

# Optimización en el diseño de un sistema de tratamiento de aguas residuales integrado por tres lagunas de estabilización

• Facundo Cortés-Martínez\* • Alejandro Treviño-Cansino •  
• Arturo Tadeo Espinoza-Fraire • Agustín Sáenz-López •  
*Universidad Juárez del Estado de Durango, México*

\*Autor para correspondencia

• María Aracelia Alcorta-García •  
*Universidad Autónoma de Nuevo León, México*

• José Luis González-Barrios •  
*Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, México*

• Rodolfo Martínez-Rojas • Francisco Javier de-la-Cruz-Acosta •  
*Universidad Juárez del Estado de Durango, México*

DOI: 10.24850/j-tyca-2017-04-09

## Resumen

Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Espinoza-Fraire, A. T., Sáenz-López, A., Alcorta-García, M. A., González-Barrios, J. L., Martínez-Rojas, R., & De la-Cruz-Acosta, F. J. (julio-agosto, 2017). Optimización en el diseño de un sistema de tratamiento de aguas residuales integrado por tres lagunas de estabilización. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 8(4), 139-155.

El artículo presenta un modelo matemático para la optimización de un sistema lagunar integrado por tres lagunas: anaerobia, facultativa y de maduración. El modelo matemático de optimización tiene como objetivo la minimización del área ocupada por el sistema lagunar, y presenta como restricciones la calidad del agua en el efluente: demanda bioquímica de oxígeno y el número de coliformes fecales; además, se restringe la dispersión (mayor o igual a 0.05), con el propósito de favorecer el flujo disperso en la laguna facultativa y en la laguna de maduración. Las variables cambiantes en el modelo de optimización son las siguientes: tiempo de retención y número de mamparas tanto de la laguna facultativa como la de maduración, y la relación largo ancho para la laguna anaerobia. Se diseñó un sistema de lagunas, luego se aplicó el modelo matemático propuesto. Los resultados muestran una disminución del área de 15.16%. Los dos estudios cumplen con límites máximos permisibles de descarga de acuerdo con la NOM-SEMARNAT-1996: calidad del agua residual tratada para el vertido a los cuerpos receptores.

**Palabras clave:** dispersión, optimización, restricciones, sistema lagunar y tiempo de retención.

## Abstract

Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Espinoza-Fraire, A. T., Sáenz-López, A., Alcorta-García, M. A., González-Barrios, J. L., Martínez-Rojas, R., & De la-Cruz-Acosta, F. J. (July-August, 2017). Optimization in the design of a wastewater treatment system integrated by three stabilization lagoon. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 8(4), 139-155.

Article presents a mathematical model for the optimization of a lagoon system composed of three lagoons: anaerobic, facultative and maturation. The mathematical model of optimization aims at minimizing the area occupied by the lagoon system, and has as restrictions the water quality in the effluent: biochemical oxygen demand and the number of fecal coliforms; In addition, the dispersion (greater than or equal to 0.05) is restricted, in order to favor the dispersed flow in the facultative lagoon and the ripening lagoon. The changing variables in the optimization model are the following: retention time and number of screens, both facultative and maturation lagoons, and the long wide ratio for the anaerobic lagoon. A lagoon system design was performed, then the proposed mathematical model was applied. The results show a decrease of the area of 15.16 percent. The two studies comply with maximum permissible discharge limits, according to NOM-SEMARNAT-1996: quality of wastewater treated for discharge to receiving bodies.

**Keywords:** dispersion, optimization, constraints, lagoon system and retention time.

Recibido: 17/07/2015  
Aceptado: 06/03/2017

## Introducción

Una laguna de estabilización es un reservorio de agua con poca profundidad. Este tipo de tratamiento representa una ventaja en relación con los demás sistemas de tratamiento: construcción sencilla, y fácil operación y mantenimiento (Metcalf & Eddy Inc., 1991). De acuerdo con la Comisión Nacional del Agua (Conagua), las lagunas de estabilización se clasifican en anaerobias, facultativas y de pulimiento, o de maduración; su objetivo principal es la eliminación de contaminantes: demanda bioquímica de oxígeno (DBO) y coliformes fecales (Conagua-IMTA, 2007b). Las lagunas anaerobias funcionan en ausencia de oxígeno y las profundidades varían de 3 a 5 metros. El tratamiento se lleva a cabo por medio de bacterias que forman ácidos orgánicos y bacterias metanogénicas.

Las lagunas facultativas incluyen tres partes: la primera se conoce como zona superficial, en donde algas y bacterias tienen una relación simbiótica; la zona de fondo es anaerobia, en donde se acumulan los lodos y son descompuestos; en la zona intermedia, conocida como facultativa, se descompone la DBO o materia orgánica, a través de las bacterias aerobias, anaerobias y facultativas; según Rolim (2000), las profundidades varían de 1.5 a 2.5 metros.

Las lagunas de maduración o de pulimiento son aerobias y se utilizan al final del proceso; su propósito es incrementar la calidad del agua residual reduciendo los organismos patógenos; la eliminación de las bacterias depende de las condiciones climatológicas y ambientales, por ejemplo: un potencial de hidrógeno (pH) alto y la exposición al sol. Las profundidades sugeridas son de 0.6 a 1.5 metros (Rolim, 2000; Conagua-IMTA, 2007a).

Los patrones de flujo dentro de las lagunas de estabilización juegan un papel importante: el sistema biológico se basa en el sistema hidráulico, por lo tanto es prudente llevar a cabo una revisión cuidadosa de la hidráulica de las lagunas. De acuerdo con Rolim (2000), los patrones de flujo y mezcla en lagunas de estabilización se clasifican en: a) flujo pistón, el caudal se desaloja en el mismo orden que

entró y no se establece mezcla ni dispersión; b) mezcla completa: los elementos del caudal son mezclados y su contenido es homogéneo en toda la laguna; c) flujo disperso, el caudal tiene un tiempo de retención diferente para cada periodo, este patrón también es conocido como flujo arbitrario y se localiza entre dos límites: flujo pistón y mezcla completa.

Wehner y Wilhelm (1956) llevaron a cabo un estudio donde relacionan la remoción de los contaminantes con la dispersión dentro de las lagunas de oxidación: ubicaron un submodelo hidráulico de un reactor entre los límites de mezcla completa y flujo pistón. Más tarde, Thirumurthi (1969) analizó que en las lagunas no se implementaba el flujo pistón ni mezcla completa y que, efectivamente, sí se establecía el flujo disperso. Tiempo después, Rolim (2000), Mara (2004), y Shilton y Bailey (2006) reportaron que la geometría de las lagunas tenía influencia importante sobre el desempeño hidráulico y la eliminación de contaminantes; por ejemplo, una relación largo ancho de tres favorece el establecimiento del flujo pistón en el estanque; es decir, se refiere a lagunas rectangulares. Teóricamente, el patrón de mezcla completa se favorece cuando las lagunas son cuadradas o circulares. El flujo disperso está comprendido entre los dos patrones anteriores.

En la figura 1 se muestra una gráfica donde se relaciona el coeficiente de reducción bacteriana y la materia orgánica sobrante; se incluyen diferentes escenarios para flujo disperso (Wehner & Wilhelm, 1956; Rojas & León, 1990).

