

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse III - Paul Sabatier

Spécialité : Énergétique et Transferts

Présentée et soutenue par

Ali KHOUZAM

Le 28 Novembre 2013

*Étude analytique et numérique de la thermodiffusion en fluide binaire
en présence de convection mixte*

Composition du Jury

H. Ben Hadid	Professeur de l'Université de Lyon I	Rapporteur
R. Bennacer	Professeur à l'ENS Cachan	Examineur
M. Bou-Ali	Professeur de l'Université de Mondragon-Espagne	Rapporteur
M. C. Charrier-Mojtabi	Professeur de l'Université de Toulouse III	Co-Directrice de thèse
P. Costesèque	Docteur d'État, Conseiller Scientifique CNRS	Invité
X. Jacob	Maître de Conférences de l'Université de Toulouse III	Invité
A. Mojtabi	Professeur de l'Université de Toulouse III	Directeur de thèse
D. A. S. Rees	Professeur de l'Université de Bath-Angleterre	Examineur

École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil et Procédés (MEGEP)

Unité de recherche : Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT)

Directeur de Thèse : Pr. Abdelkader MOJTABI

Remerciements

Le travail rapporté dans ce manuscrit a été réalisé à l’Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, dans le Groupe d’Étude des Milieux Poreux. Je tiens donc à remercier la direction de l’IMFT, et je remercie également tout le personnel de l’IMFT.

Je tiens à remercier également l’Université Tishreen (Lattaquié - Syrie) qui m’a attribuée la bourse de thèse dans le cadre de l’accord de collaboration scientifique Franco-syrien.

J’adresse mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, Abdelkader Mojtabi. Je voudrais lui témoigner ici toute ma gratitude pour m’avoir guidé durant ces années et laissé entrevoir ce que le mot recherche veut dire.

Je tiens à remercier chaleureusement Marie Catherine Charrier-Mojtabi qui a co-dirigé cette thèse. Je la remercie aussi pour m’avoir soutenu et pour ses conseils avisés.

J’exprime mes profonds remerciements à Hamda Ben Hadid et à Mounir Bou-Ali, qui ont accepté de rapporter sur ce travail. Je n’oublie pas non plus Rachid Bennacer, Andrew Rees, Xavier Jacob et Pierre Costesèque pour avoir accepté de juger ce travail.

Je voudrais aussi exprimer mon amitié à Bafétigué Ouattara, un ami très particulier, avec qui j’ai eu le plaisir de partager ses années de thèse.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à ma famille, et surtout à mes parents qui m’ont toujours soutenu et encouragé dans mes choix.

Je garde mes remerciements amoureux pour ma femme, Loujaine, et pour mes deux fils, Ibrahim et Ribal, sans eux ces remerciements auraient été écrits beaucoup plus vite.

Résumé

Lorsqu'on soumet une solution initialement homogène, constituée d'au moins deux espèces chimiques, à un gradient thermique, celui-ci engendre un transfert de matière au sein du mélange. Il en résulte la formation d'un gradient de concentration : ce phénomène est appelé thermodiffusion ou effet Soret. La thermodiffusion pure conduit à une très faible séparation des espèces. Le couplage de la thermodiffusion et de la convection naturelle appelée diffusion thermogravitationnelle peut conduire à une séparation des constituants du mélange beaucoup plus importante que celle induite par la thermodiffusion seule.

Dans ce mémoire, nous proposons un nouveau dispositif de cellule thermogravitationnelle avec cavité rectangulaire horizontale, de grand rapport d'aspect, remplie d'un fluide binaire. Cette thématique qui consiste à mettre en mouvement, avec une vitesse uniforme la paroi supérieure (ou les parois supérieure et inférieure) de la cavité, permet de disposer de deux paramètres de contrôle que l'on peut faire varier indépendamment l'un de l'autre contrairement à ce qui est fait habituellement dans les colonnes de diffusion thermogravitationnelle où c'est le seul gradient thermique imposé qui induit l'importance de la thermodiffusion et celle du mouvement convectif. Nous avons étudié le problème en considérant deux types de conditions aux limites au niveau des parois horizontales : Températures constante et flux de chaleur constant et uniforme. Le problème considéré dépend de six paramètres adimensionnels, le rapport d'aspect A , le nombre de Lewis Le , le nombre de Prandtl Pr , le facteur de séparation ψ , et les deux paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Rayleigh thermique et le nombre de Péclet. Nous avons déterminé analytiquement la séparation (la différence des fractions massiques entre les deux extrémités de la cellule) en fonction du nombre de Péclet et du nombre de Rayleigh. Des simulations numériques directes, 2D et 3D, ont montré un très bon accord entre les résultats numériques et analytiques. Nous avons également étudié la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire permettant d'assurer la séparation des espèces entre les deux extrémités de la cellule. Nous avons montré que le nombre de Rayleigh conduisant à la séparation optimale reste inférieur au nombre du Rayleigh critique conduisant à la perte de stabilité de cette écoulement monocellulaire. L'écoulement monocellulaire perd sa stabilité via une bifurcation de Hopf et donne lieu à un écoulement multicellulaire instationnaire.

Mots clés :

Convection ; Thermodiffusion ; Effet Soret ; Thermogravitation ; Mélange binaire ; Séparation ; Stabilité linéaire.

Abstract

In the present work, an analytical and numerical study to determine the species separation process in a binary fluid mixture by decoupling the thermal gradient from the convective velocity was performed. The configuration considered is a horizontal rectangular cavity of large aspect ratio, filled with a binary fluid. A constant tangential velocity is applied to the upper horizontal wall only, or to the upper and bottom wall.

Species separation is governed by two control parameters, the temperature difference and the velocity of the upper plate. The intensity of the thermodiffusion is controlled by the temperature gradient, while the velocity controls the convective flow.

Two types of horizontal wall boundary conditions were investigated : a constant temperature and constant wall heat flux. The governing parameters of the problem are the aspect ratio, A , the Lewis number, Le , the Prandtl number, Pr , the separation ratio, ψ , and the two control parameters : the thermal Rayleigh number, Ra and the Péclet number Pe . The separation (mass fraction difference between the two ends of the cell) is obtained analytically as a function of Péclet number and Rayleigh number. The numerical results, obtained using the full governing equations, are in good agreement with the analytical results based on a parallel flow approximation. linear stability analysis of the unicellular flow is also performed. We have shown that the Rayleigh number leading to optimal separation remains below the critical Rayleigh number leading to the loss of stability of the unicellular flow. The unicellular flow loses its stability via a Hopf bifurcation and gives rise to a multicellular unsteady flow.

Keywords :

Convection ; Thermodiffusion ; Soret effect ; Thermogravitation ; Binary mixture ; Separation ; Linear stability ;

Nomenclature

Lettres latines

A		rapport d'aspect longitudinal, L/H
a	$m^2.s^{-1}$	diffusivité thermique du fluide
C		fraction massique du constituant considéré
C_p	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	capacité calorifique
C_S		gradient de fraction massique
C_T		gradient de température
c		perturbation de la fraction massique
D	$m^2.s^{-1}$	coefficient de diffusion de Fick
D_T	$m^2.s^{-1}.K^{-1}$	coefficient de thermodiffusion
f		Rapport des deux vitesses d'entraînement de parois horizontale
g, \vec{g}	$m.s^{-2}$	accélération et vecteur accélération de la pesanteur
H	m	hauteur de la cellule selon \vec{e}_z
k	$W.m^{-1}.K^{-1}$	conductivité thermique
k_x		nombre d'onde adimensionnel des perturbations dans la direction \vec{e}_x
L	m	longueur de la cellule selon Ox
Le		nombre de Lewis, $Le = \frac{a}{D}$
m		gradient de fraction massique
\vec{n}		normale sortante d'une surface
P	Pa	pression
Pe		nombre de Péclet, $Pe = RePr$
Pr		nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\nu}{a}$
q	$W.m^{-2}$	densité de flux de chaleur
Ra_c		nombre de Rayleigh critique thermique, $Ra = \frac{gH^3\beta_T\Delta T}{\nu a}$
Re		nombre de Reynolds, $Re = \frac{VL}{\nu}$
S		la séparation
S_T	K^{-1}	coefficient de Soret, $S_T = \frac{D_T}{D}$

T	K	température
t	s	temps
(U, V, W)	$m.s^{-1}$	composantes du vecteur vitesse
\vec{V}	$m.s^{-1}$	vecteur vitesse
(x, y, z)		coordonnées cartésiennes

Lettres grecques

β_T	K^{-1}	coefficient d'expansion thermique
β_C		coefficient d'expansion massique
μ	$Pa.s$	viscosité dynamique
ν	$m^2.s^{-1}$	viscosité cinématique
ω	$rd.s^{-1}$	pulsation d'onde
ψ		facteur de séparation du mélange considéré, $\psi = -\frac{\beta_C \Delta C}{\beta_T \Delta T}$
ρ	$Kg.m^{-3}$	masse volumique
θ	K	perturbation de la température

Indices et symboles inférieurs

c	désigne les grandeurs critiques
0	désigne les champs de base
ref	désigne les grandeurs de référence
num	désigne une valeur trouvée numériquement

Indices et symboles supérieurs

$\hat{}$	désigne l'amplitude des perturbations
$*$	désigne une valeur adimensionnelle

Table des matières

Table des matières

1	Introduction générale	1
1.1	L'effet Soret	2
1.2	La diffusion thermogravitationnelle au sein d'un fluide binaire	3
1.3	État de l'Art	5
1.3.1	Convection Double-diffusive	5
1.3.2	Convection en présence de l'effet Soret	9
1.4	Contenu du manuscrit	19
2	Formulation Mathématique	21
2.1	Équations de conservation	21
2.2	Formulation mathématique	21
2.2.1	L'équation de continuité	21
2.2.2	Équation de conservation de la quantité de mouvement	22
2.2.3	Équation de conservation de l'énergie	22
2.2.4	Équation de conservation des espèces	23
2.3	Approximation de Boussinesq	23
3	Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure,	

ou les parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme	25
3.1 Position du problème	25
3.2 Hypothèses simplificatrices	26
3.3 Équations dimensionnelles	26
3.4 Mise sous forme adimensionnelle	27
3.5 Conditions aux limites associées	28
3.5.1 Conditions aux limites dimensionnelles	28
3.5.2 Conditions aux limites adimensionnelles	29
3.6 Hypothèse de l'écoulement parallèle	30
3.6.1 Approximation de l'écoulement parallèle	30
3.7 Équations de base simplifiées	31
3.8 Simulations Numériques	32
3.9 Détermination analytique du profil de vitesse, de température et de fraction massique	32
3.10 Détermination du gradient de fraction massique m le long de l'axe des x	33
3.10.1 Détermination de m pour $Pe = 0$	34
3.10.2 Détermination de m dans le cas où $f = 0, Pe \neq 0$	36
3.10.2.1 Influence du profil de vitesse sur la séparation	49
3.10.3 Détermination de m dans le cas où $f = -1$	52
3.10.4 Séparation calculée pour trois valeurs de f : $f = 0, -1$ et -0.5	56
3.11 Influence de la vitesse de translation de la paroi (Pe) sur le temps de relaxation	59
3.12 Simulations numériques 3D	64
3.13 Conclusion	67
4 Étude de la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire	69

4.1	Analyse de la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire généré par le déplacement de la paroi supérieure ($f = 0$)	69
4.1.1	Solution analytique de l'écoulement monocellulaire	69
4.1.2	Équations de stabilité linéaire	70
4.1.3	Décomposition en modes normaux	72
4.1.4	Résolution des équations aux perturbations : méthode de Galerkin	73
4.2	Analyse de la stabilité linéaire	74
4.2.1	Analyse des résultats dans le cas d'un fluide monoconstituant	74
4.2.2	Analyse des résultats pour $\psi \neq 0, Pe = 0$	76
4.2.3	Analyse des résultats pour $\psi \neq 0, Pe \neq 0$	79
4.3	Simulation Numérique	85
4.3.1	Résultats et discussion des simulations numériques	85
4.4	Conclusion	91
5	Séparation des espèces d'un mélange binaire soumis à un flux de chaleur constant au niveau des parois horizontales	93
5.1	Description du problème	93
5.2	Formulation Mathématique	94
5.3	Solution analytique au problème	95
5.4	Résultats et Discussion	97
5.5	Influence de la vitesse appliquée sur la paroi supérieure sur le temps de séparation	107
5.6	Conclusion	109
6	Conclusion	111
A	Détermination du gradient de fraction massique m	115
A.1	Détermination du gradient de fraction massique m le long de l'axe des x	115

B	L'expression du champ de concentration et du gradient de fraction massique C_S	119
B.1	L'expression du champ de concentration	119
C	Détermination de la séparation en fonction du nombre de Péclet et du nombre de Rayleigh pour un mélange Eau-Éthanol	121
D	Détermination de la séparation en fonction du nombre de Péclet et du nombre de Rayleigh pour un mélange Eau-éthanol confiné dans une cavité soumise à un flux de chaleur uniforme	131

Table des figures

Table des figures	iv
1.1 Processus de thermodiffusion gravitationnelle au sein d'un fluide binaire confiné dans une cavité rectangulaire horizontale	4
1.2 Photo d'une interface : (a) de type "diffusive" formée par chauffage par le bas d'une solution k_2CO_3 (Turner [122]), (b) de type "salt fingers" formé en plaçant une couche mince sur une autre couche moins concentrée soumise à un gradient thermique stabilisant (Huppert et Turner [59])	7
1.3 La colonne thermogravitationnelle (colonne de Clusius et Dickel)	9
3.1 Géométrie du problème	26
3.2 Nombre de Rayleigh associé à l'apparition de l'écoulement monocellulaire et à la séparation optimale en fonction du facteur de séparation ψ pour $Pe = 0$ et $Le = 100$	35
3.3 Représentation 3D du discriminant de l'équation (3.40)	37
3.4 Représentation 3D de toutes les solutions possibles de l'équation (3.39)	38
3.5 La séparation en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$	40
3.6 La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Ra = -15$, $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$	41

3.7	Iso-fractions massiques pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Ra = 15, Pe = 0.05$ (b) $Ra = 15, Pe = 0.5$ (c) $Ra = -15, Pe = 0.05$ (d) $Ra = -15, Pe = 0.5$ avec $f = 0, Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$	43
3.8	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 150, Ra = -150$ avec $f = 0, Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10, A = 10$	44
3.9	Iso-fractions massiques pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Ra = 150, Pe = 0.05$, (b) $Ra = 150, Pe = 0.5$, (c) $Ra = -150, Pe = 0.05$ (d) $Ra = -150, Pe = 0.5$ avec $f = 0, Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$	45
3.10	La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois solutions réelles) pour $Le = 232$ et $\psi = 0.2$	46
3.11	Les profils de vitesse associés au gradient de concentration $m = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ pour $f = 0, Ra = 34.91, Le = 232$ et $\psi = 0.2$	47
3.12	Les profils de vitesse associés au gradient de concentration $m = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ pour $f = 0, Ra = 34.91, Le = 232$ et $\psi = 0.2$	48
3.13	La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois solutions réelles et une double) pour $f = 0, Le = 232$ et $\psi = 0.2$	49
3.14	Profil de vitesses pour $f = 0, Ra = 60, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.06, m = 0.4319$ et $A = 10$	50
3.15	Lignes de courant pour $f = 0, Ra = 60, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.06, m = 0.4319$ et $A = 10$	50
3.16	Profil de vitesses pour $f = 0, Ra = 200, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.05, m = -0.1436$ et $A = 10$	51
3.17	Lignes de courant pour $f = 0, Ra = 200, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.05, m = -0.1436$ et $A = 10$	51
3.18	La séparation en fonction du nombre de Péclet dans le cas $f = -1$ pour $Ra = 150, Ra = -150, 15$ et -15 avec $Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10, A = 10$	53
3.19	Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre du Péclet (a) $Pe = 0.01$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = 15, \psi = 0.2, Le = 232$	54

3.20 Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Pe = 0.14$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = -15$, $\psi = 0.2$, $Le = 232$	54
3.21 Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Pe = 0.05$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = 150$, $\psi = 0.2$ et $Le = 232$	55
3.22 Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Pe = 0.14$, (b) $Pe = 0.2$ pour $Ra = -150$, $\psi = 0.2$ et $Le = 232$	55
3.23 La séparation en fonction de du nombre de Rayleigh dans le cas $f = -1$ pour $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ pour $Le = 232$, $\psi = 0.2$	56
3.24 La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$ et pour trois valeurs de f : $f = 0$, -0.5 et -1 . . .	57
3.25 La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$, et pour trois valeurs de f : $f = 0$, -0.5 , -1	58
3.26 La séparation en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pe = 0.1$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ pour les cas $f = 0$, -0.5 , -1	59
3.27 Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point ($x = 8$, $y =$ 0.8) obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Ra = 15$, $A = 10$ pour $f = 0$, -1 pour $Pe = 0.02$ et 0.5 . . .	60
3.28 Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point ($x = 8$, $y =$ 0.8) obtenue par simulation numérique 2D, dans un mélange eau-éthanol avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Ra = -15$, $A = 10$ Pour $f = 0$, -1 avec $Pe = 0.02$ et 0.5 . .	61
3.29 Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point ($x = 8$, $y =$ 0.8) obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Ra = 150$, $A = 10$ pour $f = 0$, -1 avec $Pe = 0.02$, 0.5 . . .	62
3.30 Évolution temporelle de la valeur de fraction massique au point ($x = 8$, $y =$ 0.8) obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Ra = -150$, $A = 10$ pour $f = 0$, -1 avec $Pe = 0.02$, 0.5 . .	63
3.31 La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$, $A_z = 1$, $A_x = 10$ et $A_y = 1, 5$	65

3.32	Représentation 3D des champs de fraction massique, de vitesse et des iso-surfaces de la fraction massique avec $Ra = 53, Le = 100, \psi = 0.1, Pr = 10, A_x = 10, A_z = 1$ pour (a) $A_y = 1, Pe = 0.065$ (b) $A_y = 5, Pe = 0.3$	66
4.1	Rayleigh critique (Ra_C) en fonction du nombre de Pe , issue de notre analyse de stabilité linéaire en convection mixte pour un fluide monoconstituant à $Le = 232, \psi = 0$	75
4.2	Évolution du nombre de Rayleigh critique et du nombre d'onde critique en fonction du facteur de séparation, pour $Le = 232, Pe = 0, Pr = 7$	77
4.3	Dépendance du nombre de Rayleigh critique, Ra_c en fonction du nombre de Péclet Pe , pour $N = 5, Le = 232, Pr = 7$ et pour différentes valeurs du facteur de séparation $\psi = -0.01, -0.1, 0.01$	80
4.4	Dépendance du nombre d'onde critique, Ra_c en fonction du nombre de Péclet Pe , pour $Le = 232, Pr = 7$ et pour différentes valeurs du facteur de séparation $\psi = -0.01, -0.1, 0.01$	81
4.5	Iso-fractions massiques, isothermes et lignes de courant pour $Le = 232, Pr = 7, Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$ à $t = 90$	86
4.6	Évolution temporelle de la composante horizontale de la vitesse à la naissance de la convection au point $(5, 0.5)$ pour $Le = 232, Pr = 7, Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$	87
4.7	L'évolution temporelle des lignes de courant sur une période pour $Le = 232, Pr = 7, Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$ (a) $t = 300$ (b) $t = 305$ (c) $t = 310$ (d) $t = 315$	88
4.8	Évolution temporelle de la composante horizontale de la vitesse au point $(5, 0.5)$ $Le = 232, Pr = 7, Pe = 1$ et $\psi = -0.01$ et $Ra = 1728$	89
4.9	Iso fractions massiques, lignes de courant et isothermes pour $Le = 232, Pr = 7, Pe = 1$ et $\psi = -0.01$ et $Ra = 1728$. à $t = 264$	90
4.10	L'évolution temporelle des lignes de courant sur une période pour $Le = 232, Pr = 7, Pe = 1$ et $\psi = -0.01, Ra = 1728$ (a) $t = 250$ (b) $t = 254$ (c) $t = 256$ (d) $t = 260$	90

5.1	Représentation schématique du modèle physique	94
5.2	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 2, 60$ et 300 avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$	99
5.3	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -2, -60$ et -300 avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$	100
5.4	Isoconcentrations et variation du champ de fraction massique pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Pe = 0.05, Ra = 2$, (b) $Pe = 0.5, Ra = 2$, (c) $Pe = 0.05, Ra = 300$ (d) $Pe = 0.5, Ra = 300$ avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$	101
5.5	Isoconcentrations et variation du champ de fraction massique pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Pe = 0.05, Ra = -2$, (b) $Pe = 0.5, Ra = -2$, (c) $Pe = 0.05, Ra = -300$ (d) $Pe = 0.5, Ra = -300$ pour $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$	102
5.6	L'intensité de la vitesse de l'écoulement en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour $Le = 10, Pe = 0$ et $\psi = 0.1$	104
5.7	Contribution de la vitesse convective en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour $Le = 10, Pe = 0.1$ et $\psi = 0.1$	105
5.8	Les profils de vitesse associés à Ψ_0 pour $Le = 10, Pe = 0.1$ et $\psi = 0.1$ et pour $Ra = 600$ et $Ra = 400$ (courbe pointillée)	106
5.9	Séparation des espèces obtenues pour différentes conditions aux limites (température constante et flux de chaleur constant et uniforme), pour $Pe = 0.1, Pe = 0.01$ avec $Le=230, \psi = 0.1$	107
5.10	Évolutions temporelles de l'amplitude de la fraction massique obtenues par simulation numérique 2D, pour $Le = 232, \psi = 0.1, A = 10$ et pour $Ra = 300$ et $Pe = 0.02, Pe = 0.5$	108
5.11	Évolutions temporelles de l'amplitude de la fraction massique obtenues par simulation numérique 2D, pour $Le = 232, \psi = 0.1, A = 10$ et pour $Ra = 2$ et $Pe = 0.02, Pe = 0.5$	109
6.1	Cellule expérimentale	114

Liste des tableaux

Liste des tableaux	ix
3.1 Les variables adimensionnelles	28
3.2 Comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour $Ra = 15, -15, 150, -150$ avec $Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$, pour différentes valeurs du nombre de Péclet	42
3.3 Comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour $Ra = 15, -15, 150, -150, Le = 232, \psi = 0.2$ et $Pr = 10$ et pour différentes valeurs du nombre de Péclet	57
3.4 Comparaison entre les résultats analytiques et ceux obtenues à partir des simulations numériques 3D, pour $Ra = 53, Le = 100, \psi = 0.1$ et $Pr = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.	65
4.1 Résultats obtenus par l'analyse de stabilité linéaire pour $Pe = 0, \psi = 0$ en fonction de l'ordre de l'approximation	75
4.2 Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus pour $Le = 232, Pe = 0, Pr = 7$ et pour différents ordres de troncature N	78
4.3 Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus pour $Le = 232, Pr = 7$ et $\psi = -0.01$ pour $N = 4, 5$	82

4.4	Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenues à $Le = 232$, $Pr = 7$ et $\psi = -0.1$ pour $N = 4, 5$	83
4.5	Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus à $Le = 232$, $Pr = 7$ et $\psi = 0.01$ pour $N = 4, 5$	84
C.1	La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois racines réelles, dont deux égales et opposées) pour $f = 0$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$ et pour $Ra = \frac{108}{7} \left(\frac{Le^2 Pe^2 + 105}{Le\psi} \right)$	122
C.2	La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois racines réelles, dont une racine double) pour $f = 0$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$	123
C.3	La séparation en fonction du nombre de Rayleigh (cas d'une racine réelle et deux imaginaires conjuguées) pour $f = 0$, $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$	124
C.4	La séparation en fonction du nombre de Rayleigh dans les cas $f = -0.5, -1$ pour $Pe = 0.028$, $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$	126
C.5	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$ et pour trois valeurs de f : $f = 0, -0.5$ et -1	128
C.6	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$, et pour trois valeurs de f : $f = 0, -0.5, -1$	129
D.1	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 2, 60$ et 300 avec $Le = 230$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$ et $A = 10$	132
D.2	La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -2, -60$ et -300 avec $Le = 230$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$ et $A = 10$	133
D.3	La séparation en fonction du nombre de Rayleigh (cas d'une racine réelle et deux imaginaires conjuguées) pour $f = 0$, $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$	134

Chapitre 1

Introduction générale

La convection naturelle, d'origine thermique, correspond à un mouvement du fluide lorsque celui-ci est soumis à un gradient de température en présence du champ de gravité. Dans le cas d'un mélange binaire (mélange de deux fluides miscibles), la présence d'un gradient de température va induire un gradient de concentration. Ce dernier phénomène est connu sous le nom de la thermodiffusion ou encore de l'effet Soret.

La thermodiffusion conduit à une très faible séparation des espèces d'un fluide binaire. La diffusion thermogravitationnelle, couplage entre le phénomène de thermodiffusion et de convection naturelle peut augmenter le degré de séparation. En effet, un optimum de séparation est obtenu pour un choix approprié de la vitesse convective en fonction du temps de diffusion massique. L'effet Soret est omniprésent dans la nature, il est présente dans le fonctionnement des bassins solaires [126], dans la formation de la concentration de sel dans les différentes couches des océans [54], dans le gaz naturel et les réservoirs pétroliers [93, 92], et dans le transport de masse à travers des membranes biologiques, induit par des faibles gradients de température dans le tissu vivant [10]. Le phénomène de thermodiffusion est important pour l'étude de la variation de la composition des réservoirs d'hydrocarbures (Whitson et Belery [127], Ghorayeb et Firoozabadi [53]). La thermodiffusion joue aussi un rôle important dans la séparation de certains mélanges isotopiques (Rabinovich et al. [114]) et aussi que dans un certain nombre d'autres processus dans l'industrie et dans la nature.

1.1 L'effet Soret

Le phénomène physique de thermodiffusion a été initialement découvert par Ludwig [27] qui étudiait en 1856 des solutions sodium-sulfate. En 1879, le scientifique Suisse, Charles Soret [117] a découvert qu'une solution saline, contenue dans un tube où les deux extrémités sont maintenues à des températures différentes, ne reste pas homogène dans sa composition : le sel est plus concentré à proximité de l'extrémité froide que près de l'extrémité chaude du tube.

Le phénomène de thermodiffusion dans les mélanges gazeux a été prédit théoriquement par Enskog [48] en 1911 et indépendamment par Chapman [20] en 1916 et il a été observé expérimentalement par Chapman et Dootson [22] en 1917.

Lorsqu'un mélange initialement homogène, constitué d'au moins deux constituants, est soumis à un gradient de température (en l'absence de gravité), on observe une migration relative des constituants les uns par rapport aux autres. Il en résulte la formation d'un gradient de concentration. Cette séparation est appelée : thermodiffusion, effet Ludwig-Soret ou plus simplement effet Soret. Pour un mélange binaire, le vecteur densité de flux de masse de l'un des constituants est donné par :

$$\vec{J}_m = -\rho D \nabla C - \rho D_T F(C) \nabla T \quad (1.1)$$

Le premier terme de cette équation correspond à la loi de diffusion de Fick et le second terme décrit l'effet Soret (effet de thermodiffusion).

Où : ∇C est le gradient de fraction massique induit par le gradient de température ∇T , D le coefficient de diffusion massique, D_T le coefficient de thermodiffusion, $F(C)$ est une fonction particulière de C vérifiant $F(C = 0) = 0$ et $F(C = 1) = 0$.

Ainsi, la plupart des auteurs utilisent $F(C) = C(1 - C)$ et font l'hypothèse que $C(1 - C) \approx C_0(1 - C_0)$ où C_0 est la valeur initiale de la fraction massique. Notons que cette hypothèse suppose que les variations de la fraction massique autour de C_0 restent faibles et que la validité de cette hypothèse doit être vérifiée dans chaque application. De façon générale, D_T est une fonction de la valeur de la fraction massique comme par exemple dans le cas d'un mélange eau-éthanol (Kolonder et al. [105]). D_T est fonction également de la température et peut changer de signe avec T , comme par exemple dans le cas d'un mélange eau-NaCl pour une concentration donnée et pour une température de l'ordre de 12°C (Mojtabi et al. [91]). En l'absence de flux massique à l'état stationnaire $\vec{J}_m = \vec{0}$, le gradient de concentration ∇C est relié au gradient de

température par la relation suivante :

$$\nabla C = -\frac{D_T}{D} C_0 (1 - C_0) \nabla T \quad (1.2)$$

Le rapport $\frac{D_T}{D}$ est appelé coefficient Soret, S_T . Si $S_T > 0$ et D étant positif, alors ∇C est de signe opposé à ∇T . En d'autres termes, C augmente en s'approchant de la paroi froide de la cavité. La valeur absolue de S_T reste assez faible et ne dépasse généralement pas $10^{-2} [K^{-1}]$. Le gradient de fraction massique induit par l'effet Soret reste faible.

La thermodiffusion conduit à différentes applications, telle que la séparation des isotopes dans des mélanges liquides et gazeux [28], la séparation des polymères [87], les revêtements de surface, etc.. Ce phénomène joue un rôle important dans le processus de croissance cristalline. L'effet Soret ne peut pas être négligé dans de nombreux procédés industriels. La thermodiffusion gravitationnelle affecte de manière significative la structuration des réservoirs pétroliers [32]. Le phénomène de thermodiffusion joue un rôle crucial dans de nombreux processus naturels, tels que la convection thermohaline dans les océans et le transport de masse à travers les membranes biologiques induit par des petits gradients thermiques dans la matière vivante.

1.2 La diffusion thermogravitationnelle au sein d'un fluide binaire

La combinaison des deux phénomènes, la convection et la thermodiffusion, est appelée diffusion thermogravitationnelle. Le couplage de ces deux phénomènes entraîne, dans certaines circonstances, une séparation importante des constituants d'un fluide binaire.

En 1938, deux scientifiques allemand (Clusius et Dickel) [28] ont utilisé pour la première fois une colonne thermogravitationnelle verticale différenciellement chauffée (TGC), pour obtenir la séparation de mélanges gazeux. Furry et al. [51] ont développé une théorie en vue d'interpréter le processus expérimental de séparation des isotopes (théorie FJO). La figure 1.1 montre l'effet du processus de thermodiffusion et de la thermogravitation dans un mélange binaire en cellule horizontale. Le paramètre principal qui caractérise l'influence de la diffusion thermique sur la convection dans un mélange binaire est le facteur de séparation (ψ) (voir Eq.1.7). Pour un mélange binaire, la masse volumique est fonction de la température et de la fraction massique

$\rho = \rho(T, C)$, on en déduit :

$$\nabla\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_C \nabla T + \left(\frac{\partial\rho}{\partial C}\right)_T \nabla C \quad (1.3)$$

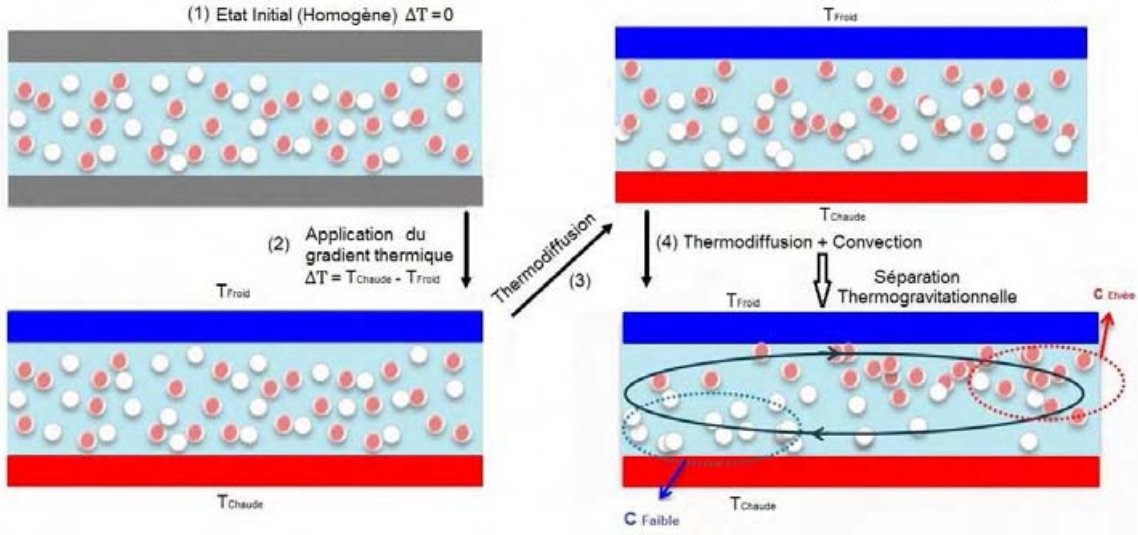


FIGURE 1.1 – Processus de thermodiffusion gravitationnelle au sein d’un fluide binaire confiné dans une cavité rectangulaire horizontale

Les gradients thermique et massique supposés sont suffisamment faibles pour que la masse volumique puisse s’écrire sous forme d’un développement linéaire au premier ordre de T et de C :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (1.4)$$

Où β_T, β_C sont respectivement les coefficients d’expansion thermique et massique du fluide binaire :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial\rho}{\partial T} \right)_C, \quad \beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial\rho}{\partial C} \right)_T \quad (1.5)$$

Notons que β_C est positif (négatif) si C est considéré comme la fraction massique du composant le plus léger (plus lourd). β_T est généralement positif à température et pression ordinaire, l’eau en dessous de $4^\circ C$ fait exception. A l’état d’équilibre mécanique stationnaire, le gradient de fraction massique ∇C est donné par la relation 1.2. En remplaçant ∇C par son expression dans la relation 1.3 on obtient quand la couche fluide est au repos :

$$\nabla\rho = -\rho_0\beta_T \left(1 - \frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{D_T}{D} C_0(1 - C_0) \right) \nabla T = -\rho_0\beta_T(1 + \psi)\nabla T \quad (1.6)$$

Avec ψ le facteur de séparation qui peut être également exprimé en fonction du coefficient Soret :

$$\psi = -\frac{\beta_C D_T}{\beta_T D} C_0(1 - C_0) = -\frac{\beta_C}{\beta_T} C_0(1 - C_0) S_T \quad (1.7)$$

Le facteur de séparation, ψ intègre la contribution du gradient de fraction massique aux variations de la masse volumique par rapport à la contribution du gradient de température. Notons que le signe de ψ est indépendant du choix du constituant de référence : en effet, en changeant comme référence le composant le plus dense au lieu du plus léger, D_T ainsi que β_C vont changer de signe laissant le signe de ψ inchangé. On déduit de l'équation 1.7 que avec $\psi > 0$ la variation de la masse volumique est plus marquée lorsque la thermodiffusion, $S_T = D_T/D$, est prise en compte. Alors que, lorsque le facteur de séparation se situe dans la gamme $-1 < \psi < 0$, la variation de la masse volumique est plus faible.

On montre que pour $\psi > 0$, le nombre de Rayleigh critique linéaire associé à l'apparition de la convection dans le problème Rayleigh-Bénard en fluide binaire est plus faible que celui associé au fluide pur dans une cellule infinie horizontale ($Ra_{cr} = 1707.76$), et plus élevé pour $-1 < \psi < 0$. Ce paramètre adimensionnel est largement utilisé pour décrire la convection dans les systèmes binaires avec la prise en compte de l'effet Soret.

1.3 État de l'Art

Deux types de problèmes concernant la convection naturelle de fluides binaires ont été largement étudiés : la convection de double diffusion ou thermosolutale et la convection induite par effet Soret appelée aussi thermodiffusion gravitationnelle. Dans ce chapitre, nous présentons d'abord une revue bibliographique générale de la convection thermosolutale (double diffusive), ensuite, un travail de recherche bibliographique détaillé portant sur la séparation thermogravitationnelle dans une colonne verticale et dans une cellule horizontale en milieux fluide et poreux. Nous présentons également, les différentes études concernant la mesure de coefficient Soret.

1.3.1 Convection Double-diffusive

Ce type de convection concerne les processus combinés de transfert de masse et de chaleur générés par les forces de flottabilité. De tels phénomènes sont généralement appelés convection thermohaline, thermosolutale ou double-diffusion. Dans ce cas, le flux de masse est régi par la loi de Fick, le flux de masse est proportionnel au seul gradient de la fraction massique. En

réalité, lors des expériences menées dans des configurations de type Rayleigh-Bénard avec des solutions binaires, la perte de stabilité de la solution d'équilibre ne peut-être expliquée que par la prise en compte de l'effet Soret. Une caractéristique de la double diffusion convection est que des couches homogènes en température et en concentration tendent à se former, séparées par des interfaces à travers lesquelles de forts gradients thermique et solutal ont lieu.

Considérons le cas le plus simple d'une seule interface horizontale obtenue en superposant soigneusement deux couches de fluides à température et concentration T_b et C_b pour la couche située en bas, et T_h et C_h pour la couche située en haut. Quatre cas de figures peuvent avoir lieu parmi lesquels deux présentent des situations évidentes pour l'analyse de stabilité :

Configuration instable : cette configuration a lieu si $T_b > T_h$ et $C_b < C_h$.

Configuration stable : cette configuration a lieu si $T_b < T_h$ et $C_b > C_h$.

Les deux autres ont fait l'objet de plusieurs articles pendant les années soixante-dix :

$T_b > T_h$ et $C_b > C_h$ (" système diffusif ") : les gradients thermique et solutal sont respectivement déstabilisants et stabilisants. Dans ce cas, les transferts verticaux de chaleur et de masse se passent entièrement par diffusion moléculaire au début de l'expérience. Mais puisque le rapport des diffusivités thermique et solutale est supérieur à 1 (milieu liquide), l'état diffusif pur va être déstabilisé [115] (figure 1.2a).

$T_b < T_h$ et $C_b < C_h$ (" salt fingers ") : les gradients thermique et solutal sont respectivement stabilisants et déstabilisants. Des petites perturbations peuvent s'amplifier rapidement dans ce cas. Des cellules convectives, longues, resserrées, étroites et verticales sont formées et étendues le long de l'interface. Ces cellules sont contra-rotatives. Une étude détaillée sur cette configuration et ses implications en océanographie se trouve dans le travail de Schmidt [115] (figure 1.2b).

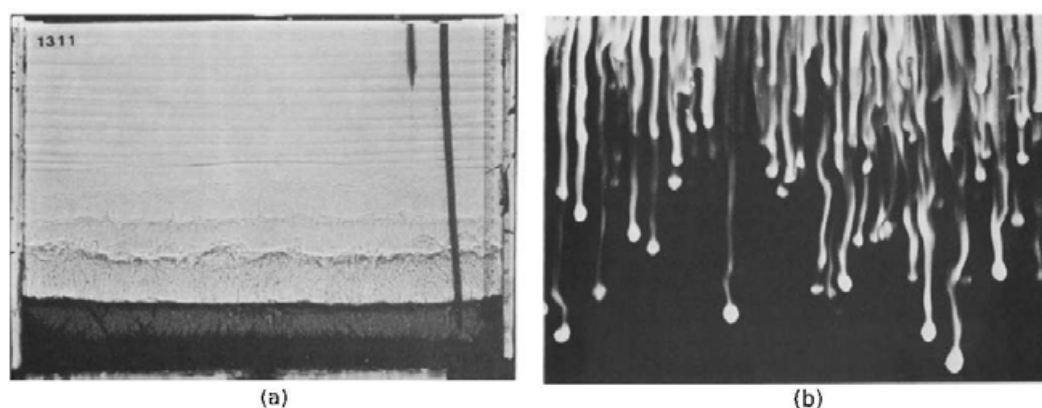


FIGURE 1.2 – Photo d’une interface : (a) de type ”diffusive “ formée par chauffage par le bas d’une solution k_2CO_3 (Turner [122]), (b) de type ”salt fingers “ formé en plaçant une couche mince sur une autre couche moins concentrée soumise à un gradient thermique stabilisant (Huppert et Turner [59])

La double-diffusion est un processus important en océanographie (où le sel et la chaleur diffusent sur des échelles différentes), et joue un rôle dans les écoulements mantellique dans la croûte terrestre, la métallurgie, la géologie, la croissance cristalline et certaines applications technologiques ([59], [122], [123], [115], [121]). La double-diffusion a été le sujet de recherche intensive pendant de nombreuses années (Turner [121], [122], [123], Huppert et Turner [59] et Gebhart et al [52]). En milieux poreux, une revue bibliographique complète dans ce domaine peut être trouvée dans le livre de Nield et Bejan [99], dans le livre ” Handbook of Porous Media ” [124] et dans les articles de Mojtabi et Charrier-Mojtabi [90] et Mamou [76]. Les premières études sur la convection double-diffusive en milieu poreux sont principalement axées sur le problème de l’instabilité convective dans une **couche horizontale**. À cette fin, Nield [98], Taunton et al. [118], Poulikakos [111] et Malashetty [75] ont utilisé l’analyse de stabilité linéaire pour étudier le déclenchement de la convection thermosolutale. Ces auteurs ont déterminé les critères du déclenchement de mouvement convectif en régimes stationnaires et oscillatoires. Trevisan et al. [120] ont réalisé une étude théorique et numérique du transfert de masse dans la configuration Rayleigh-Bénard à haut nombre de Rayleigh.

Murray et al. [95] ont étudié expérimentalement et numériquement la convection double diffusive dans une couche poreuse horizontale. En présence de gradient de masse stabilisant, l’apparition de la convection a été marquée par une augmentation soudaine du flux de chaleur pour une valeur critique de gradient de température. Mamou et al. [80] ont considéré la convection thermosolutale dans une couche poreuse inclinée chauffée et salée sur les côtés par des flux

uniformes de chaleur et de masse. Leurs résultats analytiques et numériques ont montré que les écoulements stationnaires sous-critiques, pour le cas d'une couche horizontale, sont possibles. Étudiant les mêmes phénomènes dans une couche poreuse horizontale, Mamou et Vasseur [77] ont étudié le problème en utilisant des conditions aux limites différentes pour la température et la concentration. Le déclenchement et le développement de la convection sont d'abord étudiés en utilisant la stabilité linéaire et non linéaire. Ils ont mis en évidence l'existence des solutions multiples. Des expressions générales donnant les seuils sous-critiques, oscillants et stationnaires de flux convectif ont été calculées en fonction des paramètres du problème. Dans les cavités à grands rapports d'aspect, des ondes progressives ont également été observées. Kalla et al. [64] ont étudié le problème de la convection thermosolutale dans une cavité horizontale soumise à des flux croisés de chaleur et de masse. Ils ont constaté que le flux de chaleur latéral agit comme une imperfection apporté aux courbes de bifurcation. L'existence de solutions multiples, dans le cas stationnaire, a également été mis en évidence.

La convection thermosolutale dans une **cavité verticale** soumise à des gradients horizontaux de chaleur et de masse, a été abondamment étudiée au cours des dernières décennies. Trévisan et al. [119] ont étudié numériquement l'écoulement dans une cavité carrée poreuse avec des parois horizontales adiabatiques et imperméables et deux parois verticales maintenues à des températures et concentrations différentes, en utilisant une analyse d'échelle, l'ordre de grandeur et les taux de transfert totale de masse et de chaleur et leurs domaines de validité ont été prévus et évalués par de nombreuses simulations numériques. Dans les cavités de grands rapports d'aspect, soumises à des flux constants de chaleur et de masse Alavyoon [1] (dans une cavité verticale) et Mamou et al. [78] (dans l'enceinte inclinée) ont développé des solutions analytiques valables pour une large gamme du nombre de Lewis. La convection naturelle due à des flux de chaleur et de masse imposés sur une couche poreuse verticale a été étudiée par Alavyoon [1], et Alavyoon et al. [2]. En se basant sur le concept de l'écoulement parallèle, ces auteurs ont développé des solutions analytiques en accord avec les simulations numériques. Le cas d'une cavité verticale ou inclinée soumis aux forces de volume sont de même intensité mais de sens opposées ($N = -1$) a été abondamment étudié en milieux poreux. Pour cette situation, et en utilisant la théorie de stabilité linéaire et non-linéaire, Charrier-Mojtabi et al. [24], Mamou et al [79], Karimi-Farad et al. [65], Marcoux et al. [84] et Mojtabi et Charrier-Mojtabi [90]. ont démontré qu'il existe un seuil critique de déclenchement de la convection stationnaire et oscillatoire. Différents régimes convectives, comme les modes convectifs sous-critiques, supercritique et stationnaire, ont été déterminés en fonction de paramètres de contrôle du problème.

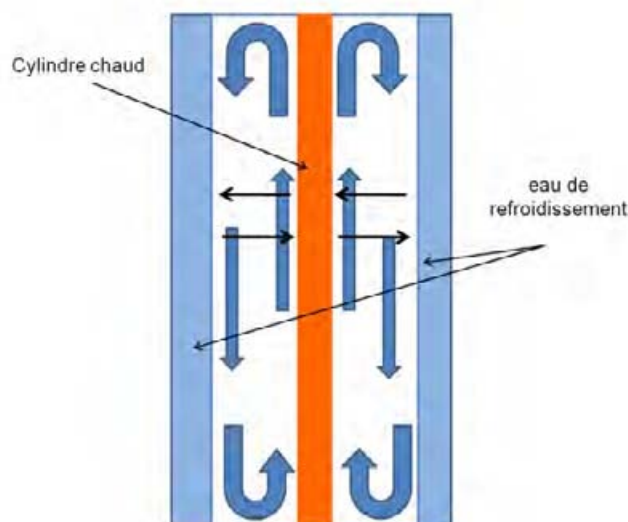


FIGURE 1.3 – La colonne thermogravitationnelle (colonne de Clusius et Dickel)

1.3.2 Convection en présence de l'effet Soret

Pour les travaux concernant la convection induite par l'effet Soret en milieu fluide, on peut se référer aux travaux de Platten et Legros [110] et de Batiste et al. [5]. Pour les mélanges binaires en milieu poreux, on peut se référer aux travaux de Brand et Steinberg [15, 16], Bahloul et al. [3], et Bourich et al. [12, 13]. Un bref résumé de l'état de l'art des approches théoriques, expérimentales et numériques en thermodiffusion est présenté dans l'article de Costesèque et al. [34].

Séparation des espèces dans une colonne thermogravitationnelle :

En 1938, deux scientifiques allemands (Clusius et Dickel) [28] ont mis au point une colonne thermogravitationnelle qui est un dispositif permettant la séparation des mélanges gazeux. Ils ont rempli l'espace compris entre deux cylindres coaxiaux avec un gaz chauffé par le cylindre intérieur (figure 1.3). Le gradient de température horizontal induit un écoulement convectif montant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide, et la diffusion thermique a lieu dans le sens horizontal. L'effet combiné entre ces deux phénomènes, l'écoulement convectif vertical et la diffusion thermique horizontale, entraîne une séparation importante dans la direction verticale. Clusius et Dickel ont suggéré que le procédé pourrait être utilisée pour la séparation des isotopes.

