

# **Análisis estadístico y comportamiento fractal de las réplicas sísmicas del Sur de California.**

---

**Memoria de Tesis Doctoral**  
Marisol Monterrubio Velasco

**Directores:** Dra. María Dolors Martínez  
Dr. Xavier Lana

---

**Departament de Física Aplicada i Departament de Física i Enginyeria Nuclear  
Universitat Politècnica de Catalunya**



## Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi mamá no solo por el amor y apoyo incondicional que siempre me ha brindado, sino también, por haber sembrado en mí la curiosidad de la vida vista a través de la ciencia. Con especial cariño quiero agradecer a mi padre, por todo el amor y la educación que me dio, y gracias a su vivo recuerdo he tenido la fortaleza para terminar los proyectos y luchar contra las adversidades que se han presentado. A mis hermanos Vic y Pati, ya que su presencia y confianza me ha impulsado a seguir con esmero mi formación académica.

A mi hermosa familia, Oriol y Nayeri, su gran amor me ha dado la base para realizarme como persona e intentar mejorar cada día como ser humano.

A la Dra. Dolors Martínez y al Dr. Xavier Lana por brindarme su valioso apoyo en el proceso de aprendizaje en el camino de la investigación científica, y por depositar en mí la confianza necesaria para llevar a cabo este trabajo. Además, quisiera agradecerles la paciencia que siempre han mostrado durante la dirección de esta tesis. Su estímulo constante ha sido muy importante para la realización y la conclusión de este trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Universitat Politècnica de Catalunya por la formación académica que me han ofrecido, la cual he intentado aprovechar de la forma más óptima y eficiente. En particular, deseo agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACyT, por la oportunidad que me ha brindado con la beca otorgada, con registro 207757, para realizar el estudio doctoral en el programa de Física Computacional y Aplicada.

A mi amigo Federico, porque además de ser un ejemplo como ser humano es un físico brillante, su ánimo incondicional desde el inicio de mi carrera científica me ha alentado a seguir en la ciencia con confianza. A mi tía Laura, porque ya desde pequeña me enseñó que se ha de perseverar para lograr los objetivos planteados. A mi tío Aurelio, del cual admiro profundamente su coraje y valor para mejorar como ser humano. A mi tía Rosi, su energía positiva es un ejemplo de lucha contra cualquier problema que se presente en la vida. A la ausencia de mi tío Juan, que ha sido una de las personas más importantes de mi vida, siempre estarás presente. Este trabajo también se lo dedico a todos mis sobrinos, primos, primas, tíos y tías .

A María y Pitu por ser unas bellísimas personas, por su gran apoyo y sobre todo por hacerme sentir querida.







## Resumen

Mediante el análisis estadístico y utilizando diversas técnicas fractales en esta tesis se estudia el comportamiento temporal y espacial de tres series de réplicas sísmicas ocurridas en el Sur de California, que tuvieron lugar después de los terremotos de Landers ( $M_w=7.3$ , 1992), Northridge ( $M_w=6.7$ , 1994) y Hector Mine ( $M_w=7.1$ , 1999)

Se plantean tres objetivos principales en este trabajo:

1) Caracterizar y analizar el proceso de ocurrencia de las réplicas sísmicas, en particular el comportamiento temporal que presentan. De acuerdo con la hipótesis que proponen CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), el análisis de este comportamiento temporal muestra que la producción de las réplicas sísmicas se puede describir como una superposición de dos procesos de relajación de los esfuerzos tectónicos.

2) Simular el comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas mediante una versión modificada del modelo del Fiber Bundle, el cual describe el proceso de ruptura de un material heterogéneo previamente fracturado, como la corteza terrestre. El análisis de las réplicas sísmicas simuladas con este modelo modificado, que se introduce en el trabajo de MORENO *et al.* (2001), (FBMdp), nos permitirá encontrar las similitudes y las diferencias con respecto a las series de réplicas reales. Además, nos proporcionará una interpretación y una posible relación entre la dinámica presente en el modelo y el proceso de ruptura que originan las réplicas sísmicas.

3) Analizar y caracterizar el comportamiento fractal de las tres series de réplicas sísmicas mediante dos series temporales, la de distancia,  $\Delta$ , y la de tiempo,  $\tau$ , entre réplicas consecutivas. Para realizar este análisis se aplican diversas técnicas fractales como el análisis de rango reescalado, el posible comportamiento de las series como fractales auto-afines y el análisis de la lacunaridad. Además, se utiliza el teorema de Reconstrucción para caracterizar la predictibilidad del sistema y su posible comportamiento caótico. El análisis fractal que se aplica a estas dos series,  $\Delta$  y  $\tau$ , se repite para diferentes valores de magnitud umbral, para poder interpretar la influencia que tiene este parámetro en los resultados.

De las diversas conclusiones que se obtienen en este estudio, a modo de resumen, se destacan los siguientes:

1) A partir del análisis de la cinemática que presenta la producción de las réplicas sísmicas, se detecta una superposición de dos procesos de relajación del esfuerzo

tectónico. El primer proceso describe el decaimiento temporal a largo plazo de las réplicas sísmicas, el cual queda bien descrito por la ley de Omori Modificada, OM. Las réplicas sísmicas que satisfacen este proceso se les denomina *leading aftershocks*. El segundo proceso describe que existen episodios de réplicas que se producen a un ritmo mayor, alejándose del comportamiento descrito por la ley de OM. Las réplicas sísmicas que se producen de forma súbita se les denominan *cascades*. El gran número de réplicas que tienen las tres series sísmicas (LND, HM y NOR) permite que, a diferencia de los trabajos de CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), se puedan realizar más análisis estadísticos y aplicar más técnicas fractales a las *cascades*. De los resultados que se desprenden de estos análisis se concluye que las *cascades* muestran características destacables y comunes a las tres series de réplicas sísmicas.

2) El FBMdp es un modelo adecuado para describir el proceso de producción de las réplicas sísmicas. La comparación que se realiza entre las series de réplicas simuladas y las series reales muestra que las simulaciones permiten reproducir las características principales que se observan en las secuencias empíricas, en particular, el comportamiento temporal que indica un doble proceso de relajación de los esfuerzos tectónicos. En base a la similitud de las series de réplicas simuladas con las reales, es posible relacionar la dinámica intrínseca de este modelo con el proceso físico subyacente a la producción de las réplicas sísmicas. Por ejemplo, es posible interpretar el fenómeno de las *cascades*, que se observan en las secuencias de réplicas sísmicas reales y en las simuladas, en base a las características que presentan los sistemas de auto-organización críticos, SOC (*self-organized criticality*). Cabe mencionar que algunas características de la sismicidad no se pueden reproducir con este modelo, como por ejemplo, la magnitud de las réplicas sísmicas. Es por esto que algunas leyes clásicas como la ley de Gutenberg-Richter o la ley de Båth no se pueden verificar con este modelo.

3) El análisis fractal que se realiza a las series de distancia,  $\Delta$ , y de tiempo,  $\tau$ , entre réplicas consecutivas proporciona múltiples resultados. A modo de resumen, se destaca que las series de  $\Delta$  presentan una ligera persistencia temporal, ya que el exponente de Hurst es ligeramente superior a 0.5. Esta característica es independiente de la magnitud umbral que se utilice. Además las series de  $\Delta$  se pueden describir como un fractal auto afín del tipo *filtered fractional gaussian noise*. El teorema de reconstrucción indica que las series de  $\Delta$  muestran un comportamiento complejo y caótico con una alta inestabilidad predictiva debido a la aleatoriedad que se observa en el mecanismo dinámico. También es interesante destacar que la distribución estadística de la series de  $\Delta$  muestran que, independientemente de la magnitud



mínima de análisis que se utilice, todas quedan bien descritas por una única función de distribución acumulada que es la de Pareto Generalizada.

El análisis fractal que se realiza a las series de  $\tau$  muestra resultados destacables, en particular, cuando se realiza la comparación entre las series de  $\tau$  y algunas series de tiempo teóricas,  $\tau_{teo}$ , las cuales obedecen estrictamente la ley de OM. Esta comparación pone en evidencia que el comportamiento de las series de  $\tau$  está alterado por la presencia de las *cascades*. Por lo tanto, se reafirma la hipótesis que indica que, aunque la ley de Omori Modificada describe el proceso general de decaimiento de las réplicas sísmicas, existe otro proceso físico simultáneo que da pie a que ocurran aceleraciones súbitas en la producción de algunas réplicas sísmicas.



## Abstract

In this PhD thesis we are interested in the time and spatial behavior of seismic aftershock sequences. Through statistical analyses and several fractal techniques we intend to analyze three aftershocks sequences occurred at Southern California, after the Landers ( $M_w = 7.3$ , 1992), Northridge ( $M_w = 6.7$ , 1994) and Hector Mine ( $M_w = 7.1$ , 1999) mainshocks.

There are three main objectives in this thesis:

- 1) To characterize and analyze the process of occurrence of aftershocks, particularly the time behavior they exhibit. According to the hypothesis proposed by CORREIG *et al.* (1997) and MORENO *et al.* (2001), this analysis shows that the time behavior of the aftershock generation can be described as a superposition of two processes of tectonic stress release.
- 2) To simulate the time behavior of the three aftershocks series through a modified version of the Fiber Bundle model, describing the rupture process in heterogeneous and fractured materials, like the Earth crust. The analysis of these simulated aftershock sequences using the modified model, FBMdp (proposed by MORENO *et al.*, 2001), will allow us to investigate the similarities and differences with respect to the real aftershocks series. Furthermore, we provide an interpretation and a possible link between the model dynamics and the breaking process driving the aftershock occurrence.
- 3) To analyze and characterize the fractal behavior of the three aftershock series through two time series, the elapsed distance,  $\Delta$ , and the elapsed time,  $\tau$ , between consecutive aftershocks. With this purpose, we apply fractal techniques like rescaled range analysis, behavior of self-affine series and lacunarity analysis. Moreover, the reconstruction theorem is used to characterize the predictability of the system and its possible chaotic behavior. In order to interpret the influence of the threshold magnitude, we apply the same fractal analysis to both series,  $\Delta$  and  $\tau$ , for different threshold magnitudes.

As a summary, the main conclusions are listed below:

- 1) The kinematic analysis of the aftershock sequences shows a superposition of two different processes of tectonic stress release. The first process describes a long-term time decay of aftershocks, which is well described by the modified Omori law, MO. The aftershocks that satisfy this process are called *leading aftershocks*. The second process

describes the aftershock production at a higher rate, which departs from the behavior described by MO law. These groups of seismic aftershocks are called *cascades*. Unlike the study by CORREIG *et al.* (1997) and MORENO *et al.* (2001), the much larger number of aftershocks belonging to the three sequences (LND, HM and NOR) allows the implementation of additional statistical analyses and fractal techniques to the *cascades*. The results derived from these analyses lead to conclude that *cascades* show remarkable features common to the three aftershock series.

2) The FBMdp is a suitable model to describe the process of aftershock generation. The comparison between simulated and real aftershock sequences shows that this model can reproduce features observed in aftershock sequences, in particular, the time behavior suggesting a double process of tectonic stress release. The similarity of simulated and real aftershock sequences make possible to relate the intrinsic model dynamics with the physical process leading the aftershock generation. For example, it is possible to interpret the phenomenon of *cascades*, which are observed in the simulated and real aftershocks sequences, in the theoretical framework of the self-organized critical (SOC) systems. It is worth mentioning that some features of aftershock seismicity are not considered in this model, for example, the magnitude of the aftershocks. Therefore some classical laws like the Gutenberg-Richter or Båth law cannot be reproduced by this model.

3) The fractal analyses applied to the elapsed distances,  $\Delta$ , and time,  $\tau$ , series show different results. As a summary, it can be noted that the series of  $\Delta$  depict slight time persistence as the Hurst exponent is slightly higher than 0.5. This feature is independent of the magnitude threshold. Furthermore, the series of  $\Delta$  may be described as a self affine fractal, in particular, as a *fractional filtered gaussian noise*. The reconstruction theorem states that the  $\Delta$  series are complex and show a chaotic behavior with high predictive instability due to randomness in the observed dynamic mechanism. Independently of the minimum magnitude used in the analysis, the statistical distribution of all  $\Delta$  series is well described by the Generalized Pareto cumulative distribution function.

The fractal analyses were applied to  $\tau$  series and also to some theoretical elapsed time series,  $\tau_{te0}$ , fully satisfying the MO law. Remarkable differences are found between the empirical,  $\tau$ , and theoretical,  $\tau_{te0}$ , series. These differences support that the empirical  $\tau$  series are perturbed by the presence of the *cascades*. Therefore, the hypothesis that, although Modified Omori law describes the general process of aftershock decay, it is confirmed the existence of another physical process leading to sudden accelerations in the aftershock generation.

## Indice

Agradecimientos .....	i
Resumen .....	iii
Abstract .....	vii
Lista de figuras .....	xv
Lista de tablas .....	xxv
Introducción .....	1
<b>1 Introducción .....</b>	<b>3</b>
1.1 Introducción .....	3
1.2 Objetivos y contenidos del trabajo .....	4
1.2.1 Objetivos .....	4
1.2.2 Estructura de la tesis .....	6
<b>2 Marco sismotectónico .....</b>	<b>9</b>
2.1 Introducción .....	9
2.1.1 Teoría de la Tectónica de placas .....	10
2.2 Marco teórico .....	13
2.2.1 Marco sismo-tectónico de la región del Sur de California .....	13
2.2.1.1 Red sísmica del Sur de California, <i>SCSN (Southern California Seismic Network)</i> .....	15
2.2.2 Ley de Gutenberg-Richter .....	20
2.2.3 Marco sismotectónico de las zonas de réplicas .....	21
2.2.3.1 Marco sismo-tectónico de la crisis sísmica de Landers .....	22
2.2.3.2 Marco sismo-tectónico del terremoto de Hector Mine .....	26
2.2.3.3 Marco sismo-tectónico del terremoto de Northridge .....	30

Comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas .....	35
<b>3 Las réplicas sísmicas y su comportamiento temporal .....</b>	<b>37</b>
3.1 Introducción .....	37
3.2 Concepto de réplica sísmica .....	38
3.2.1 Dimensión fractal de las series de réplicas sísmicas .....	42
3.3 Comportamiento Temporal de las Réplicas Sísmicas: Ley de Omori .....	46
3.3.1 Determinación de los parámetros de la ley OM: Estimador de máxima Verosimilitud .....	51
3.4 Fluctuaciones en la tasa de producción de réplicas sísmicas .....	52
3.4.1 Leading Aftershocks, LA, y Cascades, CAS .....	57
3.5 Resultados básicos de la separación de LA y CAS .....	58
3.5.1 Ley de GR para la serie de LA y para las réplicas sísmicas que se asignan a CAS .....	58
3.5.2 Ley de OM para la serie de LA .....	60
<b>4 Propiedades estadísticas y fractales de las Cascades .....</b>	<b>63</b>
4.1 Introducción .....	63
4.2 Número de réplicas sísmicas por CAS .....	64
4.2.1 Análisis estadístico del número de réplicas sísmicas por CAS .....	70
4.2.1.1 Formulación de los L-momentos .....	70
4.2.2 Series de tiempo auto-afines .....	78
4.2.2.1 Autocorrelaciones y semivariogramas .....	80
4.2.2.2 Análisis de Rango Reescalado, R/S, y el exponente de Hurst, H .....	82
4.2.2.3 Generación de ruido Gaussiano y trayectorias Brownianas fraccionales .....	83
4.2.3 Resultados de las series de NCAS(t) .....	85
4.2.3.1 Exponente de Hausdorff, $H_a$ , de las series NCAS(t) .....	86
4.2.3.2 Exponente de Hurst, H, de las series NCAS(t) .....	87
4.2.4 Ley de G-R en las CAS .....	89

---

4.2.5 Distribución espacial de las CAS .....	90
Simulaciones numéricas del modelo Fiber Bundle .....	97
<b>5 Metodología</b> .....	<b>99</b>
5.1 Introducción .....	99
5.2 Self-Organized Criticality (SOC) .....	100
5.3 Modelo <i>Fiber-bundle</i> , FBM .....	102
5.3.1 FBM estático .....	106
5.3.2 FBM dinámico .....	107
5.4 Modelo <i>Fiber-Bundle</i> dinámico con aproximación probabilística modificado, FBMdp .....	117
5.4.1 Descripción del modelo FBMdp .....	117
<b>6 Resultados del modelo del FBMdp</b> .....	<b>121</b>
6.1 Introducción .....	121
6.2 Procedimiento de las simulaciones .....	121
6.3 Resultado de las simulaciones .....	122
6.3.1 Influencia de los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ en las series simuladas .....	122
6.3.2 Relación entre los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ con la ley OM de las series simuladas .....	127
6.3.3 Relación entre los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ y las CAS de las series simuladas .....	131
6.4 Series simuladas de réplicas sísmicas .....	133
6.4.1 Series de réplicas sísmicas simuladas de Northridge .....	134
6.4.1.1 <i>Leading Aftershocks</i> , LA, de las series simuladas de Northridge .....	138
6.4.1.2 <i>Cascades</i> , CAS, de las series simuladas de Northridge .....	140
6.4.2 Series de réplicas sísmicas simuladas de Hector Mine .....	145
6.4.2.1 <i>Leading Aftershocks</i> , LA, de las series simuladas de Hector Mine .....	147
6.4.2.2 <i>Cascades</i> , CAS, de las series simuladas de Hector Mine .....	149

6.4.3 Series de réplicas sísmicas simuladas de Landers .....	152
6.4.3.1 <i>Leading Aftershocks</i> , LA, de las series simuladas de Landers .....	153
6.4.3.2 <i>Cascades</i> , CAS, de las series simuladas de Landers .....	153
6.5 Estudio detallado de las series de réplicas sísmicas simuladas de Northridge, NOR, Hector Mine, HM y Landers, LND .....	155
6.5.1 Series simuladas de $N_{CAS}(t)$ .....	155
6.5.1.1 Análisis fractal de las series simuladas de $N_{CAS}(t)$ .....	155
6.5.2.1 Análisis estadístico de la series simuladas $N_{CAS}(t)$ .....	158
6.6 Evolución temporal del mapa de esfuerzos de las tres series simuladas .....	160
6.6.1 Tiempos críticos del mapa de esfuerzo y su posible relación con $t_{cGR}$ y $t_{cNC}$ .....	162
6.7 Relación entre los eventos Avalancha y los eventos Normal con los Leading Aftershocks, LA, y las Cascades, CAS .....	166
6.7.1 Evolución temporal de los Eventos Normales y Avalancha .....	167
6.7.2 Tasa de producción de las Avalanchas .....	168
6.8 Discusión y Conclusiones del modelo FBMdp .....	170
6.8.1 Características de la sismicidad que reproduce el modelo FBMdp .....	171
6.8.2 Características de la sismicidad que no describe el modelo FBMdp .....	172
Análisis fractal de las series de distancia y tiempo de espera entre réplicas consecutivas .....	175
<b>7 Análisis fractal de las series de distancia y tiempo de espera entre réplicas consecutivas .....</b>	<b>177</b>
7.1 Introducción .....	177
7.2 Marco teórico o técnicas fractales .....	178
7.2.1 Lacunaridad .....	178
7.2.2 Espacio de fase y atractores .....	180
7.2.2.1 Espacio de fase .....	180
7.2.2.2 Atractores .....	181
7.2.3 Teorema de Reconstrucción .....	182
7.2.4 Inestabilidad predictiva .....	185



7.2.4.1 Algoritmo de cálculo de los exponentes de Lyapunov .....	187
7.3 Resultados .....	189
7.3.1 Resultados de las series de distancia entre réplicas consecutivas .....	190
7.3.1.1 Análisis de rango reescalado y exponente de Hurst, $H$ .....	191
7.3.1.2 Semivariograma y exponente de Hausdorff .....	193
7.3.1.3 Espectro de potencia y exponente $\beta$ .....	195
7.3.1.3.1 Relación entre $H_a$ , $H$ y $\beta$ .....	197
7.3.1.4 Lacunaridad de las series de $\Delta$ .....	197
7.3.1.5 Teorema de Reconstrucción de las series de $\Delta$ .....	201
7.3.1.6 Inestabilidad Predictiva de las series de $\Delta$ .....	206
7.3.1.7 Análisis estadístico de las series de $\Delta$ .....	209
7.3.2 Series de tiempo entre réplicas consecutivas .....	215
7.3.2.1 Análisis de rango reescalado y exponente de Hurst, $H$ .....	219
7.3.2.2 Semivariograma y exponente de Hausdorff, $H_a$ .....	224
7.3.2.3 Lacunaridad de las series de $\tau$ .....	226
7.3.2.4 Teorema de Reconstrucción .....	232
Conclusiones .....	239
<b>8 Síntesis y Conclusiones .....</b>	<b>241</b>
8.1 Introducción .....	241
8.2 Síntesis .....	241
8.3 Conclusiones .....	243
8.3.1 Comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas .....	243
8.3.2 Simulaciones numéricas del modelo FBMdp .....	245
8.3.3 Análisis fractal de las series de distancia y de tiempo de espera entre réplicas sísmicas consecutivas .....	250
8.3.3.1 Series de distancia entre réplicas sísmicas consecutivas .....	250
8.3.3.2 Series de tiempo entre réplicas sísmicas consecutivas .....	251
8.4 Perspectivas futuras .....	253

**Bibliografía** ..... **255**

## Lista de figuras

<b>Figura 2.1</b>	Modelo de “rebote elástico”, propuesto por REID (1906) .....	10
<b>Figura 2.2</b>	<b>a)</b> Mapa de las principales placas tectónicas y los tres tipos de límites entre placas (HAMILTON, U.S. Geological Survey). <b>b)</b> Estructura interna de la Tierra .....	11
<b>Figura 2.3</b>	Tipos fundamentales de fallas. <b>(a)</b> falla inversa, <b>(b)</b> falla normal y <b>(c)</b> falla de desgarre o cizalla .....	12
<b>Figura 2.4</b>	Esquema del movimiento entre la placa tectónica del Pacífico y placa Norteamericana a lo largo de la falla de San Andreas ...	13
<b>Figura 2.5</b>	Modelo de las fallas del Sur de California, creado por el Southern California Earthquake Center (SCEC). Las fallas verticales, como la de San Andreas, se esquematizan con una línea delgada. Las fallas más oblicuas, se representan con líneas más gruesas. Se muestran las cuatro fallas principales de la región y los tres epicentros de los sismos de Landers, Hector Mine y Northridge (JONES y BENTHIEN, 2007) .....	14
<b>Figura 2.6</b>	<b>a)</b> Esquema de la interacción y dirección de desplazamiento entre algunas fallas principales del Sur de California. <b>b)</b> La región Eastern California Shear Zone, ECSZ. <b>c)</b> Se muestran algunos rasgos morfológicos del Sur de California y zonas sísmicas como el Cinturón Walker Lane, WLB, la región ECSZ, el Cinturón Sísmico de Nevada Central, CNSN, y el Cinturón Sísmico Intermountain, ISB (LEE <i>et al.</i> , 2001) .....	15
<b>Figura 2.7</b>	Localización de más de 350 estaciones sísmicas que forman parte de la red sísmica del Sur de California, SCSN .....	18
<b>Figura 2.8</b>	Ajuste de la ley de Gutenberg-Richter, GR, para los sismos	

registrados por la SCSN durante el período de 1981 a 2007 (línea roja). La pendiente da el valor de  $b=0.96$ , cuyo coeficiente de correlación es  $r^2=0.997$ . La intersección de la línea azul y roja indica la magnitud mínima,  $M_{min}$ , a partir de la cual se considera que existe completitud en el catálogo de sismos ..... 21

**Figura 2.9** Mapa de localización de los tres terremotos y de algunas réplicas de su serie, que se analizan en este trabajo. El sismo y las réplicas de Landers ( $M_w=7.3$ , 1992), se muestra con puntos, mientras que Northridge ( $M_w=6.7$ , 1994) y Hector Mine ( $M_w=7.1$ , 1999) con círculos. El sismo Big Bear, es la réplica sísmica más grande de la serie de Landers (ZALIAPIN *et al.*, 2008) ..... 22

**Figura 2.10** a) Mapa del Sur de California. Las líneas denotan las fallas conocidas incluyendo la de Old Woman, OW, la Upper Jonhson Valley, UJV; las líneas gruesas, muestran la superficie de ruptura, que se mapeó sobre el terreno. Los mecanismos focales y los epicentros se muestran para Landers ( $M_w=7.3$ ), Big Bear ( $M_w=6.2$ ), la réplica del 4 de Diciembre de 1992 ( $M_w=5.1$ ) y la del 5 de Agosto de 1992 ( $M_w=3.9$ ). El recinto rectangular inclinado delimita el área de 120x275 km que recubre las imágenes del satélite ERS-1. Las montañas de San Bernardino se denotan con las siglas SBM (MASSONET *et al.*, 1994) b) Mapa regional de la zona central del Desierto de Mojave donde se muestran fallas que se formaron en la era del Cenozoico tardío ( $65.5 \pm 0.3$  Ma). Las líneas discontinuas representan las fallas inferidas y las líneas punteadas las fallas ocultas. La superficie de ruptura del sismo de Landers se observa como una zona sombreada y el epicentro se marca con un punto de color verde. También se observa el epicentro de la réplica de Big Bear (punto de color rojo), que es la réplica más grande que genera el sismo de Landers. Las fallas afectadas por el sismo de Landers, se indican con estrellas. La falla de San Andreas se marca con una línea naranja y la de Kickapoo con una línea en verde claro (Modificado por DOKKA y TRAVIS, 1990a; HART *et al.*, 1993) ..... 25

<b>Figura. 2.11</b>	Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante el periodo de un año después del sismo de Landers, y en un área espacial de $1.1^{\circ} \times 1.1^{\circ}$ (cuyo centro del área es el epicentro del terremoto) .....	26
<b>Figura 2.12</b>	Distribución espacial de las réplicas sísmicas con magnitud $M_w > 1.5$ , de la serie de Landers. <b>a)</b> Distribución espacial de los epicentros de estas réplicas. <b>b)</b> Distribución tridimensional de las réplicas .....	26
<b>Figura 2.13</b>	<b>a)</b> Mapa de la topografía local del área del Desierto de Mojave (Sur de California) que muestra con una estrella la localización del epicentro del terremoto de Hector Mine. Las réplicas sísmicas con magnitud $M_L > 2$ se representan en círculos azules. También se ilustra con más detalle la geometría de las fallas implicadas en este terremoto. Las líneas delgadas muestran las fallas principales. Las trazas verdes indican las superficies de ruptura mapeadas, la región más al Sur está asociada con la falla Bullion y la parte más Norte con la falla de Lavic Lake (HAUKSSON <i>et al.</i> , 2002; Ji <i>et al.</i> , 2002). <b>b)</b> Mapa más general del área de las réplicas de Hector Mine y el mecanismo focal que presentó el terremoto. La falla que provocó este temblor está marcada con una línea gruesa. El epicentro se indica con una estrella, y las réplicas que ocurren durante el primer mes después de la ruptura principal se ilustran con círculos abiertos (JÓNSSON <i>et al.</i> , 2002) .....	27
<b>Figura 2.14</b>	Mapa topográfico de la región Este del desierto de Mojave, en el que se incluyen fallas regionales (líneas rosadas). Las áreas de ruptura de Landers y Hector Mine se marcan con una línea naranja. Los círculos negros indican la sismicidad asociada con la secuencia sísmica de 1992 JoshuaTree-Landers-Big Bear y los círculos amarillos indican la localización de las réplicas sísmicas de Hector Mine (SCIENTISTS OF THE USGS <i>et al.</i> , 2000) .....	29

<b>Figura 2.15</b>	Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante un año después del sismo de Hector Mine, y en un área espacial de $1.0^{\circ} \times 1.0^{\circ}$ (cuyo centro está en el epicentro del terremoto) .....	30
<b>Figura 2.16</b>	Distribución espacial de las réplicas sísmicas de la serie de Hector Mine, con magnitud $M_w > 1.5$ . <b>a)</b> Representación espacial de los epicentros y <b>b)</b> distribución tridimensional de los hipocentros .....	30
<b>Figura 2.17</b>	Mapa del Sur de California, remarcando en líneas rojas algunas fallas de la región. El área sombreada muestra el área de la cordillera transversal. El punto rojo indica el epicentro del sismo de Northridge y su correspondiente mecanismo focal (THIO y KANAMORI, 1996) .....	31
<b>Figura 2.18</b>	Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante un año después del sismo de Northridge, y en un área espacial de $0.6^{\circ} \times 0.6^{\circ}$ (cuyo centro está en el epicentro del terremoto) .....	32
<b>Figura 2.19</b>	Distribución espacial de las réplicas sísmicas con magnitud $M_w > 1.5$ de la serie de Northridge. <b>a)</b> Se representa el epicentro de las 5334 réplicas y <b>b)</b> la distribución tridimensional de las réplicas analizadas .....	33
<b>Figura 3.1</b>	<b>a)</b> Ejemplo del método del recuento de cajas en el fractal matemático de la curva de Koch. <b>b)</b> Ajuste lineal de la ecuación 3.5, cuya pendiente es la dimensión fractal $D_0$ del conjunto de datos, esta gráfica corresponde al ejemplo de la curva de Koch (Fig. 3.1a) .....	44
<b>Figura 3.2</b>	Cálculo de la dimensión fractal $D_0$ mediante el método del recuento de cajas para la distribución espacial de las réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge $M_w > 1.5$ , <b>a)</b> en 2-D y <b>b)</b> en 3-D .....	44-45
<b>Figura 3.3</b>	<b>a)</b> Número acumulado, $N(t)$ , de la serie de réplicas sísmicas de Landers, desde el sismo principal hasta 365 días. El ajuste	

	de la ley de OM integral (Ec. 3.3) se muestra con una línea roja. <b>b)</b> Doble comportamiento bien diferenciado del ajuste de la ley de Omori hasta 152 días y de 152 a 365 días). <b>c)</b> Detalle del comportamiento temporal del número de réplicas de 100 a 200 días desde el comienzo de la crisis sísmica. <b>d)</b> Idem, de 140 a 170 días .....	55
<b>Figura 3.4</b>	Número acumulado de réplicas sísmicas (línea negra) y ajuste de la ley de OM (línea roja), para: <b>a)</b> la serie de réplicas sísmicas de Hector Mine y <b>b)</b> la de Northridge .....	56
<b>Figura 3.5</b>	Esquema que ilustra el criterio o algoritmo de separación entre los LA y los elementos de CAS (CORREIG <i>et al.</i> , 1997; MORENO <i>et al.</i> , 2001) .....	58
<b>Figura 3.6</b>	Histogramas de magnitud de los LA (Fig. 3.6a) y de los elementos de CAS (Fig. 3.6b) para las series de réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge. En la figura 3.6c se muestran los ajustes de la ley de GR (Ec. 2.4) para los LA (círculos rojos) y para los elementos de CAS (círculos negros) de las tres series de réplicas sísmicas .....	59-60
<b>Figura 3.7</b>	Ajuste de la ley de OM acumulada (línea continua) a las series de LA de: <b>a)</b> LND, <b>b)</b> HM y <b>c)</b> NOR (círculos) .....	61
<b>Figura 4.1</b>	Evolución temporal del número de elementos que forman cada CAS, NCAS(t) para las series de réplicas sísmicas de LND, HM y NOR .....	64
<b>Figura 4.2</b>	Ejemplos que muestran el comportamiento de la tasa de producción de algunas CAS. Se observa que la tasa de producción es aproximadamente constante .....	65
<b>Figura 4.3</b>	Tasa de generación de las CAS en función del tiempo desde el sismo principal, GR(t), para las series de LND, HM y NOR. Las líneas de color rojo y azul muestran que las series de GR(t) se pueden ajustar por una doble ley potencial, con exponentes distintos ( $\beta_1$ y $\beta_2$ ) .....	66

<b>Figura 4.4</b>	Análisis de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo, $GR(t)$ , para las series de réplicas sísmicas de LND, HM y NOR, y magnitudes umbrales de 2.0, 2.5, 3.0 y 3.5 .....	67-69
<b>Figura 4.5</b>	Diagrama de los L-momentos donde se muestran algunas distribuciones teóricas: Pareto Generalizada, GPA, Pearson III, PE3, Log-Normal, LN, Logística Generalizada, GLO, Generalizada de Valores Extremos, GEV, y Weibull, WEI. Los círculos representan $\tau_3$ y $\tau_4$ de las distribuciones Uniforme, U, Normal, N, exponencial, E, Gumbel, G, y Logística, L. También se indican los valores empíricos de $\tau_3$ y $\tau_4$ para las series de NCAS(t) de LND, HM y NOR .....	74
<b>Figura 4.6</b>	Función de distribución acumulada, CDF, de la serie NCAS(t) de LND junto con las bandas de error de K-S .....	75
<b>Figura 4.7</b>	Función de distribución acumulada, CDF, de la serie NCAS(t) de Hector Mine y Northridge, y ajuste mediante una distribución de Pearson III, PE3, y bandas de error de K-S .....	78
<b>Figura 4.8</b>	Exponente de Hausdorff, $H_a$ , en función de $\beta$ . La relación $\beta=2H_a+1$ , es aproximadamente válida para $1<\beta<3$ ( $0.1<H_a<0.8$ ) .....	85
<b>Figura 4.9</b>	Relación entre el exponente de Hurst, H, y $\beta$ (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999) .....	85
<b>Figura 4.10</b>	Componentes estocásticos de la serie NCAS(t), una vez retiradas las tendencias .....	86
<b>Figura 4.11</b>	Semivariograma de las series de NCAS(t) en función del desfase k .....	86-87
<b>Figura 4.12</b>	Análisis R/S, que se aplica a: <b>a)</b> las tres series de NCAS(t) y <b>b)</b> a las series sin tendencia de NCAS(t) .....	88
<b>Figura 4.13</b>	Ley de Gutenberg-Richter para las CAS con más réplicas de cada serie .....	89
<b>Figura 4.14</b>	Índice de similitud en función del número de clusters .....	92



