

# Estimación del escurrimiento mensual en climas húmedos con base en modelos de regresión

• Daniel Francisco Campos-Aranda •

Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí

\*Autor de correspondencia

## Resumen

Campos-Aranda, D. F. (marzo-abril, 2015). Estimación del escurrimiento mensual en climas húmedos con base en modelos de regresión. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 6(2), 113-130.

La modelación matemática de la relación precipitación-escurrimiento (RPE) es indispensable debido a la escasez de datos tanto espacial como temporal. El establecimiento de la RPE en cuencas sin aforos es un ejemplo de la ausencia de datos en sitios de interés, y la estimación del registro futuro debido a cambios hidrológicos en la cuenca, inducidos o naturales, es un ejemplo de datos no factibles de medir. En ambos casos, contar con un modelo de la RPE regional permitirá realizar las evaluaciones necesarias. Para la estimación del volumen escurrido mensual, el modelo más simple que se puede establecer es la regresión polinomial mensual, la cual puede modelar una RPE lineal o curva. Además, tal planteamiento puede incluir el retraso mensual del escurrimiento, al promediar la precipitación antecedente. En este estudio se ajustó el modelo de regresión mensual a los datos conjuntos de precipitación y escurrimiento de las estaciones hidrométricas Tancuilín y El Cardón, de la Región Hidrológica 26 Parcial (Bajo Río Pánuco), con registros de 33 y 37 años, respectivamente. Se encontró que es posible regionalizar los coeficientes mensuales de los modelos de regresión con base en su coeficiente de escurrimiento promedio. Los contrastes realizados muestran que los modelos de regresión regionalizados permiten una excelente estimación del escurrimiento mensual, pues reproducen fielmente sus valores promedio mensuales y conducen a una buena aproximación de su dispersión, en cuencas pequeñas y medianas de climas húmedos.

**Palabras clave:** regresión lineal, coeficiente de correlación lineal, factor de transporte, coeficiente de escurrimiento promedio mensual, parámetros estadísticos, intervalo de confianza de la predicción, coeficiente de determinación de la predicción.

## Abstract

Campos-Aranda, D. F. (March-April, 2015). Estimation of Monthly Runoff in Humid Climates Using Regression Models. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 6(2), 113-130.

Mathematical modeling of the rainfall-runoff relationship (RRR) is indispensable when temporal and spatial data are scarce. Ungauged basins is one example of a lack of data at sites of interest. And future records of induced or natural hydrological changes in a basin is an example of data that cannot be measured. In both cases, the use of a regional RRR model makes it possible to perform the needed evaluations. The simplest model for estimating monthly runoff volume is a monthly polynomial regression, which can model a linear or curved RRR. In addition, this method can include the delay in monthly runoff by averaging antecedent precipitation. The present study fitted a monthly regression model to the joint set of precipitation and runoff data from the Tancuilín and El Cardón hydrometric stations in Partial Hydrological Region 26 (Lower Panuco River), with records containing 33 and 37 years respectively. The study found that the monthly coefficients of the regression models can be regionalized based on the average runoff coefficient. The comparisons performed show that regionalized regression models provide an excellent estimation of monthly runoff, accurately reproducing average monthly values. They also provide a good approximation of the dispersion in small and medium basins located in humid climates.

**Keywords:** Linear regression, linear correlation coefficient, transport factor, monthly average runoff coefficient, statistical parameters, confidence interval of prediction, determination coefficient of prediction.

---

Recibido: 16/07/2013  
Aceptado: 02/12/2014

---

## Introducción

Existen diferentes necesidades prácticas por las cuales se debe intentar modelar la relación precipitación-escurrimiento (RPE), por ejemplo la evaluación de los recursos hídricos, el pronóstico de las crecientes, o bien, la estimación del impacto de las descargas en la calidad del agua. Sin embargo, la razón principal por la cual se requiere modelar la RPE se debe a la limitación de las técnicas de medición hidrológica, pues actualmente no podemos medir todos los procesos físicos involucrados en una cuenca; de hecho, sólo se dispone de una capacidad de medición reducida tanto espacial como temporal. Debido a ello, siempre se requiere extrapolar las mediciones disponibles, por ejemplo en cuencas sin aforos (donde las mediciones no existen) o hacia el futuro (donde las mediciones no son posibles), para estimar el impacto de los cambios hidrológicos inducidos o probables (Beven, 2001).

Una clasificación básica para los diversos enfoques de modelación de la RPE distingue entre modelos *globales* y *distribuidos*, los primeros consideran a la cuenca como una unidad y sus variables de estado corresponden a los valores promedio de tal área; los segundos dividen la cuenca en áreas elementales o en una malla de cuadrados y sus variables de estado están asociadas con cada uno de tales elementos. La segunda distinción es entre modelos *determinísticos* y *estocásticos*. Los primeros producen una respuesta única para cada simulación que utiliza una serie de entradas y parámetros; en cambio, los segundos permiten cierta aleatoriedad o incertidumbre en sus respuestas debido a la variabilidad de sus variables de entrada, parámetros o condiciones de frontera (Beven, 2001). Otras clasificaciones más detalladas o exhaustivas de los modelos de la RPE se pueden consultar en Haan, Johnson y Brakensiek (1982), Singh (1995), y Sene (2010).

Desde que se inició la modelación de la RPE hacia mediados de la década de 1960, los modelos *conceptuales* y los de *caja negra* son los que más han proliferado. Los primeros emplean

representaciones matemáticas simplificadas de los principales procesos hidrológicos que ocurren en la cuenca, mientras que los segundos son totalmente matemáticos y se basan únicamente en las mediciones de entrada y salida de la cuenca, sin tomar en cuenta los procesos internos que transforman la precipitación en escurrimiento (Jones, 1997; Shaw, Beven, Chappell, & Lamb, 2011).

Mimikou y Rao (1983), y Anderson y Burt (1985) destacan que el tipo de modelo de la RPE conveniente para una cierta aplicación práctica depende principalmente de los factores siguientes: (1) la escala de tiempo usada en el modelado, (2) la existencia de mediciones de los parámetros físicos de la cuenca, (3) el tipo de datos hidrológicos disponibles y su confiabilidad, y (5) el tiempo y recursos humanos destinados a tal aplicación. También indican que cuando la escala de tiempo es grande, por ejemplo de un mes, los modelos simples son los más adecuados.

Los modelos de la RPE, en su aplicación práctica relativa a la evaluación de los recursos hídricos, permiten las siguientes estimaciones: (1) deducción de valores faltantes del registro; (2) ampliación del registro de la estación de aforos, antes de que iniciara su operación; (3) cálculo de entradas a embalses, cuando éstos suspendieron la estación hidrométrica, y (3) pronóstico de escurrimientos mensuales en cuencas con y sin aforos de una subregión, a través del uso conjunto de un modelo de pronóstico de la precipitación mensual.

El *objetivo* de este trabajo consiste en exponer con detalle el modelo general de regresión polinomial con memoria mensual, que considera a la precipitación como entrada, para modelar al escurrimiento como respuesta. El modelo se aplica, para su calibrado, a las cuencas de dos estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica 26 Parcial (Bajo Río Pánuco), Tancuilín, en el estado de San Luis Potosí, y El Cardón, Veracruz. Se indica además cómo *regionalizar* los parámetros de ajuste de los modelos de regresión mensuales con base en su coeficiente de escurrimiento promedio. Los contrastes rea-

lizados muestran que los modelos de regresión regionales constituyen una herramienta con buena aproximación para la estimación del escurrimiento mensual, en cuencas pequeñas y medianas de climas húmedos.

## Conceptos teóricos de apoyo

### Modelo general de regresión

Propuesto y aplicado por Mimikou y Rao (1983), es quizá el modelo matemático más simple que puede plantearse para reproducir la RPE a nivel mensual, sea ésta lineal o curva. Su expresión es:

$$V_{i,j} = \sum_{k=0}^K \beta_{j,k} \cdot \left( \frac{P_{i,j} + P_{i,j-1} + \dots + P_{i,j-m}}{m+1} \right)^k \quad (1)$$

siendo,  $V_{i,j}$  el escurrimiento mensual del  $i$ -ésimo año, con  $i$  variando de 1 a  $n$ , que es la amplitud del registro conjunto procesado, y  $j$  es número de mes, con 1 para enero y 12 para diciembre. Conviene expresar a  $V_{i,j}$  en la ecuación (1), en milímetros, lo cual equivale a dividir su valor en miles de metros cúbicos ( $10^3 \cdot m^3$ ) entre el área de cuenca  $A$  en  $km^2$ .  $P_{i,j}$  es la precipitación mensual representativa de la cuenca en milímetros.  $K$  y  $m$  son los parámetros del modelo y  $\beta_{j,k}$  son los coeficientes de regresión del modelo, los cuales se obtienen mediante un ajuste de mínimos cuadrados de los residuos. Sugawara (1992) indica que incluso en cuencas con una buena red de estaciones pluviométricas, sus factores de ponderación para obtener  $P_{i,j}$  no deben estar basados en sus propiedades geométricas, sino en sus condiciones meteorológicas, y pueden ser estimados buscando la mejor reproducción del escurrimiento observado.

