	142	0.53	0.53	0	0.53	0.53	0.53	0.18	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
5	155	0.53	0	0	0.02	0.11	0.39	0	0.53	0.37	0.17	0.53	0.41
6	84	0.53	0.53	0.23	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
7	83	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
8	72	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
9	129	0.31	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
10	111	0	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
11	101	0.19	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
12	124	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
13	103	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
14	89	0.25	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
15	79	0.31	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
16	65	0.21	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
17	147	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
18	158	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
19	168	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53

(cinco años) el acuífero sea capaz de satisfacer la demanda sin violar las restricciones de nivel. Esto se puede evidenciar al observar la curva con triángulos en la figura 6, donde a partir del cuarto año los niveles en el pozo 5 (nodo 155) comienzan a estar por debajo del nivel mínimo permisible; aunque, como se aprecia, con la explotación real los niveles descienden más rápidamente y se violan antes los límites de carga mínima.

Obtención y análisis del esquema de extracción de los pozos de Cuenca Sur que garantiza menor costo de operación; horizonte de planeamiento: cinco años

Para esta ejecución, el problema de optimización constó de 1 140 variables de decisión (los gastos de los 19 pozos durante 60 meses) y 1 200 restricciones de desigualdad. La curva con cuadrados de la figura 6 evidencia que no fue posible obtener una solución factible y a

partir del cuarto año el modelo fue incapaz de garantizar que los niveles en el acuífero se encontraran por encima de los niveles mínimos. Esta situación se venía manifestando en las ejecuciones anteriores, donde se apreciaba que la demanda real a la que estaba sometida el acuífero no garantizaba la sustentabilidad de la fuente para un periodo seco prolongado. Para esta solución no factible se obtiene un costo de bombeo de $8.64 \cdot 10^6$.

Conclusiones

Se crea un modelo matemático que permite minimizar el costo de bombeo de la explotación de acuíferos. Esta herramienta viene a conformar un nuevo módulo del modelo de administración de acuíferos MADA. El nuevo modelo utiliza el enfoque matriz respuesta para vincular el modelo de simulación de acuíferos AQÛIMPE dentro un problema de programación cuadrática que es resuelto mediante la función *quadprog* de