<b>Figura 4.15</b>	Diferentes representaciones de la distribución espacial de los clusters de las réplicas sísmicas que forman la CAS más grande de: <b>a)</b> Northridge , <b>b)</b> Hector Mine y <b>c)</b> Landers. Los círculos con una cruz indican la posición del centroide en cada cluster .....	93-95
<b>Figura 5.1</b>	Representación esquemática del FBM clásico bidimensional. Las fibras paralelas están unidas en una red regular de tamaño $L \times L$ , sometidas a una fuerza externa $F$ , en dirección paralela a las fibras. La celda gris oscura muestra el elemento que ha fallado. La regla de transferencia de carga del Local Load Sharing, LLS, reparte la carga por igual entre las cuatro celdas adyacentes, representadas en gris claro (KUN <i>et al.</i> , 2000) .....	106
<b>Figura 5.2</b>	a) Función de densidad de probabilidad uniforme y b) Función de densidad de probabilidad distribución de Weibull, para $\rho=5$ (línea continua) y $\rho=10$ (línea de puntos). Donde $\sigma$ representa la variable independiente (PRADHAN <i>et al.</i> , 2008).....	108
<b>Figura 5.3</b>	<b>a)</b> Distribución del número esperado $D(\Delta)$ de avalanchas con tamaño $\Delta$ , en el esquema de transferencia ELS. La línea continua representa la ecuación 5.6, con un exponente $\zeta=5/2$ (KUN <i>et al.</i> , 2006b). <b>b)</b> Distribución $D(\Delta)$ obtenida para el esquema LLS , La línea continua sigue una ley potencial con $\Delta^{-5}$ y la línea punteada sigue una función exponencial, $\exp(-\Delta/\Delta_0)$ , con $\Delta_0=1.1$ (PRADHAN <i>et al.</i> , 2008) .....	109
<b>Figura 6.1</b>	Resultado de simulaciones numéricas para una red bidimensional de $N_0 = 12544$ celdas <b>a)</b> Número de réplicas sísmicas simuladas, $N_{af}$ , en función del parámetro de conservación de esfuerzo, $\pi$ , para los diferentes valores de $\rho$ . <b>b)</b> El número de réplicas sintéticas, $N_{af}$ , en función de $\pi$ , aumenta de acuerdo a una relación exponencial .....	123
<b>Figura 6.2</b>	a) Número total de avalanchas, $N_{AVL}$ , en función del parámetro $\pi$ , para simulaciones que utilizan una red bidimensional de $N_0 = 12544$ celdas. b) El valor de $N_{AVL}$	

	aumenta según una ley exponencial en función de $\pi$ cuando $\pi < 0.70$ .....	124
<b>Figura 6.3</b>	Número de avalanchas $n_{NAVAL}(\geq \Delta)$ , con un número de eventos mayor o igual que $\Delta$ . La línea discontinua representa el ajuste potencial para $\rho=30.0$ .....	125-126
<b>Figura 6.4</b>	<b>a)</b> Valor promedio del tamaño de avalancha $\langle \Delta \rangle$ . <b>b)</b> Tamaño de la avalancha más grande, $\Delta_{AVLmax}$ . <b>c)</b> Ajuste exponencial para combinaciones de $\pi$ y $\rho$ con un coeficiente de correlación, $r^2 > 0.9$ , para $\langle \Delta \rangle$ . <b>d)</b> Ajuste exponencial para el valor de $\Delta_{AVLmax}$ , para combinaciones de $\pi$ y $\rho$ con un coeficiente de correlación, $r^2 > 0.9$ .....	127
<b>Figura 6.5</b>	Comportamiento de la función log-likelihood $L(\theta)$ , RMS y los parámetros de la ley de OM ( $p$ , $c$ y $k$ ) en las series simuladas de réplicas. <b>a)</b> Comportamiento del estimador $L(\theta)$ , en función de $\pi$ para distintas combinaciones de $\rho$ . <b>b)</b> La bondad del ajuste se muestra con el RMS. <b>c), d) y e)</b> representan los tres parámetros de la ley OM ( $p$ , $c$ y $k$ ), en función de $\pi$ para distintas combinaciones de $\rho$ .....	128
<b>Figura 6.6</b>	Ajuste de las series simuladas de Leading Aftershocks, LA, a la ley OM. <b>a)</b> Comportamiento del estimador $L(\theta)$ en función de $\pi$ para distintas combinaciones $\rho$ . <b>b)</b> La bondad del ajuste de la ley OM se muestra mediante el RMS). <b>c), d) y e)</b> representan los tres parámetros de la ley OM ( $p$ , $c$ y $k$ ), en función de $\pi$ y distintas combinaciones de $\rho$ .....	130
<b>Figura 6.7</b>	Valor del exponente <b>a)</b> $b_1$ para $N_{CAS}(t)$ , <b>b)</b> $b_2$ para $N_{CAS}(t)$ , <b>c)</b> $\beta_1$ para $GR_{CAS}(t)$ y <b>d)</b> $\beta_2$ para $GR_{CAS}(t)$ .....	132
<b>Figura 6.8</b>	<b>a)</b> Tiempo crítico de las series simuladas $N_{CAS}(t)$ , $t_{cNCAS}$ , en función de $\rho$ , $\pi$ y <b>b)</b> tiempo crítico de las series $GR_{CAS}(t)$ , $t_{cGR}$ , en función de $\rho$ , $\pi$ .....	133
<b>Figura 6.9</b>	Tiempo $T_f$ y $T^*$ en dos series simuladas de réplicas. <b>a)</b> $\pi=0.50$ , $\rho=40.0$ , $\sqrt{N_0} = 180$ . <b>b)</b> $\pi=0.64$ , $\rho=50.0$ , $\sqrt{N_0} = 140$ .....	134
<b>Figura 6.10</b>	Número acumulado de réplicas simuladas y número	

	acumulado teórico dado por la de ley de MO. Las combinaciones de los parámetros $\pi$ y $\rho$ se encuentran en la tabla 6.1 .....	135-136
<b>Figura 6.11</b>	Evolución temporal del número de eventos avalancha que componen cada Avalancha. Cada gráfico representa las combinaciones de parámetros $\pi$ y $\rho$ de la Tabla 6.1 .....	137-138
<b>Figura 6.12</b>	Ajuste de la ley de Omori para las series simuladas de LA. Cada letra cursiva corresponde a las combinaciones de $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ que se muestran en la tabla 6.2 .....	139-140
<b>Figura 6.13</b>	Número de elementos por CAS en función del tiempo $t$ , $N_{CAS}(t)$ , para diferentes combinaciones de parámetros $\pi$ , $\rho$ y $\sqrt{N_0}$ (tabla 6.1) .....	141-142
<b>Figura 6.14</b>	Comportamiento de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo para diferentes simulaciones con parámetros $\pi$ , $\rho$ y $\sqrt{N_0}$ (tabla 6.1). El valor de los exponentes $\beta_1$ y $\beta_2$ de cada ley potencial y el tiempo crítico, $t_{cGR}$ , se muestran en la tabla 6.3 .....	143-144
<b>Figura 6.15</b>	Comparación entre el número acumulado de réplicas simuladas y el número acumulado teórico. Cada gráfico se obtiene de las combinaciones $\pi$ y $\rho$ de la tabla 6.4 .....	145-146
<b>Figura 6.16</b>	Evolución temporal del número de eventos que componen cada Avalancha. Las gráficas corresponden a las combinaciones: <b>a)</b> $\pi=0.55$ y $\rho=40.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.66$ y $\rho=40.0$ , <b>c)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ <b>d)</b> $\pi=0.70$ y $\rho=30.0$ .....	147
<b>Figura 6.17</b>	Ajuste de la ley de MO al número acumulado de LA de algunas series simuladas de Hector Mine <b>a)</b> $\pi=0.55$ y $\rho=40.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.66$ y $\rho=40.0$ , <b>c)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ <b>d)</b> $\pi=0.70$ y $\rho=30.0$ .....	148
<b>Figura 6.18</b>	Comportamiento de la serie $N_{CAS}(t)$ , para algunas combinaciones de parámetros $\pi$ y $\rho$ : <b>a)</b> $\pi=0.55$ y $\rho=40.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.62$ y $\rho=30.0$ , <b>c)</b> $\pi=0.66$ y $\rho=40.0$ , <b>d)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ , <b>e)</b> $\pi=0.70$ y $\rho=30.0$ , <b>f)</b> $\pi=0.71$ y $\rho=30.0$ .....	150

<b>Figura 6.19</b>	Tasa de generación de cada CAS en función del tiempo en la que se produce, $GR_{CAS}(t)$ . <b>a)</b> $\pi=0.55$ y $\rho=40.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.62$ y $\rho=30.0$ , <b>c)</b> $\pi=0.66$ y $\rho=40.0$ , <b>d)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ , <b>e)</b> $\pi=0.70$ y $\rho=30.0$ , <b>f)</b> $\pi=0.71$ y $\rho=30.0$ .....	151
<b>Figura 6.20</b>	Tres ejemplos de la comparación entre el número acumulado de réplicas simuladas y el número teórico acumulado. <b>a)</b> $\pi=0.64$ y $\rho=50.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.67$ y $\rho=50.0$ , <b>c)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ .....	152
<b>Figura 6.21</b>	Ejemplo del ajuste de la ley de OM al número acumulado de LA para dos series simuladas de Landers, <b>a)</b> $\pi=0.67$ y $\rho=50.0$ , <b>b)</b> $\pi=0.68$ y $\rho=50.0$ .....	153
<b>Figura 6.22</b>	Dos ejemplos de la serie $N_{CAS}(t)$ y $GR_{CAS}(t)$ para las combinaciones de parámetros $\pi$ y $\rho$ : <b>a)-b)</b> $\pi=0.64$ y $\rho=50.0$ , <b>c)-d)</b> $\pi=0.67$ y $\rho=50.0$ (tabla 6.9) .....	154
<b>Figura 6.23</b>	Series simuladas de los componentes estocásticos del número de elementos por CAS, $N_{CASDT}(t)$ .....	156
<b>Figura 6.24</b>	Análisis de rango reescalado, R/S, para las tres series simuladas de <b>a)</b> $N_{CAS}(t)$ y <b>b)</b> $N_{CASDT}(t)$ .....	156-157
<b>Figura 6.25</b>	Análisis del semivariograma de las tres series de $N_{CASDT}(t)$ .....	157
<b>Figura 6.26</b>	Diagrama L-Skewnees, $\tau_3$ , y L-Kurtosis, $\tau_4$ .....	159
<b>Figura 6.27</b>	Función de distribución de probabilidad acumulada para las series simuladas de $N_{CAS}(t)$ : <b>a)</b> Northridge, <b>b)</b> Hector Mine y <b>c)</b> Landers. Los indican los datos de la serie simulada $N_{CAS}(t)$ . La línea negra continua indica la función de probabilidad teórica GLO. Los símbolos negros indican las bandas de incertidumbre de Kolmogorov-Smirnoff .....	159
<b>Figura 6.28</b>	Ejemplo de la evolución temporal de los parámetros estadísticos del mapa de esfuerzos en una red bidimensional de tamaño lineal $\sqrt{N_0} = 111$ y una combinación de $\rho=40$ y $\pi=0.67$ . <b>a)</b> valor promedio del mapa de esfuerzo. <b>b)</b> desviación estándar. <b>c)</b> asimetría. <b>d)</b> curtosis .....	162
<b>Figura 6.29</b>	Comportamiento temporal de las cuatro variables estadísticas	

	del mapa de esfuerzo (Ec.6.1-6.4) .....	164-165
<b>Figura 6.30</b>	Evolución temporal del número acumulado de eventos Normales y Avalancha durante las simulaciones numéricas ....	167
<b>Figura 6.31</b>	Ejemplo de la tasa de generación algunas avalanchas de la serie simulada de Landers .....	168
<b>Figura 6.32</b>	Tasa de generación de cada avalancha en función del tiempo en el que se produce, $GR_{AVAL}(t)$ .....	168-169
<b>Figura 6.33</b>	Comparación entre el comportamiento temporal de la tasa de generación de las cascades, $GR_{CAS}(t)$ , y de las avalanchas, $GR_{AVAL}(t)$ .....	169-170
<b>Figura 7.1</b>	Dos ejemplos de una distribución de 27 segmentos en los que se conservan 8 muestras. Los segmentos blancos representan los espacios (gaps). La figura <b>a)</b> Implica una lacunaridad casi cero, y <b>b)</b> una gran lacunaridad (TURCOTTE, 1997) .....	178
<b>Figura 7.2</b>	Ejemplo del proceso de recuento de las $s$ muestras que igualan o sobrepasan el valor umbral asignado .....	179
<b>Figura 7.3</b>	<b>a)</b> Evolución de una serie de tiempo $\{x_t\}$ . <b>b)</b> Espacio de fase en una dimensión de inserción $m=2$ .....	181
<b>Figura 7.4</b>	Evolución temporal de algunas series de $\Delta$ .....	190-191
<b>Figura 7.5</b>	Análisis de de rango reescalado para algunas series de $\Delta$ .....	191-192
<b>Figura 7.6</b>	Algunos ejemplos de semivariograma de las series de $\Delta$ .....	193-194
<b>Figura 7.7</b>	Densidad del espectro de potencia en función del periodo. Valor promedio (círculos), ajuste potencial (línea verde), ruido blanco (línea azul), ruido rojo Markoviano (línea roja) y nivel de significación del 95% (línea discontinua roja) .....	195-196
<b>Figura 7.8</b>	Curvas de lacunaridad para diferentes valores umbrales de $\Delta$ i magnitud .....	198-199
<b>Figura 7.9</b>	Lacunaridad básica, $L(r=1)$ , en función del valor umbral para	

	las series de $\Delta$ .....	199-200
<b>Figura 7.10</b>	<b>a)</b> Curvas de la función de Correlación, $C(r)$ . <b>b)</b> Evolución de la dimensión de correlación $\mu(m)$ y <b>c)</b> comportamiento de la entropía de Kolmogorov, en función de la dimensión de reconstrucción $m$ , para distintos valores umbrales de magnitud .....	201-205
<b>Figura 7.11</b>	Evolución de los tres primeros exponentes de Lyapunov, $\lambda_1$ , $\lambda_2$ y $\lambda_3$ , en función de la dimensión de reconstrucción, y según el número de iteraciones, para las tres series de $\Delta$ y distintas magnitudes umbrales .....	206-208
<b>Figura 7.12</b>	Diagrama de L-momentos. Se representan los valores de $\tau_3$ y $\tau_4$ de las series de $\Delta$ de Northridge (círculos), Hector Mine (triángulos) y Landers (rombos), para distintas magnitudes umbral. Se muestran también algunas funciones de probabilidad acumulada teóricas .....	210
<b>Figura 7.13</b>	Comparación entre las funciones de distribución acumulada empíricas (series de $\Delta$ ) y teóricas (GPA), para distintas magnitudes umbrales .....	212-213
<b>Figura 7.14</b>	Ajuste potencial de la función de distribución acumulada de las series de $\Delta$ .....	2.14
<b>Figura 7.15</b>	Comportamiento temporal de las series de $\tau_{teo}$ y $\tau$ en función de la magnitud umbral .....	217-218
<b>Figura 7.16</b>	Análisis de de rango reescalado para las series de $\tau_{teo}$ .....	219-220
<b>Figura 7.17</b>	Análisis de R/S para las series de $\tau$ en función de la magnitud umbral, <b>a)</b> $M > 2.0$ , <b>b)</b> $M > 2.5$ , <b>c)</b> $M > 3.0$ , <b>d)</b> $M > 3.5$ , <b>e)</b> $M > 4.0$ .....	220-222
<b>Figura 7.18</b>	Semivariogramas de las series de $\tau$ con un número de elementos $N > 1000$ , y de las series de $\tau_{teo}$ .....	225-226
<b>Figura 7.19</b>	Curvas de Lacunaridad, $L(r)$ , y lacunaridad básica, $L(1)$ , para distintos valores umbrales: <b>a)</b> para las series de $\tau_{teo}$ y <b>b)</b> para las series de $\tau$ .....	228-231

<b>Figura 7.20</b>	Curvas de la función de correlación, $C(r)$ , de las series de $\tau_{teo}$ y $\tau$ , para algunas dimensiones de reconstrucción, $m$ .....	230-231
<b>Figura 7.21</b>	Dimensión de correlación, $\mu(m)$ , y ordenada en el origen, $\alpha(m)$ , en función de la dimensión de reconstrucción para las series de $\tau_{teo}$ .....	234
<b>Figura 7.22</b>	Evolución de la dimensión de correlación, $\mu(m)$ , en función de $m$ , para las series de $\tau$ .....	234-235
<b>Figura 7.23</b>	Evolución de $\alpha(m)$ en función de $m$ , y entropía de Kolmogorov de las series de $\tau$ .....	236-237





## Lista de tablas

<b>Tabla 2.1</b>	Sismos significativos de California que ocurrieron de 1812 a 1999, con una magnitud $M \geq 6$ .....	17
<b>Tabla 2.2</b>	Longitud, <b>Lon</b> , latitud, <b>Lat</b> , y profundidad del hipocentro, <b>P<sub>h</sub></b> , para las tres crisis sísmicas analizadas, Landers (LND), Hector Mine (HM) y Northridge (NOR). También se indica el número de réplicas sísmicas, <b>N</b> , el área de cada crisis sísmica, <b>A</b> , la duración temporal <b>T</b> , el parámetro <b>b</b> de la ley de GR y la magnitud mínima considerada <b>M<sub>min</sub></b> .....	33
<b>Tabla 3.1</b>	Valores de la dimensión fractal <b>D<sub>0</sub></b> , que se obtienen mediante método de recuento de cajas .....	44
<b>Tabla 3.2</b>	Valor de los parámetros de la ley de OM, RMS y función log-likelihood para las tres series de réplicas sísmicas .....	57
<b>Tabla 3.3</b>	Número de LA, número de elementos que forman las CAS, la proporción entre ambas $\frac{\text{Num.LA}}{\text{Num.Elem.CAS}}$ , y el valor del parámetro <b>b</b> de la ley de GR, de los LA, <b>b<sub>LA</sub></b> , y de los elementos de CAS, <b>b<sub>CAS</sub></b> .....	60
<b>Tabla 3.4</b>	Valor de los parámetros de la ley de OM que se obtienen mediante el EMV para las tres series de LA, número de elementos de las series de LA, valor del RMS y función log-likelihood, <b>L(θ)</b> .....	62
<b>Tabla 4.1</b>	Número de CAS en cada serie de réplicas sísmicas (LND, HM y NOR). Los coeficientes <b>b<sub>1</sub></b> y <b>b<sub>2</sub></b> , corresponden a los dos ajustes potenciales de la figura 4.1. La intersección de estos ajustes es el tiempo crítico de la serie <b>NCAS(t)</b> , <b>t<sub>cNC</sub></b> .....	65
<b>Tabla 4.2</b>	Resultados del ajuste potencial de la serie de <b>GR(t)</b> . El valor de los exponentes de las dos leyes potenciales (o una), <b>β<sub>1</sub></b> y <b>β<sub>2</sub></b> , el número de elementos, <b>N<sub>GR</sub></b> , que tiene la serie <b>GR(t)</b> , y el tiempo <b>t<sub>cGR</sub></b> , para el que se observa el cambio de tendencia .....	69
<b>Tabla 4.3</b>	Valores de <b>t<sub>3</sub></b> y <b>t<sub>4</sub></b> de las series de <b>NCAS(t)</b> (LND, HM y NOR) obtenidos mediante la formulación de los L-momentos y	

	parámetros de localización, forma y escala que definen la función GLO o la PE3 .....	78
<b>Tabla 4.4</b>	Valor del exponente de Hausdorff $H_a$ obtenidos para las series originales y para las series sin tendencia .....	87
<b>Tabla 4.5</b>	Valor del exponente de Hurst, $H$ obtenidos para las series originales y para las series sin tendencia, y coeficiente de correlación, $r^2$ .....	88
<b>Tabla 4.6</b>	Número de réplicas sísmicas que forman la CAS más numerosa de cada serie ( $N_{max}$ ) y valor del parámetro $b$ de la ley de GR .....	89
<b>Tabla 6.1</b>	Valor de los parámetros de la ley de MO ( $p$ , $c$ y $k$ ) para las simulaciones que mejor reproducen la serie de réplicas sísmicas de Northridge. Las distintas combinaciones que se utilizan de $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ se listan en la tabla. El número de réplicas simuladas en cada serie, $N$ , se consideran desde el inicio del proceso $T_i=0$ , hasta un tiempo adimensional $T^*$ . Valor de la función log-likelihood $L(\theta)$ y el RMS de cada ajuste de la ley de MO .....	135
<b>Tabla 6.2</b>	Valor de los tres parámetros de la ley de OM ( $p$ , $c$ y $k$ ), la función log-likelihood $L(\theta)$ , el número de LA, $N_{LA}$ , y el RMS del ajuste de la ley de OM a cada serie simulada de LA .....	139
<b>Tabla 6.3</b>	Valor de los exponentes $b_1$ , $b_2$ de los dos ajustes potenciales de las series sintéticas de $N_{CAS}(t)$ y el tiempo crítico $t_{cNC}$ . Número total de CAS, $N_{CAS}$ . Valor de los exponentes $\beta_1$ , $\beta_2$ del doble ajuste potencial para la serie $GR_{CAS}(t)$ , y el tiempo crítico, $t_{cGR}$ . Número de CAS de la serie GR, $N_{GR}$ . Cada serie sintética se genera con una combinación distinta de parámetros $\pi$ , $\rho$ y $\sqrt{N_0}$ .....	144
<b>Tabla 6.4</b>	Valor de los coeficientes de la ley de OM, $p$ , $c$ y $k$ , para diferentes simulaciones numéricas que reproducen la serie de réplicas sísmicas de Hector Mine. Valor de la función log-likelihood $L(\theta)$ y el RMS que se obtiene en cada ajuste .....	145
<b>Tabla 6.5</b>	Valor de los tres parámetros de la ley de MO ( $c$ , $p$ y $k$ ). Función log-likelihood $L(\theta)$ y RMS del ajuste de la ley de MO y el número de LA, $N_{LA}$ , de cada serie simulada .....	148
<b>Tabla 6.6</b>	Exponentes $b_1$ y $b_2$ de las series simuladas de $N_{CAS}(t)$ de Hector Mine, y el tiempo crítico, $t_{cNC}$ . Número total de CAS, $N_{CAS}$ . Valor de los exponentes $\beta_1$ y $\beta_2$ para la serie de $GR_{CAS}(t)$ y tiempo crítico $t_{cGR}$ . Número de elementos de la serie $GR_{CAS}(t)$ , $N_{GR}$ .....	149

<b>Tabla 6.7</b>	Parámetros de la ley de MO, $\mathbf{p}$ , $\mathbf{c}$ y $\mathbf{k}$ , para diferentes combinaciones $\boldsymbol{\pi}$ , $\boldsymbol{\rho}$ y $\mathbf{N}_0$ del modelo FBMdp. Número de réplicas simuladas en cada serie, $\mathbf{N}$ . Función log-likelihood $L(\theta)$ y el RMS del ajuste de MO a cada serie simulada .....	152
<b>Tabla 6.8</b>	Valor de los tres parámetros de la ley de OM ( $\mathbf{p}$ , $\mathbf{c}$ y $\mathbf{k}$ ), la función log-likelihood $L(\theta)$ , el RMS y el número de LA, $\mathbf{N}_{LA}$ , en cada serie simulada .....	153
<b>Tabla 6.9</b>	Exponentes $\mathbf{b}_1$ y $\mathbf{b}_2$ de las series simuladas de $N_{CAS}(t)$ de Hector Mine, y el tiempo crítico, $t_{cNC}$ . Número total de CAS, $\mathbf{N}_{CAS}$ . Valor de los exponentes $\beta_1$ y $\beta_2$ para la serie de $GR_{CAS}(t)$ y tiempo crítico $t_{cGR}$ . Número de elementos de la serie $GR_{CAS}(t)$ , $\mathbf{N}_{GR}$ .....	154
<b>Tabla 6.10</b>	Exponente de Hurst, H para las series simuladas $N_{CAS}(t)$ y $N_{CASDT}(t)$ . El exponente de Hausdorff, $H_a$ , de la serie $N_{CASDT}(t)$ y el valor de $\beta$ que se infiere de la ecuación 4.48 .....	158
<b>Tabla 6.11</b>	Valor de los momentos-L, $\tau_3$ y $\tau_4$ . Los parámetros $\xi$ , $\alpha$ y $\kappa$ , se refieren a la localización, la escala y la forma de la función de distribución acumulado GLO, respectivamente .....	160
<b>Tabla 6.12</b>	Tiempos críticos $t_{cVP}$ y $t_{cSkew}$ , y diferencias (Ec. 6.5-6.8) que existen con relación a $t_{cNC}$ y $t_{cGR}$ , para las tres series simuladas .....	163
<b>Tabla 6.13</b>	Número de eventos Normales y eventos Avalancha que se asignan a los Leading Aftershocks, LA, y a los elementos de Cascades, CAS .....	166
<b>Tabla 6.14</b>	Valor de los dos exponentes, $\beta_{1AV}$ y $\beta_{2AV}$ , que presentan los ajustes potenciales que se aplican a la serie $GR_{AVAL}(t)$ . Y valor del tiempo crítico, $t_{GRaval}$ , para las tres series simuladas .....	169
<b>Tabla 7.1</b>	Series de réplicas sísmicas, magnitud mínima que se considera y número de elementos que las constituyen .....	190
<b>Tabla 7.2</b>	Valor del exponente de H para las series de $\Delta$ que se enlistan en la tabla 7.1 .....	193
<b>Tabla 7.3</b>	Valor de los exponentes de $H_a$ , $\beta$ y $\beta_{te0}$ que se obtienen para las series de $\Delta$ .....	197
<b>Tabla 7.4</b>	Valor de los exponentes de $\mu^*$ , $d_E$ , y $\kappa$ que se obtienen para las series de $\Delta$ .....	205
<b>Tabla 7.5</b>	Valor de los exponentes de Lyapunov $\lambda_1, \lambda_2$ y $D_{KY}$ , para las tres	

	series de $\Delta$ y distintas magnitudes umbrales .....	209
<b>Tabla 7.6</b>	Valores empíricos $l_1$ , $l_2$ , $\tau_3$ y $\tau_4$ , valores de los parámetros de la distribución GPA ( $\kappa$ , $\alpha$ y $\xi$ ) e intervalo en el que la función de distribución acumulada teórica es válida .....	211
<b>Tabla 7.7</b>	Valor de los parámetros de la ley de OM ( $c$ , $p$ y $K$ ) para diferentes valores de la magnitud umbral, RMS y valor del Log-likelihood .....	216
<b>Tabla 7.8</b>	Resultados del análisis de R/S que se aplica a las series de $\tau$ (Fig. 7.17) .....	223
<b>Tabla 7.9</b>	Algunas características estadísticas de las series de $\tau$ y $\tau_{teo}$ y valores considerados para la construcción de algunas curvas de lacunaridad .....	227
<b>Tabla 7.10</b>	Valor de $\mu^*$ , dimensión de embedding $d_E$ , y entropía de Kolmogorov, $\kappa$ , para las series de $\tau$ y $\tau_{teo}$ .....	237

# **Introducción**



# 1 Introducción

## 1.1 Introducción

La secuencia de sismos que se producen después de un terremoto de magnitud elevada (sismo principal), y cercanos a éste en el tiempo y en el espacio, se la conoce como réplicas sísmicas. La generación de estos sismos de menor magnitud se encuentra relacionada con el cambio en el esfuerzo tectónico que produce el deslizamiento repentino de las fallas donde se localiza el sismo principal. El complejo sistema de fallas que se encuentra cercano a la zona de ruptura del sismo principal puede encontrarse en un estado crítico de ruptura. Cuando las fallas en estado crítico se ajustan a un nuevo equilibrio tectónico se produce el deslizamiento y la ruptura de nuevas fallas, las cuales ocasionan réplicas sísmicas. Las réplicas comienzan, por lo general, inmediatamente después del sismo principal y pueden continuar durante días, semanas, o meses, dependiendo de la magnitud del terremoto principal.

Las secuencias de réplicas sísmicas son una fuente importante de información sobre el estado y la dinámica de la corteza terrestre, ya que pueden proporcionar una explicación del proceso físico de la sismicidad, debido a que un gran número de sismos ocurren en un periodo de tiempo y en un espacio relativamente reducido.

Por lo tanto, la ocurrencia de las réplicas sísmicas es el resultado de la compleja dinámica no-lineal que existe en la parte frágil de la corteza terrestre (la litosfera). Esta dinámica es una combinación de diferentes procesos que tienen lugar en un medio altamente heterogéneo, cuyas fracturas se caracterizan por tener dimensiones dentro de un amplio rango de escalas.

Además, las réplicas satisfacen varias leyes empíricas, como la de Gutenberg-Richter para la relación frecuencia-magnitud sísmica, la ley de Omori Modificada, OM (*Modified Omori*), que establece que la tasa de las réplicas después de un sismo principal decae hiperbólicamente con el tiempo, y la ley de Bath que relaciona la diferencia entre la magnitud del sismo principal y la réplica sísmica más grande.

Así mismo, el amplio rango de escalas temporal y espacial se refleja en algunas características, como en la estadística fractal que presentan tanto los sistemas de fallas como la localización espacial de los epicentros.

Existen regiones en la Tierra en las que se producen sismos de gran magnitud con una mayor frecuencia, como en el caso del Sur de California, la cual es una región altamente sísmica debido al movimiento transcurrente entre la placa tectónica del Pacífico y la de Norteamérica, a lo largo de la falla de San Andreas. Además la red sísmica del Sur de California, SCSN (*Southern California Seismic Network*), tiene una gran cantidad de estaciones que monitorizan desde la sismicidad de fondo hasta los movimientos más intensos de la Tierra. Debido a esto, los catálogos sísmicos de esta región son muy completos, precisos y presentan una alta calidad, lo que permite investigaciones y análisis detallados de la sismicidad.

## **1.2 Objetivos y contenidos del trabajo**

En esta tesis se estudia el comportamiento, desde el punto de vista estadístico y fractal, de tres series de réplicas sísmicas que se produjeron en el Sur de California después de los terremotos de Landers (1992,  $M_w=7.3^1$ ), Northridge (1994,  $M_w=6.7^1$ ) y Hector Mine (1999,  $M_w=7.1^1$ ).

Algunos de los análisis preliminares que se realizan con las tres secuencias de réplicas son, por ejemplo, comprobar su ajuste a las leyes de Gutenberg-Richter, Omori Modificada y de Bath, o analizar si la distribución de los epicentros e hipocentros de las réplicas sísmicas sigue una distribución fractal.

### **1.2.1 Objetivos**

A continuación se resumen y listan los objetivos principales que se pretenden conseguir en esta tesis:



1. Tras realizar el análisis preliminar, se observa que las secuencias de réplicas sísmicas no obedecen de forma estricta la ley de OM. Es por esto que se pretende aplicar y comprobar la hipótesis que proponen CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), en la que describen las series de réplicas sísmicas como una superposición de dos procesos de relajación dinámica del esfuerzo tectónico. Uno de los procesos describe la relajación de largo alcance temporal, el cual se ajusta a la ley de OM. Las réplicas sísmicas que satisfacen estrictamente este proceso se denominan *Leading Aftershocks* (LA). El segundo proceso considera un gran número de episodios de corta duración, los cuales muestran una liberación repentina de esfuerzos, y se les denomina *Cascades* (CAS). El algoritmo que se aplicará para separar las réplicas sísmicas en estas dos categorías se basa en el intervalo de tiempo entre réplicas.

Por lo tanto, de forma similar a la secuencia de réplicas que analizan CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), se estudia el comportamiento estadístico de las series de LA y CAS para las tres secuencias de réplicas sísmicas de Landers, Northridge y Hector Mine. En comparación con los dos trabajos citados, en el presente estudio es posible mejorar y ampliar las técnicas estadísticas y fractales debido al gran número de elementos bien registrados que tiene cada serie de réplicas.

Los análisis que se realizan son:

- Verificar la ley de Gutenberg-Richter tanto para las series de LA, como para todos los elementos que pertenecen a las CAS.
- Comprobar la mejora del ajuste de la ley de Omori Modificada para las secuencias de LA.
- Analizar el ritmo de generación de cada CAS en función del tiempo transcurrido desde el sismo principal.
- Estudiar la distribución espacial de las CAS que se caractericen por un número elevado de elementos.
- Realizar un análisis de la evolución temporal del número de réplicas sísmicas que tiene cada CAS,  $N_{CAS}(t)$ .
- Aplicar la formulación de los momentos-L para averiguar la función de distribución de probabilidad teórica que mejor describe a las series de  $N_{CAS}(t)$ .
- Estudiar el comportamiento fractal de la serie  $N_{CAS}(t)$  mediante el análisis de rango reescalado y el cálculo del exponente de Hurst, así como la caracterización de esta serie como un fractal auto-afín en función del exponente de Hausdorff.

2. Se estudia el mecanismo físico de la sismicidad mediante el concepto de la auto-organización crítica, SOC (*Self-organized criticality*). Para este objetivo se utiliza una versión del modelo del *Fiber Bundle* que proponen MORENO *et al.* (2001), FBMdp, para reproducir el comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas analizadas.

El FBM es un modelo de fractura estocástico que describe el proceso de ruptura de los materiales heterogéneos, ya previamente fracturados, sometidos a esfuerzo (VAZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999). Todas las versiones del FBM presentan tres componentes básicos: un conjunto discreto de  $N$  elementos localizados en una red  $d$ -dimensional; una distribución de probabilidad para la ruptura de los elementos individuales, que por lo general es la distribución de Weibull; y una regla de transferencia de carga (o esfuerzo), que determina como se distribuye el esfuerzo del elemento que ha fallado hacia los demás elementos del sistema.

A través de un gran número de simulaciones se han detectado tres parámetros claves del modelo del FBMdp que controlan la evolución de las series de réplicas sísmicas simuladas. Estos parámetros son el número de elementos de la red,  $N$ , el exponente de Weibull,  $\rho$ , y la fracción de carga que se conserva en el sistema y que, por tanto, se transfiere a los demás elementos,  $\pi$ .

3. Igual que en otros campos de las Ciencias de la Tierra, los conceptos fractales se utilizan para comprender e interpretar mejor las leyes físicas que gobiernan el proceso complejo de la sismicidad. En particular, en esta tesis se utilizan para analizar las series de tiempo de espera,  $\tau$ , y de distancias,  $\Delta$ , entre réplicas sísmicas consecutivas. Por tanto, se plantea el objetivo de cuantificar el grado de complejidad, el posible comportamiento caótico y la inestabilidad predictiva de los sistemas dinámicos que gobiernan la evolución de las series de  $\Delta$  y  $\tau$ . En particular, los resultados que se obtienen del análisis fractal de las series de  $\tau$  nos permite confirmar la aparición del fenómeno de las CAS mediante la comparación con series teóricas que obedecen de forma estricta la ley de OM.

### **1.2.2 Estructura de la Tesis**

La estructura general de la presente memoria se puede dividir en cuatro partes. La primera de ellas es de carácter introductorio, ya que se realiza el planteamiento del estudio y se establecen los objetivos globales de la tesis (capítulo 1). Además se

presentan los conceptos básicos del marco sismo-tectónico del Sur de California y se describen las características principales de las tres series de réplicas sísmicas (capítulo 2).

La segunda parte desarrolla la metodología y los resultados que se pretenden alcanzar con el objetivo 1. Es decir, en el capítulo 3 se presenta la base teórica de la ley de OM, así como las evidencias experimentales que llevan a considerar la hipótesis de separación de los LA y las CAS. En este capítulo también se muestran los resultados del análisis que se realiza a los LA. El capítulo 4 se dedica a presentar las características más destacables que se encuentran en las CAS. Además se presentan algunas técnicas de análisis estadístico y fractal como, el análisis de rango reescalado, la formulación de los momentos-L o el análisis de semivariogramas. También se detallan los resultados que se obtienen al aplicar estos análisis al estudio de las CAS.