L'utilisation de la diffusion thermique pour la séparation des isotopes avait été suggérée par Chapman [21] vingt ans plus tôt. Toutefois, aucune séparation appréciable n'a été mesurée jusqu'à ce que Clusius et Dickel se rendent compte que la séparation des isotopes peut être considérablement améliorée par la convection. Horst Korsching et Wirtz [70] ont modifié la colonne thermogravitationnelle de Clusius et Dickel afin de réaliser la séparation dans les mélanges liquides.

En 1939, Furry Jones et Onsager [51] ont développé la théorie (FJO Théorie) pour la séparation des isotopes dans une colonne thermogravitationnelle pour les mélanges gazeux. La théorie (FJO) jette les bases conduisant à la mesure du coefficient de thermodiffusion. Par la suite, de nombreux travaux ont été effectués visant à justifier les hypothèses ou à étendre les résultats de la théorie de FJO au cas des mélanges liquides. Cependant, dans la théorie FJO, il est supposé que le gradient horizontal de densité est dû seulement au gradient de température.

En 1942, De Groot [36] a mené une étude concernant la séparation dans un mélange liquide, il a utilisé un dispositif expérimental avec deux plaques verticales et parallèles portées à des températures différentes. Au sommet et à la base de ces deux plaques se trouvent deux réservoirs qui sont en communication libre avec l'espace entre les deux plaques.

Dans son étude, De Groot a suivi la même démarche utilisée dans la théorie de (FJO), mais, il a remplacé le terme $(1 - C)$ par 1 dans le terme $C(1 - C)$. Il a déterminé les expressions des concentrations dans chaque réservoir. En 1950, Prigogine et al. [113] ont mesuré, pour la première fois, le coefficient Soret dans des fluides organiques (cyclohexanol-cyclohexane) par la méthode de la colonne thermogravitationnelle. Ils ont signalé un grand changement dans la composition des espèces, non seulement de la magnitude, mais également du signe (le gradient de concentration entre les parties supérieure et inférieure commence dans un sens, puis il s'inverse, ce qui donne une séparation opposée à la direction d'origine).

En 1951, Majumdar [74] a présenté une solution exacte du problème de séparation dans des gaz binaires dans la colonne thermogravitationnelle. Il a comparé ses résultats avec les résultats expérimentaux obtenus par Clusius et Dickel [28], un bon accord entre les résultats a été trouvé. Par la suite, De nombreuses études ont été menées pour améliorer la séparation dans la colonne thermogravitationnelle. En 1942, Brewer et Bramley [17] ont introduit l'idée de la colonne à garnissage. Ils ont amélioré la séparation par l'utilisation d'un petit nombre de chicanes fixées sur une plaque. Debye et Bueche [37] ont étudié l'utilisation de la colonne thermogravitationnelle remplie avec de la laine de verre pour fractionner les polymères en solution. Une meilleure séparation a été obtenue dans cette colonne par rapport à la même colonne mais sans remplissage (avec la laine de verre). Ils ont noté que la séparation réalisée dans une colonne dépend de l'équilibre entre le flux de masse de thermodiffusion dans la direction horizontale, et la vitesse

convective dans la direction verticale.

Tout ce qui diminue la vitesse convective, tels que l'inclinaison de la colonne par rapport à la verticale [112] afin de réduire l'effet de la gravité ou l'utilisation de chicanes [17], ou le remplissage avec certaines matières permet d'augmenter la thermodiffusion et augmente ainsi la séparation dans la colonne.

Lorenz et Emery [73, 47] ont obtenu des expressions analytiques pour décrire la colonne thermogravitationnelle à garnissage. Ils ont montré que la séparation augmente d'abord en diminuant la perméabilité du matériau de garnissage, puis, cette tendance s'inverse et la séparation diminue en augmentant la perméabilité.

Suite aux travaux de Schott [116] et Costeseque [30], El Maataoui [42] a effectué plusieurs expériences pour étudier la séparation pour de nombreux mélanges binaires d'hydrocarbures dans la colonne thermogravitationnelle à garnissage.

Ecennaro et al. [38] ont développé la théorie (FJO) en mélange de fluide binaire, en tenant compte de la dépendance de la densité avec la concentration dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (l'effet oublié). La masse volumique est développée en fonction de la température, T et de la fraction massique, C :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)]$$

Où l'indice 0 se réfère aux valeurs initiales de la température, T et de la fraction massique.

En 1992, Jamet et al. [61] ont présenté un modèle simple de la séparation dans la colonne thermogravitaionnelle à garnissage. Ils ont indiqué que la solution analytique de Lorenz-Emery [73, 47] pourrait correctement reproduire la valeur maximale de la séparation, mais cette solution correspond à une perméabilité optimale inférieure à la valeur expérimentale par plus d'un ordre de grandeur. Par la suite, l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux a été attribué au phénomène de dispersion dans la diffusion thermique et moléculaire (Jamet et al. [60], Fargue et al. [50], Costeseque et al. [31]).

En 1998, Fargue et al. [50] ont supposé un effet de dispersion en définissant des coefficients de thermodiffusion et de diffusion massique efficaces en fonction de la vitesse du fluide. Cependant, même en utilisant cette hypothèse, leur modèle ne s'accordait pas bien avec les résultats expérimentaux. Par contre, Nasrabadi et al. [96] ont montré que l'effet de dispersion dans la colonne thermogravitationnelle n'est pas important en raison de faibles vitesses.

Marcoux [81] et Marcoux et Charrier-Mojtabi [82] ont considéré une colonne thermogravitationnelle soumise à un gradient de température imposé sur les parois verticales, les parois horizontales sont adiabatiques. La colonne est remplie d'un milieu poreux homogène saturé par

un fluide binaire incompressible. Les équations adimensionnelles considérées dans leur travail conduisent à cinq paramètres adimensionnels caractéristiques : le nombre de Rayleigh thermique, Ra , le rapport des contributions solutale et thermique, N , la porosité normalisée, ε , le nombre de Lewis, Le , et le coefficient Soret adimensionnel, S_T . Ils ont étudié numériquement l'influence de chacun de ces paramètres sur la séparation des espèces. Les résultats numériques montrent l'existence d'une séparation maximale associée à un nombre de Rayleigh optimal et à une perméabilité optimale. Ils ont comparé leurs résultats avec des résultats analytiques et expérimentaux ([61, 60]), pour un mélange binaire de HDO-H₂O. Ils ont trouvé un bon accord entre les résultats analytiques et numériques, mais il n'existe pas d'accord avec les résultats expérimentaux. Marcoux et al. [85] ont étudié aussi l'influence de la courbure des cylindres sur la séparation dans la colonne de thermogravitationnelle.

Bahloul et al. [4] ont présenté une étude analytique et numérique de la séparation des constituants d'un mélange binaire saturant une couche poreuse annulaire verticale avec des flux de chaleur uniformes appliqués sur les parois verticales de la cellule. La variation de la masse volumique a été prise en compte, les résultats analytiques et numériques sont en bon accord.

En 2003, Platten et al. [108] ont montré que la séparation moléculaire entre le haut et le bas d'une colonne thermogravitationnelle peut être sensiblement augmenté en inclinant la colonne d'un angle (θ) par rapport à l'horizontale.

En 2004 Fargue et al. [49] ont étudié la séparation des huiles naturelles de substances alimentaires pour les applications industrielles. Haugen et Firoozabadi [57, 56] ont étudié la séparation dans un mélange liquide binaire et multiconstituants dans une colonne thermogravitationnelle.

Toutes les résolutions des modèles analytiques pour les colonnes parallélépipédiques, dans les études précédentes, prennent en compte seulement l'épaisseur (e) et la hauteur (H) de la cavité alors que le travail expérimental porte sur les trois dimensions. En 2007, Marcoux et Costeseque [83] ont étudié l'influence de la profondeur (b) sur le comportement du fluide et la séparation des espèces. Ils ont montré que l'utilisation des cavités de petite profondeur produit une séparation plus élevée que celle prédite par des approches en deux dimensions. Ils ont proposé une corrélation simple entre cet écart et le rapport d'aspect transversal (e/b).

En 2011, Davarzani et Marcoux [35] ont proposé un modèle de simulation numérique directe pour étudier l'influence des propriétés thermiques de la matrice poreuse sur le facteur de séparation dans une colonne thermogravitationnelle à garnissage saturé par un mélange binaire. Ils ont montré que le facteur de séparation est significativement affecté par le rapport de conductivité thermique des phases solide/liquide.

En 2011, Martin et al. [86] ont déterminé expérimentalement les propriétés thermophysiques et de transport des mélanges composés de glucose et de saccharose dans le diméthylsulfoxyde

(DMSO). Une fois ces propriétés connues, ils ont entamé une étude numérique sur l'application d'un gradient de température dans des microdispositifs, afin d'optimiser l'extraction du DMSO. Les résultats montrent une amélioration de 35% sur les techniques de séparation microfluidiques basés sur un régime purement diffusif.

Séparation des espèces dans une cavité Horizontale :

Toutes les études précédentes traitent du problème de la séparation dans une colonne thermogravitaionnelle verticale. Elhajjar et al. [46], en 2006, ont proposé une nouvelle procédure pour la séparation des espèces d'un mélange binaire confiné dans une cavité rectangulaire horizontale, les parois horizontales sont soumises à un gradient de température verticale, tandis que les parois verticales sont adiabatiques. Ils ont obtenu une séparation de l'ordre de 10% pour des valeurs raisonnables de longueur de l'ordre de 500[mm] et pour des épaisseurs de l'ordre de 2[mm] (à peu près 10 fois plus grande que l'épaisseur dans les colonnes verticale).

En 2008, Elhajjar et al. [43] ont utilisé une cavité horizontale poreuse pour étudier la séparation thermogravitationnelle des composants d'un mélange de fluide binaire. L'écoulement monocellulaire apparaît au déclenchement de la convection en cavité poreuse horizontale chauffée par le bas. Ils ont montré qu'il est possible d'obtenir une séparation optimale avant que l'écoulement monocellulaire perde sa stabilité. Ils ont montré également que le nombre de Rayleigh conduisant à la séparation optimale dans une cellule horizontale était plus grand que celui obtenu dans une cellule verticale (TGC), ce qui a permis d'effectuer la séparation dans une cellule d'épaisseur plus grande.

Ces mêmes auteurs [44] ont ensuite utilisé la même configuration précédente pour étudier l'influence des vibrations verticales de hautes fréquence et de faibles amplitudes sur la séparation. La stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire obtenue a été analysée analytiquement et numériquement. Ils ont souligné que l'écoulement monocellulaire, associé à un champ de concentration stratifié, conduit à une séparation horizontale des constituants du mélange binaire. Ils ont observé que les vibrations ont un effet stabilisant, conduisant à une augmentation de la valeur critique du nombre de Rayleigh correspondant à la transition entre l'écoulement monocellulaire et multicellulaire, par conséquent les vibrations verticales permettent de séparer les espèces sur une large gamme de nombres de Rayleigh.

En 2010, Elhajjar et al. [45] ont présenté une étude théorique et numérique de séparation des espèces dans une cavité poreuse inclinée. Ils ont montré que la séparation peut être sensiblement augmentée pour une valeur optimale de l'angle d'inclinaison. Les résultats analytiques obtenus ont été corroborés par des simulations numériques, et par des expériences réalisées avec une solution de $CuSO_4$.

Charrier-Mojtabi et al. [25] ont réalisé une étude analytique et numérique pour étudier la séparation dans une couche poreuse horizontale saturée par un mélange binaire et soumise à un flux thermique constant sur les deux parois horizontales. Ils ont déterminé la séparation en fonction du nombre de Rayleigh thermique, du nombre de Lewis, du facteur de séparation et du rapport d'aspect de la cellule, la séparation maximale est obtenue pour une valeur optimale du nombre de Rayleigh. Les résultats numériques sont en bon accord avec les résultats analytiques.

La comparaison avec la séparation obtenue dans une colonne verticale (TGC) différentiellement chauffée a montré que la valeur maximale de la séparation est la même dans les deux configurations. Par contre, pour la même différence de température, la séparation dans la cellule horizontale peut avoir lieu pour une large gamme de Ra , ce qui permet l'utilisation de cellule de hauteur plus grande que le largeur de la colonne thermogravitationnel, et par conséquence, la quantité des espèces séparées est plus importante dans la cellule horizontale.

Ouattara et al. [102] ont étudié la stabilité linéaire de la solution d'équilibre et de la solution monocellulaire dans une cellule horizontale de grande extension longitudinale remplie d'un milieu poreux saturé par un mélange binaire délimitée par deux parois de même épaisseur et de même conductivité thermique, les surfaces extérieures de ces parois sont soumises à un flux de chaleur constant. Ils ont trouvé que la solution d'équilibre perd sa stabilité via une bifurcation stationnaire ou une bifurcation de Hopf compte tenu des valeurs des paramètres adimensionnels considérés. Ils ont également déterminé les paramètres critiques (le nombre de Rayleigh critique et le nombre d'onde critique) associés à la transition entre la solution d'équilibre et l'écoulement monocellulaire. Plus récemment, Ouattara [101] a étudié analytiquement et numériquement l'influence de la conductivité thermique et de l'épaisseur des parois qui délimitent une cellule poreuse rectangulaire horizontale sur la séparation thermogravitationnelle des constituants d'un mélange binaire. Il a montré que la séparation des espèces d'une solution binaire dépend fortement de δ (rapport de l'épaisseur des parois sur l'épaisseur de la couche poreuse) et de d (le rapport de leur conductivité thermique respective) pour des valeurs du nombre de Rayleigh supérieures au nombre de Rayleigh conduisant à la séparation maximale. Il a montré également que la séparation est sous-estimée lorsqu'on ne prend pas en compte l'effet des caractéristiques thermiques des parois.

La mesure de coefficient Soret

Des valeurs précises du coefficient Soret sont nécessaires, par exemple, dans l'analyse des phénomènes d'instabilité hydrodynamique (Platten et Legros [110], van Vaerenbergh et al. [125]). Toutefois, une mesure précise du coefficient Soret reste difficile en raison de sa faible valeur

(généralement de l'ordre de $10^{-3} K^{-1}$ associée au faible gradient de fraction massique résultant).

Le coefficient Soret est généralement mesuré en utilisant des cellules de thermodiffusion ou en utilisant des colonnes thermogravitationnelles. Dans le premier cas, le mélange est placé entre deux parois horizontales à températures différentes, et le gradient de concentration obtenu est mesuré en l'absence de convection. Dans le cas de colonne thermogravitationnelle, les deux parois sont verticales. Dans ces conditions, la séparation des espèces par thermodiffusion est combinée avec des courants de convection verticaux, ce qui donne lieu à une séparation thermogravitationnelle entre les deux extrémités de la colonne. La mesure de la séparation à l'état stationnaire obtenue permet de déterminer le coefficient Soret du mélange.

Bien qu'une grande attention ait été portée à la mesure du coefficient Soret pour différents solutions liquides binaires, les résultats disponibles dans la littérature diffèrent considérablement ([30, 31]).

Les mesures effectuées dans les cellules de thermodiffusion peuvent être affectées par la présence de perturbations convectives liées à l'instabilité hydrodynamique ou à l'existence de gradients de température latérales. Afin d'éviter de telles perturbations, des tentatives ont été réalisées afin de mesurer le coefficient Soret pour différents mélanges dans des conditions de microgravité (Van Vaerenbergh et al. [125]). Bien que les résultats ne soient pas concluants, ils ne semblent pas indiquer des différences notables par rapport aux valeurs mesurées sur Terre. Des méthodes optiques ont également été utilisées pour mesurer le coefficient Soret [105, 130]. En 1990, Ecenarro et al. [39] ont utilisé la méthode thermogravitationnelle pour mesurer le coefficient Soret du mélange toluène-n-hexane et d'autres mélanges organiques à $38^{\circ}C$. Quelques années plus tard, des mesures ont été effectuées indépendamment par Zhang et al. [130] et par Köhler et Müller [68] pour le mélange toluène-n-hexane, mais en utilisant des techniques non convectifs, les résultats obtenus sont comparés les uns avec les autres, par contre, ils étaient environ 20% plus élevés que ceux rapportés par Ecenarro et al. [39].

Les écarts constatés dans les mesures en colonne thermogravitationnelle pourraient être dus à la présence des courants de convection perturbateurs causés par les irrégularités de la géométrie de la colonne ou par un manque d'uniformité de la température des parois de la colonne. Dans les colonnes très courtes, les courants de retour aux extrémités peuvent également donner lieu à des écarts par rapport au comportement prédit par la théorie (Chavepeyer et al. [26], Ecenarro et al. [40]).

En 1996, Zhang et al. [130] ont développé un instrument optique (sur la principe de déviation de faisceau) pour mesurer le coefficient de diffusion et le coefficient Soret des mélanges liquides. Ils ont appliqué cette technique à des mélanges de toluène et n-hexane dans la gamme

de température $5 - 45^\circ\text{C}$ et à des mélanges d'éthanol et d'eau à 25°C . Les valeurs mesurées du coefficient Soret sont en accord avec les valeurs précédemment obtenues par Kolodner et al. [105] par une méthode optique pour les mélanges d'éthanol et d'eau. Les valeurs obtenues pour le coefficient de diffusion des mélanges de toluène et de n-hexane sont en accord avec ceux précédemment rapportés par Köhler et Müller [68] par la méthode "thermal diffusion forced Rayleigh scattering (TDFRS)" et non pas avec ceux trouvés par Ecenarro et al. [39] avec la méthode de la colonne thermogravitationnelle.

En 1999, plusieurs groupes de recherche (Platten et al. [107, 109], Wittko et al. [128], Leppla et al. [72], Bou-Ali et al. [11], Costesèque et al. [33]) provenant de différentes universités et instituts de recherche se sont réunis à Fontainebleau, en France, en vue d'établir des données fiables pour les coefficients Soret, de thermodiffusion et de diffusion isotherme pour des mélanges binaires de dodécane, isobutylbenzène, et 1, 2, 3, 4-tétrahydronaphtaline (ces mélanges d'hydrocarbures intéressant dans l'industrie pétrolière). Les techniques expérimentales utilisées par les laboratoires participant ont traité de toutes les méthodes de mesure du coefficient Soret disponibles à l'époque. Comme les valeurs obtenues par chaque groupe ne diffèrent pas trop les unes des autres, les équipes participantes ont proposé des valeurs de référence "Benchmark" pour les coefficients Soret, et ont décliné la nécessité de passer à la microgravité au moins pour les mélanges organiques autour de la température ambiante. Récemment, deux équipes utilisant différentes variantes de configurations : cellule de diffusion, la technique de déflexion du faisceau optique (Königer et al. [67]) et l'interférométrie numérique (ODI) (Mialdun et Shevtsova [89]), ont complété les données de référence "Benchmark" manquantes.

Un autre type de mélanges d'un grand intérêt concerne les solutions aqueuses, l'eau-éthanol est l'un des mélanges binaires les plus étudiés. Il a servi en tant que système modèle dans des expériences de la convection double diffusive (Kolonder et al. [69], Zhang et al. [130], Kita et al. [66] et Yu et al. [129]).

En 2007, Platten et al. [106] ont réexaminé des valeurs expérimentales publiées concernant le coefficient Soret de systèmes eau-alcool à une température moyenne de 37.5°C . Dans leur étude, ils ont utilisé la technique de la colonne thermogravitationnelle pour déterminer le coefficient de thermodiffusion. Les valeurs obtenues ne sont pas en accord avec les valeurs publiées précédemment, et parfois le signe de S_T était différent.

La technique de la colonne thermogravitationnelle a été utilisée par Blanco et al. [9] pour déterminer le coefficient de thermodiffusion dans des mélanges binaires de 18 alcanes normaux formés avec le n-octadécane comme le composant le plus dense et mélangé avec des alcanes normaux du n-pentane à n-tridécane dans deux séries des tests expérimentaux : (neuf mélanges binaires avec la fraction massique $c = 0.5$ et neuf mélanges binaires présentant une fraction

molaire $x = 0.5$ pour chaque constituant et pour chaque mélange). Ils ont indiqué une dépendance linéaire du coefficient de thermodiffusion avec la différence de densité relative. En 2010, Blanco et al. [8] ont mesuré les coefficients de thermodiffusion de six mélanges liquides ternaires d'hydrocarbures à $25^\circ C$ en utilisant la technique de la colonne thermogravitationnelle (mélanges de 1, 2, 3, 4-tétrahydro-isobutylbenzène-n-dodécane avec quatre concentrations différentes ont été pris en compte). Les mesures effectuées montrent que la règle additive proposée par Larre et al. [62] reproduit le coefficient de thermodiffusion de tous les mélanges ternaires avec une différence de 7% en moyenne.

Récemment, en 2012, Mialdun et al. [88] ont mesuré les coefficients de diffusion, D , thermodiffusion, D_T , et Soret, S_T , pour des mélanges eau-isopropanol par trois différentes techniques instrumentales : la colonne thermogravitationnelle en combinaison avec des tubes coulissants symétriques, la méthode de déflexion de faisceau optique et la méthode de l'interférométrie optique et numérique. Les résultats obtenus au moyen des différents instruments utilisés sont en excellent accord.

Le problème Poiseuille-Rayleigh-Bénard

En fait, les travaux concernant le problème Poiseuille-Rayleigh-Bénard-Soret (PRBS) sont peu nombreux. Dans les années cinquante, Thomaes a imaginé une cellule parallélépipédique, d'épaisseur très mince, dans laquelle circulait un fluide binaire, l'objectif étant de mettre en évidence l'effet Soret. Cette cellule expérimentale a été largement utilisée au cours des années 70, notamment par Legros [71], en vue de mesurer les coefficients Soret. Pour un recueil des expériences menées et leurs résultats, nous renvoyons le lecteur au chapitre 9 du livre de Platten et Legros [110] convection in Liquide.

Le professeur Lücke et ses collaborateurs ont entrepris de travailler sur le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard-Soret. En 1996, Jung et Lücke [63] ont étudié les modifications apportées au comportement de la convection des mélanges binaires, chauffés par le bas, lorsqu'ils sont soumis à un écoulement de Poiseuille, avec $0 < Re < 1$. La méthode utilisée pour résoudre les équations linéarisées du système est une méthode de tir.

Büchel et Lücke ont publié deux articles [18, 19] traitant du problème de la convection mixte en fluide binaire dans la configuration de Rayleigh-Bénard chauffée par le bas, dans la gamme $0 < Re < 1$. Dans le premier article paru en 2000, Büchel et Lücke [18] ont étudié, à partir d'une analyse linéaire et non linéaire, l'influence de la présence d'un écoulement de type Poiseuille sur l'apparition des rouleaux transversaux dans une couche de fluide binaire chauffée par le bas. Les solutions sont recherchées à l'aide de deux moyens de simulation numérique, l'un basé sur un code aux différences finies et l'autre utilisant une méthode de Galerkin pour la

recherche des valeurs propres du système d'équations aux perturbations. Dans cet article [18], Büchel et Lücke se sont intéressés à un mélange binaire dont les caractéristiques correspondent à celles d'un mélange eau-éthanol. Ils établissent des diagrammes de bifurcation, montrant la variation du nombre de Nusselt et de la fréquence de propagation des structures thermoconvectives en fonction de taux de chauffage.

Dans le seconde article de Büchel et Lücke [19] paru en 2001, les auteurs ont focalisé leur travail sur des couches de fluide binaires, chauffées par le bas, auxquelles on applique un écoulement de Poiseuille et différents types de perturbations convectives. Pour de faible valeurs de nombre de Reynolds et différents facteurs de séparation, y compris le cas d'un fluide pur ($\psi = 0$), Büchel et Lücke ont étudié l'influence des perturbations sur la perte de stabilité de la solution de base. Le comportement linéaire et non linéaire de la couche fluide est analysé avant et après l'application des perturbations. Pour cela la réponse obtenue en résolvant numériquement le système complet d'équations non-linéaires et comparée à celle obtenue à partir de l'approximation des équations d'amplitudes de type Ginsburg-Landau. Pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds, les auteurs montrent un bon accord entre les deux méthodes.

En 2005, Piquer et al. [104] ont étendu l'étude du problème P.R.B.S. en procédant à une analyse numérique détaillée en 2D, avec un code spectral, et séparément, avec le code industriel FEMLAB. Ils ont effectué une analyse de stabilité linéaire temporelle en vue de caractériser la stabilité de l'écoulement de base. Quelques expérimentations numériques tridimensionnelles utilisant le logiciel commercial FEMLAB ont également été entreprises. Enfin, dans le travail expérimental, ils ont utilisé des techniques PIV pour visualiser des ondes progressives. Leur principale contribution est d'avoir analysé le problème de convection mixte en présence d'effet Soret pour différents mélanges binaires, tout en caractérisant précisément l'aspect oscillatoire de l'écoulement résultant. Ils soulignent le fait que les rouleaux transversaux peuvent se déplacer en amont ou en aval de l'écoulement principal.

En 2007, Hu et al. [58] ont étudié, par une méthode de collocation Chebyshev, les instabilités temporelles et spatio-temporelles du problème Poiseuille-Rayleigh-Bénard-Soret dans une couche de fluide binaire chauffé par le bas ou par le haut. Ils ont trouvé que, lorsque le chauffage est par le bas, et pour des facteurs de séparation positifs, les seuils critiques augmentent fortement lorsque l'écoulement est appliqué. Lorsque le chauffage est par le haut, ils ont constaté que, quand un écoulement est appliqué, la courbe stationnaire obtenu à $Re = 0$ est remplacée par deux courbes critiques, une stationnaire et l'autre oscillante. Plus récemment, Ben Hamed et al. [55] ont étudié la formation des rouleaux dans un mélange binaire chauffée par le bas en présence d'un écoulement horizontal. Lorsque le système présente une bifurcation supercritique, des structures convectives 2-D ou 3-D apparaissent. Ils ont montré que le rapport d'aspect A_y

a une forte influence sur le seuil de stabilité de la convection. Ils ont montré que, pour des mélanges binaires avec des facteurs de séparation négatif, et à la différence du cas pour les valeurs positives de ψ , les ondes peuvent se déplacer soit dans le sens de l'écoulement soit en sens inverse.

1.4 Contenu du manuscrit

Le présent travail, de nature numérique et analytique, a pour but d'améliorer le procédé de séparation thermogravitationnelle des espèces d'un mélange binaire initialement homogène, en prenant en compte l'effet Soret.

Après avoir introduit le problème de la séparation thermogravitationnelle et présenté une revue bibliographique dans le chapitre 1, nous consacrons le chapitre 2 à la formulation mathématique du problème de séparation thermogravitationnelle.

Le chapitre 3 traite de l'étude analytique et numérique de la séparation des espèces d'un fluide binaire. On considère une cavité rectangulaire, horizontale, chauffée / refroidie par le bas / haut, remplie d'un fluide binaire eau-éthanol déjà utilisée par Platten et al. [108]. Il s'agit d'un mélange eau-éthanol à 60.88% en masse d'eau pour un facteur de séparation, $\psi = 0.2$ et un nombre de Lewis, $Le = 232$. Une vitesse est imposée sur la paroi supérieure (ou supérieure et inférieure) de la cellule ce qui permet de disposer de deux paramètres de contrôle indépendants (la différence de température ΔT et la vitesse imposée), ce qui permet de découpler le gradient thermique de la vitesse convective.

Pour une cellule de grand rapport d'aspect, nous déterminons analytiquement les champs de vitesse, de température et de concentration dans l'hypothèse dite l'écoulement parallèle. Nous étudions ensuite l'influence du nombre de Péclet, Pe et de Rayleigh, Ra sur la séparation des espèces dans le mélange. Nous étudions, également, la séparation obtenue en résolvant numériquement le système d'équations régissant le problème, et nous comparons les résultats analytiques et numériques.

Dans le chapitre 4 nous étudions la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire pour des valeurs données des paramètres physiques du problème. L'influence des paramètres régissant ce problème et plus particulièrement le rôle du facteur de séparation, ψ et du nombre de Péclet, Pe sont étudiés théoriquement et numériquement.

Rappelons que la présence d'un écoulement monocellulaire au sein de la cellule est une condition nécessaire pour obtenir la séparation des espèces. Au chapitre 5, nous étudions analytiquement et numériquement le problème de séparation d'un fluide binaire en présence de flux de chaleur uniforme, appliqué sur les parois horizontales de la cavité. Nous avons également

comparé les temps nécessaires pour assurer la séparation des espèces dans les configurations étudiées ici avec parois mobile à ceux obtenus dans les colonnes thermogravitationnelles et montré l'intérêt de recourir à la convection mixte pour non seulement accroître la séparation mais également pour réduire le temps nécessaire à son établissement.

Chapitre 2

Formulation Mathématique

2.1 Équations de conservation

Il existe plusieurs méthodes pour obtenir les équations fondamentales de la mécanique des fluides. Nous considérons un volume de contrôle élémentaire pour analyser les variations au cours du temps, de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces du fluide contenu dans ce volume de contrôle lorsqu'on le suit dans son mouvement. Cette approche qui consiste à faire un bilan des quantités transportées et produites au cours du temps, dans un volume élémentaire de contrôle, a été largement utilisée dans les ouvrages de référence [7], [110] mentionnés. Dans la suite de ce chapitre, nous allons donner de façon succincte les différentes équations qui régissent les écoulements de convection thermique d'un fluide binaire.

2.2 Formulation mathématique

Les équations de bilan régissant l'écoulement de diffusion convective avec prise en compte l'effet Soret sont données par :

2.2.1 L'équation de continuité

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

Cette équation est l'équation locale de bilan de masse, dite équation de continuité, qui traduit la conservation de la masse au cours du temps dans le volume de contrôle en l'absence de source ou de puits de matière.

On peut encore simplifier cette équation en remarquant que pour les fluides incompressibles la masse volumique de chaque particule fluide reste constante, au cours du temps, lorsque l'on suit cette particule fluide dans son mouvement, ainsi : $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}\rho = 0$ et par conséquent, l'équation de continuité (2.1) s'écrit de la façon suivante pour un écoulement incompressible :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.2)$$

2.2.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement

La forme générale de l'équation de quantité de mouvement est donnée par :

$$\rho \frac{d(\vec{V})}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla P + (\gamma + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{V}) + \mu \nabla^2 \vec{V} = 0 \quad (2.3)$$

Le premier terme de l'équation représente le taux d'augmentation de quantité de mouvement par unité de volume dans le volume de contrôle. Le deuxième terme correspond au taux de quantité de mouvement perdu par convection (par unité de volume) à travers la surface de contrôle. Pour le cas d'un écoulement incompressible : $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, on obtient ainsi l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.4)$$

2.2.3 Équation de conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie d'un fluide incompressible sous la forme général est donnée par :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - \beta_T T \frac{dP}{dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + r + \left(\bar{\tau} : \nabla \vec{V} \right) \quad (2.5)$$

Il est maintenant possible de simplifier cette équation. On peut notamment supposer pour notre étude que r (la somme des puissances calorifiques dissipées par l'ensemble des sources de chaleur présentes au sein du fluide) soit négligeable, de plus, la puissance volumique liée aux variations de pression $\beta_T \frac{dP}{dt}$ et la dissipation visqueuse $\left(\bar{\tau} : \nabla \vec{V} \right)$ sont négligeables devant le terme $\nabla \cdot (k \nabla T)$. On obtient alors, l'équation de conservation de l'énergie sous la forme :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (2.6)$$

2.2.4 Équation de conservation des espèces

L'équation de conservation de la masse est donnée par :

$$\rho \frac{d(C_i)}{dt} = -\nabla \cdot (\vec{J}_i) \quad (2.7)$$

Cette loi traduit la conservation de la masse de l'espèce (i) en l'absence de réaction chimique. Dans le cas qui nous intéresse, on est en présence d'un fluide binaire pour lequel on tient compte de l'effet Soret. Le vecteur densité de flux de matière du constituant de fraction massique, C est donné par :

$$\vec{J} = -\rho D \vec{\nabla} C - \rho C (1 - C) D_T \vec{\nabla} T \quad (2.8)$$

Avec :

C : fraction massique du constituant considéré.

D_T : coefficient de thermodiffusion.

D : coefficient de diffusion de Fick ou coefficient de diffusion massique du constituant considéré dans le mélange.

Dans le cas qui nous intéresse, on est en présence d'un fluide binaire incompressible ($\nabla \cdot \vec{V} = 0$), pour lequel on tient compte de l'effet Soret, et en l'absence de réaction chimique, on obtient l'équation de conservation valable pour l'espèce (i) dans le mélange binaire :

$$\rho \frac{dC}{dt} = \nabla \cdot [\rho D \vec{\nabla} C + \rho C (1 - C) D_T \vec{\nabla} T] \quad (2.9)$$

2.3 Approximation de Boussinesq

L'approximation que nous allons reprendre attribuée à Boussinesq [14], a en fait été également proposée par Oberbeck [100] pour la première fois en 1879. Cette approximation suppose que les différentes propriétés thermophysiques (λ, a, μ, C_p) sont constantes et sont évaluées à la température et à la fraction massique de référence. On néglige aussi les variations de la densité avec la température et la fraction massique dans tous les termes des équations de conservation ($\rho(T, P) = \rho(T_0, P_0) = \rho_0 = cste$ où T_0, P_0 sont la température et la pression de référence) sauf dans le terme des forces de volume où on considère que la masse volumique ρ varie linéairement avec la température et la concentration, ce qui se traduit par :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (2.10)$$

Où : ρ_0 : est la masse volumique à la température et à la fraction massique de référence.

T_0, C_0 : sont des valeurs de référence qui peuvent être des valeurs initiales ou des valeurs moyennes.

$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_C$, $\beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_T$ sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et massique du fluide binaire, T la température et C la fraction massique du constituant considéré. Pour la plupart des fluides, β_T est positif à la température et à la pression ambiante, à l'exception de l'eau en dessous de $4^\circ C$, de l'autre côté, β_C peut être positif ou négatif en fonction de la contribution des constituants à la masse volumique du fluide. Dans notre étude, nous allons considérer C comme la fraction massique du constituant le plus lourd, ainsi β_C est négatif.

Chapitre 3

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

3.1 Position du problème

Lorsqu'on soumet une solution initialement homogène constituée d'au moins deux espèces chimiques à un gradient thermique, celui-ci engendre un transfert de matière au sein du mélange. Il en résulte la formation d'un gradient de concentration : ce phénomène est appelé thermodiffusion ou effet Soret. Le couplage de la thermodiffusion et la convection naturelle appelée diffusion thermogravitationnelle peut conduire à une séparation des constituants du mélange beaucoup plus importante que celle induite par la thermodiffusion seule. Dans le présent chapitre, nous proposons d'étudier la séparation des espèces dans une cavité rectangulaire, contenant un fluide binaire (figure 3.1). Il s'agit d'une enceinte horizontale de hauteur H selon l'axe des z et de largeur L selon l'axe des x , et de grand rapport d'aspect $A = L/H$. Les parois supérieure et inférieure de la cellule sont imperméables à la matière et maintenues à des températures constantes et différentes, T_1 à $z = 0$ et T_2 à $z = H$, avec la possibilité d'imposer $T_1 < T_2$ ou

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les 26 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

$T_1 > T_2$. Les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. Les parois horizontales sont animées de vitesse uniforme opposées ou seul la paroi horizontale supérieure est animée d'une vitesse uniforme. On dispose, ainsi, de deux paramètres de contrôle indépendants pour l'étude de la séparation : la vitesse d'entraînement de la paroi, U et le gradient thermique imposé ΔT .

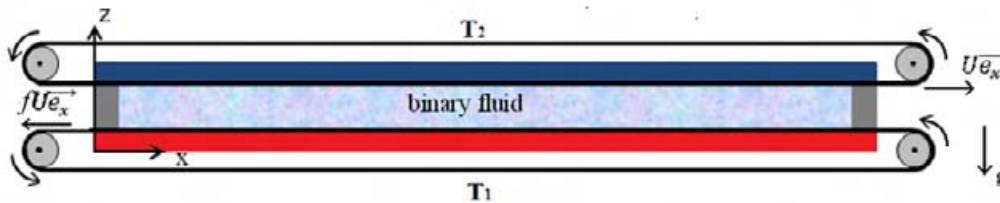


FIGURE 3.1 – Géométrie du problème

3.2 Hypothèses simplificatrices

Afin d'établir une formulation simple du modèle mathématique ainsi que des conditions aux limites, les approximations suivantes sont adoptées :

1. La longueur de l'enceinte est suffisamment grande par rapport aux autres dimensions pour que les effets de bords soient négligeables.
2. Le fluide binaire est un fluide newtonien incompressible.
3. L'écoulement engendré est laminaire.
4. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
5. Il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur ou de masse.
6. L'écoulement satisfait à l'approximation de Boussinesq.

3.3 Équations dimensionnelles

On peut maintenant simplifier ces équations en tenant compte de l'approximation de Boussinesq et le système dimensionnel que l'on doit résoudre s'écrit alors de la façon suivante (l'astérisque

indique les variables dimensionnelles) :

$$\nabla \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho_0^* \left(\frac{\partial \vec{V}^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla \vec{V}^* \right) = -\nabla P^* + \rho_0^* [1 - \beta_T (T^* - T_0^*) - \beta_C (C^* - C_0^*)] \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}^* \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla T^* = a \nabla^2 T^* \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla C^* = \nabla \cdot [D \nabla C^* + D_T C^* (1 - C^*) \nabla T^*]$$

Où $a = \frac{k}{\rho_0 C_p}$ désigne la diffusivité thermique et C représente la fraction massique du constituant le plus dense. On fait l'hypothèse que le terme $C^*(1 - C^*)$ présent dans l'équation de conservation des espèces varie peu par rapport à $C_0^*(1 - C_0^*) \Rightarrow C^*(1 - C^*) \approx C_0^*(1 - C_0^*)$, C_0^* désigne la fraction massique à l'état initial, et que D et D_T sont constants, ainsi, l'équation précédente de conservation des espèces s'écrit :

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla C^* = D \nabla^2 C^* + D_T C_0^* (1 - C_0^*) \nabla^2 T^* \quad (3.4)$$

3.4 Mise sous forme adimensionnelle

Les équations précédentes, sont rendues adimensionnelles en utilisant des grandeurs de référence du problème. Ce qui nous a permis d'avoir des groupements sans dimension dits nombres adimensionnels. Dans cette étude les variables sont rendues sans dimension par les grandeurs de référence suivantes : H pour les longueurs, $\rho_0 \frac{a^2}{H^2}$ pour la pression, $\frac{a}{H}$ pour la vitesse, T_1 pour la température, $\frac{H^2}{a}$ pour le temps et C_0 pour la fraction massique. Les variables adimensionnelles sont données par le tableau 3.1.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
28 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

TABLE 3.1 – Les variables adimensionnelles

Coordonnées spatiales	$(x, y, z) = \frac{(x^*, y^*, z^*)}{H}$	Temps	$t = \frac{t^*}{t_{ref}}$
Vitesse	$(u, v, w) = \frac{(u^*, v^*, w^*)}{\frac{H}{t_{ref}}}$	Température	$T = \frac{T^* - T_{ref}^*}{\Delta T^*},$ $\Delta T^* = T_1^* - T_2^*$
Pression	$P = \frac{P^*}{P_{ref}}$	Fraction massique	$C = \frac{C^* - C_{ref}^*}{\Delta C^*};$ $\Delta C^* = \Delta T^* C_0^* (1 - C_0^*) \frac{D_T}{D}$

En introduisant ces variables dans les équations, nous obtenons les équations adimensionnelles suivantes, de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla P + RaPr(T - \psi C) \vec{e}_z + Pr \nabla^2 \vec{V} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C + \nabla^2 T) \quad (3.8)$$

3.5 Conditions aux limites associées

3.5.1 Conditions aux limites dimensionnelles

La configuration la plus simple permettant d'étudier le phénomène de diffusion thermogravitationnelle concerne une cavité horizontale soumise à un gradient de température verticale. Les conditions aux limites dimensionnelles sont données par :

1. Pour la vitesse :

$$\begin{cases} \vec{V}^*(x^*, z^* = H) = U\vec{e}_x & \forall x^* \in [0, L] \\ \vec{V}^*(x^*, z^* = 0) = fU\vec{e}_x & \forall x^* \in [0, L] \\ \vec{V}^*(x^* = (0, L), z^*) = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Où f représente le rapport de deux vitesses d'entraînement des parois supérieure et inférieure.

2. Pour la température, les parois horizontales sont supposées isothermes à T_1 et T_2 , et les parois latérales verticales sont supposées parfaitement adiabatiques, ce qui se traduit par :

$$\begin{cases} \frac{\partial T^*}{\partial x^*}(x^* = 0, L, z^*) = 0 & \forall z^* \in [0, H] \\ T^*(x^*, z^* = H) = T_2, \quad T^*(x^*, z^* = 0) = T_1 & \forall x^* \in [0, L] \end{cases} \quad (3.10)$$

3. La condition à la frontière la plus délicate est celle portant sur la fraction massique, c'est la traduction du flux de masse nul. Une condition d'imperméabilité sur une frontière est équivalente à un flux de matière nul ($\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$). En tenant compte des conditions aux limites sur la température, on obtient alors les conditions aux limites suivantes sur la fraction massique :

$$\frac{\partial C^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} + C_0^*(1 - C_0^*) S_T \frac{\partial T^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad \text{for } z^* = 0, H \quad \forall x^* \in [0, L] \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial C^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = \frac{\partial T^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad \text{for } x^* = 0, L \quad \forall z^* \in [0, H] \quad (3.12)$$

3.5.2 Conditions aux limites adimensionnelles

En introduisant les variables adimensionnelles du Tableau 3.1 dans les équations (3.5)-(3.8), nous obtenons les conditions aux limites adimensionnelles suivantes :

$$\begin{cases} \vec{V}(x, z = 1) = Pe\vec{e}_x; \quad \vec{V}(x, z = 0) = fPe\vec{e}_x & \forall x \in [0, A] \\ \vec{V}(x = (0, A), z) = 0 & \forall z \in [0, 1] \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} T(x, z = 1) = 0 \\ T(x, z = 0) = 1 \end{cases} \quad \forall x \in [0, A] \quad (3.14)$$

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
30 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

$$\begin{cases} \frac{\partial C(x, z = (0, 1))}{\partial z} + \frac{\partial T(x, z = (0, 1))}{\partial x} = 0 & \forall x \in [0, A] \\ \frac{\partial C(x = (0, A), z)}{\partial x} = \frac{\partial T(x = (0, A), z)}{\partial x} = 0 & \forall z \in [0, 1] \end{cases} \quad (3.15)$$

Le problème considéré dépend de six paramètres adimensionnels : le nombre de Rayleigh thermique, $Ra = \frac{gH^3\beta_T\Delta_T}{\nu a}$, le facteur de séparation, $\psi = -\frac{\beta_C}{\beta_T}\frac{D_T}{D}C_0(1 - C_0)$, le nombre de Lewis, $Le = \frac{a}{D}$, le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{a}$, le nombre de Péclet $Pe = PrRe$ où $Re = \frac{UL}{\nu}$ et le rapport d'aspect $A = \frac{L}{H}$.

3.6 Hypothèse de l'écoulement parallèle

Le concept de l'écoulement parallèle a été utilisé avec succès dans le passé par plusieurs auteurs pour l'étude de la convection naturelle dans des cavités élancées ou aplaties. Par exemple Cormack et al. [29] ont utilisé une méthode d'expansion asymptotique pour déterminer analytiquement le transfert de chaleur au sein d'une couche fluide chauffée à température constante sur les côtés, les parois horizontales étant thermiquement isolées. Cette technique a également été employée par Sen et al. [94], Alavyoon [1], Bennacer et al. [6], Elhajjar et al. [43]. Cette hypothèse suppose que lorsque une cavité présente un grand rapport de forme, l'écoulement engendré devient parallèle relativement aux parois de grandes extensions de la cavité, ce qui permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire à ces parois.

3.6.1 Approximation de l'écoulement parallèle

Pour notre problème, lorsque la cavité présente un grand rapport d'aspect, $A \gg 1$, les lignes de courant, au centre de la cavité, deviennent parallèles à l'axe des x . Ceci permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire aux parois horizontales, de telle sorte que :

$$\vec{V}(x, z) = u(z)\vec{e}_x, \quad \forall x \in]0, A[\quad (3.16)$$

Les profils de température et de fraction massique peuvent s'écrire alors sous la forme d'une somme d'un terme définissant une variation longitudinale linéaire et d'un autre terme donnant la distribution transversale :

$$T(x, z) = bx + f(z) \quad (3.17)$$

$$C(x, z) = mx + g(z) \quad (3.18)$$

Où b et m sont des constantes qui représentent respectivement les gradients de température et de fraction massique selon la direction x . La détermination des gradients de température, b , et de fraction massique, m , est obtenue en intégrant les équations de conservation de l'énergie et des espèces sur le domaine d'étude, tout en tenant compte des conditions aux limites. $b = 0$, puisque des températures constantes sont imposées sur les parois ($z = 0, 1$).

3.7 Équations de base simplifiées

En substituant les équations de l'approximation de la vitesse (3.16), des profils de température et de fraction massique (3.17), (3.18) dans les équations de base (3.5)-(3.8) et après l'élimination de la pression, nous obtenons le système d'équations aux dérivées partielles ordinaires suivant :

$$\frac{\partial^3 u(z)}{\partial z^3} - Ra \frac{\partial}{\partial x} (T - \psi C) = 0 \quad (3.19)$$

$$\nabla^2 T = 0 \quad (3.20)$$

$$mLeu(z) - \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0 \quad (3.21)$$

Puisque les conditions aux limites sur les parois verticales ne sont pas prises en compte (nous ignorons l'écoulement près des parois), d'autres conditions sont nécessaires pour résoudre le système d'équations (3.19)-(3.21) :

1. Le débit volumique à travers toute section droite verticale est nul.

$$\int_0^1 u dz = 0 \quad \forall x \in [0, A] \quad (3.22)$$

2. La cellule étant fermée, il y a la conservation de la matière dans la cavité également. En raison du choix de $C_{ref}^* = C_0^*$, l'intégrale de la fraction massique à travers tout le volume de la cavité est nulle :

$$\int_0^1 \int_0^A C dz dx = 0 \quad (3.23)$$

3.8 Simulations Numériques

Des simulations numériques instationnaires ont été réalisées afin de valider les résultats analytiques. Pour ce faire, la solution numérique des équations (3.5) - (3.8) avec les conditions aux limites associées (3.13) - (3.15), et pour différentes valeurs initiales de (\vec{V}, C, T) a été obtenue en utilisant une méthode des éléments finis (Comsol Multiphysics). Nous avons opté pour un maillage quadrangle conduisant à une meilleure résolution de notre problème en raison de la forme rectangulaire de la cavité étudiée. La solution analytique étant valable pour de grands rapport d'aspect ($A \gg 1$), nous avons utilisé $A = 10$ pour toutes nos simulations numériques. On a vérifié que pour $A = 20$ les résultats obtenus sont en très bon accord. Le modèle analytique est en bon accord avec les résultats numériques obtenus en résolvant les équations complètes du problème sans prendre en compte les hypothèses simplificatrices.

