

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Orel L.O. Доведення рівності множин: методичні прийоми запобігання помилкам. Фізико-математична освіта. 2019. Випуск 1(19). С. 154-159.

Orel L.O. Proving Set Equality: Methodical Techniques To Prevent Mistakes. Physical and Mathematical Education. 2019. Issue 1(19). P. 154-159.

DOI 10.31110/2413-1571-2019-019-1-024
 УДК 510.3:378.147

Л.О. Орел
 Житомирський державний університет імені Івана Франка, Україна
 Liliaorel@gmail.com
 ORCID: 0000-0003-4141-793X

ДОВЕДЕННЯ РІВНОСТІ МНОЖИН: МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ ЗАПОБІГАННЯ ПОМИЛКАМ

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Вивчення теми «Доведення рівності множин» зазвичай викликає певні труднощі у студентів, оскільки вимагає від них не лише ґрунтовної теоретичної підготовки, зокрема, знань означень операцій над множинами та їх властивостей, означень відношення включення та відношення рівності множин тощо, але й практичних умінь і навичок виконувати доведення різними способами, володіти відповідною символікою, вміти самостійно аналізувати і робити висновки. Значне скорочення аудиторних годин лише загострило зазначену проблему. Метою нашого дослідження було визначити типові помилки студентів у цій темі, запропонувати методичні прийоми запобігання цим помилкам, розробити і впровадити в навчальний процес методичні рекомендації для якісного засвоєння способів доведення рівності множин.

Матеріали і методи. У процесі дослідження, яке проводилося серед студентів-першокурсників ННІ педагогіки Житомирського державного університету ім. Івана Франка, використано теоретичні методи (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, систематизація даних) і комплекс діагностичних методів, зокрема: анкетування, тестування, спостереження, метод бесіди, метод контрольних робіт, метод кількісної обробки отриманих даних.

Результати. У результаті діагностики визначено типові помилки студентів під час доведення рівності множин: неправильне зображення результатів операцій над множинами на діаграмах Ейлера-Венна, неправильний порядок виконання дій у формулах, невміння аналізувати факти належності елемента певній множині та робити висновки з цього, помилки під час виконання тотожних перетворень формул. У статті вказано причини виникнення зазначених помилок та запропоновано методичні прийоми запобігання їм. Описана підготовча робота, що передувє вивченню кожного способу доведення рівності множин з метою запобігання помилкам, наведено фрагменти пояснень методів доведення рівності множин.

Висновки. Впровадження запропонованих прийомів у навчальний процес підвищило рівень засвоєння способів доведення рівності множин.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: множина, відношення включення, рівність множин, діаграми Ейлера-Венна, тотожні перетворення.

ВСТУП

Постановка проблеми. Вивчення теми «Доведення рівності множин» викликає певні труднощі у студентів, оскільки потребує від них не лише синтезу здобутих у розділі «Множини й операції над ними» теоретичних відомостей (знань означень операцій над множинами та їх властивостей, означень відношення включення та відношення рівності множин тощо), але й вимагає практичних умінь і навичок виконувати доведення рівності множин різними способами. У школі відповідні способи не вивчаються, тому для студентів це новий матеріал, що містить раніше не відомі терміни, символи і прийоми роботи і вимагає самостійності мислення під час його засвоєння. Відтак опанувати його важко, а значне скорочення аудиторних годин лише загострило зазначену проблему.

Аналіз актуальних досліджень. Навчальні посібники, висвітлюючи тему «Доведення рівності множин», як правило, обмежуються символічними записами доведення, без детального словесного пояснення, що ускладнює сприйняття матеріалу, особливо за умови його самостійного позааудиторного вивчення студентами (Боровик, 1995).

Мета статті: визначити типові помилки студентів у цій темі, запропонувати методичні прийоми запобігання цим помилкам.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Положення та висновки досліджень, що стосуються: активізації пізнавальної діяльності студентів (М. Д. Дворяшина, В.М. Дружинін, І.С. Кон, С.В. Лісова, І.С. Якиманська та ін.); основ діяльності та розвитку особистості

(С.У. Гончаренко, В.В. Давидов, О.М. Леонтєв, С.Л. Рубінштейн та інші); професійної підготовки вчителя та його практичної діяльності (С.С. Вітвицька, О.А. Дубасенюк, Н.В. Кузьміна та ін.); наукових засад організації самостійної роботи (А.М. Алексюк, В.К. Буряк, В.А. Козаков, П.І. Підкасистий, М.М. Солдатенко та ін.).