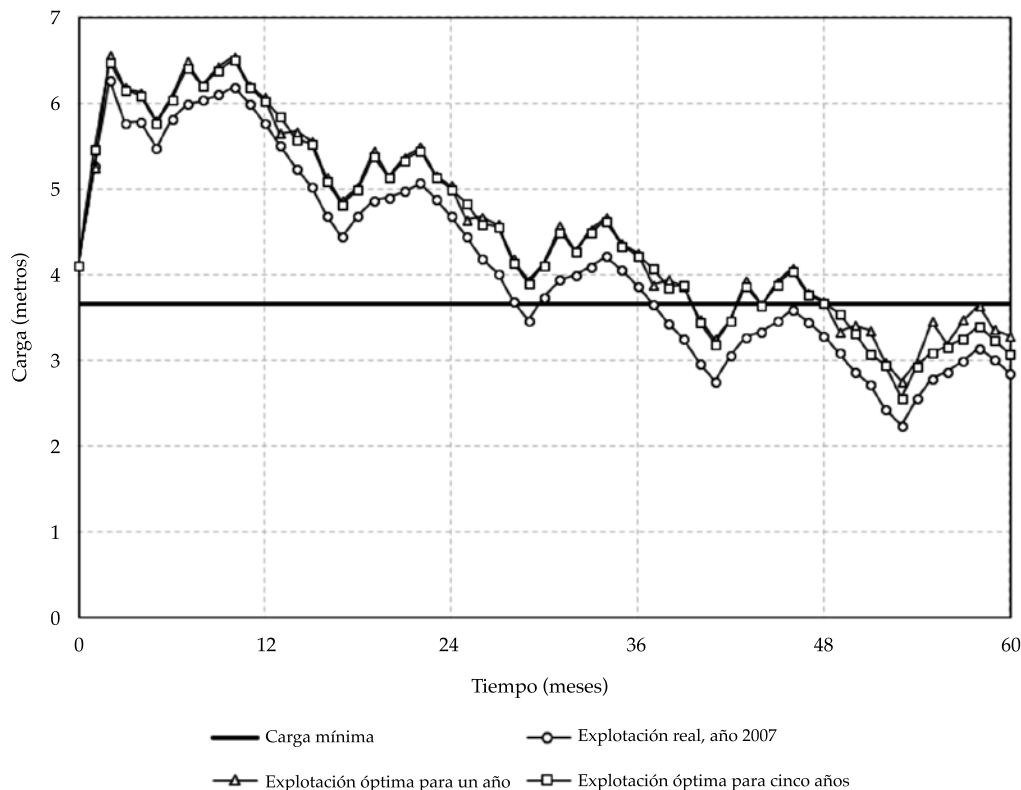


Figura 6. Carga mínima y cargas simuladas en el pozo 5 durante un periodo de cinco años.

MATLAB. Además, se tienen en cuenta restricciones de demanda, nivel y capacidad instalada. El modelo propuesto sólo es válido en acuíferos hidráulicamente confinados.

Se obtiene la distribución óptima de la explotación del campo de pozos del acueducto Cuenca Sur que garantiza el mínimo costo de bombeo, obteniéndose un ahorro de 15% en relación con el costo de la explotación real del año 2007 a la que fue sometida este acuífero. Además, la solución obtenida satisface todas las restricciones administrativas y físicas impuestas. De esta manera, queda demostrada la utilidad práctica del modelo propuesto.

No fue posible obtener una solución factible en el caso de que el acuífero esté sometido a un periodo seco prolongado, pues el modelo fue incapaz de garantizar que los niveles en el acuífero se encontraran por encima de los niveles mínimos. Esto indica que el plan de extracción

del acuífero puede verse afectado por el efecto de varios años secos continuos.

Referencias

- Ahlfeld, D. P., & Heidari, M. (1994). Applications of optimal hydraulic control to ground-water systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(3), 350-365.
- Ahlfeld, D. P., & Laverty, M. M. (2011). Analytical solutions for minimization of energy use for groundwater pumping. *Water Resources Research*, 47(6), DOI: 10.1029/2010WR009752.
- Ahlfeld, D. P., & Laverty, M. M. (2015). Field scale minimization of energy use for groundwater pumping. *Journal of Hydrology*, 525, 489-495.
- Ahlfeld, D. P., & Mulligan, A. E. (2000). *Optimal management of flow in groundwater systems*. San Diego: Academic Press.
- Ahlfeld, D. P., Barlow, P. M., & Mulligan, A. E. (2005). GWM-A ground-water management process for the US Geological Survey modular ground-water model (MODFLOW-2000). *U.S. Geological Survey Open-File Report*, 1072, 124.