### Selección de los parámetros del modelo

Los parámetros  $K$  y  $m$  definen la estructura del modelo. El primero determina su orden como ecuación de regresión polinomial y el segundo su memoria con respecto a la precipitación

mensual. Entonces, para estimar el valor de  $K$  se debe establecer la relación funcional entre el escurrimiento y la precipitación de cada mes; el primero como la variable dependiente en las ordenadas y la segunda como la variable independiente en las abscisas. Como tal relación pueden ser lineal o curva, en el primer caso  $K = 1$  y en el segundo  $K > 1$ . Mimikou y Rao (1983) indican que no es común encontrar valores de  $K$  diferentes en cada mes, y por ello este parámetro es considerado una característica de la cuenca que especifica el comportamiento mensual de la RPE.

Cuando alguna relación funcional mensual mostró gran dispersión, se debe establecer la relación entre  $V_{i,j}$  y un valor promedio de las precipitación de los meses  $j, j-1, \dots, j-m$ , con  $m$  indicando la memoria del proceso en el mes  $j$ . Por lo común, con  $m = 1$  es suficiente para mejorar la relación en cuencas pequeñas. Mimikou y Rao (1983) establecen que cuando la relación funcional no mejora al usar el promedio de la precipitación mensual y la del mes antecedente, el modelo definido por la ecuación (1) no es recomendable para reproducir tal RPE.

### Coefficientes de regresión y correlación de la relación funcional

Cuando  $K=1$ , la ecuación (1) es una línea recta, con  $\beta_{j,0}$  como ordenada al origen y  $\beta_{j,1}$  como pendiente de tal recta, cuyas expresiones del ajuste por mínimos cuadrados de los residuos son (Draper & Smith, 1998; Ryan, 1998; Montgomery, Peck, & Vining, 2002; Campos-Aranda, 2003):

$$\beta_{j,1} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,j} \cdot V_{i,j} - n \cdot \bar{P}_j \cdot \bar{V}_j}{\sum_{i=1}^n (P_{i,j})^2 - n \cdot (\bar{P}_j)^2} \quad (2)$$

$$\beta_{j,0} = \bar{V}_j - \beta_{j,1} \cdot \bar{P}_j \quad (3)$$

En las ecuaciones anteriores,  $P_{i,j}$  es la precipitación mensual cuando  $m = 0$  y puede ser el

promedio de la de dicho mes y el antecedente, si  $m = 1$ .  $\bar{P}_j$  y  $\bar{V}_j$  son los valores promedio mensual de la precipitación y el escurrimiento, ambos en milímetros. La medida cuantitativa de la relación funcional entre la precipitación y el escurrimiento se obtiene a través del coeficiente de correlación lineal ( $r_{xy}$ ), que establece el grado de asociación o dependencia entre ambas variables, con cero para puntos totalmente dispersos y uno cuando todos están sobre la línea recta. Su expresión es:

$$(r_{xy})_j = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{i,j} - \bar{P}_j) \cdot (V_{i,j} - \bar{V}_j)}{\left[ \sum_{i=1}^n (P_{i,j} - \bar{P}_j)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (V_{i,j} - \bar{V}_j)^2 \right]^{1/2}} \quad (4)$$

Cuando la relación funcional entre la precipitación y el escurrimiento es curva ( $K > 1$ ), se deberá ajustar un modelo de *regresión polinomial*, parabólico ( $K = 2$ ) o cúbico ( $K = 3$ ), cuya solución se obtiene con un planteamiento matricial que se puede consultar en Draper y Smith (1998), Ryan (1998), Montgomery *et al.* (2002) y Campos-Aranda (2003), así como su coeficiente de determinación ( $R^2 = r_{xy}^2$ ), el cual indica cuánta de la variabilidad de la variable dependiente es explicada por la regresión polinomial.

#### Intervalo de confianza de las predicciones

Una aplicación importante del modelo de la RPE o regresión lineal es predecir valores de la variable dependiente ( $V_j$ ), que correspondan a un cierto valor específico de la variable regresora ( $P_j$ ), los cuales incluyan su *intervalo de fluctuación probable*, asociado éste con un cierto nivel de confianza, por lo común de 95%. El intervalo de cada predicción se obtiene con base en el estadístico de la distribución  $t$  de Student, relativo al nivel de significación  $\alpha = 5\%$  y grados de libertad  $\nu = n - 2$ , en una prueba de dos colas; su expresión es (Draper & Smith, 1998; Ryan, 1998; Montgomery *et al.*, 2002):

$$\hat{V}_j \mp t_{\alpha, \nu} \left[ CMR_j \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(P_j - \bar{P}_j)^2}{var(P_j)} \right) \right]^{1/2} \quad (5)$$

en la cual:

$$CMR_j = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (V_{i,j} - \hat{V}_{i,j})^2 \quad (6)$$

$$var(P_j) = \sum_{i=1}^n (P_{i,j} - \bar{P}_j)^2 \quad (7)$$

$CMR_j$  es el cuadrado medio residual mensual y  $var(P_j)$  es la varianza de la precipitación mensual.  $\hat{V}_j$  y  $\hat{V}_{i,j}$  son estimaciones del escurrimiento mensual obtenidas con la ecuación (1). Para el cálculo del estadístico  $t_{\alpha, \nu}$  se utilizó el algoritmo computacional propuesto por Zelen y Severo (1972), cuyas expresiones son:

$$t_{\alpha, \nu} = x_p + \frac{g_1(x_p)}{\nu} + \frac{g_2(x_p)}{\nu^2} + \frac{g_3(x_p)}{\nu^3} + \frac{g_4(x_p)}{\nu^4} \quad (8)$$

$$g_1(x) = (x^3 + x) / 4$$

$$g_2(x) = (5x^5 + 16x^3 + 3x) / 96$$

$$g_3(x) = (3x^7 + 19x^5 + 17x^3 - 15x) / 384$$

$$g_4(x) = (79x^9 + 776x^7 + 1482x^5 - 1920x^3 - 945x) / 92160$$

siendo  $x_p$  la variable normal estandarizada, cuyos valores para niveles de significancia ( $\alpha$ ) de 10, 5 y 1%, en una prueba de dos colas son: 1.64485, 1.95996 y 2.57583;  $\nu$  son los grados de libertad. En la ecuación (5), si se suprime el primer sumando, es decir, el uno, se obtiene la expresión del intervalo de confianza de la respuesta media o de la recta de regresión, pues con ello se está eliminando una cantidad igual al  $CMR_j$  (Haan, 1977; Ryan, 1998; Draper & Smith, 1998; Montgomery *et al.*, 2002). Los

intervalos de confianza de la respuesta media se indicarán con línea punteada y los de la predicción con línea continua.

### Capacidad predictiva de la regresión lineal

Las principales hipótesis o premisas inherentes a la regresión lineal son: (1) la relación entre  $V_{i,j}$  y  $P_{i,j}$  es lineal; (2) los errores o *residuales* ( $e_{i,j} = V_{i,j} - \hat{V}_{i,j}$ ) tienen media cero y varianza constante; (3) los errores no están correlacionados, y (4) los errores tienen distribución normal. El análisis de los residuales permite verificar las hipótesis anteriores y el estudio de los residuales escalados es útil para detectar datos que sean atípicos o valores dispersos, es decir, observaciones que están separadas del resto de los datos y que influyen en la calidad del ajuste de la recta de regresión. Un escalamiento lógico consiste en dividir los residuales ( $e_{i,j}$ ) entre la raíz cuadrada del  $CMR_j$ , lo cual equivale a *estandarizar* los residuales que ahora tienen media cero y varianza aproximadamente unitaria; entonces un residual estandarizado mayor de 2 o 3 indica un valor atípico potencial. El escalamiento puede mejorarse dividiendo los residuales entre la desviación estándar exacta del  $i$ -ésimo residual, lo cual conduce a los *residuales estudentizados*, cuya expresión general es (Draper & Smith, 1998; Montgomery *et al.*, 2002):

$$r_{i,j} = \frac{e_{i,j}}{\sqrt{CMR_j(1-h_{ii})}} \quad (9)$$

$CMR_j$  se obtiene con la ecuación (6) y  $h_{ii}$  es el  $i$ -ésimo elemento de la diagonal principal de la *matriz de sombrero* (*Hat matrix*), denominada así porque transforma el vector de magnitudes observadas ( $y_i$ ) en un vector de valores estimados ( $\hat{y}_i$ ), como se demuestra en la ecuación (10);  $h_{ii}$  es una medida de la influencia que tiene el  $i$ -ésimo punto en el ajuste. Para el caso de la regresión lineal simple, sus valores varían de un mínimo de  $1/n$  a la unidad, en puntos extremos que ejercen influencia fuerte en el ajuste (Clarke, 1994). La solución en notación

matricial de la regresión lineal por mínimos cuadrados de los residuos para el vector de valores estimados es:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{y} \quad (10)$$