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

теоретичні методи (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, систематизація даних) і комплекс *діагностичних методів*, зокрема: анкетування, тестування, спостереження, метод бесіди, метод контрольних робіт, метод кількісної обробки отриманих даних.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У програмі з курсу математики для майбутніх учителів початкових класів передбачено вивчення студентами трьох способів доведення рівності множин: 1) за допомогою діаграм Ейлера-Венна; 2) за допомогою означення рівності множин та 3) за допомогою виконання тотожних перетворень шляхом застосування властивостей операцій над множинами (аналітичний метод).

У процесі дослідження, яке проводилося серед першокурсників ННІ педагогіки Житомирського державного університету ім. Івана Франка, було визначено типові помилки студентів під час доведення рівності множин: неправильне зображення результатів операцій над множинами на діаграмах Ейлера-Венна, неправильний порядок виконання дій у формулах, невміння аналізувати факти належності елемента певній множині та робити висновки з цього, помилки під час виконання тотожних перетворень формул.

Нами проаналізовано причини виникнення зазначених помилок і запропоновано методичні прийоми їх запобігання.

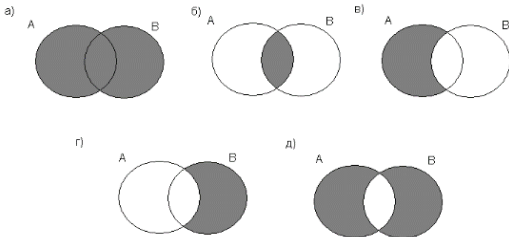
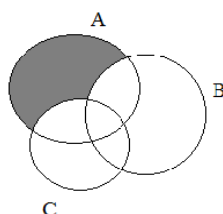
ОБГОВОРЕННЯ

Розглянемо методику роботи над подоланням кожної з визначених помилок.

1. *Неправильне зображення результатів операцій над множинами на діаграмах Ейлера-Венна.* Ця помилка виникає в результаті недостатнього усвідомлення означень операцій над множинами та недостатньо розвинутої уяви під час виконання зображень результатів цих операцій, відтак унеможлиблює уяочення рівності множин з допомогою діаграм Ейлера-Венна, тому важливо навчити студентів правильно будувати їх. Цьому передують кропітка підготовча робота: досконале вивчення означень операцій над множинами, символів цих операцій, побудова діаграм Ейлера-Венна для кожної операції, вивчення порядку виконання дій у формулах, відношень між множинами, нарешті, побудова діаграм Ейлера-Венна для складних формул. Виконувати підготовчу роботу доречно, застосовуючи різні її форми: усне опитування, математичний диктант, виконання тестових завдань, самоперевірка та взаємоперевірка самостійних робіт, робота в групах тощо. Наведемо, наприклад, зразки тестових завдань (Орел, 2010) (таб. 1).

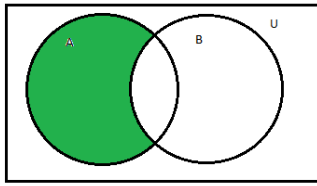
Таблиця 1

Зразки тестових завдань

<p>1. Установити відповідність між описами операцій (а-д) та їх назвами (1-5): Яку операцію виконали над множинами А і В, що перетинаються, якщо в результаті одержали множину, яка містить елементи, що належать: а) обом цим множинам одночасно; б) множині В, але не належать множині А; в) множині А, але не належать множині В; г) хоч одній з цих множин; д) хоч одній з цих множин, але не їх спільні елементи</p> <p>1. Об'єднання; 2. Переріз; 3. Різницю множин А і В; 4. Різницю множин В і А; 5. Симетричну різницю множин А і В</p>
<p>2. Установити відповідність між операціями над множинами А і В (1-5) та їх позначеннями (а-д):</p> <p>1. Об'єднання; 2. Переріз; 3. Різниця множин А і В; 4. Різниця множин В і А; 5. Симетрична різниця множин А і В</p> <p>а) $A \cap B$; б) $A \cup B$; в) $B \setminus A$; г) $A \Delta B$; д) $A \setminus B$.</p>
<p>3. Установити відповідність між операціями над множинами А і В (1-5) та діаграмами Ейлера-Венна (а-д):</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $B \setminus A$; 4) $A \Delta B$; 5) $A \setminus B$</p>
<p>4. Вказати формулу, яка відповідає діаграмі Ейлера-Венна:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>а) $(A \cup B) \setminus C$; б) $(A \cup B) \cap C$; в) $A \setminus (B \cup C)$; г) $A \setminus (B \cap C)$; д) $(A \setminus B) \cup C$</p>

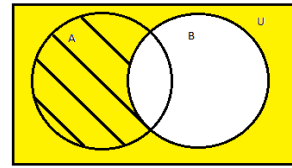
Виконання подібних завдань готує студентів до вивчення способу доведення рівності множин з допомогою діаграм Ейлера-Венна.