La tercera parte desarrolla el objetivo 2. En el capítulo 5 se expone el marco teórico del modelo del FBM, y se presenta la modificación que proponen MORENO *et al.* (2001) para poder aplicar este modelo a la descripción de las réplicas sísmicas. El capítulo 6 se dedica a presentar los resultados de las simulaciones numéricas que se obtienen de la versión modificada del FBM (FBMdp), así como el análisis detallado de las similitudes y diferencias que tienen las series simuladas con las tres series de réplicas sísmicas reales.

La cuarta y última parte desarrolla el objetivo 3, por lo que se realiza un análisis fractal a las series de tiempo,  $\tau$ , y de distancias,  $\Delta$ , entre réplicas sísmicas consecutivas. El capítulo 7 presenta el marco teórico de algunas técnicas fractales que aún no habían sido utilizadas en otros capítulos, principalmente las basadas en el teorema de reconstrucción, así como los resultados y conclusiones que se obtienen de este análisis.

Para finalizar, el capítulo 8 presenta un breve resumen, en el que se exponen las conclusiones generales que se desprenden de esta investigación y los resultados más destacados. Se citan también posibles líneas de investigación que en el futuro podrían conducir a profundizar en el conocimiento de la sismicidad, tanto del Sur de California como de otras regiones de la Tierra, desde el punto de vista de un fenómeno no-lineal complejo.



## 2 Marco sismotectónico

### 2.1 Introducción

Gran parte de nuestro conocimiento actual sobre la estructura y la composición del interior de la Tierra deriva de la Sismología, la cual es una ciencia que estudia los terremotos y los procesos tectónicos que los causan. Hace casi dos mil años (132 A.D.) el científico chino Chang Heng inventó el primer *sismómetro*, un instrumento primitivo pero ingenioso, que registraba la llegada de las ondas sísmicas y era capaz de inferir la dirección de la que provenían (LOWRIE, 1997).

El establecimiento progresivo de estaciones sísmicas, a partir del año 1900, ha proporcionado evidencias de que la Tierra es un planeta dinámico en constante evolución. En la década de 1960 tiene lugar una revolución en las ciencias de la Tierra con la formulación de la teoría de la tectónica de placas, que confirmaría la hipótesis de la deriva continental formulada por Wegener en 1912. Los terremotos son la consecuencia de la dinámica de las placas litosféricas. Todos los movimientos sísmicos, grandes o pequeños, se producen por el movimiento y la ruptura de las rocas a lo largo de las fallas de la Tierra. REID (1911) propone un modelo que explica el origen de los terremotos, el cual se conoce como “rebote elástico”. Este modelo supone que en las fallas, los bloques adyacentes se encuentran en reposo. Sin embargo, estos acumulan deformación a causa del movimiento de las placas. Este proceso de deformación continuará en tanto que las rocas de la zona de contacto puedan comportarse elásticamente. Cuando estas rocas no soporten más deformación se romperán, permitiendo que los bloques a ambos lados de la falla se deslicen (“reboten”) repentinamente hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio. Cuando esto ocurre, la energía elástica almacenada durante el periodo de deformación se libera y se propaga en todas las direcciones bajo la forma de ondas elásticas. En la figura 2.1 se ilustra el modelo del “rebote elástico”.

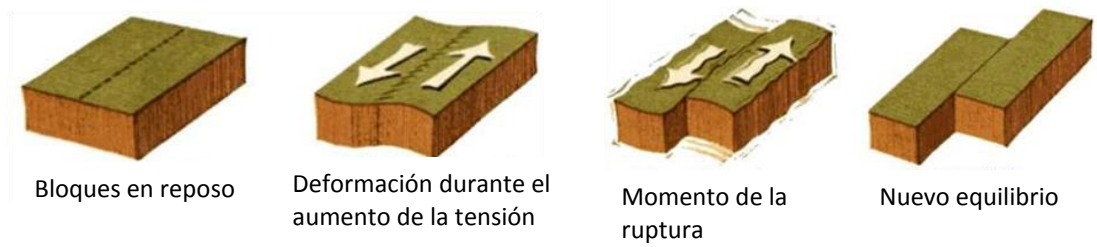


Fig. 2.1 Modelo de "rebote elástico", propuesto por REID (1911)

### 2.1.1 Teoría de la Tectónica de Placas

La teoría precursora de la tectónica de placas fue propuesta por WEGENER (1922), y se le conoce como "deriva continental". La tectónica de placas es una teoría que describe que la superficie de la Tierra se encuentra dividida en varias placas litosféricas, que se desplazan sobre la parte más externa del manto terrestre llamada astenosfera, a una velocidad media de 2.5 cm/año. El mecanismo del desplazamiento tiene su origen en la convección en el manto. Las placas litosféricas, o tectónicas, miden varios cientos o miles de kilómetros cuadrados de extensión y unos 80-100 km de espesor medio. Dado que la superficie de la Tierra es finita, las placas tectónicas interaccionan unas con otras a lo largo de sus límites. Esta interacción provoca grandes deformaciones en la corteza de la Tierra, lo cual explica, por ejemplo, la formación de las cadenas montañosas. Así mismo, la tectónica de placas ofrece una respuesta satisfactoria de por qué los terremotos se concentran por lo general en unas regiones concretas del planeta (WATSON, 1995). El movimiento entre las placas también trae como consecuencia la creación de volcanes (UGALDE, 2009). En la figura 2.2, se muestra el mapa de las principales placas tectónicas, los diferentes tipos de límites y un esquema de la estructura del interior de la Tierra.

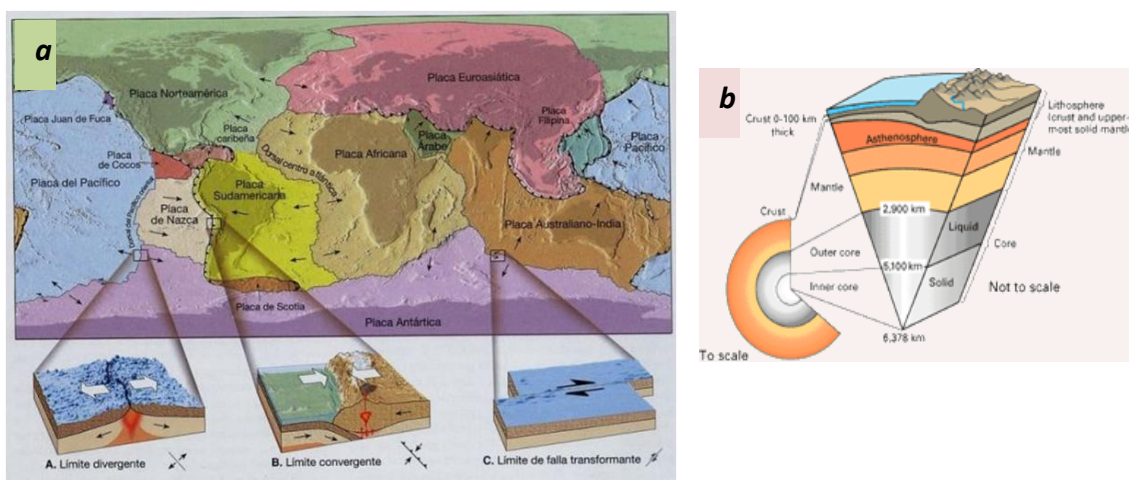


Fig. 2.2 **a)** Mapa de las principales placas tectónicas y los tres tipos de límites entre placas (HAMILTON, U.S. Geological Survey). **b)** Estructura interna de la Tierra.

Existen tres tipos de límites entre las placas tectónicas: divergente, convergente y de falla de transformación (figura 2.2). Los márgenes divergentes se forman cuando las corrientes de convección del manto llegan a la base de la litosfera. Esto provoca tensión y flujo de calor que originan que la litosfera se debilite y se rompa, por lo que gradualmente se separan ambos lados de la falla. El espacio de separación entre las dos placas se rellena con material fundido del interior de la Tierra (magma), que se solidifica al llegar a la superficie. Este proceso es el responsable de la creación de nueva litosfera oceánica, y generador de cadenas volcánicas submarinas, denominadas dorsales oceánicas. En esta región el nivel de actividad sísmica es elevado pero de magnitud moderada y los terremotos son poco profundos.

Los márgenes convergentes se divide en dos clases: las zonas de subducción y las zonas de colisión. A medida que la placa oceánica se aleja de la dorsal, se enfría gradualmente. Cuando convergen dos placas oceánicas, una de ellas se hunde bajo la otra y la subducción crea arcos de islas volcánicas, como el archipiélago de las Filipinas. Cuando convergen una placa oceánica y una placa continental, la primera al tener mayor densidad se hunde debajo de la segunda. En el borde de la placa continental se origina una cadena montañosa, usualmente acompañada de volcanes (por ejemplo, los Andes). Los sismos en estas zonas suelen ser de magnitud elevada y se generan a profundidades focales superficiales, intermedias y profundas. Se localizan a lo largo de planos inclinados, conocidos como zonas de Benioff, lo cual refleja la inclinación de la placa que se está hundiendo. En el caso de que dos placas continentales colisionen, al tener una densidad menor que la astenosfera, no existe subducción, y la colisión da

lugar a la formación de grandes cadenas montañosas como el Himalaya. En este caso la actividad sísmica superficial puede ser de gran magnitud.

Finalmente, los límites transcurrentes o de falla de transformación, se dan cuando las placas tectónicas se deslizan una con respecto de la otra. La mayor parte de las fallas de transformación se encuentran bajo el mar, pero es posible observar algunas en superficie, como la zona de fallas de San Andreas en California, cuya longitud alcanza los 1300 km. Los terremotos en las fallas de transformación son superficiales y de magnitud elevada.

Dependiendo del desplazamiento que presentan, las fallas se dividen en tres tipos fundamentales, que se ilustran en la figura 2.3: desplazamiento inverso, normal y de cizalla o desgarre (en dirección dextral o sinistral).

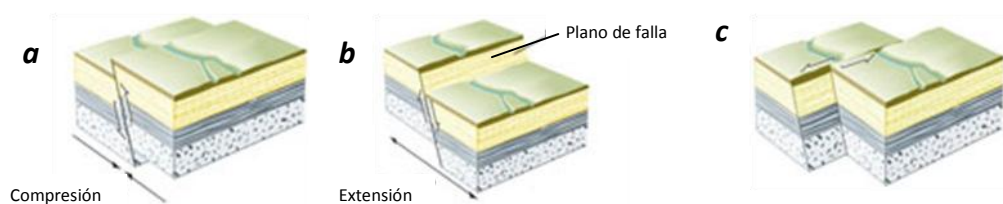


Fig. 2.3 Tipos fundamentales de fallas, **a)** falla inversa, **b)** falla normal y **c)** falla de desgarre o cizalla.

En una falla inversa el bloque que descansa sobre el plano de falla es el que se levanta, es decir, es el resultado de fuerzas de compresión (Fig. 2.3**a**). Las fallas de cabalgamiento son fallas inversas que tienen un ángulo del plano de ruptura menor de  $20^\circ$  con respecto a la horizontal. Una falla normal, es aquella en la que el bloque que se hunde descansa sobre el plano de falla (Fig. 2.3**b**). En las fallas de cizalla, el desplazamiento es lateral y no presenta hundimientos o levantamientos relativos (Fig. 2.3**c**). Si el bloque que está frente al observador se desplaza a la izquierda, se le llama sinistral; si por el contrario se desplaza a la derecha se le conoce como dextral (UGALDE, 2009).

## 2.2 Marco teórico



### 2.2.1 Marco sísmo-tectónico de la región del Sur de California

El Sur de California es una región con una gran actividad sísmica debido al movimiento lateral entre la placa tectónica del Pacífico (que se extiende al Occidente hasta Japón) y la placa tectónica de Norteamérica (que se extiende hacia el Oriente hasta Islandia). Este movimiento lateral se da a lo largo de la falla de San Andreas, la cual es la falla sísmogénica primaria de la zona (YAKOLEV *et al.*, 2006). La placa del Pacífico se desplaza hacia el NW a una velocidad de 5 cm/año, friccionando horizontalmente con la placa Norteamericana (LOWRIE, 1997). En la figura 2.4 se esquematiza la interacción entre la placa del Pacífico y la Norteamericana. Se puede observar que en el extremo Sur del Valle de San Joaquín y las montañas de San Bernardino, la falla de San Andreas muestra un giro hacia el Oeste (JONES y BENTHIEN, 2007). Este punto es conocido como el “gran recodo” y es donde la placa del Pacífico y la Norteamericana comprimen la corteza terrestre. Esta compresión da origen a las montañas del Sur de California y provoca que se acumulen grandes esfuerzos tectónicos.

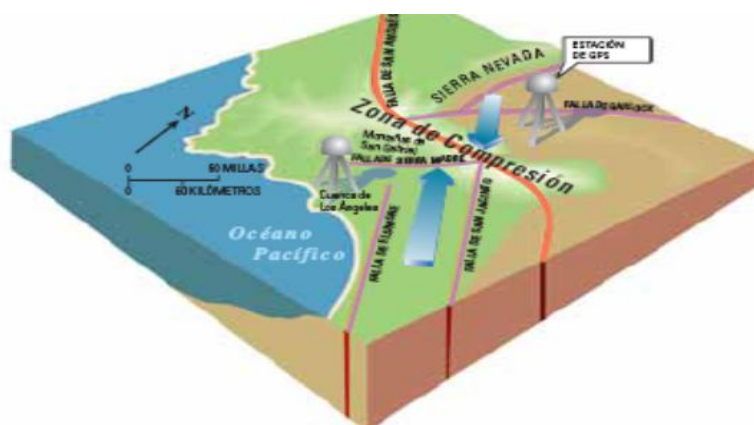


Fig. 2.4 Esquema del movimiento entre la placa tectónica del Pacífico y placa Norteamericana a lo largo de la falla de San Andreas.

En la región del Sur de California se observan cuatro fallas principales: San Andreas, San Jacinto, Elsinore e Imperial. El desplazamiento a lo largo de estas fallas es aproximadamente de 3.3 cm/año. En estas cuatro fallas ocurren cerca de la mitad de los temblores significativos que se registran en esta zona. La otra mitad de sismos que se producen en esta región ocurren por el movimiento de unas 300 fallas secundarias. Este gran número de fallas secundarias se concentran en las regiones cercanas a las montañas que se originan en la zona de compresión entre ambas placas, San Bernardino, San Gabriel y Santa Ynez. En la figura 2.5 se observa el modelo de

distribución de las fallas creado por la comunidad del Centro Sísmico del Sur de California, *SCEC (Southern California Earthquake Center)*. En esta figura, las fallas verticales, como la de San Andreas, se esquematizan con una línea delgada. Las fallas más oblicuas a la superficie de la tierra, se representan con líneas gruesas (JONES y BENTHIEN, 2007).

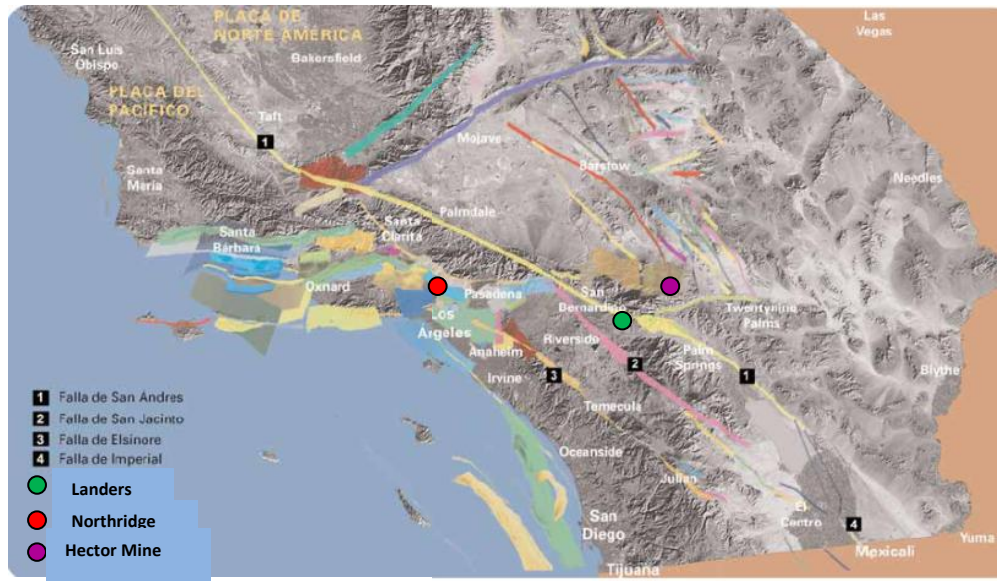


Fig. 2.5 Modelo de las fallas del Sur de California, creado por el Southern California Earthquake Center (SCEC). Las fallas verticales, como la de San Andreas, se esquematizan con una línea delgada. Las fallas más oblicuas, se representan con líneas más gruesas. Se muestran las cuatro fallas principales de la región y los tres epicentros de los sismos de Landers, Hector Mine y Northridge (JONES y BENTHIEN, 2007).

Otra región sísmica importante del Sur de California es la Zona de cizalla del Este de California, *ECSZ (Eastern California Shear Zone)*. La ECSZ es una región de deformación de 80km de ancho y 400km de largo, que atraviesa el Sur de California (HARDEBECK y HAUSSON, 2001; FRANKEL *et al.*, 2008). Las fallas de esta zona se distribuyen con tendencia NNW, dentro del valle de Owen y de la región del Death Valley. La velocidad de desplazamiento entre las placas tectónicas del Pacífico y de Norteamérica en esta zona es de 1.2 cm/año (SAUBER *et al.*, 1994). La ECSZ se caracteriza por una alta sismicidad y una acumulación de deformación tectónica elevada. La velocidad de deslizamiento de las fallas dentro de la ECSZ sugiere que el 15% del movimiento de ambas placas tectónicas ocurre en esta región (SCIENTISTS OF THE USGS *et al.*, 2000). En la figura 2.6 se muestra un esquema de la interacción y de la dirección de desplazamiento, de las fallas principales del Sur de California (2.6a) y de la región ECSZ

(2.6b). En la figura 2.6c se muestra los principales rasgos topográficos y las regiones sísmicas del Sur de California.

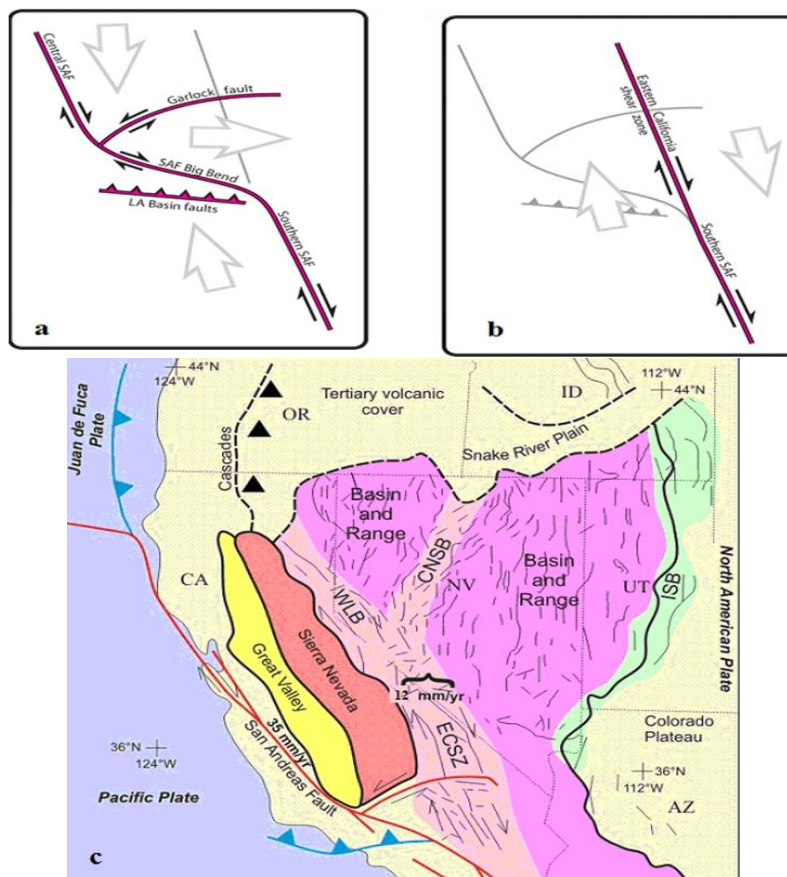


Fig. 2.6 **a)** Esquema de la interacción y dirección de desplazamiento entre algunas fallas principales del Sur de California. **b)** La región Eastern California Shear Zone, ECSZ. **c)** Se muestran algunos rasgos morfológicos del Sur de California y zonas sísmicas como el Cinturón Walker Lane, WLB, la región ECSZ, el Cinturón Sísmico de Nevada Central, CNSN, y el Cinturón Sísmico Intermountain, ISB (LEE et al., 2001).

El conocimiento de todas estas regiones sismotectónicas y de su interacción es importante, ya que permite establecer la fisiografía de la región y calcular el riesgo sísmico que existe en áreas habitadas del Sur de California.

### 2.2.1.1 Red sísmica del Sur de California, SCSN (Southern California Seismic Network).

Desde el año 1920 y bajo diferentes nombres, la red sísmica del Sur de California, SCSN, ha monitorizado los sismos que ocurren en esta región. La SCSN es un proyecto de cooperación entre el Instituto Tecnológico de California, CALTECH (California Institute of Technology), y el Servicio Geológico de EE.UU, USGS (U. S. Geological

Survey). Desde el año 1769 y hasta 1928 los catálogos históricos de la sismicidad del Sur de California otorgaban descripciones básicamente narrativas sobre los sismos ocurridos durante las exploraciones españolas. Por lo general no se ofrecían las coordenadas del epicentro o la magnitud de los terremotos. Antes del año 1849 la fuente de información son documentos de misiones católicas (TOPPOZAN y BRANUM, 2004). REAL *et al.* (1978) crearon un catálogo de los sismos ocurridos en el Sur de California de 1900 a 1975, en el que se mapearon unos 3600 sismos de magnitud  $M \geq 4$ . Este catálogo es esencialmente pre-instrumental para fechas anteriores al año 1932. A partir de 1932 y hasta el 1971, se creó la red sísmica del CALTECH. El número de estaciones sísmicas instrumentales aumentó de manera lenta, siendo incrementada después de algunos eventos sísmicos importantes, como los de Long Beach en 1934 ( $M_W$  6.4), Kern County en 1952 ( $M_W$  7.5) y San Fernando en 1971 ( $M_W$  6.6). Los datos de algunas estaciones se comenzaron a emitir por telemetría hacia el CALTECH a partir de 1966. Durante el periodo de 1972 a 1976 se unieron las redes sísmicas del CALTECH y del USGS. Esta época se conoció como la era de la telemetría analógica y se utilizaba la línea de teléfono terrestre para transmitir los datos sísmicos. A partir de 1977 y hasta 1990 los datos aún se transmitían mediante telemetría analógica, pero eran digitalizados en los laboratorios del CALTECH y procesados en tiempo real por sistemas de computadoras. En 1991 se comenzó a utilizar sismómetros de banda ancha y telemetría digital. A partir del año 2001 la SCSN cuenta con una red sísmica digital de banda ancha donde los datos son procesados en tiempo real en los laboratorios del CALTECH (HUTTON *et al.*, 2010; [www.scsn.org](http://www.scsn.org)).

En la tabla 2.1 se listan los principales sismos ocurridos en el Sur de California desde 1812 hasta 1999, con una magnitud  $M \geq 6$  (TOPPOZADA y BRANUM, 2004; HUTTON *et al.*, 2010).

Tabla 2.1 Sismos significativos de California que ocurrieron de 1812 a 1999, con una magnitud  $M \geq 6$

Fecha	Latitud	Longitud	Mag.	Región	Fecha	Latitud	Longitud	Mag.	Región
1812-12-08	34.37 (?)	-117.65 (?)	~ 7.3	Orange County, Los Angeles,	1927-11- 04	34.60	-120.90	7.1	40 km Oeste de Lompoc
812-12-21	34.75	-118.60	~ 7.1	Los Angeles, Ventura, Santa	1933-03- 11	33.70	-118.0	6.4	Long Beach
1838-06-00	37.30	-122.15	~ 7.4	San Francisco to San Juan	1940-05- 19	32.73	-115.50	7.0	Imperial Valley
1857-01-09	36.20	-120.80	7.9	Sismo Great Fort Tejon	1952-07- 21	35.00	-119.02	7.3	Kern County
1865-10-08	37.20	-121.90	6.5	Montañas de Santa Cruz	1954-12- 21	40.98	-123.75	6.6	Este de Arcata
1868-10-21	37.70	-122.10	7.0	Falla Hayward	1971-02- 09	34.41	-118.00	6.6	San Fernando
1872-03-26	36.70	-118.10	7.4	Valle Owen	1979-10- 15	32.61	-115.50	7.0	Imperial Valley
1873-11-23	42.00 (?)	-124.20	6.9	Crescent City	1980-11- 08	41.12	-124.67	7.4	West of Eureka
1890-02-09	33.40	-116.30	6.8	Falla San Jacinto (?)	1983-05- 02	36.28	-120.31	6.4	Coalinga
1892-02-24	32.55	-115.65	7.3	Laguna Salada, Baja	1984-04- 24	37.31	-121.68	6.2	Morgan Hill
1892-04-19	38.40	-122.00	6.6	Vacaville	1987-10- 01	34.07	-118.08	6.0	Whitier Narrows
1898-03-31	38.20	-122.50	6.4	Marc Island	1989-10- 18	37.04	-121.88	6.9	Loma Prieta
1899-12-25	33.80	-117.00	6.7	San jacinto y Hemet	1992-06- 28	34.20	-116.44	7.3	<b>Landers</b>
1906-04-18	37.70	-122.50	7.8	Gran Sismo 1906	1994-01- 17	34.21	-118.54	6.7	<b>Northridge</b>
1918-04-21	33.75	-117.00	6.8	San Jacinto	1999-10- 16	34.60	-116.27	7.1	<b>Hector Mine</b>
1925-06-29	34.40	-119.80	6.8	Santa Barbara					

En la actualidad la SCSN cuenta con más de 350 estaciones sísmicas distribuidas por todo el Sur de California, siendo una de las redes sísmicas con mayor densidad de estaciones en el mundo. La figura 2.7 indica la localización de las estaciones sísmicas del SCSN.

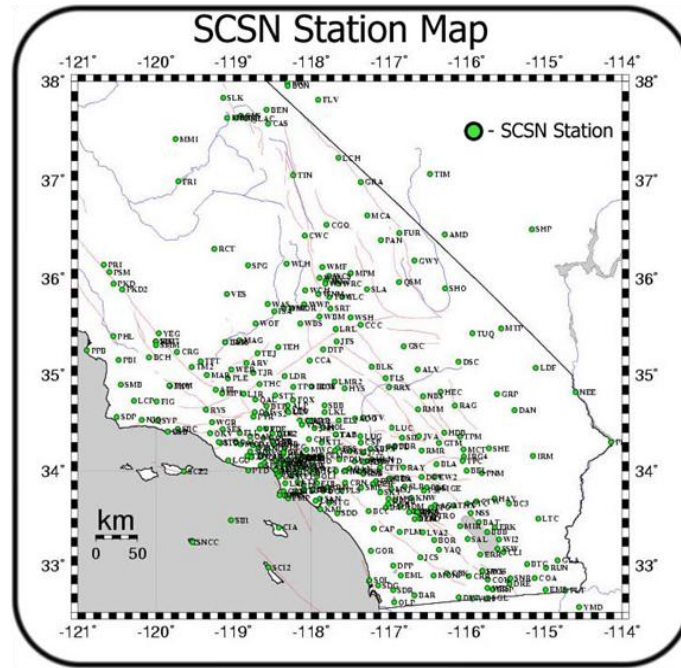


Fig. 2.7 Localización de más de 350 estaciones sísmicas que forman parte de la red sísmica del Sur de California, SCSN.

Los datos sísmicos básicos que proporciona la SCSN son la localización (latitud, longitud y profundidad del hipocentro), la hora origen del evento y la magnitud (FELZER y CAO, 2007; HUTTON *et al.*, 2010). El error estándar en la localización del epicentro y en la profundidad del hipocentro es de 0.2 km y 0.4 km respectivamente (LIN *et al.*, 2007)

La magnitud que utiliza generalmente la SCSN es la magnitud momento  $M_w$  (HANKS y KANAMORI, 1979). En 1975 KANAMORI y ANDERSON obtuvieron la relación entre la magnitud,  $M_w$ , y la energía liberada,  $E_r$ , en un sismo, mediante la siguiente expresión

$$M_w = [\log_{10}(E_r) - C]/1.5 \quad (2.1)$$

donde C es una constante. La energía liberada,  $E_r$ , es un parámetro difícil de calcular pero en general se puede aproximar mediante el momento sísmico,  $M_0$ , el cual se expresa con la relación,

$$M_0 = \mu Ad \quad (2.2)$$

donde  $A$  es al área de ruptura que causa el sismo,  $d$  es el deslizamiento promedio de la fractura, y  $\mu$  es el módulo de rigidez del material de la roca. Por lo tanto, la magnitud momento,  $M_w$ , puede ser estimada a partir del momento sísmico,  $M_0$ , a través de la ecuación:

$$M_w = \frac{[\log_{10}(M_0) - 16.1]}{1.5} \quad (2.3)$$

Las unidades del momento sísmico,  $M_0$ , son [dina\*cm] o [N\*m] (LOWRIE, 1997; <http://www.scsn.org/magnitude.html>). La magnitud momento,  $M_w$ , depende del tamaño de la ruptura que produce el sismo (Ec. 2.2 y 2.3) y es una medida de la magnitud apropiada para eventos sísmicos con  $M_w > 3.5$  (UGALDE, 2009).

Otra magnitud que utiliza la SCSN es la de Richter o magnitud local,  $M_L$ , la cual se deriva de la escala de magnitud que desarrollaron Charles Richter y Beno Gutenberg durante los años 1932 a 1934 (RICHTER, 1935; HUTTON *et al.*, 2010). La magnitud  $M_L$  es el logaritmo en base 10 de la amplitud (en micras) de la señal horizontal que se registraría en un sismómetro de torsión Wood-Anderson, localizado a 100 km del sismo. Por ejemplo, si a esta distancia la amplitud de la señal es de 1.0 mm, se considera que la magnitud del sismo es de 3.0. Para validar la magnitud es necesario observar los componentes de al menos dos estaciones. El SCSN no utiliza en la actualidad sismómetros de torsión de Wood-Anderson, sino que utiliza archivos de datos provenientes de sismómetros sintéticos de Wood Anderson generados por ordenador a partir de instrumentos de banda ancha ([www.scsn.org/stationequip.html](http://www.scsn.org/stationequip.html)). La SCSN estima la  $M_L$  a partir de un gran número de estaciones, y se utiliza cuando los sismos tienen una magnitud mayor que 1.8. La  $M_L$  se satura por encima de 6.5, ya que la mayor parte de la energía liberada por grandes terremotos queda fuera de la banda de respuesta del instrumento de Wood-Anderson. Por lo tanto, la magnitud  $M_L$  subestima el valor real de los sismos grandes y no es útil en este caso. Para sismos con magnitud mayor a 6.5 se utiliza la magnitud momento,  $M_w$ , (HUTTON *et al.*, 2010; [www.scsn.org/magnitude.html](http://www.scsn.org/magnitude.html)).

A pesar de la calidad de los sismómetros actuales, existe una magnitud mínima,  $M_{\min}$ , para la cual se considera que existe una completitud en el catálogo sísmico. Es decir, no se puede asegurar que todos los sismos de magnitud inferior a  $M_{\min}$ , hayan sido registrados (HUTTON *et al.*, 2010). Para encontrar la magnitud mínima,  $M_{\min}$ , se utiliza el ajuste de la ley de Gutenberg-Richter, GR, la cual se describe en la sección siguiente.

### 2.2.2 Ley de Gutenberg-Richter

En sismología la ley de Gutenberg-Richter (GR) expresa la relación entre la magnitud,  $M$ , y el número de sismos,  $N$ , que ocurren en una región y en un periodo temporal específico. Esta relación fue propuesta por GUTENBERG y RICHTER (1954), y se expresa mediante la ecuación

$$\log_{10} N(\geq M) = a - bM \quad (2.4)$$

donde  $N(\geq M)$  es el número acumulado de sismos (dentro de una región y de una duración temporal específica), cuya magnitud es mayor o igual que  $M$ . El valor del parámetro  $b$  varia de una región a otra, pero en general se encuentra dentro del intervalo  $0.8 < b < 1.2$  (FROHLICH y DAVIS, 1993). Este parámetro depende de las condiciones tectónicas que existen en cada región sísmica. Un valor grande de  $b$  indica que solo una fracción pequeña del número total de sismos tiene una magnitud alta, mientras que valores pequeños de  $b$  implica que la fracción de sismos con grandes magnitudes es elevada (KEBEDE y KULHÁNEK, 1994). El valor de  $b$  es una variable importante en el análisis del riesgo sísmico y ha sido relacionado con el campo de esfuerzo que presentan las rocas en experimentos de laboratorio (MOGI, 1962*a, b*). La constante  $a$  es una medida del nivel regional de sismicidad. De la ecuación 2.4 se deduce que  $a$  es igual al logaritmo del número total de sismos con magnitud mayor o igual que cero.

La ley de GR es una ley de carácter universal ya que la satisfacen tanto los sismos a escala mundial como regional. La serie de réplicas de un gran terremoto también cumple la ley de GR de la misma forma que la sismicidad en general. La ley de GR se relaciona con una ley fractal, que se expresa como:

$$N(\geq A) = A^{-D_r/2} \quad (2.5)$$

donde  $N(\geq A)$  es el número de sismos que tienen un área de ruptura mayor o igual que  $A$ , y  $D_r$  es la dimensión fractal, la cual se relaciona con el parámetro  $b$  mediante la expresión:

$$D_r \approx 2b \quad (2.6)$$



Esta relación fractal implica una invariancia de escala en la estadística de frecuencia y área de ruptura de los sismos (KANAMORI y ANDERSON 1975; LOMNITZ-ADLER, 1992; SHCHERBAKOV *et al.*, 2005).

Se ha verificado la validez de la ley de GR para el catálogo sísmico de la SCSN desde 1981 hasta 2007. En la figura 2.8 se muestra el ajuste de la ley de GR para el casi medio millón de sismos (455,278) que se registraron durante este periodo. El valor que se encuentra del parámetro  $b$  es de 0.96, con un coeficiente de correlación  $r^2=0.997$ . Este valor de  $b$  está dentro del intervalo teórico que se tiene para catálogos sísmicos tanto a nivel mundial como regional ( $0.8 < b < 1.2$ ).