## Mamparas o deflectores

Shilton y Mara (2005), así como Abbas, Nasr y Seif (2006) recomendaron que en el diseño se incluyeran mamparas o canales, pues mejoran la hidráulica dentro de los estanques. Los siguientes investigadores: Killani y Ogunrombi (1984); Pedahzur, Nasser, Dor, Fattal y Shuval (1993); Muttamara y Puetpaiboon (1997); Zanotelli, Medri, Belli-Filho, Perdomo y Costa (2002); Shilton y Harrison (2003); Sperling, Chernicharo, Soares y Zerbini (2003); Shilton y Mara (2005); Abbas *et*

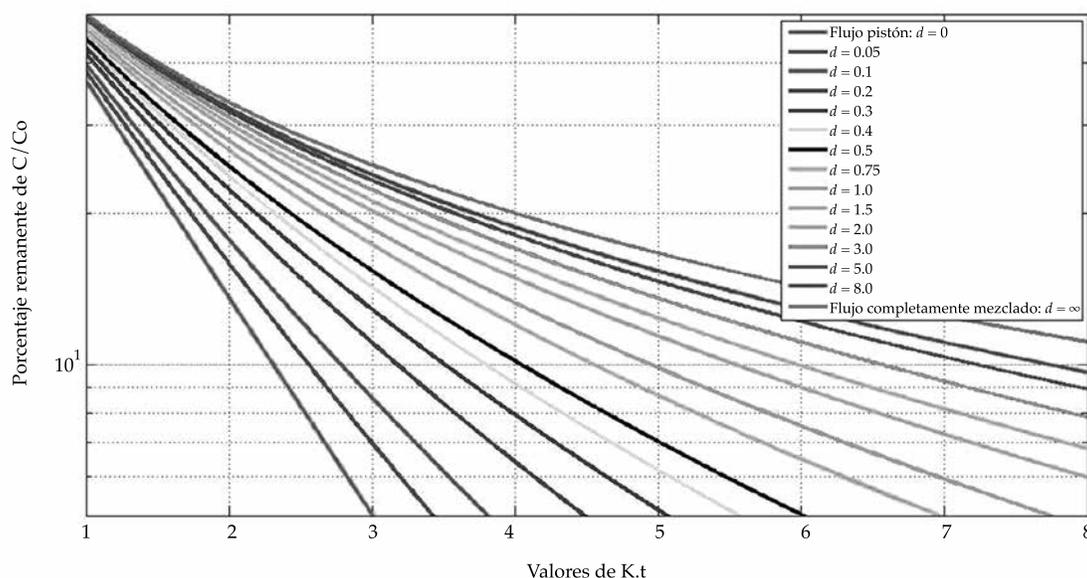


Figura 1. Reducción de coliformes fecales con flujo disperso (Wehner & Wilhelm, 1956; Rojas & León, 1990).

al. (2006), llevaron a cabo estudios experimentales con deflectores. Concluyeron que con una longitud de 70% de los deflectores en la laguna se obtienen mejores resultados en el tratamiento del agua residual; es decir, se incrementa la eficiencia en la remoción de contaminantes.

### Acerca de los modelos matemáticos

De la revisión bibliográfica acerca del tema se tiene que Killani y Ogunrombi (1984) sugirieron la aplicación de la investigación de operaciones en sistemas lagunares. Como resultado de la optimización obtuvieron el costo óptimo. Luego, Fonseca y Fleming (1993, 1995); Oke y Otun (2001); Bracho, Lloyd y Aldana (2006); Winfrey Stronsnider, Nairn y Strevett (2010); Olukanni y Ducoste (2011), emplearon la investigación de operaciones sugerida por Killani y Ogunrombi; determinaron que era posible reducir el costo del sistema, al igual que incrementar la eficiencia en el tratamiento del agua residual. Enseguida, Sah, Rousseau y Hooijmans (2012) llevaron a cabo comparaciones de modelos matemáticos para optimización y recomendaron la necesidad de adecuar los modelos de tal forma

que se incluyera un mayor número de variables. Después, Lee y Cheong (2014) reportaron un análisis numérico de la hidráulica en una laguna de estabilización, para optimizar las condiciones del flujo. Los resultados: una profundidad de dos metros y una relación largo-ancho igual a cinco. Luego, Cortés-Martínez, Treviño-Cansino, Luévanos-Rojas y Luévanos-Rojas (2013); Cortés-Martínez, Treviño-Cansino, Luévanos-Rojas, Luévanos-Rojas y Uranga (2014a); Cortés-Martínez, Treviño-Cansino, Kalashnikov y Luévanos-Rojas (2014b); Cortés-Martínez, Treviño-Cansino, Alcorta-García, Sáenz-López y González-Barrios (2015), y Cortés-Martínez, Treviño-Cansino, Sáenz-López, González-Barrios y De la-Cruz-Acosta (2016) publicaron modelos matemáticos para sistemas lagunares con diferentes configuraciones, que consideran como función objetivo el costo del sistema de tratamiento, restringido siempre por la norma de calidad del agua residual.

### Algoritmo para la optimización

Se aplicará el sistema *Solver* de Excel, que incluye el algoritmo gradiente reducido generalizado

(GRG): resuelve problemas de programación lineales o no lineales, y admite expresiones matemáticas de igualdad o desigualdad. En términos generales, el *Solver* comienza la optimización con un valor conocido (una solución), luego el algoritmo la mejora hasta donde le permiten las restricciones previamente definidas (Muramatsu, 2011).

El presente documento tiene como propósito minimizar el área en el diseño de un sistema lagunar, considerando: a) una función objetivo y restricciones para la optimización de un sistema compuesto por tres reactores: anaerobio, facultativo y maduración; b) diseñar el sistema de estanques con el criterio tradicional; c) emplear el modelo matemático utilizando el sistema *Solver* de Excel, y d) comparar los resultados entre ambos análisis.

El documento presenta como aportación un nuevo modelo matemático, que incluye la dispersión en las restricciones, con el propósito de mantener el flujo disperso. Lo anterior, considerando un sistema de tratamiento integrado por tres lagunas.

## Metodología

En la primera etapa se consideró la nomenclatura y descripción del método adoptado por la Comisión Nacional del Agua. En este apartado se construyó el modelo matemático de minimización del área ocupada por un sistema: laguna anaerobia, facultativa y de maduración. El modelo se compone de una función objetivo, la cual se forma por la suma de las áreas ocupadas por cada una de las lagunas, y tiene como restricciones el número de coliformes fecales, la DBO en el efluente, así como la dispersión y el tiempo de retención. Posteriormente se analiza un caso, calculando el sistema lagunar con el método tradicional de diseño de la Conagua y otro aplicando el modelo matemático, donde se toman como variables el tiempo de retención y el número de mamparas tanto de la laguna facultativa como la de maduración, y la relación largo ancho para la laguna anaerobia. Lo anterior con el propósito de encontrar el arreglo

más eficiente en uso de área que cumpla con las restricciones del modelo. Por último se discuten los resultados y se hace un análisis de sensibilidad del modelo matemático.

El método para el diseño del sistema de lagunas formado por tres reactores fue consultado en el manual *Paquetes tecnológicos para el tratamiento de excretas y aguas residuales en comunidades rurales* (Conagua-IMTA, 2007a).

## Nomenclatura

$A_a$	= área de la laguna anaerobia ( $m^2$ ).
$a_f$	= constante adimensional laguna facultativa.
$A_f$	= área de la laguna facultativa en ( $m^2$ ).
$A_m$	= área de la laguna de maduración ( $m^2$ ).
$a_m$	= constante adimensional, laguna de maduración.
$A_{sup}$	= área superficial de la laguna ( $m^2$ ).
$A_t$	= área total ( $m^2$ ).
$B_{sup}$	= ancho superior de la laguna (m).
$B_{prom}$	= ancho promedio de la laguna en (m).
CO	= carga orgánica (kg/d).
DBO <sub>ea</sub>	= concentración de la DBO <sub>5</sub> en el efluente de la laguna anaerobia (mg/l).
DBO <sub>ef</sub>	= concentración de la DBO <sub>5</sub> en el efluente de la laguna facultativa (mg/l).
DBO <sub>em</sub>	= concentración de la DBO <sub>5</sub> en el efluente de la laguna de maduración (mg/l).
DBO <sub>ia</sub>	= concentración de la demanda bioquímica de oxígeno en el influente de la laguna anaerobia (mg/l).
DBO <sub>if</sub>	= concentración de la demanda bioquímica de oxígeno en el influente de la laguna facultativa (mg/l).
$d_f$	= factor de dispersión de la laguna facultativa adimensional.
$d_m$	= factor de dispersión de la laguna de maduración adimensional.
$e$	= 2.7182818.
$ev$	= evaporación (mm/d).
$K_b$	= coeficiente de reducción bacteriana ( $d^{-1}$ ).
$K_f$	= constante de decaimiento a una temperatura en cualquiera día con unidades ( $d^{-1}$ ).