Серед формул, для яких будуємо діаграми Ейлера-Венна, варто запропонувати рівні між собою, наприклад $A \setminus B$ (рис. 1) і $A \cap B'$ (рис. 2), з метою зробити висновок про їх рівність на основі співставлення результуючих зображень.



$A \setminus B$

Рис. 1



1. B'
2. $A \cap B'$ (заштрихована область)

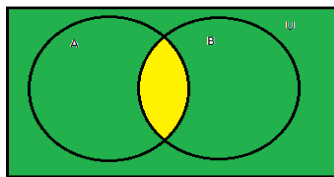
Рис. 2

Після такої підготовчої роботи ознайомлюємо студентів з методом доведення (унаочнення) рівності множин за допомогою діаграм Ейлера-Венна: щоб унаочнити рівність множин, будуємо діаграму Ейлера-Венна окремо для лівої та для правої частин рівності, потім співставляємо результуючі зображення: якщо вони однакові, то рівність доведена (унаочнена).

Доречно продемонструвати цей метод, розглянувши певну базову рівність (наприклад, асоціативні, дистрибутивні властивості чи закони де Моргана), на яку потім будемо спиратися під час доведення аналітичним способом.

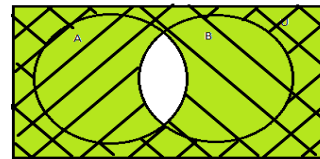
Наприклад, покажемо, що $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

З'ясуємо порядок виконання дій у лівій частині рівності: 1) $A \cap B$; 2) $(A \cap B)'$, а потім у правій: 1) A' , 2) B' , 3) $A' \cup B'$, виконаємо ці дії на двох окремих діаграмах і порівняємо результуючі зображення: вони однакові, значить рівність доведена. Зручно користуватися такими *методичними прийомами*: 1) визначений порядок дій записувати поряд з кожною діаграмою, як алгоритм побудови; 2) результат кожної окремої дії зображати іншим кольором (або іншим нахилом штриховки), що полегшує перевірку.



1. $A \cap B$
2. $(A \cap B)'$

Рис. 3



1. A' (заштрихована зліва направо область)
2. B' (заштрихована справа наліво область)
3. $A' \cup B'$ (об'єднання заштрихованих областей)

Рис. 4

2. Тепер цей закон де Моргана можна довести *на основі означення рівності множин*. Підготовча робота перед вивченням цього способу доведення передбачає повторення означень відношення включення та рівності множин та означень операцій над множинами. Проте результат діагностики показав, що для засвоєння вказаного методу цього не достатньо, бо саме під час доведення рівності множин цим методом студенти мають проблему – *не вміють аналізувати факти належності елемента певній множині та робити висновки з цього*. Ми запропонували такий методичний прийом: *створення і засвоєння міні-довідника*, який допомагає студентам аналізувати певні факти та робити висновки з них.

Наприклад, які висновки можна зробити з того, що елемент x належить множині A ? 1) елемент x не належить доповненню множини A до універсальної множини, 2) елемент x належить об'єднанню множини A з будь-якою іншою множиною B . У довіднику записуємо: $x \in A \rightarrow 1) x \notin A', 2) x \in (A \cup B)$, де B – довільна множина. Аналогічно з'ясуємо:

- $x \notin A \rightarrow 1) x \in A', 2) x \notin (A \cup B)$, де B – довільна множина.
- $x \in (A \cup B) \rightarrow x \in A$ або $x \in B$.
- $x \notin (A \cup B) \rightarrow x \notin A$ і $x \notin B$.
- $x \in (A \cap B) \rightarrow x \in A$ і $x \in B$.
- $x \notin (A \cap B) \rightarrow x \notin A$ або $x \notin B$. (Наведемо міркування: x не належить перерізу двох множин, отже він не є їх спільним елементом, значить його немає або в множині A , або в множині B).
- $x \in (A \setminus B) \rightarrow x \in A$ і $x \notin B$

тощо.