- Ayvaz, M. T. (2009). Application of harmony search algorithm to the solution of groundwater management models. *Advances in Water Resources*, 32(6), 916-924.
- Cabrera, E., & Dilla, F. (2011). Modelo de administración de acuíferos: MADA. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 2(4), 5-24.
- Cabrera, E., & Hernández, A. (2011). Modelación del agua subterránea a escala regional con refinamiento local de la malla. Planteamiento y validación del algoritmo. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 2(1), 65-82.
- Cabrera, E. (2009). *Sistema para la administración de la explotación del agua subterránea*. Tesis doctoral. La Habana: Centro de Investigaciones Hidráulicas, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría".
- Datta, B., & Kourakos, G. (2015). Preface: Optimization for groundwater characterization and management. *Hydrogeology Journal*, 23(6), 1043-1049.
- Gómez, M. R., Cabrera, E., & Garrido, M. (2009). Tecnología Aqúimpe: fundamentos, aplicaciones y desarrollo actual. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 30(2), 21-30.
- Gorelick, S. M., & Zheng, C. (2015). Global change and the groundwater management challenge. *Water Resources Research*, 51(5), DOI: 10.1002/2014WR016825.
- Gorelick, S. M. (1983). A review of distributed parameter groundwater management modeling methods. *Water Resources Research*, 19(2), 305-319.
- Grava, A., Feinstein, D. T., Barlow, P. M., Bonomi, T., Buarnè, F., Dunning, C., & Hunt, R. (2015). *Optimization techniques using MODFLOW-GWM. MODFLOW and More 2015: Modeling a Complex World*. 354-358. Golden, USA: Integrated Groundwater Modeling Center, Colorado School of Mines.
- GWP (2013). *Aguas subterráneas y agricultura de regadío: haciendo una relación beneficiosa más sostenible. Documento de perspectiva*. Global Water Partnership. Recuperado de <http://www.gwptoolbox.org/>.
- Llanusa, H., Martínez, J. B., Batista, J. C., & Hernández, A. (1993). *Tecnología de simulación de los acuíferos costeros Artemisa-Quivicán*. Informe Técnico. La Habana: Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría".
- Martínez, J. B. (1989). *Simulación matemática de cuencas subterráneas: flujo impermanente bidimensional. Monografía*. La Habana: Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría".
- Pérez, F. (2003). Criterios para una explotación sustentable del agua subterránea. 2. Aspectos cualitativos y estrategias para el manejo de acuíferos. *Ingeniería Hidráulica en México*, 18(1), 5-20.
- Psilovikos, A., & Tzimopoulos, C. (2004). Comparison of quadratic and non-linear programming (QP and NLP) optimization models in groundwater management. *Journal of Hydroinformatics*, 6(3), 175-185.
- Ramos, L. C., Cabrera, E., Marón, D. E., & Hernández, A. O. (2016). Optimización de los costos de operación para acuíferos en régimen permanente. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 37(1), 107-118.
- Singh, A. (2014). Simulation and optimization modeling for the management of groundwater resources. II: Combined applications. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 140(4), DOI: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000689.
- Taghavi, S. A., Howitt, R. E., & Mariño, M. A. (1994). Optimal control of ground-water quality management: nonlinear programming approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(6), 962-982.
- Wagner, B. J. (1995). Recent advances in simulation-optimization groundwater management modeling. *Review of Geophysics*, 33(S2), 1021-1028.
- WWAP (2015). *Agua para un mundo sostenible: datos y cifras*. Informe de las Naciones Unidas sobre los recursos hídricos en el mundo 2015. World Water Assessment Programme. Recuperado de <http://www.unesco.org/new/en/natural-sciences/environment/water/wwap/wwdr/>.
- Yeh, W. W.-G. (2015). Review: Optimization methods for groundwater modeling and management. *Hydrogeology Journal*, 23(6), 1051-1065, DOI: 10.1007/s10040-015-1260-3.

Dirección institucional de los autores

M. C. Lemuel C. Ramos-Arzola
Ing. Daniel Molina-Pérez
Dr. Armando O. Hernández-Valdés

Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría"
Centro de Investigaciones Hidráulicas
Calle 114 núm. 11901 e/Ciclovía y Rotonda, Marianao
19390 La Habana, CUBA
Teléfono: +53 (7) 2663 383
lemuelcarlosra@gmail.com
danielmolinaperez90@gmail.com
ahernandez@cih.cujae.edu.cu

Dr. Eric Cabrera-Estupiñán

Universidad Laica "Eloy Alfaro" de Manabí, extensión Chone
Av. Circunvalación - Vía a San Mateo
Manta, Manabí, ECUADOR
Teléfono: +593 (099) 3189101
ecabrerae@gmail.com

Dr. David E. Marón-Domínguez

Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría"
Centro de Estudios Matemáticos
Calle 114 núm. 11901 e/Ciclovía y Rotonda, Marianao
19390 La Habana, CUBA
Teléfono: +53 (7) 2663 511
dmaron@cemat.cujae.edu.cu