$L_{ia}$  = concentración de la demanda bioquímica de oxígeno en el influente de la laguna anaerobia (mg/l).  
 $K_{ta}$  = constante de decaimiento para la laguna anaerobia.  
 $L_i$  = concentración de DBO<sub>5</sub> en el influente de la laguna facultativa (mg/l).  
 $L_{prom}$  = longitud promedio de la laguna (m).  
 $L_{sup}$  = largo superior de la laguna (m).  
 $Nea$  = coliformes fecales corregidos por evaporación en laguna anaerobia (NMP/100 ml).  
 $Nef$  = coliformes fecales corregidos por evaporación en laguna facultativa (NMP/100 ml).  
 $Nem$  = coliformes fecales corregidos por evaporación en laguna de maduración (NMP/100 ml).  
 $Nf/No$  = número de coliformes fecales en el efluente (NMP/100 ml).  
 $Ni$  = coliformes fecales en el influente de la laguna (NMP/100 ml).  
 $N_{mampF}$  = número de mamparas en la laguna facultativa.  
 $O_a$  = tiempo medio de retención hidráulico de la laguna anaerobia en días.  
 $Q_{ea}$  = caudal en el efluente de la laguna anaerobia (m<sup>3</sup>/d).  
 $Q_{em}$  = caudal en el efluente de la laguna de maduración (m<sup>3</sup>/d).  
 $Q_{ia}$  = caudal en el influente de la laguna anaerobia (m<sup>3</sup>/d).  
 $Q_{if}$  = caudal en el influente de la laguna facultativa (m<sup>3</sup>/d).  
 $Q_{im}$  = caudal en el influente de la laguna de maduración (m<sup>3</sup>/d).  
 $Q_{med}$  = caudal en el influente en (m<sup>3</sup>/día).  
 $Of$  = tiempo medio de retención hidráulico, laguna facultativa (d).  
 $Om$  = tiempo de retención en laguna de maduración en días.  
 $T$  = temperatura mínima media mensual del aire (°C).  
 Talud = relación de inclinación de bordos.  
 $Va$  = volumen de la laguna anaerobia (m<sup>3</sup>).  
 $Vf$  = volumen de la laguna facultativa (m<sup>3</sup>).

$V_m$  = volumen de la laguna de maduración (m<sup>3</sup>).  
 $X_f$  = relación entre longitud y anchura de la laguna facultativa.  
 1 000 = factor de conversión.  
 $\lambda_v$  = carga orgánica volumétrica (gDBO<sub>5</sub>/m<sup>3</sup>-d).  
 $\lambda_s$  = carga superficial de diseño (kg/ha-d).  
 $X_a$  = relación entre longitud y anchura de la laguna anaerobia.  
 $Z_a$  = profundidad de la laguna anaerobia (m).  
 $Z_f$  = profundidad de la laguna facultativa (m).  
 $Z_m$  = profundidad de la laguna de maduración (m).

### Laguna anaerobia

La carga orgánica se calcula mediante la ecuación (1).

Carga orgánica:

$$CO = Q_{ia}(DBO_{ia}) / 1\ 000 \quad (1)$$

Carga superficial de diseño:

$$\lambda_v = 20(T) - 100 \quad (2)$$

Remoción de la DBO:

$$\% \text{ DBO removido} = 2T + 20 \quad (3)$$

Volumen de la laguna:

$$Va = L_{ia}Q_{ia} / \lambda_v \quad (4)$$

Área de la laguna. Profundidad de la laguna (Z) de 2 a 4 m:

$$Aa = Va / Z_a \quad (5)$$

Tiempo medio de retención hidráulico:

$$Oa = Va / Q_{ia} \quad (6)$$

Concentración de la DBO en el efluente de la laguna:

$$DBO_e = (100 - \% \text{ DBO removida})(DBO_{ia}) \quad (7)$$

Gasto en el efluente:

$$Q_{ea} = Q_{ia} - 0.001 A_{aev} \quad (8)$$

Remoción de coliformes fecales. Constante global de decaimiento:

$$K_{ta} \cdot (d^{-1}) = 2.6(1.19)^{T-20} \quad (9)$$

Coliformes fecales en el efluente de la laguna:

$$N_{ea} = \frac{N_i}{1 + K_{ta} O_a} \quad (10)$$

DBO corregida por evaporación:

$$DBO_{ea} = (DBO_{ia})(Q_{ia}) / Q_{ea} \quad (11)$$

Coliformes fecales corregidos por evaporación:

$$N_e = (N_e)(Q_{ia}) / Q_{ea} \quad (12)$$

Dimensionamiento de la laguna. Relación largo ancho  $X = 2$ :

$$B_{prom} = \sqrt{\frac{A_a}{X_a}} \quad (13)$$

$$L_{prom} = \frac{A_a}{B_{prom}} \quad (14)$$

$$B_{sup} = B_{prom} + (Z_a)(\text{Talud}) \quad (15)$$

$$L_{sup} = L_{prom} + (Z_a)(\text{Talud}) \quad (16)$$

Cálculo del área superficial:

$$A_{sup} = (B_{sup})(L_{sup}) \quad (17)$$

### Diseño de laguna facultativa (flujo disperso: método de Yáñez)

a) Carga orgánica. Se aplica la ecuación (1) de la laguna anaerobia.

b) Carga superficial de diseño:

$$\lambda_s = 250(1.085)^{T-20} \quad (18)$$

c) Área de la laguna facultativa.

Se calcula con base en la carga superficial mediante la siguiente ecuación:

$$A_f = 10L_i Q_{med} / \lambda_s \quad (19)$$

d) Volumen de la laguna:

$$V_f = (A_f)(Z_f) \quad (20)$$

e) Tiempo de retención hidráulico. Aplicar la ecuación (6) de la laguna anaerobia.

f) Dimensionamiento. Relación largo ancho  $X = 3$ . Para determinar el ancho y longitud promedio del estanque facultativo emplear las ecuaciones (13) y (14); para el ancho y largo superiores ( $B_{sup}$  y  $L_{sup}$ ), considerar las fórmulas (15) y (16); la inclinación de los taludes 2:1 y la profundidad  $Z = 1.5$  m.

g) Cálculo del área superficial. Aplicar la expresión (17).

h) Gasto en el efluente. Aplicar la expresión (8)

i) Remoción de coliformes fecales. La ecuación considera la relación largo ancho ( $X$ ). Incluyendo deflectores con una longitud del 70% del largo de la laguna se tiene que:

$$X_f = (L_{prom})(0.70)(N_{MampF} + 1) / ((B_{prom}) / (N_{MampF} + 1))$$

Luego, para el coeficiente de dispersión se tiene:

$$df = \frac{X_f}{-0.26118 + 0.25392(X_f) + 1.0136(X_f)^2} \quad (21)$$

j) Coeficiente de reducción bacteriana.