Кожен висновок, котрий записується в довідник, ілюструється на діаграмі Ейлера-Венна, що допомагає краще усвідомити ситуацію. Студенти, виконуючи різні тренувальні вправи, запам'ятовують висновки з довідника і за нагоди використовують їх під час доведення.

Досвід показав, що створення і засвоєння міні-довідника значно покращує опанування методу доведення рівності множин на основі означення рівності множин. Наведемо фрагмент роботи зі студентами, який ілюструє використання міні-довідника, наприклад, під час доведення на основі означення рівності множин розглянутого вище закону де Моргана: $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

- Позначимо ліву частину рівності через S , а праву через T .
- Що значить довести, що $S = T$?
 - Значить довести, що $S \subset T$ і $T \subset S$.
 - Доведіть, що $S \subset T$.
 - Візьмемо довільний елемент x з множини S і покажемо, що він належить і множині T .
- $\forall x \in S$, тобто $x \in (A \cap B)$ '
- Що значить, що x належить доповненню перерізу двох множин до універсальної множини? (Якщо важко зробити висновок, скористайтеся довідником).
 - Значить, самому перерізу елемент x не належить: $x \notin (A \cap B)$
 - Який висновок з цього випливає? (Пригадайте довідник). (Надалі викладач відсилає до довідника щоразу, коли студенти не можуть самостійно зробити висновок).
 - x не належить перерізу двох множин, значить він не є їх спільним елементом, значить його немає або в множині A , або в множині B . Записуємо: $x \notin A$ або $x \notin B$.
 - Що значить, що $x \notin A$?
 - Значить, $x \in A'$,
 - Що значить, що $x \notin B$?
 - Значить, $x \in B'$
 - Отже, $x \in A'$ або $x \in B'$. Який висновок з цього випливає?
-- Значить, $x \in (A' \cup B')$, тобто $x \in T$.
 - Ми взяли довільний елемент x з множини S і показали, що він належить і множині T . Який висновок з цього випливає?
 - $S \subset T$, що й треба було довести.
 - Доведіть, що $T \subset S$.
 - Візьмемо довільний елемент x з множини T і покажемо, що він належить і множині S . $\forall x \in T$, тобто $x \in (A' \cup B')$.
 - Що значить, що x належить об'єднанню двох доповнень?
 - Значить, $x \in A'$ або $x \in B'$.
 - Який висновок з цього випливає?
 - $x \notin A$ або $x \notin B$, тобто x не є спільним елементом множин A і B , отже, він не належить їх перерізу: $x \notin (A \cap B)$. Значить, x належить доповненню цього перерізу до універсальної множини: $x \in (A \cap B)'$, тобто $x \in S$. Так як довільно взятий елемент x з множини T належить множині S , то $T \subset S$, що й треба було довести.
 - Який висновок випливає з того, що $S \subset T$ і $T \subset S$?
 - Згідно з означенням рівності множин робимо висновок, що $S = T$, що й треба було довести.
- На етапі первинного засвоєння методу доведення рівності множин на основі означення рівності множин студенти часто користуються довідником, записи якого є своєрідною опорою, яка скеровує думку в потрібному напрямку, прискорює процес аналізу і дозволяє зробити правильний висновок. Згодом більшість студентів роблять висновки самостійно, а довідник використовують під час систематизації знань (під час підготовки до самостійної чи контрольної роботи, колоквіуму чи екзамену).
3. Результати діагностики показали, що, вивчаючи аналітичний метод доведення рівності множин, студенти припускаються помилок, здійснюючи тотожні перетворення формул. Причинами цих помилок є недосконале знання формул, що виражають властивості операцій над множинами та недостатня сформованість навичок тотожних перетворень цих формул.
- Для запобігання таким помилкам на етапі актуалізації опорних знань, умінь і навичок доцільно:
- а) повторити означення операцій над множинами, символи цих операцій і особливо ретельно повторити властивості кожної з цих операцій;
 - б) повторити способи доведення рівностей у шкільному курсі алгебри: шляхом тотожних перетворень звести ліву частину рівності до правої, або навпаки, праву частину звести до лівої, або обидві частини рівності звести до однакового вигляду; наголосити, що під час доведення рівності множин діємо аналогічно;
 - в) записати властивості операцій над множинами у вигляді рівностей у довідник;
 - г) відмітити в цьому списку ті рівності, що є *базовими* (комутативні й асоціативні закони для об'єднання і для перерізу, дистрибутивні закони, закони де Моргана, властивість $A \setminus B = A \cap B'$, істинність яких була нами доведена на основі означення рівності множин й проілюстрована на діаграмах Ейлера-Венна, та властивості, що випливають з означень відповідних операцій: а) $A \cap A = A$; б) $\emptyset' = U$ в) $U' = \emptyset$ г) $A \cup A = A$; д) $A \cup \emptyset = A$, е) $A \cap \emptyset = \emptyset$;
 - д) наголосити, що аналітичний спосіб передбачає використання цих відмічених базових рівностей під час виконання тотожних перетворень.
- Ознайомлення з аналітичним способом доцільно почати з виконання завдань на спрощення виразів. Наприклад, запропонувати спростити вираз $A \cap (A \cup B)$. Міркуємо: у формулі відбувається чергування перерізу і об'єднання. У якому базовому законі про це йдеться? У дистрибутивному законі перерізу відносно об'єднання. Застосуємо його. $A \cap (A \cup B) = (A \cap A) \cup (A \cap B)$. Замінімо вираз у першій дужці тотожно рівним йому: $A \cap (A \cup B) = (A \cap A) \cup (A \cap B) = A \cup (A \cap B)$. Застосуємо властивість:
- $$\emptyset \cup C = C. \text{ Маємо: } A \cap (A \cup B) = (A \cap A) \cup (A \cap B) = A \cup (A \cap B) = A \cup B.$$
- Відповідні тренувальні вправи виробляють у студентів навички тотожних перетворень виразів, формують уміння аналізувати формулу, розпізнавати потрібний закон і застосовувати його. Так, студенти запам'ятовують, що різницю множин A і B можна замінити на переріз множини A з доповненням множини B до універсальної множини (і навпаки), бо справедлива рівність $A \setminus B = A \cap B'$, що, згідно з законом де Моргана, доповнення перерізу двох множин дорівнює об'єднанню доповнень цих множин (і навпаки) і т. п.