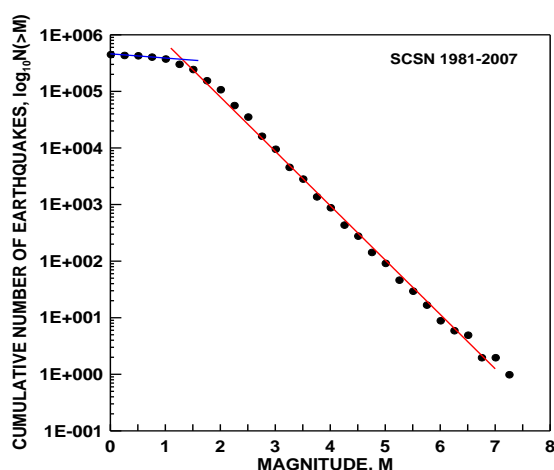


Fig. 2.8 Ajuste de la ley de Gutenberg-Richter, GR, para los sismos registrados por la SCSN durante el período de 1981 a 2007 (línea roja). La pendiente da el valor de  $b=0.96$ , cuyo coeficiente de correlación es  $r^2=0.997$ . La intersección de la línea azul y roja indica la magnitud mínima,  $M_{\min}$ , a partir de la cual se considera que existe completitud en el catálogo de sismos.

A partir de la ley de GR (Fig. 2.8), se puede encontrar la magnitud mínima,  $M_{\min}$ , de completitud del catálogo sísmico. La  $M_{\min}$  se deduce mediante el mejor ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) a los datos empíricos (BHATTACHARYA *et al.*, 2009). En la figura 2.8 se observa que este ajuste, marcado con una línea roja, indica que la  $M_{\min}$  es aproximadamente de 1.3. El no poderse ajustar todo el intervalo de magnitud a la ley de GR indica que no todos los sismos de magnitud inferior,  $M < M_{\min}$ , han sido detectados por la red sísmica, ya que su baja magnitud no permite que se registren en un número suficiente de estaciones (WOESSNER y WIEMER, 2005).

### 2.2.3 Marco sismotectónico de las zonas de réplicas

Después de un sismo de gran magnitud es usual detectar en una zona alrededor de su epicentro una actividad sísmica que se caracteriza por ser muy intensa al comienzo del proceso y atenuarse a lo largo de un intervalo de tiempo que puede llegar a durar del orden de un año o más. El terremoto que inicia esta actividad sísmica se conoce como

sismo principal, y al grupo de sismos que se producen después se les denomina réplicas sísmicas (FELZER *et al.*, 2002), teniendo todas ellas como característica común magnitudes sísmicas inferiores a la del sismo principal.

En este trabajo se analizan tres series de réplicas sísmicas que tuvieron lugar en el Sur de California. Estas secuencias se produjeron por los terremotos de Landers ( $M_w$  7.3, 1992), Northridge ( $M_w$  6.7, 1994) y Hector Mine ( $M_w$  7.1, 1999). En la figura 2.9 se muestra la localización de los epicentros y de algunas réplicas de cada terremoto analizado.

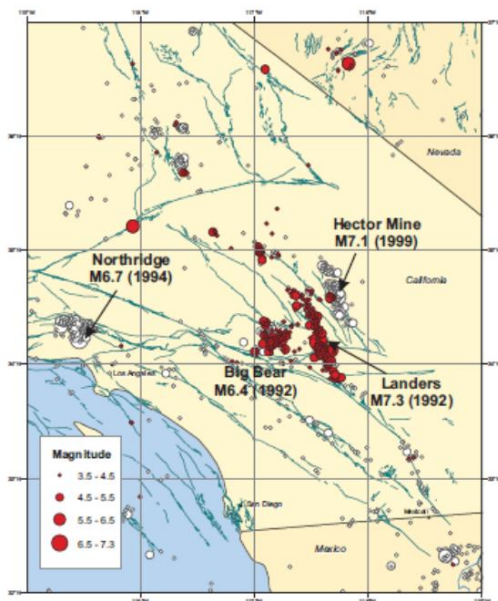


Fig. 2.9 Mapa de localización de los tres terremotos y de algunas réplicas de su serie, que se analizan en este trabajo. El sismo y las réplicas de Landers ( $M_w=7.3$ , 1992), se muestra con puntos, mientras que Northridge ( $M_w=6.7$ , 1994) y Hector Mine ( $M_w=7.1$ , 1999) con círculos. El sismo Big Bear, es la réplica sísmica más grande de la serie de Landers (ZALIAPIN *et al.*, 2008).

### 2.2.3.1 Marco sismotectónico de la crisis sísmica de Landers.

El sismo de Landers ocurrió el 28 de Junio de 1992 a las 11:58 UTC. El momento sísmico,  $M_0$ , que produjo es de  $M_0=10^{27}$  dina\*cm, el cual es equivalente a la magnitud  $M_w=7.3$ . Este terremoto fue el mayor que se había registrado en Estados Unidos en los últimos 40 años. El terremoto fue el resultado de un desplazamiento de cizalla lateral con rumbo dextral (con una dirección de  $10^\circ$  NW), involucrando cinco fallas mayores, y muchas fallas menores (SIEH *et al.*, 1993).

La ruptura del sismo de Landers fue prácticamente dirección S-N (HAUKSSON *et al.*, 1993). El gran desplazamiento superficial (con valor máximo de 6 m) y la longitud de ruptura relativamente corta (85 km) son consistentes con los cálculos sísmicos que determinan una alta caída del esfuerzo, de aproximadamente 200 bar (SIEH *et al.*,

1993; HAUSSON *et al.*, 2002). Este desplazamiento afectó numerosas fallas conocidas de la región central del Desierto de Mojave, así como la falla de Kickapoo en el Norte del Valle de Homestead que aún no estaba cartografiada. La superficie de ruptura se extendió a lo largo de un complejo sistema de fallas de aproximadamente 80 km (SIEH *et al.*, 1993; UNRUH *et al.*, 1994). Las coordenadas epicentrales son latitud 34°N13' y longitud 116°W26', y la profundidad del hipocentro es 0.97 km. Doce horas antes del sismo de Landers en el lugar del epicentro ocurrieron 25 sismos de magnitud  $M \leq 3$  (SIEH *et al.*, 1993; HAUSSON *et al.*, 1993). HAUSSON *et al.* (2002) exponen que la secuencia de Landers es activada por el sismo de Joshua Tree ( $M_w$  6.1), que ocurrió el 23 de Abril del 1992, con una migración de la sismicidad hacia el Norte.

El sismo principal de Landers ocurrió en la región más al Sur de la ECSZ (Fig. 2.6b) y las réplicas sísmicas que le sucedieron forman una unión que conecta la ECSZ con la zona Sur de la falla de San Andreas, la cual no se había encontrado hasta esa fecha (HAUSSON *et al.*, 1993).

En la figura 2.10a se presenta un mapa de la localización de las fallas principales del Sur de California, así como el mecanismo focal y la localización del epicentro de los sismos de Landers, Big Bear y dos réplicas sísmicas de la secuencia (MASSONET *et al.*, 1994). La figura 2.10b muestra un mapa más detallado de la zona central del Desierto de Mojave, en el que se muestran las fallas que se formaron durante el Cenozoico tardío ( $65.5 \pm 0.3$  Ma), las fallas inferidas y las fallas que estaban ocultas, así como otras características del terremoto de Landers (la zona de ruptura, la localización del epicentro, etc.), (UNRUH *et al.*, 1994).

El terremoto de Landers, y su secuencia de réplicas sísmicas, es una de las crisis sísmicas que más estudios ha suscitado entre la comunidad científica desde diversos enfoques. Esto se debe a la calidad y cantidad de réplicas registradas, lo cual permite estudios precisos (JONES, 1994; LANDERS SPECIAL ISSUE, 1994; DODGE *et al.*, 1995; GOMBERG, 1996; GROSS y KISSLINGER, 1997).

La distribución de más de 20000 réplicas analizadas en este estudio muestra la compleja geometría e interacción que existe en las fallas de esta región. Las réplicas ocurren en un área amplia, lo que implica la ruptura de cientos de fallas secundarias en una zona de varios kilómetros de ancho (LIU *et al.*, 2003). Las réplicas sísmicas se extienden 60 km al Norte del epicentro del sismo principal a lo largo de un sistema de al menos cinco fallas superficiales y 40 km al Sur cruzando la falla de Pinto Mountain en dirección de la falla de San Andreas (zona sombreada de la figura 2.10a). El grupo

de réplicas más grande fuera de la falla, ocurrió a 30 km al Oeste del sismo principal. La réplica sísmica de mayor magnitud, Big Bear ( $M_w$  6.2), ocurrió dentro de este grupo. La localización de su epicentro es  $34.16^\circ\text{N}$  y  $-116.81^\circ\text{W}$ . Esta réplica ocurrió a las 15:05 UTC el 28 de Junio, 3 horas después del terremoto de Landers (HAUKSSON *et al.*, 1993).

El sismo de Landers provocó múltiples deslizamientos en fallas que deformaron una gran área de la parte central del Desierto de Mojave, conocido como el bloque de Mojave (UNRUH *et al.*, 1994). Muchos modelos cinemáticos han sido propuestos para describir la deformación regional del bloque de Mojave (GARFUNKEL, 1974; CARTER *et al.*, 1987; DOKKA y TRAVIS, 1990). UNRUH *et al.* (1994), interpretan que la deformación regional del bloque de Mojave se debe a sismos poco frecuentes de gran magnitud (como el sismo de Landers) el cual involucra rupturas de múltiples segmentos de fallas. Su hipótesis es que los eventos poco frecuentes de gran magnitud provocan la ruptura sobre toda la corteza frágil, y se propagan a través de las intersecciones que forman las fallas individuales.

De acuerdo con SHCHERBAKOV *et al.* (2005), en este trabajo se analizan las réplicas sísmicas que ocurren en un área de  $1.1^\circ \times 1.1^\circ$  (cuyo centro es el epicentro de Landers), y durante 365 días después del terremoto principal.

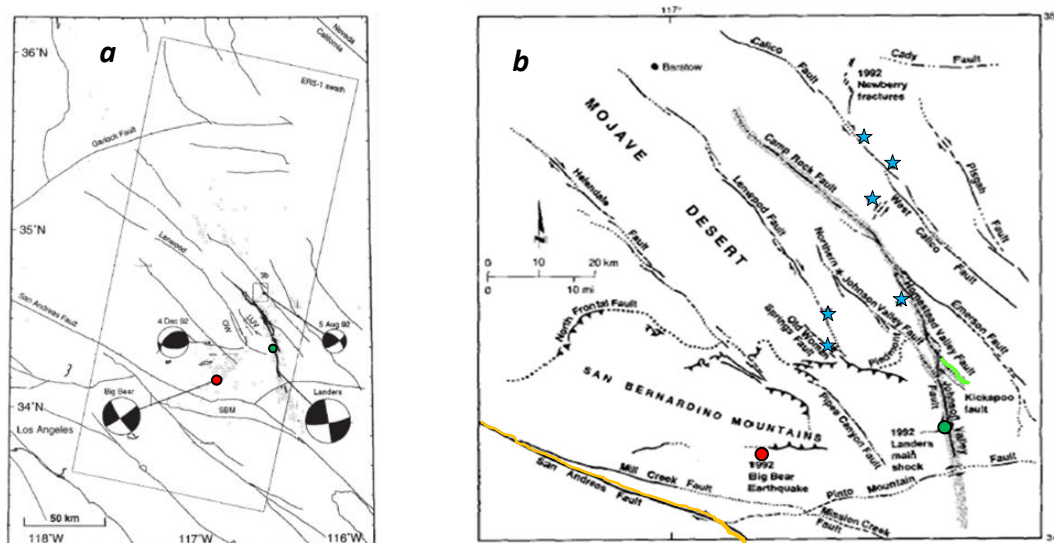


Fig. 2.10 **a)** Mapa del Sur de California. Las líneas denotan las fallas conocidas incluyendo la de Old Woman, OW, la Upper Johnson Valley, UJV; las líneas gruesas, muestran la superficie de ruptura, que se mapeó sobre el terreno. Los mecanismos focales y los epicentros se muestran para Landers ( $M_w=7.3$ ), Big Bear ( $M_w=6.2$ ), la réplica del 4 de Diciembre de 1992 ( $M_w=5.1$ ) y la del 5 de Agosto de 1992 ( $M_w=3.9$ ). El recinto rectangular inclinado delimita el área de 120x275 km que recubre las imágenes del satélite ERS-1. Las montañas de San Bernardino se denotan con las siglas SBM (MASSONET et al., 1994) **b)** Mapa regional de la zona central del Desierto de Mojave donde se muestran fallas que se formaron en la era del Cenozoico tardío ( $65.5 \pm 0.3$  Ma). Las líneas discontinuas representan las fallas inferidas y las líneas punteadas las fallas ocultas. La superficie de ruptura del sismo de Landers se observa como una zona sombreada y el epicentro se marca con un punto de color verde. También se observa el epicentro de la réplica de Big Bear (punto de color rojo), que es la réplica más grande que genera el sismo de Landers. Las fallas afectadas por el sismo de Landers, se indican con estrellas. La falla de San Andreas se marca con una línea naranja y la de Kickapoo con una línea en verde claro (Modificado por DOKKA y TRAVIS, 1990; HART et al., 1993).

En la figura 2.11 se muestra el ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para la serie de réplicas sísmicas. La magnitud mínima de completitud del catálogo es  $M_w \approx 1.5$ , la cual es similar a la que encuentran WYSS y WIEMER (2000), y WOESSNER y WIEMER (2005). La pendiente  $b$  del ajuste de la ley GR es  $b=0.95 \pm 0.01$ .

En la figura 2.12a se muestra la distribución espacial de los epicentros de las réplicas sísmicas (con magnitud  $M_w > 1.5$ ). En la figura 2.12b se puede observar una representación tridimensional de las réplicas.

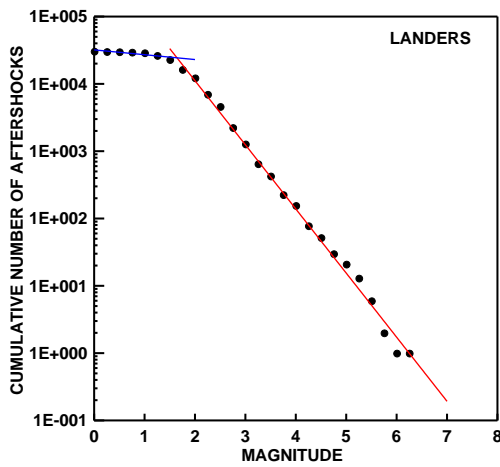


Fig. 2.11 Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante el periodo de un año después del sismo de Landers, y en un área espacial de  $1.1^{\circ} \times 1.1^{\circ}$  (cuyo centro del área es el epicentro del terremoto).

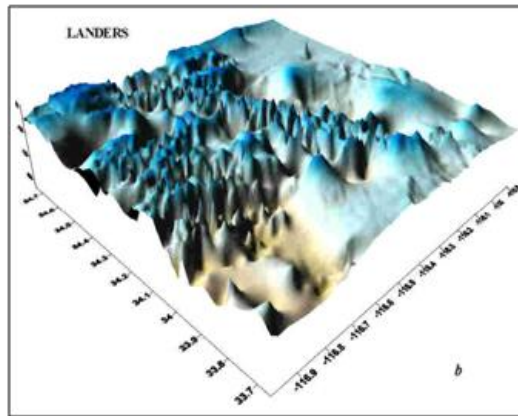
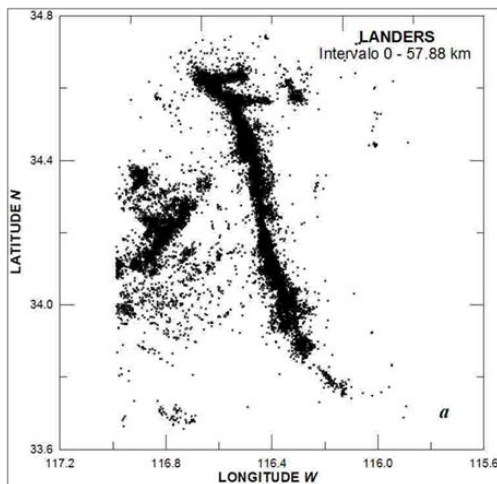


Fig. 2.12 Distribución espacial de las réplicas sísmicas con magnitud  $M_w > 1.5$ , de la serie de Landers. **a)** Distribución espacial de los epicentros de estas réplicas. **b)** Distribución tridimensional de las réplicas.

### 2.2.3.2 Marco sísmo-tectónico del terremoto de Hector Mine.

El sismo de Hector Mine, ocurrió el 16 de Octubre de 1999 a las 9:46 UTC. La magnitud registrada por la SCSN es de  $M_w$  7.1. Las coordenadas del epicentro son  $34.59^{\circ}N$ ,  $116.27^{\circ}W$ . En la figura 2.13a se muestra la localización del terremoto de Hector Mine, así como la geometría de las fallas implicadas en el terremoto, la topografía local y la distribución espacial de las réplicas sísmicas con una magnitud  $M_w > 2$  (Ji *et al.*, 2002). Al comienzo de la secuencia de réplicas, la profundidad del hipocentro se calculó con una gran incertidumbre ( $5 \pm 4$  km). Esto se debió a que la estación más próxima al sismo principal se localizaba a 26 km de distancia. Dos semanas después del inicio de la secuencia sísmica de Hector Mine, la SCSN instaló dos estaciones localizadas a lo largo

de la parte central y Sur de la zona de réplicas sísmicas, lo cual mejoró la determinación de las profundidades focales (HAUKSSON *et al.*, 2002). La profundidad del terremoto de Hector Mine que se establece posteriormente es de 0.1 km. El epicentro se localizó a 2km al Este de la falla Lavic Lake (Fig. 2.13a), con un dirección de 35°NW (HAUKSSON *et al.*, 2002).

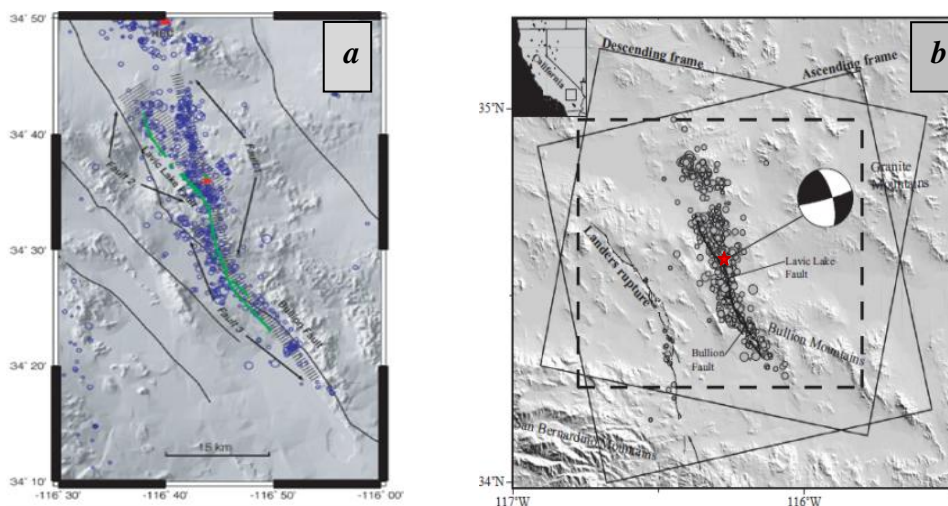


Fig. 2.13 **a)** Mapa de la topografía local del área del Desierto de Mojave (Sur de California) que muestra con una estrella la localización del epicentro del terremoto de Hector Mine. Las réplicas sísmicas con magnitud  $M_L > 2$  se representan en círculos azules. También se ilustra con más detalle la geometría de las fallas implicadas en este terremoto. Las líneas delgadas muestran las fallas principales. Las trazas verdes indican las superficies de ruptura mapeadas, la región más al Sur está asociada con la falla Bullion y la parte más Norte con la falla de Lavic Lake (HAUKSSON *et al.*, 2002; Ji *et al.*, 2002). **b)** Mapa más general del área de las réplicas de Hector Mine y el mecanismo focal que presentó el terremoto. La falla que provocó este temblor está marcada con una línea gruesa. El epicentro se indica con una estrella, y las réplicas que ocurren durante el primer mes después de la ruptura principal se ilustran con círculos abiertos (JÓNSSON *et al.*, 2002).

El momento sísmico,  $M_0$ , del sismo principal de Hector Mine es de  $M_0=6.28 \times 10^{26}$  dina $\times$ cm, con un valor medio de caída de esfuerzos de 25 bar (Ji *et al.*, 2002). Este terremoto tuvo lugar en una zona poco poblada del Desierto de Mojave a tan solo 30 km al Este del sismo de Landers.

El evento de Hector Mine involucra la ruptura de dos zonas de fallas, la falla Bullion y la falla Lavic Lake, con una tendencia en dirección Norte (Fig. 2.13a). Se tienen evidencias que indican que en la época del Holoceno la falla de Bullion se desplazó. En 1988 esta falla quedó registrada como una falla activa en el *Alquist-Priolo Earthquake Fault*

*Zoning Act* (HART y BRYANT, 1997). El tramo de la falla de Lavic Lake que sufrió ruptura, entre la parte norte de las montañas de Bullion y el lago de Lavic, no había sido cartografiado con anterioridad. Esta falla había presentado rupturas en el pasado. El terremoto de Hector Mine muestra que las fallas que sufrieron una ruptura en el Cuaternario tardío y desplazamientos en la era del Holoceno, pueden producir sismos en la actualidad, aunque la velocidad de deslizamiento tectónico sea lenta.

Las réplicas sísmicas que se activaron por la ruptura del sismo de Hector Mine se localizan cerca de su epicentro y mayoritariamente al Este de la falla Lavic Lake (Fig. 2.13a y b) (SAUBER *et al.*, 1994). Las réplicas sísmicas se distribuyen principalmente en cuatro zonas (Fig. 2.13a). Una zona con una dirección 6°NW, que se extiende al Norte y al Sur del epicentro del sismo principal. Una zona al Sur, con dirección de 30°NW paralela a la superficie de ruptura de la falla de Bullion. Otra región con dirección 30°NW que se extiende al Este de la falla Lavic Lake. Y una cuarta zona que incluye un grupo de eventos difusos, separados espacialmente del resto de las réplicas sísmicas, y que se localizan a unos 10 km más al Norte de la ruptura del sismo principal (Fig. 2.13).

Los terremotos de Landers y Hector Mine tuvieron lugar dentro de la Eastern California Shear Zone, ECSZ (Fig. 2.6b), (POLLITZ y SACKS, 2002). La mayor parte de las fallas en la ECSZ tienen una velocidad lenta de deslizamiento, y se ha calculado que los sismos de magnitudes elevadas se repiten en un periodo de tiempo del orden de  $10^3$  a  $10^5$  años (SIEH *et al.*, 1993). El hecho de haber registrado en esta zona dos sismos de magnitud  $M_w > 7$ , en el lapso de 7 años, ilustra la compleja interacción de las fallas (JI *et al.*, 2002). Además, esta interacción sugiere que en la región ECSZ las fallas superficiales se encuentran cercanas espacialmente y presentan una mecánica similar (SCIENTISTS OF THE USGS *et al.*, 2000). Algunos trabajos como el de PARSONS y DREGER (2000) o FELZER *et al.* (2002), sugieren que debido a la transferencia de esfuerzos a través del medio fracturado, el sismo de Landers acabó activando el sismo de Hector Mine.

Algunas similitudes entre el terremoto de Landers y el de Hector Mine son: las secuencias de precursores (HAUKSSON *et al.*, 1993), la dirección de ruptura de la falla inicial (6°NW a 10°NW) o bien la ruptura a lo largo de muchas fallas. Y entre las diferencias sismológicas se incluyen que las direcciones de ruptura son opuestas, la extensión espacial de las réplicas sísmicas es mayor y la ruptura de las fallas son más superficiales en el sismo y en las réplicas de Hector Mine que en la secuencia de Landers (HAUKSSON *et al.*, 2002). En la figura 2.14 se muestra la región Este del desierto de Mojave y las fallas locales (líneas de color rosa). Los círculos negros indican la sismicidad asociada con la secuencia sísmica de 1992 JoshuaTree-Landers-Big Bear. Los



círculos amarillos indican las réplicas del terremoto de Hector Mine. Las líneas de color naranja muestran la ruptura en superficie asociada con el sismo de Landers y con la de Hector Mine.

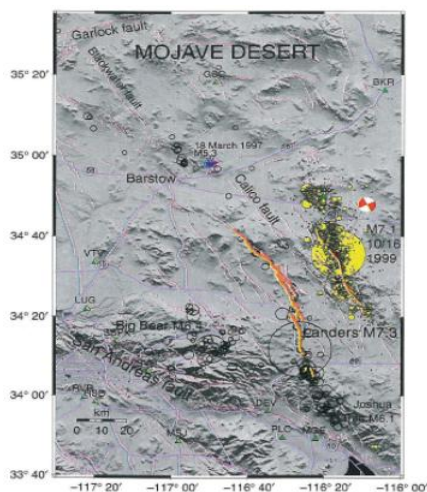


Fig. 2.14 Mapa topográfico de la región Este del desierto de Mojave, en el que se incluyen fallas regionales (líneas rosadas). Las áreas de ruptura de Landers y Hector Mine se marcan con una línea naranja. Los círculos negros indican la sismicidad asociada con la secuencia sísmica de 1992 Joshua Tree-Landers-Big Bear y los círculos amarillos indican la localización de las réplicas sísmicas de Hector Mine (SCIENTISTS OF THE USGS *et al.*, 2000).

El terremoto de Hector Mine, y las réplicas sísmicas que le suceden, ha sido también ampliamente estudiado por la comunidad científica. Esto se debe a la calidad del registro que se tiene de la crisis sísmica, así como a la cercanía espacial-temporal que tiene con el sismo de Landers. Algunos ejemplos de estos trabajos son el de WIEMER *et al.* (2002) donde se describen las propiedades de las réplicas sísmicas con el objetivo de analizar la peligrosidad sísmica de la región; o el trabajo de LI *et al.*, (2003) en el que describe que la zona de ruptura se fortalece (*healing*), ya que la rigidez aumenta conforme pasa el tiempo, es decir, algunas fisuras que se abrieron durante el sismo se cierran poco después.

En este trabajo se considera la limitación temporal de la serie de réplicas de Hector Mine de 365 días y el área de análisis de  $1.0^\circ \times 1.0^\circ$ , con centro en el epicentro del sismo principal (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005).

El ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) se ilustra en la figura 2.15. El valor del parámetro  $b=0.91 \pm 0.02$

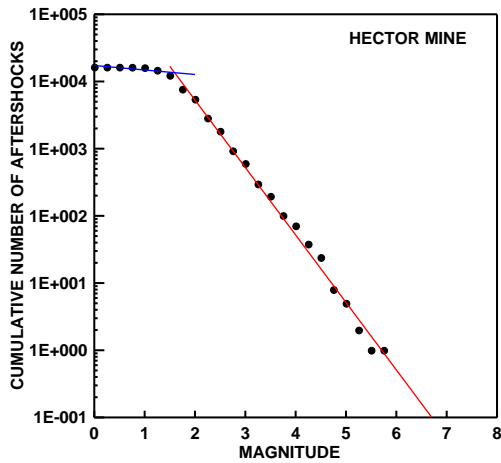


Fig. 2.15 Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante un año después del sismo de Hector Mine, y en un área espacial de  $1.0^{\circ} \times 1.0^{\circ}$  (cuyo centro está en el epicentro del terremoto).

En la figura 2.16 se observa la distribución espacial de las 10713 réplicas de Hector Mine, con magnitud  $M_w > 1.5$ , que se analizan en este trabajo.

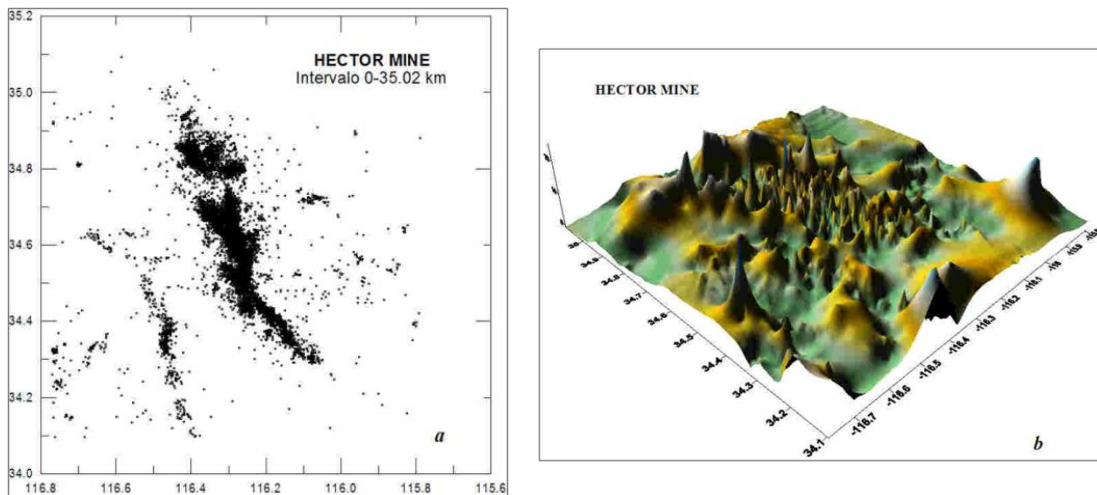


Fig. 2.16 Distribución espacial de las réplicas sísmicas de la serie de Hector Mine, con magnitud  $M_w > 1.5$ . **a)** Representación espacial de los epicentros y **b)** distribución tridimensional de los hipocentros.

### 2.2.3.3 Marco sismo-tectónico de la crisis sísmica de Northridge.

El sismo de Northridge ( $M_w$  6.7), ocurrió el 17 de Enero de 1994 a las 4:31 UTC. El terremoto sacudió el valle de San Fernando, que se encuentra a 31 km al noroeste de la ciudad de Los Angeles, cerca de la comunidad de Northridge. Este terremoto fue el más grande que se registró en el área metropolitana de Los Angeles en el siglo pasado. Las coordenadas del epicentro son latitud  $34.21^{\circ}N$  y longitud  $-118.54^{\circ}W$ . La

profundidad del hipocentro es de  $18 \pm 1$  km. El momento sísmico,  $M_0$ , que se calculó fue de  $1.58 \times 10^{26}$  dina\*cm, con una caída de esfuerzos de 270 bar (THIO y KANAMORI, 1996). El sismo provocó grandes daños en el valle de Santa Clarita y en el de San Fernando, así como en la cuenca de Los Angeles donde se registraron cerca de 9000 heridos y 33 muertes. Las pérdidas materiales se calculan en unos 20 billones de dólares (SCIENTISTS OF THE USGS y SCEC, 1994; <http://pubs.usgs.gov/of/1996/ofr-96-0263/introduc.htm#impacts>). El sismo de Northridge pone en evidencia el hecho de que un terremoto de gran magnitud afecta gravemente a la sociedad moderna, con mayor daño si ocurre cerca de una gran ciudad (STEWART *et al.*, 1995; TENG y AKI, 1996).

En la figura 2.17 se observa la localización espacial del epicentro de Northridge (punto de color rojo), el mecanismo focal y algunas características geológicas del Sur de California.

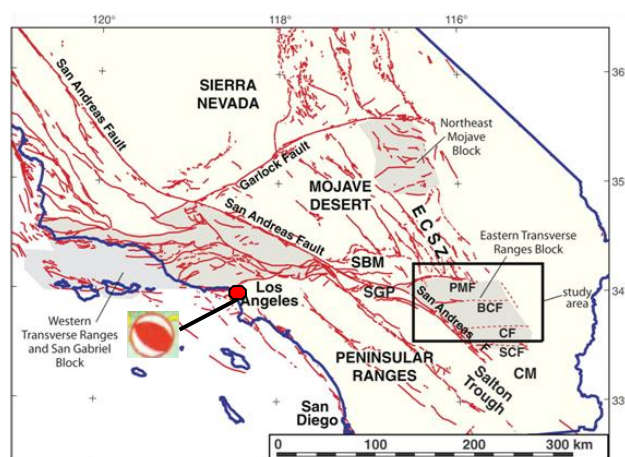


Fig. 2.17 Mapa del Sur de California, remarcando en líneas rojas algunas fallas de la región. El área sombreada muestra el área de la cordillera transversal. El punto rojo indica el epicentro del sismo de Northridge y su correspondiente mecanismo focal (THIO y KANAMORI, 1996).

El sismo principal se produjo por la ruptura de una falla inversa (Fig. 2.17), desconocida hasta ese momento (SAVAGE y SVARC, 2010). La falla en la que ocurrió el sismo de Northridge forma parte de un gran sistema de fallas de la cordillera Transversal (Fig. 2.17). Este sistema de fallas se encuentra bajo compresión en dirección NNW. Esta compresión está relacionada con el “gran recodo” de la falla de San Andreas (NORRIS y WEBB, 1990).

Al terremoto de Northridge le sucedió una secuencia de réplicas sísmicas de magnitud notable, entre el 17 de Enero y el 30 de Septiembre de 1999, 8 réplicas de magnitud

$M_w \geq 5$  y 48 réplicas de  $4 \leq M_w \leq 5$ . Las réplicas sísmicas se distribuyeron en un área de  $20 \times 30 \text{ km}^2$ , con una mayor concentración al NE del epicentro del sismo principal. Las réplicas forman una distribución espacial difusa alrededor del plano de ruptura del sismo principal (HAUKSSON *et al.*, 1995). El mecanismo focal de las réplicas sísmicas representa mayoritariamente fallas de cabalgamiento (Fig. 2.3a), de forma similar al mecanismo que presentó el sismo principal. Sin embargo, algunas réplicas de gran magnitud muestran una ruptura de las fallas por desplazamiento normal (Fig. 2.3b), las cuales se concentran en su mayoría cerca del centro del área de la crisis sísmica (THIO y KANAMORI, 1995b, 1996). Fuera del plano de ruptura, la geometría de las fallas parece ser más complicada. La zona superior al plano de ruptura se encuentra cortada por el plano de ruptura del sismo de San Fernando ( $M_w=6.6$ , 1971), el cual llegó a fracturar hasta la superficie (MORI *et al.*, 1994).

La limitación temporal de la serie de réplicas de Northridge se considera de 365 días y el área de análisis de  $0.6^\circ \times 0.6^\circ$ , con centro en el epicentro del sismo principal (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005). El ajuste de la ley de GR se ilustra en la figura 2.18. El valor del parámetro  $b=1.01 \pm 0.01$ .