El coeficiente de reducción bacteriana (expresión (22) del método de diseño) es una constante cinética que depende de la temperatura, la cual se basa en la fórmula de Arrhenius (Marais, 1974; Mara, Pearson, Oragui, Arridge, & Silva, 2001; Banda, 2007):

$$K_b = 0.841(1.075)^{T-20} \quad (22)$$

k) Constante "a":

$$a_f = \sqrt{1 + 4(K_b \text{Ofdf})} \quad (23)$$

l) Coliformes fecales en el efluente de la laguna facultativa:

$$\frac{Nf}{No} = \frac{4afe^{(1-af)/2df}}{(1+af)^2} Ni \quad (24)$$

m) Coliformes fecales corregidos por evaporación. Aplicar la fórmula (12).

n) Concentración de la DBO en el efluente de la laguna:

$$Kf = \frac{Kf_{35}}{(1.085)^{35-T}} \quad (25)$$

Concentración de la demanda bioquímica de oxígeno en el efluente de la laguna:

$$DBO_{ef} = \frac{DBO_{if}}{KfOf + 1} \quad (26)$$

o) Eficiencia de remoción de la DBO:

$$\% = \frac{(DBO_{if} - DBO_{ef})}{DBO_{if}} \times 100 \quad (27)$$

p) DBO corregida por evaporación. Aplicar la ecuación (11).

### Laguna de maduración (método flujo disperso)

1. Tiempo de retención hidráulico. (O) es un método de prueba y error, donde se propone un tiempo de retención hidráulico y se calcula la concentración de los coliformes fecales en el efluente; esto, siguiendo el criterio de diseño de la laguna facultativa.

2. Volumen de la laguna:

$$Vm = (Qi)(Om) \quad (28)$$

3. Área de la laguna:

$$Am = \frac{Vm}{Zm} \quad (29)$$

Para el resto del diseño se aplicaron las ecuaciones a partir del inciso f) hasta p), que se indica en la metodología de la laguna facultativa.

### Construcción del modelo matemático

Los sistemas de tratamiento mediante lagunas de oxidación son sencillos tanto de construir como de operar, pero tienen la desventaja de requerir una gran cantidad de terreno para su construcción, en comparación con otros sistemas más tecnificados, por lo que se propone un modelo matemático de minimización del área total ocupado por el sistema lagunar. Las restricciones y función objetivo deben estar relacionadas con las mismas variables cambiantes. Con el propósito de probar lo anterior, es necesario hacer las sustituciones correspondientes. El modelo propuesto, como ya se indicó, incluye una función objetivo, la cual se integra por la suma de áreas de las tres lagunas. Para las restricciones de la calidad del agua residual se consideró lo que indica la norma oficial mexicana NOM-001-SEMARNAT-1996. Los límites máximos permitidos de concentración son los siguientes: para coliformes fecales deben ser menores o iguales que 1 000 NMP/100 ml, y para la DBO<sub>5</sub> menores o iguales que 75 mg/l.

En la figura 1 se indica el valor mínimo para el establecimiento de flujo disperso: 0.05. Este valor fue considerado tanto para la laguna facultativa como para la de maduración. Según Arceivala (1973), el tiempo de retención de un estanque facultativo varía de 10 a 110 días; mientras que para una laguna de maduración, el rango es mayor o igual que cinco días (WHO-EMRO, 1987). De esta manera se determinaron las restricciones.

A continuación se muestra el modelo matemático en su forma reducida:

Minimizar:

$$A_t = Aa + Af + Am \quad (30)$$

Sujeto a:

$$DBO_{em} \leq 75 \quad (31)$$

$$N_e \leq 1000 \quad (32)$$

$$d_f \geq 0.05 \quad (33)$$

$$d_m \geq 0.05 \quad (34)$$

$$7 \leq Of \leq 110 \quad (35)$$

$$5 \leq Om \leq 10 \quad (36)$$

Para llevar a cabo la demostración de las funciones del modelo matemático se iniciará con la restricción del número de coliformes fecales, por lo que es necesario sustituir en la ecuación (24) el número de coliformes en la entrada de la laguna facultativa por la ecuación (10), para así obtener la función (37):

$$N_{ef} = \frac{4A_f \exp(1 - A_f / 2d_f)}{(1 + A_f)^2} \left( \frac{N_i}{1 + k_{ia} O_a} \right) \quad (37)$$

La ecuación (37) expresa el número de coliformes fecales en el efluente de la laguna facultativa; esta expresión se sustituye por el número de coliformes fecales también en la salida de la laguna de maduración en la fórmula (24) y resulta la expresión (38):

$$N_{em} = \frac{4a_m \exp(1 - a_m / 2d_m)}{(1 + a_m)^2} * \frac{4a_f \exp(1 - a_f / 2d_f)}{(1 + a_f)^2} * \frac{N_i}{1 + k_{ia} O_a} \quad (38)$$

La fórmula (38) se debe corregir por evaporación, multiplicándola por el cociente del caudal en la entrada de la laguna anaerobia entre el caudal en efluente de la laguna de maduración; de esta forma resulta la expresión (39):

$$N_{em} = \frac{4a_m \exp(1 - a_m / 2d_m)}{(1 + a_m)^2} * \frac{4a_f \exp(1 - a_f / 2d_f)}{(1 + a_f)^2} * \frac{N_i}{1 + k_{ia} O_a} * \frac{Q_{ia}}{Q_{em}} \quad (39)$$

La fórmula (39) se puede reducir en extensión y resulta la función (40):

$$N_{em} = \frac{16N_i Q_{ia} a_m a_f \exp\left(\frac{d_f(1 - a_m) + d_m(1 - a_f)}{2d_m d_f}\right)}{Q_{em} (1 + a_m)^2 * (1 + a_f)^2 * (1 + k_{ia} O_a)} \leq 1000 \quad (40)$$

Los factores  $a_f$  y  $a_m$  equivalen a la fórmula (23) del método tradicional de diseño, aplicados a las lagunas facultativa y de maduración. Los factores  $d_f$  y  $d_m$  equivalen a la expresión (21) del método de diseño aplicado a las lagunas facultativas y de maduración. Al realizar la sustitución para llegar a la fórmula (40), se puede deducir que ésta depende del tiempo de retención de las lagunas facultativa y de maduración, así como del número de mamparas. La dispersión ( $d$ ) depende de la relación largo ancho ( $X$ ), que a su vez depende del número de mamparas y las dimensiones del estanque ( $B_{prom}$  y  $L_{prom}$ ). Las dimensiones del estanque dependen del tiempo de retención; así se demuestra el vínculo entre la restricción y las variables de decisión.

Es lo mismo para la restricción de los coliformes fecales. Se deben llevar a cabo las sustituciones para la restricción de la  $DBO_e$ . Para lo anterior se toma la expresión (26) y se sustituye la  $DBO$  en el influente ( $DBO_i$ ) por la fórmula de la  $DBO$  en el efluente de la laguna anaerobia y resulta la fórmula (41):

$$DBO_{ef} = \frac{DBO_{ia} \left[ \frac{100 - (2T + 20)}{100} \right]}{KfO_f + 1} \quad (41)$$

La expresión (41) se sustituye en la fórmula (26) por la  $DBO_i$ , para obtener la  $DBO_e$  en el efluente de la laguna de maduración, se corrige por evaporación y resulta la fórmula (42), la cual representa la restricción:

$$DBO_{em} = \frac{DBO_i \left[ \frac{100 - (2T + 20)}{100} \right]}{(KfO_f + 1)(KfO_m + 1)} \left( \frac{Q_{ia}}{Q_{em}} \right) \leq 75 \quad (42)$$

La  $DBO_e$  (expresión (42)) depende del tiempo de retención en la laguna facultativa y de

maduración, variables de decisión del modelo matemático.