Entonces, la matriz  $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$  tiene  $n$  renglones y  $n$  columnas, es simétrica ( $\mathbf{H}' = \mathbf{H}$ ) y es idempotente ( $\mathbf{H}\mathbf{H} = \mathbf{H}$ ). Sus elementos de la diagonal principal se pueden calcular con la siguiente ecuación:

$$h_{ii} = \mathbf{x}'_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i \quad (11)$$

en la cual  $\mathbf{x}'_i$  es el  $i$ -ésimo renglón de la matriz  $\mathbf{X}$ . Para el caso particular de la regresión lineal con un solo regresor ( $x_i = P_{i,j}$ ), la expresión de  $h_{ii}$  corresponde a los dos últimos sumandos de la ecuación (5), es decir (Montgomery *et al.*, 2002):

$$(h_{ii})_j = \frac{1}{n} + \frac{(P_{i,j} - \bar{P}_j)^2}{var(P_j)} \quad (12)$$

en la cual  $var(P_j)$  se calcula con la ecuación (7). Un tercer tipo de residuales escalados son los *residuales eliminados* ( $e_{(i)}$ ) o *residuales PRESS*, llamados así porque permiten calcular tal estadística. Si se elimina la  $i$ -ésima observación, se ajusta el modelo de regresión a los  $n - 1$  datos restantes y se calcula la estimación de  $y_i$  correspondiente a la observación omitida se obtienen los residuales PRESS, cuya expresión es (Montgomery *et al.*, 2002):

$$[e_{(i)}]_j = [y_i - \hat{y}_{(i)}]_j = \frac{e_{i,j}}{1 - (h_{ii})_j} \quad (13)$$

La estadística *PRESS* (*PRediction Error Sum of Squares*) se define como la suma de los residuales *PRESS* al cuadrado y es una medida de lo bien que funciona un modelo de regresión para predecir nuevos datos; su fórmula es (Montgomery *et al.*, 2002):

$$PRESS_j = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{e_{i,j}}{1 - (h_{ii})_j} \right]^2 \quad (14)$$

Una aplicación importante de la estadística *PRESS* es la comparación entre modelos de regresión, de manera que, en general, es preferible un modelo con menor *PRESS* a otro con un valor más grande. Además, con base en la estadística *PRESS* se puede calcular un indicador parecido al coeficiente de determinación ( $R^2$ ) para predicción, cuya expresión es (Montgomery *et al.*, 2002):

$$(R^2_{predic})_j = \left[ 1 - \frac{PRESS_j}{var(V_j)} \right] \cdot 100 \quad (15)$$

El denominador  $var(V_j)$  se calcula con la ecuación (7). El estadístico  $R^2_{predic}$  establece numéricamente la capacidad predictiva del modelo de regresión, definiendo el porcentaje que se explicará de la variabilidad cuando se hagan las predicciones, en comparación con el porcentaje de variabilidad de los datos originales, explicado por el ajuste de mínimos cuadrados [ $R^2 = 100 \cdot (r_{xy})^2$ ].

#### Factor de transporte de la precipitación mensual

Se designa por *estación pluviométrica base* la que aporta el registro de precipitación mensual que será considerado representativo de la precipitación en la cuenca. Comúnmente en cuencas pequeñas dicha estación no se ubica cerca de su centro de gravedad (*cg*) y por ello su valor de precipitación media anual (*Pmab*) resulta diferente al que se estima para tal cuenca (*Pmac*), por ejemplo a través de las curvas isoyetas promedio anual, precisamente en su *cg*. Entonces el factor de transporte o correctivo (*Fc*) de la precipitación mensual de la estación base es:

$$Fc = \frac{Pmac}{Pmab} \quad (16)$$

#### Coefficientes de escurrimiento promedio mensuales

Mimikou y Rao (1983) usaron los coeficientes de escurrimiento promedio mensuales (*Ce*) para establecer relaciones con los coeficientes de regresión, válidos dentro de una región geográfica. Campos-Aranda (2013) encontró que los *Ce* muestran similitud por subregiones o áreas geográficas. Con base en lo anterior, los *Ce* serán utilizados para *regionalizar* los resultados de los modelos mensuales encontrados. Teniendo definida el área de cuenca *A* en km<sup>2</sup>, es decir en millones de m<sup>2</sup>, y el factor correctivo (*Fc*), entonces la fórmula de cada *Ce* será:

$$(Ce)_j = \frac{\bar{V}_j}{A \cdot Fc \cdot \bar{Pb}_j} \quad (17)$$

en la cual  $\bar{V}_j$  es el volumen escurrido promedio mensual en miles de m<sup>3</sup> y  $\bar{Pb}_j$  es la precipitación promedio mensual en la estación base en milímetros.

### Información hidrológica procesada

#### Estación hidrométrica Tancuilín

##### Características generales

Ubicada en la cuenca baja del río Pánuco (Región Hidrológica 26) y perteneciente al estado de San Luis Potosí, tiene un área de cuenca de 321 km<sup>2</sup>, una *Pmac* de 2950 milímetros (INEGI, 1980) y únicamente cuenta con la estación pluviométrica del mismo nombre, ubicada en el sitio de aforos. En la figura 1 se muestra la ubicación de ambas estaciones y de su cuenca. Toda la información hidrométrica utilizada de esta estación procede del sistema *BANDAS* (IMTA, 2002). La información pluviométrica fue obtenida en las oficinas de la Comisión Nacional del Agua (Conagua) en San Luis Potosí. El detalle de sus años incompletos y faltantes se indica para ambas estaciones en el cuadro 1.

Cuadro 1. Características generales y del registro disponible en las estaciones hidrométricas y pluviométricas procesadas.

Hidrométrica Pluviométrica	Clave	Latitud norte	Longitud WG	Inicio del registro	Final del registro	Años incompletos o (faltantes)
Tancuilín	26291	21° 23'	98° 52'	Julio de 1960	Diciembre de 2002	1995, 1996, 2000
Tancuilín	24084	21° 23'	98° 52'	Enero de 1961	Octubre de 2012	1986-2001 (1985)
El Cardón	26286	21° 23'	98° 28'	Junio de 1960	Diciembre de 2002	1995, 1998, 1999, 2000
El Cardón	30046	21° 23'	98° 28'	Septiembre de 1960	Noviembre de 2012	1994, 1997-2000
San Martín Chalchicuatla	24009	21° 21'	98° 40'	Enero de 1961	Noviembre de 2012	1964-1969 (1968, 1993)
Chapulhuacanito	24122	21° 14'	98° 46'	Septiembre de 1972	Noviembre de 2012	1977, 1985 (1978)

#### Deducción de datos mensuales faltantes

En todas las estaciones pluviométricas procesadas, sus datos mensuales faltantes se consideraron igual a la *moda* del registro total disponible, obtenida a través del ajuste de la distribución Gamma de dos parámetros (Campos-Aranda, 2005). En la estación hidrométrica Tancuilín, el mayor periodo común de datos de escurrimiento y precipitación mensuales que se logró establecer fue de 1961 a 1994, con 1985 faltante, es decir de 33 años. Este registro de precipitación conduce a un valor de la  $P_{mab} = 2\ 240.9$  mm, por lo cual el  $F_c$  resulta de 1.3164.

#### Pruebas de homogeneidad

Con base en los valores anuales de escurrimiento y precipitación del registro conjunto, se verificó su calidad estadística por medio de una prueba general, la de Von Neumann (VN), que detecta no aleatoriedad contra componentes determinísticas no especificadas. Además, se aplicaron dos pruebas de persistencia, la de Anderson (PA) y la de Sneyers (PS), así como dos más de tendencia, las de Kendall (TK) y Spearman (TS). La prueba de Cramer (PC) de diferencia de medias se aplicó utilizando dos subperiodos iguales a la mitad del registro: uno al inicio y otro al final. Por último, la prueba de constancia de variabilidad de Bartlett (VB) se aplicó dividiendo cada registro en tres o cuatro subperiodos, según la amplitud del registro (WMO, 1971; Ruiz-Maya, 1977; Buishand, 1982; Campos-Aranda, 2005).

Para los registros comunes de las estaciones hidrométrica y pluviométrica Tancuilín, los resultados de las siete pruebas estadísticas aplicadas, mostrados en el cuadro 2, indican que son homogéneos, es decir, que no tienen componentes determinísticas.

#### Relaciones funcionales

En las figuras 2 a 5 se muestran las relaciones funcionales de los meses de enero, febrero y julio; se observa que todas ellas son lineales, al igual que las del resto de los meses. Por otra parte, en el cuadro 3 se indican los coeficientes de correlación ( $r_{xy}$ ) y sus correspondientes coeficientes de determinación ( $R^2$ ,  $R^2_{predic}$ ) obtenidos al realizar el ajuste lineal de mínimos cuadrados de los residuos (ecuaciones (4) y (15)). En todos los ajustes no se eliminaron valores dispersos, por tanto el número de parejas ( $n$ ) fue siempre de 33.

Para la estación hidrométrica Tancuilín, se observa que en los meses de febrero, abril, mayo y de octubre a diciembre se tienen los valores de  $r_{xy}$  más bajos. Para definir el valor mínimo del  $r_{xy}$  que es estadísticamente diferente de cero, se aplicó una prueba basada en la distribución  $t$  de Student (Yevjevich, 1972) con un nivel  $\alpha$  de significancia de 5%, obteniéndose para  $n = 33$  un valor de  $r_{xy} = 0.34$ . Entonces, los valores de  $r_{xy}$  obtenidos en febrero y diciembre no son estadísticamente diferentes de cero. Por lo anterior, en tales meses y en el resto de los citados con valores bajos de  $r_{xy}$  se usará  $m = 1$  para mejorar la correlación.