Після тренувальних вправ на спрощення виразів переходимо до доведення рівностей. Спочатку пропонуємо рівності, у яких необхідно спрощувати тільки одну частину.

Наприклад, довести рівність: $(A \setminus B) \cap B = \emptyset$. Замінімо вираз у дужках на тотожно рівний йому: $(A \setminus B) \cap B = (A \cap B') \cap B$. Застосуємо асоціативний закон для перерізу: $(A \cap B') \cap B = A \cap (B' \cap B)$. Замінімо вираз у дужках на тотожно рівний йому: $A \cap (B' \cap B) = A \cap \emptyset = \emptyset$, що й треба було довести.

Далі доводимо рівності, у яких можна зводити ліву частину до правої або праву до лівої.

Нарешті, розглядаємо рівності, доведення яких вимагає зведення обох їх частин до однакового виду шляхом тотожних перетворень. Наприклад, розглянемо фрагмент роботи зі студентами під час доведення рівності $(A \setminus B)' = A' \cup (A \cap B)$.

- Виконаємо тотожні перетворення лівої частини рівності: $(A \setminus B)'$. Яку з відмічених у довіднику базових формул можна застосувати?

- Бачимо доповнення різниці, про доповнення йдеться в законах де Моргана. Можливо, один з двох законів де Моргана?

- Але в законах де Моргана йдеться про доповнення перерізу або доповнення об'єднання. Чи можна формулу в дужках замінити на таку, до якої застосовується закон де Моргана?

- Так, скористаємося раніше доведеною рівністю $A \setminus B = A \cap B'$. Тоді $(A \setminus B)' = (A \cap B)'$.

- Тепер маємо доповнення перерізу і можна застосувати закон де Моргана. Чому дорівнює доповнення перерізу двох множин?

- Об'єднанню доповнень цих множин. $(A \cap B) = A' \cup (B)'$.

- Як спростити $(B)'$?

- За законом подвійного доповнення: $(B) = B$. Отже, $A' \cup (B) = A' \cup B$.

- Виконаємо тотожні перетворення правої частини рівності: у формулі $A' \cup (A \cap B)$ є чергування об'єднання і перерізу. Який закон можемо застосувати?

- Дистрибутивний закон об'єднання відносно перерізу: $A' \cup (A \cap B) = (A' \cup A) \cap (A' \cup B)$.

- Чому дорівнює вираз у першій дужці?

- Універсальній множині, тому $(A' \cup A) \cap (A' \cup B) = U \cap (A' \cup B)$.