Igual que las restricciones, la función objetivo (expresión (30)) depende de las variables de decisión. Lo anterior se puede demostrar si se sustituye en el área de la laguna facultativa y de maduración por el volumen dividido entre la profundidad. De esta forma resulta la expresión (43):

$$A_t = Aa + \frac{Vf}{Z_f} + \frac{Vm}{Z_m} \quad (43)$$

Se puede despejar el área de la ecuación (13) para la laguna anaerobia, a fin de demostrar que la función objetivo depende de la relación largo-ancho de la laguna anaerobia. De esta manera resulta la expresión (44):

$$A_t = X_a B_{\text{prom}}^2 + \frac{Vf}{Z_f} + \frac{Vm}{Z_m} \quad (44)$$

Tomando como base la fórmula (28), se sustituye el volumen por el cociente del gasto en el influente, entre el tiempo de retención para las lagunas facultativas y de maduración, para obtener la fórmula (45):

$$A_t = X_a B_{\text{prom}}^2 + \frac{Q_{if}}{O_f Z_f} + \frac{Q_{im}}{O_m Z_m} \quad (45)$$

La fórmula (45) demuestra la relación entre las variables de decisión: relación largo-ancho en la laguna anaerobia ( $X$ ), tiempo de retención en las lagunas facultativa y de maduración ( $O_f$  y  $O_m$ ), con la función objetivo ( $A_t$ ).

Se llevó a cabo un diseño tradicional para un sistema de tres lagunas para una comunidad rural del municipio de Gómez Palacio, Durango. Con un gasto de diseño en la entrada de la laguna de 230 m<sup>3</sup>/día, una DBO<sub>5</sub> de 340 mg/l y coliformes fecales de 14 000 000 NMP/100 ml. Se consideró la temperatura promedio del mes más frío: 11.8 °C. Las profundidades consideradas en las lagunas fueron 4.0 metros para la anaerobia, 1.5 para la facultativa y 1.0 metro para la de maduración o pulimiento.

## Resultados y discusión

Los resultados del cálculo con el método tradicional de diseño se muestran en los cuadros 1, 2 y 3.

De acuerdo con los resultados del cuadro 2, la dispersión ( $d$ ) del estanque facultativo resultó de 0.1145. Este valor se encuentra en el rango de 0.05 y 8.0 (figura 1). Por lo tanto, el régimen hidráulico de la laguna es de flujo disperso (Polprasert & Bhattarai, 1985; Aldana, Lloyd, Gunganesharajah, & Bracho, 2005). Los coliformes

Cuadro 1. Resultados del dimensionamiento de la laguna anaerobia con el método tradicional de diseño.

$Q_{ia}$ (m <sup>3</sup> /d)	DBO <sub>ia</sub> (mg/l)	$T$ (°C)	$Z_a$ (2 a 4 m)	$ev$ (mm/d)	$N_i$ (NMP/100 ml)	$(X_a)$	Talud
230	340	11.8	4	5	14 000 000	2	1
Carga orgánica (kg/d)	Carga volumétrica de diseño (gDBO <sub>5</sub> /m <sup>3</sup> -d)	% DBO <sub>5</sub> removido	Volumen (m <sup>3</sup> /d)	Área (m <sup>2</sup> )	Tiempo medio de retención ( $O_a$ ) (d)	DBO <sub>ea</sub> (mg/l)	$Q_{ea}$ (m <sup>3</sup> /d)
78.20	136.00	43.60	575.00	143.75	2.50	191.76	229.28
$K_{ta}$	$N_{ea}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>ea</sub> corregido (mg/l)	$B_{\text{prom}}$ (m)	$L_{\text{prom}}$ (m)	$B_{\text{sup}}$ (m)	$L_{\text{sup}}$ (m)	$A_a$ (m <sup>2</sup> )
0.62	5 466 419	192.36	8.48	16.96	12.48	20.96	261.48

Cuadro 2. Resultados del dimensionamiento de la laguna facultativa con el método tradicional de diseño.

		Datos de entrada					
$Q_{if}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ea}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>if</sub> (mg/l)	$N_{mampf}$	$O_f$ (d)			
229.28	5 466 419	192.36	1	22.53			
Resultados							
Laguna	$X_f$	$d_f$	$K_b$	$a_f$	$B_{prom}$ (m)	$L_{prom}$ (m)	Área promedio (m <sup>2</sup> )
Facultativa	8.4	0.1145	0.4648	2.40715	33.88	101.65	3 444.05
Laguna	$Q_{ef}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ef}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>ef</sub> (mg/l)	$T$ (°C)	$B_{sup}$ (m)	$L_{sup}$ (m)	$A_f$ (m <sup>2</sup> )
Facultativa	209.98	10 592	41	11.8	36.88	104.65	3 859.64

Cuadro 3. Resultados del dimensionamiento de la laguna de maduración con el método tradicional de diseño.

		Datos de entrada					
$Q_{im}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ef}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>im</sub> (mg/l)	$N_{mampm}$	$O_m$ (d)			
209.98	10592	41	3	6.10			
Resultados							
Laguna	$X_m$	$d_m$	$K_b$	$a_m$	$B_{prom}$ (m)	$L_{prom}$ (m)	Área promedio (m <sup>2</sup> )
Maduración	12.4963	0.0775	0.4648	1.37083	33.88	37.80	1 280.90
Laguna	$Q_{em}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{em}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>em</sub> (mg/l)	$T$ (°C)	$B_{sup}$ (m)	$L_{sup}$ (m)	$A_m$ (m <sup>2</sup> )
Maduración	202.46	980	20	11.8	35.88	39.80	1 428.27

fecales resultaron todavía por encima de lo que indica la norma, por lo que es necesario agregar la laguna de maduración. La materia orgánica resultó por debajo del límite permitido. En el cuadro 3 se muestran los resultados de la laguna de maduración.

De igual forma que la laguna facultativa, el estanque de maduración resultó con una dispersión ( $d$ ) para flujo disperso. Los coliformes fecales resultaron menor que 1 000 NMP/100 ml, por lo que se cumple con la normatividad. La materia orgánica que se obtuvo también cumple con los valores permisibles de concentración (DOF, 1996). En la figura 2 se indican las dimensiones del diseño con el método tradicional.

### Aplicación del modelo matemático

Se aplicó el análisis matemático para la optimización del área del sistema lagunar. Para llevar a cabo lo anterior, se utilizó el programa *Solver* de Excel. Como ya se indicó, éste considera el gradiente reducido generalizado (GRG). En el cuadro 4 se muestran los resultados de la laguna anaerobia optimizada.

A partir de la metodología para el diseño de la laguna anaerobia, el porcentaje de la DBO<sub>5</sub> removida y la constante de decaimiento para los coliformes fecales (cuadro 4) dependen solamente de la temperatura (Conagua-IMTA, 2007a, 2007b). Por lo tanto, la única manera de reducir el área del estanque es modificando la

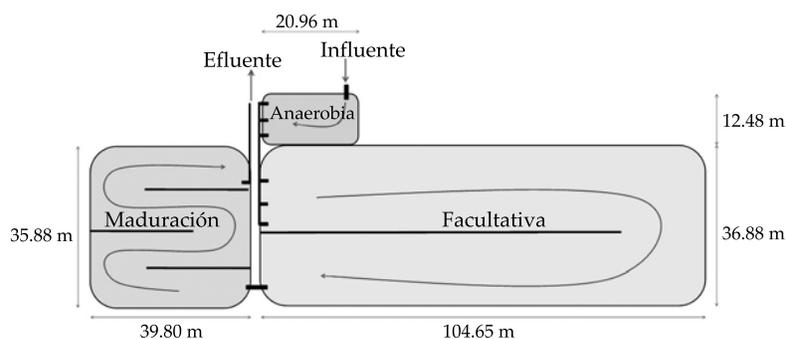


Figura 2. Dimensiones del sistema lagunar con el método tradicional de diseño.

Cuadro 4. Resultados del diseño de la laguna anaerobia optimizada.