3.9 Détermination analytique du profil de vitesse, de température et de fraction massique

En utilisant les conditions aux limites (3.13)-(3.15), et les conditions (3.22) - (3.22), les champs de vitesse, de température et de fraction massique sont donnés par les expressions suivantes :

$$u = \left(-\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{12}z \right) Ra\psi m + ((3z^2 - 4z + 1) f + 3z^2 - 2z) Pe \quad (3.24)$$

$$T = 1 - z \quad (3.25)$$

$$C = mx - \left(\frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{48}z^4 + \frac{1}{72}z^3 + \frac{1}{1440} \right) Ra\psi m^2 Le + z - \frac{1 + mA}{2} + \left[\left(\frac{1}{4}z^4 - \frac{2}{3}z^3 + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{20} \right) f + \left(\frac{1}{4}z^4 - \frac{1}{3}z^3 + \frac{1}{30} \right) \right] mLePe \quad (3.26)$$

3.10 Détermination du gradient de fraction massique m le long de l'axe des x

Pour la détermination du gradient de fraction massique m , nous utilisons le fait qu'à l'état stationnaire, le flux de matière à travers toute section droite verticale est nulle :

$$\int_0^1 \left[uC - \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] dz = 0, \quad \forall x \in [0, A] \quad (3.27)$$

Cette dernière hypothèse conduit à l'équation cubique suivante donnant m comme une fonction des paramètres sans dimension : Pe, Ra, Le, ψ et de f .

$$\begin{aligned} \frac{Le^2 Ra^2 \psi^2}{362880} m^3 + \frac{Le^2 Ra \psi Pe}{3360} (1-f) m^2 + \left[\left(\frac{f^2}{105} - \frac{5148f}{362880} + \frac{1}{105} \right) Le^2 Pe^2 + 1 \right. \\ \left. - \frac{Le Ra \psi}{720} \right] m - \frac{Le Pe}{12} (1-f) = 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Le discriminant Δ de l'équation (3.28) a été obtenu en utilisant le logiciel Maple. Son expression, qui est une fonction de Le, Pe, Ra, ψ et f , est longue et compliquée, est donnée en Annexe A.

Nous allons présenter, par la suite, les solutions obtenues de l'équation (3.28) dans chacun des cas :

1. Cas de trois solutions réelles dont deux égales et opposées

$$mre_1 = \frac{14LePe(f-1)}{210 - 3fLe^2Pe^2 + 2f^2Le^2Pe^2 + 2Le^2Pe^2} \quad (3.29)$$

$$mre_{2,3} = \pm \frac{14}{9} \sqrt{\frac{15}{210 - 3fLe^2Pe^2 + 2f^2Le^2Pe^2 + 2Le^2Pe^2}} \quad (3.30)$$

Cette solution est valable si la relation suivante est vérifiée :

$$Ra_{limit} = \frac{54}{7} \left(\frac{210 - 3fLe^2Pe^2 + 2f^2Le^2Pe^2 + 2Le^2Pe^2}{\psi Le} \right) \quad (3.31)$$

2. Cas de trois solutions réelles dont une racine double

En identifiant les coefficients de l'équation $(m - m_1)(m - m_2)^2 = 0$ à ceux de l'équation cubique (3.28), on trouve que les racines dépendent des deux groupements adimensionnels suivants : $(\psi Ra Le, Pe Le)$

$$m_1 = \frac{36LePe(f-1) + 4\sqrt{36Le^2Pe^2(f^2+1) - 216Le^2fPe^2 + 42\psi Ra Le - 30240}}{\psi Ra Le} \quad (3.32)$$

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
34 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

$$m_{2,3} = \frac{36LePe(f-1) - 2\sqrt{36Le^2Pe^2(f^2+1) - 216Le^2fPe^2 + 42\psi RaLe} - 30240}{\psi RaLe} \quad (3.33)$$

Ces solutions sont valables seulement si la condition suivante (obtenue lors de l'identification des coefficients de l'équation cubique (3.28)) est vérifiée :

$$\frac{Le^2 Ra^2 \psi^2}{362880} m^3 + \frac{Le^2 Ra \psi Pe}{3360} (1-f) m^2 + \left(\left(\frac{f^2}{105} - \frac{5148f}{362880} + \frac{1}{105} \right) Le^2 Pe^2 + 1 - \frac{LeRa\psi}{720} \right) m - \frac{LePe}{12} (1-f) = 0 \quad (3.34)$$

3.10.1 Détermination de m pour $Pe = 0$

Pour $Pe = 0$, les parois horizontales de la cavité sont immobiles, dans ce cas on obtient l'expression du gradient de fraction massique :

$$m(Pe = 0) = \left\{ \pm 6 \frac{\sqrt{-10080 + 14\psi LeRa}}{\psi LeRa} \right\} \quad (3.35)$$

On constate que m est négative ou positive selon que l'écoulement est dans les sens ou en sens inverse des aiguilles d'une montre et les deux solutions sont possibles en fonction des conditions initiales. Lors des manipulations expérimentales, on ne contrôle pas les conditions initiales, on peut donc observer l'un des deux types d'écoulement. Ces deux solutions peuvent être toutes réelles si et seulement si $Ra \geq \frac{720}{\psi Le}$. Knobloch et al. [41], ont obtenu le même résultat : $Ra_{mono} = \frac{720}{\psi Le}$ quand ils ont analysé la stabilité linéaire de la solution d'équilibre d'un mélange de fluide binaire dans le cas de la double diffusion avec prise en compte de l'effet Soret. Ra_{mono} correspond au nombre de Rayleigh critique associé à l'apparition de la convection supercritique, caractérisée par une transition de l'état de repos à la naissance d'un écoulement de convection monocellulaire dans la cellule horizontale. Ce résultat est obtenu pour $\psi > \psi_{mono} = \frac{1}{\frac{34}{131} Le^{-1}}$.

Dans une cellule poreuse saturée par un fluide binaire, Charrier-Mojtabi et al. [23] ont obtenu des résultats analytiques : $Ra_{mono} = \frac{12}{\psi Le}$ et $\psi_{mono} = \frac{1}{\frac{40}{51} Le^{-1}}$, où Ra est le nombre de Rayleigh thermique.

Pour $0 < \psi < \psi_{mono}$, la naissance de la convection est associée à un écoulement multicellulaire. L'équation (3.35) indique que pour $Pe = 0$, la valeur du gradient de fraction massique m ne dépend que du terme $(\psi LeRa)$. La valeur optimale du gradient de la fraction massique est égale à : $m = \frac{\sqrt{70}}{220} \simeq 0.418$ pour $\psi LeRa = 1440$. Le nombre de Rayleigh optimisant

la séparation obtenu est $Ra_{opt} = \frac{1440}{\psi Le}$, on a donc $Ra_{opt} = 2Ra_{mono}$.

Pour $\psi > \psi_{mono}$ la séparation des espèces entre les deux extrémités de la cellule n'est possible que si la couche est chauffée par le bas ($Ra > 0$). Du fait de la thermodiffusion, les particules les plus denses se déplacent vers la paroi froide, induisant un gradient vertical positif de la fraction massique, conduisant à un écoulement monocellulaire.

Pour $\psi < 0$, la séparation n'est possible que si la couche est chauffée par le haut $Ra < 0$. Dans ce cas, la particule la plus dense se déplace vers la paroi chaude, induisant un gradient vertical positif de la fraction massique et conduisant à un état instable.

La figure 3.2 montre le Rayleigh critique et optimale en fonction du facteur de séparation pour $Le = 100$. La ligne continue représente le Rayleigh critique Ra_{cr} . La ligne en pointillée représente le Rayleigh optimal, Ra_{opt} , pour lequel la séparation maximale est obtenue. La zone hachurée de la figure 3.2 représente les régions où la séparation n'est pas possible.

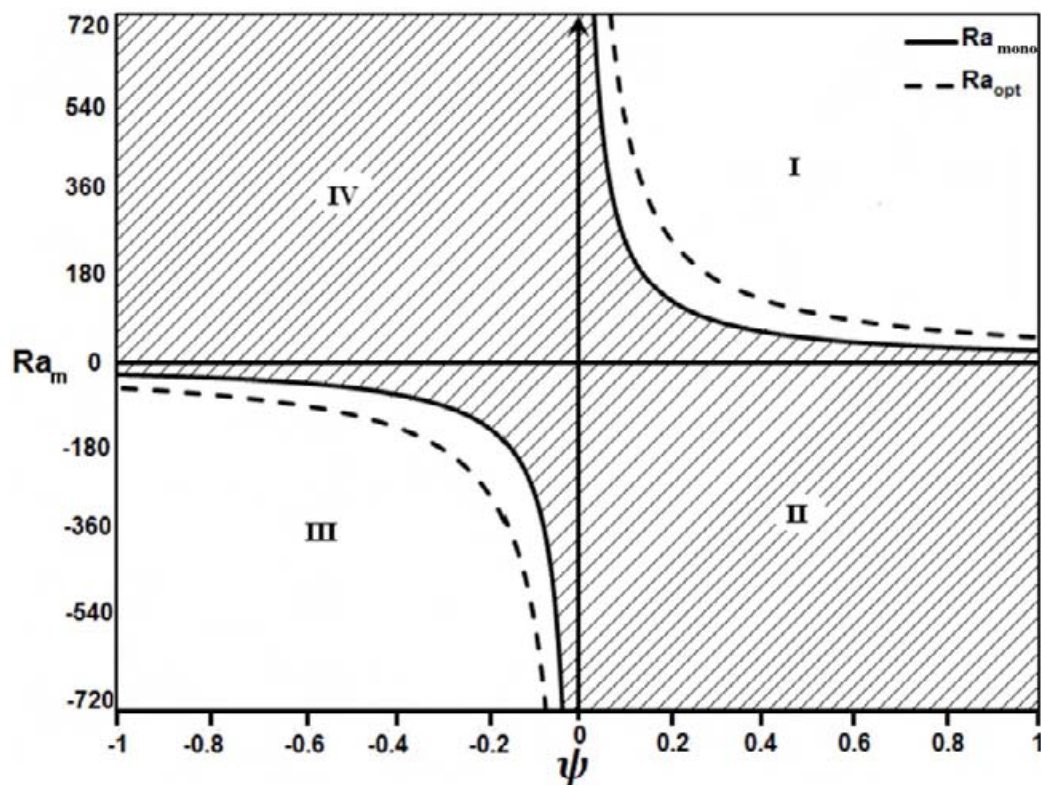


FIGURE 3.2 – Nombre de Rayleigh associé à l'apparition de l'écoulement monocellulaire et à la séparation optimale en fonction du facteur de séparation ψ pour $Pe = 0$ et $Le = 100$

3.10.2 Détermination de m dans le cas où $f = 0, Pe \neq 0$

Dans ce paragraphe nous allons discuter le cas où $f = 0$, (paroi inférieure immobile). En remplaçant $f = 0$ dans les équations (3.24)-(3.26) et dans l'équation (3.28) nous obtenons les profils de vitesse, de température et de fraction massique ainsi que l'équation permettant de déterminer le gradient de fraction massique m , dans le cas où seule la paroi supérieure est animée d'une vitesse constante ($Pe \cdot \vec{e}_x$) :

$$u = \left(-\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{12}z \right) Ra\psi m + (3z^2 - 2z) Pe \quad (3.36)$$

$$T = 1 - z \quad (3.37)$$

$$C = mx - \left(\frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{48}z^4 + \frac{1}{72}z^3 + \frac{1}{1440} \right) Ra\psi m^2 Le + z - \frac{1 + mA}{2} + \left(\frac{1}{4}z^4 - \frac{1}{3}z^3 + \frac{1}{30} \right) mLePe \quad (3.38)$$

$$\frac{Le^2 Ra^2 \psi^2}{362880} m^3 + \frac{Le^2 Ra \psi Pe}{3360} m^2 + \left(1 + \frac{Le^2 Pe^2}{105} - \frac{Le Ra \psi}{720} \right) m - \frac{Le Pe}{12} = 0 \quad (3.39)$$

L'équation (3.39) dépend seulement de deux groupements de nombres adimensionnels qui sont $\psi Ra Le$ et $Pe Le$. Ces deux groupements adimensionnels ont la forme : $Pe Le = UH/D = Pe_m$ où Pe_m est le nombre de Péclet massique, et $\psi Ra Le = \beta_C \Delta CH^3 / \nu D = Ra_m$ est le nombre de Rayleigh massique. Dans notre étude, Pe_m a une valeur positive, alors que celle de Ra_m peut être positive ou négative suivant le signe de ψ . Avec cette nouvelle définition des nombres adimensionnels, l'équation (3.39) prend la forme suivante :

$$\frac{Ra_m^2}{362880} m^3 + \frac{Ra_m Pe_m}{3360} m^2 + \left(1 + \frac{Pe_m^2}{105} - \frac{Ra_m}{720} \right) m - \frac{Pe_m}{12} = 0 \quad (3.40)$$

L'équation (3.40) à coefficients réels admet trois solutions. Suivant le signe de discriminant, Δ , une équation cubique admet trois racines réelles distinctes si $\Delta > 0$, une racine réelle et deux racines complexes conjuguées si $\Delta < 0$ et pour $\Delta = 0$ l'équation admet des racines multiples qui sont toutes réelles.

La valeur du discriminant Δ de l'équation (3.40) a été obtenue en utilisant le logiciel Maple.

Son expression, fonction de Pe_m et de Ra_m , est donné par $\Delta = F(Ra_m, Pe_m)$ avec :

$$F = \frac{Ra_m^2}{11614343086080000} \left[343Ra_m^3 - (1764Pe_m^2 + 740880)Ra_m^2 - (12852Pe_m^4 + 6985440Pe_m^2 - 533433600)Ra_m - 17280(Pe_m^2 + 672)(Pe_m^2 + 105)^2 \right] \quad (3.41)$$

Le signe du discriminant est présenté sur la figure 3.3.

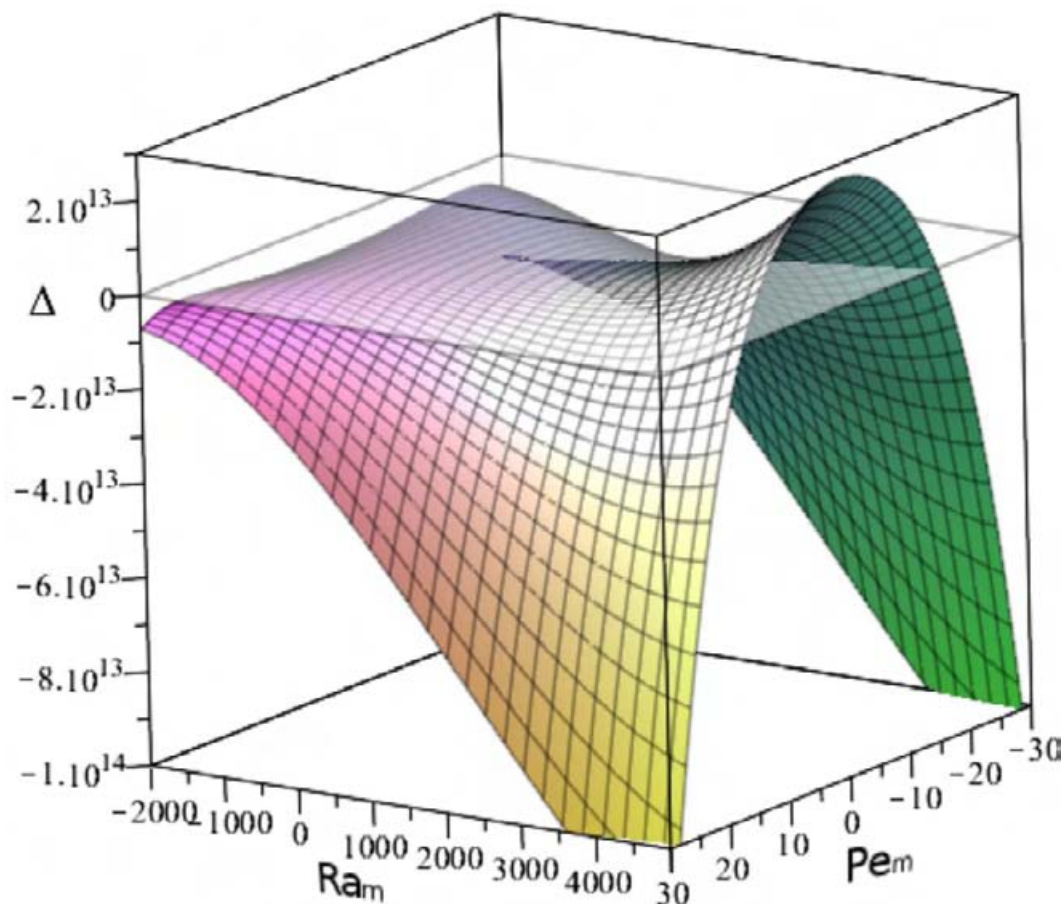


FIGURE 3.3 – Représentation 3D du discriminant de l'équation (3.40)

On peut constater sur la figure 3.3 que l'équation (3.40) a une seule racine réelle et deux racines complexes conjuguées pour $\Delta < 0$, ce qui correspond aux valeurs les plus élevées de Pe_m . Trois racines réelles distinctes sont obtenues pour $\Delta > 0$, ce qui correspond à des valeurs plus petites de Pe_m , et à des valeurs supérieures ou modérées de Ra_m . Le cas de racines multiples réelles a été obtenu pour $\Delta = 0$, elle correspond à l'intersection de la surface $\Delta = 0$ avec la surface $\Delta = F(Ra_m, Pe_m)$. Nous présentons dans la figure 3.4, la solution de l'équation (3.40) en fonction des deux groupements (Ra_m, Pe_m). La figure 3.4, montre que la valeur maximale

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
38 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

de la séparation des espèces est égale à $S_{max} = 4.32$, ce maximum est obtenu dans le cas d'un racine réelle et deux racines conjuguées.

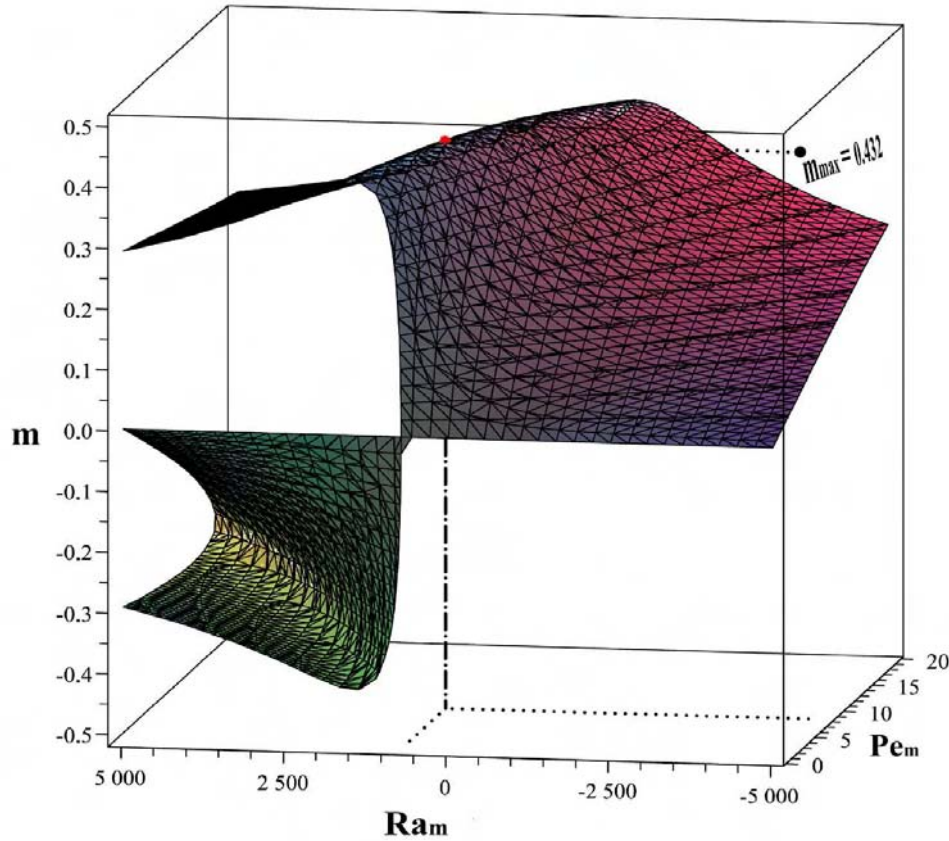


FIGURE 3.4 – Représentation 3D de toutes les solutions possibles de l'équation (3.39)

Dans la suite nous allons discuter les résultats obtenues pour chaque cas :

a. Cas $\Delta < 0$ (une solution réelle et deux imaginaires)

Pour $\Delta < 0$, l'équation (3.39) admet une racine réelle et deux racines complexes conjuguées en fonction de Le, Pe, Ra et ψ . Ici, la valeur maximale de m , racine de l'équation (3.39), est obtenue pour une valeur optimale de Pe :

$$Pe_{Opt} = \pm \frac{\sqrt{-207900 - 105LeRa\psi + 70\sqrt{6LeRa\psi - 3240LeRa\psi + 18662400}}}{30Le} \quad (3.42)$$

En remplaçant Pe par sa valeur optimale dans l'équation (3.39), on en déduit la valeur optimale de m en fonction de Le, ψ et Ra . Pour une cavité chauffée par le bas $m_{max} =$

$$\frac{\sqrt{42}}{15}, \text{ obtenue pour } Pe_{opt} = \frac{\sqrt{42}}{Le} \text{ et } Ra_{opt} = \frac{540}{Le\psi}.$$

La figure 3.5 montre la séparation, $S = mA$ en fonction de Ra pour $Pe = 0$, $Pe = 0.028$, et $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$.

La ligne en trait plein correspond au cas où la paroi supérieure est immobile, $Pe = 0$, dans ce cas la séparation des espèces n'est possible que lorsque la cellule est chauffée par le bas et lorsque le nombre de Rayleigh est supérieure à la valeur critique $Ra > Ra_{mono}$. La séparation maximale est obtenue pour une valeur optimale du nombre de Rayleigh associé à un couplage optimal entre le temps de convection et le temps de diffusion. Les courbes en pointillées ou avec tirets représentent deux cas où la paroi supérieure est mobile ($Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$). Pour ce cas ($Pe \neq 0$), la séparation est toujours possible que la couche soit chauffée par le haut ou par le bas. Ceci peut s'expliquer par le fait que le gradient de température induit la thermodiffusion entre la paroi froide et la paroi chaude, et la vitesse appliquée conduit à la séparation des espèces entre les deux extrémités de la cellule horizontale. Pour $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$, la valeur maximale de la séparation, S est égale à 4.32 pour $Ra = 11.64$ et à 3.69 pour $Ra = -33.31$. Pour $Pe = 0$, la valeur maximale de la séparation ($S = 4.18$) est obtenue pour $Ra = 31.03$ (chauffage par le bas). Dans le cas particulier $Ra \rightarrow 0$ (correspondant au cas où $H \rightarrow 0$) l'équation (3.39) a une seule racine donnée par :

$$m(Ra = 0) = \frac{35}{4} \left(\frac{LePe}{Le^2Pe^2 + 105} \right) \quad (3.43)$$

La valeur maximale du gradient de la fraction massique est obtenue pour $Pe_{opt} = \pm \frac{\sqrt{105}}{Le}$ et correspond à : $m_{max}(Ra = 0, Pe = Pe_{opt}) = 0.427$. Une comparaison de la variation de la séparation des espèces ($S = mA$) (obtenue numériquement et analytiquement) en fonction de Pe pour de faibles valeurs du nombre de Rayleigh, $Ra = 15$ (chauffage par le bas) et $Ra = -15$ (chauffage par le haut), avec $Le = 232$ et $\psi = 0.2$ est présentée sur la figure 3.6. La solution analytique est représentée en traits pleins pour $Ra = 15$ et en traits discontinus pour $Ra = -15$, les valeurs numériques sont représentées par des points. Les résultats analytiques sont en très bon accord avec les résultats numériques.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
40 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

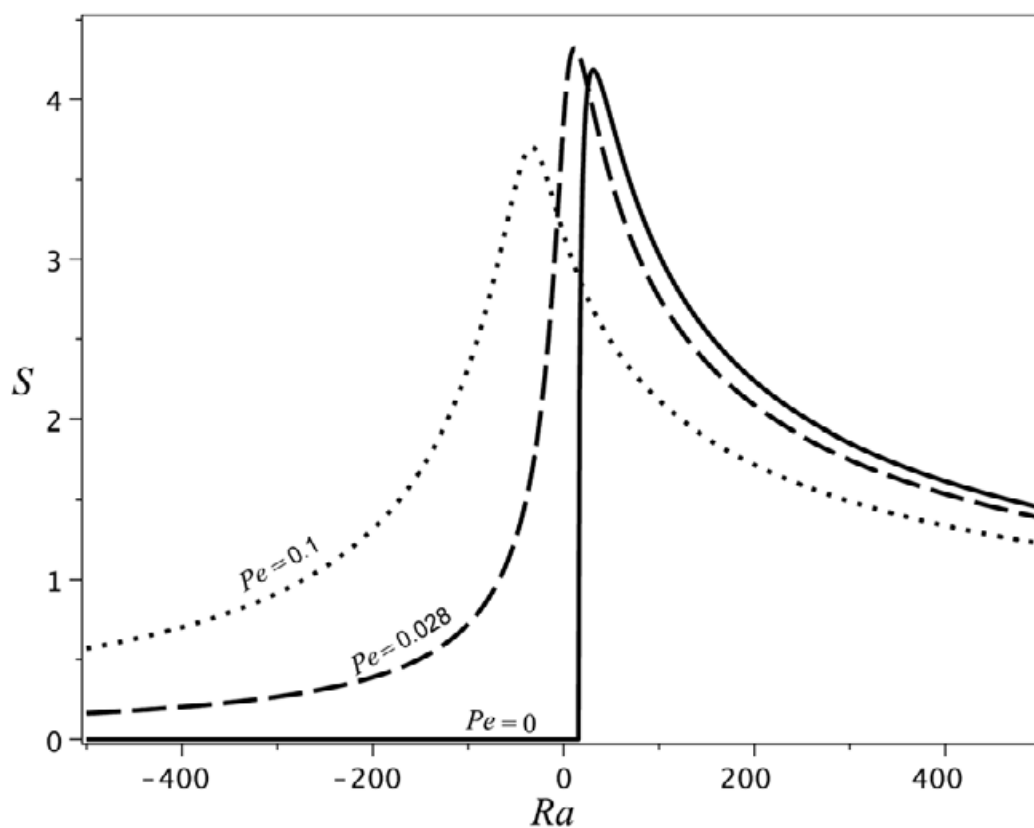


FIGURE 3.5 – La séparation en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$

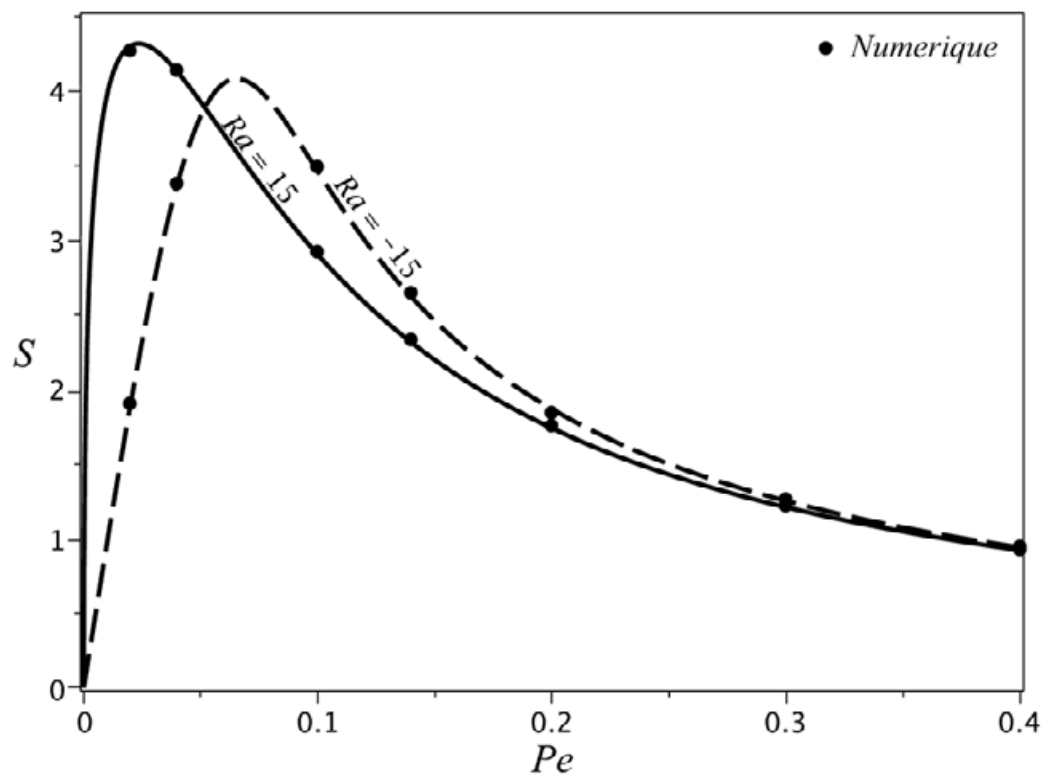


FIGURE 3.6 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Ra = -15$, $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les 42 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

Lorsque $Pe = 0$, la séparation est nulle, puisque la vitesse convective est nulle. La séparation augmente en augmentant le nombre de Péclet jusqu'à une valeur optimale du nombre de Péclet, $Pe = Pe_{opt}$, au-delà duquel la séparation diminue. Un maximum de séparation est observé pour une valeur optimale du nombre de Péclet, où un couplage optimal entre le temps de convection et le temps thermodiffusion est réalisé. Lorsque $Pe < Pe_{opt}$ la séparation est faible, de même, lorsque $Pe > Pe_{opt}$, le temps de convection n'est plus en adéquation avec le temps de diffusion. La valeur maximale de la séparation, $S_{max} \approx 4.32$, pour $Ra = 15$ est obtenue pour $Pe \approx 0.023$, alors que le maximum de séparation pour $Ra = -15$ égale à $S_{max} \approx 4.079$ obtenue pour $Pe \approx 0.065$. Le tableau 3.2 montre une comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour $Ra = \pm 15, \pm 150$, $Le = 232, \psi = 0.2$ et $Pr = 10$ et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.

TABLE 3.2 – Comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour $Ra = 15, -15, 150, -150$ avec $Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$, pour différentes valeurs du nombre de Péclet

	Ra=15		Ra=150		Ra=-15		Ra=-150	
Pe	S _{Ana}	S _{Num}	S _{Ana}	S _{Num}	S _{Ana}	S _{Num}	S _{Ana}	S _{Num}
0.02	4.302	4.265	2.410	2.410	1.898	1.899	0.361	0.361
0.06	3.706	3.717	2.136	2.138	4.052	4.056	1.059	1.058
0.10	2.900	2.916	1.885	1.888	3.458	3.487	1.683	1.679
0.16	2.087	2.102	1.565	1.570	2.311	2.333	2.367	2.344
0.20	1.738	1.751	1.391	1.396	1.866	1.838	2.494	2.477
0.25	1.482	1.493	1.245	1.249	1.561	1.574	2.154	2.148
0.30	1.210	1.217	1.067	1.070	1.252	1.261	1.533	1.565
0.35	1.047	1.051	0.949	0.950	1.075	1.080	1.237	1.251
0.40	0.922	0.923	0.853	0.851	0.941	0.943	1.044	1.051
0.45	0.824	0.821	0.772	0.768	0.837	0.835	0.907	0.908
0.50	0.744	0.738	0.705	0.698	0.753	0.748	0.803	0.800

La figure 3.7 montre les iso-fractions massiques pour différentes valeurs de Pe pour un fluide binaire avec, $Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$, pour $Ra = \pm 15$. Les couleurs indiquent l'intensité de la fraction massique de l'espèce la plus dense. Lorsque Pe augmente, c'est à dire, lorsque la vitesse de l'écoulement augmente, la courbure des

lignes des iso-fractions massiques augmente et la séparation diminue.

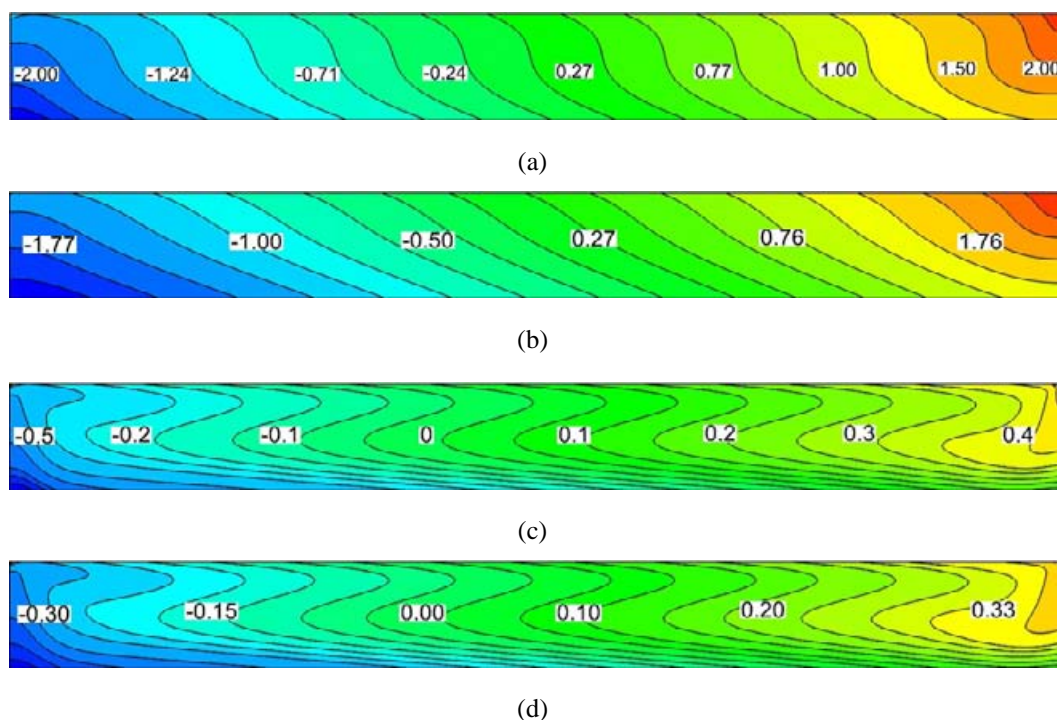


FIGURE 3.7 – Iso-fractions massiques pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Ra = 15, Pe = 0.05$ (b) $Ra = 15, Pe = 0.5$ (c) $Ra = -15, Pe = 0.05$ (d) $Ra = -15, Pe = 0.5$ avec $f = 0, Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$

On présente sur la figure 3.8 une comparaison de la variation de la séparation des espèces en fonction de Pe pour des grandes valeurs du nombre de Rayleigh $Ra = 150$ (chauffage par le bas), $Ra = -150$ (chauffage par le haut) pour $Le = 232, \psi = 0.2, A = 10$ et $Pr = 10$. La solution analytique est donnée par des traits discontinues ou en pointillés, les résultats numériques sont représentés par des symboles. Les résultats analytiques et numériques sont en bon accord. Pour $Ra = 150$, la séparation est non nulle pour $Pe = 0$ (paroi supérieure immobile), cela peut s'expliquer par le fait que $Ra = 150$ est supérieur à $Ra_{mono} = 15.51$ et $\psi = 0.2 > \psi_{mono} = 0.017$ la convection se déclenche, et l'écoulement monocellulaire résultant conduit à la séparation des constituants. On remarque que dans ce cas que la séparation maximale, $S_{max} \approx 2.55$ est obtenue pour $Pe = 0$. D'autre part, pour $Ra = -150$ (chauffage par le haut) la séparation est nulle pour $Pe = 0$, la séparation maximale, $S_{max} \approx 2.506$, est obtenue pour une valeur optimale de Péclet, $Pe \approx 0.194$.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
44 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

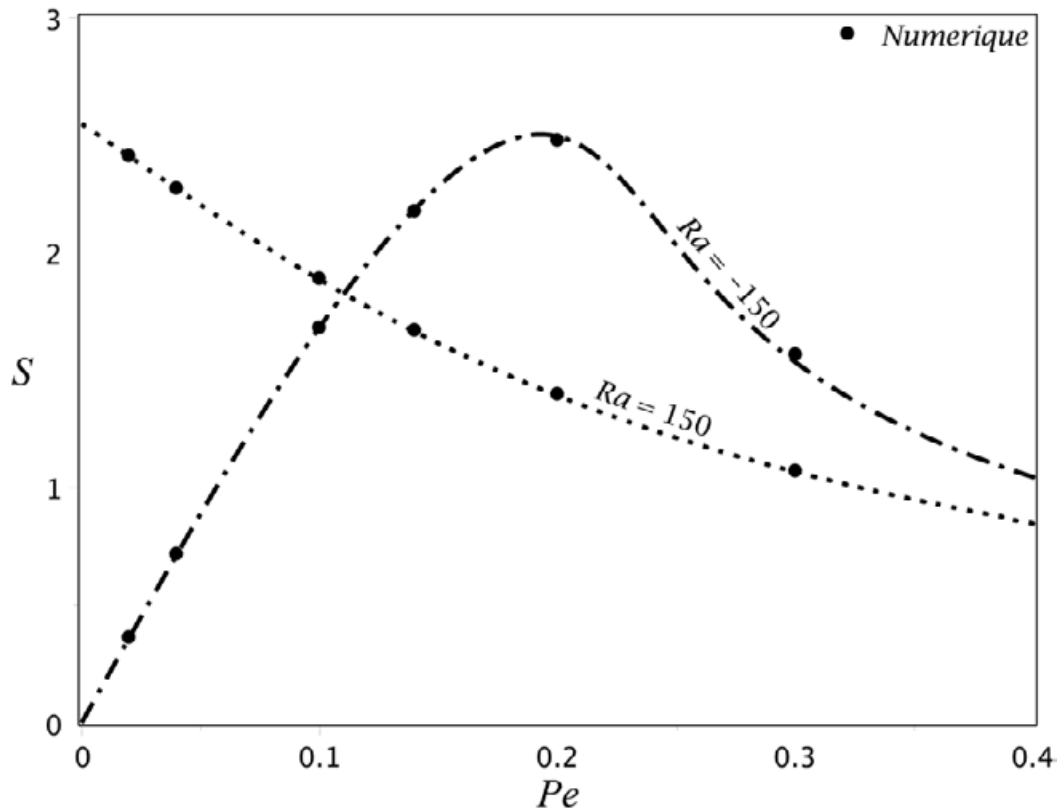


FIGURE 3.8 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 150$, $Ra = -150$ avec $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$, $A = 10$

Sur la figure.3.9, on représente les iso-fractions massiques pour différentes valeurs du nombre de Péclet pour un fluide binaire, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$ avec $Ra = \pm 150$. Les couleurs donnent l'intensité de la fraction massique de l'espèce la plus dense. Lorsque Pe augmente, c'est à dire, lorsque la vitesse de l'écoulement augmente, la courbure des lignes des iso-fractions massiques augmente et la séparation diminue.

b. Cas $\Delta > 0$ (3 solutions réelles, dont deux égales et opposées)

En remplaçant $f = 0$ dans les équations (3.29), (3.30) et (3.31) nous obtenons la valeur du nombre de Rayleigh et les racines réelles :

$$Ra = \frac{108}{7} \left(\frac{Le^2 Pe^2 + 105}{Le\psi} \right) \quad (3.44)$$

Et les trois solutions réelles sont données par :

$$m_1 = -\frac{108Pe}{Ra\psi} \quad (3.45)$$

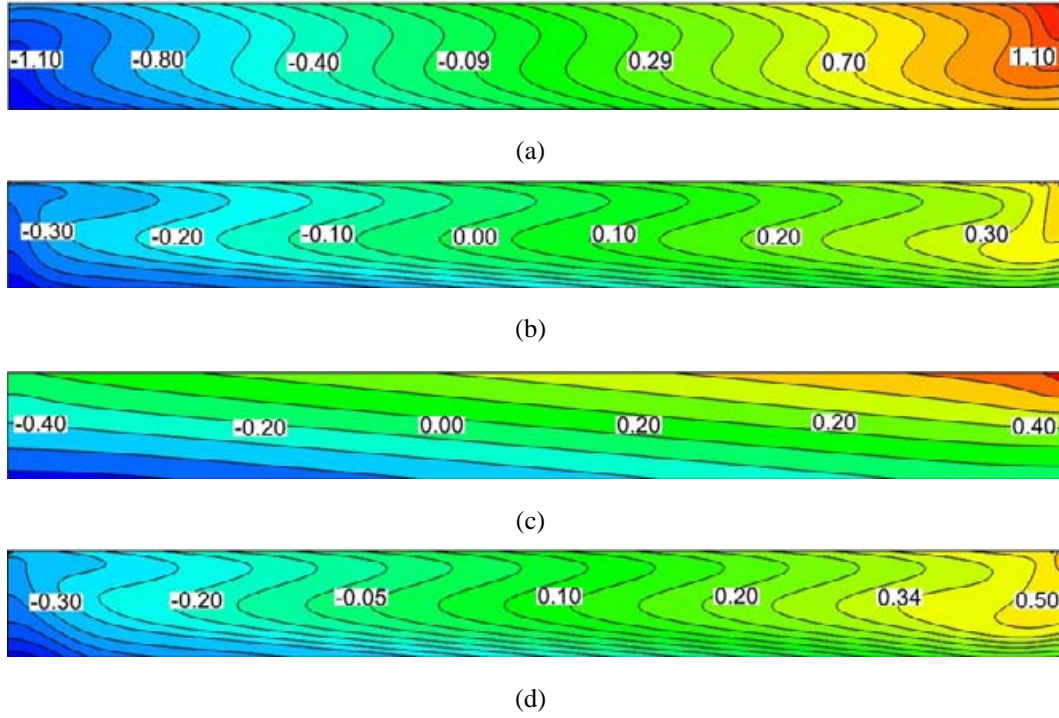


FIGURE 3.9 – Iso-fractions massiques pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Ra = 150$, $Pe = 0.05$, (b) $Ra = 150$, $Pe = 0.5$, (c) $Ra = -150$, $Pe = 0.05$ (d) $Ra = -150$, $Pe = 0.5$ avec $f = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$

$$m_{2,3} = \pm 6 \sqrt{-\frac{10080}{Le^2 Ra^2 \psi^2} + \frac{14}{Le Ra \psi} - \frac{96 Pe^2}{Ra^2 \psi^2}} \quad (3.46)$$

L'équation (3.44) montre que pour une valeur positive de ψ , le nombre de Rayleigh est toujours positif, ce qui correspond au cas où la cellule est chauffée par le bas. On en déduit à partir des équations (3.44) et (3.45), la valeur maximale du gradient de fraction massique : $m_1 = -\frac{\sqrt{105}}{30}$ est obtenue pour $Pe_{opt} = \pm \frac{\sqrt{105}}{Le}$. À partir des équations (3.44) et (3.46) nous obtenons les valeurs maximales de la séparation des espèces $m_{2,3} = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ pour $Pe = 0$.

L'évolution des trois racines de l'équation (3.40) est tracée sur la figure 3.10 en fonction du nombre de Péclet pour $Le = 232$ et $\psi = 0.2$ lorsque l'on remplace Ra par sa valeur donnée par l'équation (3.44) dans les équations (3.45) et (3.46). Les deux courbes symétriques représentent la séparation obtenue à partir de l'équation (3.46) (le rouleau convectif tourne dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse), tandis que la ligne en trait plein représente la séparation obtenue en utilisant l'équation (3.45).

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les 46 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

Dans ce cas, la séparation est égale à zéro pour $Pe = 0$, indépendamment de la valeur de Ra . L'équation (3.46) montre que la séparation des espèces n'est possible que lorsque la cellule est chauffée par le bas ($Ra > 0$).

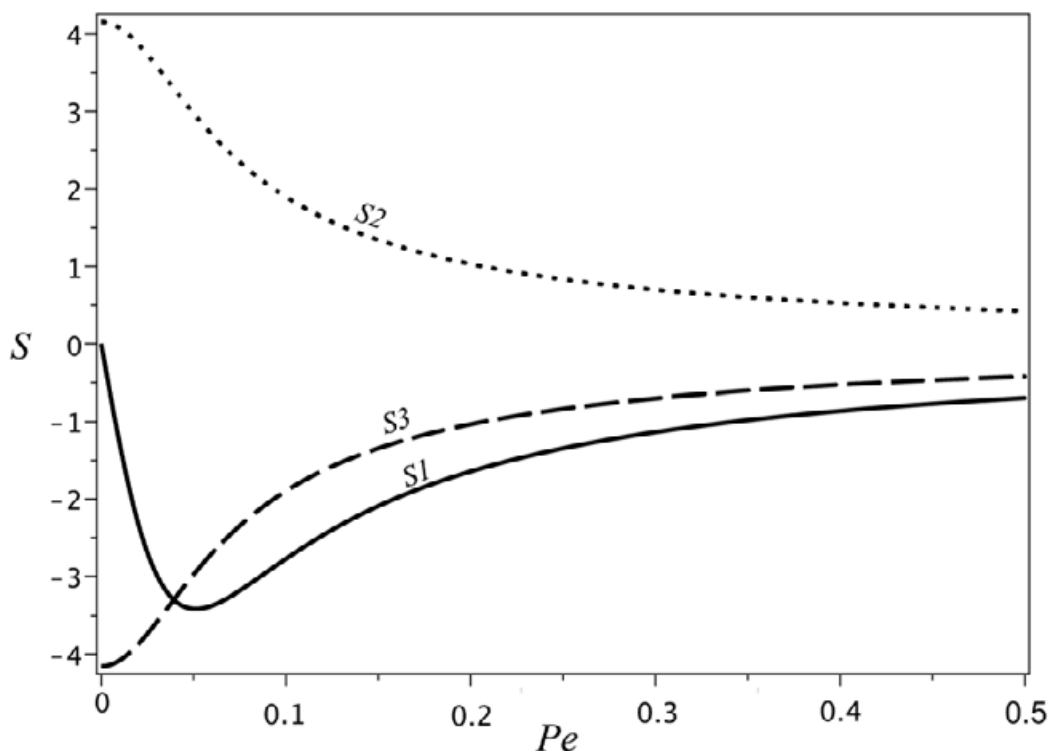


FIGURE 3.10 – La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois solutions réelles) pour $Le = 232$ et $\psi = 0.2$

Pour $Pe = 0$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $Ra = 34.91$ on a trois solutions réelles dont deux différentes de zéro : $m_{2,3} = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ qui sont associées à un écoulement qui va dans le sens ou dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Les trois champs de vitesse correspondants sont représentés sur la figure 3.11. La figure 3.12 présente les trois champs de vitesse associées au gradient de fraction massique $m_1, m_{2,3}$ pour des valeurs de Pe différents de zéro, $Pe = 0.1$, et pour $Le = 232$. Les deux flux associés à la deux racines opposées $m_{2,3}$ sont complètement différents à l'écoulement monocellulaire de convection libre obtenue pour $Pe = 0$ (3.11). L'écoulement induit par le mouvement de la paroi supérieure, augmenté de la convection naturelle tournant dans le sens horaire, est associé à $m_3 = -\frac{\sqrt{14}}{9}$ alors que pour $m_2 = +\frac{\sqrt{14}}{9}$ le flux présente deux cellules superposées tournant en sens inverse. La troisième racine réelle, m_1 est également associée à une présentation de flux de deux cellules superposées tournant en sens inverse, le profil de vitesse correspondant est présenté en utilisant la ligne en tirets sur la figure 3.12. Pour

$Pe = 0.1$ et $Le = 100$. Dans ce cas, une grande quantité de fluide située à la partie supérieure de la cavité se déplace dans la direction opposée à la mouvement de la paroi supérieure conduisant à une valeur négative de m .