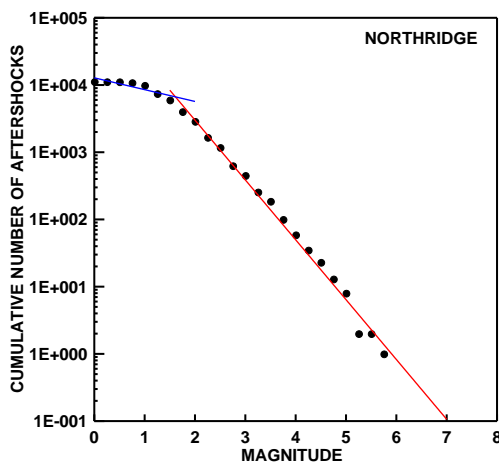


Fig. 2.18 Ajuste de la ley de GR (Ec. 2.4) para todas las réplicas sísmicas que se registran por la SCSN durante un año después del sismo de Northridge, y en un área espacial de  $0.6^\circ \times 0.6^\circ$  (cuyo centro está en el epicentro del terremoto).

La distribución espacial de las 5334 réplicas sísmicas de Northridge, que se consideran en este trabajo (con magnitud  $M_w \geq 1.5$ ) se muestra en la figura 2.19.

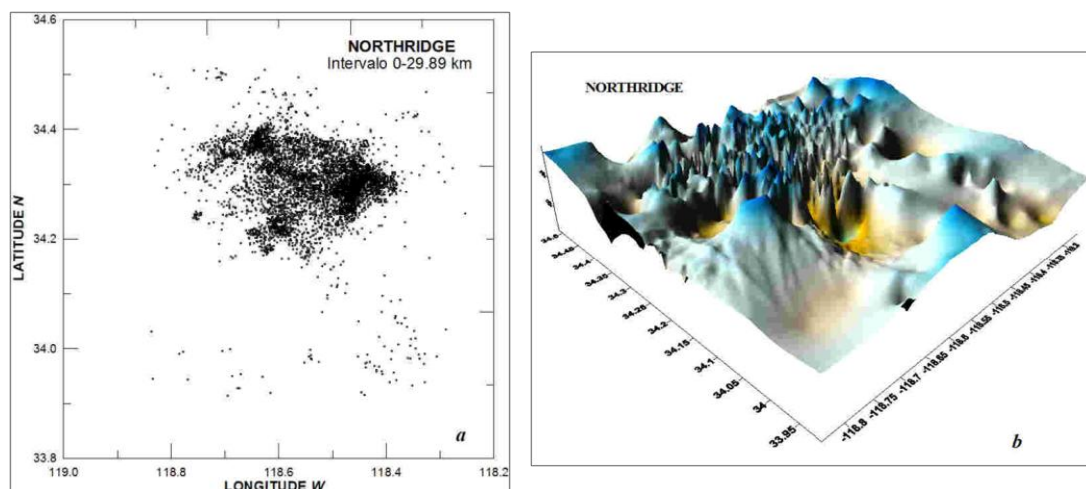


Fig. 2.19 Distribución espacial de las réplicas sísmicas con magnitud  $M_w > 1.5$  de la serie de Northridge. **a)** Se representa el epicentro de las 5334 réplicas y **b)** la distribución tridimensional de las réplicas analizadas.

A modo de resumen, en la tabla 2.2 se muestran los datos sísmicos de los tres sismos principales (longitud, latitud, profundidad del hipocentro), así como el número de réplicas sísmicas que se analizan en cada serie, el área espacial, la duración temporal de cada crisis sísmica y la magnitud mínima considerada.

Tabla 2.2 Longitud, **Lon**, latitud, **Lat**, y profundidad del hipocentro,  **$P_h$** , para las tres crisis sísmicas analizadas, Landers (LND), Hector Mine (HM) y Northridge (NOR). También se indica el número de réplicas sísmicas, **N**, el área de cada crisis sísmica, **A**, la duración temporal **T**, el parámetro **b** de la ley de GR y la magnitud mínima considerada  **$M_{min}$** .

Aftershock Series	Lat.	Lon.	$P_h$ (Km)	N	Area	T (días)	b	$M_{min}$
Landers	34.200°	-116.437°	0.97	20649	Lat. 1.1° x Lon. 1.1°	365	0.95	1.6
Hector Mine	34.591°	-116.274°	0.1	10713	Lat. 1.0° x Lon. 1.0°	365	1.01	1.6
Northridge	34.213°	-118.537°	18.04	5334	Lat. 0.6° x Lon. 0.6°	365	0.89	1.6



**Comportamiento temporal de  
las series de réplicas sísmicas.**





## 3 Las réplicas sísmicas y su comportamiento temporal.

### 3.1 Introducción

Una alta densidad de estaciones sísmicas proporciona una gran calidad de los catálogos sísmicos como es el caso del catálogo SCSN del Sur de California. El disponer de más datos hace posible que el estudio de los sismos en general y de las réplicas sísmicas en particular, sea más preciso y detallado. El análisis de los catálogos sísmicos actuales permite identificar características estadísticas presentes en las diferentes series de réplicas sísmicas. Como se expone en el capítulo anterior, están bien establecidas varias relaciones o leyes de escala que satisfacen todas las secuencias de réplicas (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005). Algunos ejemplos son: el vínculo entre la magnitud del sismo principal y la réplica sísmica de magnitud más grande, la relación entre la frecuencia y la magnitud de las réplicas sísmicas, o el tamaño del área por la que se extienden las réplicas (NARTEAU *et al.*, 2002). La relación empírica más destacada concierne al comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas, y se conoce como la ley de Omori (UTSU, 1961; MORENO *et al.*, 2001).

### 3.2 Concepto de réplica sísmica

El término de “réplicas sísmicas” se utiliza para referirse a la secuencia de sismos que ocurren después de un terremoto, el cual se denomina “sismo principal”. El conjunto de sismos que preceden al sismo principal se denominan “precursores” (FELZER *et al.*, 2004). Es conocido que los precursores solo preceden al 20% o 30% de grandes terremotos, por lo que su potencialidad predictiva es cuestionable (ZÖLLER *et al.*, 2008).

La sismicidad de fondo y las réplicas tienen patrones espaciales y temporales diferentes. La sismicidad de fondo está caracterizada por un régimen esencialmente estacionario y es consecuencia de los deslizamientos de cizalla de la corteza heterogénea y pequeños deslizamientos cerca de las principales fallas activas. La ocurrencia de estos pequeños deslizamientos disminuye conforme crece la distancia a las fallas activas. Por el contrario, las réplicas se encuentran claramente agrupadas alrededor de la falla que genera el sismo principal, son ocasionadas por cambios en el campo de esfuerzos heterogéneo provocado por el sismo principal y se concentran en un intervalo de tiempo limitado (LIU *et al.*, 2003; FELZER *et al.*, 2004; SHCHERBAKOV *et al.*, 2005; HAUKSSON, 2010). Los cambios en el esfuerzo que genera un terremoto principal pueden incrementar o disminuir la carga tectónica que se aplica sobre otra falla, lo cual puede promover o inhibir su ruptura (KILB *et al.*, 2000; OGATA, 2010).

Existen diferentes criterios para caracterizar las condiciones necesarias para que ocurra la fractura de las rocas. Uno de los más utilizados es el criterio de ruptura de Coulomb, el cual describe la tendencia de las rocas a una fractura frágil en función de los esfuerzos de cizalla y de confinamiento que se le apliquen (BRADY y BROWN, 1993; GEOFFREY *et al.*, 1994). Se considera que el criterio de Coulomb es apropiado para describir la producción de las réplicas sísmicas (NUR y BOOKER, 1972; GEOFFREY *et al.*, 1994; SEGALL *et al.*, 1994; BOSL y NUR, 2002; ZHANG *et al.*, 2003; JÓNSSON *et al.*, 2003; GAHALAUT *et al.*, 2008). El cambio del esfuerzo estático de Coulomb,  $\Delta CFS$ , sobre una fractura se expresa mediante la ecuación (SCHOLZ, 1990; KING *et al.*, 1994; HARDEBECK *et al.* 1998)

$$\Delta CFS = \Delta\tau - \mu(\Delta\sigma - \Delta p) \quad (3.1)$$

donde  $\Delta\tau$  es el cambio del esfuerzo de cizalla sobre el plano de falla, el cual se calcula a lo largo de la dirección de deslizamiento (positivo o negativo dependiendo de si el deslizamiento es dextral o sinistral respectivamente),  $\Delta\sigma$  es el cambio de esfuerzo normal al plano (positivo si hay extensión, negativo si hay compresión),  $\mu$  es el

coeficiente de fricción y  $\Delta p$  es el cambio en la presión del fluido (agua infiltrada) en los poros de la roca. Como se muestra en la ecuación 3.1, la presión del fluido en los poros modifica el esfuerzo normal al plano de ruptura (GEOFFREY *et al.*, 1994).

Los valores positivos de  $\Delta CFS$  promueven el movimiento de la falla, mientras que los valores negativos lo inhiben (HARRIS, 1998; KILB *et al.*, 2000). Por lo tanto, se espera que las réplicas ocurran donde el esfuerzo aumenta, es decir,  $\Delta CFS > 0$  (HAINZL *et al.*, 2010). Según exponen GEOFFREY *et al.* (1994), las réplicas sísmicas son abundantes en las fracturas que aumentan los esfuerzos de Coulomb en más de 1.5 bar. Mientras que las réplicas son escasas en los sitios en los que los esfuerzos de Coulomb se reducen en una cantidad similar.

Cuando se produce un sismo se irradia energía en forma de ondas sísmicas, las cuales se transmiten de forma transitoria. Es decir, se generan esfuerzos oscilatorios que no alteran de forma permanente la carga total sobre la falla (GOMBERG *et al.*, 1998a). Una pregunta abierta en la física de los sismos corresponde a los mecanismos que predominan en la activación de las réplicas sísmicas, los cambios estáticos (variaciones del esfuerzo asociadas con el desplazamiento de la falla) o los cambios dinámicos (alteraciones temporales en el esfuerzo, asociadas con la propagación de la onda sísmica). La idea de que los cambios dinámicos del esfuerzo pueden activar sismos, ha sido discutida en base a observaciones de temblores que se activan a distancias superiores al área en la que se considera la influencia de los cambios estáticos (HILL *et al.*, 1993). En áreas cercanas al sismo principal existe controversia sobre qué tipo de cambio de esfuerzo predomina en la activación de las réplicas sísmicas, el cambio estático, el dinámico (FELZER y BRODSKY, 2005), o una combinación de ambos (GOMBERG *et al.*, 1998b; FREED, 2005). Algunos investigadores exponen que los cambios dinámicos del esfuerzo son los que predominan en la activación de las réplicas sísmicas (GOMBERG *et al.*, 1997; BELARDINELLI *et al.*, 1999; KILB *et al.*, 2000; KILB *et al.*, 2002; GOMBERG *et al.*, 2003; FELZER y BRODSKY, 2005; FELZER y BRODSKY, 2006; BRODSKY, 2006). Por el contrario otros autores encuentran que las réplicas sísmicas ocurren donde se tiene un aumento del esfuerzo estático (GEOFFREY *et al.*, 1994; KING *et al.*, 1994; HARDEBECK *et al.* 1998; TODA *et al.*, 1998). En el trabajo de HAINZL *et al.* (2010a) se muestra cuantitativamente que los cambios estáticos del esfuerzo es el mecanismo principal en la activación de los sismos.

Ya sea por el cambio estático o dinámico del esfuerzo, la causa primaria de las réplicas sísmicas tiene que ver con la compleja interacción que existe entre las fallas del área afectada por el sismo principal. Por ejemplo, las ondas sísmicas asociadas a la ruptura del sismo principal, alteran la presión del fluido en los poros del medio, lo cual provoca una reducción de la resistencia en las fallas adyacentes. Esto contribuye a la ocurrencia de réplicas (PELTZER *et al.*, 1998).

Los cambios en el esfuerzo estático y dinámico modifican las propiedades de la zona de fallas al alterar el criterio de ruptura, y/o la naturaleza y la velocidad a la que ocurren los procesos mecánicos o químicos que promueven los sismos. Los cambios en las propiedades mecánicas o en el proceso de ruptura de la falla, no significa que la ruptura ocurra de forma inmediata ni que el avance temporal de la ruptura sea constante. Más bien, permite que el tiempo de demora entre sismos sea variable (KILB *et al.*, 2000). Por lo tanto, todas las réplicas sísmicas no ocurren instantáneamente después del sismo principal. El tiempo de demora en el que ocurren la mayoría de estas puede prologarse durante días, meses o años, dependiendo de la magnitud del terremoto principal. La ocurrencia de las réplicas decae con el tiempo. Este decaimiento requiere que la dependencia temporal del proceso de relajación de los esfuerzos sea más rápido que la carga tectónica a gran escala y más lento que la propagación de las ondas elásticas (GAHALAUT *et al.*, 2008).

El papel de las réplicas sísmicas es el de relajar y equilibrar el exceso de esfuerzos que existe en el área afectada por la ruptura del sismo principal (LI *et al.*, 2003; SHCHERBAKOV *et al.*, 2005). Las réplicas sísmicas muestran una estructura jerárquica compleja, en la que cada réplica puede producir su propia secuencia de réplicas (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005). Es decir, algunas fallas adyacentes a las fallas que se rompen pueden estar cercanas a fracturarse, y debido a la transferencia de esfuerzo provoca que se produzcan más réplicas sísmicas.

La transferencia de esfuerzos comienza cuando ocurre la ruptura del terremoto principal y puede continuar por meses o incluso años. Este periodo de demora,  $\tau_s$ , es relativamente corto comparado con el tiempo de acumulación de esfuerzos tectónicos,  $\tau_t$ , necesarios para reactivar una falla y generar un sismo principal. Para un sismo moderado de magnitud  $M=6.0$ , se considera que  $\tau_s$  es aproximadamente de un año, mientras que,  $\tau_t$  puede variar entre  $10^2$  y  $10^4$  años. Debido a que  $\tau_s \ll \tau_t$ , es posible despreciar la acumulación de esfuerzos tectónicos durante una secuencia de réplicas (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005).

SHAW (1993) explica el tiempo de demora de las réplicas sísmicas mediante el concepto de nucleación. El ciclo sísmico lo describe de la siguiente manera:

Se consideran tres procesos que definen las escalas de tiempo básicas del problema: la carga tectónica, la nucleación y la ruptura. Al inicio del proceso, la falla se encuentra en reposo, por lo tanto si no se aplica un esfuerzo extra, la falla permanece sin movimiento. Sin embargo, la lenta carga tectónica que ocasiona el movimiento de las placas, provoca que se incremente el esfuerzo. Eventualmente la carga se vuelve suficientemente grande para que comience un nuevo proceso, la nucleación, el cual empieza a dominar la evolución temporal del esfuerzo en un punto específico de la falla. El proceso físico que se considera para la fase de nucleación es el crecimiento subcrítico de fisuras, SCG (*Subcritical Crack Growth*), el cual se expone en el capítulo 5. Durante esta fase, la longitud de la fisura y el esfuerzo aumentan lentamente al inicio. Posteriormente ocurre de forma acelerada hasta que alcanza un esfuerzo crítico. En este momento ocurre una ruptura inestable y se produce una réplica. La ruptura ocurre en un breve lapso del tiempo en comparación con el que se necesita para la fase de nucleación o el de la carga tectónica. Durante la réplica se libera y se transfiere esfuerzo a las regiones vecinas. Debido a las heterogeneidades del campo de esfuerzo, puede ocurrir que el esfuerzo extra que se reparte a las regiones vecinas sea suficiente para ponerlas en fase de nucleación. Si esto ocurre, se acabará produciendo una nueva réplica sísmica.

Una forma de cuantificar el área en el que ocurre una secuencia de réplicas sísmicas fue propuesta por KAGAN (2002). La dimensión lineal característica del área de las réplicas sísmicas,  $L$  (km), depende de la magnitud del sismo principal,  $M_{SP}$ , mediante la ecuación:

$$L = 0.02 \times 10^{0.5M_{SP}} \quad (3.2)$$

Se observa también que la distribución espacial de los epicentros e hipocentros de las series de réplicas presentan un comportamiento fractal, el cual se expone con más detalle en el apartado 3.2.1.

La duración temporal,  $T$ , de las series de réplicas sísmicas se determina de manera empírica (SHCHERBAKOV *et al.*, 2005).

Todas las series de réplicas sísmicas satisfacen las siguientes leyes:

1. La ley de Gutenberg-Richter, expuesta en el capítulo 2
2. La ley de Båth, que es una ley empírica que establece que la diferencia de magnitud,  $\Delta M$ , entre el sismo principal,  $M_{SP}$ , y la réplica sísmica más grande,  $M_{AS}^{max}$ , es aproximadamente constante, es decir,

$$\Delta M = M_{SP} - M_{AS}^{max} \quad (3.3)$$

El valor aproximado que se encuentra es  $\Delta M \approx 1.2$ , independientemente de la magnitud del sismo principal (BÅTH, 1965). Algunos estudios han encontrado que la ley de Båth presenta grandes fluctuaciones del valor de  $\Delta M$ , desde 0 hasta 3 (FELZER *et al.*, 2002; CONSOLE *et al.*, 2003). SHCHERBAKOV y TURCOTTE (2004) exponen una versión modificada de la ley de Båth, según la cual la magnitud de “la réplica sísmica más grande”,  $M_{AS}^{max}$ , se obtiene a partir de una extrapolación de la ley de GR aplicada a la serie de réplicas.

3. La ley de Omori-Utsu, OM.

### 3.2.1 Dimensión fractal de las series de réplicas sísmicas

Los sistemas fracturados, incluyendo los sistemas de fallas de la litosfera, tienen una estructura estadísticamente auto-similar (*self-affine*) en un amplio rango de escalas (TURCOTTE, 1997). El concepto de auto similitud queda inscrito en el marco teórico de la geometría fractal que introduce MANDELBROT (1982) y posteriormente desarrolla TURCOTTE (1997), entre muchos otros autores. Como consecuencia, los sistemas de fallas quedan caracterizados por una ley potencial, con un exponente característico conocido como dimensión fractal de capacidad  $D_r$  (NANJO *et al.*, 1998). Como se expone en la ecuación 2.6, el parámetro  $b$  de la ley de GR está relacionada con la dimensión fractal  $D_r$ .

Existen dos modelos que proponen una distribución fractal de los sismos. El primero describe que la distribución de las fallas es fractal y que cada falla tiene su propio sismo característico. El segundo se refiere a que cada falla tiene una distribución fractal de sismos. Observaciones realizadas favorecen la primera teoría. TURCOTTE (1997) concluye que, si cada falla tiene un sismo característico y la distribución de los sismos es fractal, entonces la distribución de las fallas es también fractal. Por lo general, es difícil cuantificar la estadística de frecuencia-tamaño de la distribución de

las fallas debido a que casi nunca son visibles en superficie y muchas de ellas no se detectan hasta que ocurre un sismo.

La estadística de los fractales está dada por,

$$N(r) = \frac{C}{r^{D_r}} \quad (3.4)$$

donde  $D_r$  es la dimensión fractal de capacidad,  $N$  el número de objetos con una dimensión lineal característica  $r$ , y  $C$  una constante.

El método de recuento de cajas (*box-counting*) se utiliza para calcular el valor de la dimensión fractal en series de datos empíricos. Este método consiste en establecer un sistema euclidiano (d-dimentional) que contenga el conjunto de datos que deseamos analizar. Posteriormente se establece el tamaño lateral  $r$  de las cajas (d-dimensionales) en el que se divide el sistema y se procede a contar el número de cajas,  $N(r)$ , que contienen al menos un punto del conjunto. Este proceso itera el recuento de cajas variando el tamaño de segmento  $r$  de las cajas (PEITGEN *et al.*, 1992). En la figura 3.1a se ilustra el método del recuento de cajas en el fractal matemático de Koch. La dimensión fractal,  $D_r$ , se obtiene mediante el ajuste lineal de la ecuación 3.4 en escala log-log, es decir,

$$\ln N(r) = D_0 \ln \left( \frac{1}{r} \right) + \ln C \quad (3.5)$$

A modo de ejemplo, en la figura 3.1b se observa el ajuste de la ecuación 3.5 a la curva de Koch. La pendiente de este ajuste es su dimensión fractal.

Se aplica el método del conteo de cajas para calcular la dimensión fractal en 3-D y en 2-D (proyección en superficie), de la distribución espacial de las tres series de réplicas sísmicas (Fig. 2.12, 2.16 y 2.19). En la figura 3.2 se muestra el ajuste de la ecuación 3.5, para las series de réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge. La dimensión fractal  $D_r$  de la distribución espacial de las réplicas sísmicas proyectadas en superficie 2-D y en volumen 3-D, se muestra en la tabla 3.1.

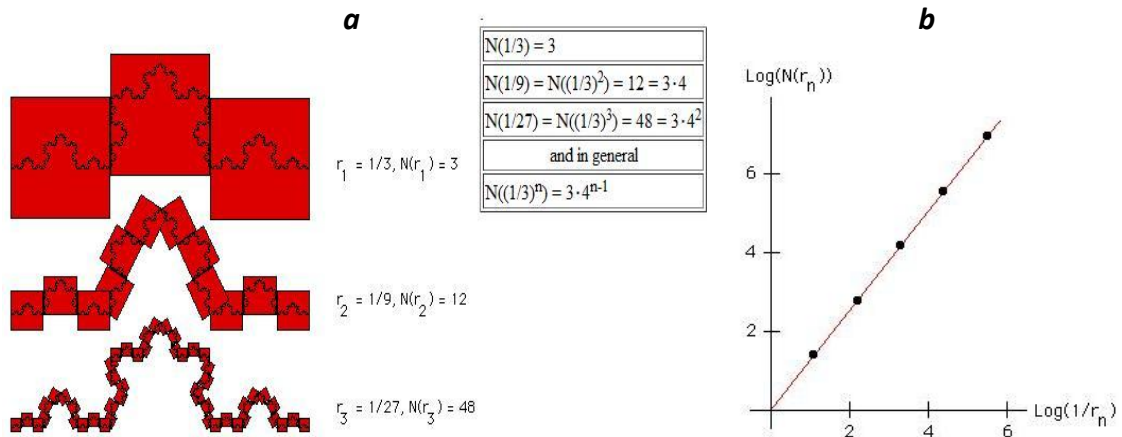


Fig. 3.1 **a)** Ejemplo del método del recuento de cajas en el fractal matemático de la curva de Koch. **b)** Ajuste lineal de la ecuación 3.5, cuya pendiente es la dimensión fractal  $D_0$  del conjunto de datos, esta gráfica corresponde al ejemplo de la curva de Koch (Fig. 3.1a).

Tabla 3.1 Valores de la dimensión fractal  $D_0$ , que se obtienen mediante método de recuento de cajas.

Aftershock Series	$D_0$ , distribución espacial 2-D	$D_0$ , distribución espacial 3-D
Landers	1.519 ( $r^2=0.994$ )	1.873 ( $r^2=0.996$ )
Hector Mine	1.439 ( $r^2=0.987$ )	1.735 ( $r^2=0.992$ )
Northridge	1.418 ( $r^2=0.997$ )	1.811( $r^2=0.994$ )

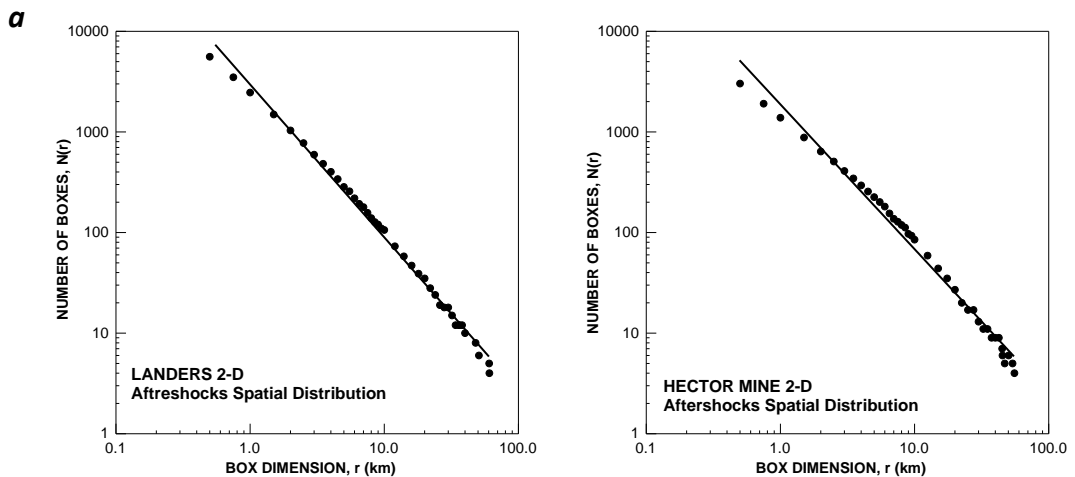


Fig. 3.2 (continua)



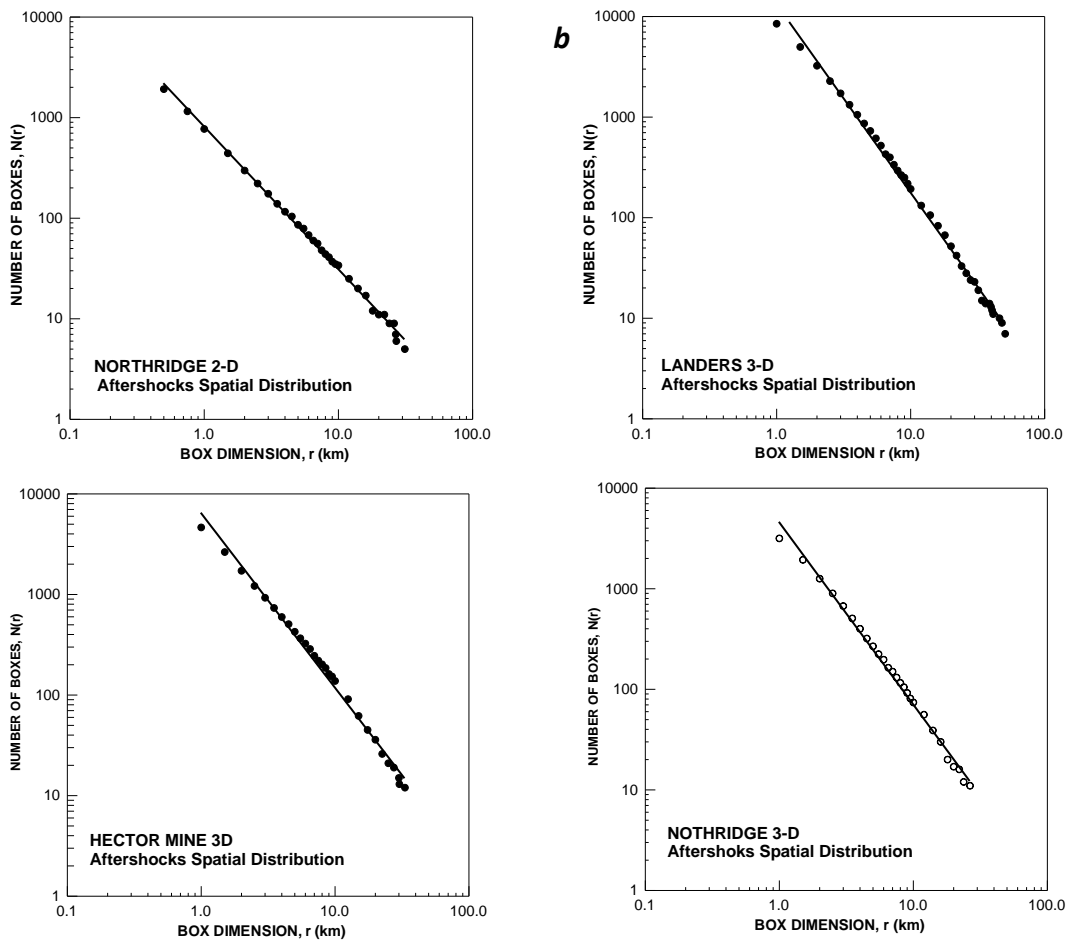


Fig. 3.2 Cálculo de la dimensión fractal  $D_0$  mediante el método del recuento de cajas para la distribución espacial de las réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge  $M_w > 1.5$ , **a)** en 2-D y **b)** en 3-D.

La distribución espacial tridimensional de las réplicas tienen una dimensión fractal  $D_r$  muy cercana a 2. Este resultado es similar a los que obtienen TURCOTTE (1997) y ROBERTSON *et al.* (1995) en otras crisis sísmicas, como Joshua Tree y Big Bear. Este resultado indica que aunque su estructura sea tridimensional las réplicas sísmicas ocurren en planos de fallas cuya dimensión es cercana a 2.0. SAHIMI *et al.* (1993) exponen que la dimensión fractal de la distribución espacial de los hipocentros es  $D_r \approx 1.8$ , y encuentran un modelo teórico que predice y explica este comportamiento. Y para los epicentros la dimensión es cercana a 1.5, de acuerdo con el modelo de la esponja de Menger (TURCOTTE, 1997).

### 3.3 Comportamiento Temporal de las Réplicas Sísmicas: Ley de Omori.

La ley de Omori es una ley empírica que fue propuesta por el sismólogo japonés Fusakichi Omori en 1894. Esta ley describe que la tasa de decaimiento de la actividad de las réplicas sísmicas,  $n(t)$ , en función del tiempo,  $t$ , obedece una ley hiperbólica simple (OMORI, 1894). Posteriormente, UTSU (1957, 1961) reformula la ley de Omori y expone que en general la tasa de decaimiento de las réplicas sísmicas,  $n(t)$ , se puede escribir como una ley potencial, la cual se expresa de la forma:

$$n(t) = \frac{K}{t^p} \quad (3.6)$$

donde  $p$  es el exponente de la tasa de decaimiento de las réplicas sísmicas, y caracteriza la forma en que la tasa de generación de las réplicas sísmicas decae en el tiempo. La constante de proporcionalidad  $K$  depende del número total de réplicas sísmicas que se considere en cada serie. La ecuación 3.6 implica que la tasa de decaimiento de la actividad de las réplicas,  $n(t)$ , muestra una propiedad fractal con el tiempo,  $t$ , (TAKAYASU, 1990). Muchos investigadores encuentran de forma empírica que para grandes terremotos el valor de  $p$  se aproxima a 1 (UTSU *et al.*, 1995), pero puede tomar valores desde 0.6 hasta 1.5 (MOGI, 1962c, 1967; UTSU, 1969; KISSLINGER y JONES, 1991; GUO y OGATA, 1995, 1997, entre otros). No hay una respuesta clara de por qué cada secuencia de réplicas tiene un valor diferente de  $p$ , sin embargo, se cree que el valor de  $p$  se relaciona con las condiciones mecánicas de la corteza terrestre (OGATA, 1999). Por ejemplo, MOGI (1962c) demuestra que en la zona sísmica de Japón una variación sistemática del valor de  $p$  refleja las variaciones regionales del flujo de calor superficial. Expone así mismo que la actividad de las réplicas sísmicas decae más rápido en las regiones donde la corteza terrestre tiene una temperatura mayor. Correlaciones similares se encuentran en el trabajo de KISSLINGER y JONES (1991), y de CREAMER y KISSLINGER (1993). Una interpretación distinta del parámetro  $p$  se expone en el trabajo de NANJO *et al.* (1998), en el que se relaciona el valor de  $p$  con la dimensión fractal de capacidad,  $D_r$ , de los sistemas de fallas activas pre-existentes en la corteza terrestre. Ellos exponen que el valor de  $p$  ofrece una información cuantitativa de las propiedades fractales de estos sistemas de fallas. Encuentran que el valor de  $p$  disminuye sistemáticamente cuando aumenta la densidad de las fallas activas pre-existentes.

Para evitar las singularidades matemáticas de la ecuación 3.6 cuando  $t=0$ , es decir, en el instante del sismo principal, la ley de Omori se expresa usualmente como (UTSU, 1961):

$$n(t) = \frac{K}{(c + t)^p} \quad (3.7)$$

donde  $c$  es por lo general una constante positiva pequeña con unidades de tiempo (UTSU *et al.*, 1995). La ecuación 3.7 se conoce como la ley de Omori Modificada, OM. El amplio uso de la ley de OM para describir el decaimiento de las secuencias de réplicas sísmicas se justifica por su simplicidad y por el buen ajuste que proporciona de los datos empíricos (MARCELLINI, 1997).

Mientras que los parámetros  $K$  y  $p$  se relacionan con el proceso físico de los sismos, la constante  $c$  genera controversia entre la comunidad científica. Existe un debate sobre si el parámetro  $c$  se relaciona con el proceso físico de la generación de las réplicas sísmicas en un periodo de tiempo cercano al sismo principal, o si solamente representa la detección incompleta de las réplicas al comienzo de la crisis sísmica (LINDMAN *et al.*, 2006). Mientras que KAGAN (2004) concluye que desde un punto de vista estadístico el parámetro  $c$  no indica una propiedad física del proceso sísmico, LINDMAN *et al.* (2006) demuestran que el parámetro  $c$  se relaciona con el tiempo en el que se reducen los altos gradientes de presión, del fluido en los poros de la roca a lo largo de la zona de fallas, que se habían incrementado a causa de la ruptura del sismo principal.

El parámetro  $c$  implica una transición de una ley potencial cuando  $t \gg c$ , hacia un decaimiento de un tipo menor conforme  $t \rightarrow 0$  (NARTEAU *et al.*, 2005). Se considera que en general la condición de  $t \leq c$  toma en cuenta la detección incompleta de las réplicas sísmicas de baja magnitud que ocurren unas horas después del sismo principal. Esta escasa detección de los sismos de baja magnitud se debe a la interferencia que ocasionan el gran número de sismos de magnitud elevada, que se producen en un tiempo cercano al sismo principal (UTSU *et al.*, 1995; GROSS y KISSLINGER, 1994, KAGAN y HOUSTON, 2005).

El valor de  $c$  puede variar desde pocos minutos hasta varios días (LINDMAN *et al.*, 2006). De acuerdo con UTSU *et al.* (1995), el valor de  $c$  se encuentra por lo general en el intervalo de  $0.01 \leq c \leq 1$  días, con un valor promedio de  $c=0.3$  días. NYFFENEGGER y FROHLICH (2000) analizan algunas secuencias de réplicas sísmicas que se producen en diferentes regiones de la Tierra, y reportan valores de  $c$  que varían de los 4 min hasta

las 7 h. SHCHERBAKOV *et al.* (2004) estudian cuatro series de réplicas sísmicas del Sur de California que suceden a los terremotos de Landers (1992), Hector Mine (1999), Northridge (1994) y San Simeon (2003). Si se considera una magnitud mínima de  $M_{\min}=2.0$ , el valor de  $c$  varía de las 5.5 h a los 6 días, y si  $M_{\min}=3.5$  encuentran que la variación de  $c$  está entre 7 min y 6 h. Una disminución similar de  $c$  en función del aumento de la magnitud mínima considerada,  $M_{\min}$ , también se expone en el trabajo de UTSU (1961). Esto indica que el tiempo que tiene que transcurrir para detectar íntegramente sismos de magnitud pequeña es mayor que el periodo de tiempo que se necesita para detectar sismos de gran magnitud (LINDMAN *et al.*, 2006).