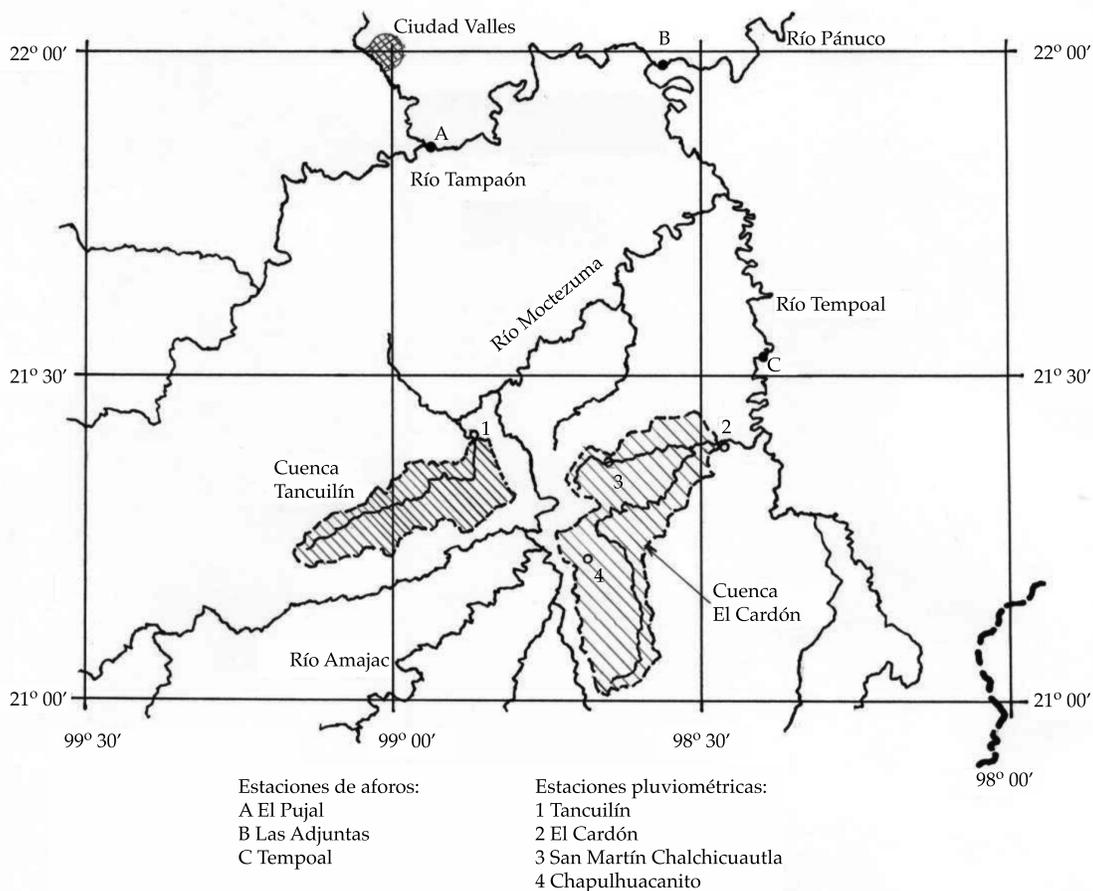


Figura 1. Localización de las cuencas y pluviómetros de las estaciones hidrométricas Tancuilín y El Cardón, dentro de la Región Hidrológica 26 Parcial (Bajo Río Pánuco).

Cuadro 2. Descripción de registros, magnitudes características y resultados de las pruebas de homogeneidad aplicadas.

Hidrométrica (m³) pluviométrica (mm)	Periodo de registro (años)	Parámetros estadísticos*				Pruebas estadísticas aplicadas							
		M	DE	Cv	r <sub>1</sub>	VN	PA	PS	TK	TS	PC <sub>1</sub>	PC <sub>2</sub>	VB
Tancuilín	1961-1994 (33)	453 444.7	200 813.2	0.443	-0.026	H	H	H	H	H	H	H	H
Tancuilín	1961-1994 (33)	2 240.9	519.5	0.232	0.092	H	H	H	H	H	H	H	H
El Cardón	1961-1997 (37)	391 219.3	183 543.9	0.469	0.179	H	H	NH	H	H	H	H	H
El Cardón (original)	1961-1997 (37)	1 228.7	317.4	0.258	0.240	H	H	NH	H	H	H	H	H
El Cardón (integrado)	1961-1997 (37)	1 580.9	353.2	0.223	0.134	H	H	H	H	H	H	H	H
San M. Chalchicuautila	1961-1997 (37)	1 471.4	361.8	0.246	0.351	NH	NH	NH	H	H	H	H	H
Chapulhuacanito	1973-1997 (25)	1 908.1	455.4	0.239	-0.167	H	H	H	H	H	H	H	H

\* Simbología:

M media aritmética, en m³ o mm.

DE desviación estándar, en m³ o mm.

Cv coeficiente de variación, adimensional.

r<sub>1</sub> coeficiente de correlación serial de orden 1, adimensional.

H homogénea.

NH no homogénea.

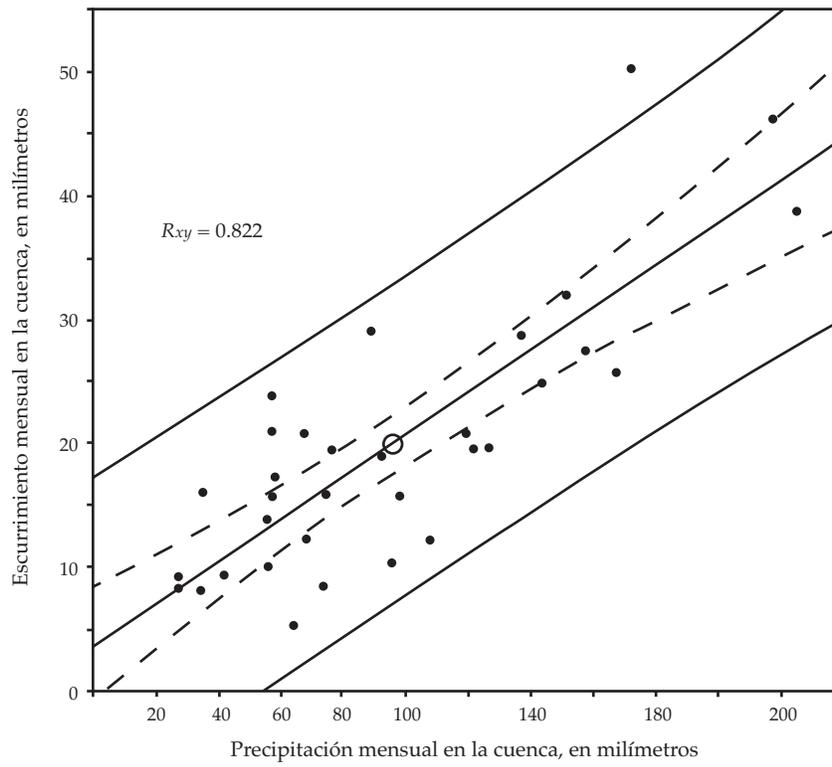


Figura 2. Relación funcional precipitación-escurrimiento del mes de enero en la estación hidrométrica Tancuilín.

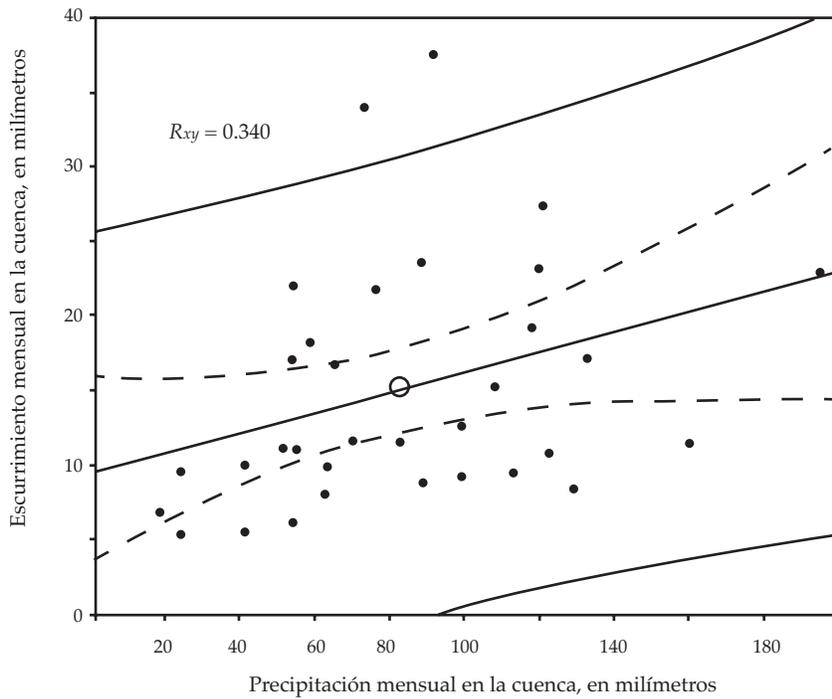


Figura 3. Relación funcional precipitación-escurrimiento del mes de febrero en la estación hidrométrica Tancuilín.