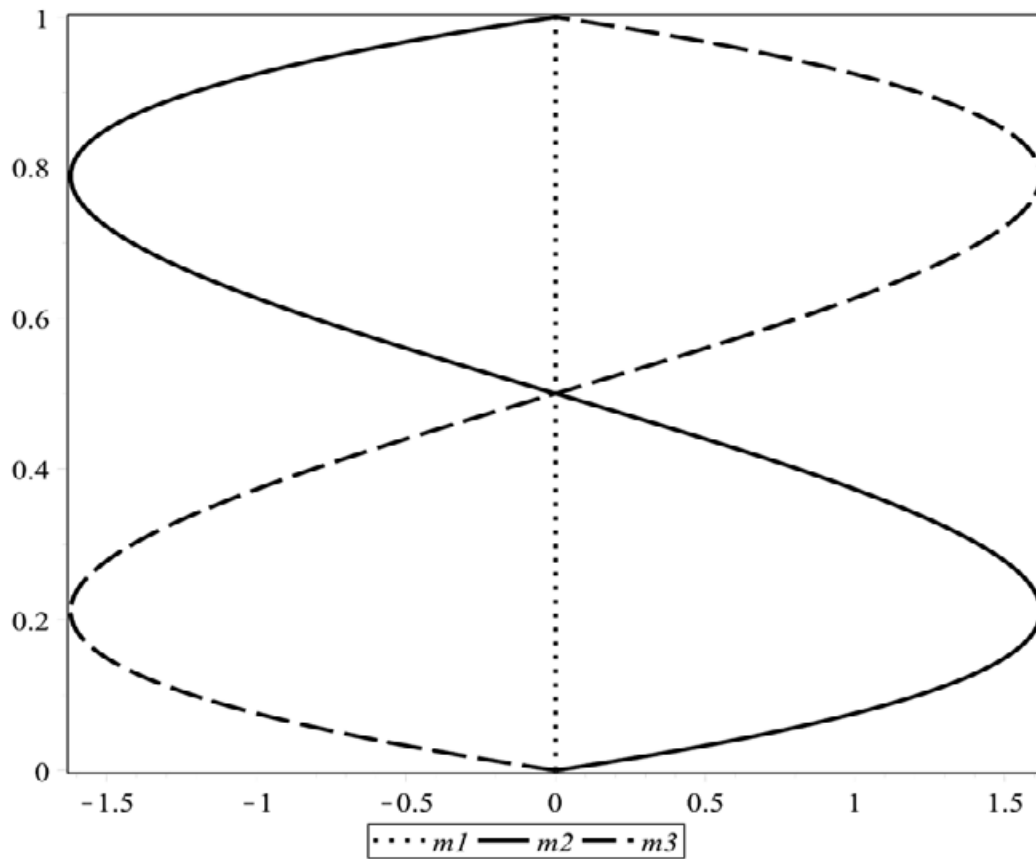


FIGURE 3.11 – Les profils de vitesse associés au gradient de concentration $m = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ pour $f = 0$, $Ra = 34.91$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
48 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

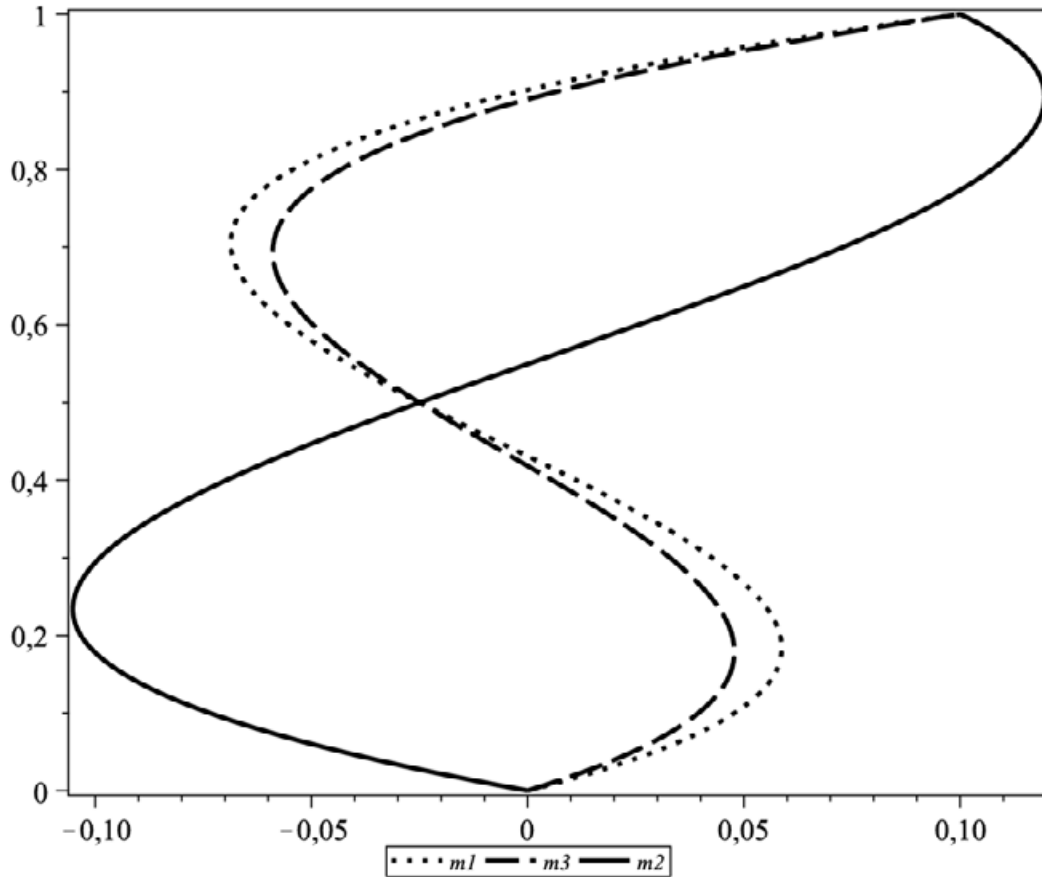


FIGURE 3.12 – Les profils de vitesse associés au gradient de concentration $m = \pm \frac{\sqrt{14}}{9}$ pour $f = 0$, $Ra = 34.91$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$

c. Cas $\Delta = 0$ (3 solutions réelles dont une racine double)

En remplaçant $f = 0$ dans les équations (3.32), (3.33) et (3.34) nous obtenons les trois solutions réelles, avec la condition suivante nécessaire pour avoir deux solutions réelles dont une double :

$$Pe_m (324Pe_m^2 + 126\psi Ra_m + 136080) - \sqrt{6}(6Pe_m^2 + 7\psi Ra_m - 5040)^{3/2} = 0 \quad (3.47)$$

Et les trois solutions réelles sont :

$$m_1 = 4 \frac{-9Pe_m + \sqrt{36Pe_m^2 + 42\psi Ra_m - 30240}}{\psi Ra_m} \quad (3.48)$$

$$m_{2,3} = -2 \frac{18Pe_m + \sqrt{36Pe_m^2 + 42\psi Ra_m - 30240}}{\psi Ra_m} \quad (3.49)$$

L'évolution des trois racines réelles est tracée en fonction nombre de Péclet sur la figure 3.13 lorsque l'on remplace Ra_m par sa valeur extraite de l'équation (3.47) :

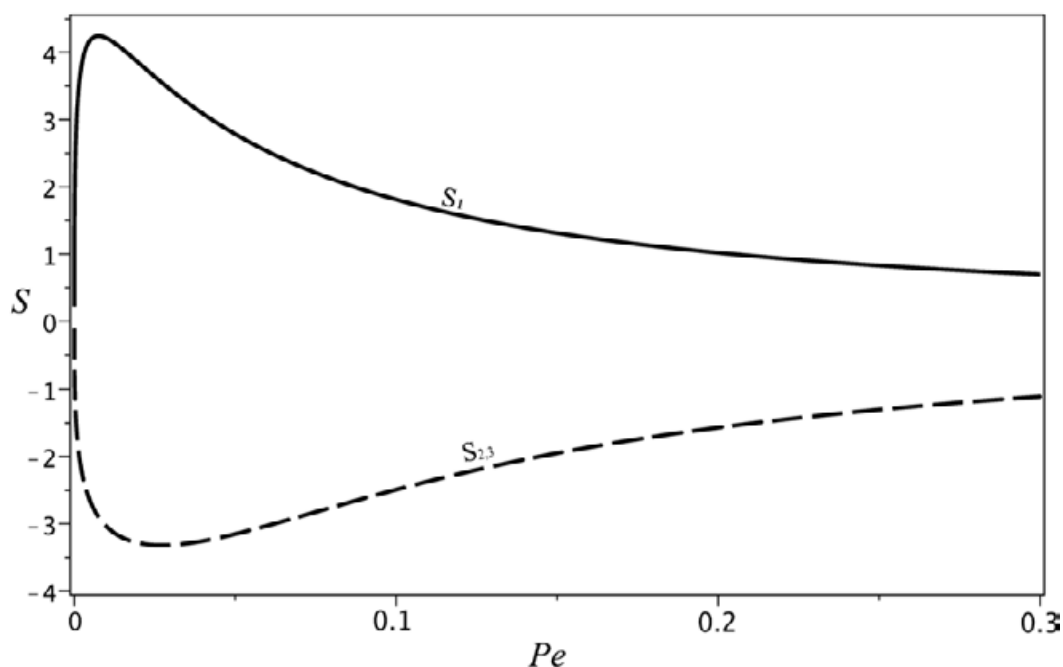


FIGURE 3.13 – La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois solutions réelles et une double) pour $f = 0$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$

La séparation maximale, $S_{max} = 4.22$, est observée, sur la figure 3.13, pour une valeur optimale du nombre de Péclet, $Pe_{opt} = 0.015$.

3.10.2.1 Influence du profil de vitesse sur la séparation

La structure de l'écoulement à l'intérieur de la cavité et le profil de vitesses associé dépendent de la direction de rotation des rouleaux de convection mixte dans la cellule horizontale. L'équation du profil de vitesses obtenu à partir de l'équation (3.36) peut également s'écrire sous la forme :

$$u = \frac{1}{12}z [(-2z^2 + 3z - 1) Ra\psi m + (36z - 24) Pe] \quad (3.50)$$

Nous vérifions que le discriminant de l'équation entre crochets du second degré en z associée à la vitesse est positive pour toutes les valeurs de Ra , Pe , m et ψ , il y a donc deux racines réelles distinctes

Si ces deux racines sont dans l'intervalle $]0, 1[$, la vitesse est égale à zéro en deux points à l'intérieur de la section transversale de la cellule.

On trouve que les deux racines sont situées dans l'intervalle $]0, 1[$ uniquement lorsque la valeur

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les 50 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

de $X = \frac{Pe}{Ra\psi m}$ est dans l'intervalle de $] -0.042, 0[$.

Le profil de vitesses dans la cavité pour $Ra = 60, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.06, m = 0.4319$ et $A = 10$ conduit à $X = 0.231 \notin] -0.042, 0[$, il s'ensuit donc que le profil de vitesse a une seule valeur pour $z \in]0, 1[$ pour laquelle la vitesse est égale à zéro. Le profil de vitesses correspondant est présenté sur la figure 3.14. La solution analytique est représentée en trait plein et les valeurs numériques sont représentées par des points. Sur la figure 3.15, nous présentons les lignes de courant associées, obtenues numériquement pour une cellule avec un rapport d'aspect $A = 10$.

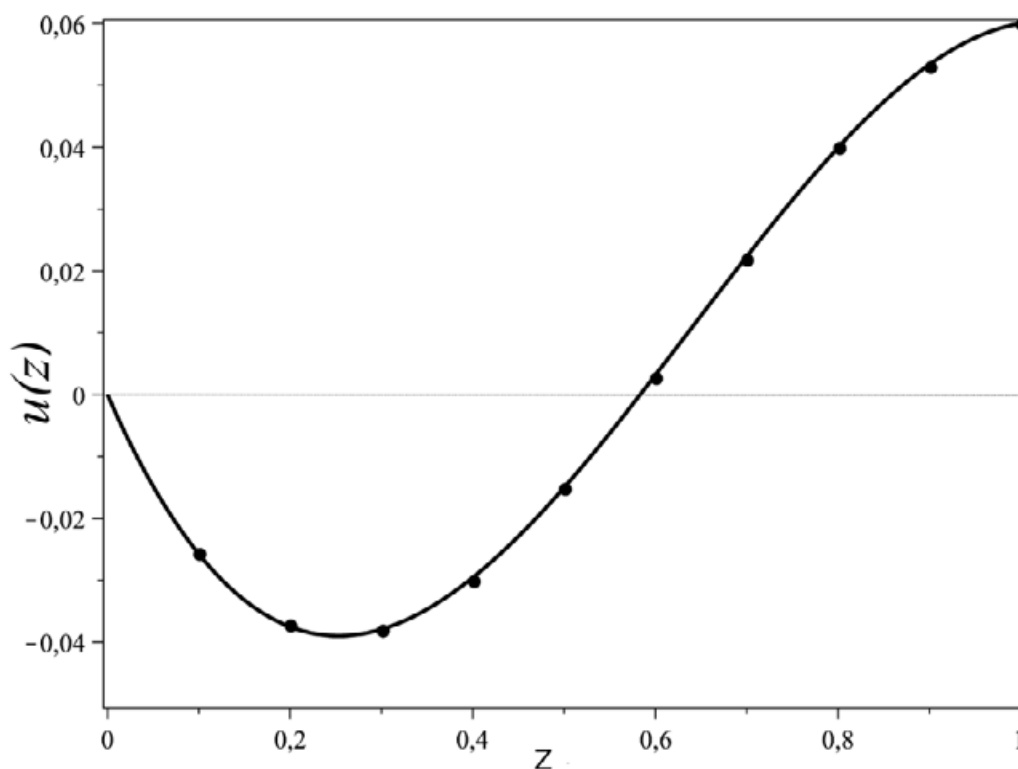


FIGURE 3.14 – Profil de vitesses pour $f = 0, Ra = 60, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.06, m = 0.4319$ et $A = 10$

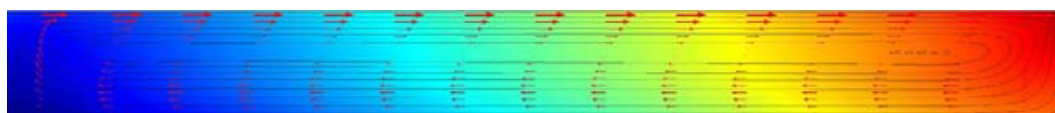


FIGURE 3.15 – Lignes de courant pour $f = 0, Ra = 60, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.06, m = 0.4319$ et $A = 10$

Pour $Ra = 200, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.05, m = -0.1436$ et $A = 10$ la valeur de $X = -0.0171$ est dans l'intervalle de $] -0.042, 0[$, et la vitesse est égale à zéro pour deux valeurs

de z ($z_1 = 0.33, z_2 = 0.84 \in]0, 1[$). La figure 3.16 montre le profil de vitesses correspondant. La solution analytique est représentée en trait plein et les valeurs numériques sont représentées par des points. La figure 3.17 donne les lignes de courant montrant deux cellules contrarotatives superposées.

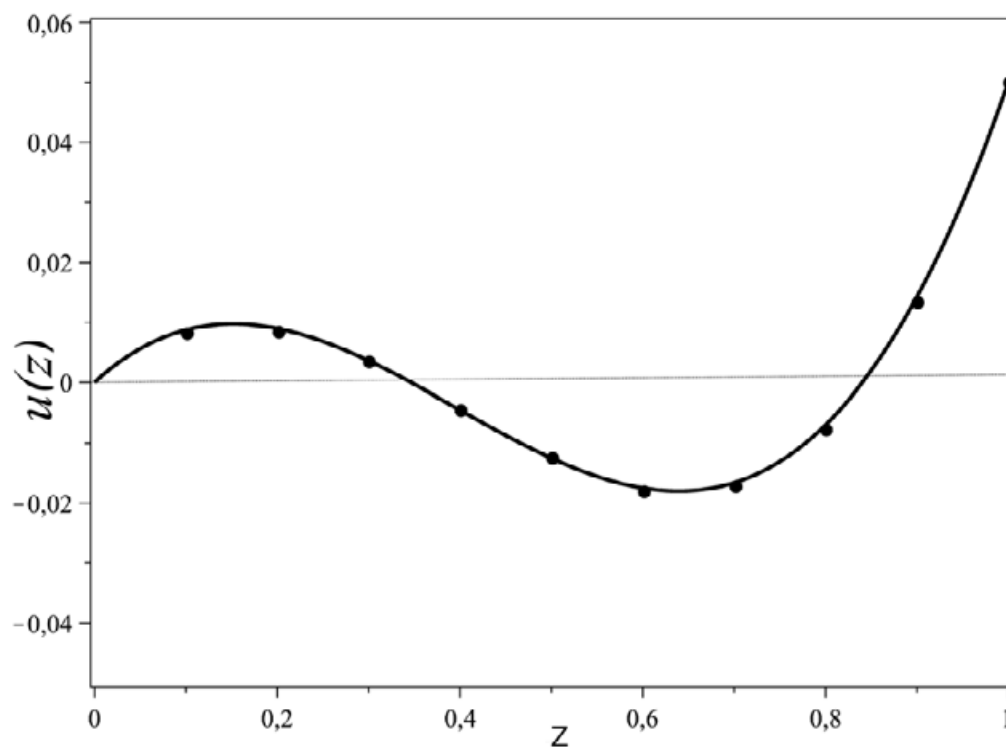


FIGURE 3.16 – Profil de vitesses pour $f = 0, Ra = 200, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.05, m = -0.1436$ et $A = 10$

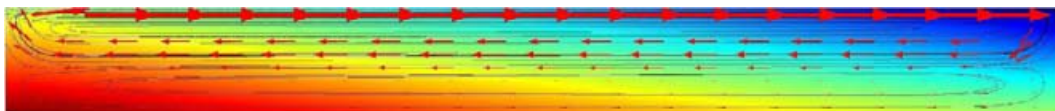


FIGURE 3.17 – Lignes de courant pour $f = 0, Ra = 200, Le = 100, \psi = 0.1, Pe = 0.05, m = -0.1436$ et $A = 10$

3.10.3 Détermination de m dans le cas où $f = -1$

En appliquant deux vitesses égales et de sens opposé ($f = -1$) sur les deux parois horizontales, nous obtenons les profils de vitesse, de température et de fraction massique comme :

$$u = \left(-\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{12}z \right) Ra\psi m + (2z - 1) Pe \quad (3.51)$$

$$T = 1 - z \quad (3.52)$$

$$C = mx - \left(\frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{48}z^4 + \frac{1}{72}z^3 + \frac{1}{1440} \right) Ra\psi m^2 Le + z - \frac{1 + mA}{2} + \left(\frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{12} \right) mLePe \quad (3.53)$$

$$m^3 + \frac{216Pe}{Ra\psi} m^2 + \left(\frac{12096Pe^2}{Ra^2\psi^2} + \frac{362880}{Le^2 Ra^2 \psi^2} - \frac{504}{LeRa\psi} \right) m - \frac{60480Pe}{LeRa^2\psi^2} = 0 \quad (3.54)$$

La valeur maximale de m , racine de l'équation (3.54), est obtenue pour une valeur optimale de Pe définie comme suit :

$$Pe_{opt} = \frac{1}{6} \frac{\sqrt{-14040 - 3LeRa\psi + \sqrt{21Le^2 Ra^2 \psi^2 + 45360LeRa\psi + 228614400}}}{Le} \quad (3.55)$$

Lorsque le nombre de Péclet est remplacé dans l'expression de m par son expression donnée par l'équation (3.55), m est obtenu en fonction de Le, ψ et Ra . Pour une cavité chauffée par le bas le maximum de m , obtenu pour $Pe = \frac{\sqrt{210}}{Le}$ et $Ra = -\frac{2160}{Le\psi}$ est égale à $m_{max} = \frac{\sqrt{210}}{30} \cong 0.483$, valeur supérieure à l'optimum dans le cas où une seule paroi est mise en mouvement ($m_{max} = 0.432$) soit une amélioration de l'ordre de 12%.

Nous présentons sur la figure 3.18, la séparation, $S = mA$ en fonction de Pe pour $Ra = 15, Ra = 150$ (chauffage par le bas) et pour $Ra = -15, Ra = -150$ (chauffage par le haut) avec $Le = 232$ et $\psi = 0.2$. Les courbes en traits continus et traits discontinus représentent le cas de chauffage par le haut, alors que les lignes en pointillées ou en traits discontinus avec des

points représentent le cas de chauffage par le bas.

Les résultats numériques sont représentés par des points. On trouve que les résultats analytiques et numériques sont en bon accord.

En comparant les résultats on trouve que le maximum de séparation est de même ordre de grandeur pour $Ra = 15$, $Ra = -15$ et $Ra = -150$, par contre, il est deux fois moins important pour $Ra = 150$. Cela peut s'expliquer par le fait que pour les cas $Ra = 15$, $Ra = -15$ et $Ra = -150$, le mouvement de fluide vient essentiellement de la vitesse appliquée sur les parois supérieure et inférieure, alors que pour $Ra = 150$, la vitesse convective due au gradient thermique s'ajoute à la vitesse appliquée, ce qui fait augmenter la vitesse de l'écoulement de telle sorte qu'elle détruit la stratification de la fraction massique.

On remarque aussi que le maximum de séparation pour $Ra = -15$ est obtenue pour des valeurs plus importantes du nombre de Pe par rapport au cas $Ra = -150$, $Ra = 15$. On trouve également que pour des valeurs grandes du nombre de Péclet $Pe > 0.25$ la séparation devient presque la même pour les quatre cas, ce qui peut s'expliquer par le fait que l'augmentation de la vitesse de l'écoulement détruit la stratification de la fraction massique.

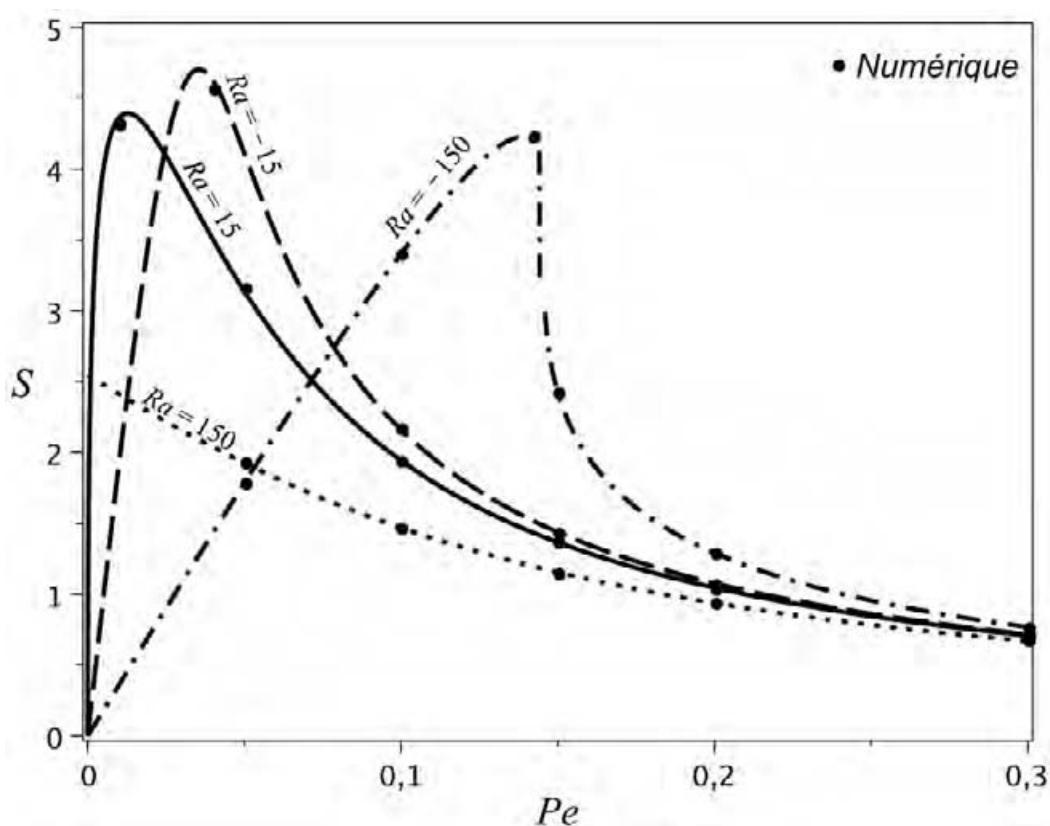


FIGURE 3.18 – La séparation en fonction du nombre de Péclet dans le cas $f = -1$ pour $Ra = 150$, $Ra = -150$, 15 et -15 avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$, $A = 10$

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les 54 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

Les figures (3.19-3.22) montrent respectivement la variation de gradient de la fraction massique pour $Ra = 15, Ra = -15, Ra = 150, Ra = -150$ et avec différentes valeurs de Pe pour un fluide binaire, $Le = 232, \psi = 0.2, Pr = 10$ et $A = 10$. Lorsque Pe augmente, les iso-fractions massiques sont plus incurvées et la séparation des espèces est alors réduite.

Le Tableau 3.3 montre les résultats obtenus analytiquement et numériquement dans le cas où les deux parois (supérieure et inférieure) sont mobiles, pour $Ra = 15, -15, 150, -150, Le = 232, \psi = 0.2$ et $Pr = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.

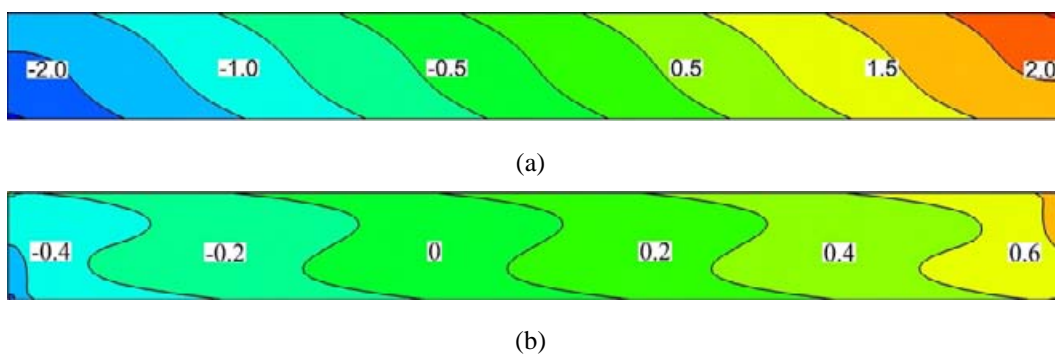


FIGURE 3.19 – Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre du Péclet (a) $Pe = 0.01$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = 15, \psi = 0.2, Le = 232$

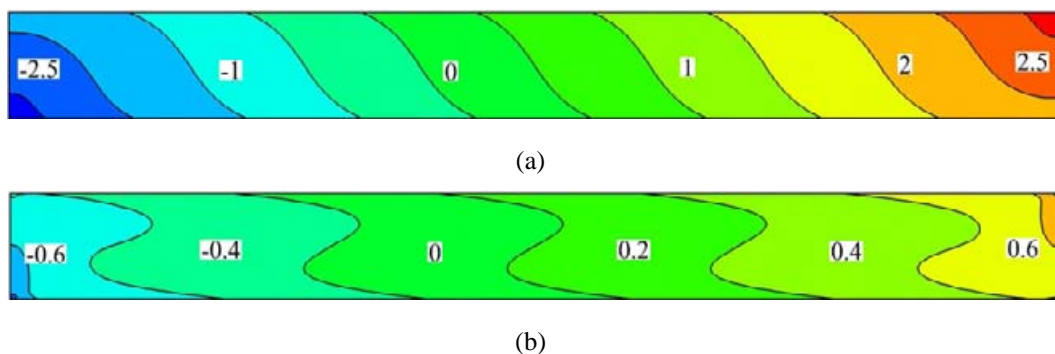


FIGURE 3.20 – Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet (a) $Pe = 0.14$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = -15, \psi = 0.2, Le = 232$

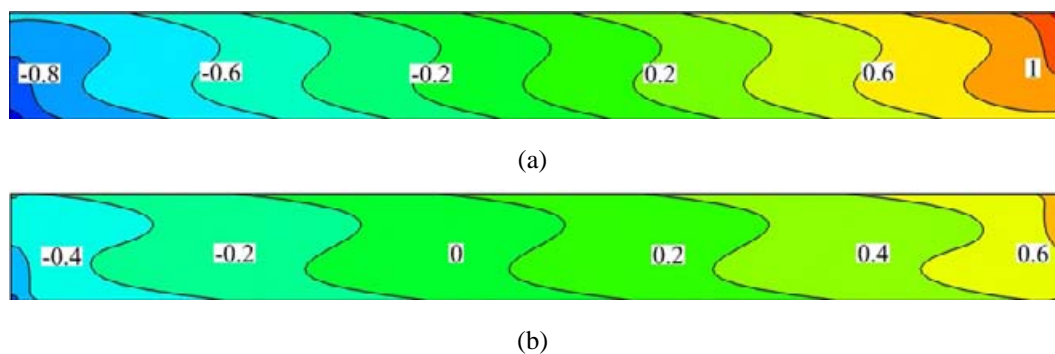


FIGURE 3.21 – Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet
(a) $Pe = 0.05$, (b) $Pe = 0.3$ pour $Ra = 150$, $\psi = 0.2$ et $Le = 232$

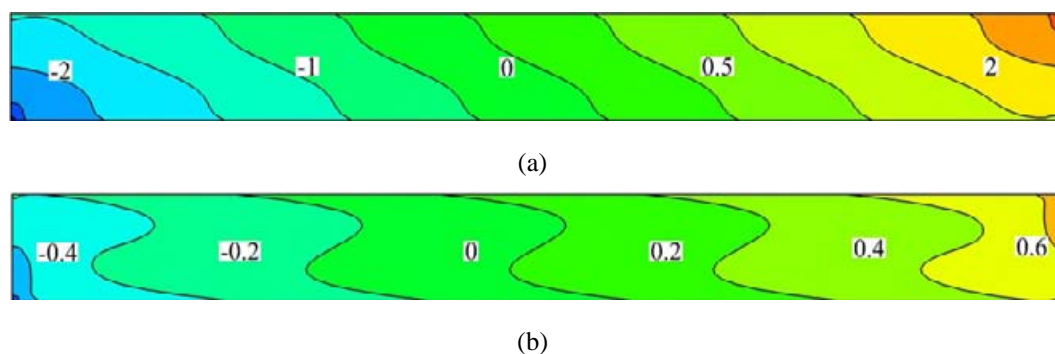


FIGURE 3.22 – Iso-fractions massiques obtenues pour différentes valeurs du nombre de Péclet
(a) $Pe = 0.14$, (b) $Pe = 0.2$ pour $Ra = -150$, $\psi = 0.2$ et $Le = 232$

La figure 3.23 traduit la variation de la séparation en fonction de Ra , pour $Pe = 0, 0.028$ et 0.1 pour $Le = 232$ et $\psi = 0.2$. La ligne en trait plein correspond au cas où $Pe = 0$.

Les courbes en pointillées et avec tirets correspondent au cas où les parois horizontales sont animées de vitesse uniforme et opposées ($Pe = 0.028, Pe = 0.1$). Pour ce cas ($Pe \neq 0$), la séparation est toujours possible que la couche soit chauffée par le haut ou par le bas. Ceci peut s'expliquer par le fait que le gradient de température induit la thermodiffusion entre la paroi froide et la paroi chaude, et que la vitesse appliquée au niveau des parois engendre un rouleau convectif qui conduit à une séparation des espèces plus ou moins importante entre les deux extrémités de la cellule horizontale. Pour $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ les valeurs maximales de S sont respectivement 4.65 pour $Ra \approx -91$ et 4.63 pour $Ra = -7.4$.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
56 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

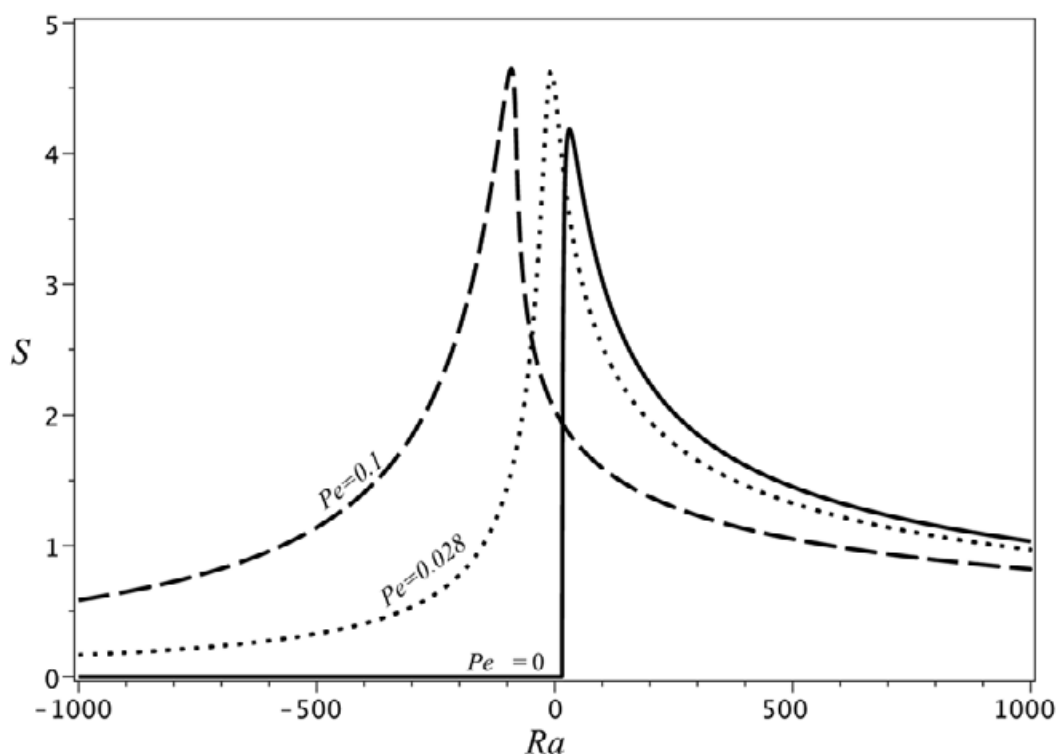


FIGURE 3.23 – La séparation en fonction de du nombre de Rayleigh dans le cas $f = -1$ pour $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ pour $Le = 232$, $\psi = 0.2$

Le tableau 3.3 présente une comparaison entre les résultats analytiques et numériques dans le cas où les deux parois sont mobiles, pour $Ra = 15, -15, 150, -150$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $Pr = 10$ et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.

3.10.4 Séparation calculée pour trois valeurs de f : $f = 0, -1$ et -0.5

Les figures (3.24, 3.25) montrent la séparation en fonction du nombre de Péclet pour un mélange eau-éthanol ($Le = 232$, $\psi = 0.2$) et $A = 10$ avec $Ra = 15$ pour la figure 3.24, $Ra = -15$ pour la figure 3.25 et pour $f = 0, -0.5$ et -1 .

On trouve que le maximum de séparation est égale à $S_{max} = 4.40$, obtenu dans le cas où $f = -1$ (i.e. deux vitesses d'intensité égale mais de sens opposé) pour $Pe = 0.013$. Par contre, pour des valeurs différentes de $f = -1$, la séparation diminue moins vite en fonction de Pe . Le maximum de séparation est égale à $S_{max} = 4.38$ pour $f = -0.5$, $Pe = 0.017$ et à $S_{max} = 4.32$ pour $f = 0$, $Pe = 0.023$.

TABLE 3.3 – Comparaison entre les résultats analytiques et numériques pour $Ra = 15, -15, 150, -150$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $Pr = 10$ et pour différentes valeurs du nombre de Péclet

	$Ra=15$		$Ra=150$		$Ra=-15$		$Ra=-150$	
Pe	S_{Ana}	S_{Num}	S_{Ana}	S_{Num}	S_{Ana}	S_{Num}	S_{Ana}	S_{Num}
0.020	4.264	4.262	2.282	2.282	3.566	3.564	0.723	0.723
0.060	2.821	2.814	1.8222	1.834	3.542	3.534	2.129	2.126
0.100	1.944	1.936	1.471	1.470	2.161	2.156	3.404	3.391
0.160	1.290	1.286	1.106	1.101	1.349	1.345	1.957	1.939
0.200	1.047	1.043	0.939	0.935	1.079	1.073	1.293	1.280
0.250	0.846	0.844	0.785	0.786	0.863	0.855	0.957	0.947
0.300	0.709	0.698	0.671	0.661	0.719	0.707	0.770	0.757
0.350	0.610	0.601	0.585	0.584	0.616	0.600	0.647	0.629
0.400	0.535	0.514	0.518	0.498	0.539	0.517	0.559	0.535
0.450	0.476	0.473	0.464	0.466	0.479	0.451	0.493	0.462
0.500	0.429	0.396	0.420	0.390	0.431	0.397	0.441	0.404

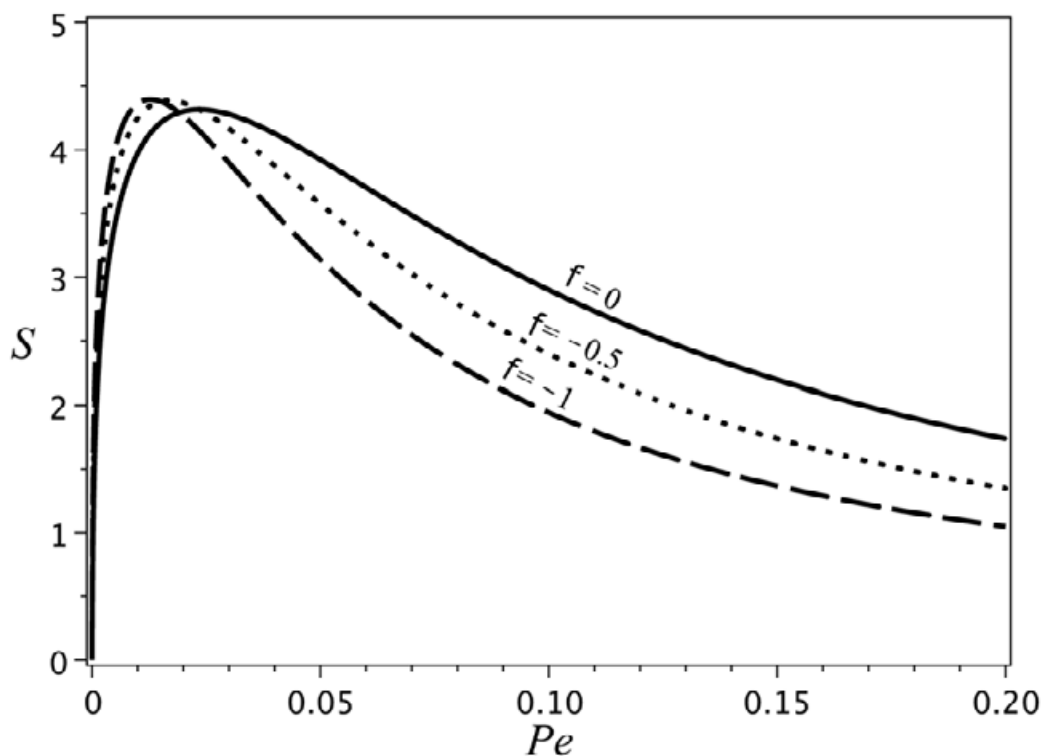


FIGURE 3.24 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$ et pour trois valeurs de f : $f = 0, -0.5$ et -1

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
 58 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

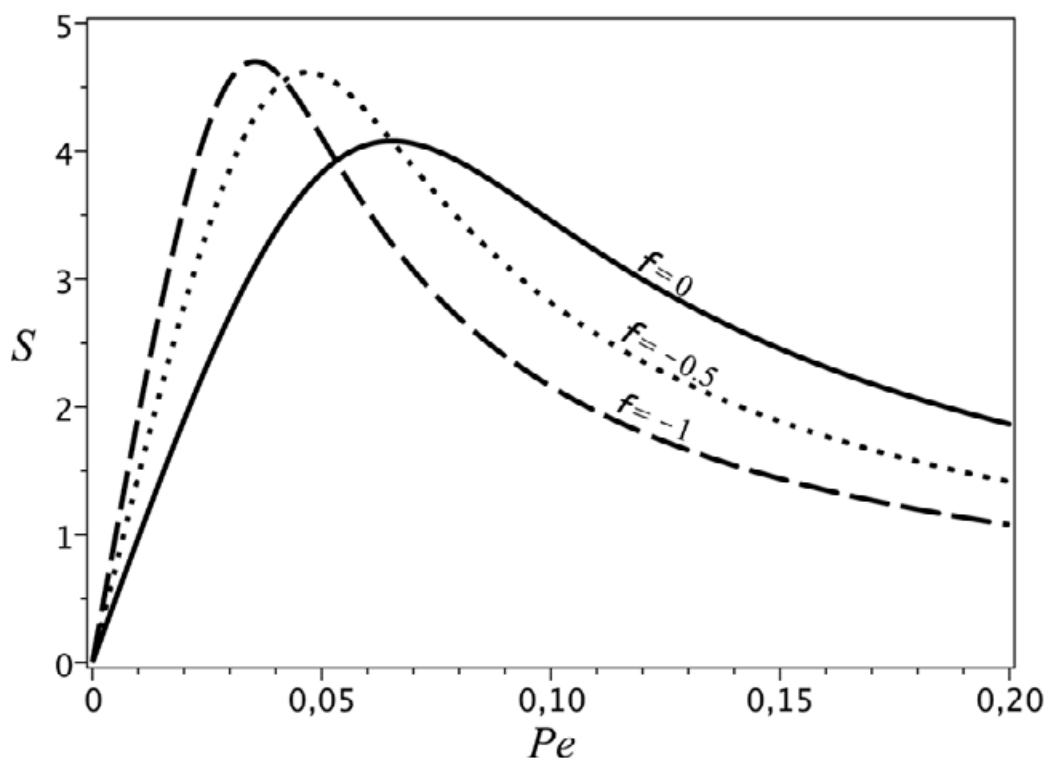


FIGURE 3.25 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$, et pour trois valeurs de f : $f = 0, -0.5, -1$

Sur la figure 3.26, on présente la séparation en fonction du nombre de Rayleigh pour un mélange eau-éthanol ($Le = 232, \psi = 0.2$), $Pe = 0.1$ et $A = 10$ pour $f = 0, -0.5, -1$. On remarque que la séparation augmente jusqu'à une valeur optimale de Ra , au-delà de laquelle la séparation commence à diminuer. Le maximum de séparation obtenu pour $f = -1$ ($S_{max} = 4.70$ pour $Pe = 0.036$) est plus important que celle obtenue pour $f = -0.5$ ($S_{max} = 4.618$ pour $Pe = 0.047$) et $f = 0$ ($S_{max} = 4.08$ pour $Pe = 0.065$).

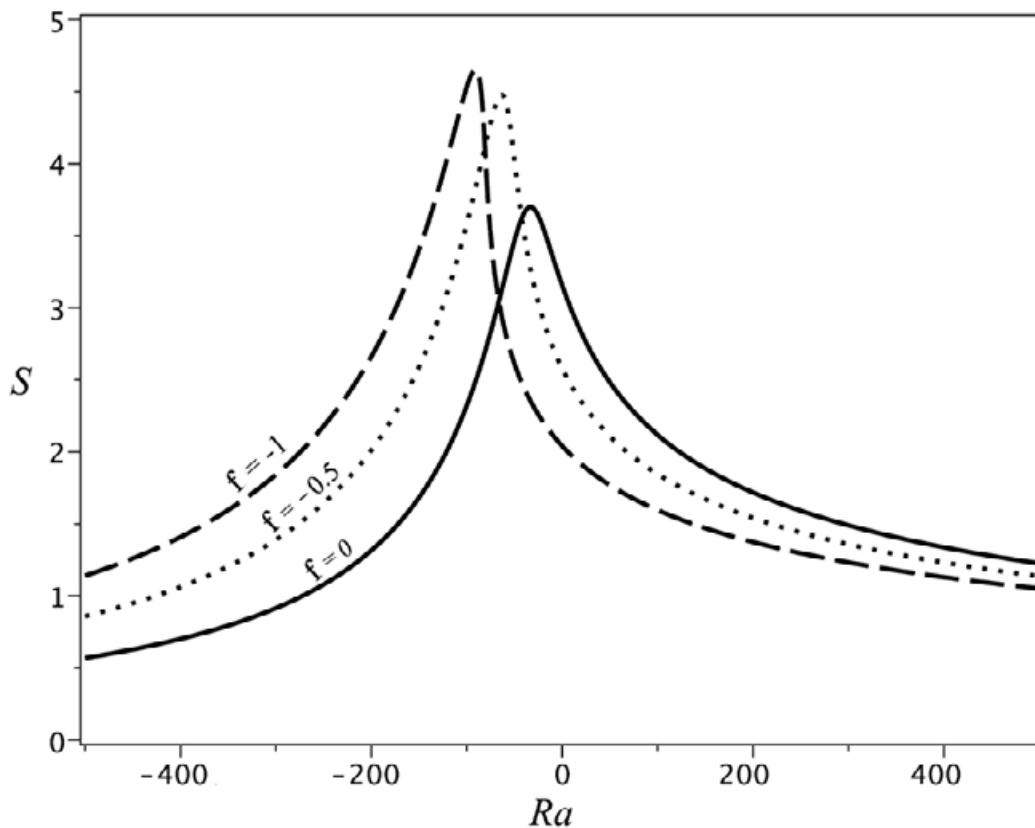


FIGURE 3.26 – La séparation en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pe = 0.1$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ pour les cas $f = 0, -0.5, -1$

3.11 Influence de la vitesse de translation de la paroi (Pe) sur le temps de relaxation

Le temps requis pour atteindre l'état stationnaire du système est appelé le temps de relaxation, τ .