$Q_{ia}$ ( $m^3/d$ )	$DBO_{ia}$ ( $mg/l$ )	$T$ ( $^{\circ}C$ )	$Z_a$ (2 a 4 m)	$ev$ ( $mm/d$ )	$N_i$ ( $NMP/100$ $ml$ )	$(X_a)$	Talud
230	340	11.8	4	5	14 000 000	1.005	1
Carga orgánica ( $kg/d$ )	Carga volumétrica de diseño ( $gDBO_5/m^3-d$ )	% $DBO_5$ removido	Volumen ( $m^3/d$ )	Área ( $m^2$ )	Tiempo medio de retención ( $O_a$ )	$DBO_{ea}$ ( $mg/l$ )	$Q_{ea}$ ( $m^3/d$ )
78.20	136.00	43.60	575.00	143.75	2.50	191.76	229.28
$K_{ta}$	$N_{ea}$ ( $NMP/100$ ml)	$DBO_{ea}$ corregido ( $mg/l$ )	$B_{prom}$ (m)	$L_{prom}$ (m)	$B_{sup}$ (m)	$L_{sup}$ (m)	$A_a$ ( $m^2$ )
0.62	5 466 419	192.36	11.96	12.02	15.96	16.02	255.67

relación largo-ancho. El resultado obtenido por el modelo fue de un día. Según Senzia, Mayo, Mbwette, Katima y Jørgensen (2002); Agunwamba, Ochonogar y Ukpong (2003); Mara (2004); Abbas *et al.* (2006); Hamzeh y Ponce (2007), y Naddafi *et al.* (2009), la temperatura es un factor importante en los sistemas de tratamiento de lagunas de estabilización y funcionan de mejor manera en climas tropicales.

En el cuadro 5 se muestran los resultados de la laguna facultativa mejorada.

Se estableció la condición óptima con base en las limitaciones planteadas en el modelo matemático.

De acuerdo con los cuadros 2 y 5, el número de mamparas en la laguna facultativa se

incrementó de 1 a 2. Al respecto, Muttamara, y Puetpaiboon (1996, 1997); Sperling, Chernicharo, Soares y Zerbini (2002); Shilton y Harrison (2003); Shilton y Mara (2005); Abbas *et al.* (2006); Banda (2007); Winfrey *et al.* (2010), y Cortés-Martínez *et al.* (2014a; 2014b; 2015; 2016), publicaron que al utilizar mamparas en lagunas de estabilización se incrementa de manera importante la eficiencia en la eliminación de contaminantes. Según Shilton y Mara (2005), y Abbas *et al.* (2006), al utilizar mamparas en lagunas de estabilización se favorece un adecuado régimen hidráulico, por lo que aumenta la remoción de contaminantes. Los resultados del presente estudio concuerdan con las afirmaciones de los citados autores.

Cuadro 5. Resultados del diseño de la laguna facultativa optimizada.

		Datos de entrada					
$Q_{if}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ea}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>if</sub> (mg/l)	$N_{mampf}$	Of (d)			
229.28	5 466 419	192.36	2	18.79			
		Resultados					
Laguna	$X_f$	$d_f$	$K_b$	$a_f$	$B_{prom}$ (m)	$L_{prom}$ (m)	Área promedio (m <sup>2</sup> )
Facultativa	18.9	0.0516	0.4648	1.67359	30.94	92.82	2 872.11
Laguna	$Q_{ef}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ef}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>ef</sub> (mg/l)	$T$ (°C)	$B_{sup}$ (m)	$L_{sup}$ (m)	$A_f$ (m <sup>2</sup> )
Facultativa	213.02	8 016	47	11.8	33.94	95.82	3 252.41

La concentración de los coliformes fecales obtenidos resultó por encima de los límites máximos de concentración que se indican en la norma oficial mexicana. Con esto se justifica agregar una laguna de maduración o pulimiento. La DBO<sub>5</sub> resultó por debajo del límite de la norma. En el cuadro 6 se muestran los resultados de la laguna de maduración optimizada.

Con base en el cuadro 6, el flujo resultó disperso 0.0501. Según Arceivala (1981) y Mara (2004), algunos factores que favorecen la implementación del flujo disperso son la profundidad, la ubicación de entradas y salidas del

flujo, y el número de mamparas o deflectores. Como se observa en los cuadros 3 y 6, se indica el número de mamparas, que se incrementaron de 3 a 4; pero en ambos análisis se mantiene el flujo disperso. En la figura 3 se muestran las dimensiones del sistema lagunar, calculadas con los criterios de optimización.

En el cuadro 7 se muestran los resultados de las áreas superficiales, así como los tiempos de retención calculados tanto con la metodología tradicional como con el modelo matemático de optimización. En la laguna anaerobia, como ya se dijo, al modificar la relación largo-ancho

Cuadro 6. Resultados del diseño de la laguna de maduración optimizada.

		Datos de entrada					
$Q_{im}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{ef}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>im</sub> (mg/l)	$N_{mampm}$	Om (d)			
213.02	8 016	47	4	5.0			
		Resultados					
Laguna	$X_m$	$d_m$	$K_b$	$a_m$	$B_{prom}$ (m)	$L_{prom}$ (m)	Área promedio (m <sup>2</sup> )
Maduración	19.4691	0.0501	0.4648	1.2105	30.94	34.42	1 065.10
Laguna	$Q_{em}$ (m <sup>3</sup> /d)	$N_{em}$ (NMP/100 ml)	DBO <sub>em</sub> (mg/l)	$T$ (°C)	$B_{sup}$ (m)	$L_{sup}$ (m)	$A_m$ (m <sup>2</sup> )
Maduración	206.67	1 000	25	11.8	32.94	36.42	1 199.82

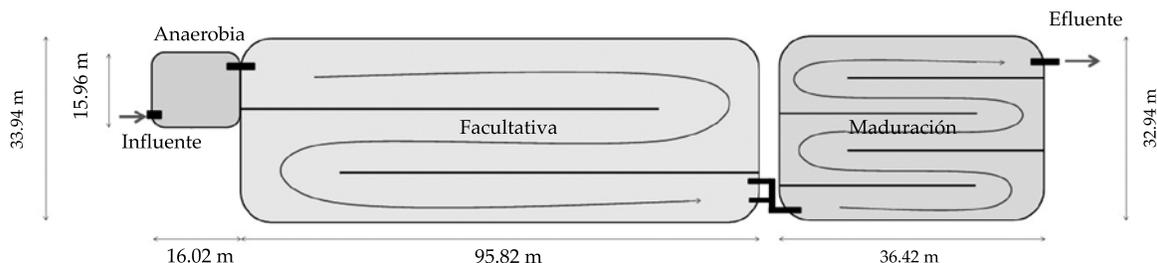


Figura 3. Dimensiones del sistema lagunar con el modelo de optimización.

Cuadro 7. Resumen de áreas y tiempo de retención en el diseño y optimización del sistema lagunar.

Lagunas	Método tradicional		Modelo matemático		Diferencia tiempo de retención		Diferencia área	
	Área (m <sup>2</sup> )	Tiempo de retención (d)	Área (m <sup>2</sup> )	Tiempo de retención (d)	(d)	%	(m <sup>2</sup> )	%
Anaerobia	261.48	2.5	255.67	2.5	0	0	5.81	2.22
Facultativa	3 859.64	22.53	3 252.41	18.79	3.74	16.60	607.23	15.73
Maduración	1 428.27	6.10	1 199.82	5	1.1	18.03	228.45	15.99
Sumas y porcentajes	5 549.39	31.13	4 707.9	26.29	4.84		841.49	15.16

se obtuvo una reducción de 2.22% de área; mientras que en la laguna facultativa resultó menor tiempo de retención y área con el modelo matemático, 16.60 y 15.73%, respectivamente. Por último, en la laguna de maduración, el área se redujo 15.99%. En total, la reducción del área y tiempo de retención con el modelo de optimización resultó de 4.84 días y 841.49 metros cuadrados, que representa 15.16%. Según Rolim (2000) y Conagua-IMTA (2007a, 2007b), la principal desventaja de los sistemas lagunares es la gran área de terreno que requieren para su construcción.