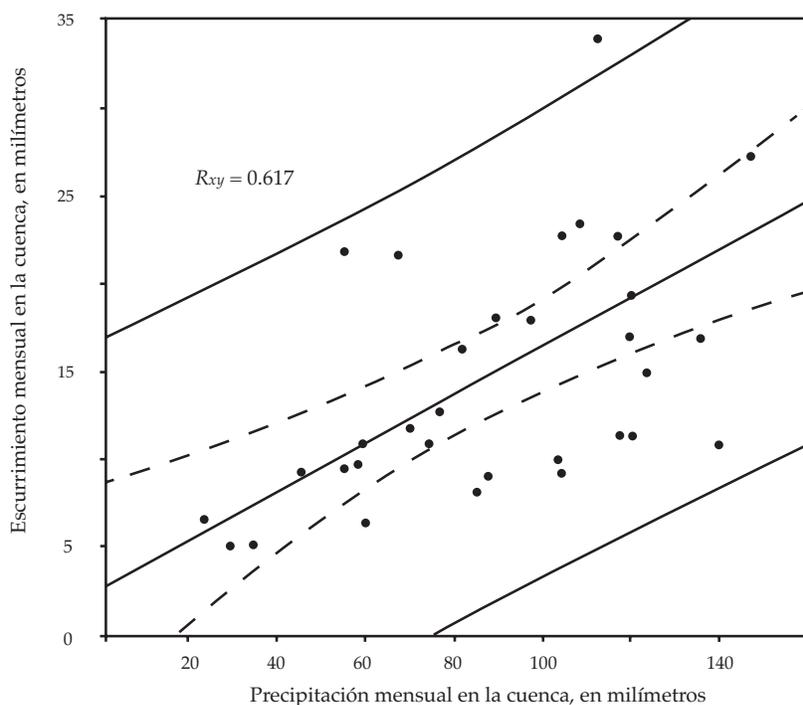


Figura 4. Relación funcional precipitación-escorrimiento del mes de febrero con enero en la estación hidrométrica Tancuilín.

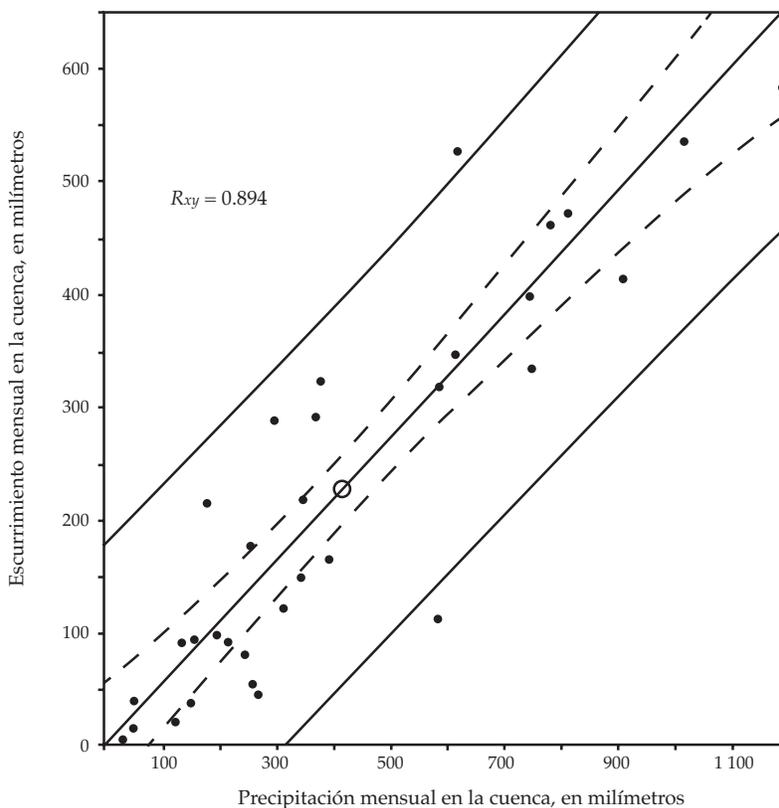


Figura 5. Relación funcional precipitación-escorrimiento del mes de julio en la estación hidrométrica Tancuilín.

Cuadro 3. Coeficientes de correlación mensuales ( $r_{xy}$ ) y de determinación ( $R^2$ ) entre el escurrimiento y la precipitación mensuales en las estaciones hidrométricas indicadas

Estación hidrométrica	E	F	M	A	M'	J	J'	A'	S	O	N	D
Tancuilín ( $r_{xy}$ con $m = 0$ )	0.822	0.340	0.712	0.567	0.581	0.727	0.894	0.799	0.761	0.473	0.589	0.124
Tancuilín ( $r_{xy}$ con $m = 1$ )	-	0.617	-	0.614	0.517	-	-	-	-	0.556	0.366	0.635
Tancuilín ( $R^2$ )	0.676	0.380	0.507	0.375	0.337	0.529	0.799	0.638	0.580	0.309	0.347	0.404
Tancuilín ( $R^2$ ) <sub>predic</sub>	0.630	0.286	0.403	0.250	0.161	0.407	0.771	0.586	0.509	0.176	0.003	0.263
El Cardón ( $r_{xy}$ con $m = 0$ )	0.717	0.367	0.814	0.604	0.569	0.886	0.856	0.830	0.893	0.711	0.638	0.617
El Cardón ( $r_{xy}$ con $m = 1$ )	-	0.734	-	0.722	0.547	-	-	-	-	0.482	0.581	0.755
El Cardón ( $R^2$ )	0.514	0.539	0.662	0.521	0.324	0.785	0.732	0.688	0.797	0.505	0.407	0.570
El Cardón ( $R^2$ ) <sub>predic</sub>	0.312	0.494	0.602	0.420	0.217	0.736	0.691	0.636	0.772	0.322	0.103	0.526

Cuadro 4. Coeficientes de regresión ( $\beta_{j,k}$ ) de los modelos mensuales en las estaciones hidrométricas indicadas.

Estación hidrométrica (coef. de regresión)	E	F	M	A	M'	J	J'	A'	S	O	N	D
Tancuilín ( $\beta_{j,0}$ )	3.730	2.679	5.284	5.008	9.499	-32.355	3.866	-3.011	-31.244	-38.410	9.360	-4.007
Tancuilín ( $\beta_{j,1}$ )	0.168	0.140	0.102	0.151	0.113	0.496	0.538	0.525	0.725	0.563	0.407	0.313
El Cardón ( $\beta_{j,0}$ )	3.634	-0.706	2.349	-4.696	-4.690	-39.655	-4.466	-10.540	-57.188	-13.817	16.926	1.699
El Cardón ( $\beta_{j,1}$ )	0.234	0.271	0.175	0.303	0.215	0.411	0.431	0.359	0.664	0.676	0.219	0.299

Cuadro 5. Coeficientes de escurrimiento promedio mensuales ( $C_e$ ) en las estaciones hidrométricas indicadas.

Estación hidrométrica	E	F	M	A	M'	J	J'	A'	S	O	N	D	Anual
Tancuilín	0.207	0.185	0.162	0.180	0.152	0.414	0.548	0.518	0.672	0.730	0.465	0.383	0.466
El Cardón	0.300	0.289	0.219	0.191	0.182	0.267	0.411	0.311	0.493	0.592	0.405	0.426	0.351

En la figura 4 se muestra la nueva relación funcional de febrero, cuyo  $r_{xy}$  ahora es de 0.617. También en diciembre mejora de forma notable la correlación, e incluso sensiblemente en abril y octubre, no así en mayo y noviembre. En las figuras expuestas y en las siguientes, los límites de confianza de la respuesta media se han dibujado con línea punteada y los de la predicción (ecuación (5)) con línea continua.

#### Coeficientes de regresión y de escurrimiento

Definida la memoria del modelo en cada mes, en el cuadro 4 se muestran los coeficientes de regresión obtenidos mediante el ajuste de mínimos cuadrados de los residuos de la ecuación (1) (ecuaciones (2) y (3)), con  $n = 33$  en la estación de aforos Tancuilín.

Para los datos simultáneos de precipitación y escurrimiento mensuales en Tancuilín, la aplicación de la ecuación (17) condujo a los valores del  $C_e$  mostrados en el cuadro 5. Estos valores corresponden al promedio de 33 años y se han indicado en las relaciones funcionales mostradas (figuras 2, 3 y 5) con un círculo sobre la recta de regresión.

#### Estación hidrométrica El Cardón

##### Características generales

Pertenciente al sistema del río Tempoal de la Región Hidrológica 26 (Bajo Pánuco), se ubica en el estado de Veracruz, tiene un área de cuenca de 609 km<sup>2</sup>, una  $P_{mac}$  de 1 750 milímetros (INEGI, 1980) y dos estaciones pluviométricas

se localizan dentro de su cuenca, además del pluviómetro ubicado en la estación de aforos. En la figura 1 se muestra su cuenca y la ubicación de sus estaciones pluviométricas. Nuevamente, la información hidrométrica procede del sistema BANDAS (IMTA, 2002) y la pluviométrica fue obtenida en la Conagua de San Luis Potosí. El periodo común de datos de escurrimiento y precipitación mensuales quedó definido de 1961 a 1997 ( $n = 37$ ), pues el registro hidrométrico tiene los años 1998 a 2000 incompletos. De acuerdo con los registros disponibles de precipitación (ver cuadro 1) y con los polígonos de Thiessen, los porcentajes de área de cuenca en cada pluviómetro son: en el periodo de 1961 a 1972, El Cardón 20% y San Martín Chalchicuatla 80%; en cambio, en el lapso de 1973 a 1997 son: El Cardón 20%, San Martín Chalchicuatla 30% y Chapulhuacanito 50%. El registro integrado conduce a una  $P_{mab} = 1\ 580.9$  mm, por lo cual el  $F_c$  resulta de 1.1070.