En el trabajo de KAGAN y HOUSTON (2005), se realiza un análisis estadístico de catálogos sísmicos y exponen que la dependencia potencial de la ecuación 3.7 caracteriza la ocurrencia tanto de los precursores como de las réplicas sísmicas (PAPAZACHOS, 1975; KAGAN y KNOPOFF, 1978; JONES y MOLNAR, 1979)

El número acumulado de réplicas sísmicas,  $N(t)$ , que ocurren desde el sismo principal ( $t=0$ ) hasta un tiempo  $t$ , se obtiene mediante la integral de la ecuación 3.7 y se puede expresar como (OGATA, 2010),

$$N(t) = \int_0^t n(s)ds = \begin{cases} K\{\ln(t+c) - \ln(c)\} & (p = 1) \\ \frac{K\{(t+c)^{1-p} - c^{1-p}\}}{1-p} & (p \neq 1) \end{cases} \quad (3.8)$$

La ley de OM se verifica en experimentos de laboratorio a través de la medición de emisiones acústicas, EA, las cuales se generan por la deformación de las rocas frágiles (microescala,  $10^{-3}$ - $10^{-1}$  m). Esta ley también se comprueba tanto en la sismicidad inducida en operaciones de minería subterránea (mesoescala,  $1$ - $10^1$  m), como en las réplicas sísmicas (macroescala,  $10^2$ - $10^4$  m). Este hecho sugiere que existe un proceso universal detrás de la deformación inelástica responsable de las emisiones acústicas o de las ondas sísmicas. Muchos experimentos numéricos y de laboratorio han confirmado la hipótesis que indica que las réplicas sísmicas son un proceso que ocurre por la relajación de las altas concentraciones de los esfuerzos locales, que se producen debido a la ruptura dinámica del terremoto principal (LAY y WALLACE, 1995; MORENO *et al.*, 2001, entre otros). Cualquier teoría que explique el origen de las réplicas sísmicas debe satisfacer la ley de OM (UTSU *et al.*, 1995).

La base física del decaimiento de las réplicas sísmicas en función del tiempo se ha estudiado desde dos puntos de vista (CORREIG *et al.*, 1997): mediante modelos

continuos (p.e. YAMASHITA y KNOPOFF, 1987; SHAW, 1993; DIETERICH, 1994), y mediante modelos discretos (BURRIDGE y KNOPOFF, 1967; ITO y MATSUZAKI, 1990; SHAW 1993, entre otros).

A continuación se resumen algunos trabajos que utilizan modelos continuos para describir la ocurrencia de las réplicas. YAMASHITA y KNOPOFF (1987) asumen dos suposiciones: 1) la corrosión por esfuerzos es el mecanismo físico que retarda la ruptura de las réplicas. 2) la geometría de la zona de fallas donde se produce el sismo es compleja, por lo que toman una distribución potencial para describir el tamaño de las fallas, y suponen que la tasa de crecimiento de las fisuras también obedecen una ley potencial. En los trabajos de SHAW (1993) y DIETERICH (1994), se describe la ocurrencia de una réplica sísmica mediante la dinámica determinística de la “nucleación”. El término de “nucleación de un sismo”, se refiere al proceso que conduce al inicio de una inestabilidad sísmica en un tiempo y lugar específico (CORREIG *et al.*, 1997). SHAW (1993) considera que el proceso físico que produce la fase de nucleación es el crecimiento subcrítico de fisuras, SCG (*Subcritical Crack Growth*). El SCG describe el crecimiento lento de las microfisuras, que pueden generar con el tiempo concentraciones críticas de esfuerzo que permiten a su vez una ruptura súbita e inestable (RINNE, 2008). Es decir, durante esta fase la longitud de la fisura y el esfuerzo aumentan lentamente al principio, posteriormente se aceleran rápidamente hasta que se alcanza un valor del esfuerzo menor que el que se necesitaría para producir una ruptura instantánea (de aquí, la denominación de subcrítico). En este punto se produce un sismo (MORAL *et al.*, 2001a). En las condiciones que presenta la corteza terrestre, el mecanismo más importante para inducir el SCG es el de corrosión por esfuerzos (ATKINSON, 1984; RINNE, 2008). La corrosión por esfuerzos ocurre por acción del campo de esfuerzo heterogéneo y las reacciones químicas que se pueden producir en el medio. Los medios corrosivos reducen la vida del material. Por ejemplo, el agua que llena las microfisuras, debilita por reacción química (hidrólisis) los enlaces atómicos en la punta de fisura. La velocidad de propagación de las fisuras es extremadamente sensible al esfuerzo aplicado (MORAL *et al.*, 2001a). SHAW (1993) asume que la distribución del tiempo de espera o retardo de las réplicas sísmicas se debe a la aceleración en la acumulación de esfuerzo durante la fase de nucleación, y a la rápida distribución de esfuerzo que existe cuando ocurre un sismo. Por lo tanto, asume que la velocidad de nucleación es proporcional a una ley potencial, la cual es equivalente a la ley de Omori. Por otro lado DIETERICH (1994), en base a experimentos de fricción en el laboratorio, formula una ley general de fricción no lineal para describir la nucleación de un evento sísmico. Supone que la tasa de sismicidad en función del

tiempo,  $R$ , que ocurre por un cambio en el esfuerzo  $\Delta\tau$  (en el tiempo  $t=0$ ) se expresa como (HAINZL *et al.*, 2010a; COCCO *et al.*, 2010):

$$R = \frac{r}{\left[ \exp\left(\frac{-\Delta\tau}{A\sigma}\right) - 1 \right] \exp\left[-\frac{t}{t_a}\right] + 1} \quad (3.9)$$

donde  $r$  es la tasa de la sismicidad de fondo, BGSR (background seismicity rate) de la región,  $\Delta\tau$  es el cambio en el esfuerzo producido por un sismo.  $A$  es un parámetro constitutivo de la falla,  $\sigma$  es el esfuerzo normal,  $t$  el tiempo y  $t_a = A\sigma/\dot{\tau}$  es el tiempo de relajación característico para que la tasa de sismicidad vuelva a un valor estacionario (con  $\dot{\tau}$  es la tasa de sismicidad que se supone constante antes y después del cambio de esfuerzo (KANEKO y LAPUSTA, 2008)). Es decir,  $t_a$  representa la duración de la secuencia de réplicas sísmicas (CORREIG *et al.*, 1997).

De la ecuación 3.9 cuando  $t \gg t_a$ ,  $R/r$  tiende a 1. Si se utiliza el parámetro  $\Psi = \exp\left(-\frac{\Delta\tau}{A\sigma}\right)$ , cuando  $t \ll t_a$ , se tiene que  $\exp\left(-\frac{t}{t_a}\right) \approx \left(1 - \frac{t}{t_a}\right)$ , por lo que la ecuación 3.9 se puede reescribir como

$$R \approx \frac{r}{1 + [\Psi - 1] \left[1 - \frac{t}{t_a}\right]} = \frac{r}{\Psi - [\Psi - 1] \left(\frac{t}{t_a}\right)} \quad (3.10)$$

La ecuación 3.10 se puede reordenar y escribir como

$$R \approx \frac{\frac{rt_a}{1-\Psi}}{\frac{\Psi t_a}{1-\Psi} + t} \quad (3.11)$$

la cual se puede interpretar como la ley de Omori, para  $p = 1.0$ , asumiendo que  $R=n(t)$ , y los parámetros  $K$  y  $c$  se pueden expresar (KANEKO y LAPUSTA, 2008; HAINZL *et al.*, 2010a; COCCO *et al.*, 2010) como

$$K = \frac{rt_a}{1-\Psi}, \quad c = \frac{\Psi t_a}{1-\Psi} \quad (3.12)$$

Por lo tanto, a partir del modelo de DIETERICH (1994) se interpretan los parámetros  $c$  y  $K$  de la ley de OM, los cuales originalmente se introducen como constantes empíricas (CORREIG *et al.*, 1997; DIETERICH *et al.*, 2000; KANEKO y LAPUSTA, 2008).

DIETERICH (1994) muestra también que con su formulación es posible calcular el tiempo promedio de retorno de un sismo,  $t_r$ , el cual se puede aproximar como

$$t_r = t_a \frac{-\Delta\tau}{A\sigma} \quad (3.13)$$

Algunos trabajos de investigación utilizan modelos discretos para describir la tasa de decaimiento de las réplicas sísmicas. BAK y TANG (1989) simulan la sismicidad como un fenómeno crítico y demuestran que los sistemas dinámicos lentamente impulsados con muchos grados de libertad pueden auto-organizarse de forma natural cerca de un estado crítico (BAK *et al.*, 1988). Esto supone representar a la corteza terrestre como un sistema dinámico que acumula lentamente esfuerzo tectónico. Este esfuerzo se disipa posteriormente en forma de avalancha, sin un tamaño (magnitud sísmica) característico. Cada avalancha repentina se puede asimilar a una réplica sísmica. En el capítulo 5 se describe con mayor detalle el comportamiento de estos sistemas, los cuales se describen mediante los modelos de auto-organización crítica, SOC (*Self Organized Criticality*).

### 3.3.1 Determinación de los parámetros de la ley OM: Estimador de máxima verosimilitud

Para encontrar el valor de los parámetros  $K$ ,  $c$  y  $p$ , que mejor ajustan la ley de OM a una serie de réplicas sísmicas se utiliza el estimador de máxima verosimilitud, EMV *Maximum Likelihood Estimates* (OGATA, 1999; LOLLI y GASPERINI, 2006). El método de máxima verosimilitud es usado habitualmente para ajustar un modelo a los datos empíricos, y encontrar el valor de sus parámetros. Si el modelo a ajustar es, por ejemplo, la tasa de decaimiento de las réplicas sísmicas,  $n(t)$ , el objetivo es encontrar el conjunto de parámetros,  $K$ ,  $c$  y  $p$ , que más aproximan el número acumulado de las  $N$  réplicas, que ocurren en un tiempo,  $t$ , con el valor teórico  $N(t)$  dado por la ecuación 3.8. La función de máxima verosimilitud,  $L(\theta)$  (*log-likelihood*), para un grupo de parámetros  $\theta(K, c, p)$ , se expresa de la forma (OGATA, 1983)

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln(n(\theta; t_i)) - \int_{T_s}^{T_e} n(\theta; t) dt \quad (3.14)$$

donde en el sumatorio de la ecuación 3.14 se acumula el logaritmo de la ley de OM para los distintos tiempos de ocurrencia de las réplicas:

$$\sum_{i=1}^N \ln(n(\theta; t_i)) = -N \ln(k) - p \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) \quad (3.15)$$

y la integral de la ecuación 3.14 es el número acumulado de réplicas sísmicas (Ec. 3.8), evaluado entre el tiempo inicial de la crisis,  $T_s$ , y el tiempo final que se considere,  $T_e$ . Por lo tanto, para una serie particular de réplicas sísmicas el conjunto de parámetros  $\hat{\theta}(K, c, p)$  que maximiza la ecuación 3.14 será el EMV del modelo.

Para implementar el algoritmo EMV se aplicó la rutina FMINCON de la librería de Matlab (<http://www.mathworks.fr/help/toolbox/optim/ug/fmincon.html>). Esta rutina también se utiliza en el programa de software de ZMAP, el cual se aplica en el análisis de datos de sismicidad y de catálogos sísmicos. El ZMAP es una herramienta interactiva para investigar y visualizar la sismicidad en función del tiempo y del espacio (WIEMER, 2001).

### 3.4 Fluctuaciones en la tasa de producción de réplicas sísmicas

Como se expone en la sección 3.3, la tasa de decaimiento de las réplicas sísmicas,  $n(t)$  (Ec. 3.7), es una característica universal de la sismicidad, en comparación con los patrones irregulares que usualmente muestran los precursores.

En el trabajo de CORREIG *et al.* (1997), y posteriormente en MORENO *et al.* (2001), se pone en evidencia que a pesar de esta universalidad, el ajuste de la ley de OM a las series de réplicas es solo aproximado, ya que las secuencias de réplicas no siempre muestran una relajación suave, es decir, una disminución gradual de su tasa de producción. Por lo tanto, existen secuencias de réplicas sísmicas que presentan anomalías en la tasa de decaimiento, lo que provoca que su comportamiento se aleje del descrito por la simple ley de OM. Otros autores como UTSU *et al.* (1995) ya indicaban algunas anomalías similares, como por ejemplo:

1. Los casos en el que la actividad de las réplicas sísmicas no queda representada por una simple ley potencial debido a la mezcla de la actividad de diferentes series sísmicas (GROSS y KISSLINGER, 1994).
2. Los casos en los que el decaimiento de la actividad de las réplicas obedecen en general la ley de OM, pero se observa que la tasa de decaimiento se separa temporalmente de la tendencia general debido a cambios abruptos en la actividad, que pueden ser aceleraciones o inactividad (OGATA, 2010).



Una manera de explicar el aumento repentino de la tasa de producción queda descrito en el modelo de Secuencia de Réplicas de Tipo Epidémico, ETAS (*Epidemic-type aftershock sequence*). El modelo de ETAS incluye en su algoritmo la magnitud de las réplicas para describir los cambios que se observan en la velocidad de producción. Es decir, explica que el aumento de la tasa de producción ocurre por la generación de una nueva secuencia de réplicas, la cual se origina por una réplica precedente de magnitud mayor. Por lo tanto, el modelo ETAS permite simular las series de réplicas sísmicas como una superposición de muchas series de Omori desplazadas en el tiempo (OGATA y ZHUANG, 2006). Este modelo fue propuesto por OGATA (1988, 1992) para describir la distribución espacial y temporal de la sismicidad. El modelo de ETAS se ha utilizado en varios trabajos de investigación que analizan las series de réplicas sísmicas como OGATA (1989, 2001), GUO y OGATA (1997), OGATA *et al.* (2003) y OGATA (2010). Existen cuatro hipótesis sobre las que se basa este modelo (OGATA, 1999; OGATA y ZHUANG, 2006):

1. Cada sismo puede ser un sismo principal, una réplica o un precursor.
2. Cada sismo puede activar más réplicas, las cuales presentan una tasa de decaimiento descrito por la ley de Omori de la forma,

$$n(t) = \frac{K(M)}{(c + t)^p} \quad (3.16)$$

3. La constante ,  $K(M)$ , depende de la magnitud  $M$  del sismo principal, de acuerdo con la siguiente expresión,

$$K(M) = K10^{\alpha M} \quad (3.17)$$

donde  $K$  es la constante de la ecuación 3.7, y el coeficiente  $\alpha$  mide la eficiencia que tiene un sismo, en relación a su magnitud, para generar una actividad de réplicas (OGATA y ZHUANG, 2006).

4. La magnitud de las réplicas obedece la distribución de GR, independientemente del tiempo y de la magnitud del sismo principal.

El modelo ETAS puede verse como una versión fractal de la simple relajación descrita por la ley OM (MORENO *et al.*, 2001; TURCOTTE y NEWMAN, 2007).

En el trabajo de CORREIG *et al.* (1997) y de MORENO *et al.* (2001), se expone una forma alternativa de analizar el comportamiento temporal de las réplicas sísmicas, en el cual la tasa de decaimiento es independiente de la magnitud de las réplicas que provocan cambios súbitos en la actividad. Y, por lo tanto, no quedan descritas por el modelo ETAS. Los autores analizan las réplicas sísmicas que se producen después del terremoto que ocurre en el Este de los Pirineos el 18 de Febrero de 1996 ( $M_L=5.2$ ). Esta secuencia de réplicas consta de 337 eventos ( $M_{\min}=1.9$ ,  $M_{\max}=3.8$ ), que se producen durante un periodo de 77 días después del sismo principal. MORENO *et al.* (2001) apuntan que las características anómalas que encuentran en esta crisis no serían una excepción, sino que, por el contrario aparecen en otras series de réplicas sísmicas.

En esta tesis se aplica esta forma alternativa de análisis a las series de réplicas sísmicas propuesta por CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001). De esta manera se investigan los posibles mecanismos físicos subyacentes en el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas. Para realizar este estudio se utilizan tres series que tienen una buena calidad y cantidad de réplicas sísmicas bien registradas: Landers ( $M_w=7.3$ , 1992), Hector Mine ( $M_w=7.1$ , 1999) y Northridge ( $M_w=6.7$ , 1999), las cuales se han presentado en el capítulo 2. Estas series de réplicas sísmicas tienen un elevado número de elementos, lo cual permite aplicar técnicas potentes como los análisis para sistemas dinámicos.

Un ejemplo del comportamiento temporal de la tasa de producción de las réplicas que describe CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001) se observa en la figura 3.3. En la figura 3.3a se muestra el número acumulado,  $N(t)$ , de réplicas sísmicas del terremoto de Landers ( $M_{\min}=1.6$ ). A simple vista se puede observar un cambio importante en la tasa de producción (círculo azul), que ocurre a los  $152 \pm 2$  días del temblor principal. La línea roja indica el ajuste de la forma integral de la ley de OM. Los parámetros  $K$ ,  $c$  y  $p$ , de la serie de réplicas sísmicas de Landers se muestran en la tabla 3.2. Debido a las irregularidades de la tasa de producción no es posible que la ley de OM logre ajustar bien los datos empíricos. La figura 3.3b muestra un doble comportamiento bien diferenciado del ajuste de la ley de Omori, de  $t=0$  a  $t=152$  días (línea discontinua roja) y de  $t=152$  a  $t=365$  días (línea discontinua azul).

La tendencia general de la secuencia de réplicas sísmicas de Landers sigue un decaimiento de acuerdo con la ley de OM. Ahora bien, desde un punto de vista matemático, esta ley implica que el intervalo de tiempo entre réplicas consecutivas es una función monótonamente creciente. Sin embargo, si se observa con más detalle la

serie, se pueden distinguir cambios abruptos en el ritmo de producción de las réplicas sísmicas. Las figuras 3.3c y d muestran una ampliación de la figura 3.3a, en la que se observa con más detalle algunos ejemplos de las irregularidades que presenta la tasa de producción.

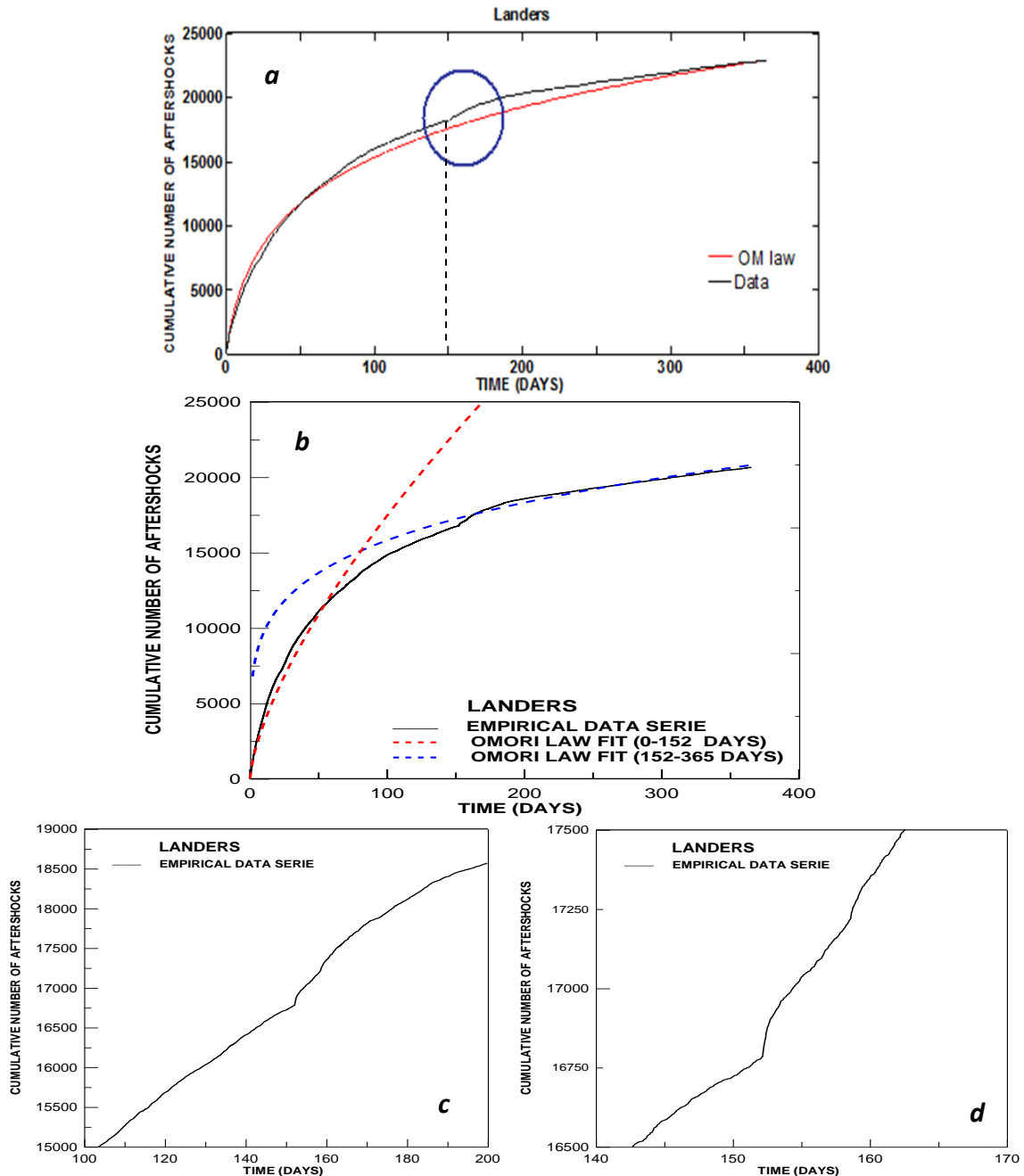


Fig. 3.3 **a)** Número acumulado,  $N(t)$ , de la serie de réplicas sísmicas de Landers, desde el sismo principal hasta 365 días. El ajuste de la ley de OM integral (Ec. 3.3) se muestra con una línea roja. **b)** Doble comportamiento bien diferenciado del ajuste de la ley de Omori hasta 152 días y de 152 a 365 días. **c)** Detalle del comportamiento temporal del número de réplicas de 100 a 200 días desde el comienzo de la crisis sísmica. **d)** Idem, de 140 a 170 días.

En la figura 3.4a y b se muestra el ajuste de la ley de OM de las series de réplicas sísmicas de Hector Mine y Northridge, respectivamente. En la tabla 3.2 se muestra el valor de los parámetros,  $K$ ,  $c$  y  $p$ , del ajuste de la ley de OM para las tres series de réplicas sísmicas (LND, HM y NOR), así como el valor de la función log-likelihood,  $L(\theta)$  (Ec. 3.14) y el valor cuadrático medio RMS (Root Mean Square) del ajuste de la ley OM.

El valor de  $p$  se encuentra dentro del intervalo usual para las tres series de réplicas sísmicas. Los valores de  $c$  que se encuentran para una magnitud  $M_{\min}=1.6$ , son mayores que los que se tienen cuando  $M_{\min}=2.0$  (5.5 h a los 6 días). Este comportamiento según la magnitud mínima es acorde con el que obtienen UTSU (1961) y SHCHERBAKOV *et al.* (2004) para otras series sísmicas.

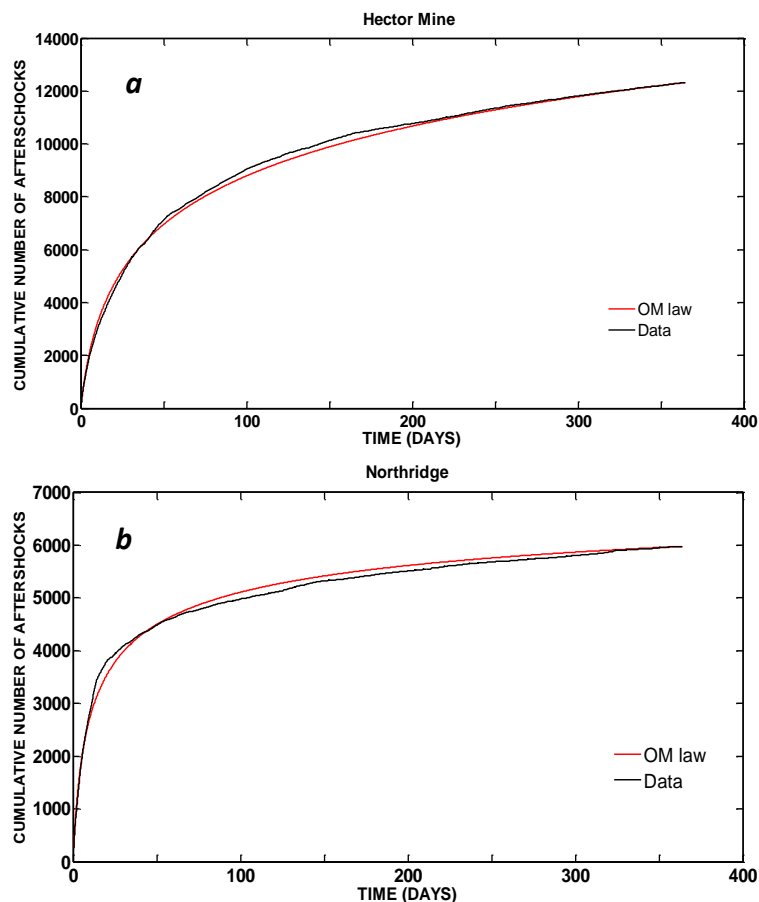


Fig. 3.4 Número acumulado de réplicas sísmicas (línea negra) y ajuste de la ley de OM (línea roja), para: **a**) la serie de réplicas sísmicas de Hector Mine y **b**) la de Northridge.

Tabla 3.2 Valor de los parámetros de la ley de OM, RMS y función log-likelihood para las tres series de réplicas sísmicas.

Aftershock Series ( $M_{\min}=1.6$ )	Number of elements	c [days]	p	K [shocks/days]	L( $\theta$ )	RMS
Landers	20649	19.773	1.335	2.982e+4	-7.560e+4	1.750e+2
Hector Mine	10713	7.751	1.175	5.448e+3	-3.403e+4	0.681e+2
Northridge	5334	3.216	1.351	3.484e+3	-1.720e+4	1.185e+2

La ley de OM tiene una justificación física en términos de un proceso de relajación de los esfuerzos tectónicos locales, los cuales se ven incrementados cuando ocurre la ruptura del sismo principal. Recordando que la ley OM implica que el intervalo de tiempo entre réplicas consecutivas es una función monótonamente creciente, la interpretación de esta ley como un proceso de relajación sugiere una forma de separar las series de réplicas sísmicas en dos clases, los *Leading Aftershocks*, LA, y las *Cascades*, CAS. Los LA son las réplicas que siguen estrictamente la ley de OM y el término de CAS se refiere a las réplicas que se producen a una mayor velocidad (CORREIG *et al.*, 1997; MORENO *et al.*, 2001).

#### 3.4.1 *Leading Aftershocks*, LA, y *Cascades*, CAS.

El planteamiento del problema sugiere que para analizar el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas es oportuno realizar una separación de estas. El algoritmo de separación de las réplicas sísmicas que se utiliza en esta tesis es el mismo que se sugiere en los trabajos de CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001). Este algoritmo de separación se basa en el intervalo de tiempo,  $\Delta t$ , entre dos réplicas consecutivas. Por lo tanto, se separan las series de réplicas sísmicas en dos clases: La clase A incluye las réplicas que satisfacen la ley de OM, las cuales se denominan *Leading Aftershocks*, LA, y la clase B comprende las réplicas que no obedecen en sentido estricto la ley de OM, las cuales se definen como *Cascades*, CAS.

El criterio que se utiliza para asignar los eventos a la clase A (LA) o a la clase B (CAS) se esquematiza en la figura 3.5. Las dos primeras réplicas se consideran LA. Si el intervalo de tiempo,  $\Delta t_i$ , entre el evento  $i$  y el evento anterior  $i-1$  es mayor que el intervalo  $\Delta t_{i-1}$ , entre las réplicas  $i-1$  e  $i-2$ , entonces la réplica  $i$  es candidata a ser un nuevo LA. Para completar la asignación de la réplica  $i$  a una clase particular, el siguiente paso es comparar el intervalo de tiempo entre el evento  $i$  y el LA anterior,  $\Delta t_{LA-i}$ , con el intervalo de tiempo entre los dos LA anteriores,  $\Delta t_{LA}$ . Si ocurre que  $\Delta t_{LA} < \Delta t_{LA-i}$ , el

evento  $i$  es un nuevo LA. Si no se satisfacen las condiciones anteriores ( $\Delta t_{i-1} < \Delta t_i$  y/o  $\Delta t_{LA} < \Delta t_{LA-i}$ ), la réplica  $i$  será un elemento de CAS. Todos los elementos que se encuentren entre dos LA consecutivos forman una CAS. A partir de esta separación se pueden identificar cualitativamente dos procesos de relajación de esfuerzos: 1) los LA son las réplicas que siguen un proceso de relajación de esfuerzos según se describe en la ley de OM (en el que el intervalo de tiempo entre réplicas consecutivas crece monótonamente), y 2) las CAS son secuencias de réplicas que siguen una súbita relajación de esfuerzos, la cual no queda descrita por la ley de OM.

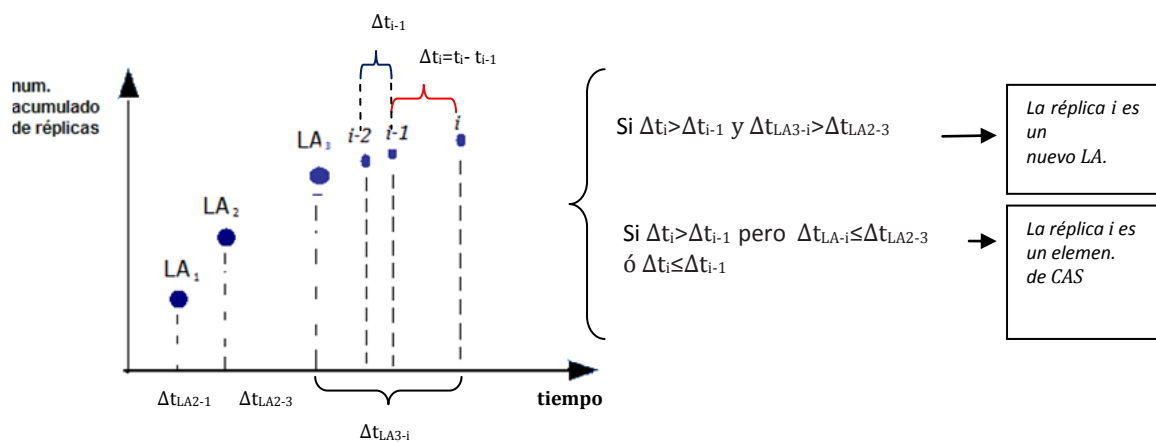


Fig. 3.5 Esquema que ilustra el criterio o algoritmo de separación entre los LA y los elementos de CAS (CORREIG et al., 1997; MORENO et al., 2001).

### 3.5 Resultados básicos de la separación de LA y CAS

Tras la separación de las réplicas sísmicas en LA y CAS, es necesario verificar algunas propiedades básicas como la ley de GR (Ec. 2.4) y la ley de OM (Ec. 3.7) para los LA.

#### 3.5.1 Ley de GR para la serie de LA y para las réplicas sísmicas que se asignan a CAS

En primer lugar se pretende verificar si los LA y los elementos que se asignan a CAS, satisfacen la ley de GR, tal y como lo hacen las series completas de réplicas sísmicas (Fig. 2.11, 2.15 y 2.18). En la figura 3.6 se muestran los histogramas de magnitud y el ajuste de la ley de GR para los LA y para los elementos de CAS de las tres series. En la tabla 3.3 se puede observar el número de LA, *Num. LA*, y el número de elementos que se asignan a CAS, *Num. Elem. CAS*, y la proporción entre ambos. También se calcula el valor del parámetro  $b_{LA}$  de la ley de GR para la serie LA y el parámetro  $b_{CAS}$  de los elementos de CAS.

Como se observa en la tabla 3.3, la proporción de  $\frac{Num.LA}{Num.Elem.CAS}$  aumenta conforme disminuye el número de elementos de la serie. El valor de  $b_{CAS}$  que se encuentra para los elementos que forman las CAS es similar al que se tiene para las series de réplicas sísmicas originales (tabla 2.2) y está dentro del intervalo general o canónico ( $0.8 < b < 1.2$ ). El valor de  $b_{LA}$  que se obtiene de los LA disminuye considerablemente en comparación al valor de  $b$  de las series originales. Algunos autores han encontrado valores de  $b$  menores que el intervalo canónico ( $0.8 < b < 1.2$ ), y asumen que este valor pequeño de  $b$  se relaciona con un bajo grado de heterogeneidad de la población de fallas, una gran tasa de deformación y por lo tanto, estaría asociado a grandes fallas (ÖZTÜRK *et al.*, 2008). Sin embargo, en este análisis se considera que el valor de  $b_{LA}$  no canónico puede ser una consecuencia de errores computacionales debido a que el número de elementos que tienen las series de LA es pequeño para realizar una estadística adecuada. Simplemente se puede concluir que los LA muestran signos de seguir una distribución dada por la ley de GR.

En la figura 3.6b también se observa que en los tres casos la réplica de mayor magnitud se asigna a un elemento de CAS. Esto se debe a que en el algoritmo de separación de LA y CAS no se toma en cuenta la magnitud de las réplicas sísmicas, sino que solo se considera el tiempo de ocurrencia entre ellas y, por tanto, puede ocurrir que réplicas de gran magnitud se produzcan dentro de una CAS.