La novedad, en comparación con las publicaciones de los autores Olukanni y Ducoste (2011), y Cortés-Martínez *et al.* (2013, 2014a, 2014b, 2015, 2016), es un modelo matemático integrado por tres lagunas, con restricciones de flujo disperso; el objetivo de la optimización es el área que ocupa el sistema.

### Análisis de sensibilidad

De acuerdo con Saltelli *et al.* (2008), el estudio consiste en realizar una modificación de los valores de entrada del modelo ( $X_d$ ,  $O_f$ ,  $Om$ ,  $N_{mampj}$ ,  $N_{mampm}$ ) en incrementos de  $\pm 2\%$ , con el propósito de observar los cambios en los resultados con respecto a los valores optimizados (0% de variación). La figura 4 muestra los resultados del análisis de sensibilidad.

En la figura 4, la coordenada (0.00, 1.00) indica los valores determinados por el modelo matemático. A partir de este punto se observa que cuando los parámetros de diseño se incrementan de 0.00 a 0.06, la demanda bioquímica de oxígeno y coliformes fecales decrecen, a diferencia de  $A_T$  que aumenta. Lo anterior se puede interpretar de la siguiente manera: a mayor tiempo de retención mayor área. Cuando los parámetros decrecen, la tendencia es inversa:

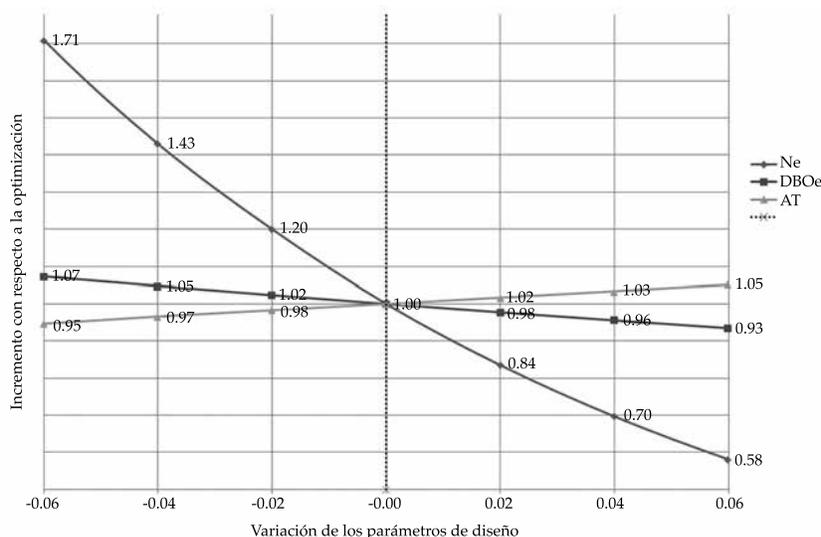


Figura 4. Análisis de sensibilidad del modelo matemático.

a menor tiempo de retención y número de mamparas mayor concentración de contaminantes (DBOe y Ne).

## Conclusiones

De acuerdo con los objetivos planteados con la aplicación del modelo matemático propuesto fue posible reducir el área en un sistema integrado por tres lagunas. El aporte del presente trabajo fue incluir la restricción para flujo disperso en el modelo matemático. Se obtuvieron mejores resultados: menor tiempo de retención y área. La diferencia con respecto a los resultados con la metodología tradicional es de consideración.

Es importante indicar que el criterio de optimización para la laguna anaerobia fue diferente: se consideró la relación largo-ancho. Para la laguna facultativa y de maduración se aplicaron las restricciones incluidas en el modelo matemático.

El análisis de sensibilidad usado en el modelo matemático resultó favorable al cambio de las variables. El criterio y análisis para la aplicación del modelo matemático propuesto se puede emplear en diferentes condiciones, pero

se necesitan cambiar los siguientes parámetros: temperatura promedio del mes más frío y evaporación.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al Programa de Fortalecimiento de la Calidad en las Instituciones Educativas (Profocie) 2015 por su apoyo en la realización de esta investigación.

## Referencias

- Abbas, H., Nasr, R., & Seif, H. (2006). Study of waste stabilization pond geometry for wastewater treatment efficiency. *Ecol. Eng.*, 28(1), 25-34.
- Agunwamba, J. C., Ochonogar, A., & Ukpog, E. C. (2003). Experimental and principal component analysis of waste stabilization ponds. *Journal of Applied Science, Engineering and Technology*, 3(1), 25-30.
- Aldana, G. J., Lloyd, B. J., Gugesarajah, K., & Bracho, N. (2005). The development and calibration of a physical model to assist in optimizing the hydraulic performance and design of maturation ponds. *Water Science and Technology*, 51(12), 173-181.
- Arceivala, S. J. (1973). Simple waste treatment methods: Aerated lagoons, oxidation ditches, stabilization ponds in Warm and temperate Climates. In: *METU Engineering Faculty Publication*, Middle East Technical University, (44), 156.