#### Deducción de datos faltantes

Como ya se indicó, en estas tres estaciones pluviométricas sus datos mensuales faltantes se adoptaron igual a su *moda*, estimada con todos los datos disponibles de tal mes y a través de la función Gamma de dos parámetros (Campos-Aranda, 2005). Para la estimación de los años faltantes de San Martín Chalchicuatla primero se realizó una regresión lineal entre sus valores anuales y los de la estación El Cardón con 31 parejas de datos; se obtuvo un  $r_{xy}$  de 0.820 sin eliminar valores dispersos. Se calcularon con tal modelo los valores anuales faltantes de 1968 y 1993 y se encontró su relación con la magnitud respectiva de El Cardón; cada relación encontrada se aplicó a los valores mensuales para obtener las precipitaciones de tal año en San Martín Chalchicuatla. El mismo procedimiento se utilizó para estimar los valores mensuales faltantes del año 1978 en Chapulhuacanito, con base en el registro de San Martín Chalchicuatla. Una correlación de 0.819 fue encontrada con 23 parejas de datos. El volumen escurrido faltante en diciembre de

1995 se estimó con la moda de 37 valores, al incluir al año 2001.

#### Pruebas de homogeneidad

En el cuadro 2 se han concentrado los resultados de las pruebas estadísticas aplicadas a los registros de volumen escurrido anual en la estación El Cardón, y los otros cuatro de precipitación anual involucrados en la estimación del régimen representativo de lluvia mensual en la cuenca de la estación de aforos citada. Se observa que el registro original de precipitación en El Cardón presenta persistencia ligera, detectada únicamente con la prueba de Sneyers, y que el registro de San Martín Chalchicuatla tiene persistencia según las tres pruebas iniciales. No existiendo la posibilidad de sustituir esta última estación, se espera que su impacto en el registro que se integra para la cuenca no sea notable debido a su menor amplitud.

#### Relaciones funcionales

En las figuras 6, 7 y 8 se muestran las relaciones funcionales de los meses de enero, febrero y septiembre, observándose que definen modelos lineales, al igual que el resto de los meses. En el cuadro 3 se muestran los valores del  $r_{xy}$  mensual, definiéndose que febrero, abril, mayo y de octubre a diciembre tienen sus magnitudes más bajas. Para  $n = 37$  y  $\alpha = 5\%$  se define un  $r_{xy}$  estadísticamente diferente de cero mayor de 0.32 (Yevjevich, 1972), por lo cual todos los  $r_{xy}$  de El Cardón son aceptables, pero podrán mejorar al considerar  $m = 1$ . Ello se logra únicamente en febrero, abril y diciembre.

#### Coefficientes de regresión y de escurrimiento

En el cuadro 4 se muestran los coeficientes de regresión respectivos a los modelos mensuales definidos para la estación de aforos El Cardón. Por último, en el cuadro 5 se tienen los coeficientes de escurrimiento respectivos, estimados a través de la ecuación (17), los cuales se han indicado en las relaciones funcionales

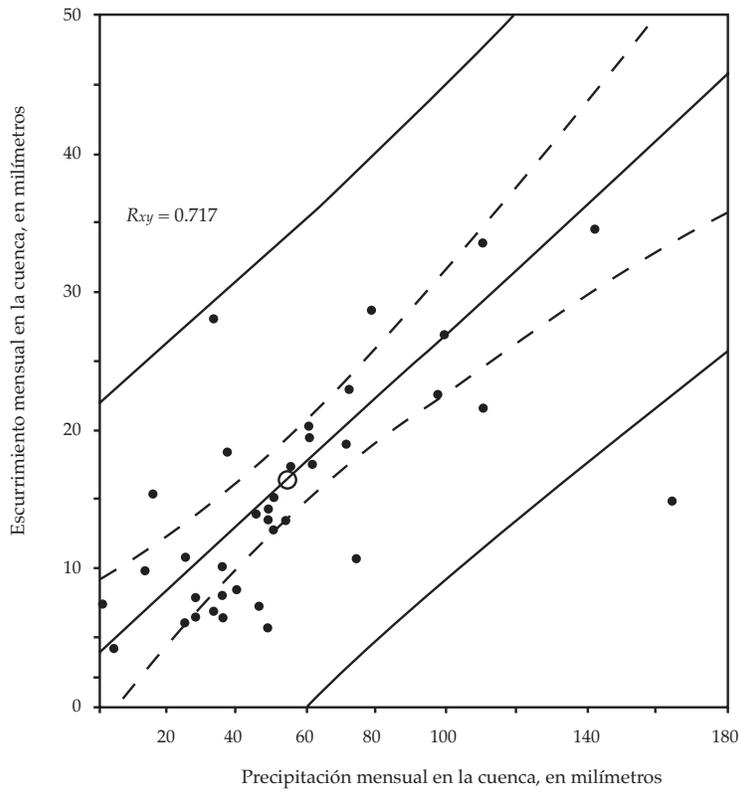


Figura 6. Relación funcional precipitación-escorrimento del mes de enero en la estación hidrométrica El Cardón.

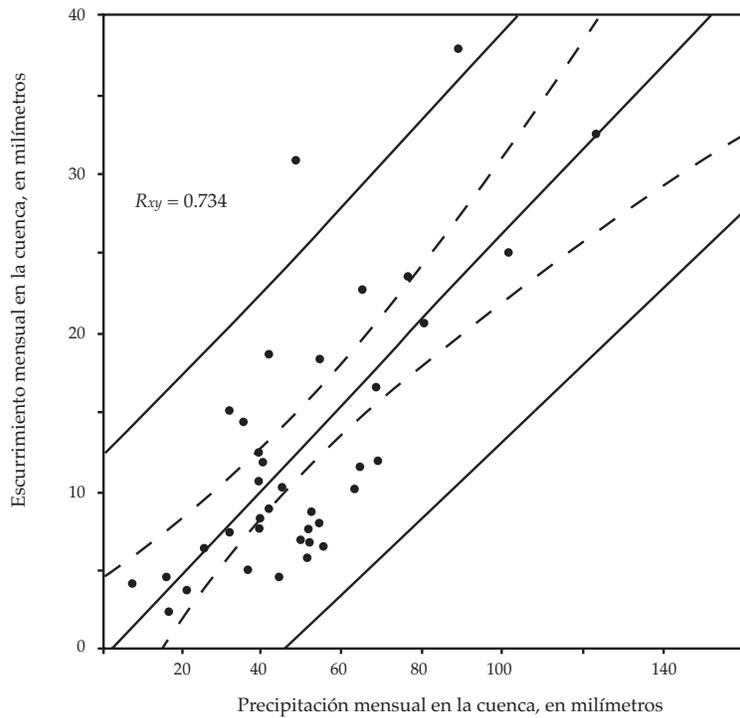


Figura 7. Relación funcional precipitación-escorrimento del mes de febrero con enero en la estación hidrométrica El Cardón.

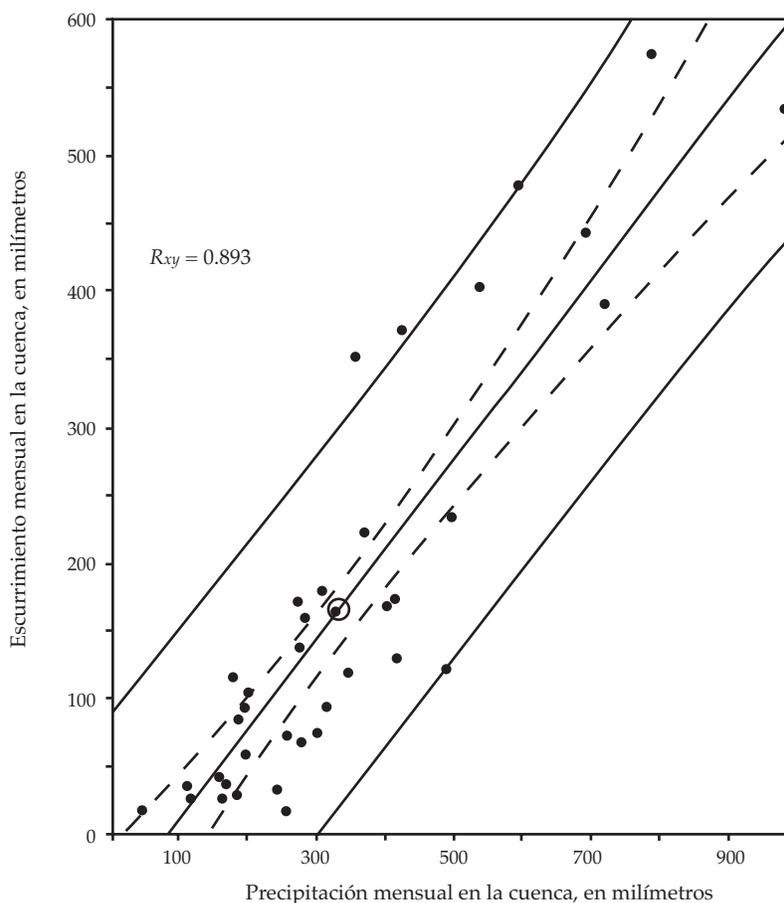


Figura 8. Relación funcional precipitación-escurrimiento del mes de septiembre en la estación hidrométrica El Cardón.

mostradas (figuras 6 y 8) con un círculo sobre la recta de regresión.