- Чому дорівнює переріз універсальної множини з будь-якою множиною C?

- Множині C. Тому $U \cap (A' \cup B) = A' \cup B$.

- Отже, ліва і права частини рівності $(A \setminus B)' = A' \cup (A \cap B)$ звелися до одного й того ж виразу $A' \cup B$. Зробіть висновок.

- Рівність доведена.

У процесі такої роботи студенти вчать аналізувати, порівнювати, робити висновки. З кожним наступним доведенням рівень самостійності мислення студентів підвищується.

Зазначимо, що для якісного засвоєння способів доведення рівності множин необхідно виконати достатню кількість тренувальних вправ на доведення (Віленкін, 1977).

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Впровадження в навчальний процес запропонованих нами методичних прийомів сприяло розвитку самостійності мислення студентів і значно покращило засвоєння способів доведення рівності множин, що підтвердили результати контрольної роботи: кількість помилок, пов'язаних з неправильним зображенням результатів операцій над множинами на діаграмах Ейлера-Венна зменшилася на 37,4%, пов'язаних з невмінням аналізувати факти належності елемента певній множині та робити висновки з цього зменшилася на 35,2%, кількість помилок під час тотожних перетворень формул зменшилася на 31,5%. Однак, значне скорочення аудиторних годин спричинило перенесення вторинного закріплення даної теми на позааудиторну самостійну роботу студентів, що вимагає від викладачів подальшого пошуку методичних прийомів і рекомендацій, що допоможуть студентам якісно засвоїти матеріал.

Список використаних джерел

1. Боровик В.Н., Вивальнюк Л.М., Мурач М.М., Соколенко О.І. *Курс математики*: навч. посіб. Київ: Вища школа, 1995. 392 с.
2. Віленкін Н.Я. *Задачник-практикум по математике*. Москва: Просвещение, 1997. 203 с.
3. Орел Л.О. *Організація самостійної роботи студентів з математики*: метод. рекомендації за ред. С.С. Вітвицької. Житомир: ЖДУ, 2010. 109 с.

References

1. Borovyk, V.N., Vyvalniuk, L.M., Murach, M.M., Sokolenko, O. I. (1995). *Kurs matematyky* [A Course in Mathematics]. Kyiv: Vyscha shk. [in Ukrainian]
2. Vilenkin, N.Ya. (1997). *Zadachnik-praktikum po matematike* [The Book of Mathematical Problems]. Moskva.: Prosveshchenie. [in Russian].
3. Orel, L.O. (2010). *Orhanizatsiia samostiinoi roboty studentiv z matematyky: metod. rekomend.* [The Organization of Students' Independent Work in Mathematics: Methodological Recommendations] Zhytomyr: Vyd-vo ZhDU, [in Ukrainian].

PROVING SET EQUALITY: METHODOLOGICAL TECHNIQUES TO PREVENT MISTAKES

L.O. Orel

The Zhytomyr State University after I. Franko, Ukraine

Abstract. The study of the topic "Proving Set Equality" traditionally causes some difficulties among pupils, since it requires not only thorough theoretical preparation, in particular the knowledge of the definitions of operations on sets and their properties, the definitions of set relation etc., but also practical skills and abilities to proof, to analyze and draw conclusions.

Formulation of the problem. A significant reduction in classroom hours only exacerbated the problem. The aim of our research is to identify pupils' typical mistakes while studying this topic, to offer methodical techniques to prevent these mistakes, to develop and introduce methodological recommendations into the educational process for mastering methods of proving set equality.

Materials and methods. In the process of research, which was conducted among first-year students of the Institute of Pedagogy of Zhytomyr Ivan Franko State University, theoretical methods (analysis, synthesis, comparison, generalization, classification, systematization of experimental data) and a set of diagnostic methods (questionnaires, testing, observation, the method of conversation, the method of self-evaluation, the method of tests, the method of quantitative processing of the data obtained) were used.

Results. Typical pupils' mistakes while proving set equality were identified: incorrect presenting the results of operations on sets in Euler-Venn diagrams, the wrong order of operations in formulas, the inability to analyze the facts of belonging an element to a certain set and draw conclusions from it, mistakes with identical transformations of formulas. The article deals with the causes of occurring these mistakes and suggests methodical techniques for preventing them.

Conclusions. The introduction of the suggested techniques into the educational process has increased the level of mastering the methods of proving set equality.

Key words: set, subset relation, set equality, Euler-Venn diagrams, identical transformations.