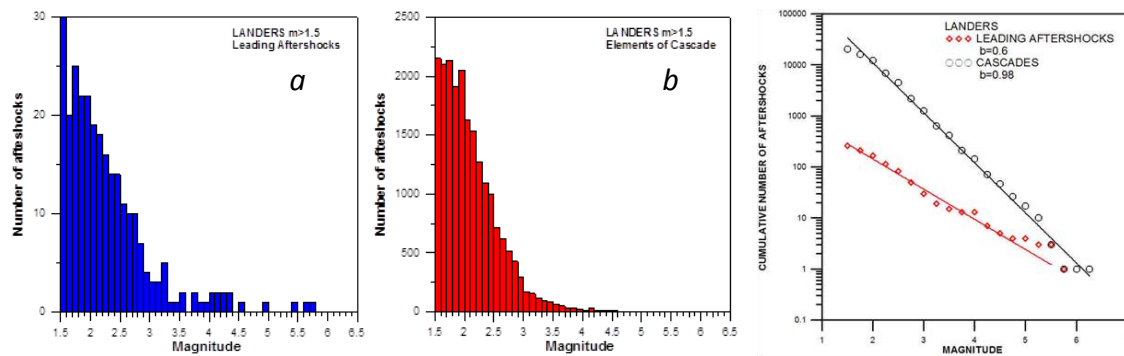


Fig. 3.6 (continua)

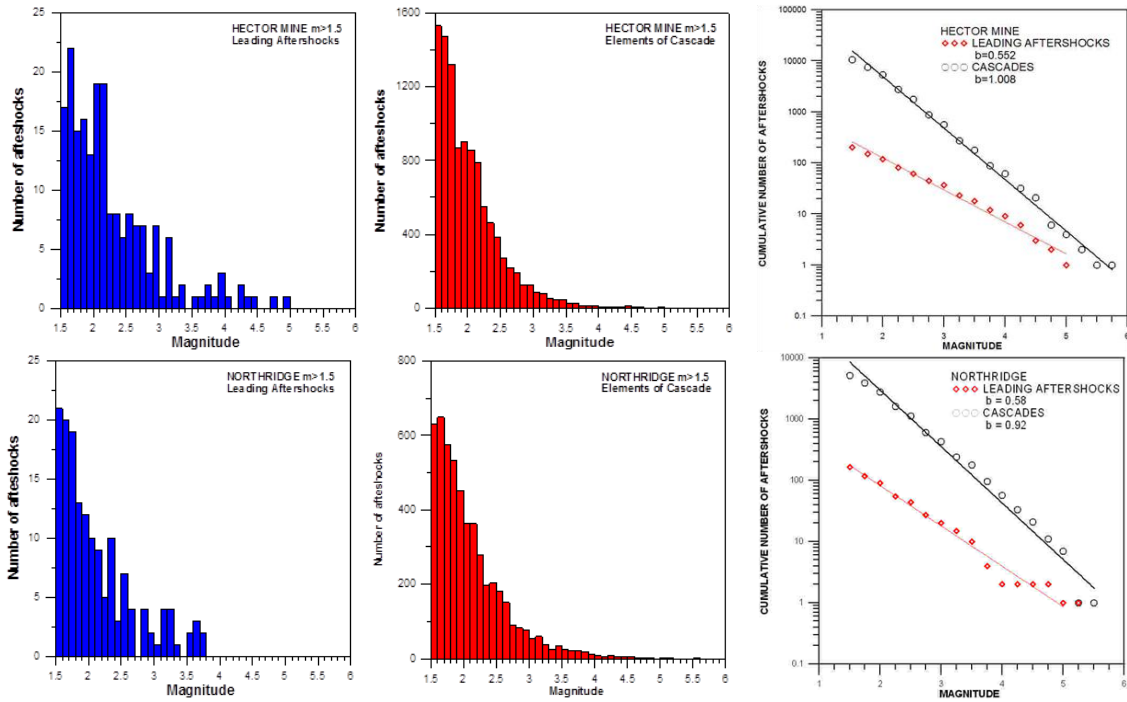


Fig. 3.6 Histogramas de magnitud de los LA (Fig. 3.6a) y de los elementos de CAS (Fig. 3.6b) para las series de réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge. En la figura 3.6c se muestran los ajustes de la ley de GR (Ec. 2.4) para los LA (círculos rojos) y para los elementos de CAS (círculos negros) de las tres series de réplicas sísmicas.

Tabla 3.3 Número de LA, número de elementos que forman las CAS, la proporción entre ambas  $\frac{Num.LA}{Num.Elem.CAS}$ , y el valor del parámetro  $b$  de la ley de GR, de los LA,  $b_{LA}$ , y de los elementos de CAS,  $b_{CAS}$ .

Aftershock Series	Num. Elements ( $M_{min}=1.6$ )	Num. LA	Num. Elem. CAS	$\frac{Num. LA}{Num. Elem. CAS}$	$b_{CAS}$	$b_{LA}$
LND	20649	263	20386	0.0129	0.98 ( $r^2=0.995$ )	0.60 ( $r^2=0.983$ )
HM	10713	201	10512	0.0190	1.01 ( $r^2=0.992$ )	0.55 ( $r^2=0.997$ )
NOR	5334	158	5176	0.0305	0.92 ( $r^2=0.978$ )	0.58 ( $r^2=0.978$ )

### 3.5.2 Ley de OM para la serie de LA

Otra propiedad que se verifica es la mejora del ajuste de la ley de OM para las series de LA. Como el algoritmo de separación de LA y CAS define que los LA son las réplicas que satisfacen estrictamente la relación de OM, cabe esperar que el RMS deba ser menor que el que se calcula para las series originales (tabla 3.2). En la figura 3.7 se muestra el ajuste de la ley de OM para las series de LA de LND, HM y NOR. En la tabla



3.4 se puede observar el valor de los parámetros  $c$ ,  $p$  y  $K$ , el RMS del ajuste, y el valor de la función  $L(\theta)$ .

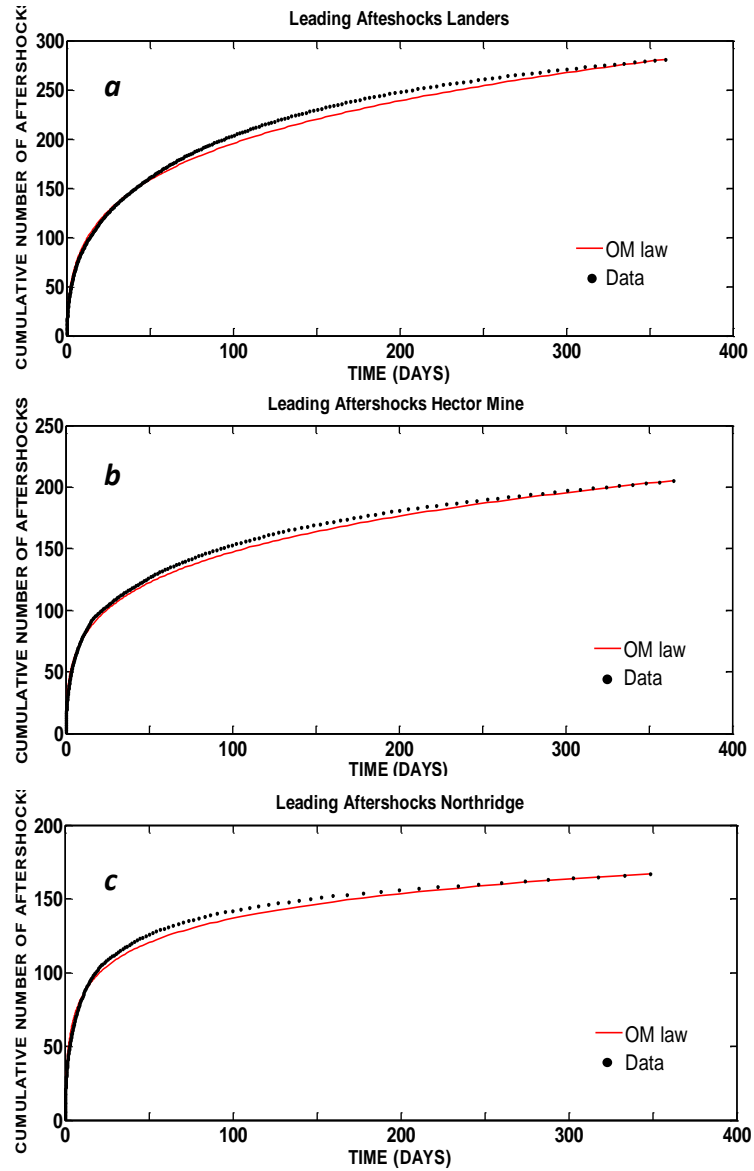


Fig. 3.7 Ajuste de la ley de OM acumulada (línea continua) a las series de LA de: **a)** LND, **b)** HM y **c)** NOR (círculos).

Tabla 3.4 Valor de los parámetros de la ley de OM que se obtienen mediante el EMV para las tres series de LA, número de elementos de las series de LA, valor del RMS y función log-likelihood,  $L(\theta)$ .

Leading Aftershocks Series	Num. LA	p	c	K	L( $\theta$ )	RMS
LND>1.5	263	0.785	0.143	19.567	107.000	9.140
HM>1.5	201	0.753	0.001	12.407	79.104	6.800
NOR>1.5	158	0.901	0.068	15.941	32.220	4.663

El valor del parámetro  $p$  se encuentra dentro del intervalo empírico de 0.6 a 1.5 pero disminuye con respecto al que se calcula para las series originales (tabla 3.2). El valor de  $c$  también disminuye con respecto al que tienen las series originales, sin embargo, se encuentra aproximadamente dentro del intervalo general de  $0.01 \leq c \leq 1$  días (UTSU *et al.*, 1995). Como era de esperar el valor del RMS es menor que el de las series originales (tabla 3.2), lo cual verifica que la ley de OM ajusta mejor los LA que la serie original. Esto se debe a que en las series de réplicas sísmicas originales, las CAS, al tener un mayor ritmo de generación, modifican o interfieren el proceso de relajación descrito por la ley de OM. La función  $L(\theta)$  también se maximiza en el caso de los LA, lo cual indica que el ajuste de la ley teórica a los datos empíricos tiene una gran mejora.

En consecuencia, la escala temporal de los procesos de relajación asociados a los LA y a las CAS es muy diferente. El proceso de generación de los LA puede durar meses (Fig. 3.7), mientras que las CAS suelen tener lugar en unas pocas horas, o en algunos casos, unos pocos días. Como apuntan CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), las CAS presentan propiedades destacables, las cuales son objeto de análisis detallado en el siguiente capítulo.

## 4 Propiedades estadísticas y fractales de las Cascades

### 4.1 Introducción

En la investigación de CORREIG *et al.* (1997) y de MORENO *et al.* (2001), se pone en evidencia que aunque las secuencias de réplicas sísmicas se pueden describir en primera aproximación mediante la ley de OM, existen fluctuaciones que se alejan del comportamiento descrito por esta ley. Estas fluctuaciones se asocian a las Cascades, CAS. Por lo tanto, como se expone en el capítulo 3, las réplicas sísmicas que se asignan a CAS son aquellas que no satisfacen estrictamente la ley de OM, es decir, su velocidad de producción presenta cambios súbitos. Cada CAS se constituye por las réplicas sísmicas que hay entre dos LA consecutivos, y el intervalo de tiempo en el que se generan suele ser de unas pocas horas. La mayor parte de las réplicas sísmicas forman parte de CAS, como se ha visto en el capítulo 3.

CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), encuentran algunas características destacables de las CAS al analizar propiedades como la velocidad de generación de cada CAS o el comportamiento del número de elementos por CAS.

En esta tesis, las secuencias de réplicas sísmicas que se analizan disponen de un gran número de elementos, lo que hace posible comprobar y completar las propiedades que exponen CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001) y ampliar otros aspectos estadísticos y fractales del número de réplicas por CAS. En concreto, en este capítulo se tratan la función de distribución estadística; la persistencia, aleatoriedad o antipersistencia de la serie; y el posible comportamiento fractal auto-afin.

## 4.2 Número de réplicas sísmicas por CAS

Una propiedad interesante que se analiza es la evolución temporal del número de réplicas sísmicas que forman una CAS,  $NCAS(t)$ . En la figura 4.1 se muestra el comportamiento de la serie de  $NCAS(t)$  para las tres secuencias de réplicas sísmicas (LND, HM y NOR). El tiempo origen de cada CAS corresponde al tiempo en el que se produjo el LA previo.

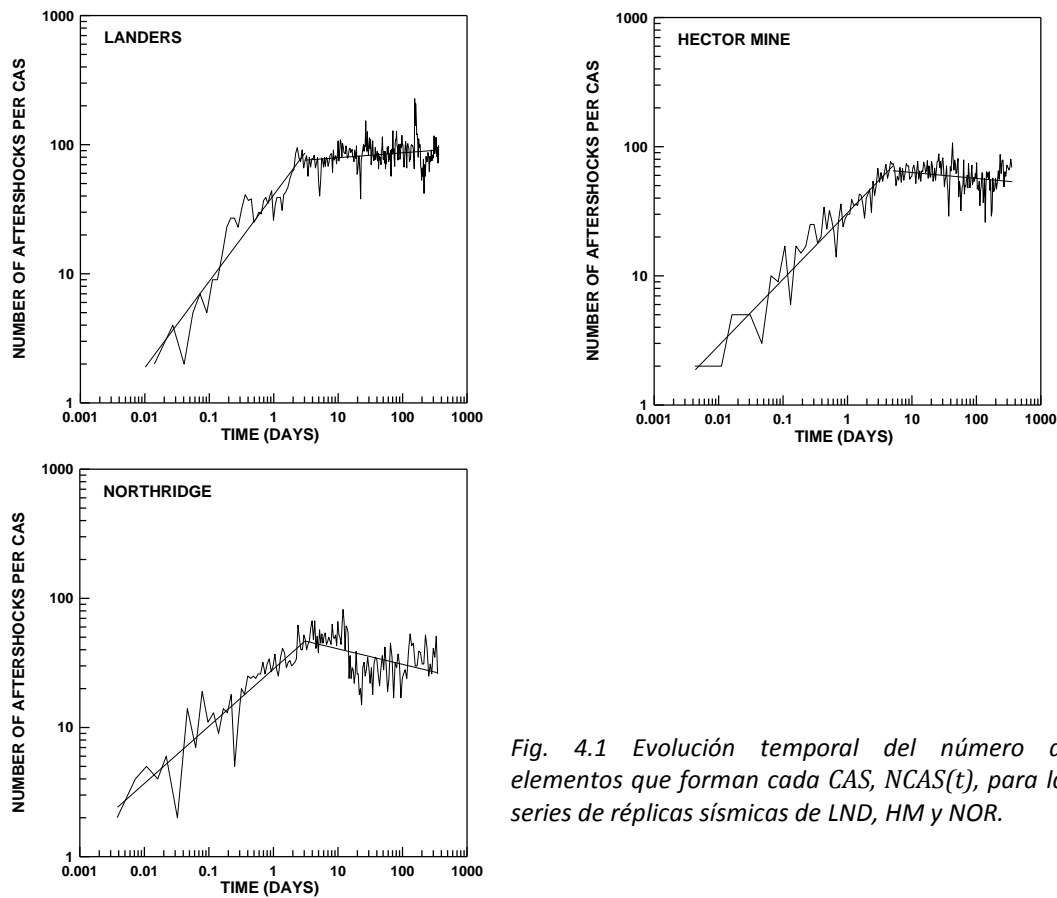


Fig. 4.1 Evolución temporal del número de elementos que forman cada CAS,  $NCAS(t)$ , para las series de réplicas sísmicas de LND, HM y NOR.

Como se observa en la figura 4.1, el comportamiento de las series de  $NCAS(t)$  se puede aproximar mediante dos leyes potenciales con exponentes distintos. La pendiente de cada ajuste potencial ( $b_1$ ,  $b_2$ ) en escala log-log se muestra en la tabla 4.1. El tiempo en el que se produce este cambio de ley potencial se le denomina tiempo crítico  $t_{cNC}$  de la serie  $NCAS(t)$ . El número de CAS de cada serie de réplicas sísmicas y el tiempo crítico  $t_{cNC}$  se muestran también en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Número de CAS en cada serie de réplicas sísmicas (LND, HM y NOR). Los coeficientes  $b_1$  y  $b_2$ , corresponden a los dos ajustes potenciales de la figura 4.1. La intersección de estos ajustes es el tiempo crítico de la serie  $NCAS(t)$ ,  $t_{cNC}$ .

Series	Num. of CAS	$b_1$	$b_2$	$t_{cNC}$ (días)
LND M>1.5	260	0.669	0.037	2.45
HM M>1.5	199	0.515	-0.046	4.28
NOR M>1.5	156	0.443	-0.120	3.04

De la misma forma que en los trabajos de CORREIG *et al.* (1997) y de MORENO *et al.* (2001), se encuentra que la tasa de producción de cada CAS es elevada, puesto que suelen ser de corta duración, y aproximadamente constante. A modo de ejemplo se muestra en la figura 4.2 la tasa de producción de algunas CAS de cada serie.

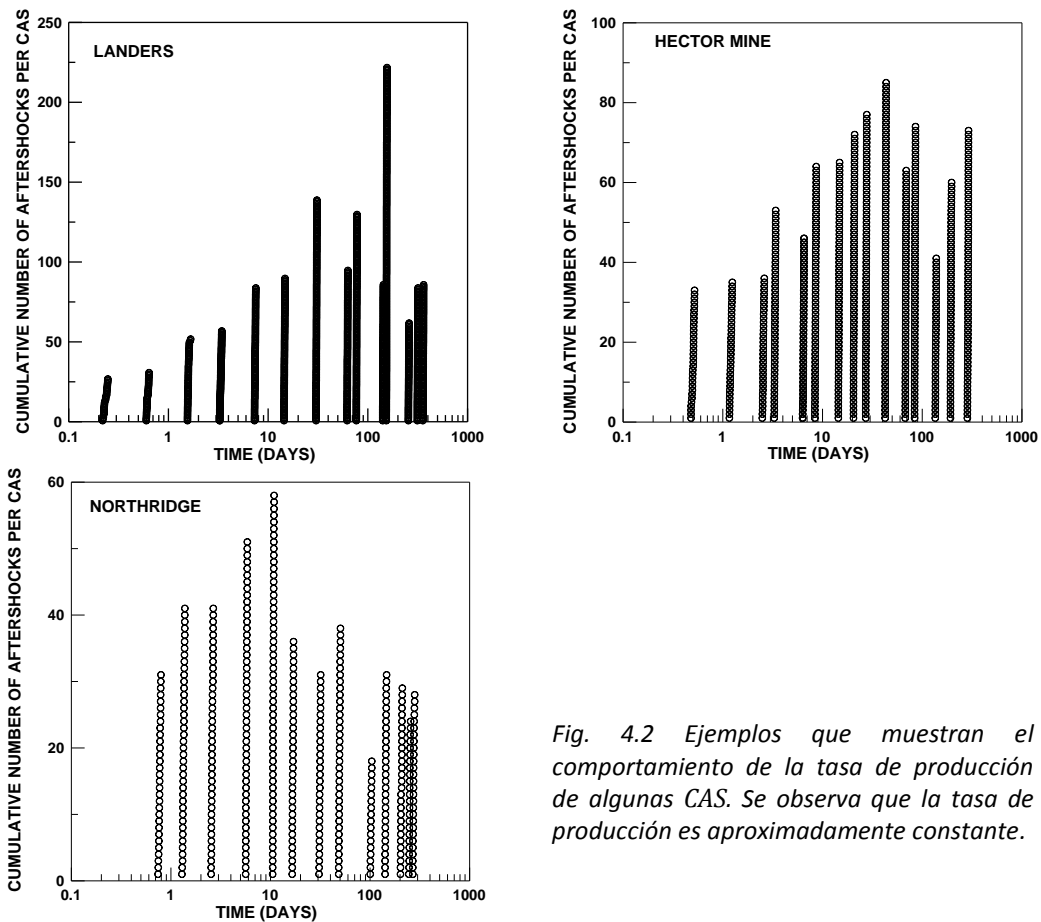


Fig. 4.2 Ejemplos que muestran el comportamiento de la tasa de producción de algunas CAS. Se observa que la tasa de producción es aproximadamente constante.

Otra característica que se analiza es el comportamiento de la tasa de producción o generación de las sucesivas CAS en función del tiempo transcurrido desde el sismo principal,  $GR(t)$ . En la figura 4.3 se representan con círculos los sucesivos valores de  $GR(t)$  para las CAS constituidas con un mínimo de 3 elementos.

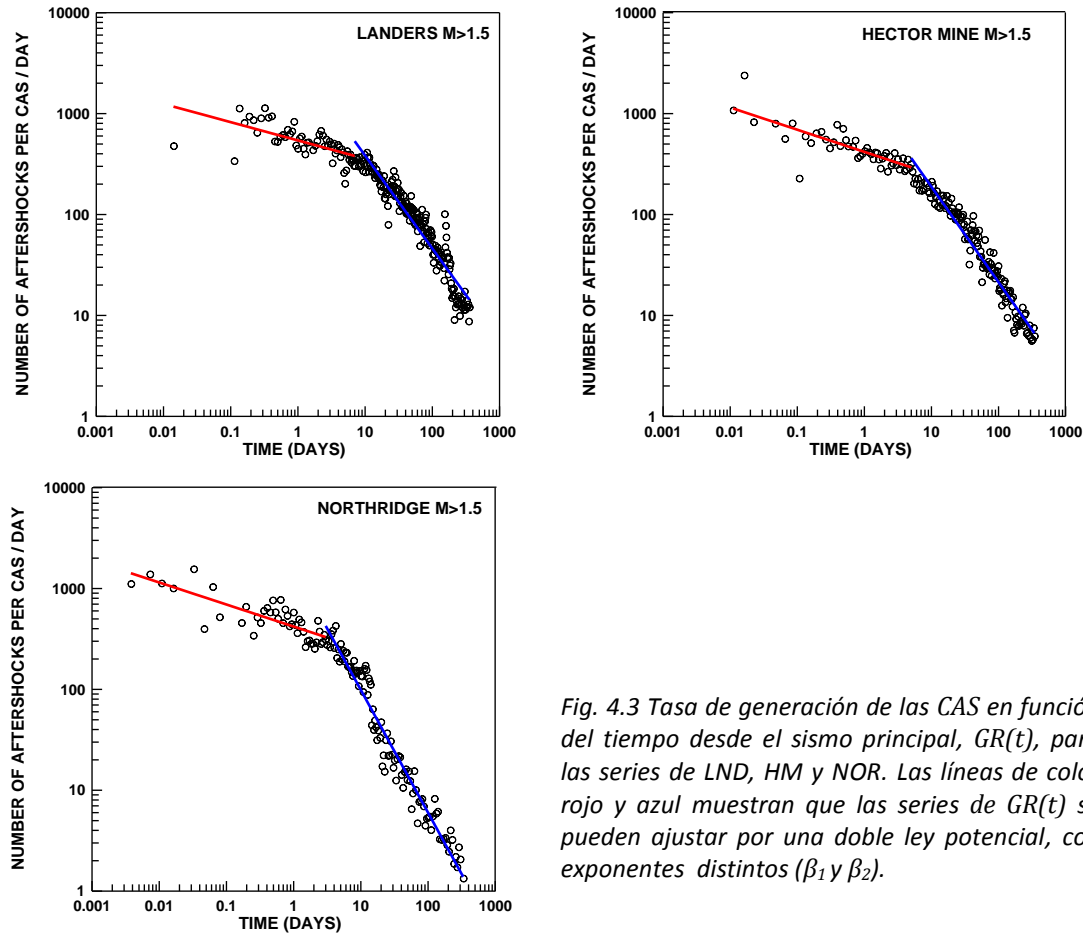


Fig. 4.3 Tasa de generación de las CAS en función del tiempo desde el sismo principal,  $GR(t)$ , para las series de LND, HM y NOR. Las líneas de color rojo y azul muestran que las series de  $GR(t)$  se pueden ajustar por una doble ley potencial, con exponentes distintos ( $\beta_1$  y  $\beta_2$ ).

Las series de  $GR(t)$  de las tres crisis sísmicas (LND, HM y NOR) muestran un comportamiento que puede ajustarse mediante dos leyes potenciales con exponentes distintos,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ . El tiempo en el que se produce el cambio de ley potencial se denomina tiempo crítico de la  $GR(t)$ ,  $t_{cGR}$ . El valor de los exponentes,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , el tiempo crítico  $t_{cGR}$  y el número de elementos de cada serie  $GR(t)$ , se resumen en la tabla 4.2. Como se observa en la figura 4.3, la pendiente del ajuste se hace más negativa conforme pasa el tiempo, lo cual indica que las CAS están inmersas en un proceso general de relajación del esfuerzo tectónico en el área afectada por la ruptura del terremoto principal. Por lo tanto, la velocidad de producción de las CAS tiende a disminuir con el tiempo.

MORENO *et al.* (2001) encuentran una característica similar para la serie  $GR(t)$ , es decir, un ajuste potencial pero a una sola ley, cuyo exponente es  $\beta=0.71$ . Cabe remarcar que su trabajo hace referencia a un sismo principal de magnitud 5.2 y una magnitud mínima de completitud del catálogo de 1.9. Por lo tanto, el número de réplicas y de CAS que se analiza es mucho menor que en el caso actual. Teniendo en cuenta que en este trabajo los sismos principales son de magnitud elevada, y se tiene completitud del catálogo de réplicas para una magnitud mínima 1.6, el número de réplicas y, por tanto, de CAS es mucho mayor. Este hecho permite analizar cómo cambia el comportamiento de la  $GR(t)$  en función del número de réplicas y de CAS, considerando diferentes magnitudes mínimas de análisis. Para ello, se han considerado, además de la magnitud mínima de completitud 1.6, magnitudes umbrales de 2.0, 2.5, 3.0 y 3.5. En la figura 4.4 se representan los valores de la  $GR(t)$ , para las diferentes magnitudes y las tres series de réplicas sísmicas. En la tabla 4.2 se encuentra el valor de los exponentes del doble (o único) ajuste potencial para las diferentes magnitudes umbrales, el número de CAS de cada serie y el tiempo crítico,  $t_{cGR}$  (si es el caso). Cabe destacar que a medida que aumenta la magnitud umbral, la doble ley potencial tiende a una ley potencial única, con un exponente esencialmente similar al valor de  $\beta_2$  para la magnitud mínima de 1.6. Este hecho permite pensar que nuestros resultados no son necesariamente incompatibles con los de MORENO *et al.* (2001), puesto que el número de réplicas y de cascadas aquí analizado es mucho más elevado.

Los resultados de la tabla 4.1 y 4.2, para la magnitud mínima de completitud de 1.6, permiten comparar de forma cualitativa el valor de los tiempos críticos,  $t_{cNC}$  y  $t_{cGR}$ , para las series  $NCAS(t)$  y  $GR(t)$ . Se observa que aunque el valor de  $t_{cNC}$  y  $t_{cGR}$  no es el mismo, se encuentra dentro del mismo orden de magnitud. Esto indica que alrededor de este tiempo se produce algún cambio destacable en el comportamiento de las CAS.

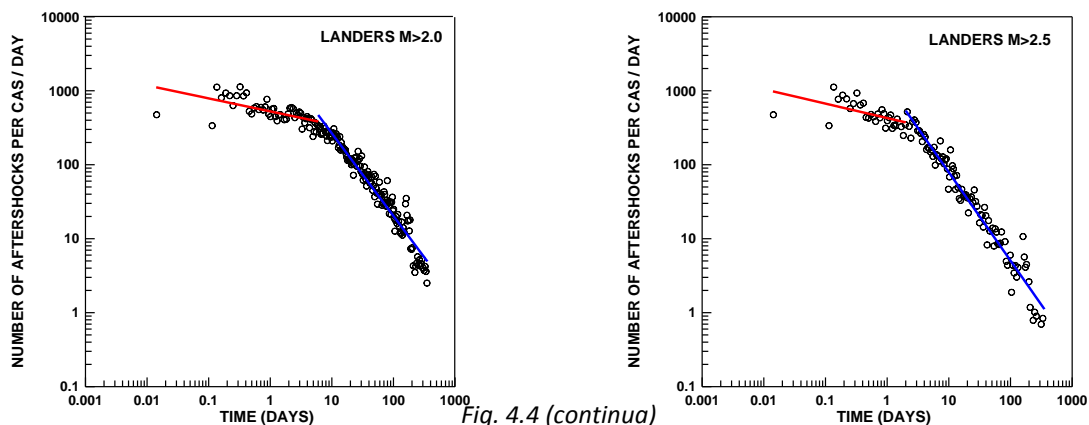


Fig. 4.4 (continua)

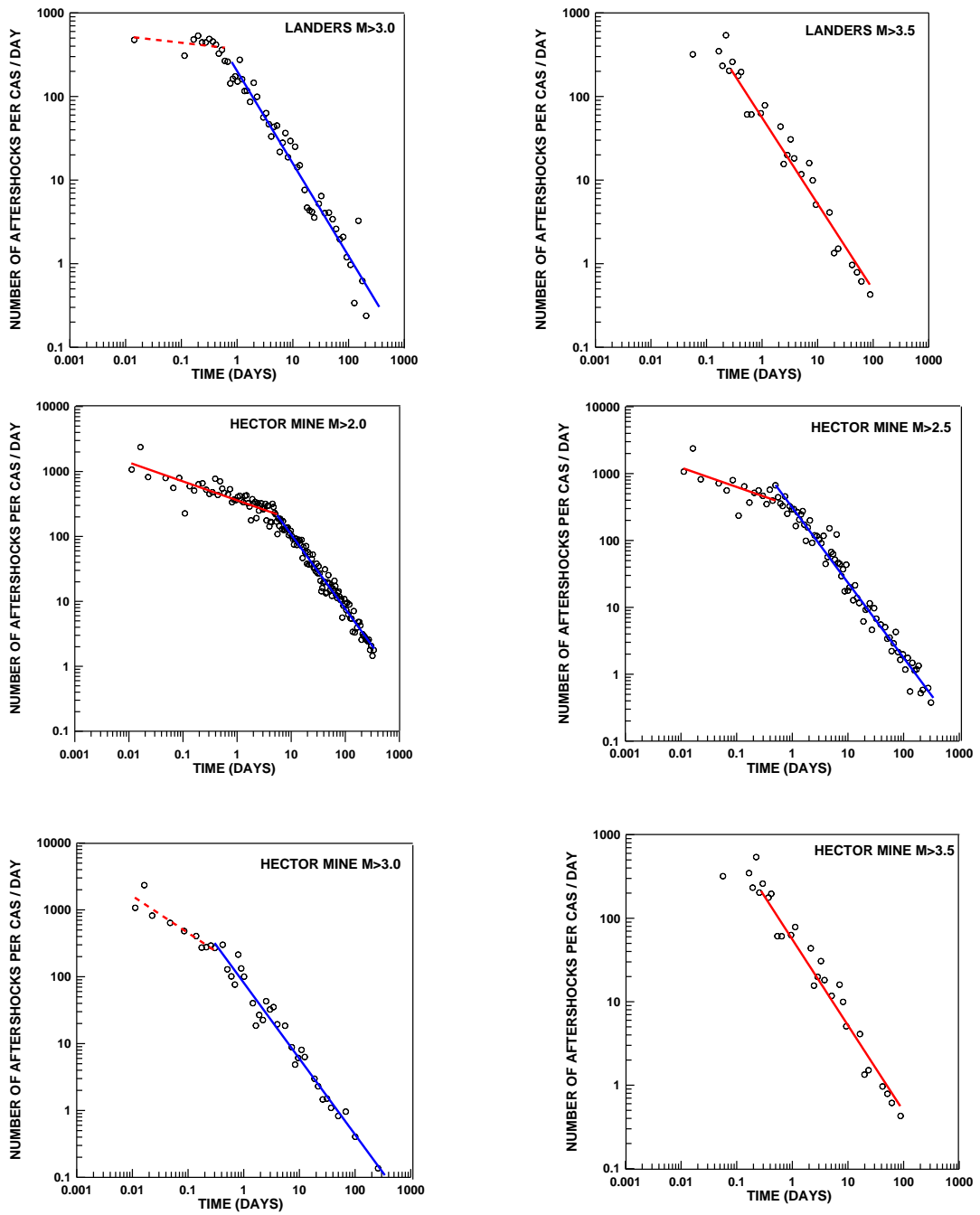


Fig. 4.4 (continua)



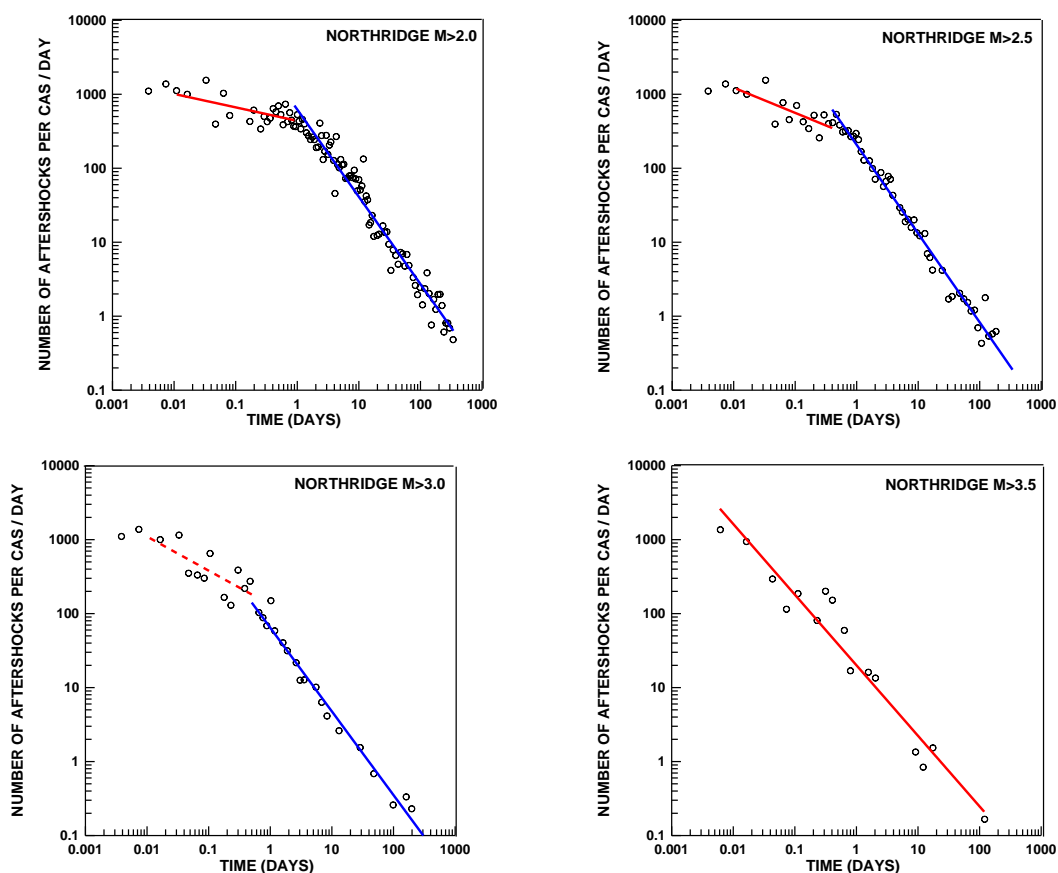


Fig. 4.4 Análisis de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo,  $GR(t)$ , para las series de réplicas sísmicas de LND, HM y NOR, y magnitudes umbrales de 2.0, 2.5, 3.0 y 3.5.

Tabla 4.2 Resultados del ajuste potencial de la serie de  $GR(t)$ . El valor de los exponentes de las dos leyes potenciales (o una),  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , el número de elementos,  $N_{GR}$  que tiene la serie  $GR(t)$ , y el tiempo  $t_{cGR}$ , para el que se observa el cambio de tendencia.