Dans ce paragraphe, nous allons calculer le temps de relaxation du champ de fraction massique pour un mélange eau-éthanol (60%) en eau, $Le = 232$, $\psi = 0.2$ pour une cavité chauffée par le bas avec $Ra = 15$, $Ra = 150$ et pour une cellule chauffée par le haut $Ra = -15$, $Ra = -150$, sachant que pour un mélange binaire les champs cinématique et thermique s'établissent en premier.

Sur la figure 3.27 on montre l'évolution temporelle du profil de fraction massique pour $Ra = 15$ (avant le déclenchement de la convection) dans les deux cas ($f = 0$, $f = -1$) pour différentes valeurs du nombre de Péclet et pour $\psi = 0.2$ et $Le = 232$.

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

Rappelons que pour des valeurs positives du facteur de séparation, le constituant le plus lourd / léger migre vers la paroi froide/chaude de la cavité. Ainsi, pour $Ra = 15$ (chauffage par le bas) le constituant le plus lourd migre vers la paroi supérieure (paroi froide). De plus, dans ce cas $Ra = 15 < Ra_{mono} = \frac{720}{\psi Le} \approx 15.5$, la vitesse appliquée à la paroi supérieure est la seule source induisant le mouvement du fluide au sein de la cavité.

Pour une vitesse élevée, $Pe = 0.5$, conduit à une diminution du temps de relaxation comparée à celle obtenue pour $Pe = 0.02$. En outre, à la même valeur de Pe , on remarque que le temps de relaxation à $f = -1$ (Paroi supérieure animée de même vitesse que la paroi inférieure mais de sens opposé) est inférieure à celle de $f = 0$ (vitesse appliquée sur la paroi supérieure uniquement).

Des observations similaires sont données sur la figure 3.28 pour $Ra = -15$ (chauffage par le haut). Cependant, à mesure que le composant le plus lourd se trouve en bas de la cavité (la paroi froide), par conséquent, à la même valeur de Pe , le temps de relaxation est plus grand que celui pour $Ra = 15$.

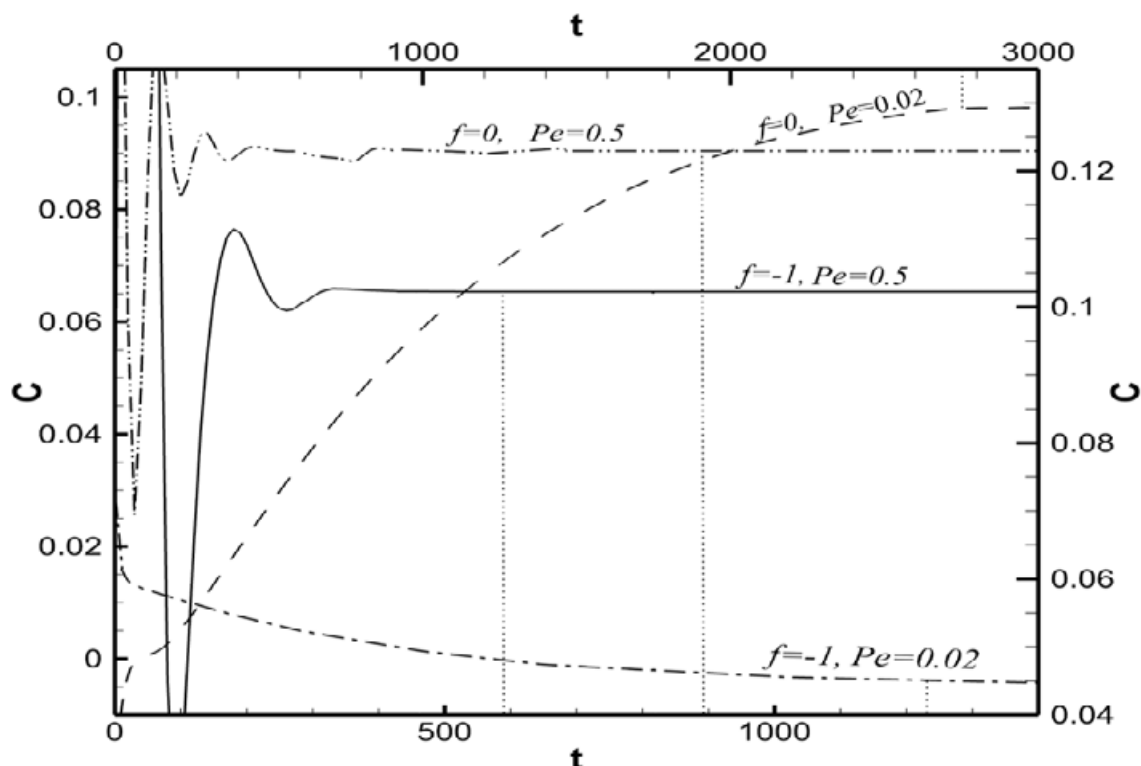


FIGURE 3.27 – Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point $(x = 8, y = 0.8)$ obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232, \psi = 0.2, Ra = 15, A = 10$ pour $f = 0, -1$ pour $Pe = 0.02$ et 0.5

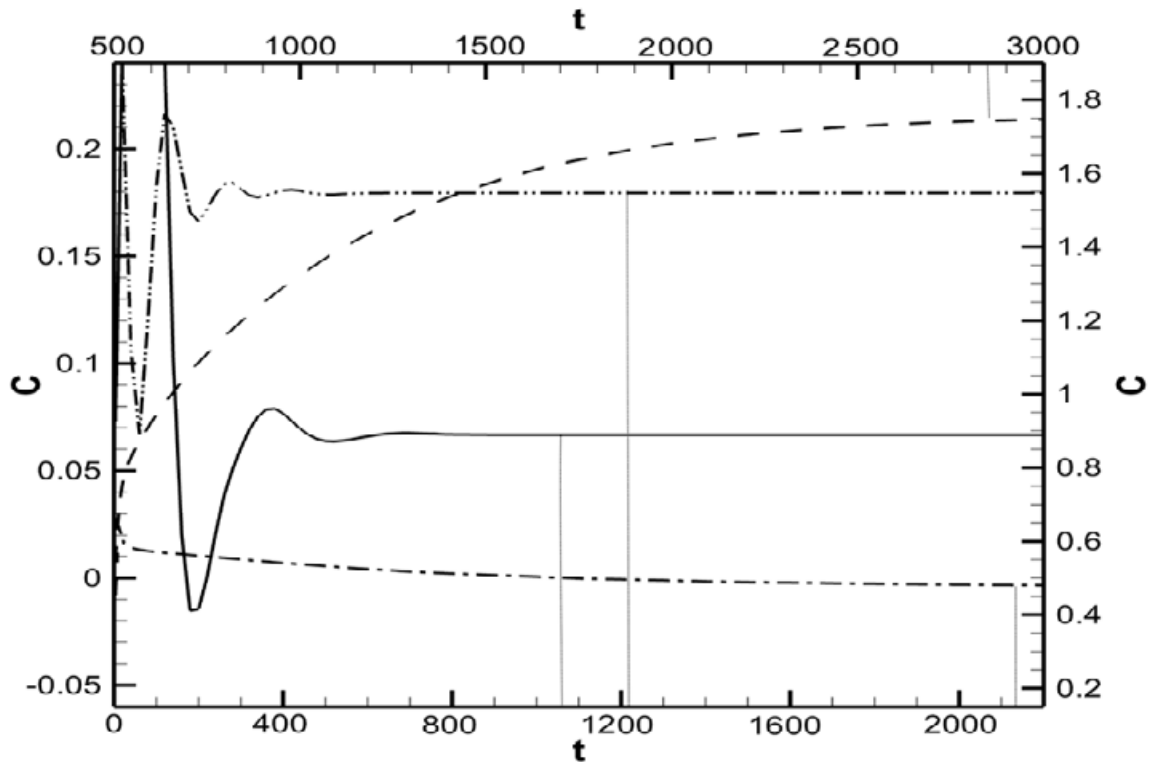


FIGURE 3.28 – Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point ($x = 8, y = 0.8$) obtenue par simulation numérique 2D, dans un mélange eau-éthanol avec $Le = 232, \psi = 0.2, Ra = -15, A = 10$ Pour $f = 0, -1$ avec $Pe = 0.02$ et 0.5

Sur les figures (3.29, 3.30), nous présentons, successivement, l'évolution temporelle de la fraction massique pour $Ra = 150$ et $Ra = -150$. Des résultats similaires à ceux décrit dans les figures (3.27, 3.28), sont obtenus pour $Ra = 150$ et $Ra = -150$. On peut voir clairement que le temps de relaxation est plus élevé pour $Ra = 150$ (chauffage par le bas) que pour $Ra = -150$ (chauffage par le haut). Par ailleurs, plus Pe est élevée plus le temps de relaxation diminue.

Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme

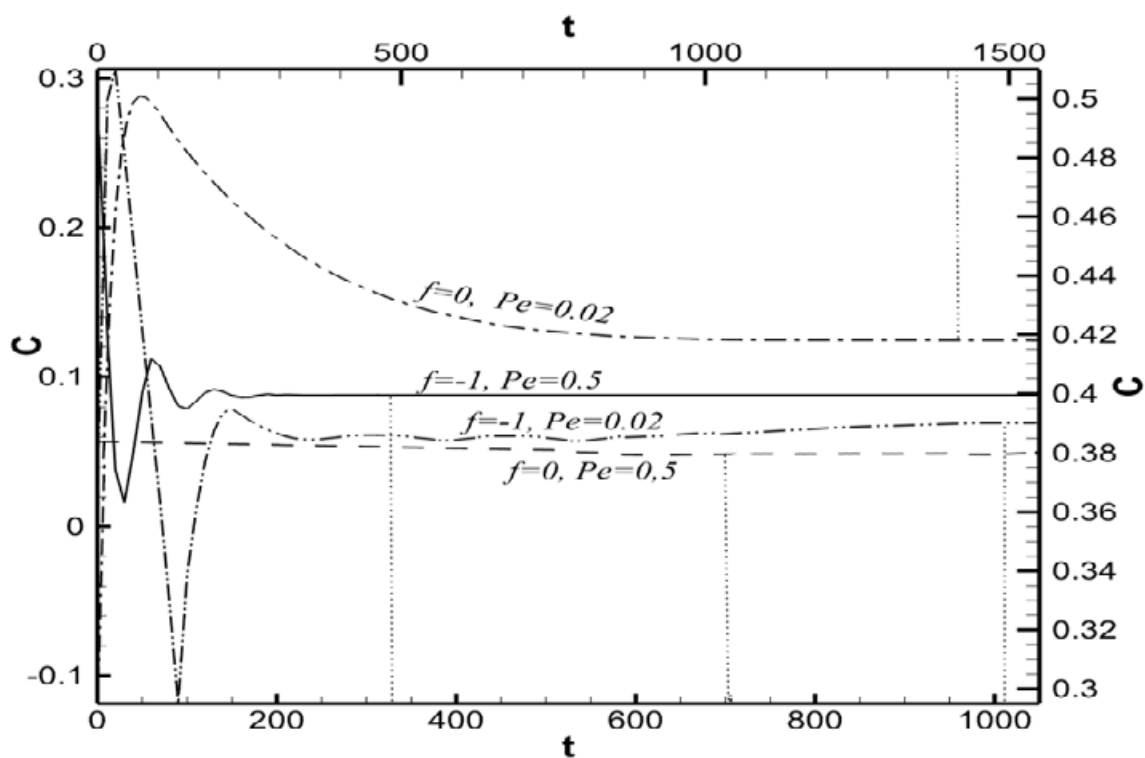


FIGURE 3.29 – Évolution temporelle de la valeur de la fraction massique au point ($x = 8, y = 0.8$) obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232, \psi = 0.2, Ra = 150, A = 10$ pour $f = 0, -1$ avec $Pe = 0.02, 0.5$

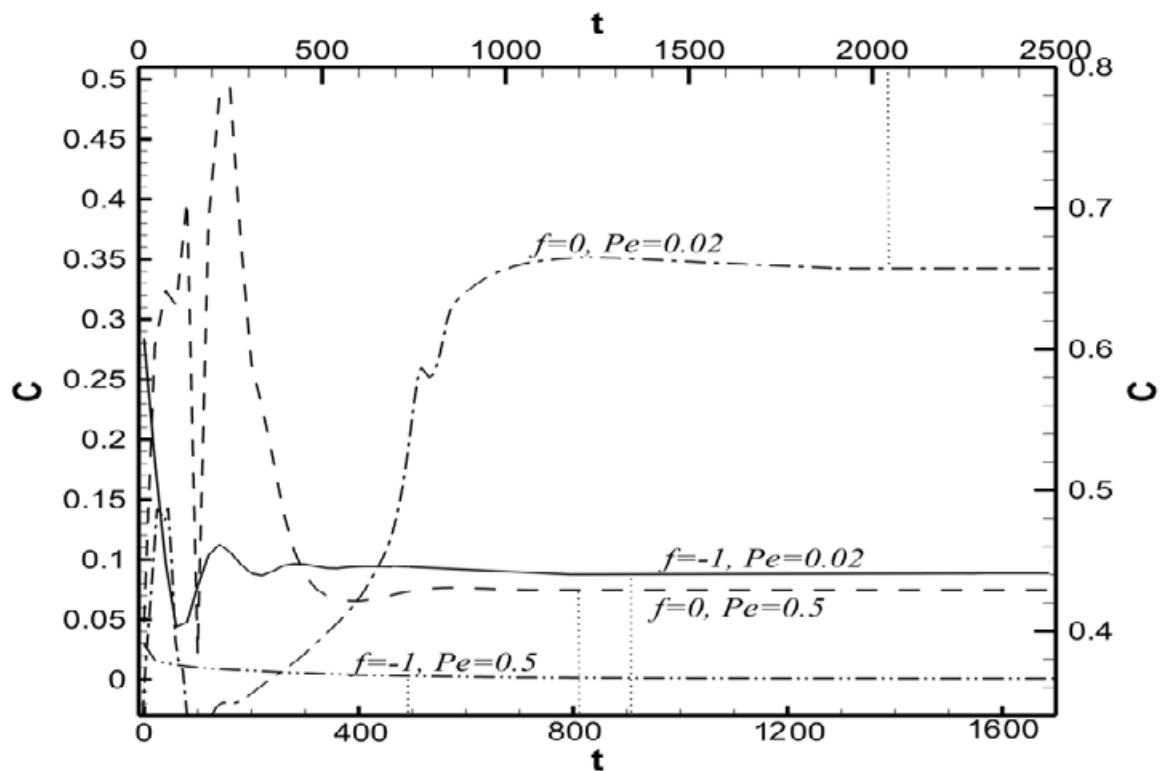


FIGURE 3.30 – Évolution temporelle de la valeur de fraction massique au point ($x = 8, y = 0.8$) obtenue par simulation numérique 2D, pour un mélange eau-éthanol avec $Le = 232, \psi = 0.2, Ra = -150, A = 10$ pour $f = 0, -1$ avec $Pe = 0.02, 0.5$

3.12 Simulations numériques 3D

Après avoir mené à bien ces études théorique et numérique 2D, nous avons également effectué des simulations numériques 3D pour analyser l'influence de la prise en compte de la troisième dimension sur l'écoulement étudié jusque-là. Les simulations numériques permettent de prédire l'évolution des champs thermique, cinématique et massique du système. Si leur utilisation est généralement plus économique et plus souple que l'expérimentation physique, des validations sont toujours indispensables pour garantir leur pertinence. Les résultats exhibés au cours du développement de ce paragraphe, concernent spécialement l'analyse de l'effet du confinement latéral (A_y) sur la séparation, de plus, il s'agit d'une comparaison avec les résultats 2D obtenues analytiquement et numériquement. Les simulations numériques en 3D ont été obtenues à partir du code de calculs éléments finis Comsol multiphysique et d'un code basé sur la méthode des volumes finis développé par le professeur Rachid Bennacer de l'ENS Cachan. Par manque de temps, nous avons effectué les simulations numériques que dans le cas $f = 0$ seulement, pour $Le = 100$, $\psi = 0.1$, avec $Ra = 53$, $Pr = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Péclet. La longueur adimensionnelle de la cellule parallélépipédique selon x est fixée à 10 ($A_x = 10$), à 1 selon z ($A_z = 1$) et pour deux valeurs particulières du rapport de cellule selon la direction y ($A_y = 1$ et $A_y = 5$). Un bon accord est trouvé entre les résultats analytiques obtenus pour une cellule d'extensions infinies dans les deux directions horizontales et ceux obtenus pour le couple de rapports de cellule ($A_x = 10$ et $A_y = 5$). Pour la valeur $A_y = 1$, on relève une différence entre résultats analytiques et numérique 3D en raison de la prise en compte de l'adhérence du fluide aux deux parois verticales de la cavité : $y = 0$ et $y = 1$. Sur le tableau 3.4 nous comparons les résultats analytiques et ceux obtenus à partir des simulations numériques 3D, pour $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$ et $Pr = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.

Sur la figure 3.32, on présente les champs de fraction massique et le champ de vitesse ainsi que les iso-surfaces de fraction massique pour $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$, $A_x = 10$, $A_z = 1$ avec $A_y = 1$ et $A_y = 5$.

TABLE 3.4 – Comparaison entre les résultats analytiques et ceux obtenues à partir des simulations numériques 3D, pour $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$ et $Pr = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Péclet.

Pe	S (Analytique)	S (Code maison)		S (Comsol)	
	$A_y=0$	$A_y=1$	$A_y=5$	$A_y=1$	$A_y=5$
0.020	3.363	2.253	3.064	2.105	3.028
0.065	4.320	4.031	4.228	3.933	4.033
0.100	4.155	4.217	4.060	3.982	4.005
0.200	3.223	3.613	3.109	3.466	3.092
0.300	2.485	2.890	2.375	2.816	2.453
0.400	1.985	2.351	1.876	2.313	1.907
0.500	1.641	1.963	1.543	1.944	1.605

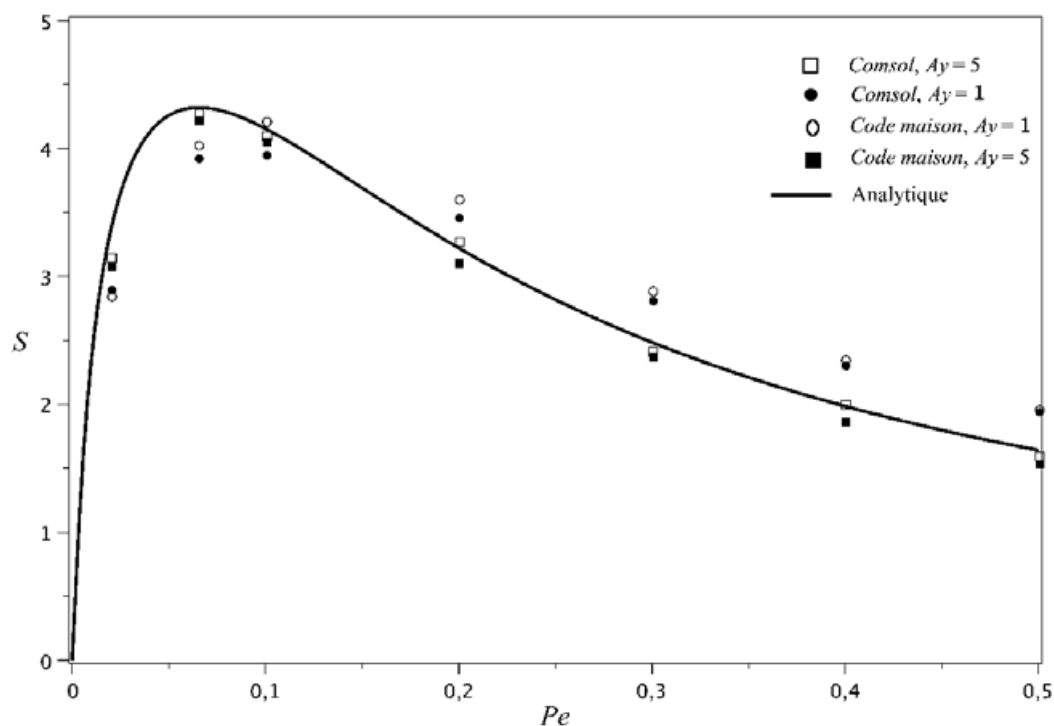
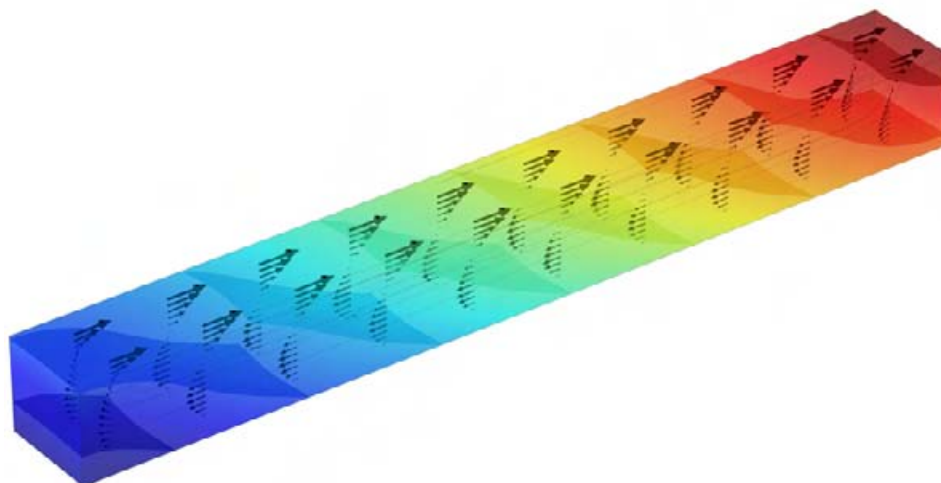
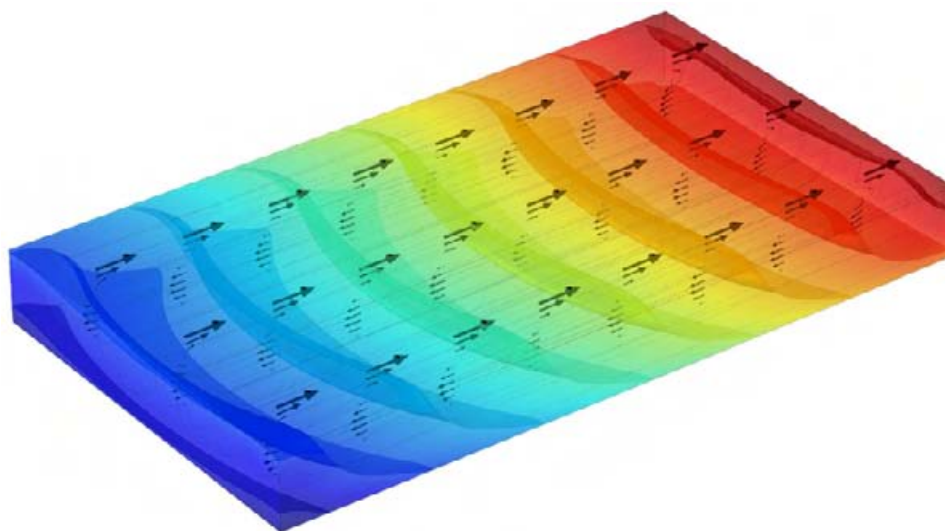


FIGURE 3.31 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$, $A_z = 1$, $A_x = 10$ et $A_y = 1, 5$

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
66 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**



(a)



(b)

FIGURE 3.32 – Représentation 3D des champs de fraction massique, de vitesse et des iso-surfaces de la fraction massique avec $Ra = 53$, $Le = 100$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$, $A_x = 10$, $A_z = 1$ pour (a) $A_y = 1$, $Pe = 0.065$ (b) $A_y = 5$, $Pe = 0.3$

3.13 Conclusion

Une nouvelle procédure permettant la séparation des espèces dans une cavité horizontale rectangulaire remplie d'un fluide binaire, chauffée par le haut ou par le bas, a été étudiée. Soit la paroi supérieure est animée d'un mouvement de translation uniforme, $f = 0$, soit toutes les deux animées de vitesse de translation constante mais de sens opposé, $f = -1$.

Les deux paramètres de contrôle de cette procédure sont la vitesse appliquée à la paroi, qui détermine l'intensité de l'écoulement convectif, et la différence de température entre les deux plaques horizontales, qui contrôle l'importance de la thermodiffusion.

Dans le cas où les deux parois sont animées de vitesse différentes et opposées, on dispose d'un paramètre supplémentaire qui est le rapport de ces deux vitesses (f).

Dans cette étude, la séparation des espèces a été quantifiée par deux méthodes, une analytique et l'autre numérique. L'influence du nombre de Rayleigh thermique, Ra et du nombre de Péclet, Pe pour différentes valeurs du nombre de Lewis, Le et du facteur de séparation, ψ sur la séparation espèce a été analysée et discutée. La séparation optimale des espèces a été obtenue pour une cellule chauffée par le bas ou par le haut.

L'influence de la vitesse appliquée sur le temps de relaxation a été étudiée. Les résultats analytiques et numériques obtenus sont en bon accord.

Nous avons donc montré que le recours à l'écoulement de la convection forcée, par la mise en mouvement des parois horizontales de la cavité permet d'augmenter notablement la séparation des espèces obtenues par la thermodiffusion gravitationnelle naturelle (15.5% par rapport au cas où $Pe = 0$).

De plus, non seulement nous obtenons une notable augmentation de la séparation, mais également une réduction du temps nécessaire à cette séparation.

Ces deux améliorations pourraient rendre le processus de séparation par thermodiffusion gravitationnelle forcée attrayant et industriellement rentable.

**Étude de la séparation dans une cellule horizontale lorsque la paroi supérieure, ou les
68 parois supérieure et inférieure sont animées d'un mouvement de translation uniforme**

Chapitre 4

Étude de la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire

4.1 Analyse de la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire généré par le déplacement de la paroi supérieure ($f = 0$)

4.1.1 Solution analytique de l'écoulement monocellulaire

Pour étudier la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire il faut commencer par déterminer la solution mathématique de l'écoulement de base.

Nous avons, au chapitre 3, déterminé la solution de cet écoulement monocellulaire 2D dans le cas d'une cellule d'extension horizontale infinie avec la mise en mouvement de la paroi supérieure avec une vitesse constante :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = \left(-\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{12}z \right) Ra\psi m + (3z^2 - 2z) Pe \\ T_0 = 1 - z \\ C_0 = mx - \left(\frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{48}z^4 + \frac{1}{72}z^3 + \frac{1}{1440} \right) Ra \psi m^2 Le \\ \quad + z - \frac{1 + mA}{2} + \left(\frac{1}{4}z^4 - \frac{1}{3}z^3 + \frac{1}{30} \right) mL e Pe \end{array} \right. \quad (4.1)$$

4.1.2 Équations de stabilité linéaire

Les équations de stabilité linéaire sont obtenues en perturbant les équations de conservation étudiées au chapitre 3.

Nous allons étudier l'évolution temporelle des perturbations infinitésimales, notées :

$v(x, z, t), \theta(x, z, t), p(x, z, t), c(x, z, t)$, superposées à l'écoulement de base (l'écoulement monocellulaire), ainsi :

$$\begin{cases} \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{v} \\ T = T_0 + \theta \\ P = P_0 + p \\ C = C_0 + c \end{cases} \quad (4.2)$$

Où \vec{V} , T , P et C sont les champs perturbés, \vec{v} , θ , p et c sont les perturbations, \vec{V}_0 , T_0 , P_0 et C_0 sont les champs de base avec $\vec{v} = u(x, z, t)\vec{e}_x + w(x, z, t)\vec{e}_z$.

En introduisant les quantités perturbées, définies ci-dessus, dans le système adimensionnel régissant le problème (c.f. (3.5)-(3.8)), et en négligeant les termes du 2nd ordre, on obtient alors les équations aux perturbations linéarisées suivantes :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{v} = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{V}_0 \cdot \nabla) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{V}_0 = -\nabla p + PrRa(\theta - \psi c)\vec{e}_z + Pr\Delta \vec{v} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{V}_0 \cdot \nabla) \theta + (\vec{v} \cdot \nabla) T_0 = \Delta \theta \\ \frac{\partial c}{\partial t} + (\vec{V}_0 \cdot \nabla) c + (\vec{v} \cdot \nabla) C_0 = \frac{\Delta(c + \theta)}{Le} \end{cases} \quad (4.3)$$

Les conditions aux limites associées à ce système aux perturbations en $z = 0$, $z = 1$ sont :

$$u = 0, \quad \theta = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = -\frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (4.4)$$

On rappelle que $\frac{\partial C}{\partial z} = -\frac{\partial \theta}{\partial z}$ provient de la condition aux limites de flux de matière nul $\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$ sur les parois en $z = 0$ et $z = 1$.

En introduisant maintenant les expressions des champs \vec{V}_0 , C_0 , T_0 associées à l'écoulement monocellulaire dans le système aux perturbations linéarisées Eqs.(4.3), on obtient le nouveau sys-

tème d'équations aux perturbations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u_0}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr \Delta u \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u_0 \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr Ra(\theta - \psi c) + Pr \Delta w \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial T_0}{\partial z} = \Delta \theta \\ \frac{\partial c}{\partial t} + u_0 \frac{\partial c}{\partial x} + u \frac{\partial C_0}{\partial x} + w \frac{\partial C_0}{\partial z} = \frac{1}{Le} \Delta(c + \theta) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Avec les conditions aux limites associées (c.f Eqs.(4.4)).

Afin de faciliter l'étude de la stabilité linéaire, de cet écoulement de base, nous introduisons la variable $\eta = c + \theta$ à la place de c pour avoir des conditions aux limites homogènes pour $\eta = c + \theta$. Le système (4.5) a comme nouvelles conditions aux limites en $z = 0, z = 1$:

$$u = 0, \quad \theta = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

On cherche à étudier le comportement temporel des perturbations infinitésimales introduites dans le système d'équations aux perturbations linéarisées (4.5). On développe les perturbations en fonction du temps sous la forme : $e^{-\sigma t}$. Nous écrivons σ sous la forme $\sigma = \sigma_r + I\sigma_i$, où σ_r est le facteur d'amplification temporel de la perturbation et $\sigma_i = \omega$ avec $I^2 = -1$ et ω la pulsation. Une analyse des signes des racines σ_r permettra donc de déterminer la stabilité de l'écoulement de base vis-à-vis des perturbations infinitésimales.

Les coefficients σ_r , facteur d'amplification temporelle, définissent la croissance temporelle des perturbations.

L'analyse du signe de σ_r permet d'étudier la stabilité de l'écoulement :

1. Si $\sigma \in \Re$: les perturbations sont des fonctions décroissantes du temps si $\sigma = \sigma_r > 0$ et croissante si $\sigma = \sigma_r < 0$.
2. Si $\sigma \in C$ et $\sigma_i \neq 0$ on a un mode oscillant caractérisé par une pulsation $\sigma_i = \omega$. Ce mode oscillant sera amorti ou amplifié suivant le signe de σ_r , on parle de stabilité marginale si $\sigma_r = 0$. Le système est linéairement stable si, pour tous les modes, $\sigma_r > 0$.
Enfin, s'il existe un seul mode pour lequel $\sigma_r < 0$, l'écoulement de base sera dit instable

4.1.3 Décomposition en modes normaux

Plusieurs points sont à noter pour permettre l'écriture du développement en modes normaux. Tout d'abord, le confinement dans la direction \vec{e}_z induit une dépendance en z de la solution de base. De plus, la cellule étant d'extension infinie dans la direction \vec{e}_x , on montre que les perturbations selon x peuvent être développées sous la forme de fonctions périodiques selon x . On doit donc chercher les perturbations du système (4.5) sous la forme :

$$(v, \theta, \eta, p) = \left(\hat{v}(z), \hat{\theta}(z), \hat{\eta}(z), \hat{p}(z) \right) e^{ik_x x - \sigma t} \quad (4.7)$$

Où k_x est le nombre d'onde des perturbations selon la direction infinie Ox .

La longueur d'onde des perturbations est inconnue a priori et peut varier de 0 à $+\infty$. Or d'après une analyse de Fourier, une solution quelconque peut s'écrire comme la somme de plusieurs modes normaux.

On peut ainsi introduire les perturbations (4.7) dans le système d'équations (4.5). En tenant compte des caractéristiques de l'écoulement de base et en éliminant successivement les fonctions $\hat{u}(z), \hat{p}(z)$ par le biais de combinaisons entre les équations du système, on aboutit au système suivant d'équations linéarisées en $(\hat{w}(z), \hat{\theta}(z), \hat{\eta}(z))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathcal{D}^2 - k^2)^2 \hat{w}(z) - \frac{\sigma}{Pr} (\mathcal{D}^2 - k^2) \hat{w}(z) - \frac{ik}{Pr} u_0 (\mathcal{D}^2 - k^2) (\hat{w}(z)) + \\ \frac{ik}{Pr} \hat{w}(z) \mathcal{D}^2 (u_0) - k^2 Ra \left((1 + \psi) \hat{\theta}(z) - \psi \hat{\eta}(z) \right) = 0 \\ k (\mathcal{D}^2 - k^2) \hat{\theta}(z) - ik^2 u_0 \hat{\theta}(z) - k\sigma \hat{\theta}(z) - k \hat{w}(z) \mathcal{D} (T_0) - i \mathcal{D} \hat{w}(z) \frac{\partial T_0}{\partial x} = 0 \\ \frac{k}{Le} (\mathcal{D}^2 - k^2) \hat{\eta}(z) - ik^2 u_0 (\hat{\eta}(z) - \hat{\theta}(z)) - k\sigma (\hat{\eta}(z) - \hat{\theta}(z)) - \\ i \mathcal{D} (\hat{w}(z)) \frac{\partial C_0}{\partial x} - k \hat{w}(z) \frac{\partial C_0}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Où l'opérateur \mathcal{D} représente $\frac{d}{dz}$ et $k = k_x$. Le nouveau système d'équations obtenu (4.8) ne dépend plus que de trois fonctions inconnues $\hat{w}, \hat{\theta}, \hat{\eta}$ et cinq paramètres adimensionnels (Le, Pr, ψ, Ra et Pe). On peut remarquer que le nombre de Péclet n'apparaît pas directement dans les équations (4.8), mais il ne faut pas oublier l'expression de la solution monocellulaire de la vitesse : $u_0 = \left(-\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{12}z \right) Ra\psi m + (3z^2 - 2z) Pe$

Les conditions aux limites associées au système (4.8) sont en $z = 0, z = 1$:

$$\hat{w} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0, \hat{\theta} = 0 \text{ et } \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial z} = 0 \quad (4.9)$$

4.1.4 Résolution des équations aux perturbations : méthode de Galerkin

Les équations de stabilité linéaire (4.8) avec les conditions aux limites (4.9) sont résolues en utilisant la méthode de Galerkin. Cette méthode consiste à écrire les fonctions (\hat{w} , $\hat{\theta}$, $\hat{\eta}$) sous la forme d'un développement en série de fonctions d'essais :

$$\hat{w}(z) = \sum_{i=1}^N a_i A_i(z), \quad \hat{\theta}(z) = \sum_{i=1}^N b_i B_i(z), \quad \hat{\eta}(z) = \sum_{i=1}^N c_i C_i(z)$$

Où N est l'ordre de troncature de l'approximation pour $i = 1..N$, $A_i(z)$, $B_i(z)$, $C_i(z)$ sont des fonctions d'essais choisies linéairement indépendantes vérifiant l'ensemble des conditions aux limites (4.9).

Pour notre problème, on a choisi des fonctions polynomiales permettant d'assurer une convergence plus rapide comparées aux fonctions harmoniques. Ainsi les fonctions $\hat{w}(z)$, $\hat{\theta}(z)$ et $\hat{\eta}(z)$ sont écrit sous la forme suivante :

$$\hat{w} = \sum_{i=1}^N a_i (1-z)^2 \cdot z^{i+1} \quad (4.10)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N b_i (1-z) \cdot z^i \quad (4.11)$$

$$\hat{\eta} = c_1 + c_2 \left(z^2 - \frac{2}{3} z^3 \right) + \sum_{i=3}^N c_{[i+2]} (z-1)^2 \cdot z^{i+1} \quad (4.12)$$

Les coefficients a_i , b_i et c_i sont calculés par la méthode des résidus pondérés. On écrit donc que le résidu Res_N , à l'ordre N de la première équation du système (4.8) doit être orthogonal à chacune des fonctions d'essais $A_i(z)$, $i = 1..N$, que Res_N de la deuxième équation du système (4.8) doit être orthogonal à chacune des fonctions d'essais ($B_i(z)$, $i = 1..N$) et que Res_N de la troisième équation du système (4.8) doit être orthogonal à chacune des fonctions d'essais ($C_i(z)$, $i = 1..N$).

Les résidus doivent donc vérifier les relations suivantes :

$$\int_{z=0}^{z=1} Res_N \cdot A_i(z) dz = 0 \quad \text{pour } i = 1..N$$

$$\int_{z=0}^{z=1} Res_N \cdot B_i(z) dz = 0 \quad \text{pour } i = 1..N$$

$$\int_{z=0}^{z=1} Res_N.C_i(z)dz = 0 \quad \text{pour } i = 1..N$$

Ceci constitue un système algébrique de $(3N)$ équations homogènes linéaires, permettant de calculer les $(3N)$ coefficients a_i, b_i, c_i .

En résumé, le problème à résoudre est un problème matriciel classique où l'on recherche les valeurs propres σ . A ces valeurs propres vont correspondre des vecteurs propres, qui nous donneront sous forme analytique la forme des perturbations à la naissance de la convection.

4.2 Analyse de la stabilité linéaire

4.2.1 Analyse des résultats dans le cas d'un fluide monoconstituant

Nous allons dans un premier temps utiliser la procédure de Galerkin avec les fonctions d'essai données par ((4.10)), ((4.11)) et (4.12)) pour le problème classique de Rayleigh-Bénard ($Pe = 0, \psi = 0$) pour s'assurer de la bonne convergence des résultats en fonction de l'ordre d'approximation avec l'utilisation de ces fonctions polynomiales choisies. La table 4.1 montre que, dans ce cas particulier, l'ordre d'approximation $N = 5$ donne quasiment les valeurs exactes des paramètres critiques du problème. Nous présentons sur la figure 4.1 l'évolution du nombre de Rayleigh critique en fonction du nombre de Péclet. Comme nous pouvons observer sur la figure, on trouve que pour $Pe = 0, Ra_C = 1707.762$, puis Ra_C augmente à mesure que Pe augmente. Nous pouvons conclure que la mise en mouvement de la paroi supérieure stabilise l'écoulement monocellulaire de fluide mono-constituant, si on ne tient compte que de l'action des perturbations dans le plan (x, z) .

Il faut noter que le calcul suppose l'absence de perturbation de l'écoulement selon l'axe Oy . Si l'on prend en compte des perturbations selon Oy , l'écoulement perdrait sa stabilité pour $Ra_c = 1707,762$ (c.f. travaux de Ouazzani et al. [103] et Nicolas et al. [97]).

4.2.2 Analyse des résultats pour $\psi \neq 0, Pe = 0$

On présente sur la figure 4.2 l'évolution du nombre de Rayleigh critique, Ra_c , et du nombre d'onde critique, k_c en fonction du facteur de séparation pour $Le = 232, Pe = 0, Pr = 7$. On remarque sur la figure 4.2 que pour $Ra > 0$ (chauffage par le bas) et $\psi < 0$, le nombre de Rayleigh critique augmente en augmentant $|\psi|$, et le nombre d'onde critique k_c correspondant, augmente aussi, mais très lentement, en restant proche de 3.12 (figure 4.2). A $\psi = 0$, nous retrouvons les valeurs critiques correspondant au cas thermique pur ($Ra_c = 1707.76, k_c = 3.116$). Pour des valeurs positives de facteur de séparation, $\psi > 0$, le nombre de Rayleigh critique diminue beaucoup plus vite en augmentant ψ . On remarque également que le nombre d'onde critique ($k = 2\pi/\lambda_c$ où λ_c est la longueur d'onde critique), tend rapidement vers zéro, ce qui signifie que la taille des rouleaux thermoconvectifs tend vers l'infini. Nous présentons sur le tableau 4.2 les valeurs du nombre de Rayleigh critique Ra_c , du nombre d'onde critique k_c , et de la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenues pour $Le = 232, Pe = 0$ et $Pr = 7$ pour différents ordres d'approximation N .

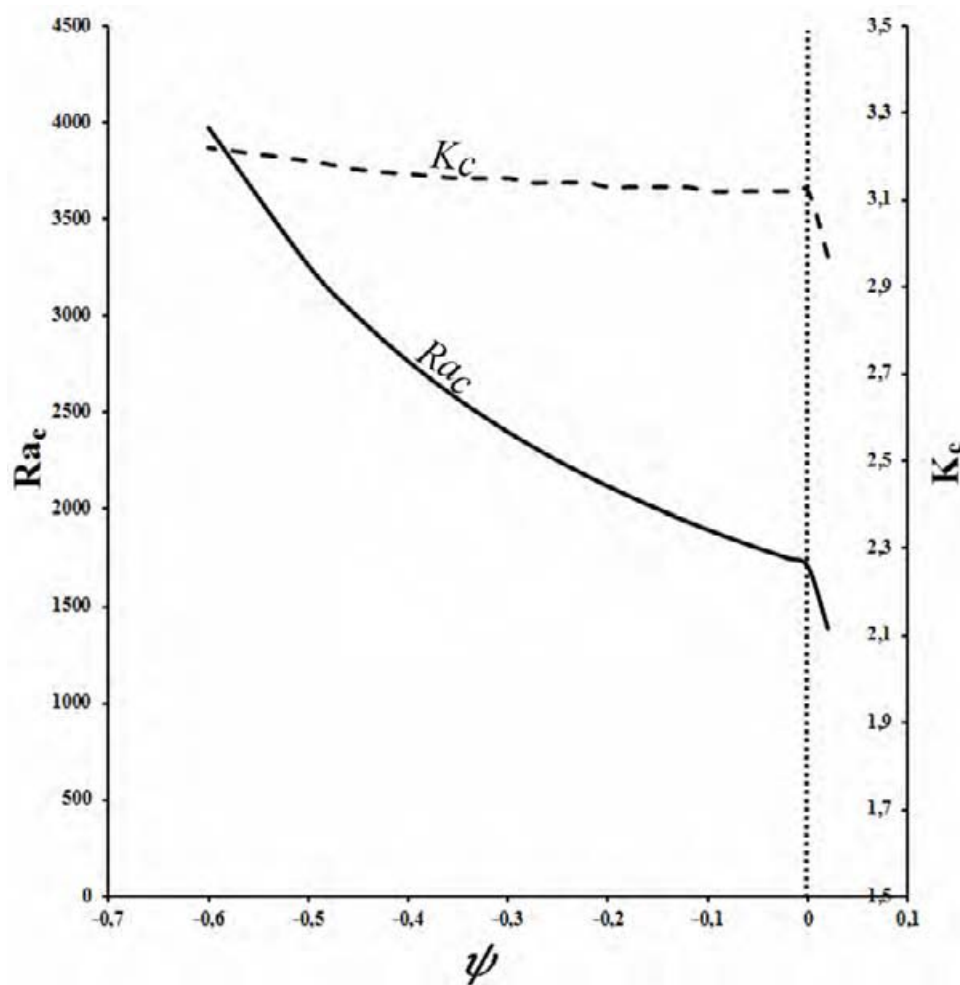


FIGURE 4.2 – Évolution du nombre de Rayleigh critique et du nombre d'onde critique en fonction du facteur de séparation, pour $Le = 232$, $Pe = 0$, $Pr = 7$

TABLE 4.2 – Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus pour $Le = 232$, $Pe = 0$, $Pr = 7$ et pour différents ordres de troncature N

ψ	N=4			N=5		
	k_c	Ra_c	ω_c	k_c	Ra_c	ω_c
0.02	2.97	1388.052	0.219	2.97	1387.524	0.219
0	3.12	1708.553	0	3.12	1707.763	0
-0.02	3.12	1750.471	2.735	3.12	1749.648	2.73
-0.04	3.12	1785.031	3.908	3.12	1784.171	3.91
-0.06	3.12	1820.975	4.836	3.12	1820.073	4.84
-0.08	3.12	1858.393	5.641	3.12	1857.447	5.64
-0.1	3.12	1897.379	6.374	3.12	1896.384	6.37
-0.12	3.13	1938.029	7.079	3.13	1936.982	7.08
-0.14	3.13	1980.451	7.729	3.13	1979.349	7.73
-0.16	3.13	2024.771	8.355	3.13	2023.609	8.35
-0.18	3.13	2071.118	8.964	3.13	2069.891	8.96
-0.2	3.13	2119.633	9.559	3.13	2118.338	9.56
-0.22	3.14	2170.468	10.177	3.14	2169.098	10.02
-0.24	3.14	2223.789	10.760	3.14	2222.339	10.757
-0.26	3.14	2279.793	11.340	3.14	2278.257	11.337
-0.28	3.14	2338.687	11.919	3.14	2337.058	11.916
-0.3	3.15	2400.695	12.539	3.15	2399.961	12.536
-0.35	3.15	2571.058	14.018	3.15	2570.029	14.014
-0.4	3.16	2767.349	15.597	3.16	2766.948	15.592
-0.45	3.17	2995.945	17.268	3.17	2994.071	17.262
-0.5	3.19	3265.489	19.065	3.19	3264.009	19.114
-0.6	3.22	3980.567	23.347	3.22	3979.151	23.333

4.2.3 Analyse des résultats pour $\psi \neq 0, Pe \neq 0$

Nous présentons sur la figure 4.3 l'évolution du nombre de Rayleigh Ra en fonction du nombre de Péclet Pe pour 3 valeurs du facteur de séparation ($\psi = 0.01, -0.01, -0.1$) avec $Le = 232, Pr = 7, A = 10$. Pour $\psi = 0.01$ (courbe avec tirets, figure 4.3), on constate que la vitesse appliquée à la paroi supérieure induit une augmentation du nombre de Rayleigh critique. En fait, Ra_c augmente rapidement avec l'augmentation de Pe , puis évolue plus lentement au-delà d'une certaine valeur de Pe .

Pour des mélanges binaires à facteurs de séparation négative on distingue à partir de notre étude de stabilité que la solution monocellulaire perd sa stabilité avec une fréquence négative pour de faibles valeurs du nombre de Péclet $Pe < Pe_1$, et avec une fréquence positive pour des valeurs plus grandes du nombre de Péclet.