- Arceivala, S. J. (1981). Wastewater treatment and disposal. In: *Engineering and Ecology in Pollution Control*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Banda, C. G. (2007). *Computational fluid dynamics modeling of baffled waste stabilization ponds*. Ph.D. thesis. Leeds, UK: School of Civil Engineering, University of Leeds.
- Bracho, N., Lloyd, B., & Aldana, G. (2006). Optimization of hydraulic performance to maximize fecal coliform removal in maturation ponds. *Water Res.*, 40(8), 1677-1685.
- Conagua-IMTA (2007a). *Manual de diseño de agua potable, alcantarillado y saneamiento. Paquetes tecnológicos para el tratamiento de excretas y aguas residuales en comunidades rurales* (pp. 56-83). Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Conagua-IMTA (2007b). *Manual de diseño de agua potable, alcantarillado y saneamiento. Manual de diseño de lagunas de estabilización* (234 pp.). Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Luévanos-Rojas, A., & Luévanos-Rojas, R. (2013). Mathematical model for the optimization of the design of a facultative pond (case study). *Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS)*, 81(1), 127-145.
- Cortés Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Luévanos-Rojas, A., Luévanos-Rojas, R., & Uranga-Sifuentes, C. A. (2014a). Función objetivo en el diseño de la laguna facultativa (estudio de caso). *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 5(3), 433-447.
- Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Alcorta-García, M. A., Kalashnikov, V., & Luévanos-Rojas, R. (2014b). Mathematical Analysis for the Optimization of a Design in a Facultative Pond: Indicator Organism and Organic Matter. *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 652509.
- Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Alcorta-García, M. A., Sáenz-López, A., & González-Barrios, J. L. (2015). Optimización en el diseño de lagunas de estabilización con programación no lineal. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 6(2), 85-100.
- Cortés-Martínez, F., Treviño-Cansino, A., Sáenz-López, A., González-Barrios, J. L., & De la-Cruz-Acosta, F. J. (2016). Mathematical modeling and optimization in the design of a maturation pond. *Journal of Applied Research and Technology*, 14(2), 93-100.
- DOF (1996). *Norma Oficial Mexicana NOM-001-Semarnat-1996: que establece los límites máximos permisibles de contaminantes en las descargas de aguas residuales a los sistemas en aguas y bienes nacionales* (30 pp.). México, DF: Diario Oficial de la Federación.
- Fonseca, C. M., & Fleming, P. J. (1993). *Genetic algorithms for multi-objective optimization: formulation, discussion and generalization*. Citado el 18 febrero de 2015. Recuperado de [http://pdf.aminer.org/000/310/607/genetic\\_algorithms\\_for\\_multiobjective\\_optimization\\_formulationdiscussion\\_and\\_generalization.pdf](http://pdf.aminer.org/000/310/607/genetic_algorithms_for_multiobjective_optimization_formulationdiscussion_and_generalization.pdf).
- Fonseca, C. M., & Fleming, P. J. (1995). An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evol. Comput.*, 3(1), 1-16.
- Hamzeh, R., & Ponce, V. M. (2007). Design and performance of waste stabilization ponds. [Citado el 15 Marzo del 2015]. Disponible para la Word Wide Web: <http://ponce.sdsu.edu/ramadan/stabilizationponds.html>
- Killani, J. S., & Ogunrombi, J. A. (1984). Effects of baffles on the performance of model waste stabilization ponds. *Water Res.*, 18(8), 941-944.
- Lee, D. K., & Cheong, Y. W. (2014). A numerical flow analysis using the concept of inflow age for oxidation pond design. *Journal of Environmental Management*, (133), 388-396.
- Mara, D. D., Pearson, H. W., Oragui, J. I, Arridge, H., & Silva, S. A. (2001). *Development of a new approach to waste stabilization pond design*. Leeds, England: School of Civil Engineering, University of Leeds.
- Mara, D. (2004). *Domestic wastewater treatment in developing countries*. London: Earthscan Publications.
- Marais, G. V. R. (1974). Fecal bacterial kinetics in waste stabilization ponds. *Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE*, 100(EE1), 119-139.
- Metcalf & Eddy Inc. (1991). *Wastewater Engineering: Treatment, Disposal, Reuse*. New York: McGraw-Hill.
- Muramatsu, M. (2011). *Risk solver platform*. Version 11.5. Programa computacional Descarga en línea. Incline Village, USA: Frontline Systems Inc.
- Muttamara, S., & Puetpaiboon, U. (1996). Nitrogen removal in baffled waste stabilization ponds. *Water Sci. Technol.*, 33(7), 173-181.
- Muttamara, S., & Puetpaiboon, U. (1997). Roles of baffles in waste stabilization ponds. *Water Sci. Technol.*, 35(8), 275-284.
- Naddafi, K., Hassanvand, M. S., Dehghanifard, E., Razi, D. F., Mostofi, S., Kasaei, N., & Heidari, M. (2009). Performance evaluation of wastewater stabilization ponds in Arak-Iran. *Iran. J. Environ. Health. Sci. Eng.*, 6(1), 41-46.
- Olukanni, O. D., & Ducoste, J. J. (2011). Optimization of waste stabilization pond design for developing nations using computational fluid dynamics. *Ecol. Eng.*, 37(11), 1878-1888.
- Oke, I. A., & Otun, J. A. (2001). Mathematical analysis of economic sizing of stabilization ponds. *Nigerian J. Eng.*, 9(1), 13-21.
- Pedahzur, R., Nasser, A. M., Dor, I., Fattal, B., & Shuval, H. I. (1993). The effect of baffle installation on the performance of a single-cell stabilization pond. *Water Science and Technology*, 2(7), 45-52.
- Polprasert, C., & Bhattarai, K. K. (1985). Dispersion model for waste stabilization ponds. *Journal of Environmental Engineering Division, ASCE*, 111(1), 45-59.

- Rolim, M. S. (2000). *Sistemas de lagunas de estabilización. Cómo utilizar aguas residuales tratadas en sistemas de regadío (OPS/OMS)*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Rojas, V. F., & León, G. (1990). *Lagunas facultativas en serie y en paralelo. Criterios de Dimensionamiento (OMS/CEPIS)*. Lima. Citado el 23 de febrero de 2017. Recuperado de <http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/scan/028619/028619-07.pdf>.
- Sah, L., Rousseau, D. P. L., & Hooijmans, C. M. (2012). Numerical modelling of waste stabilization ponds: Where do we stand? *Water, Air & Soil Pollution*, 223(6), 3155-3171.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis the primer*. John Wiley & Sons.
- Senzia, M. A., Mayo, A. W., Mbawette, T. S. A., Katima, J. H. Y., & Jørgensen, S. E. (2002). Modelling nitrogen transformation and removal in primary facultative ponds. *Ecological Modelling*, 154(3), 207-215.
- Shilton, A., & Bailey, D. (2006). Drogue tracking by image processing for the study of Laboratory scale pond hydraulics. *Flow Measurement and Instrumentation*, 17(1), 69-74.
- Shilton, A., & Harrison, J. (2003). *Guidelines for the hydraulic design of waste stabilization ponds*. Palmerston North, New Zealand: Institute of Technology and Engineering, Massey University.
- Shilton, A. N., & Mara, D. D. (2005). CFD (computational fluid dynamics) modeling of baffles for optimizing tropical waste stabilization ponds system. *Water Sci. Technol.*, 51(12), 103-106.
- Sperling, M. V., Chernicharo, C. A., Soares, A. M., & Zerbini, A. M. (2002). Coliform and helminth eggs removal in a combined UASB reactor-baffled pond system in Brazil: performance evaluation and mathematical modelling. *Water Science and Technology*, 45(10), 237-242.
- Sperling, M., Chernicharo, C. A. L., Soares, A. M. E., & Zerbini, A. M. (2003). Evaluation and modelling of helminth eggs removal in baffled and unbaffled ponds treating anaerobic effluent. *Water Sci. Technol.*, 48(2), 113-120.
- WHO-EMRO (1987). *Wastewater stabilization ponds: Principles of planning and practice*. Tech. Pub. N. 10. Alejandría, Egypt: World Health Organization, Eastern Mediterranean Regional Office.
- Wehner, J. F., & Wilhelm, R. H. (1956). Boundary conditions of flow reactor. *Chemical Engineering Science*, 6(2), 89.
- Winfrey, B. K., Stronsnider, W. H., Nairn, R. W., & Strevett, K. A. (2010). Highly effective reduction of fecal indicator bacteria counts in an ecologically engineered municipal wastewater and acid mine drainage passive co-treatment system. *Ecol. Eng.*, 36(12), 1620-1626.
- Zanotelli, C. T., Medri, W., Belli-Filho, P., Perdomo, C. C., & Costa, R. H. R. (2002). Performance of a baffled facultative pond treating piggyery wastes. *Water Sci. Technol.*, 45(1), 49-53.

## Dirección institucional de los autores

Dr. Facundo Cortés-Martínez

Profesor investigador  
Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
fcortes@ujed.mx

M.I. Alejandro Treviño Cansino

Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
atrevinoc@ujed.mx

Dr. Arturo Tadeo Espinoza-Fraire

Profesor investigador  
Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
atespinza@ujed.mx

Dr. Agustín Sáenz López

Profesor investigador  
Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
aguspl@hotmail.com

Dra. María Aracelia Alcorta García

Profesora investigadora  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas  
Centro de Investigaciones en Ciencias Físico-Matemáticas  
Avenida Universidad s/n  
66451 San Nicolás de los Garza, Nuevo León, MÉXICO  
maria.alcortagr@uanl.edu.mx

*Dr. José Luis González Barrios*

Investigador titular  
Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas  
y Pecuarias  
Centro Nacional de Investigación Disciplinaria Relación  
Agua-Suelo-Planta- Atmósfera  
Margen Derecha Canal Sacramento  
35140 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 1590 105  
gonzalez.barrios@inifap.gob.mx

*M.C. Rodolfo Martínez Rojas*

Estudiante de Doctorado en Ingeniería con especialidad  
en Sistemas de Planeación y Construcción  
Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
rudu3\_rojas@hotmail.com

*M.C. Francisco Javier de la Cruz Acosta*

Estudiante de Doctorado en Ingeniería con especialidad  
en Sistemas de Planeación y Construcción  
Universidad Juárez del Estado de Durango, campus  
Gómez Palacio  
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Arquitectura  
Av. Universidad s/n, Fraccionamiento Filadelfia  
35120 Gómez Palacio, Durango, MÉXICO  
Teléfono: +52 (871) 7152 017  
javi\_fco@hotmail.com