## Análisis de los resultados

### Comentarios generales

Los valores del coeficiente de correlación mensual ( $r_{xy}$ ) mostrados en el cuadro 3 varían de un máximo de 0.894 en el periodo lluvioso a un mínimo de 0.569 en el mes de mayo. Tales magnitudes pueden ser consideradas aceptables, únicamente para continuar con los análisis regionales y llegar a ilustrar la aplicación de los modelos de regresión regional para estimar el escurrimiento mensual. Sin embargo, se aclara que los valores de  $r_{xy}$  deben ser mayores de 0.92 en todos los meses, como lo obtuvieron Mi-

mikou y Rao (1983), para alcanzar resultados más congruentes o con menor dispersión que los que serán mostrados.

En los resultados del cuadro 3 están implícitas las dos deficiencias siguientes: (1) para la estación hidrométrica Tancuilín, su única estación pluviométrica no se ubica dentro de su cuenca; (2) en la cuenca de la hidrométrica El Cardón, sus dos estaciones pluviométricas disponibles se localizan en la mitad inferior de su área, dejando la zona montañosa sin registro de precipitación (ver figura 1).

Aunque las cuencas de las estaciones de aforos Tancuilín y El Cardón están cercanas, sus precipitaciones medias anuales estimadas en ellas son bastante diferentes, con valores de 2 950 y 1 750 milímetros, respectivamente. Lo anterior se ve reflejado en las magnitudes

encontradas para los coeficientes de escurrimiento promedio mensuales ( $Ce$ ) expuestos en el cuadro 5.

### Regionalización de resultados

En las figuras 9 y 10 se presentan las gráficas que relacionan los coeficientes de escurrimiento promedio mensuales ( $Ce$ ) y las ordenadas al origen ( $\beta_{j,0}$ ), así como la pendiente ( $\beta_{j,1}$ ) de las relaciones funcionales encontradas para las estaciones hidrométricas Tancuilín y El Cardón. La gráfica de  $Ce_j$  contra  $\beta_{j,0}$  presenta gran dispersión, su relación lineal tiene un coeficiente de correlación lineal ( $r_{xy}$ ) de 0.593 con 22 parejas de datos, al eliminar junio y septiembre de la estación El Cardón; suprimiendo además noviembre de El Cardón y junio de Tancuilín, se alcanza un  $r_{xy}$  de 0.698, con prácticamente la misma ecuación lineal, que es:

$$\beta_{j,0} = 13.467 - 47.426 \cdot Ce_j \quad (7)$$

Por el contrario, la gráfica de  $Ce_j$  con  $\beta_{j,1}$  muestra una excelente relación lineal, cuyo  $r_{xy}$  resultó de 0.920, con 22 parejas de datos al eliminar octubre de Tancuilín y noviembre de El Cardón. La expresión de tal relación es:

$$\beta_{j,1} = -0.0332 + 1.116 \cdot Ce_j \quad (8)$$

Esta relación muestra dos aspectos interesantes: (1) prácticamente no tiene ordenada al origen y (2) su pendiente es casi igual al  $Ce_j$ .

### Contraste del modelo regional

El planteamiento adoptado fue el siguiente: emplear las *relaciones regionales* definidas por las ecuaciones (7) y (8) para obtener los coeficientes de regresión de cada modelo mensual, aceptando que se conocen los valores del  $Ce_j$  (cuadro 5). Cada modelo mensual se aplica en el periodo disponible de precipitación, para estimar el volumen escurrido mensual;

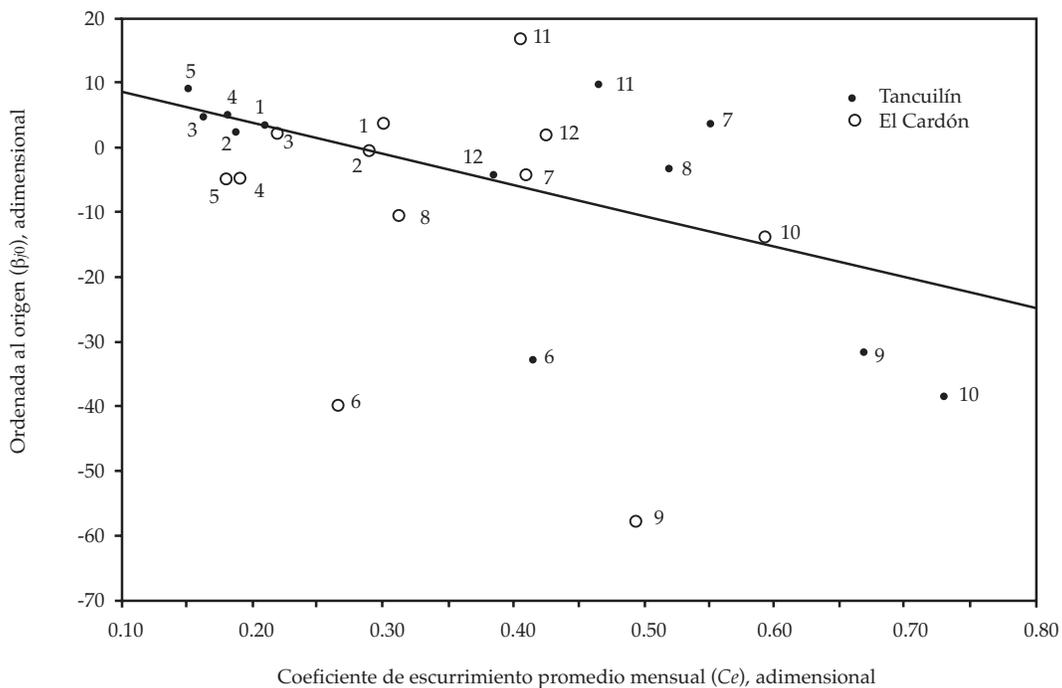
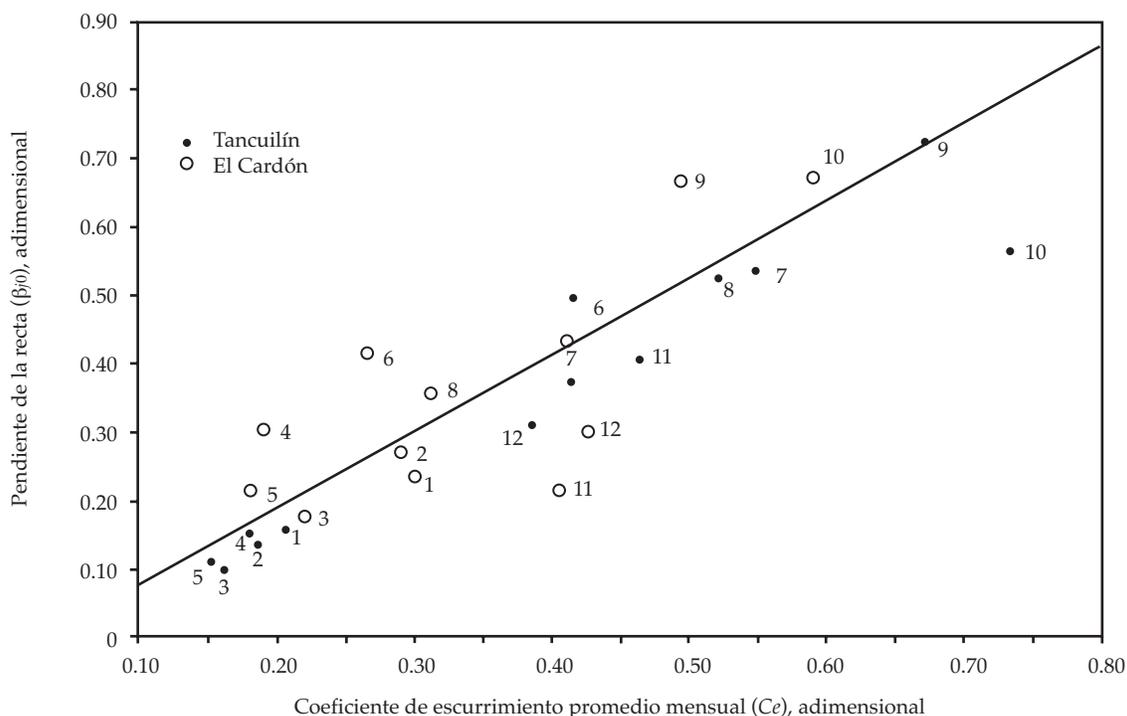


Figura 9. Diagrama de dispersión regional de la ordenada al origen ( $\beta_{j,0}$ ) de los modelos de regresión.

Figura 10. Diagrama de dispersión regional de la pendiente ( $\beta_{\mu_i}$ ) de los modelos de regresión.Cuadro 6. Valores observados y estimados en miles de  $m^3$  de la media aritmética ( $M$ ) y la desviación estándar ( $DE$ ) del escurrimiento mensual en las estaciones hidrométricas Tancuilín y El Cardón.