Quand la fréquence est négative, $\omega < 0$, il y a apparitions des rouleaux transversaux qui se propagent dans le sens inverse de l'écoulement moyen, contrairement au cas $\omega > 0$ où les rouleaux transversaux se propagent dans le même sens que l'écoulement moyen. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par Piquier et al. [104].

Nous avons montré sur la figure 4.3 l'évolution du nombre de Rayleigh critique en fonction du nombre de Péclet pour $\psi = -0.1$ (courbe en trait plein), $\psi = -0.01$ (courbe avec tiret-point). Pour des faibles valeurs du nombre de Péclet, le nombre de Rayleigh critique Ra_{cr} est caractérisé par des fréquences négatives $\omega < 0$ (i.e. les rouleaux transversaux se propagent en sens inverse de l'écoulement moyen). Au-delà d'une certaine valeur du nombre de Péclet, le nombre de Rayleigh critique Ra_{cr} est obtenu avec $\omega > 0$, c'est à dire, les rouleaux transversaux se propagent dans le même sens que l'écoulement moyen. On présente sur la figure 4.4 l'évolution du nombre d'onde critique en fonction du nombre de Péclet pour différentes valeurs du facteur de séparation. Pour $\psi = 0.01$, on remarque une augmentation de k_c entre $0 < Pe < 1$, puis il se stabilise autour d'une valeur quasi-constante indépendante de Pe , valeur de l'ordre de $k_c \approx 3.2$. Pour $\psi = -0.01, -0.1$ on remarque que le nombre d'onde est égale à $k_c = 3.12$ pour les faibles nombre de Péclet, $Pe < 0.3$, puis il décroît rapidement entre $0 < Pe < 1$ et au-delà de $Pe \approx 0.1$ il se stabilise autour d'une valeur $k_c \approx 3.11$. Nous présentons sur les tableaux 4.3, 4.4 et 4.5 les valeurs du nombre de Rayleigh critique Ra_c , du nombre d'onde critique k_c , et de la fréquence critique ω_c en fonction du nombre de Péclet, pour $\psi = -0.01, -0.1, 0.01$ respectivement, avec $Le = 232, Pe = 0$ et $Pr = 7$ pour différents ordres d'approximation N .

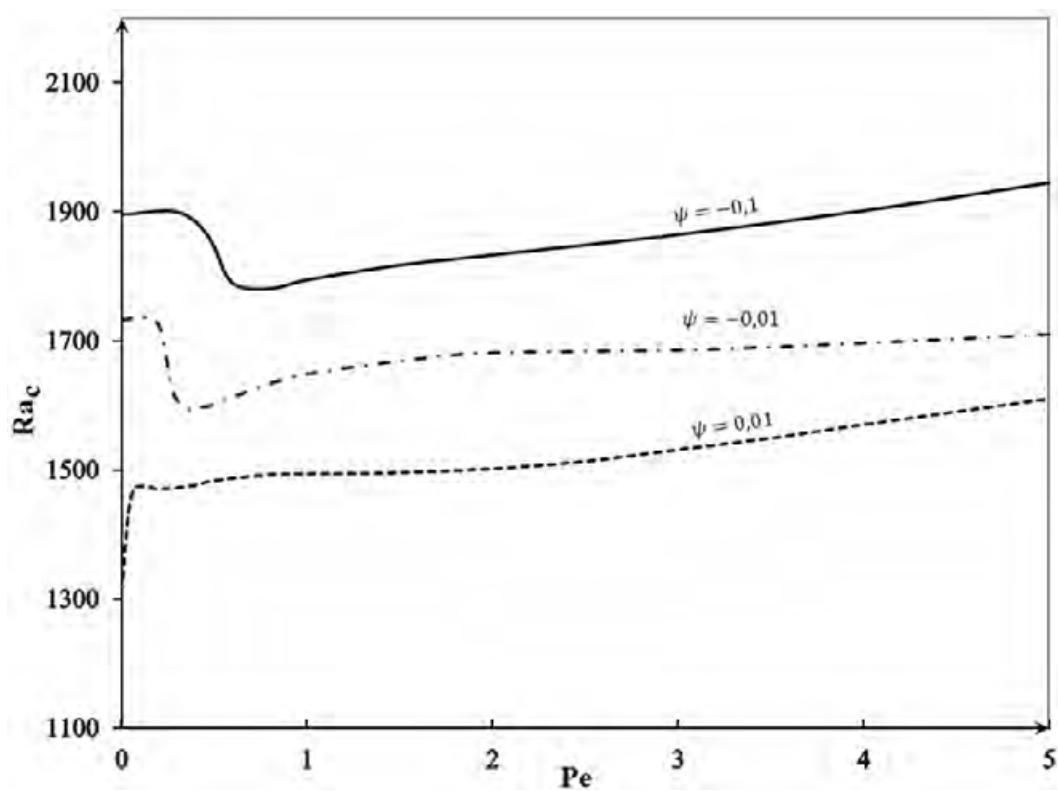


FIGURE 4.3 – Dépendance du nombre de Rayleigh critique, Ra_c en fonction du nombre de Péclet Pe , pour $N = 5$, $Le = 232$, $Pr = 7$ et pour différentes valeurs du facteur de séparation $\psi = -0.01, -0.1, 0.01$

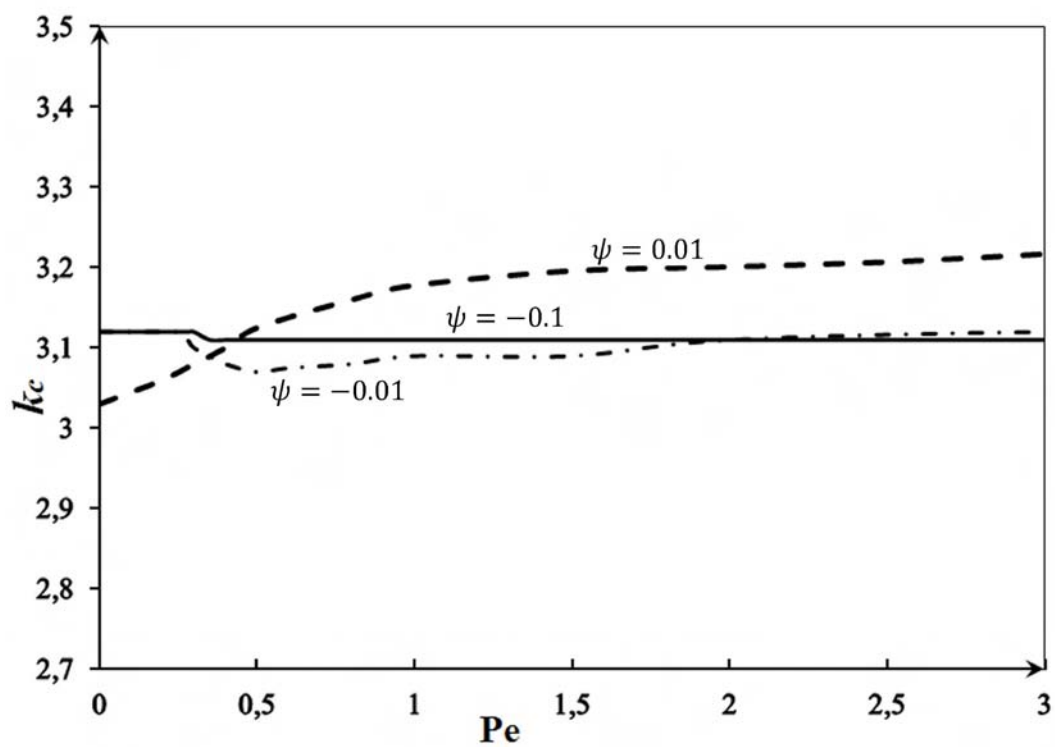


FIGURE 4.4 – Dépendance du nombre d'onde critique, Ra_c en fonction du nombre de Péclet Pe , pour $Le = 232, Pr = 7$ et pour différentes valeurs du facteur de séparation $\psi = -0.01, -0.1, 0.01$

TABLE 4.3 – Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus pour $Le = 232$, $Pr = 7$ et $\psi = -0.01$ pour $N = 4, 5$

	N=4, $\psi=-0.01$			N=5, $\psi = -0.01$		
Pe	k_c	Ra_c	ω_c	k_c	Ra_c	ω_c
0	3.12	1733.672	-1.923	3.12	1732.863	-1.923
0.02	3.12	1733.708	-1.932	3.12	1733.157	-1.912
0.05	3.12	1733.698	-1.940	3.12	1734.875	-1.888
0.10	3.12	1734.435	-1.880	3.12	1735.158	-1.777
0.14	3.12	1735.295	-1.662	3.12	1736.075	-1.521
0.20	3.12	1724.653	-0.843	3.12	1725.387	-0.839
0.24	3.12	1727.975	-0.188	3.12	1729.075	-0.183
0.26	3.12	1729.962	-0.136.	3.12	1730.903	-0.139
0.28	3.12	1730.018	-0.116	3.12	1731.643	-0.114
0.30	3.10	1606.109	-0.096	3.10	1607.561	-0.098
0.35	3.08	1593.389	-0.070	3.09	1594.745	-0.072
0.40	3.08	1595.032	-0.044	3.08	1596.287	-0.045
0.50	3.06	1600.624	-4.998	3.07	1601.274	-0.035
0.60	3.07	1610.988	-3.132	3.07	1612.881	-0.0146
0.80	3.09	1632.114	0.042	3.08	1633.856	0.043
1.00	3.09	1647.443	0.130	3.09	1648.601	0.131
1.50	3.09	1665.023	0.405	3.09	1668.733	0.405
2.00	3.12	1677.101	0.711	3.11	1681.664	0.710
3.00	3.11	1685.732	1.404	3.12	1690.630	1.405
4.00	3.12	1691.727	1.920	3.12	1696.612	1.922
5.00	3.11	1707.867	2.372	3.11	1710.018	2.371

TABLE 4.4 – Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenues à $Le = 232$, $Pr = 7$ et $\psi = -0.1$ pour $N = 4, 5$

Pe	$N=4, \psi=-0.1$			$N=5, \psi=-0.1$		
	k_c	Ra_c	ω_c	k_c	Ra_c	ω_c
0	3.12	1896.384	-6.373	3.12	1895.447	-6.373
0.02	3.12	1897.501	-6.362	3.12	1896.433	-6.364
0.05	3.12	1897.790	-6.355	3.12	1896.853	-6.359
0.10	3.12	1897.484	-6.355	3.12	1898.164	-6.357
0.14	3.12	1900.173	-6.359	3.12	1899.569	-6.361
0.20	3.12	1902.164	-6.358	3.12	1901.384	-6.360
0.24	3.12	1902.814	-6.340	3.12	1901.773	-6.342
0.26	3.12	1902.464	-6.352	3.12	1901.610	-6.353
0.28	3.12	1901.730	-6.310	3.12	1900.903	-6.300
0.30	3.12	1900.544	-6.265	3.12	1899.749	-6.267
0.35	3.12	1895.443	-6.135	3.12	1894.446	-6.137
0.40	3.12	1885.300	-5.914	3.12	1884.691	-5.915
0.50	3.12	1846.110	-4.996	3.12	1845.624	-4.998
0.60	3.11	1790.174	-3.130	3.11	1789.210	-3.132
0.80	3.11	1782.870	2.465	3.11	1780.833	2.469
1.00	3.11	1794.369	2.309	3.11	1792.443	2.311
1.50	3.11	1812.342	2.665	3.11	1817.332	2.576
2.00	3.11	1829.650	3.008	3.11	1833.101	3.002
3.00	3.11	1859.931	3.939	3.11	1864.7492	3.899
4.00	3.11	1897.141	4.791	3.11	1901.727	4.795
5.00	3.11	1939.990	5.648	3.11	1944.967	5.688

TABLE 4.5 – Nombre de Rayleigh critique Ra_c , nombre d'onde critique k_c et la fréquence critique ω_c en fonction du facteur de séparation, obtenus à $Le = 232$, $Pr = 7$ et $\psi = 0.01$ pour $N = 4, 5$

Pe	$N=4, \psi=0.01$			$N=5, \psi=0.01$		
	k_c	Ra_c	ω_c	k_c	Ra_c	ω_c
0.06	3.038	1477.552	0.181	3.039	1478.754	0.181
0.08	3.039	1486.321	0.189	3.040	1488.538	0.192
0.10	3.049	1489.192	0.203	3.048	1490.291	0.201
0.20	3.060	1471.524	0.243	3.060	1472.334	0.246
0.30	3.081	1468.612	0.316	3.080	1469.715	0.313
0.40	3.102	1475.541	0.398	3.100	1476.550	0.394
0.50	3.124	1481.632	0.486	3.125	1483.522	0.482
0.80	3.161	1490.992	0.764	3.160	1492.868	0.760
1.00	3.179	1491.983	0.952	3.178	1494.153	0.949
2.00	3.039	1498.714	1.884	3.201	1501.804	1.887
2.50	3.039	1509.325	2.350	3.207	1513.335	2.354
3.00	3.039	1528.141	2.819	3.217	1531.475	2.823
3.50	3.039	1545.928	3.296	3.239	1549.296	3.299
4.00	3.039	1566.326	3.811	3.241	1570.298	3.815
5.00	3.039	1605.122	4.180	3.252	1610.224	4.185

4.3 Simulation Numérique

Nous avons effectué des simulations numériques 2D afin de corroborer les résultats analytiques, issus de l'analyse de stabilité linéaire. Pour ce faire, le système d'équations ((3.5) - (3.8)) avec les conditions aux limites ((3.13) - (3.15)) a été résolu numériquement en utilisant une méthode aux éléments finis (le code industriel COMSOL), utilisant des maillages structurés mieux adaptés à la forme rectangulaire de la cellule utilisée (la résolution spatiale 100×20).

4.3.1 Résultats et discussion des simulations numériques

Pour le cas $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$, la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire conduit à : $Rac_{tho} = 1749.421$, $k_{c_{tho}} = 3.12$ et $\omega_{tho} = -2.682$ dans une cellule infinie.

Numériquement, en utilisant le code d'élément finis pour un rapport d'aspect $A = 10$, pour détecter le nombre de Rayleigh critique caractérisant l'écoulement multicellulaire, la démarche consiste à faire varier le nombre de Rayleigh autour de la valeur donnée par l'analyse de stabilité linéaire et à observer l'évolution temporelle des différents champs. Par encadrements successifs, on détecte le nombre de Rayleigh critique caractérisant le passage à un écoulement multicellulaire qui est $Rac_{num} = 1779.9$ et la pulsation des oscillations est $\omega_{num} = 2.42$. Nous présentons sur la figure 4.5 l'évolution temporelle de la concentration en un point du domaine pour $Rac = 1779.9$. La figure 4.6 montre les isoconcentrations, les isothermes et les lignes de courant pour $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$, un écoulement multicellulaire stationnaire prend lieu dans la cellule.

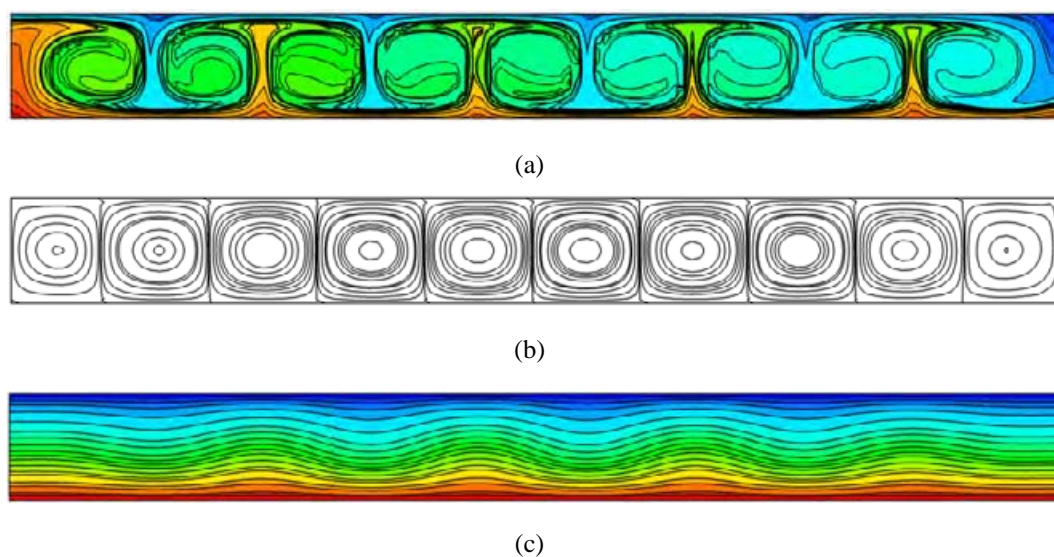


FIGURE 4.5 – Iso-fractions massiques, isothermes et lignes de courant pour $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$ à $t = 90$

Sur la figure 4.6 nous observons l'évolution temporelle de la composante horizontale de vitesse, u en un point du domaine pour $Ra = 1779.9$, $Le = 232$, $\psi = -0.02$, $Pr = 7$ et $Pe = 0.1$. On remarque que la composante horizontale de la vitesse se met à osciller périodiquement avec une amplitude constante, le système a atteint un régime de convection instationnaire stable. L'erreur relative associée aux paramètres critiques est de 1.74% pour Ra_c et de 7.5% pour ω_c . Sur la figure 4.7 nous montrons la structure de l'écoulement à quatre instants différents pris au cours d'une période d'oscillation. On remarque, en suivant l'évolution temporelle des lignes de courant, la présence de rouleaux transversaux se propageant de la droite vers la gauche (ils vont dans le sens inverse de la vitesse imposée à la paroi supérieure).

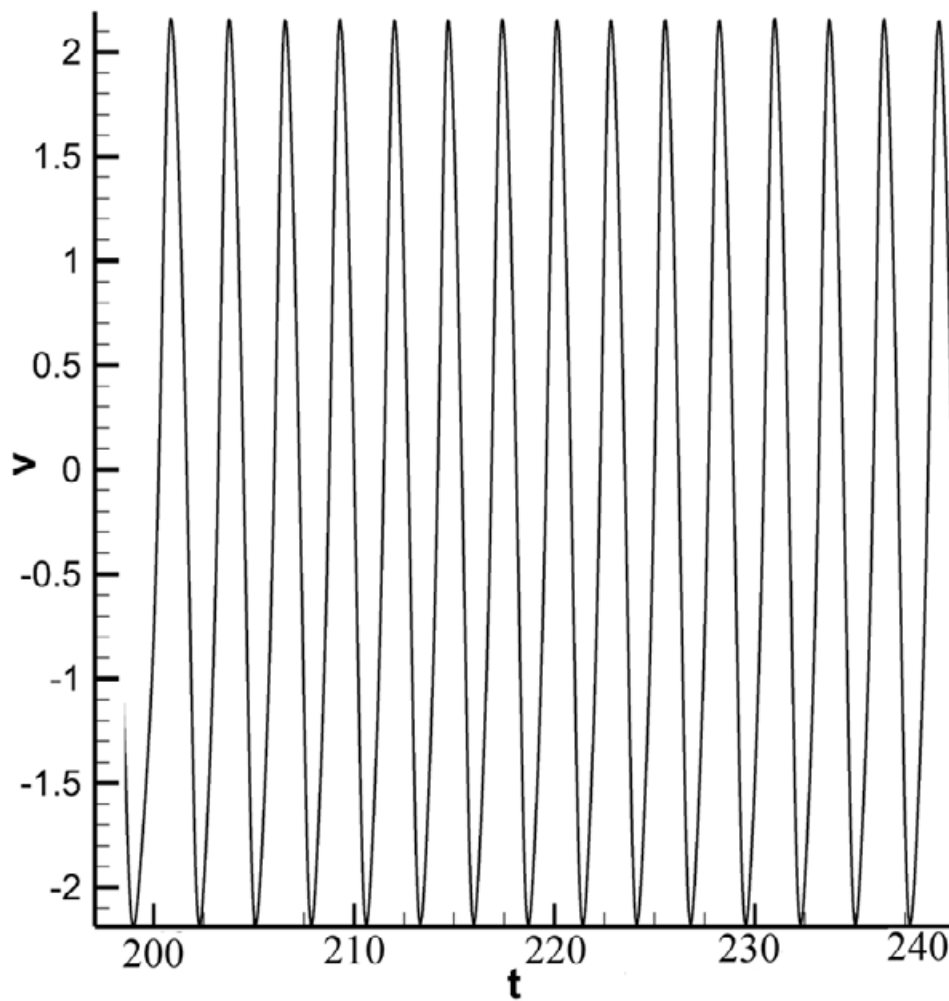


FIGURE 4.6 – Évolution temporelle de la composante horizontale de la vitesse à la naissance de la convection au point $(5, 0.5)$ pour $Le = 232$ $Pr = 7$ $Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$

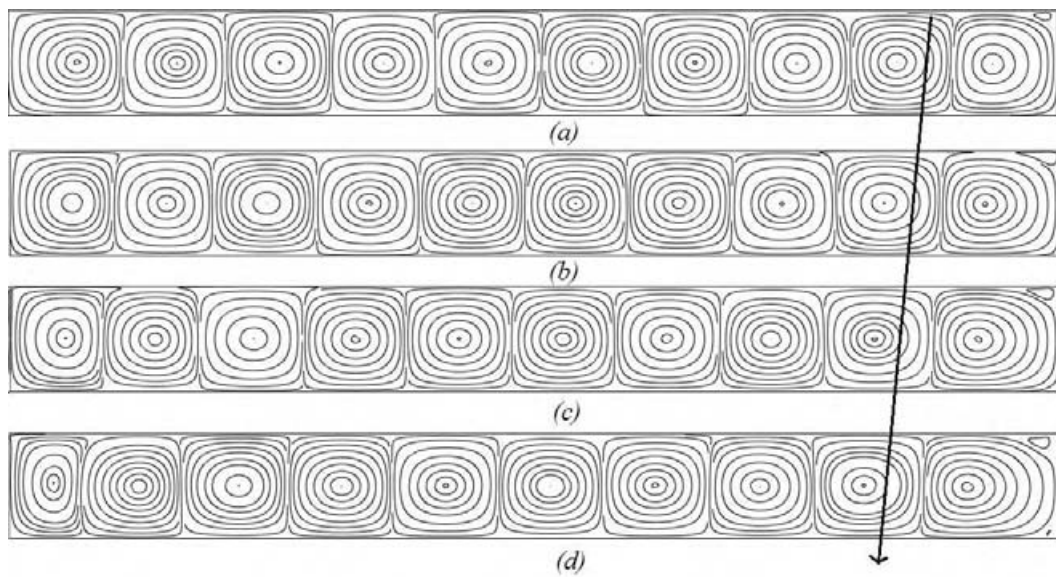


FIGURE 4.7 – L'évolution temporelle des lignes de courant sur une période pour $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 0.1$ et $\psi = -0.02$ et $Ra = 1779.9$ (a) $t = 300$ (b) $t = 305$ (c) $t = 310$ (d) $t = 315$

Pour le cas $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 1$ et $\psi = -0.01$, la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire conduit à : $Rac_{tho} = 1648.601$, $kc_{tho} = 3.09$ et $\omega_{tho} = 0.131$ dans un cellule infinie. Numériquement, le nombre de Rayleigh critique caractérisant le passage à un écoulement multicellulaire est égale à : $Rac_{num} = 1728$ et la pulsation des oscillations est $\omega_{num} = 0.127$. Dans ce cas, l'erreur relative associée aux paramètres critiques est de 4.85% pour Ra_c et de 3.14% pour ω_c . Sur la figure 4.8 nous montrons l'évolution temporelle de la composante horizontale de vitesse, u en un point du domaine pour $Ra = 1758$, $Le = 232$, $\psi = -0.01$, $Pr = 7$ et $Pe = 1$. On remarque que la composante horizontale de la vitesse se met à osciller périodiquement avec amplitude constante, le système a atteint à un régime de convection instationnaire établi.

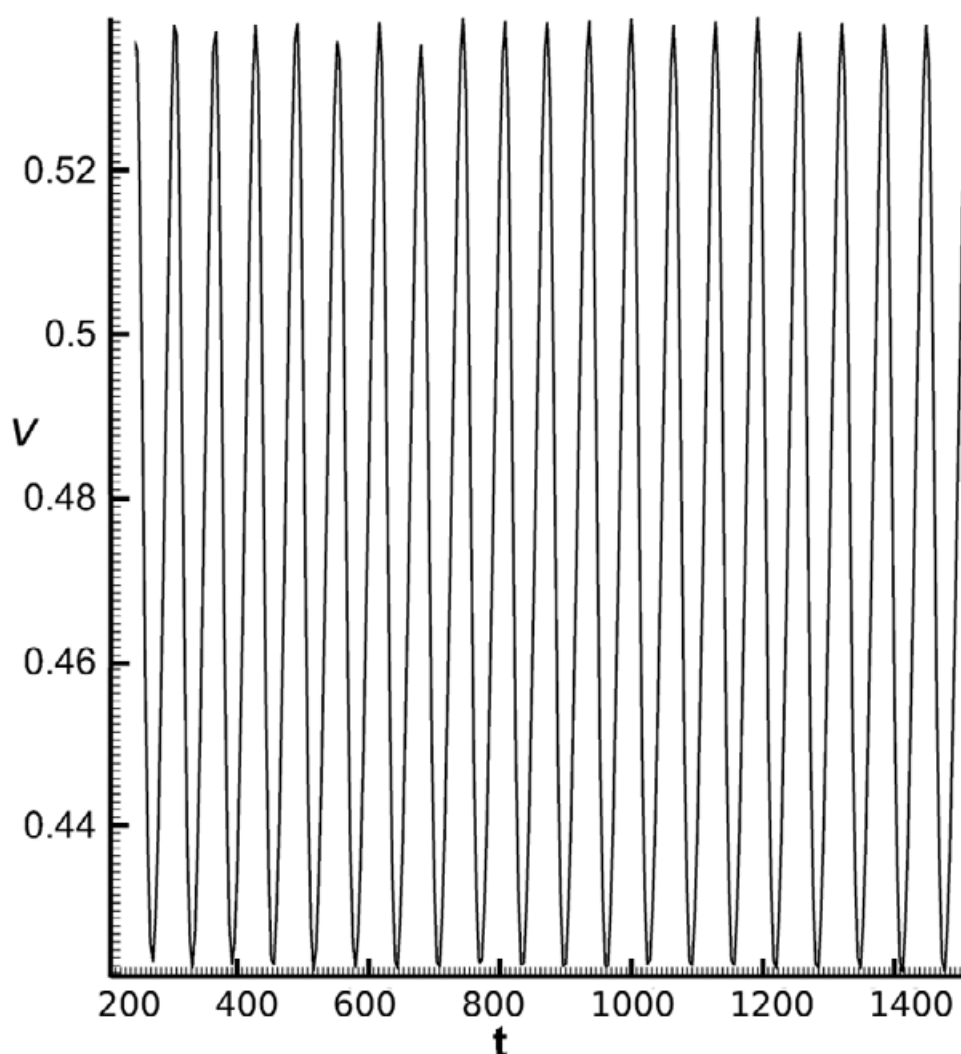


FIGURE 4.8 – Évolution temporelle de la composante horizontale de la vitesse au point (5, 0.5) $Le = 232$ $Pr = 7$. $Pe = 1$ et $\psi = -0.01$ et $Ra = 1728$

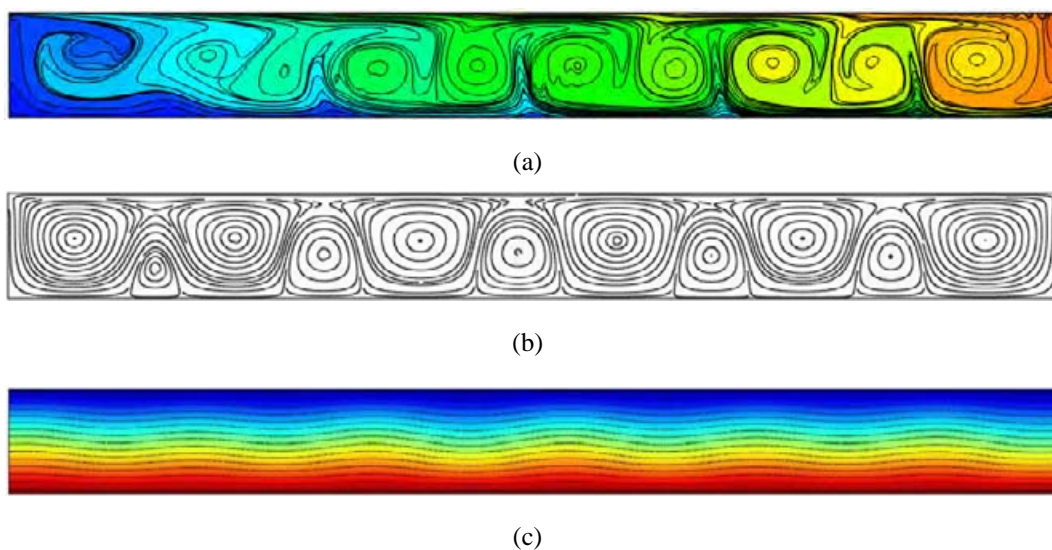


FIGURE 4.9 – Iso fractions massiques, lignes de courant et isothermes pour $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 1$ et $\psi = -0.01$ et $Ra = 1728$. à $t = 264$

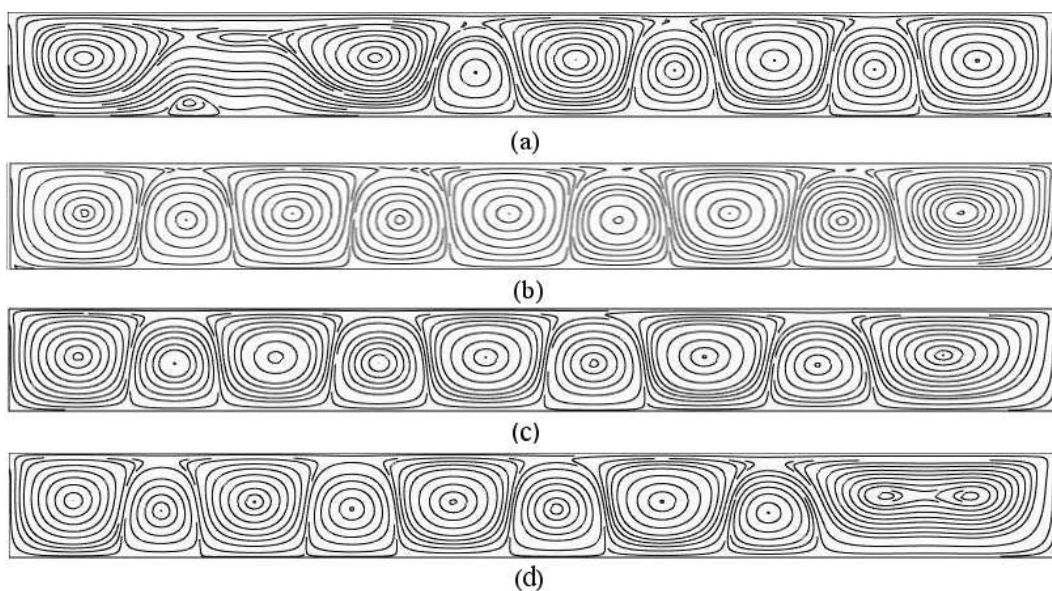


FIGURE 4.10 – L'évolution temporelle des lignes de courant sur une période pour $Le = 232$, $Pr = 7$, $Pe = 1$ et $\psi = -0.01$, $Ra = 1728$ (a) $t = 250$ (b) $t = 254$ (c) $t = 256$ (d) $t = 260$

4.4 Conclusion

Nous avons effectué une analyse de stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire pour un mélange liquide ($Le = 232, Pr = 7$) caractérisé par des facteurs de séparation positifs ou négatifs. Nous avons trouvé que l'écoulement monocellulaire perd sa stabilité via une transition instationnaire.

Pour $\psi > 0$, nous avons montré que l'écoulement monocellulaire perd sa stabilité pour des nombres de Rayleigh plus faibles que pour des fluides monoconstituants en donnant lieu à un écoulement multicellulaire. Les rouleaux convectifs apparaissent avec une fréquence de propagation ω qui est toujours positive, i.e. les rouleaux se propagent toujours dans le sens de l'écoulement.

Pour $\psi < 0$, nous retrouvons que la solution monocellulaire perd sa stabilité via une transition instationnaire, avec des ondes progressives allant pour $0 < Pe < Pe_1$, en sens inverse de l'écoulement (de la vitesse appliquée à paroi), puis pour $Pe > Pe_1$, avec des ondes progressives positives (se propageant dans le sens de l'écoulement).

Les simulations numériques menées avec le logiciel COMSOL, à $Le = 232$ nous ont permis de caractériser les structures thermoconvectives qui prennent naissance à la perte de stabilité de l'écoulement monocellulaire. Au cours de ces simulations, pour $\psi < 0$, nous avons détecté numériquement la présence d'ondes progressives qui se déplacent dans le sens inverse de la vitesse d'entraînement de la paroi pour de faibles valeurs de Pe et dans le sens de l'entraînement de la paroi pour des valeurs plus grandes de Pe .

Chapitre 5

Séparation des espèces d'un mélange binaire soumis à un flux de chaleur constant au niveau des parois horizontales

5.1 Description du problème

On se propose d'étudier la séparation des espèces d'un fluide binaire (mélange d'un solvant et d'un soluté) confiné dans une cavité rectangulaire de hauteur, H , et de longueur, L , (*c.f.* 5.1). Les axes de coordonnées x et z sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale. La cavité est placée dans le champ de pesanteur supposé uniforme et constant. Les parois horizontales de la cavité sont imperméables et soumises à un flux de chaleur uniforme, q . Les autres parois sont considérées imperméables et adiabatiques. Dans le champ de pesanteur le flux de chaleur pourrait donner naissance à des mouvements convectifs si l'intensité dépasse une valeur critique q_c . Le fluide binaire considéré est supposé newtonien et incompressible. La paroi horizontale supérieure est mise en mouvement avec une vitesse constante d'intensité U .

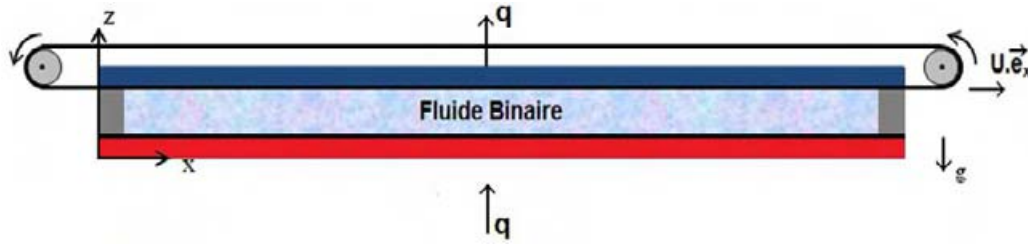


FIGURE 5.1 – Représentation schématique du modèle physique

5.2 Formulation Mathématique

Afin d'établir une formulation simple du modèle mathématique ainsi que des conditions aux limites, nous utiliserons les mêmes hypothèses présentées au niveau de chapitre 3. Ce problème est régi par les équations de Navier Stokes et par les équations de conservation de l'énergie et des espèces (*c.f.* Chapitre 3). Les équations adimensionnelles qui décrivent respectivement, la quantité de mouvement, d'énergie et des espèces sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla P + RaPr[T - \psi C] \vec{e}_z + Pr \nabla^2 \vec{V} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C - \nabla^2 T) \end{array} \right. \quad (5.1)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles associées au système d'équations (5.1) sont données par les équations :

$$\vec{V}(x, z = 1) = Pe, \quad \vec{V}(x, z = 0) = \vec{V}(x = (0, A), z) = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -1 \quad \text{pour } z = 0, 1 \quad \forall x \in [0, A] \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial T(x, z)}{\partial x} = \frac{\partial C(x, z)}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } x = 0, A \quad \forall z \in [0, 1]$$

$$\frac{\partial C(x, z)}{\partial z} = 1 \quad \text{pour } z = 0, z = 1 \quad \forall x \in [0, A]$$

Les variables adimensionnelles sont données par :

$$(x, y, z) = \frac{(x^*, y^*, z^*)}{H}, \quad t = \frac{t^*}{t_{ref}}, \quad (u, v, w) = \frac{(u^*, v^*, w^*)}{V_{ref}},$$

$$P = \frac{P^*}{P_{ref}}, \quad T = \frac{T^*}{\Delta T^*}, \quad C = \frac{C^* - C_{ref}^*}{\Delta C^*}$$

$$\text{Avec : } V_{ref} = \frac{a}{H}, \quad t_{ref} = \frac{H^2}{a}, \quad P_{ref} = \rho_0 \frac{a^2}{H^2}, \quad C_{ref}^* = C_0$$

$$\text{Où : } \Delta T^* = q \frac{H}{k}, \quad \Delta C^* = \Delta T^* C_0^* (1 - C_0^*) \frac{D_T}{D}$$

Le problème considéré dépend de six paramètres adimensionnels qui sont le nombre de Rayleigh thermique, $Ra = (q\beta_T g H^4)/kva$, le nombre de Lewis, $Le = a/D$, le nombre de Prandtl, $Pr = \nu/a$, le nombre de Péclet, $Pe = PrRe$, où le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$ où a et ν désignent respectivement la diffusivité thermique et cinématique du fluide binaire, le facteur de séparation, $\psi = -\frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{D_T}{D} C_0^* (1 - C_0^*)$ et le rapport d'aspect, $A = L/H$.

5.3 Solution analytique au problème

Pour une cavité de grand rapport d'aspect $A \gg 1$, les lignes de courant, au centre de la cavité, sont quasi parallèles à l'axe des x . Ceci permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire aux parois horizontales (approximation de l'écoulement parallèle utilisée par El Hajjar et al. [9]) :

$$\vec{V} = u(z) \cdot \vec{e}_x \quad (5.3)$$

Les profils de température et de concentration peuvent s'écrire alors sous la forme d'une somme d'un terme traduisant la variation longitudinale linéaire et d'un autre terme donnant la distribution transversale :

$$T(x, z) = C_T x + f(z) \quad (5.4)$$

$$C(x, z) = C_S x + g(z) \quad (5.5)$$

C_T, C_S sont des constantes qui expriment respectivement les gradients de température et de fraction massique suivant la direction \vec{x} . La détermination des gradients de température C_T , et de fraction massique C_S , est obtenue en intégrant les équations de conservation de l'énergie et de fraction massique sur le volume de contrôle, tout en tenant compte des conditions aux

limites. Dans cette étude, on se restreint à l'écoulement stationnaire. En remplaçant \vec{v} , T et C par leur expression donnée en 5.3, 5.4 et 5.5 dans la formulation de base 5.1, et en éliminant la pression dans l'équation de Navier-Stokes, nous obtenons le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\frac{\partial^3 u(z)}{\partial z^3} - Ra \frac{\partial(T - \psi C)}{\partial x} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = C_T u(z) \quad (5.7)$$

$$C_S Le u(z) - \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (5.8)$$

Les conditions aux limites sur les parois verticales n'étant pas prises en compte, car nous nous intéressons à l'écoulement loin des parois verticales ($x = 0$ et $x = A$). Il est impératif d'adjoindre d'autres conditions pour pouvoir résoudre ce système. On traduit pour cela que le débit volumique est nul à travers toute section droite verticale de la cavité et que la fraction massique d'un des constituants, ici le plus lourd, sur la totalité de la cellule est conservée :

$$\int_0^1 u dz = 0 \quad \forall x^* \in]0, A[, \quad \int_0^1 \int_0^A C dz dx = 0$$

En appliquant les conditions aux limites 5.2, et les conditions mentionnées ci-dessus, on détermine alors les profils de vitesse, de température et de concentration :

$$v = \Psi_0 \cdot z(2z - 1)(z - 1) + Pe(3z^2 - 2z) \quad (5.9)$$

$$T = C_T x + \frac{1}{60} \Psi_0 C_T [6z^5 - 15z^4 + 10z^3 - z] + \frac{1}{12} C_T Pe [3z^4 - 4z^3] \quad (5.10)$$

$$C = f(\Psi_0, Pe, C_T, C_S, Le, z, x) \quad (5.11)$$

L'expression du champ de fraction massique est trop longue pour être explicitée ici, elle est donnée avec l'expression du champ de concentration en Annexe B. Ψ_0 représente l'intensité de la contribution du champ de vitesse induit par la convection naturelle seulement est, donné par l'équation :

$$\Psi_0 = \frac{1}{12} Ra (C_T - \psi C_S) \quad (5.12)$$

Pour la détermination du gradient de fraction massique C_S , nous utilisons le fait qu'à l'état stationnaire le flux du constituant le plus lourd à travers toute section verticale est nul :

$$\int_0^1 (Le v C - C_S + C_T) dz = 0 \quad (5.13)$$

Après intégration, nous obtenons une équation algébrique du première degré en C_S dont les coefficients sont des fonctions des nombres adimensionnels du problème (Ra , Pe , Le , ψ , A). La résolution de cette équation, conduit à l'expression de C_S :

$$C_S = \frac{105840(5Le Pe - \Psi_0 Le - 5Pe + \Psi_0)}{(\Psi_0^2 - 9\Psi_0 Pe + 24Pe^2 + 2520)(24Le^2 Pe^2 - 9\Psi_0 Le^2 Pe + 2520 + Le^2 \Psi_0^2)} \quad (5.14)$$

On utilise la même procédure pour trouver l'expression du gradient de température C_T . Le flux thermique à travers toute section verticale de la cellule est nul :

$$\int_0^1 (v T - C_T) = 0 \quad (5.15)$$

L'expression du gradient de température est donnée par :

$$C_T = -\frac{42(-\Psi_0 + 5Pe)}{\Psi_0^2 - 9\Psi_0 Pe + 24Pe^2 + 2520} \quad (5.16)$$

En combinant l'équation (5.12) avec les termes des gradients de température et de fraction massique C_T , C_S en (5.14) et (5.16), et après arrangement, nous obtenons une équation du cinquième degrés permettant de calculer Ψ_0 : $\Psi_0 = f(Pe, Ra, Le)$.

5.4 Résultats et Discussion

Des simulations numériques ont été effectuées pour corroborer les résultats analytiques obtenus. Pour cela, nous avons utilisé le logiciel Comsol Multiphysics avec un maillage rectangulaire, parfaitement adapté à la géométrie de l'étude. Nous avons vérifié que la résolution spatiale de 120 x 20 pour $A = 10$ est satisfaisante. Nous présentons l'évolution de la séparation en fonction du nombre de Péclet Pe pour $Le = 230$ et $\psi = 0.1$, pour une cavité chauffée par le bas ($Ra > 0$) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 300$, $Ra = 60$ et $Ra = 2$) (figure 5.2), et pour une cavité chauffée par le haut ($Ra < 0$) (figure 5.3) avec ($Ra = -300$, $Ra = -60$ et $Ra = -2$). La solution obtenue analytiquement est représentée en trait continu ou discontinu. Cette solution analytique est en bon accord avec la solution numérique représentée par des points.

On peut voir que la séparation présente un maximum correspondant au couplage optimal entre le temps de thermodiffusion et le temps convectif. Pour une cavité chauffée par le bas ($Ra > 0$), et pour des faibles valeurs de Rayleigh $Ra = 2$, la séparation est nulle à $Pe = 0$ (le nombre de Rayleigh est inférieur à la valeur critique caractérisant la naissance du mouvement convectif).

En appliquant une vitesse sur la paroi supérieure ($Pe > 0$) la séparation augmente avec l'augmentation du nombre de Péclet jusqu'à une valeur optimale Pe_{Opt} au-delà de laquelle la séparation diminue. Ceci peut s'expliquer par le fait que, lorsque le nombre de Péclet est trop faible (*i.e.* la vitesse de la paroi supérieure est faible), ou lorsque le nombre de Péclet est trop élevé, le temps de diffusion thermique n'est plus en bonne adéquation avec le temps convectif. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh ($Ra = 60$, $Ra = 300$, la convection devient opérante, et on remarque que la séparation est possible même pour $Pe = 0$.

La valeur maximale de la séparation, $S_{max} \approx 4.25$, pour $Ra = 2$ est obtenue pour $Pe \approx 0.04$, alors que pour $Ra = 60, 300$ le maximum de séparation égale à $S_{max} \approx 4.16, 1.98$ respectivement, est obtenue pour $Pe = 0$.

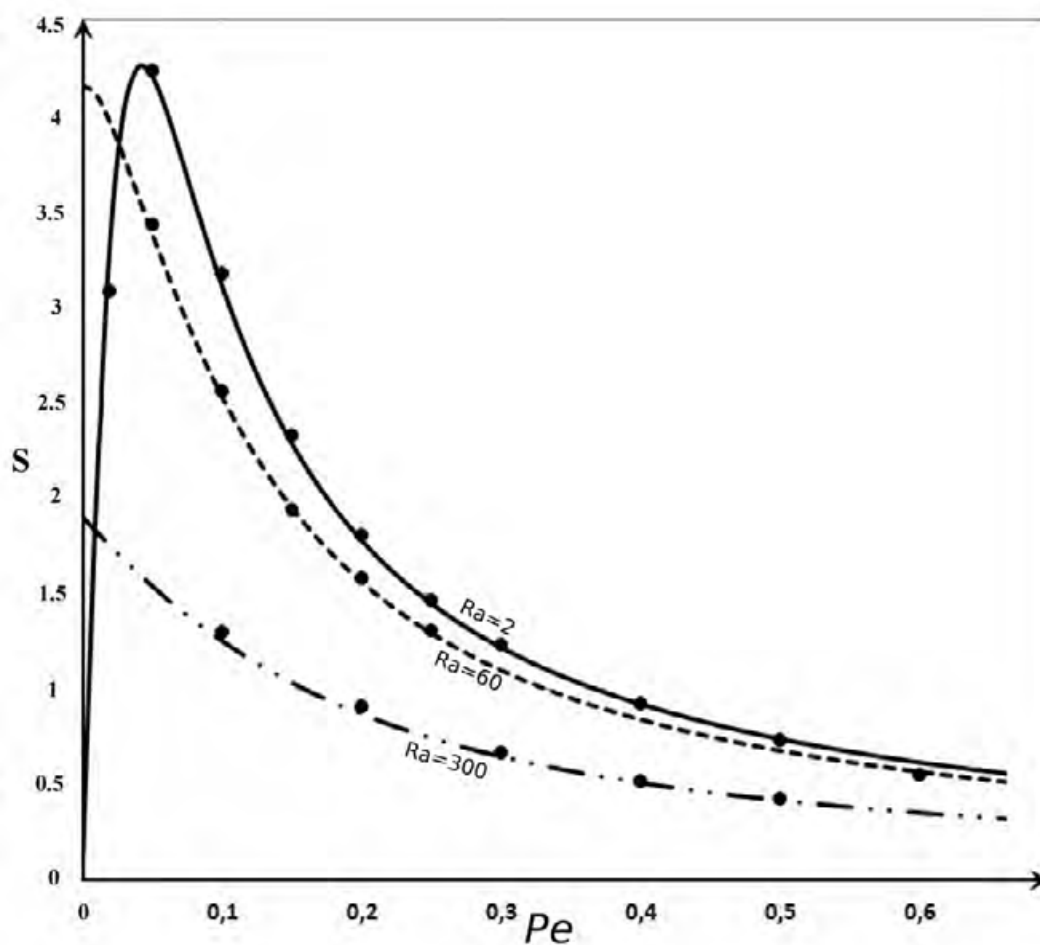


FIGURE 5.2 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 2, 60$ et 300 avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$

Dans le cas où la cavité est chauffée par le haut ($Ra < 0$), le fluide le plus chaud est localisé en haut de la cavité. On est dans une situation d'équilibre mécanique, par conséquent, la séparation entre les deux extrémités de la cellule horizontale n'est possible que pour $Pe \neq 0$ (la paroi supérieure en mouvement induit un phénomène convectif).