Estación hidrométrica	Parámetro estadístico	E	F	M	A	M'	J	J'	A'	S	O	N	D
Tancuilín	$M_{obs}$	6 345	4 841	4 573	6 458	12 131	52 447	72 621	64 739	127 327	66 605	23 914	11 444
	$M_{est}$	7 233	6 427	6 021	6 953	12 932	52 313	72 682	64 572	129 798	102 822	22 202	14 504
	$DE_{obs}$	3 450	2 569	2 618	5 192	10 884	58 628	58 119	50 743	98 732	57 232	29 139	11 114
	$DE_{est}$	3 341	1 958	2 697	3 527	7 603	36 847	55 827	42 043	74 275	44 208	20 494	8 881
El Cardón	$M_{obs}$	10 144	7 818	7 087	9 740	15 672	44 428	57 772	42 034	100 379	59 292	22 483	14 405
	$M_{est}$	9 751	8 661	8 708	101 746	17 604	44 627	56 070	41 612	99 238	51 477	19 776	15 667
	$DE_{obs}$	7 417	5 246	5 459	10 444	19 071	53 090	52 477	37 066	91 583	59 615	14 183	10 052
	$DE_{est}$	6 850	4 112	5 364	4 480	8 590	30 268	44 348	26 905	63 683	37 228	17 277	11 218

a continuación se cuantifican las medias y desviaciones estándar mensuales tanto de los escurrimientos estimados como de los observados. En el cuadro 6 se han concentrado los resultados obtenidos.

Para la estación de aforos Tancuilín se tiene que durante los meses de enero a marzo el modelo sobreestima ligeramente la media, así como en octubre; para el resto de los meses

su correspondencia es excelente. Respecto a la dispersión, se deduce que en los meses de coeficientes de correlación lineal bajos (cuadro 3), como son febrero, abril, mayo y de octubre a diciembre, se tienen las mayores diferencias para los valores de la desviación estándar. En la estación de aforos El Cardón algunas estimaciones de la media son escasamente superiores a lo observado y deficientes en la época de llu-

vias; las mayores diferencias entre las desviaciones estándar ocurren en los meses de menor coeficiente de correlación lineal (cuadro 3), que son abril y mayo; para el resto de los meses, tales diferencias son reducidas, e incluso hay meses donde la dispersión estimada es mayor que la observada, tal es el caso de noviembre y diciembre.

## Conclusiones

*Primera:* la simplicidad de un modelo precipitación-escurrimiento no implica que éste sea aproximado, sobre todo en el modelado del escurrimiento mensual en climas húmedos. Lo anterior fue demostrado a través del uso de un modelo de regresión lineal regional aplicado por meses. El parámetro de orden del modelo ( $K$ ) es una característica de la cuenca y especifica el comportamiento de la relación precipitación-escurrimiento. Cuando  $K = 1$  es lineal y cuando  $K > 1$  es no lineal o curva, representando de manera aproximada el orden de la curvatura. El parámetro de memoria ( $m$ ) es una característica de cada mes y es igual a uno, o mayor en meses donde el escurrimiento sufre un retraso.

*Segunda:* se destaca que el modelo de regresión mensual conduce a buenas estimaciones, aun cuando fue aplicado a una cuenca cuya única estación pluviométrica no se ubica dentro de ella, como es el caso de la estación de aforos Tancuilín. En cuanto a la estación hidrométrica El Cardón, con una cuenca mediana, aunque cuenta con dos estaciones pluviométricas dentro de ella, su distribución no es óptima (ver figura 1). La baja representatividad de la precipitación en ambas cuencas se ve reflejada en las relaciones funcionales, cuyos coeficientes de correlación lineal resultaron menores de 0.80 en la mitad de los meses.

*Tercera:* cuando todos los coeficientes de correlación lineal mensual resulten superiores a 0.92 se obtendrán resultados menos dispersos que los mostrados en las figuras 9 y 10, relativas a la regionalización de los coeficientes de

regresión. Tales magnitudes se obtendrán en cuencas pequeñas y medianas de climas húmedos con estaciones pluviométricas localizadas dentro de su cuenca y con una distribución cercana a la óptima.

*Cuarta:* los resultados de este estudio destacan que los modelos de regresión mensuales son susceptibles de regionalización y conducen a estimaciones aproximadas del volumen escurrido mensual, incluso en cuencas que no tienen una red óptima de estaciones pluviométricas. Los resultados concentrados en el cuadro 6 demuestran que el modelo de regresión mensual reproduce fielmente los valores medios y conduce a una aproximación cercana de las desviaciones estándar observadas.

## Agradecimientos

Se agradece al ingeniero Armando Rocha Hernández, jefe del Centro de Previsión Meteorológica de la Dirección Local San Luis Potosí de la Conagua, el haber proporcionado al autor toda la información pluviométrica procesada. También se aprecian las sugerencias del árbitro anónimo, pues permitieron ampliar el trabajo en temas no tratados, como intervalos de confianza de las predicciones y capacidad predictiva de la regresión.

## Referencias

- Anderson, M. G., & Burt, T. P. (1985). Chapter 1: Modelling Strategies (pp. 1-13). In *Hydrological Forecasting*. Chichester, England: John Wiley & Sons, Ltd.
- Beven, K. J. (2001). Chapter 1: Down to Basics: Runoff Processes and the Modelling Process (pp. 1-23). In *Rainfall-Runoff Modelling. The Primer*. Chichester, England: John Wiley & Sons, Ltd.
- Buishand, T. A. (1982). Some Methods for Testing the Homogeneity of Rainfall Records. *Journal of Hydrology*, 58, 11-27.
- Campos-Aranda, D. F. (2003). Capítulo 5: Ajuste de curvas (pp. 93-127). En *Introducción a los métodos numéricos: software en Basic y aplicaciones en Hidrología Superficial*. San Luis Potosí, México: Editorial Universitaria Potosina.
- Campos-Aranda, D. F. (2005). Capítulo 4: Análisis de la precipitación (pp. 97-120, 267-281). En *Agroclimatología Cuantitativa de Cultivos*. México, DF: Editorial Trillas.
- Campos-Aranda, D. F. (octubre-diciembre, 2013). Coeficientes de escurrimiento promedio mensuales: comportamiento y aplicación en la estimación de la disponibilidad. Revista digital *Tlaloc*, 61, 24.

- Clarke, R. T. (1994). Theme 4.9: Influence, Consistency and Leverage (pp. 141-146). In *Statistical Modelling in Hydrology*. Chichester, England: John Wiley & Sons, Ltd.
- Draper, N. R., & Smith, H. (1998). Chapter 3: Fitting Straight Lines: Special Topics (pp. 79-114). In *Applied Regression Analysis*. Third edition. New York: John Wiley and Sons.
- Haan, C. T. (1977). Chapter 9: Simple Linear Regression (pp. 180-196). In *Statistical Methods in Hydrology*. Ames, USA: The Iowa State University Press.
- Haan, C. T., Johnson, H. P., & Brakensiek, D. L. (1982). *Hydrologic Modeling of Small Watersheds* (533 pp.). ASAE Monograph No. 5. Michigan, USA: St. Joseph.
- IMTA (2002). *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)*. 8 CD's. Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- INEGI (1980). *Carta de precipitación total anual: México*. Aguascalientes, México: Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.
- Jones, J. A. A. (1997). Chapter 6: Modelling Runoff Processes (pp. 171-210). In *Global Hydrology: Processes, Resources and Environmental Management*. Harlow, England: Pearson Education Limited.
- Mimikou, M., & Rao, R. (January, 1983). Regional Monthly Rainfall-Runoff Model. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 109(1), 75-93.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2002). Capítulo 4: Comprobación de la adecuación del modelo (pp. 117-153). En *Introducción al análisis de regresión lineal*. México, DF: Compañía Editorial Continental.
- Ruiz-Maya, L. (1977). Capítulo 9: Condiciones paramétricas del análisis de varianza (pp. 233-249). En *Métodos estadísticos de investigación*. Madrid: Instituto Nacional de Estadística.
- Ryan, T. P. (1998). Chapter 14: Linear Regression (pp. 14.1-14.43). In H. M. Wadsworth, Jr. (Ed.). *Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists*. Second edition. New York: McGraw-Hill. Second edition.
- Shaw, E. M., Beven, K. J., Chappell, N. A., & Lamb, R. (2011). Chapter 12: Catchment Modelling (pp. 280-321). In *Hydrology in Practice*. Fourth edition. London: Spon Press.
- Singh, V. P. (1995). Chapter 1: Watershed Modeling (pp. 1-22). In *Computer Models of Watershed Hydrology*. Highlands Ranch, USA: Water Resources Publications.
- Sene, K. (2010). Chapter 4: Hydrological Forecasting (pp. 101-140). In *Hydro-meteorology. Forecasting and Applications*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Sugawara, M. (1992). Chapter 5: On the Weights of Precipitation Stations (pp. 59-74). In J. P. O'Kane (Ed.). *Advances in Theoretical Hydrology*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- WMO (1971). Annexed III: Standard Tests of Significance to be Recommended in Routine Analysis of Climatic Fluctuations (pp. 58-71). In *Climatic Change*. Technical Note No. 79, WMO-No. 195. Secretariat of the WMO. Geneva: World Meteorological Organization.
- Yevjevich, V. (1972). Chapter 11: Correlation and Regression (pp. 232-276). In *Probability and Statistics in Hydrology*. Fort Collins, USA: Water Resources Publications.
- Zelen, M., & Severo, N. C. (1972). Chapter 26: Probability Functions (pp. 925-995). In M. Abramowitz & I. A. Stegun (Eds.). *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover Publications, Inc.

## Dirección del autor

Dr. Daniel Francisco Campos Aranda

Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
 Genaro Codina 240, Colonia Jardines del Estadio  
 78280 San Luis Potosí, San Luis Potosí, MÉXICO  
 campos\_aranda@hotmail.com