La valeur maximale de la séparation, $S_{max} \approx 4.22$, pour $Ra = -2$ est obtenu pour $Pe \approx 0.05$, alors que pour $Ra = -60$ le maximum de séparation égale à $S_{max} \approx 3.75$, est obtenue pour $Pe = 0.09$, pour $Ra = -300$ le maximum de séparation égale à $S_{max} \approx 2.28$ est obtenue à $Pe = 0.2$.

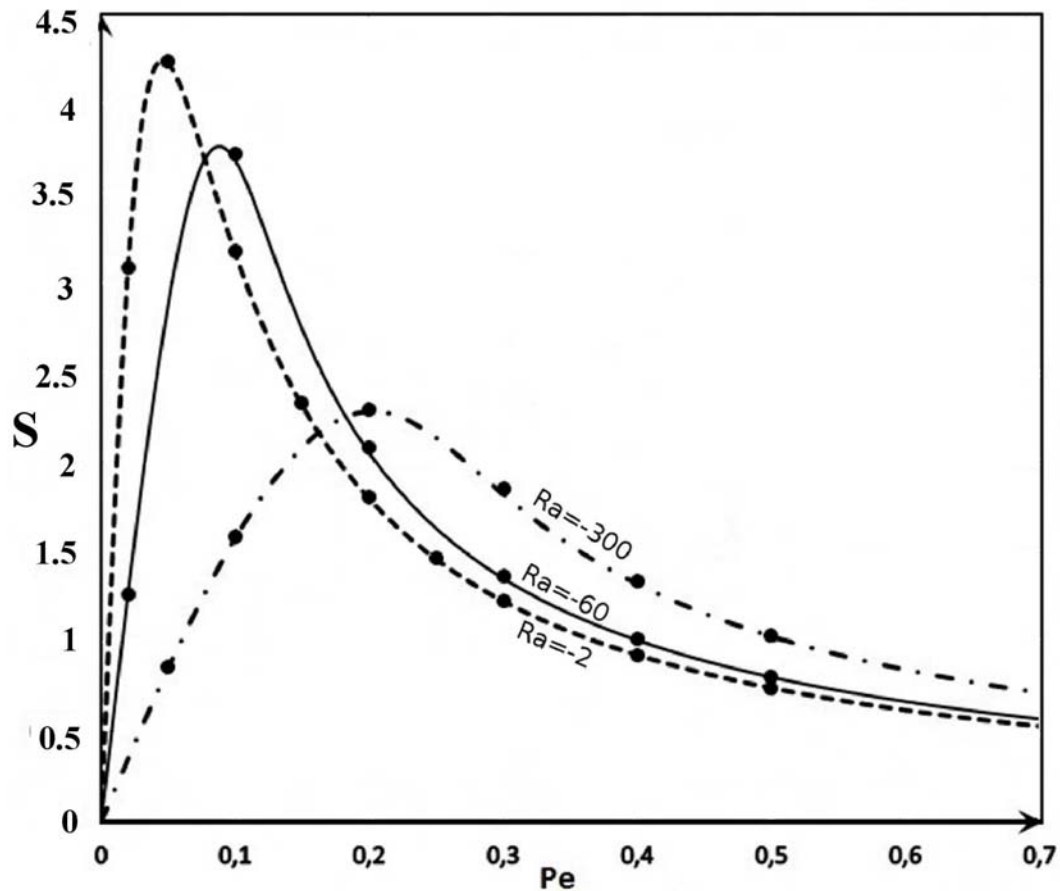


FIGURE 5.3 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -2, -60$ et -300 avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$

Sur les figures 5.4 et 5.5, on présente le champ de fraction massique pour différentes valeurs du nombre de Péclet et pour $Ra = 2, 300$ (figure 5.4) et $Ra = -2, -300$ (figure 5.5), pour $Le = 230, Pr = 10, \psi = 0.1$ et $A = 10$. Les lignes représentent les isoconcentrations tandis que les couleurs représentent l'intensité de la fraction massique du constituant le plus lourd.

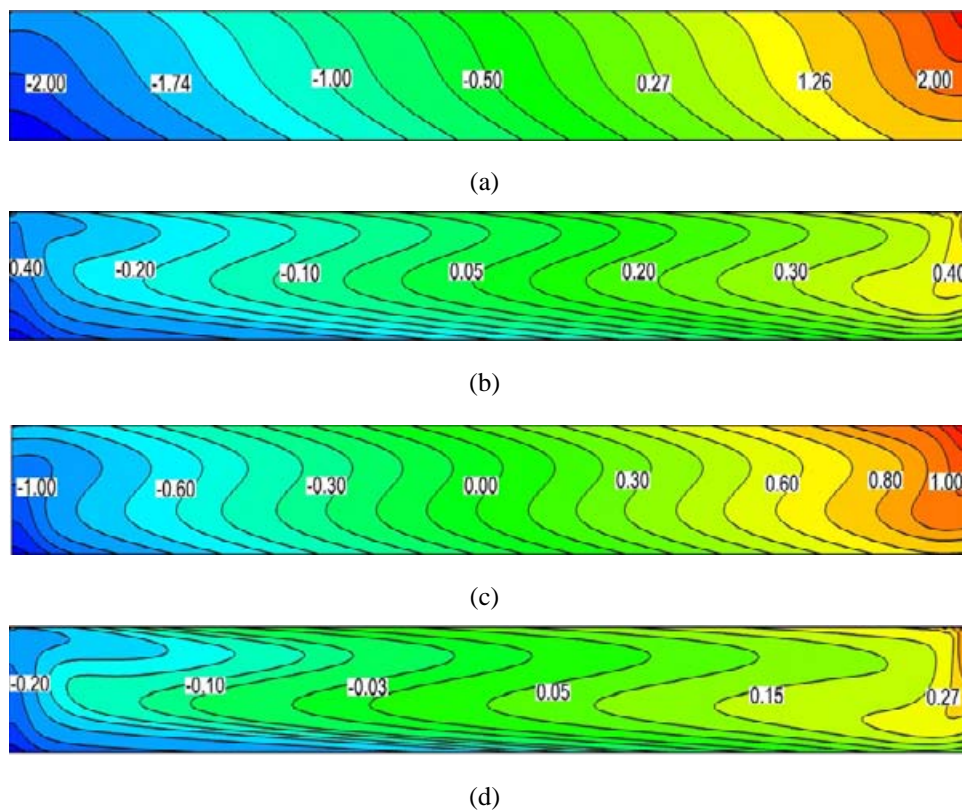


FIGURE 5.4 – Isoconcentrations et variation du champ de fraction massique pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Pe = 0.05$, $Ra = 2$, (b) $Pe = 0.5$, $Ra = 2$, (c) $Pe = 0.05$, $Ra = 300$ (d) $Pe = 0.5$, $Ra = 300$ avec $Le = 230$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$ et $A = 10$

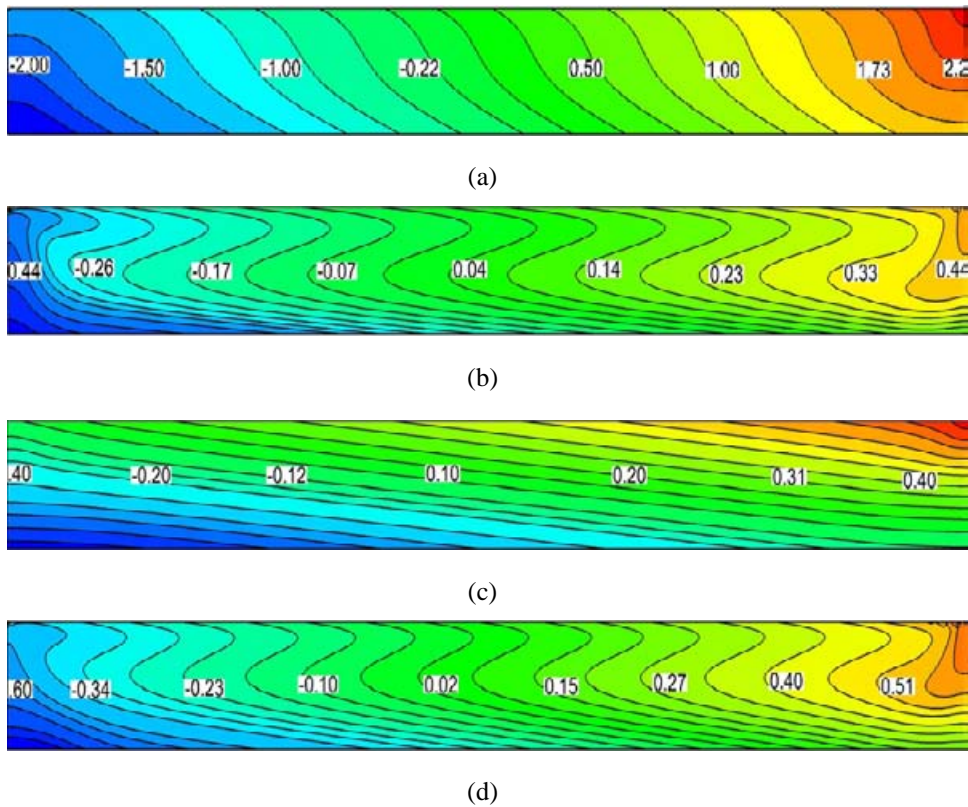


FIGURE 5.5 – Isoconcentrations et variation du champ de fraction massique pour différentes valeurs du nombre de Péclet et de Rayleigh (a) $Pe = 0.05$, $Ra = -2$, (b) $Pe = 0.5$, $Ra = -2$, (c) $Pe = 0.05$, $Ra = -300$ (d) $Pe = 0.5$, $Ra = -300$ pour $Le = 230$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$ et $A = 10$

On observe que la déformation des isoconcentrations augmente quand la vitesse de la paroi supérieure augmente. De plus, la déformation des isoconcentrations est plus importante pour $Ra = \mp 300$ que pour $Ra = \mp 2$, en raison de l'augmentation de la vitesse convective.

Sur les figures 5.6 et 5.7, nous présentons l'intensité de la vitesse induite par la convection naturelle (Ψ_0) en fonction de nombre de Rayleigh (Ra) pour le cas où $Pe = 0$ (figure 5.6) et $Pe = 0.1$ (figure 5.7). Dans ce cas, la contribution de la convection forcée est nulle puisque $Pe = 0$.

Dans le cas où $Pe = 0$ (figure 5.6), on observe que (Ψ_0) est nulle (par conséquent la vitesse est nulle) pour $Ra < Ra_c$, la naissance de la convection naturelle a lieu pour $Ra > Ra_c$.

On trouve que Ψ_0 prend deux valeurs opposées selon que la convection se déclenche dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens opposé. En revanche, quand $Pe \neq 0$, Ψ_0 a quatre racines réelles présentées sur la figure 5.7, la vitesse au sein de la cavité est la composition de la vitesse de convection naturelle et de celle engendrée par le déplacement de la paroi supérieure. Le profil de vitesse correspondant à chaque solution est présenté sur la figure 5.8. La courbe en pointillée (correspondant à la solution Ψ_{01}) représente le profil de vitesse dans le cas où la vitesse de l'écoulement est engendrée uniquement par la vitesse de déplacement de la paroi supérieure (pas de mouvement convectif dans la cavité).

Les courbes en trait plein, avec tiret et avec tiret-point (associés respectivement à la solution Ψ_{02} , Ψ_{02} et Ψ_{03}) représentent le cas où la vitesse de l'écoulement est la composition de la vitesse de déplacement de la paroi supérieure et celle de mouvement convectif. La possibilité d'avoir trois profils de vitesse dans ce cas peut s'expliquer par le fait que la vitesse du déplacement de la paroi supérieure et celle du mouvement convectif sont soit de sens opposé (courbe avec tiret), soit de même sens (courbe en trait plein ou avec tiret-point).

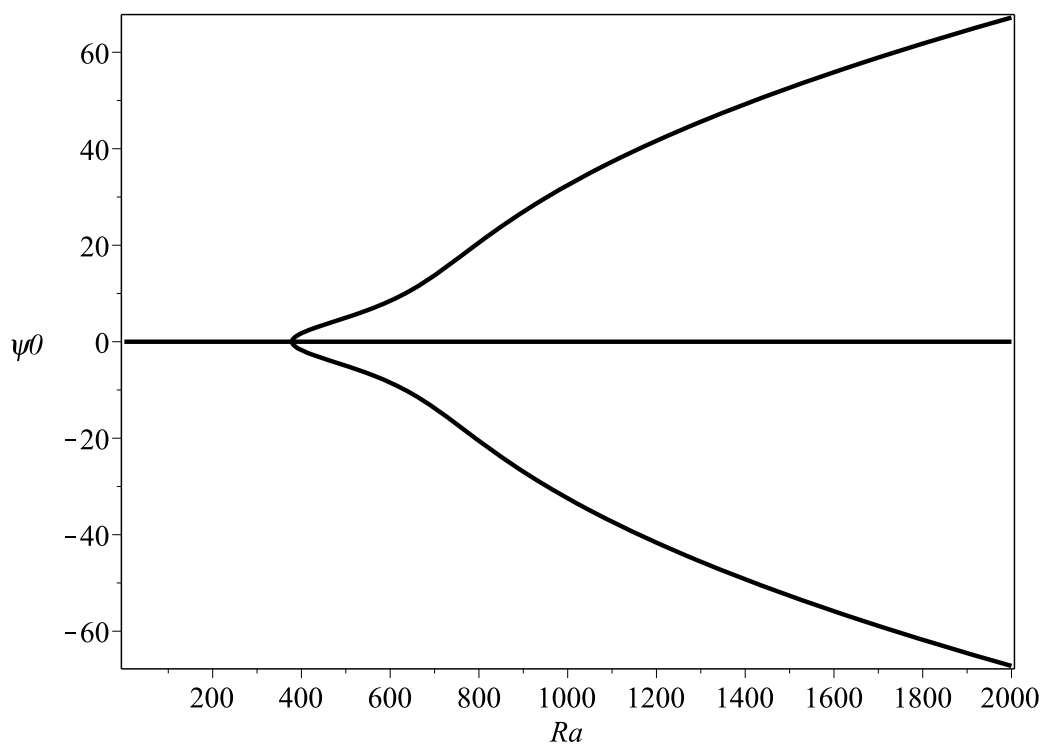


FIGURE 5.6 – L'intensité de la vitesse de l'écoulement en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour $Le = 10$, $Pe = 0$ et $\psi = 0.1$

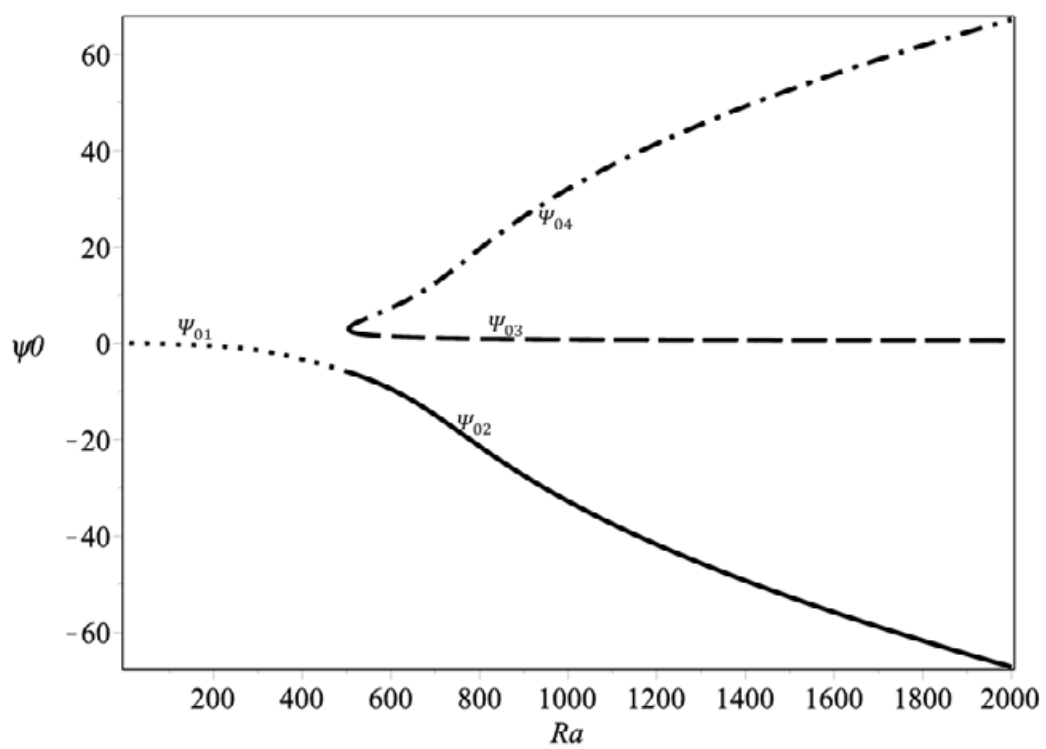


FIGURE 5.7 – Contribution de la vitesse convective en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour $Le = 10$, $Pe = 0.1$ et $\psi = 0.1$

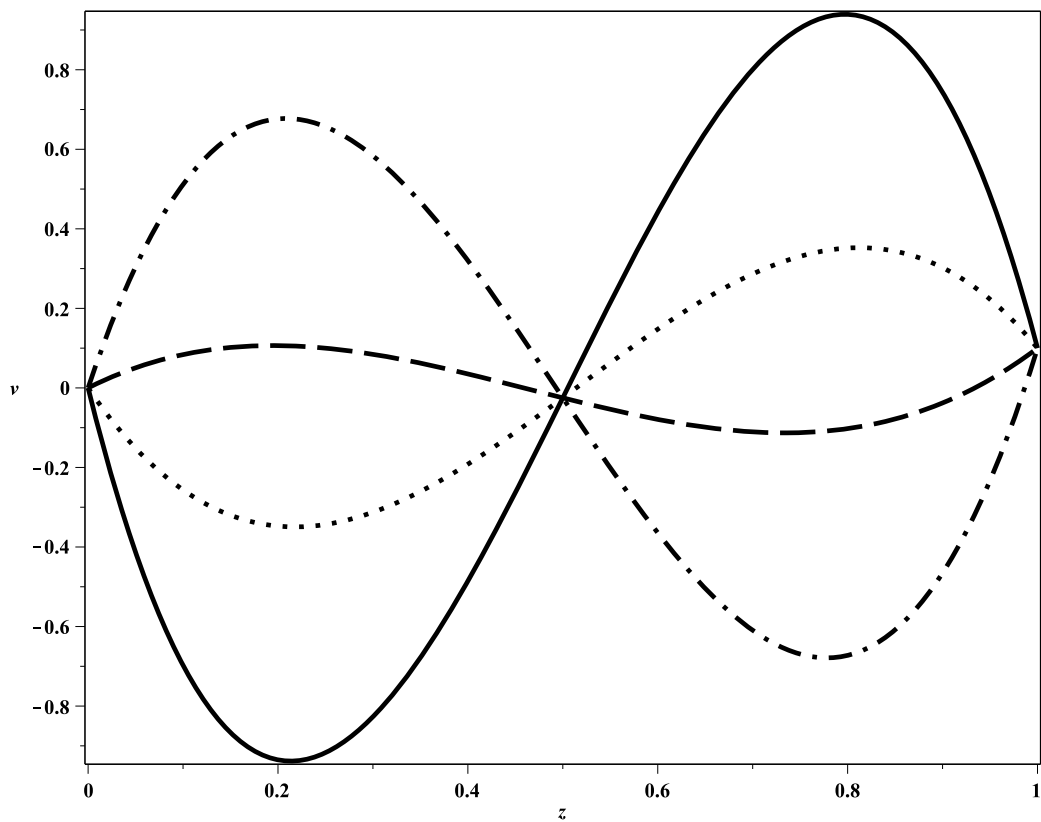


FIGURE 5.8 – Les profils de vitesse associés à Ψ_0 pour $Le = 10$, $Pe = 0.1$ et $\psi = 0.1$ et pour $Ra = 600$ et $Ra = 400$ (courbe pointillée)

Sur la figure 5.9, on compare les résultats obtenus dans le cas où les parois horizontales sont maintenues à des températures constantes et le cas où les parois sont soumises à un flux de chaleur uniforme et constant pour $Pe = 0.1$, $Pe = 0.01$ avec $Le = 230$, $\psi = 0.1$.

Nous observons que dans le cas où $Ra < 0$ (chauffage par le haut), la séparation est presque la même qu'on applique une température constante ou un flux de chaleur constant, en revanche, pour des valeurs positives de Ra (chauffage par le bas) on remarque que la séparation obtenue en appliquant une température constante sur les parois est un peu plus élevée que lorsqu'on applique un flux de chaleur constant pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh uniquement.

5.5 Influence de la vitesse appliquée sur la paroi supérieure sur le temps de séparation107

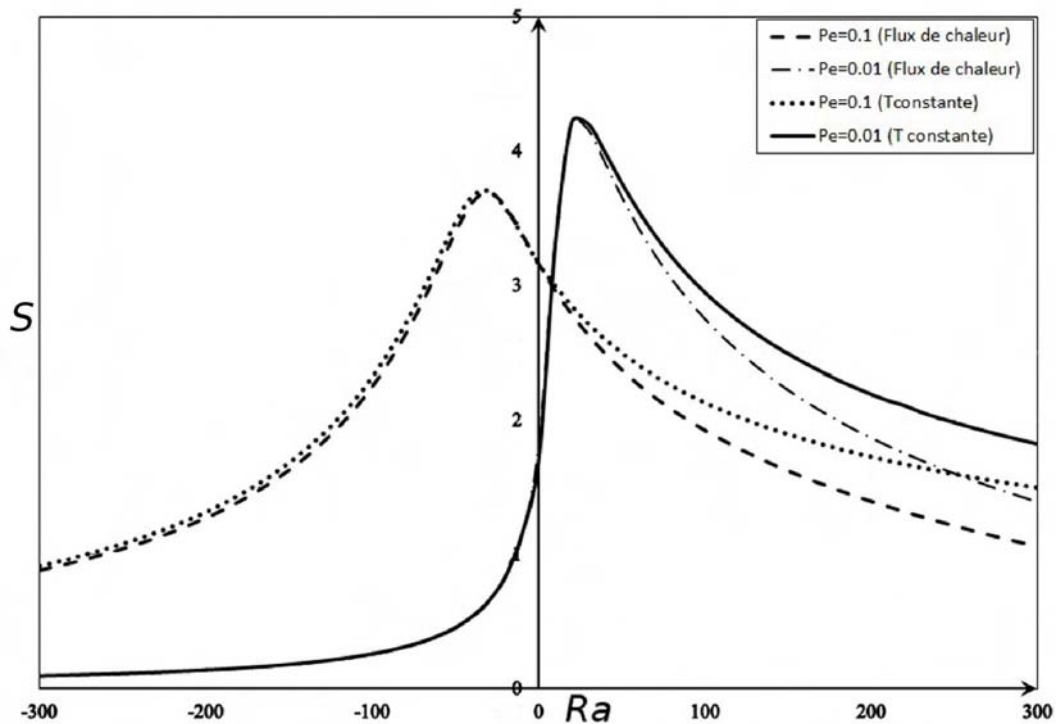


FIGURE 5.9 – Séparation des espèces obtenues pour différentes conditions aux limites (température constante et flux de chaleur constant et uniforme), pour $Pe = 0.1$, $Pe = 0.01$ avec $Le=230$, $\psi = 0.1$

5.5 Influence de la vitesse appliquée sur la paroi supérieure sur le temps de séparation

Sur les figures 5.10, 5.11, on montre l'évolution temporelle du profil de la fraction massique pour deux valeurs différentes du nombre de Rayleigh $Ra = 300$ (figure 5.10) et $Ra = 2$ (figure 5.11) pour différentes valeurs du nombre de Péclet, avec $\psi = 0.1$, $Le = 232$.

Pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 2$, figure 5.11), la vitesse appliquée à la paroi supérieure est la seule source générant l'écoulement convectif. Dans ce cas, on remarque que le temps nécessaire pour obtenir la séparation des espèces est d'autant plus faible que le nombre de Pe est élevé. Pour $Ra = 2$, le temps nécessaire pour obtenir la séparation est de 4000 pour $Pe = 0.02$, alors qu'il est de 1620 seulement pour $Pe = 0.5$.

Pour des valeurs de Ra plus élevées ($Ra = 300$, figure 5.10) l'écoulement est de type convection mixte, puisque la vitesse du rouleau convectif est la combinaison de la vitesse induite par le mouvement de la paroi supérieure et par le mouvement de l'écoulement convectif généré par

le gradient de température. Le temps nécessaire pour obtenir la séparation est de 1280 pour $Pe = 0.02$, alors qu'il est de 390 seulement pour $Pe = 0.5$.

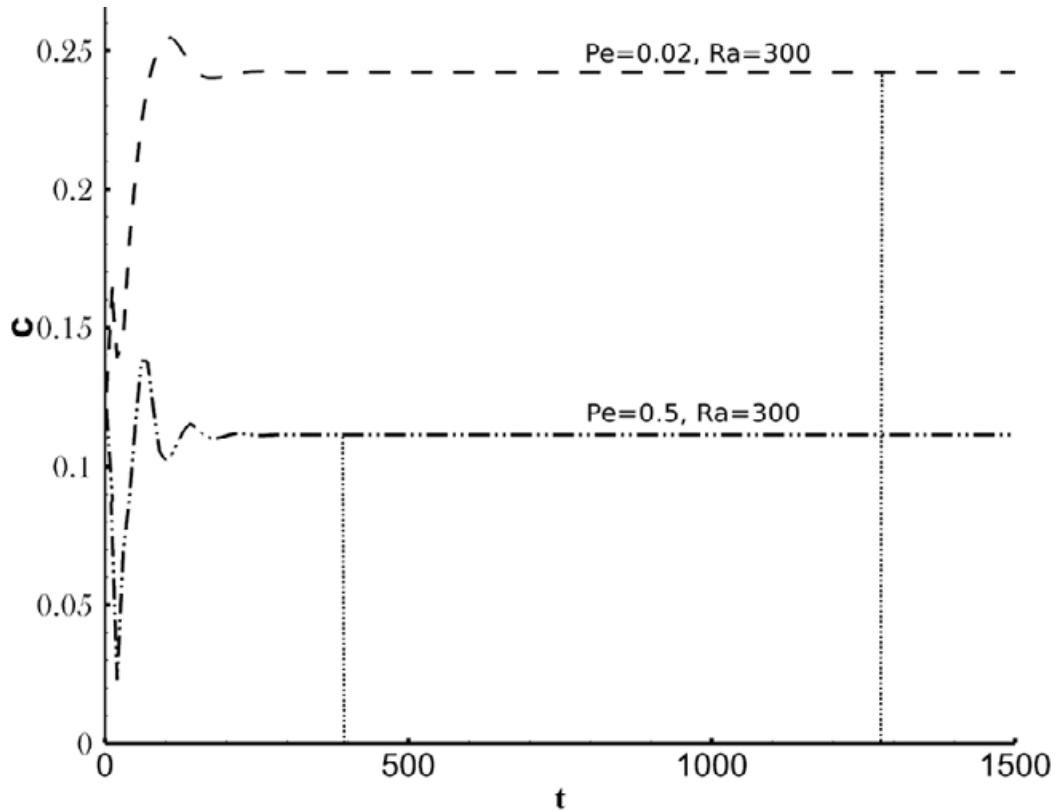


FIGURE 5.10 – Évolutions temporelles de l'amplitude de la fraction massique obtenues par simulation numérique 2D, pour $Le = 232, \psi = 0.1, A = 10$ et pour $Ra = 300$ et $Pe = 0.02, Pe = 0.5$

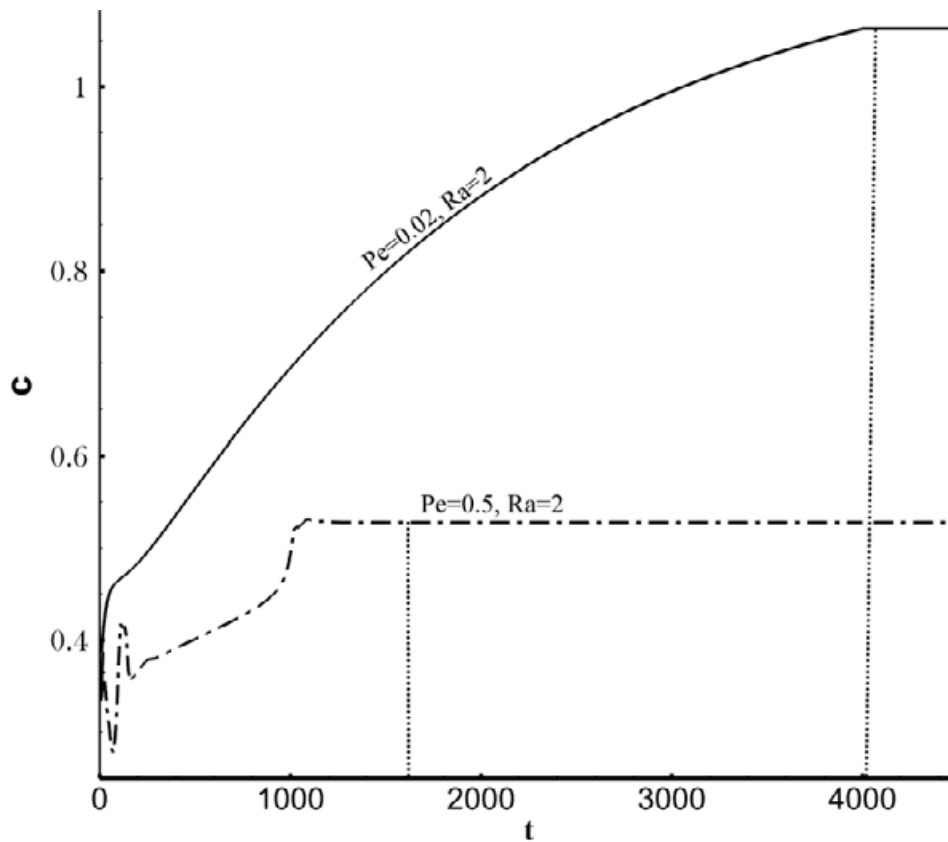


FIGURE 5.11 – Évolutions temporelles de l'amplitude de la fraction massique obtenues par simulation numérique 2D, pour $Le = 232$, $\psi = 0.1$, $A = 10$ et pour $Ra = 2$ et $Pe = 0.02$, $Pe = 0.5$

5.6 Conclusion

Dans cette étude, nous avons changé les conditions aux limites imposées aux parois horizontales pour étudier l'influence de ces nouvelles conditions aux limites sur la séparation des espèces. Le nombre de Rayleigh dans ce dernier cas est basé sur l'importance du flux de chaleur injecté, alors que dans l'étude précédente le Rayleigh est basé sur la différence de température imposée sur les plaques supérieure et inférieure de la cellule.

Nous avons déterminé analytiquement la séparation en fonction du nombre de Péclet et du nombre de Rayleigh, qui constituent les deux paramètres de contrôle indépendants du problème. Des simulations numériques directes ont montré un très bon accord entre les résultats numériques et analytiques. Nous avons analysé également l'influence de la vitesse appliquée à la paroi supérieure sur le temps nécessaire pour obtenir la séparation. Les résultats obtenus montrent que le temps de séparation diminue en augmentant l'intensité de la vitesse appliquée.

Chapitre 6

Conclusion

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au problème de la séparation par thermodiffusion gravitationnelle des constituants d'une solution binaire remplissant une cavité parallélépipédique horizontale.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous avons présenté les généralités liées à notre problème physique, ainsi que les principaux travaux sur la convection thermosolutale et sur la séparation des espèces par thermodiffusion gravitationnelle. Ensuite, nous avons présenté et discuté la formulation mathématique du problème de la thermogravitation au niveau du second chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous avons étudié un nouveau procédé permettant la séparation des espèces dans une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un fluide binaire, chauffée par le haut ou par le bas. Les parois horizontales de la cavité sont imperméables et soumises à des températures constantes. Les autres parois sont imperméables et adiabatiques. La paroi horizontale supérieure de la cavité est mise en mouvement avec une vitesse horizontale constante. Le cas de la paroi inférieure mise en mouvement dans le sens inverse à celle de la paroi supérieure a aussi été étudié. Ce nouveau procédé permet de découpler le gradient thermique de la vitesse convective, en disposant de deux paramètres de contrôle, la vitesse appliquée sur les parois et la différence de température imposée, que l'on peut faire varier indépendamment l'une de l'autre contrairement à ce qui a été fait habituellement dans les colonnes de diffusion thermogravitationnelle où le gradient thermique imposé induit l'importance de la thermodiffusion et celle du mouvement convectif.

Dans la première partie du chapitre 3, nous avons déterminé la solution analytique du profil de vitesse et des champs thermiques et massiques associés à l'écoulement de type parallèle en

cellule horizontale de grand rapport d'aspect.

Nous avons montré que l'équation du troisième degré en m (gradient de fraction massique) (eq. (3.40)) admet soit trois racines réelles dont deux égales et opposées, trois solutions réelles dont une racine double ou une racine réelle et deux autres complexes conjuguées. La séparation (différence de la fraction massique entre les deux extrémités de la cellule) est obtenue analytiquement en fonction de deux groupements de nombres adimensionnels : $(PeLe, Ra\psi Le)$.

Le gradient de fraction massique maximal $m = \frac{\sqrt{42}}{15} \approx 0.432$ est obtenu pour $Pe = \frac{\sqrt{42}}{Le}$, $Ra = \frac{540}{\psi Le}$ dans le cas où la paroi supérieure seule est mise en mouvement. Alors que dans le cas où les deux parois, supérieure et inférieure, sont mises mouvement le gradient de fraction massique maximale $m = \frac{\sqrt{210}}{30} \approx 0.483$ est obtenu pour $Pe = \frac{\sqrt{210}}{Le}$, $Ra = -\frac{2160}{\psi Le}$.

Nous avons étudié l'influence du profil de vitesse sur la séparation des espèces. Nous avons montré que l'écoulement pourrait donner lieu à deux cellules superposées tournant en sens inverse l'une de l'autre si la valeur du groupement $Pe/Ra\psi m$ est dans l'intervalle $] -0.42, 0[$, en dehors de cet intervalle, l'écoulement présente une seule cellule convective.

Dans la seconde partie, nous avons étudié l'influence de la vitesse appliquée aux parois supérieure et inférieure sur le temps de relaxation. Nous avons montré qu'à nombre de Rayleigh fixé, plus la vitesse appliquée à la paroi est élevée (Pe grand), plus le temps de relaxation diminue. Nous avons montré également qu'à nombre de Péclet et de Rayleigh fixés, le temps de relaxation est plus important pour une cavité avec une paroi supérieure mobile que pour une cavité avec parois supérieure et inférieure mobiles.

Des simulations numériques 2D et 3D ont été effectuées pour corroborer les résultats analytiques obtenus. Un bon accord entre ces deux approches a été trouvé. Le but des simulations numériques 3D était, également, de montrer l'influence de la prise en compte de la troisième dimension (A_y) sur la séparation. Un meilleur accord entre les résultats analytiques et numériques a été obtenu pour les grandes valeurs de (A_y).

Dans le quatrième chapitre, nous avons étudié la stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire. Les résultats obtenus montrent que l'écoulement unicellulaire stationnaire perd sa stabilité via une bifurcation de Hopf. Au niveau du cinquième chapitre, nous avons repris le problème étudié dans le troisième chapitre et au lieu de maintenir les parois horizontales de la cavité à des températures constantes, nous avons soumis ces parois horizontales à un flux thermique uniforme sur les faces horizontales.

Nous avons déterminé analytiquement la séparation en fonction du nombre de Péclet et du nombre de Rayleigh, basé sur la densité du flux thermique, qui constituent, dans cette étude, les deux paramètres de contrôle indépendants du problème. Les résultats de simulations numé-

riques directes sont en très bon accord avec les résultats analytiques obtenus.

Dans une thématique aussi riche que celle-ci, de nombreuses perspectives restent bien entendu ouvertes. En premier lieu, il faut compléter l'étude numérique de l'influence des paramètres de contrôle sur le temps de relaxation et voir s'il est possible d'établir théoriquement une relation analytique donnant ce temps dans notre configuration.

Il est envisagé de réaliser des expériences pour valider les résultats analytiques et numériques obtenus, la cellule expérimentale a déjà été fabriquée, dans ce but (cf. cellule expérimentale).

Nous avons réalisé une étude de stabilité linéaire de la solution monocellulaire dans le chapitre 4. Une analyse de stabilité faiblement non-linéaire permettrait d'examiner la stabilité de l'écoulement qui prend naissance après la perte de stabilité de l'écoulement unicellulaire. Du point de vue numérique, l'étude 3D effectuée ne constitue qu'un travail préliminaire. En effet, une étude exhaustive du problème en configuration 3D pourrait prolonger ce travail de thèse.

L'effort doit être porté sur la recherche de nouvelles configurations à la fois géométriques et physiques (i.e. bien étudier l'influence des conditions aux limites) afin d'optimiser l'importance de séparation et de réduire le temps de séparation.

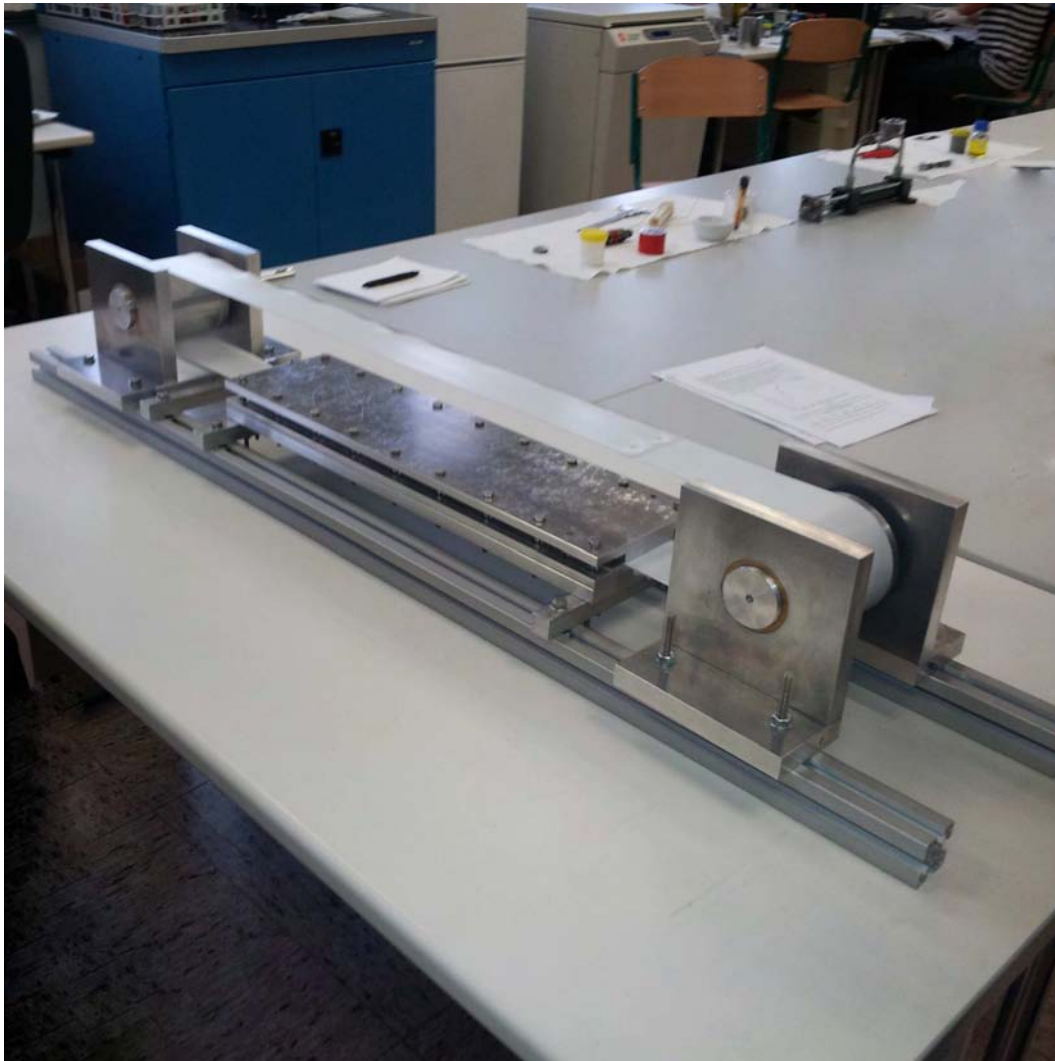


FIGURE 6.1 – Cellule expérimentale

Annexe A

Détermination du gradient de fraction massique m

A.1 Détermination du gradient de fraction massique m le long de l'axe des x

Pour la détermination du gradient de fraction massique m , dans une cavité chauffée par le bas (ou par le haut), nous utilisons le fait qu'à l'état stationnaire, on a la stabilisation du profil horizontal de concentration, donc le flux de matière traversant toute section verticale est nulle :

$$\int_0^1 \left[uC - \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] dz = 0, \quad \forall x \in [0, A] \quad (\text{A.1})$$

Cette dernière hypothèse conduit à l'équation cubique suivante donnant m comme une fonction des paramètres sans dimension : Pe , Ra , Le , ψ et de f .

$$\frac{Le^2 Ra^2 \psi^2}{362880} m^3 + \frac{Le^2 Ra \psi Pe}{3360} (1-f) m^2 + \left[\left(\frac{f^2}{105} - \frac{5148f}{362880} + \frac{1}{105} \right) Le^2 Pe^2 + 1 - \frac{Le Ra \psi}{720} \right] m - \frac{Le Pe}{12} (1-f) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Le gradient de fraction massique m de l'équation (A.2) a été obtenu en utilisant le logiciel Maple. Son expression, qui est une fonction de Le , Pe , Ra , ψ et f , est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
m = \frac{2}{\psi Ra Le} & \left[\left(816480 Le Pe + 756 Le^2 Ra \psi Pe + 1944 Le^3 Pe^3 f^2 + 1944 Le^3 Pe^3 \right. \right. \\
& - 816480 Le f Pe - 756 Le^2 Ra \psi f Pe - 1944 Le^3 Pe^3 f^3 - 1944 Le^3 Pe^3 f \\
& + 6\sqrt{6} \left(- 533433600 \psi Ra Le + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 2629065600 Le^2 f^2 Pe^2 - 3429216000 Le^2 f Pe^2 \right. \\
& + 2629065600 Le^2 Pe^2 + 17280 Le^6 Pe^6 + 6985440 \psi Ra Le^3 f^2 Pe^2 - 19051200 \psi Ra Le^3 f Pe^2 \\
& + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 f^2 Pe^2 + 12852 \psi Ra Le^5 f^4 Pe^4 - 1512 \psi Ra Le^5 f^2 Pe^4 - 18144 \psi Ra Le^5 f^3 Pe^4 \\
& - 18144 \psi Ra Le^5 Pe^4 f + 15240960 Le^4 Pe^4 + 6985440 \psi Ra Le^3 Pe^2 + 12852 \psi Ra Le^5 Pe^4 \\
& + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 + 15240960 Le^4 f^4 Pe^4 + 50077440 Le^4 f^2 Pe^4 \\
& - 35925120 Le^4 f^3 Pe^4 - 35925120 Le^4 Pe^4 f - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 + 28512 Le^6 f^2 Pe^6 \\
& + 17280 Le^6 f^6 Pe^6 + 28512 Le^6 f^4 Pe^6 - 31104 Le^6 f^5 Pe^6 - 15552 Le^6 f^3 Pe^6 \\
& \left. \left. - 31104 Le^6 Pe^6 f \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[12 \left(- 5040 + 7 \psi Ra Le + 6 Le^2 f^2 Pe^2 + 6 Le^2 Pe^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - 36 Le^2 f Pe^2 \right) \right] / \left[Le Ra \psi \left(816480 Le Pe + 756 Le^2 Ra \psi Pe + 1944 Le^3 Pe^3 f^2 + 1944 Le^3 Pe^3 \right. \right. \\
& - 816480 Le f Pe - 756 Le^2 Ra \psi f Pe - 1944 Le^3 Pe^3 f^3 - 1944 Le^3 Pe^3 f + 6\sqrt{6} \\
& \left(- 533433600 \psi Ra Le + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 2629065600 Le^2 f^2 Pe^2 \right. \\
& - 3429216000 Le^2 f Pe^2 + 2629065600 Le^2 Pe^2 + 17280 Le^6 Pe^6 + 6985440 \psi Ra Le^3 f^2 Pe^2 \\
& - 19051200 \psi Ra Le^3 f Pe^2 + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 f^2 Pe^2 + 12852 \psi Ra Le^5 f^4 Pe^4 - 1512 \psi Ra Le^5 f^2 Pe^4 \\
& - 18144 \psi Ra Le^5 f^3 Pe^4 - 18144 \psi Ra Le^5 Pe^4 f + 15240960 Le^4 Pe^4 + 6985440 \psi Ra Le^3 Pe^2 \\
& + 12852 \psi Ra Le^5 Pe^4 + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 + 15240960 Le^4 f^4 Pe^4 \\
& + 50077440 Le^4 f^2 Pe^4 - 35925120 Le^4 f^3 Pe^4 - 35925120 Le^4 Pe^4 f - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 \\
& + 28512 Le^6 f^2 Pe^6 + 17280 Le^6 f^6 Pe^6 + 28512 Le^6 f^4 Pe^6 - 31104 Le^6 f^5 Pe^6 - 15552 Le^6 f^3 Pe^6 \\
& \left. \left. - 31104 Le^6 Pe^6 f \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} + 36 Pe \left(- 1 + f \right) / \left(Ra \psi \right)
\end{aligned} \tag{A.3}$$

L'expression du gradient de la fraction massique m dans le cas où $f = 0$ est donné par :

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{\psi Ra Le} \left(816480 Le Pe + 756 Le^2 Ra \psi Pe + 1944 Le^3 Pe^3 + 6\sqrt{6} \left(-533433600 \psi Ra Le \right. \right. \\
& + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 2629065600 Le^2 Pe^2 + 17280 Le^6 Pe^6 + 15240960 Le^4 Pe^4 \\
& + 6985440 \psi Ra Le^3 Pe^2 + 12852 \psi Ra Le^5 Pe^4 + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 \\
& \left. \left. - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(12 \left(-5040 + 7 \psi Ra Le + 6 Le^2 Pe^2 \right) \right) \Bigg/ \left(Le Ra \psi \right. \\
& \left(816480 Le Pe + 756 Le^2 Ra \psi Pe + 1944 Le^3 Pe^3 + 6\sqrt{6} \left(-533433600 \psi Ra Le \right. \right. \\
& + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 2629065600 Le^2 Pe^2 + 17280 Le^6 Pe^6 + 15240960 Le^4 Pe^4 \\
& + 6985440 \psi Ra Le^3 Pe^2 + 12852 \psi Ra Le^5 Pe^4 + 1764 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 \\
& \left. \left. - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \Bigg) - 36 Pe / (Ra \psi)
\end{aligned} \tag{A.4}$$

L'expression du gradient de la fraction massique m dans le cas où $f = -1$ est donné par :

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{\psi Ra Le} \left(1632960 Le Pe + 1512 Le^2 Ra \psi Pe + 7776 Le^3 Pe^3 + 6\sqrt{6} \left(-533433600 \psi Ra Le \right. \right. \\
& + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 8687347200 Le^2 Pe^2 + 169344 Le^6 Pe^6 + 152409600 Le^4 Pe^4 \\
& + 33022080 \psi Ra Le^3 Pe^2 + 60480 \psi Ra Le^5 Pe^4 + 3528 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 \\
& \left. \left. - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(12 \left(-5040 + 7 \psi Ra Le + 48 Le^2 Pe^2 \right) \right) \Bigg/ \left(Le Ra \psi \right. \\
& \left(1632960 Le Pe + 1512 Le^2 Ra \psi Pe + 7776 Le^3 Pe^3 + 6\sqrt{6} \left(-533433600 \psi Ra Le \right. \right. \\
& + 740880 Le^2 Ra^2 \psi^2 + 8687347200 Le^2 Pe^2 + 169344 Le^6 Pe^6 + 152409600 Le^4 Pe^4 \\
& + 33022080 \psi Ra Le^3 Pe^2 + 60480 \psi Ra Le^5 Pe^4 + 3528 \psi^2 Ra^2 Le^4 Pe^2 + 128024064000 \\
& \left. \left. - 343 \psi^3 Ra^3 Le^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \Bigg) - 72 Pe / (Ra \psi)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Annexe B

L'expression du champ de concentration et du gradient de fraction massique C_S

B.1 L'expression du champ de concentration

L'expression du champ de concentration, a été obtenue en utilisant le logiciel Maple. Son expression, qui est une fonction de Pe , Ra , ψ , Le et A , est donnée par :

$$c = -\frac{1}{120(24Pe^2 - 9Pe\Psi_0 + \Psi_0^2 + 2520)} \left(\begin{aligned} & -288C_SLePe^2\Psi_0z^5 + 108C_SLePe\Psi_0^2z^5 \\ & -12C_SLe\Psi_0^3z^5 - 720C_SLePe^3z^4 + 990C_SLePe^2\Psi_0z^4 - 300C_SLePe\Psi_0^2z^4 \\ & +30C_SLe\Psi_0^3z^4 + 960C_SLePe^3z^3 - 840C_SLePe^2\Psi_0z^3 + 220C_SLePe\Psi_0^2z^3 \\ & -20C_SLe\Psi_0^3z^3 - 30240C_SLe\Psi_0z^5 - 75600C_SLePez^4 + 75600C_SLe\Psi_0z^4 \\ & -2520Pe\Psi_0z^5 + 504\Psi_0^2z^5 + 100800C_SLePez^3 - 50400C_SLe\Psi_0z^3 - 6300Pe^2z^4 \\ & +7560Pe\Psi_0z^4 - 1260\Psi_0^2z^4 - 96C_SLePe^3 + 60C_SLePe^2\Psi_0 - 13C_SLePe\Psi_0^2 \\ & +C_SLe\Psi_0^3 + 8400Pe^2z^3 - 5880Pe\Psi_0z^3 + 840\Psi_0^2z^3 + 1440AC_SPe^2 - 540AC_SPe\Psi_0 \\ & +60AC_S\Psi_0^2 - 2880C_SPe^2x + 1080C_SPe\Psi_0x - 120C_S\Psi_0^2x - 10080C_SLePe \\ & +2520C_SLe\Psi_0 - 2880Pe^2z + 1080Pe\Psi_0z - 120\Psi_0^2z + 151200AC_S - 302400C_Sx \\ & +600Pe^2 - 162Pe\Psi_0 + 18\Psi_0^2 - 302400z + 151200 \end{aligned} \right)$$

(B.1)

L'équation en première degré en C_s :

$$\begin{aligned}
 EqCS = & - \left(1/2520 \right) \left(576C_SLe^2Pe^4 - 432C_SLe^2Pe^3\Psi_0 + 129C_SLe^2Pe^2\Psi_0^2 \right. \\
 & - 18C_SLe^2Pe\Psi_0^3 + C_SLe^2\Psi_0^4 + 60480C_SLe^2Pe^2 - 22680C_SLe^2Pe\Psi_0 + \\
 & 2520C_SLe^2\Psi_0^2 + 60480C_SPe^2 - 22680C_SPe\Psi_0 + 2520C_S\Psi_0^2 - 529200LePe + \\
 & \left. 105840Le\Psi_0 + 6350400C_S + 529200Pe - 105840\Psi_0 \right) / \\
 & \left(24Pe^2 - 9Pe\Psi_0 + \Psi_0^2 + 2520 \right)
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

En remplaçant C_S et C_T par ses valeurs tirées des équation (5.14), (5.16) on obtient une équation du cinquième degré en Ψ_0 :

$$\begin{aligned}
 - & \left(1152Le^2Pe^4\Psi_0 - 864Le^2Pe^3\Psi_0^2 + 258Le^2Pe^2\Psi_0^3 - 36Le^2Pe\Psi_0^4 \right. \\
 & + 2Le^2\Psi_0^5 + 840Le^2Pe^3Ra - 483Le^2Pe^2\Psi_0Ra + 98Le^2Pe\Psi_0^2Ra - 7Le^2\Psi_0^3Ra \\
 & + 120960Le^2Pe^2\Psi_0 - 45360Le^2Pe\Psi_0^2 + 5040Le^2\Psi_0^3 + 88200LePeRa\psi - 17640Le\Psi_0Ra\psi \\
 & + 120960Pe^2\Psi_0 - 45360Pe\Psi_0^2 - 88200PeRa\psi + 5040\Psi_0^3 + 17640\Psi_0Ra\psi \\
 & \left. + 88200PeRa - 17640\Psi_0Ra + 12700800\Psi_0 \right) / \left(\left(48Pe^2 - 18Pe\Psi_0 + \Psi_0^2 + 5040 \right) \right. \\
 & \left. \left(24Le^2Pe^2 - 9Le^2Pe\Psi_0 + Le^2\Psi_0^2 + 2520 \right) \right) = 0
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Annexe C

**Détermination de la séparation en fonction
du nombre de Péclet et du nombre de
Rayleigh pour un mélange Eau-Éthanol**

TABLE C.1 – La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois racines réelles, dont deux égales et opposées) pour $f = 0$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$ et pour $Ra = \frac{108}{7} \left(\frac{Le^2 Pe^2 + 105}{Le\psi} \right)$

Pe	S_1	S_2	S_3
0.000	0.000	4.157	-4.157
0.100	-1.471	4.054	-4.054
0.020	-2.567	3.787	-3.787
0.030	-3.175	3.439	-3.439
0.040	-3.399	3.082	-3.082
0.050	-3.389	2.464	-2.464
0.060	-3.261	2.465	-2.465
0.070	-3.082	2.218	-2.218
0.080	-2.890	2.009	-2.009
0.090	-2.701	1.831	-1.831
0.100	-2.525	1.680	-1.680
0.120	-2.214	1.436	-1.436
0.140	-1.960	1.251	-1.251
0.160	-1.752	1.106	-1.106
0.180	-1.581	0.991	-0.991
0.200	-1.438	0.897	-0.897
0.220	-1.318	0.818	-0.818
0.240	-1.216	0.752	-0.752
0.260	-1.128	0.696	-0.696
0.280	-1.051	0.648	-0.648
0.300	-0.984	0.606	-0.606
0.320	-0.925	0.568	-0.568
0.340	-0.873	0.536	-0.536
0.360	-0.826	0.506	-0.506
0.380	-0.783	0.480	-0.480
0.400	-0.745	0.456	-0.456
0.420	-0.711	0.435	-0.435
0.440	-0.679	0.415	-0.415
0.460	-0.650	0.397	-0.397
0.480	-0.623	0.381	-0.381
0.500	-0.599	0.366	-0.366

TABLE C.2 – La séparation en fonction du nombre de Péclet (cas de trois racines réelles, dont une racine double) pour $f = 0$, $Le = 232$ et $\psi = 0.2$

Pe	S_1	$S_{2,3}$
0.010	4.213	-3.040
0.020	3.846	-3.286
0.030	3.443	-3.315
0.040	3.088	-3.255
0.050	2.786	-3.153
0.060	2.528	-3.028
0.070	2.308	-2.893
0.080	2.118	-2.756
0.090	1.954	-2.622
0.100	1.811	-2.492
0.120	1.575	-2.253
0.140	1.390	-2.043
0.160	1.241	-1.861
0.180	1.120	-1.704
0.200	1.019	-1.569
0.220	0.934	-1.451
0.240	0.862	-1.348
0.260	0.800	-1.258
0.280	0.746	-1.178
0.300	0.699	-1.108
0.320	0.657	-1.045
0.340	0.620	-0.988
0.360	0.586	-0.937
0.380	0.556	-0.891
0.400	0.529	-0.849
0.420	0.505	-0.811
0.440	0.482	-0.776
0.460	0.462	-0.744
0.480	0.443	-0.714
0.500	0.426	-0.687

TABLE C.3 – La séparation en fonction du nombre de Rayleigh (cas d'une racines réelle et deux imaginaires conjuguées) pour $f = 0$, $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$

<i>Ra</i>	S		
	<i>Pe</i> = 0	<i>Pe</i> = 0.028	<i>Pe</i> = 0.100
-1000	0.000	0.083	0.292
-950	0.000	0.087	0.307
-900	0.000	0.092	0.323
-850	0.000	0.097	0.342
-800	0.000	0.103	0.362
-750	0.000	0.110	0.385
-700	0.000	0.117	0.412
-650	0.000	0.126	0.442
-600	0.000	0.136	0.478
-550	0.000	0.148	0.519
-500	0.000	0.163	0.568
-450	0.000	0.180	0.628
-400	0.000	0.202	0.701
-350	0.000	0.229	0.794
-300	0.000	0.265	0.915
-250	0.000	0.315	1.079
-200	0.000	0.388	1.316
-150	0.000	0.505	1.683
-100	0.000	0.721	2.321
-50	0.000	1.261	3.466
0	0.000	3.848	3.887
50	3.871	3.490	2.481
100	3.029	2.762	2.118
150	2.548	2.354	1.885
200	2.238	2.087	1.718
<i>Suite page suivante ...</i>			

<i>Suite de la page précédente</i>			
	S		
<i>Ra</i>	<i>Pe = 0</i>	<i>Pe = 0.028</i>	<i>Pe = 0.100</i>
250	2.019	1.895	1.591
300	1.853	1.748	1.490
350	1.722	1.632	1.407
400	1.616	1.536	1.337
450	1.527	1.455	1.277
500	1.451	1.386	1.225
550	1.385	1.326	1.179
600	1.328	1.274	1.138
650	1.277	1.227	1.101
700	1.232	1.185	1.068
750	1.191	1.147	1.037
800	1.154	1.113	1.010
850	1.120	1.081	0.984
900	1.089	1.053	0.960
950	1.061	1.026	0.938
1000	1.034	1.001	0.918

TABLE C.4 – La séparation en fonction du nombre de Rayleigh dans les cas $f = -0.5, -1$ pour $Pe = 0.028, Pe = 0.1$ avec $Le = 232, \psi = 0.2$

<i>Ra</i>	<i>S</i>			
	<i>f</i> = -0.5		<i>f</i> = -1	
	<i>Pe</i> = 0.028	<i>Pe</i> = 0.1	<i>Pe</i> = 0.028	<i>Pe</i> = 0.1
-1000	0,124	0,439	0,165	0,584
-950	0,130	0,462	0,174	0,614
-900	0,138	0,487	0,183	0,647
-850	0,145	0,515	0,194	0,684
-800	0,154	0,546	0,206	0,726
-750	0,164	0,581	0,219	0,772
-700	0,176	0,621	0,234	0,826
-650	0,189	0,667	0,252	0,887
-600	0,204	0,721	0,273	0,958
-550	0,223	0,784	0,297	1,041
-500	0,244	0,859	0,325	1,140
-450	0,270	0,949	0,360	1,260
-400	0,303	1,061	0,403	1,409
-350	0,344	1,204	0,459	1,597
-300	0,399	1,390	0,531	1,843
-250	0,473	1,645	0,631	2,178
-200	0,583	2,013	0,777	2,661
-150	0,758	2,588	1,010	3,404
-100	1,085	3,583	1,444	4,532
-50	1,896	4,023	2,511	2,611
0	3,501	2,821	4,498	2,015
50	3,485	2,108	3,134	1,769
100	2,753	1,847	2,527	1,596
150	2,346	1,671	2,181	1,471
200	2,080	1,541	1,951	1,374
<i>Suite page suivante ...</i>				

<i>Suite de la page précédente</i>				
<i>Ra</i>	<i>S</i>			
	<i>f = -1</i>		<i>f = -0.5</i>	
	<i>Pe = 0.028</i>	<i>Pe = 0.1</i>	<i>Pe = 0.028</i>	<i>Pe0.1</i>
250	1,889	1,440	1,783	1,296
300	1,743	1,358	1,653	1,232
350	1,627	1,290	1,548	1,177
400	1,532	1,232	1,462	1,130
450	1,451	1,181	1,389	1,088
500	1,383	1,137	1,326	1,051
550	1,323	1,097	1,271	1,018
600	1,271	1,062	1,223	0,988
650	1,224	1,030	1,180	0,961
700	1,182	1,001	1,141	0,936
750	1,145	0,975	1,106	0,913
800	1,111	0,950	1,074	0,892
850	1,079	0,928	1,045	0,873
900	1,050	0,907	1,018	0,854
950	1,024	0,887	0,993	0,837
1000	0,999	0,869	0,970	0,821

TABLE C.5 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$ et pour trois valeurs de f : $f = 0$, -0.5 et -1

Pe	$f = 0$	$f = -0.5$	$f = -1$
0.000	0.000	0.000	0.000
0.010	3.974	4.247	4.363
0.020	4.302	4.368	4.264
0.030	4.278	4.166	3.899
0.040	4.127	3.877	3.503
0.050	3.924	3.575	3.139
0.060	3.706	3.289	2.821
0.070	3.487	3.027	2.547
0.080	3.278	2.792	2.314
0.090	3.082	2.583	2.115
0.100	2.900	2.398	1.944
0.120	2.580	2.089	1.667
0.140	2.312	1.843	1.456
0.160	2.087	1.645	1.290
0.180	1.898	1.483	1.156
0.200	1.738	1.349	1.047
0.220	1.601	1.236	0.957
0.240	1.482	1.140	0.880
0.260	1.380	1.057	0.815
0.280	1.290	0.985	0.758
0.300	1.210	0.922	0.709
0.320	1.139	0.867	0.666
0.340	1.076	0.818	0.628
0.360	1.020	0.774	0.593
0.380	0.969	0.734	0.563
0.400	0.922	0.698	0.535

TABLE C.6 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -15$, $Le = 232$, $\psi = 0.2$, $Pr = 10$ et $A = 10$, et pour trois valeurs de f : $f = 0, -0.5, -1$

Pe	f=0	f=-0.5	f=-1
0.000	0.000	0.000	0.000
0.010	0.975	1.455	1.923
0.020	1.898	2.791	3.566
0.030	2.717	3.861	4.559
0.040	3.377	4.495	4.624
0.050	3.830	4.595	4.112
0.060	4.052	4.303	3.542
0.070	4.061	3.879	3.069
0.080	3.920	3.469	2.696
0.090	3.702	3.115	2.400
0.100	3.458	2.817	2.161
0.120	2.998	2.357	1.801
0.140	2.616	2.022	1.543
0.160	2.311	1.770	1.349
0.180	2.066	1.573	1.199
0.200	1.866	1.416	1.079
0.220	1.700	1.287	0.981
0.240	1.561	1.180	0.899
0.260	1.443	1.089	0.830
0.280	1.341	1.011	0.770
0.300	1.252	0.944	0.719
0.320	1.175	0.884	0.674
0.340	1.106	0.832	0.634
0.360	1.045	0.786	0.599
0.380	0.990	0.745	0.567
0.400	0.941	0.707	0.539

Annexe D

**Détermination de la séparation en fonction
du nombre de Péclet et du nombre de
Rayleigh pour un mélange Eau-éthanol
confiné dans une cavité soumise à un flux
de chaleur uniforme**

TABLE D.1 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = 2, 60$ et 300 avec $Le = 230, \psi = 0.1, Pr = 10$ et $A = 10$

Pe	S		
	$Ra = 2$	$Ra = 60$	$Ra = 300$
0.000	0.000	4.160	1.988
0.020	3.317	3.968	1.828
0.040	4.252	3.587	1.680
0.060	4.036	3.197	1.543
0.080	3.569	2.843	1.419
0.100	3.118	2.536	1.307
0.120	2.737	2.274	1.207
0.140	2.424	2.051	1.117
0.160	2.169	1.863	1.037
0.180	1.958	1.702	0.965
0.200	1.782	1.564	0.901
0.220	1.633	1.445	0.844
0.240	1.507	1.341	0.793
0.260	1.398	1.251	0.747
0.280	1.303	1.171	0.705
0.300	1.220	1.101	0.667
0.320	1.147	1.038	0.633
0.340	1.081	0.981	0.602
0.360	1.023	0.930	0.573
0.380	0.971	0.884	0.547
0.400	0.923	0.842	0.523
0.420	0.880	0.804	0.501
0.440	0.841	0.769	0.481
0.460	0.805	0.737	0.462
0.480	0.772	0.708	0.444
0.500	0.741	0.680	0.428

TABLE D.2 – La séparation en fonction du nombre de Péclet pour $Ra = -2$, -60 et -300 avec $Le = 230$, $\psi = 0.1$, $Pr = 10$ et $A = 10$

	S		
Pe	$Ra = -2$	$Ra = -60$	$Ra = -300$
0.000	0.000	0.000	0.000
0.020	3.075	1.266	0.350
0.040	4.202	2.403	0.690
0.060	4.080	3.272	1.013
0.080	3.625	3.722	1.311
0.100	3.166	3.683	1.580
0.120	2.775	3.333	1.813
0.140	2.454	2.928	2.007
0.160	2.192	2.575	2.154
0.180	1.977	2.287	2.248
0.200	1.798	2.054	2.285
0.220	1.647	1.862	2.263
0.240	1.519	1.703	2.189
0.260	1.408	1.569	2.079
0.280	1.312	1.454	1.952
0.300	1.228	1.355	1.823
0.320	1.154	1.269	1.702
0.340	1.089	1.193	1.591
0.360	1.030	1.125	1.492
0.380	0.977	1.065	1.403
0.400	0.929	1.011	1.324
0.42	0.885	0.962	1.254
0.44	0.846	0.918	1.190
0.46	0.810	0.877	1.132
0.48	0.776	0.840	1.080
0.5	0.746	0.806	1.033

TABLE D.3 – La séparation en fonction du nombre de Rayleigh (cas d’une racine réelle et deux imaginaires conjuguées) pour $f = 0$, $Pe = 0$, $Pe = 0.028$ et $Pe = 0.1$ avec $Le = 232$, $\psi = 0.2$ et $A = 10$

<i>Ra</i>	S		
	<i>Pe</i> = 0	<i>Pe</i> = 0.01	<i>Pe</i> = 0.1
-300	0.000	0.093	0.883
-280	0.000	0.099	0.940
-260	0.000	0.107	1.006
-240	0.000	0.115	1.081
-220	0.000	0.125	1.169
-200	0.000	0.136	1.272
-180	0.000	0.150	1.394
-160	0.000	0.167	1.542
-140	0.000	0.189	1.725
-120	0.000	0.217	1.954
-100	0.000	0.254	2.250
-80	0.000	0.307	2.637
-60	0.000	0.389	3.132
-40	0.000	0.529	3.617
-20	0.000	0.825	3.586
0	0.000	1.817	3.160
10	0.000	3.330	2.959
20	3.554	4.218	2.782
30	4.165	4.155	2.628
40	4.026	3.910	2.492
50	3.794	3.657	2.371
60	3.564	3.427	2.264
80	3.170	3.046	2.079
100	2.857	2.748	1.924
120	2.605	2.509	1.791
<i>Suite page suivante ...</i>			

<i>Suite de la page précédente</i>			
	S		
<i>Ra</i>	<i>Pe = 0</i>	<i>Pe = 0.028</i>	<i>Pe = 0.100</i>
140	2.397	2.310	1.675
160	2.220	2.142	1.572
180	2.068	1.996	1.480
200	1.934	1.868	1.396
220	1.815	1.754	1.319
240	1.709	1.651	1.247
260	1.611	1.558	1.181
280	1.522	1.471	1.119
300	1.439	1.392	1.060

Bibliographie

- [1] F. Alavyoon. On natural-convection in vertical porous enclosures due to prescribed fluxes of heat and mass at the vertical boundaries. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(10) :2479–2498, 1993.
- [2] F. Alavyoon, Y. Masuda, and S. Kimura. on natural-convection in vertical porous enclosures due to opposing fluxes of heat and mass prescribed at the vertical walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 37(2) :195–206, 1994.
- [3] A. Bahloul, N. Boutana, and P. Vasseur. Double-diffusive and solet-induced convection in a shallow horizontal porous layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 491 :325–352, 2003.
- [4] A. Bahloul, M. A. Yahiaoui, P. Vasseur, and L. Robillard. Thermogravitational separation in a vertical annular porous layer. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 31(6) :783–794, 2004.
- [5] O. Batiste, I. Mercader, M. Net, and E. Knobloch. Onset of oscillatory binary fluid convection in finite containers. *Physical Review E*, 59(6) :6730–6741, 1999.
- [6] R. Bennacer, A. Mahidjiba, P. Vasseur, H. Beji, and R. Duval. The solet effect on convection in a horizontal porous domain under cross temperature and concentration gradients. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 13(2-3) :199–215, 2003.
- [7] R.B. Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Wiley and Sons, 2006.
- [8] P. Blanco, M. M. Bou-Ali, J. K. Platten, D. A. de Mezquia, J. A. Madariaga, and C. Santamaria. Thermodiffusion coefficients of binary and ternary hydrocarbon mixtures. *Journal of Chemical Physics*, 132(11) :114506, 2010.

- [9] P. Blanco, M. M. Bou-Ali, J. K. Platten, J. A. Madariaga, P. Urteaga, and C. Santamaria. Thermodiffusion coefficient for binary liquid hydrocarbon mixtures. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 32(3) :309–317, 2007.
- [10] F. J. Bonner and L. O. Sundelof. Thermal-diffusion as a mechanism for biological transport. *Zeitschrift Fur Naturforschung C-a Journal of Biosciences*, 39(6) :656–661, 1984.
- [11] M. M. Bou-Ali, J. J. Valencia, J. A. Madariaga, C. Santamaria, O. Ecenarro, and J. F. Dutrieux. Determination of the thermodiffusion coefficient in three binary organic liquid mixtures by the thermogravitational method (contribution of the universidad del pais vasco, bilbao, to the benchmark test). *Philosophical Magazine*, 83(17-18) :2011–2015, 2003.
- [12] M. Bourich, M. Hasnaoui, A. Amahmid, and M. Mamou. Soret driven thermosolutal convection in a shallow porous enclosure. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 29(5) :717–728, 2002.
- [13] M. Bourich, M. Hasnaoui, M. Mamou, and A. Amahmid. Soret effect inducing sub-critical and hopf bifurcations in a shallow enclosure filled with a clear binary fluid or a saturated porous medium : A comparative study. *Physics of Fluids*, 16(3) :551–568, 2004.
- [14] J. Boussinesq. *Théorie analytique de la chaleur*. Gauthier-Villars, Paris, 1903.
- [15] H. Brand and V. Steinberg. Convective instabilities in binary-mixtures in a porous-medium. *Physica A*, 119(1-2) :327–338, 1983.
- [16] H. Brand and V. Steinberg. Non-linear effects in the convective instability of a binary mixture in a porous-medium near threshold. *Physics letters A*, 93(7) :333–336, 1983.
- [17] A. Brewer, A.K. and Bramley. U.s. pat. 2253594. Technical report, 1942.
- [18] P. Buchel and M. Lucke. Influence of through flow on binary fluid convection. *Phys. Rev. E*, 61(4) :3793–3810, 2000.
- [19] P. Buchel and M. Lucke. Localized perturbations in binary fluid convection with and without throughflow. *Phys. Rev. E*, 63(20) :016307–016307, 2001.
- [20] S. Chapman. On the law of distribution of molecular velocities, and on the theory of viscosity and thermal conduction, in a non-uniform simple monoatomic gas. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 216, :279–341, 1916.

- [21] S. Chapman. *Philos.Mag*, 38(6) :182, 1919.
- [22] S. Chapman and F.W. Dootson. A note on thermal diffusion. *Philosophical Magazine*, 33 :248–253, 1917.
- [23] M. C. Charrier-Mojtabi, B. Elhajjar, and A. Mojtabi. Analytical and numerical stability analysis of solet-driven convection in a horizontal porous layer. *Physics of Fluids*, 19(12), 2007.
- [24] M. C. Charrier-Mojtabi, M. Karimi-Fard, M. Azaiez, and A. Mojtabi. Onset of a double-diffusive convective regime in a rectangular porous cavity. *Journal of Porous Media*, 1(1) :107–121, 1998.
- [25] Marie Catherine Charrier-Mojtabi, Bilal Elhajjar, Bafetigue Ouattara, Abdelkader Mojtabi, and Pierre Costesèque. Solet-driven convection and separation of binary mixtures in a porous horizontal slot submitted to a heat flux. *Comptes Rendus Mecanique*, 339(5) :303–309, 2011.
- [26] G. Chavepeyer, J. K. Platten, and M. B. Bada. Laminar thermal-convection in a vertical slot. *Applied Scientific Research*, 55(1) :2471–2478, 1995.
- [27] C.Ludwig. Diffusion zwischen ungleich erwarmten orten gleich zusammengesetzter. Technical report, 1856.
- [28] K. Clusius and G. Dickel. New process for separation of gas mixtures and isotopes. *Naturwissenschaften*, 26 :546–552, 1938.
- [29] D.E. Cormack, L.G. Leal, and J. Imberger. Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. part 1. asymptotic theory. *ournal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 65(02) :209–229, 1974.
- [30] P. Costesèque. *Sur la migration selective des isotopes et des elements par thermodiffusion dans les solutions. Applications de l'effet thermogravitationnel en milieu poreux ; observations experimentales et consequences geochimiques*. PhD thesis. Université Paul Sabatier, 1982.
- [31] P. Costesèque, D. Fargue, and P. Jamet. *Thermodiffusion in porous media and its consequences*. Springer Berlin Heidelberg, 2002.

- [32] P. Costesèque, M. Hridabba, and J. Sahores. Possibilités de différenciation des hydrocarbures par diffusion thermogravitationnelle dans un pétrole brut imprégnant un milieu poreux. *C.R.A.S. Série II*, 17 :1069–1074, 1987.
- [33] P. Costesèque and J. C. Loubet. Measuring the soret coefficient of binary hydrocarbon mixtures in packed thermogravitational columns (contribution of toulouse university to the benchmark test). *Philosophical Magazine*, 83(17-18) :2017–2022, 2003.
- [34] P. Costesèque, A. Mojtabi, and J.K. Platten. Thermodiffusion phenomena. *Comptes Rendus Mécanique*, 339(5) :275–279, 2011.
- [35] H. Davarzani and M. Marcoux. Influence of solid phase thermal conductivity on species separation rate in packed thermogravitational columns : A direct numerical simulation model. *Comptes Rendus Mécanique*, 339(5) :355–361, 2011.
- [36] S.R. De Groot. Théorie phénoménologique du procédé thermo-gravitationnel de séparation dans un liquide. *Physica*, 9 :801–816, 1942.
- [37] P. Debye and A. M. Bueche. Thermal diffusion of polymer solutions. *High-Polymer Physics*, edited by H. A. Robinson (Remsen, Brooklyn), 9 :497–527, 1948.
- [38] O. Ecenarro, J. A. Madariaga, J. Navarro, C. M. Santamaria, J. A. Carrion, and J. M. Saviron. Non steady state density effects in liquid thermal diffusion columns. *Journal of Physics-Condensed Matter*, 1(48) :9741–9750, 1989.
- [39] O. Ecenarro, J. A. Madariaga, J. Navarro, C. M. Santamaria, J. A. Carrion, and J. M. Saviron. Fickian and thermal-diffusion coefficients from liquid thermogravitational columns. *Journal of Physics-Condensed Matter*, 2(9) :2289–2296, 1990.
- [40] O. Ecenarro, J. A. Madariaga, J. L. Navarro, and J. M. Saviron. Temperature difference effects in liquid thermal-diffusion columns. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 10(3) :185–192, 1985.
- [41] E.Knobloch and D.R.Moore. Linear stability of experimental soret convection. Technical report, 1988.
- [42] M. El Maataoui. *Conséquences de la Thermodiffusion en Milieu Poreux sur l'Hydrolyse des Solutions de Chlorures Ferriques et sur les Migrations d'Hydrocarbures dans les Melanges de n-Alcanes et dans Un Petrole Brut : Implications Geochimiques*. PhD thesis. Université Paul Sabatier, 1986.

- [43] B. Elhajjar, M. C. Charrier-Mojtabi, and A. Mojtabi. Separation of a binary fluid mixture in a porous horizontal cavity. *Physical Review E*, 77(2) :026310, 2008.
- [44] B. Elhajjar, A. Mojtabi, and M. C. Charrier-Mojtab. Influence of vertical vibrations on the separation of a binary mixture in a horizontal porous layer heated from below. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(1-2) :165–172, 2009.
- [45] B. Elhajjar, A. Mojtabi, P. Costesèque, and M. C. Charrier-Mojtabi. Separation in an inclined porous thermogravitational cell. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(21-22) :4844–4851, 2010.
- [46] B. Elhajjar, A. Mojtabi, M. Marcoux, and M. C. Charrier-Mojtabi. Study of thermogravitation in a horizontal fluid layer. *Comptes Rendus Mecanique*, 334(10) :621–627, 2006.
- [47] A. H. Emery and M. Lorenz. Thermal diffusion in packed column. *American Institute of Chemical Engineers*, 9 :661–663, 1963.
- [48] D. Enskog. Bermerkungen zu einer fundamentalgleichung in der kinetischen gastheorie. *Phys. Z*, 12 :533–539, 1911.
- [49] D. Fargue, P. Costesèque, P. Jamet, and S. Girard-Gaillard. Separation in vertical temperature gradient packed thermodiffusion cells : an unexpected physical explanation to a controversial experimental problem. *Chemical Engineering Science*, 59(24) :5847–5852, 2004.
- [50] D. Fargue, P. Jamet, and P. Costesèque. Dispersion phenomena in thermal diffusion and modelling of thermogravitational experiments in porous media. *Transport in Porous Media*, 30(3) :323–334, 1998.
- [51] W.H. Furry, R.C. Jones, and L. Onsager. On the theory of isotope separation by thermal diffusion. *Phys. Rev.*, 55 :1083–1095, 1939.
- [52] B. Gebhart, Y. Jaluria, R.L. Mahajan, and B. Sammakia. *Buoyancy-Induced Flows And Transport*. Hemisphere, 1988.
- [53] K. Ghorayeb and A. Firoozabadi. Modeling multicomponent convection and diffusion in porous media. Technical report, 2000a.
- [54] M.C. Gregg. *The Microstructure of the Ocean*. Scientific American Publ., 1973.

- [55] H. Ben Hamed, R. Bennacer, T. Langlet, H. Samouda, and H. Beji. Numerical 3-d study of poiseuille rayleigh benard soret problem in a finite extent paralellipipedic duct. *Numerical Heat Transfer Part A : Applications*, 55(6) :534–552, 2009.
- [56] K. B. Haugen and A. Firoozabadi. On the unsteady-state species separation of a binary liquid mixture in a rectangular thermogravitational column. *Journal of Chemical Physics*, 124(5) :054502, 2006.
- [57] K. B. Haugen and A. Firoozabadi. Transient separation of multicomponent liquid mixtures in thermogravitational columns. *Journal of Chemical Physics*, 127(15) :154507, 2007.
- [58] J. Hu, H. Ben Hadid, and D. Henry. Linear stability analysis of poiseuille-rayleigh-bénard flows in binary fluids with soret effect. *Physics of Fluids*, 19 :034101, 2007.
- [59] H. E. Huppert and J.S.Turner. Double-diffusive convection. *J.Fluid Mech*, 106 :299–329, 1981.
- [60] P. Jamet, D. Fargue, and P. Costesèque. Determination of the effective transport coefficients for the separation of binary mixtures of organic compounds into packed thermal diffusion columns. *Chemical Engineering Science*, 51(19) :4463–4475, 1996.
- [61] P. Jamet, D. Fargue, P. Costesèque, G. Demarsily, and A. Cernes. The thermogravitational effect in porous-media - a modeling approach. *Transport in Porous Media*, 9(3) :223–240, 1992.
- [62] Larre J.P., Platten J.K., and Chavepeyer G. Soret effects in ternary systems heated from below. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(3) :545 – 555, 1997.
- [63] Ch. Jung, M. Lücke, and P. Büchel. Influence of through-flow on linear pattern formation properties in binary mixture convection. *Phys. Rev. E*, 54 :1510–1529, 1996.
- [64] L. Kalla, P. Vasseur, R. Bennacer, H. Beji, and R. Duval. Double diffusive convection within a horizontal porous layer salted from the bottom and heated horizontally. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 28(1) :1–10, 2001.
- [65] M. Karimi-Fard, M. C. Charrier-Mojtabi, and A. Mojtabi. Onset of stationary and oscillatory convection in a tilted porous cavity saturated with a binary fluid : Linear stability analysis. *Physics of Fluids*, 11(6) :1346–1358, 1999.

- [66] R. Kita, P. Polyakov, and S. Wiegand. Ludwig-soret effect of poly(n-isopropylacrylamide) : Temperature dependence study in monohydric alcohols. *Macromolecules*, 40(5) :1638–1642, 2007.
- [67] A. KÖniger, B. Meier, and W. Koehler. Measurement of the soret, diffusion, and thermal diffusion coefficients of three binary organic benchmark mixtures and of ethanol-water mixtures using a beam deflection technique. *Philosophical Magazine*, 89(10) :907–923, 2009.
- [68] W. Kohler and B. Muller. Soret and mass diffusion-coefficients of toluene n-hexane mixtures. *Journal of Chemical Physics*, 103(10), 1995.
- [69] P. Kolodner, H. Williams, and C. Moe. Optical measurement of the soret coefficient of ethanol water solutions. *Journal of Chemical Physics*, 88(10), 1988.
- [70] H. Korsching and K. Wirtz. Separation of liquid mixtures in the clusius separation tube (separation of zinc isotopes). *Naturwissenschaften*, 27(20) :367–368, 1939.
- [71] J.C. Legros and J.K. Platten. The two-component Bénard problem with flow. ii. further numerical results. *J. Non Equilib. Thermodyn*, 3 :1–10, 1978.
- [72] C. Leppla and S. Wiegand. Investigation of the soret effect in binary liquid mixtures by thermal-diffusion-forced rayleigh scattering (contribution to the benchmark test). *Philosophical Magazine*, 83(17-18), 2003.
- [73] M. Lorenz and A.H. Emery. The packed thermal diffusion column. *Chem. Eng. Sci.*, 11 :16–23, 1959.
- [74] S.D. Majumdar. The theory of the separation of isotopes by thermal diffusion. 81(5) :844–848, 1951.
- [75] M. S. Malashetty. Anisotropic thermoconvective effects on the onset of double-diffusive convection in a porous-medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(9) :2397–2401, 1993.
- [76] M. Mamou. *Transport Phenomena in porous Media*. Elsevier, Oxford, II, 2002.
- [77] M. Mamou and P. Vasseur. Thermosolutal bifurcation phenomena in porous enclosures subject to vertical temperature and concentration gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 395 :61–87, 1999.

- [78] M. Mamou, P. Vasseur, and E. Bilgen. Multiple solutions for double-diffusive convection in a vertical porous enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(10) :1787–1798, 1995.
- [79] M. Mamou, P. Vasseur, and E. Bilgen. Double-diffusive convection instability in a vertical porous enclosure. *J. Fluid Mech*, 368 :263–289, 1998.
- [80] M. Mamou, P. Vasseur, E. Bilgen, and D. Gobin. Double-diffusive convection in an inclined slot filled with porous-medium. *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 14(5) :629–652, 1995.
- [81] M. Marcoux. *Contribution à l'étude de la diffusion thermogravitationnelle en milieu poreux*. PhD thesis. Université Paul Sabatier, 1998.
- [82] M. Marcoux and M. C. Charrier-Mojtabi. Parametrical study of thermogravitational diffusion in porous media. *Comptes Rendus De L Academie Des Sciences Serie Ii Fascicule B-Mecanique Physique Astronomie*, 326(9) :539–546, 1998.
- [83] M. Marcoux and P. Costesèque. Study of transversal dimension influence on species separation in thermogravitational diffusion columns. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 32(3) :289–298, 2007.
- [84] M. Marcoux, M. Karimi-Fard, and M. C. Charrier-Mojtabi. Onset of double-diffusive convection in a rectangular porous cavity submitted to heat and mass fluxes at the vertical walls. *International Journal of Thermal Sciences*, 38(3) :258–266, 1999.
- [85] M. Marcoux, J.K. Platten, G. Chavepeye, and M. C. Charrier Mojtabi. Diffusion thermogravitationnelle entre deux cylindres coaxiaux : Effet de la courbure. *Entropie*, 198 :89–96, 1996.
- [86] A. Martin, M.M. Bou-Ali, H. Barrutia, and D. Alonso de Mezquia. Microfluidic separation process by the soret effect in biological fluids. *Comptes Rendus Mecanique*, 339(5) :342–348, 2011.
- [87] Fathi A. Messaud, Ron D. Sanderson, J. Ray Runyon, Tino Otte, Harald Pasch, and S. Kim Ratanathanawongs Williams. An overview on field-flow fractionation techniques and their applications in the separation and characterization of polymers. *Progress in Polymer Science*, 34(4) :351–368, 2009.

- [88] A. Mialdun, V. Yasnou, V. Shevtsova, A. Koniger, W. Kohler, D. A. de Mezquia, and M. M. Bou-Ali. A comprehensive study of diffusion, thermodiffusion, and soret coefficients of water-isopropanol mixtures. *Journal of Chemical Physics*, 136(24) :244512, 2012.
- [89] A. Mialduna and V. Shevtsova. Measurement of the soret and diffusion coefficients for benchmark binary mixtures by means of digital interferometry. *Journal of Chemical Physics*, 134(4) :044524, 2011.
- [90] A. Mojtabi and MC. Charrier-Mojtabi. *Handbook of Porous Media, 2nd edn.*, chapter Double Diffusive Convection in Porous Media, pages 269–320. Taylor and Francis, New York, 2005.
- [91] A. Mojtabi, J. K. Platten, and M. C. Charrier-Mojtabi. Onset of free convection in solutions with variable soret coefficients. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 27(1) :25–44, 2002.
- [92] F Montel. Importance de la thermodiffusion en exploration et production pétrolières = importance of thermodiffusion for petroleum exploration and production. *Entropie*, 30 :86–93, 1994.
- [93] F Montel. La place de la thermodynamique dans une modélisation des répartitions des espèces d'hydrocarbures dans les réservoirs pétroliers. incidence sur les problèmes de production. *Entropie*, 34 :7–9, 1998.
- [94] M.Sen, P.Vasseur, and L.Robillard. Multiple steady states for unicellular natural convection in an inclined porous layer. *Int. J.Heat Mass Transfer*, 3 :587–598, 1987.
- [95] B. T. Murray and C. F. Chen. Double-diffusive convection in a porous-medium. *Journal of Fluid Mechanics*, 201 :147–166, 1989.
- [96] Hadi Nasrabadi, Hussein Hoteit, and Abbas Firoozabadi. An analysis of species separation in a thermogravitational column filled with a porous medium. *Transport in Porous Media*, 67(3) :473–486, 2007.
- [97] X. Nicolas, A. Mojtabi, and J. K. Platten. Two-dimensional numerical analysis of the poiseuille - Bénard flow in a rectangular channel heated from below. *Physics of Fluids*, 9(2) :337–348, 1997.

- [98] D. A. Nield. The thermohaline rayleigh-jeffreys problem. *J. Fluid Mech*, 29 :45–558, 1967.
- [99] D.A. Nield and A. Bejan. *Convection in Porous Media*. springer. 1998.
- [100] A. Oberbeck. *Annalen der Physik und Chemie*, 7 :271–292, 1879.
- [101] B. Ouattara. *Prise en compte des caractéristiques thermophysiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nanofluide*. PhD thesis. Université Paul Sabatier, 2012.
- [102] B. Ouattara, A. Khouzam, A. Mojtabi, and M.C. Charrier-Mojtabi. Analytical and numerical stability analysis of sores-driven convection in a horizontal porous layer : the effect of conducting bounding plates. *Fluid Dynamics Research*, 44(3) :031415, 2012.
- [103] M.T. Ouazzani, J.K. Platten, and A. Mojtabi. Experimental-study of mixed convection between 2 horizontal plates at different temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(7) :1417 – 1427, 1990.
- [104] Estelle Piquer, Marie-Catherine Charrier-Mojtabi, Mejdji Azaiez, and Abdelkader Mojtabi. Convection mixte en fluide binaire avec effet sores : étude analytique de la transition vers les rouleaux transversaux 2d. *Comptes Rendus Mécanique*, 333(2) :179 – 186, 2005.
- [105] P.Kolonder and C. Williams, H. Moe. Optical measurement of the sores coefficient of ethanol/water solutions. *J.Chem.Phys*, 88 :6512–6524, 1988.
- [106] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, P. Blanco, J. A. Madariaga, and C. Santamaria. Sores coefficients in some water-methanol, water-ethanol, and water-isopropanol systems. *Journal of Physical Chemistry B*, 111(39) :11524–11530, 2007.
- [107] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, P. Costesèque, J. F. Dutrieux, W. Kohler, C. Leppla, S. Wiegand, and G. Wittko. Benchmark values for the sores, thermal diffusion and diffusion coefficients of three binary organic liquid mixtures. *Philosophical Magazine*, 83(17-18) :1965–1971, 2003.
- [108] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, and J. F. Dutrieux. Enhanced molecular separation in inclined thermogravitational columns. *Journal of Physical Chemistry B*, 107(42) :11763–11767, 2003.

- [109] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, and J. F. Dutrieux. Precise determination of the sores, thermodiffusion and isothermal diffusion coefficients of binary mixtures of dodecane, isobutylbenzene and 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene (contribution of the university of mons to the benchmark test). *Philosophical Magazine*, 83(17-18) :1963–2219, 2003.
- [110] J.K. Platten and J.C. Legros. *Convection in liquids*. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [111] D. Poulikakos. Double diffusive convection in a horizontal sparsely packed porous layer. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 13(5) :587–598, 1986.
- [112] C. R Powers, J. E Wilke. Separation of liquids by thermal diffusion. *Amer. Inst. chem. Engrs. J*, 3(2) :213–222, 1957.
- [113] I. Prigogine, L. De Brouckere, and R. Amand. Recherches sur la thermodiffusion en phase liquide : (première communication). *Physica*, 16(7-8) :577–598, 1950.
- [114] G. D. Rabinovich, V. I. Shinkevich, and K. K. Azroyan. Thermal diffusion separation of isotopes in solutions. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 37(1) :808–812, 1979.
- [115] R. W. Schmitt. Double diffusion in oceanography. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 26 :255–285, 1994.
- [116] J. Schott. *Contribution a l'etude de la thermodiffusion dans les milieux poreux. Application aux possibilites de concentration naturelles*. PhD thesis. PhD dissertation, Université Paul Sabatier, 1973.
- [117] C. Soret. Une dissolution saline primitivement homogène. *Arch. Sci. Phys. Nat.*, 3 :48–61, 1879.
- [118] J. W. Taunton and E. N. Lightfoot. Thermohaline instability and salt fingers in a porous medium. *Physics of Fluids*, 15(5) :748–753, 1972.
- [119] O. V. Trevisan and A. Bejan. Natural-convection with combined heat and mass-transfer buoyancy effects in a porous-medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 28(8) :1597–1611, 1985.
- [120] O.V. Trevisan and A. Bejan. Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 29(3) :403–415, 1986.

- [121] J. S. Turner. *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge University Press, 1979.
- [122] J. S. Turner. Multicomponent convection. *Annu.Rev. Fluid Mech*, 17 :11–44, 1985.
- [123] J.S Turner. Double-diffusive phenomena. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 6 :37–54, 1974.
- [124] K. Vafai. *Handbook of Porous Media, Marcel Dekker Inc.* 2005.
- [125] S. Van Vaerenbergh, P. Colinet, and J. C. Legros. *Capillarity Today*. Springer, Berlin, 1991.
- [126] H. Weinberger. The physics of the solar pond. *Solar Energy*, 8 :45–56, 1964.
- [127] C.H.and Belery P. Whitson. Compositional gradients in petroleum reservoirs. Technical Report SPE 28000, 29-31 August(1994).
- [128] G. Wittko and W. Kohler. Precise determination of the soret, thermal diffusion and mass diffusion coefficients of binary mixtures of dodecane, isobutylbenzene and 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene by a holographic grating technique. *Philosophical Magazine*, 83(17-18), 2003.
- [129] Y. Yu, C. L. Chan, and C. F. Chen. Effect of gravity modulation on the stability of a horizontal double-diffusive layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 589 :183–213, 2007.
- [130] K. J. Zhang, M. E. Briggs, R. W. Gammon, and J. V. Sengers. Optical measurement of the soret coefficient and the diffusion coefficient of liquid mixtures. *Journal of Chemical Physics*, 104(17) :6881–6892, 1996.