Series	$N_{GR}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$t_{cGR}$	Series	$N_{GR}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$t_{cGR}$
<b>LND</b> <b>M&gt;1.5</b>	253	-0.18	-0.92	<b>10.98</b>	HM	40	-0.55	-1.13	0.46
LND M>2.0	199	-0.18	-1.12	7.43	HM	28	---	-1.03	---
LND M>2.5	123	-0.19	-1.19	2.88	<b>NOR</b> <b>M&gt;1.5</b>	144	-0.21	-1.21	<b>3.87</b>
LND M>3.0	57	-0.08	-1.11	0.56	NOR	106	-0.18	-1.18	1.42
LND M>3.5	28	---	-1.03	---	NOR	62	-0.34	-1.20	1.13
<b>HM</b> <b>M&gt;1.5</b>	192	-0.22	-0.94	<b>6.68</b>	NOR	32	-0.46	-1.13	0.39
HM M>2.0	154	-0.29	-1.14	5.28	NOR	16	---	-0.95	---
HM M>2.5	86	-0.29	-1.12	0.94					

#### 4.2.1 Análisis estadístico del número de réplicas sísmicas por CAS

Sea  $NCAS(t) = \{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)\}$ , la serie que describe el número de réplicas que constituyen cada CAS en función del tiempo de inicio respecto al terremoto principal.

La función de distribución acumulada empírica, CDF (*Cumulative Distribution Function*), de las series  $NCAS(t)$  de LND, HM y NOR se calcula mediante el siguiente proceso:

1. Se ordenan los  $N$  elementos de la serie de manera creciente ( $x_{1:N} \leq x_{2:N} \leq \dots \leq x_{N:N}$ )
2. Se calcula la probabilidad acumulada empírica mediante la expresión:

$$CDF(x_{i:N}) = \frac{i}{N + 1} \quad (4.1)$$

Debe recordarse que el hecho de sumar una unidad al número de elementos en el denominador tiene como finalidad evitar que la distribución empírica se sature artificialmente en el valor 1.0.

En esta investigación para encontrar la CDF teórica que mejor ajusta la CDF empírica de las series  $NCAS(t)$ , y para determinar los parámetros de la distribución teórica, se aplica la formulación de los L-momentos, que se expone a continuación.

##### 4.2.1.1 Formulación de los L-momentos

La forma de una distribución de probabilidad se describe tradicionalmente mediante los momentos de la distribución (HOSKING *et al.*, 1997). Los momentos de una serie discreta  $X \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  son: el promedio,  $\bar{x}$ ,

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4.2)$$

y momentos de orden superior  $m_r, r=2, 3, \dots$ , que se definen como

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^r \quad (4.3)$$

La dispersión de la distribución alrededor del valor promedio se calcula mediante la varianza,  $s^2$ , la cual se define con la expresión,

$$s^2 = (n - 1)^{-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.4)$$

El coeficiente de variación,  $CV = s^2/\bar{x}$ , expresa la dispersión de la distribución en relación al promedio. Algunos momentos adimensionales de orden superior que se utilizan comúnmente son: la asimetría (skewness),  $g$ ,

$$g = \left[ \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} m_3 \right] / s^3, \quad (4.5)$$

y la curtosis,  $k$ ,

$$k = \frac{\widetilde{k}_4}{s^4} + 3 \quad (4.6)$$

donde

$$\widetilde{k}_4 = \frac{N^2}{(N-2)(N-3)} \left\{ \left( \frac{N+1}{N-1} \right) m_4 - 3m_2^2 \right\} \quad (4.7)$$

Sin embargo, los momentos estadísticos no siempre ofrecen buenas estimaciones de los parámetros de una distribución, con el inconveniente añadido de que suele ser necesaria alguna hipótesis previa respecto al modelo de distribución más apropiado (HOSKING, 1990; HOSKING y WALLIS, 1997). La formulación de los L-momentos es un sistema alternativo que se utiliza para determinar la distribución de probabilidad óptima y sus parámetros.

Los L-momentos se definen para las distribuciones de probabilidad continuas, pero en la práctica también se pueden estimar para una serie finita de datos. Las propiedades de los L-momentos son:

- Existencia: Si el promedio de la distribución existe, entonces todos los L-momentos existen.
- Unicidad: Si el promedio de la distribución existe, entonces los L-momentos que definen la distribución son únicos, es decir, dos distribuciones distintas no pueden tener los mismos L-momentos.

Los L-momentos que más se utilizan para definir una distribución de probabilidad discreta son:  $l_1$  (L-localización o promedio de la distribución),  $l_2$  (L-escala),  $\tau$  (L-Coeficiente de Variación o L-CV),  $\tau_3$  (L-asimetría) y  $\tau_4$  (L-curtosis).

A continuación, se resumen algunas características de la formulación de los L-momentos (NUÑEZ, 2011):

- La estimación de los L-momentos se basa en la serie ordenada  $x_{1:N} \leq x_{2:N} \leq \dots \leq x_{N:N}$ .
- Los L-momentos, en particular la L-asimetría y la L-curtosis, permiten definir tipos específicos de distribución teórica.
- El L-momento 1,  $l_1$ , puede tomar cualquier valor.
- El L-momento 2,  $l_2$ , siempre es mayor o igual que cero.
- Para distribuciones con valores positivos, L-CV tiene un valor  $0 \leq L-CV \leq 1$ .
- Los coeficientes  $\tau_r$  con  $r > 3$ , son siempre menores que 1.
- Existen relaciones específicas entre L-asimetría,  $\tau_3$ , y L-curtosis,  $\tau_4$ , que dependen de la distribución. Estas relaciones se representan en el denominado "Diagrama de los L-momentos".

De acuerdo con la formulación desarrollada por HOSKING y WALLIS, 1997, se define una constante escalar,  $b_r$ , que se escribe en general como:

$$b_r = \frac{1}{N} \sum_{j=r+1}^N \frac{(j-1)(j-2) \dots (j-r)}{(N-1)(N-2) \dots (N-r)} x_{j:N} \quad (4.8)$$

que permite definir cualquier L-momento de orden  $r$ . Por lo tanto, los L-momentos de una muestra discreta más útiles se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$l_1 = b_0 \quad (4.9)$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0 \quad (4.10)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (4.11)$$

$$l_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \quad (4.12)$$

Los coeficientes dimensionales de los L-momentos de la serie son:

$$\tau_r = l_r / l_2 \quad (4.13)$$

El L-coeficiente de variación, L-CV, se define como:

$$\tau_{cv} = l_2 / l_1 \quad (4.14)$$

A partir del cálculo de  $\tau_3$  (L-asimetría) y  $\tau_4$  (L-curtosis) de una serie de datos empíricos se utiliza el “*Diagrama de los L-momentos*” para determinar la función de distribución teórica que más se aproxima al comportamiento estadístico de la secuencia. En la figura 4.5 se muestra el “*Diagrama de los L-momentos*” y se indican los valores de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  que se encuentran para las series NCAS(t), de LND, HM y NOR. En el caso de LND el valor de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  que se obtiene se acerca a la distribución Logística Generalizada, GLO, mientras que el valor de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  de la serie de NCAS(t) de HM y NOR, son más próximos a la distribución de Pearson III, PE3.

El test de Kolmogorov-Smirnov, K-S, se utiliza para determinar la bondad del ajuste de una distribución empírica a un modelo de distribución de probabilidad teórico (CHAKRAVARTI *et al.*, 1967; BENJAMIN y CORNELL, 1970). La amplitud de las bandas de incertidumbre del test K-S para un nivel de significación del 5% (nivel de confianza del 95%), para un número de muestras suficientemente grande, se aproxima mediante la expresión

$$\text{Bandwidth } K - S = F(x) \pm \frac{1.36}{\sqrt{N}} \quad (4.15)$$

donde  $F(x)$  es la distribución teórica.

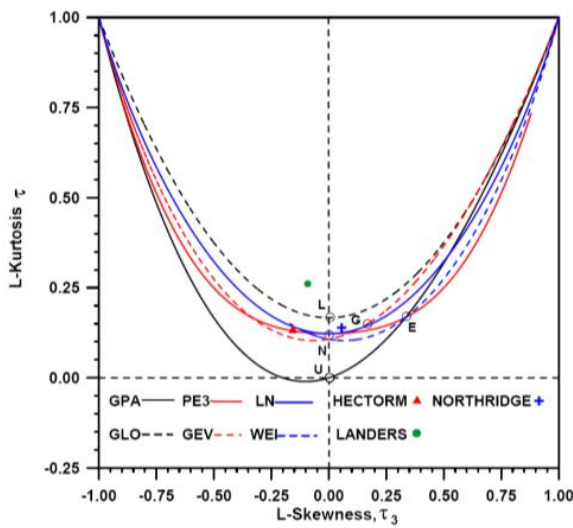


Fig. 4.5 Diagrama de los L-momentos donde se muestran algunas distribuciones teóricas: Pareto Generalizada, GPA, Pearson III, PE3, Log-Normal, LN, Logística Generalizada, GLO, Generalizada de Valores Extremos, GEV, y Weibull, WEI. Los círculos representan  $\tau_3$  y  $\tau_4$  de las distribuciones Uniforme, U, Normal, N, exponencial, E, Gumbel, G, y Logística, L. También se indican los valores empíricos de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  para las series de NCAS(t) de LND, HM y NOR.

A continuación se presentan las funciones de distribución de probabilidad teóricas GLO y PE3, así como la comparación de estas distribuciones teóricas con la CDF de las series de NCAS(t) para LND, HM y NOR.

**-Distribución Logística Generalizada, GLO.**

La distribución Logística Generalizada, GLO, se caracteriza por tres parámetros: la localización,  $\xi$ , la forma,  $k$ , y la escala,  $\alpha$ . Estos parámetros se calculan a partir de los L-momentos,  $l_1$  y  $l_2$ , y de la L-asimetría,  $t_3$ , que se encuentran para la serie de NCAS(t) de LND, mediante las siguientes ecuaciones:

$$k = -t_3 \tag{4.16}$$

$$\alpha = \frac{l_2 \sin k\pi}{k\pi} \tag{4.17}$$

$$\xi = l_1 - \alpha \left( \frac{1}{k} - \frac{\pi}{\sin k\pi} \right) \tag{4.18}$$

La función de densidad de probabilidad teórica,  $f(x)$ , de la GLO se escribe como:

$$f(x) = \frac{\alpha^{-1} e^{-(1-k)y}}{(1 + e^{-y})^2}, \quad y = \begin{cases} -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\}, & k \neq 0 \\ \frac{(x - \xi)}{\alpha}, & k = 0 \end{cases} \tag{4.19}$$

El intervalo en el que se define la  $f(x)$  depende del valor de la  $k$ , es decir, si  $k > 0$ ,  $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ ; si  $k = 0$ ,  $-\infty < x \leq \infty$ ; si  $k < 0$ ,  $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ .

La función de distribución acumulada  $F(x)$  de la GLO se expresa mediante,

$$F(x) = \frac{1}{(1 + e^{-y})} \quad (4.20)$$

En la figura 4.6 se muestra la CDF de la serie de NCAS(t) de LND y la  $F(x)$  de la GLO ( $-\infty < x < \xi + \alpha/k = 244.56$ ). También se indican las bandas de K-S correspondientes (Ec. 4.15). Se observa que la función de distribución acumulada de la serie de NCAS(t) de LND queda bien ajustada por la función GLO, dado que los valores experimentales quedan siempre entre las bandas de incertidumbre K-S. El valor de los parámetros  $\xi$ ,  $k$  y  $\alpha$ , se muestran en la tabla 4.3. Cabe mencionar que por la propia definición de NCAS(t), la CDF empírica es válida solo para valores positivos. Aunque la función teórica GLO indica que es válida para cualquier valor  $x$  negativo, la probabilidad teórica de tener valores menores a  $x=0$  es prácticamente nula, como se observa en la figura 4.6.

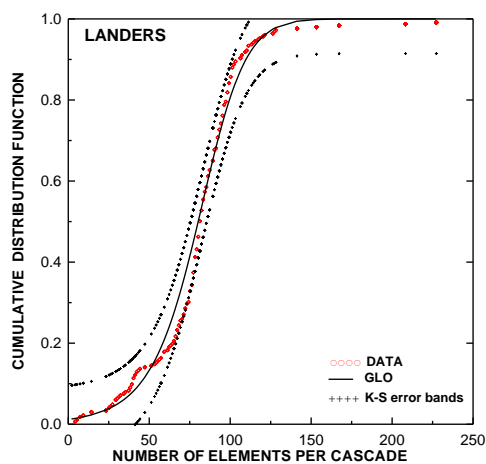


Fig. 4.6 Función de distribución acumulada, CDF, de la serie NCAS(t) de LND junto con las bandas de error de K-S.

La siguiente distribución que se detalla es la de Pearson III, PE3, ya que es el modelo teórico al que más se aproximan los valores  $t_3$  y  $t_4$  de las series de NCAS(t) de NOR y HM (Fig. 4.6).

- **Distribución Pearson III, PE3**

La distribución de Pearson III, PE3, se define mediante tres parámetros: la localización,  $\mu$ , la escala,  $\sigma$ , y la forma,  $\gamma$ . Para el cálculo de estos parámetros se aplican las siguientes ecuaciones:

$$\gamma = 2\alpha^{-1/2}|t_3| \quad (4.21)$$

$$\sigma = \frac{l_2\pi^{0.5}\alpha^{0.5}\Gamma(\alpha)}{\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)} \quad (4.22)$$

$$\mu = l_1 \quad (4.23)$$

donde  $\Gamma(z)$  es la función gamma, que se define como (DAVIS, 1959)

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}dt \quad (4.24)$$

La  $f(x)$  y la  $F(x)$  de PE3 dependen del parámetro de forma,  $\gamma$ . Si  $\gamma \neq 0$ , entonces se definen los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\xi$  como:

$$\alpha = 4/\gamma^2, \beta = \frac{1}{2}\sigma|\gamma|, \gamma \xi = \mu - 2\sigma/\gamma \quad (4.25)$$

Si  $\gamma > 0$  el intervalo de  $x$  es  $\xi \leq x < \infty$ , y las funciones  $f(x)$  y  $F(x)$  se definen por,

$$f(x) = \frac{(x - \xi)^{\alpha-1}e^{-(x-\xi)/\beta}}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)} \quad (4.26)$$

$$F(x) = \frac{G\left(\alpha, \frac{x - \xi}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.27)$$

Si  $\gamma = 0$ , se tiene una distribución Normal, la cual se define en el intervalo de  $-\infty < x < \infty$ , con

$$f(x) = \phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.28)$$



$$F(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.29)$$

donde  $\phi(*)$  y  $\Phi(*)$  son:

$$\phi(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \quad (4.30)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(t) dt \quad (4.31)$$

Si  $\gamma < 0$ , el intervalo de  $x$  es  $-\infty < x \leq \xi$ , y

$$f(x) = \frac{(\xi - x)^{\alpha-1} e^{-(\xi-x)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad (4.32)$$

$$F(x) = 1 - \frac{G\left(\alpha, \frac{\xi - x}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.33)$$

donde  $G(\alpha, x)$  es la función de gamma incompleta, que se escribe como,

$$G(\alpha, x) = \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (4.34)$$

Los parámetros  $\mu$ ,  $\sigma$  y  $\gamma$ , de la distribución de PE3, se calculan mediante los L-momentos de las series NCAS(t) de HM y NOR. En el caso de NOR el valor de  $\gamma > 0$ , por lo que se utiliza la ecuación 4.27 para calcular la CDF teórica. El intervalo en el que se define la  $F(x)$  en este caso es  $x: -61.2 \leq x < \infty$ . En el caso de la serie NCAS(t) de HM el parámetro de forma  $\gamma < 0$ , por lo que se aplica la ecuación 4.33 para el cálculo de la  $F(x)$  de PE3, que se define en el intervalo de  $x: -\infty < x \leq 96.6$ . De forma similar a los intervalos de la función teórica de GLO, los valores negativos del límite inferior de la función PE3 no reproducen las CDF empíricas de NOR y HM. Sin embargo, la probabilidad de tener valores negativos en el caso de la función PE3 es casi nula, como se observa en las figuras correspondientes.

En la tabla 4.3 se resumen los resultados del análisis de los L-momentos para las tres series analizadas.

Tabla 4.3 Valores de  $t_3$  y  $t_4$  de las series de NCAS(t) (LND, HM y NOR) obtenidos mediante la formulación de los L-momentos y parámetros de localización, forma y escala que definen la función GLO o la PE3.

NCAS(t) Series	$\tau_{3e}$	$\tau_{4e}$	Localización	Forma	Escala
LAN (GLO)	-0.089	0.26	$\xi=80.24$	$\kappa=0.09$	$\alpha=14.79$
HM (PE3)	-0.156	0.135	$\mu=52.78$	$\gamma=-0.92$	$\sigma=20.17$
NOR (PE3)	0.056	0.139	$\mu=33.93$	$\gamma=0.35$	$\sigma=15.22$

En la figura 4.7 se representa la función de distribución acumulada de las series NCAS(t) de HM y NOR, y el ajuste de la  $F(x)$  de PE3 (Ec. 4.27 y 4.33, respectivamente). Las bandas de K-S para un nivel de significación del 5% (Ec. 4.15), indican que la distribución de PE3 representa de forma adecuada el comportamiento estadístico de las series NCAS(t) de HM y NOR.

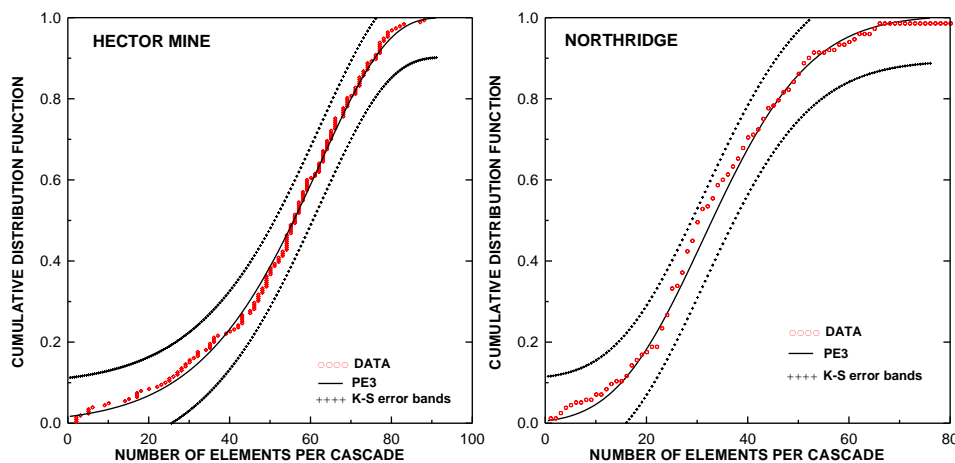


Fig. 4.7 Función de distribución acumulada, CDF, de la serie NCAS(t) de Hector Mine y Northridge, y ajuste mediante una distribución de Pearson III, PE3, y bandas de error de K-S.

#### 4.2.2 Series de tiempo auto-afines

MANDELBROT (1967) introduce el concepto de “fractales” en base a la auto-similitud estadística, o a la invariancia de escala, que presenta un conjunto de objetos. El ejemplo original que MANDELBROT (1967) utiliza para desarrollar el concepto fractal, es el cálculo de la longitud de la costa de Britania mediante segmentos (o barras) de tamaño diferente. Él encuentra que existe una relación potencial (invariante de escala) entre la longitud total de la línea de costa y el tamaño de segmento con el que se mide. A partir de este resultado se considera que la distribución de un conjunto de

objetos es fractal si existe una ley potencial que relacione el número de objetos de tamaño  $r$ ,  $N(r)$  y el tamaño  $r$ .

Muchos fenómenos naturales exhiben auto-similitud estadística. Algunos ejemplos son la topografía de una montaña, los sistemas de ríos o los depósitos minerales (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999). En aplicaciones reales, la invariancia de escala es válida sólo sobre un rango limitado. Y la dimensión fractal de capacidad,  $D_r$  (Ec. 3.5), se puede calcular mediante el método de recuento de cajas.

Un fractal estadístico auto-similar es, por definición, isotrópico. Es decir, en dos dimensiones definidas por las coordenadas  $x$  e  $y$ , el resultado no depende de la orientación geométrica de los ejes  $x$  e  $y$ . La definición formal de un fractal auto-similar en un espacio  $xy$ -bidimensional es que la función  $f(rx,ry)$  sea estadísticamente similar a  $f(x,y)$ , donde  $r$  es el factor de escala.

Por otro lado, un fractal auto-afín no es isotrópico. La definición de un fractal auto-afín en un espacio  $xy$ -bidimensional se puede expresar mediante la condición:  $f(rx,r^H y)$  es estadísticamente similar a  $f(x,y)$ , donde  $r$  es de nuevo el factor de escala y  $H$  es la medida de Hausdorff que se define en el intervalo  $0 \leq H \leq 1$ . Debido a que el rango de  $x$  e  $y$  es diferente, el método de recuento de cajas para cuantificar un fractal auto-afín requiere que las cajas sean rectangulares en vez de cuadradas, con unos requisitos específicos relativos a las dimensiones de las cajas (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999). El exponente de Hausdorff cumple la relación

$$H_a = 2 - D_0 \quad (4.35)$$

donde  $D_0$  es la dimensión fractal de capacidad, calculada mediante el método de recuento de cajas rectangulares mencionado.

MANDELBROT y VAN NESS (1968) extienden el concepto de auto-similitud estadística a las series temporales, en el contexto de los fractales auto-afines. Las series temporales se caracterizan por discontinuidades, tendencias, por uno o más componentes periódicos, y por componentes estocásticos. La tendencia es el aumento o la disminución de largo alcance que existe en una serie temporal. Muchas series temporales tienen componentes periódicos, como por ejemplo la serie temporal de la temperatura atmosférica, la cual tiene fuertes periodicidades diarias, estacionales y anuales. Los componentes estocásticos son los valores remanentes después de retirar las posibles periodicidades y las tendencias de una serie temporal (MALAMUD y

TURCOTTE, 1999). Un aspecto importante de los componentes estocásticos de una serie temporal es su persistencia, aleatoriedad o anti-persistencia. Existen diversas técnicas que cuantifican el grado de persistencia en las series de tiempo auto-afines como por ejemplo: las autocorrelaciones y los semivariogramas, o el análisis de rango reescalado, R/S. Estos métodos se describen en las siguientes secciones.

#### 4.2.2.1 Autocorrelaciones y semivariogramas

En muchos casos la persistencia (o antipersistencia) de una serie temporal se puede cuantificar mediante la función de correlación. Sea  $y(t)$  una serie temporal discreta formada por  $N$  elementos, tal que  $y(t)=y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)$ . Una forma de calcular la función de autocorrelación,  $r_k$ , en las series temporales discretas, se expresa como (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999)

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (4.36)$$

donde  $c_k$  es la autocovarianza que se expresa por

$$c_k = \frac{1}{N-k} \sum_{n=1}^{N-k} (y_{n+k} - \bar{y})(y_n - \bar{y}) \quad (4.37)$$

$\bar{y}$  es el valor promedio,  $k$  representa el desfase o *lag*, y  $c_0$  es la varianza de la serie temporal,

$$c_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2 = V \quad (4.38)$$

En el caso de una serie temporal de ruido blanco, el valor de  $r_k$  es cero. Valores positivos de  $r_k$  indican persistencia en la serie y valores negativos, antipersistencia. El análisis del valor del desfase  $k$  para el cual el correspondiente coeficiente de autocorrelación se hace suficientemente pequeño permite distinguir entre persistencia a corto y largo alcance (*short and long range persistence*).

Desde el punto de vista de los fractales auto-afines, uno de los aspectos importantes de las series temporales es la cuestión de la estacionariedad. Una serie temporal es estacionaria si sus propiedades estadísticas no dependen del intervalo de tiempo  $T$

que se considere. Si el promedio o la varianza es función de T, entonces las series de tiempo se consideran no estacionarias (TURCOTTE, 1997).

Una medida de la correlación de largo alcance válida para las series temporales estacionarias y no estacionarias es la semivarianza,  $\gamma_k$ . La semivarianza  $\gamma_k$  de una serie de tiempo discreta se expresa como,

$$\gamma_k = \frac{1}{2(N-k)} \sum_{n=1}^{N-k} (y_{n+k} - y_n)^2 \quad (4.39)$$

De la misma forma que en la autocorrelación, el aumento del valor de k corresponde a un incremento en el desfase de la señal. En el caso de una serie temporal estocástica no correlacionada,  $\gamma_k$  se aproxima a la varianza V. La relación entre  $\gamma_k$  y k se conoce como semivariograma y se utiliza como un método alternativo para caracterizar una serie temporal como un fractal auto-afin. Esta relación se escribe de la forma (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999)

$$\gamma_k \sim k^{2H_a} \quad (4.40)$$

donde  $H_a$  es el exponente (o medida) de Hausdorff. El análisis del semivariograma permite determinar el exponente  $H_a$  y cuantificar las correlaciones de largo alcance en una serie temporal. Este análisis es válido tanto para series estacionarias como no estacionarias (MALAMUD y TURCOTTE, 1999).

Las series de tiempo que son un fractal auto-afín muestran una dependencia en forma de una ley potencial entre la densidad del espectro de potencia,  $S(f)$ , y la frecuencia  $f$  de la forma (MALAMUD y TURCOTTE, 1999),

$$S(f) \sim f^{-\beta} \quad (4.41)$$

Debido a la dependencia potencial de  $S(f)$  con  $f$ , las series temporales auto-afines con  $\beta > 0$  exhiben persistencia, y con  $\beta < 0$ , anti-persistencia. Si  $0 < \beta < 1$ , la persistencia es débil y si  $\beta > 1$ , es fuerte.  $\beta = 0$  caracteriza la falta de correlación entre elementos de la serie. Por lo tanto, el valor de  $\beta$ , que se puede obtener como la pendiente del mejor ajuste lineal de la gráfica  $\log(S(f))$  vs  $\log(f)$ , es una medida de la intensidad de la persistencia o anti-persistencia en las series temporales.

#### 4.2.2.2 Análisis de rango reescalado, R/S, y el exponente de Hurst, H.

El concepto de análisis de rango reescalado, R/S, se define en el trabajo de HURST *et al.* (1965) y se utiliza para cuantificar la correlación que existe en una serie temporal (TURCOTTE, 1997).

El análisis de rango reescalado, R/S, y más específicamente el exponente de Hurst, H, ofrecen un criterio para evaluar la predictibilidad de un sistema dinámico complejo (FEDDER, 1988; GOLTZ, 1997). Es decir, el análisis de R/S se puede interpretar como una forma alternativa para medir la correlación de largo-alcance (*long-range*) que tiene una serie temporal. Algunas aplicaciones de esta técnica fractal en diferentes campos de la Geofísica y de la Geología se exponen por ejemplo en KORVIN (1992) y TURCOTTE (1997). En el trabajo de LANA *et al.*, (2005) se utiliza esta técnica para analizar la sismicidad del Sur de la Península Ibérica.

El análisis de rango reescalado, R/S, en una serie de tiempo discreta consiste en recorrer la serie con una ventana móvil de tamaño N, de manera que se calcula cada vez el valor promedio,  $\bar{y}_N$ , de los  $y_i$  elementos que se encuentran dentro la ventana. También se calcula la suma acumulada de los elementos en función del valor promedio, mediante la expresión,

$$y_n = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_N) \quad (4.42)$$

el rango  $R_N$ , el cual se escribe como,

$$R_N = (y_n)_{max} - (y_n)_{min} \quad (4.43)$$

y la desviación estándar,  $S_N$ , de cada segmento de la serie con N elementos. Por lo tanto, para cada valor de N se obtiene el valor promedio de todas las fracciones  $R_N/S_N$ , es decir,  $(R_N/S_N)_{AV}$ . HURST *et al.* (1965) encuentran empíricamente que muchas series de datos en la naturaleza satisfacen la relación potencial:

$$\left( \frac{R_N}{S_N} \right)_{AV} = \left( \frac{N}{2} \right)^H \quad (4.44)$$

donde  $H$  es el exponente de Hurst. El valor de  $H$  ofrece información que ayuda a determinar el carácter determinístico o aleatorio de las series analizadas (LANA *et al.*, 2010).  $H \approx 0.5$  indica aleatoriedad de la serie, es decir, los elementos que la constituyen no están correlacionados entre sí. Si  $H > 0.5$ , existe persistencia temporal en el sistema. En este caso, la tendencia temporal de la serie se conserva, y la mejor predicción se basa en la extrapolación de esta tendencia. Por último, si  $0 < H < 0.5$  se considera antipersistencia en la serie, y la mejor predicción puede ser un promedio de los elementos anteriores. Una buena estimación de  $H$  requiere (LANA *et al.*, 2010):

1. Una baja incertidumbre de  $H$ .
2. Un coeficiente de correlación,  $r^2$ , próximo a 1.0, para el ajuste lineal de  $\log((\frac{R_N}{S_N})_{AV})$  vs  $\log(N)$
3. Una evolución lineal de la ecuación 4.44 en escala log-log, al menos en dos ciclos.

#### 4.2.2.3 Generación de ruido Gaussiano y trayectorias Brownianas fraccionales

La estimación del exponente  $\beta$  a partir del mejor ajuste de la densidad del espectro de potencia  $S(f)$  y la frecuencia  $f$  a una ley potencial,  $S(f) \sim f^{-\beta}$ , en la práctica, ofrece algunas dificultades cuando el número de elementos de la serie temporal es relativamente pequeño. En estos casos, la incertidumbre en la estimación de  $\beta$  puede ser considerable. Un procedimiento alternativo es el propuesto por TURCOTTE (1997), que consiste en comparar los exponentes de Hausdorff y de Hurst con los parámetros  $\beta$  que generan series temporales sintéticas basadas en la generación de ruido Gaussiano blanco (Gaussian white-noise). Los pasos a seguir son:

1. Se genera una secuencia Gaussiana de ruido blanco.
2. Se realiza una transformada de Fourier discreta, DFT, de la secuencia anterior, siendo  $Y_m$  los coeficientes de Fourier, que se expresan como

$$Y_m = \Delta T \sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{2\pi i n m / N} \quad (4.45)$$

Debido a que esta transformación toma en cuenta una secuencia Gaussiana de ruido blanco, el espectro de Fourier debe ser plano, es decir,  $\beta=0$ .

3. A los coeficientes de Fourier,  $Y_m$ , que resultan de la DFT, se les aplica un filtro, usando la relación

$$Y'_m = \left(\frac{m}{N-1}\right)^{\beta/2} Y_m \quad (4.46)$$

Se toma un exponente  $\beta/2$  ya que la densidad del espectro de potencia es proporcional a la amplitud espectral al cuadrado.

4. Finalmente, se aplica una DFT inversa a los coeficientes de Fourier filtrados, donde los elementos de la serie generada son

$$y'_m = \frac{1}{N\Delta T} \sum_{m=0}^{N-1} Y'_m e^{-2\pi i n m / N} \quad (4.47)$$

ruido Gaussiano fraccional filtrado (*filtered fractional Gaussian noise*).

En función del valor de  $\beta$  utilizado en el filtro, se puede distinguir entre: ruido Gaussiano fraccional filtrado ( $-1 \leq \beta \leq 1$ ); caminos Brownianos fraccionales sumados ( $1 \leq \beta \leq 3$ ); caminos fraccionales expandidos, obtenidos al sumar caminos Brownianos fraccionales ( $-3 \leq \beta \leq 5$ ). La suma de ruido Gaussiano blanco ( $\beta = 0$ ) genera caminos Brownianos puros ( $\beta = 2$ ).

En la figura 4.8 se representan los valores de  $H_a$  en función del exponente  $\beta$  para las series auto-afines generadas con el procedimiento anterior. Se observa que, cuando  $H_a$  se encuentra en el intervalo  $0.1 < H_a < 0.8$ , existe una relación lineal con  $\beta$ , que viene dada por la ecuación (TURCOTTE, 1997)

$$H_a = \frac{\beta - 1}{2} \quad (4.48)$$

Esta relación lineal es aproximadamente válida para fractales auto-afines con  $1 < \beta < 3$ .



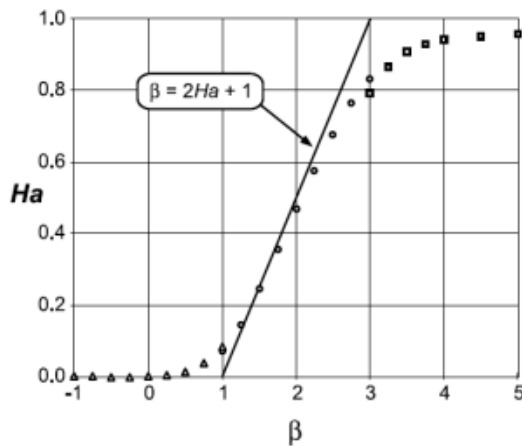


Fig. 4.8 Exponente de Hausdorff,  $Ha$ , en función de  $\beta$ . La relación  $\beta=2Ha+1$ , es aproximadamente válida para  $1<\beta<3$  ( $0.1<Ha<0.8$ ).

La figura 4.9 muestra la dependencia del exponente de Hurst,  $H$ , con el exponente  $\beta$ . Se observa que, de nuevo, cuando  $0.3<H<0.9$ , existe una relación aproximadamente lineal entre  $H$  y  $\beta$ , que se expresa como

$$H = \frac{\beta + 1}{2} \quad (4.49)$$

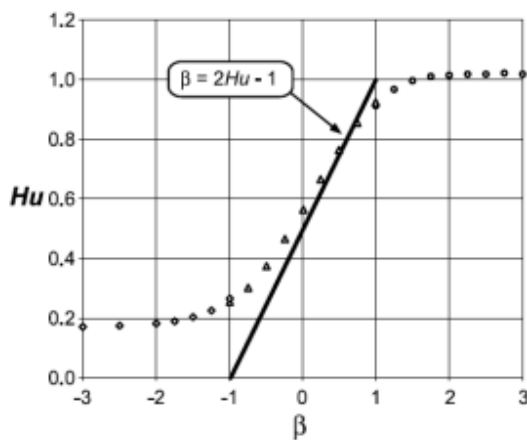


Fig. 4.9 Relación entre el exponente de Hurst,  $H$ , y  $\beta$  (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999).

### 4.2.3 Resultados de las series de NCAS(t)

Con el objetivo de estudiar si las series de NCAS(t) se comportan como un fractal autoafín, se calculan distintos parámetros como el exponente de Hausdorff,  $Ha$ , el de Hurst,  $H$ , y el valor de  $\beta$ . Recordemos que debido a que el número de datos de las series NCAS(t) no es muy elevado (Tabla 4.1), la estimación de  $\beta$  a partir del espectro de potencia no es muy preciso, por lo que el valor de  $\beta$  se infiere de las ecuaciones 4.48 y 4.49.

### 4.2.3.1 Exponente de Hausdorff, $H_a$ , de las series NCAS(t)

El exponente de  $H_a$  se obtiene mediante el análisis del semivariograma. Si la semivarianza,  $\gamma_k$ , tiene un comportamiento potencial con el desfase (*lag*)  $k$ , (Ec. 4.40), se considera que la serie de NCAS(t) se comporta como un fractal auto afín. El análisis de la semivarianza se aplicará a las series NCAS(t), una vez retiradas las tendencias, es decir, se analizan solo los componentes estocásticos de la serie. En la figura 4.10 se muestra la señal NCAS(t) después de retirar las tendencias. Esta nueva serie es la que se utiliza para calcular el exponente de  $H_a$  y deducir si la serie se comporta como un fractal auto-afín.

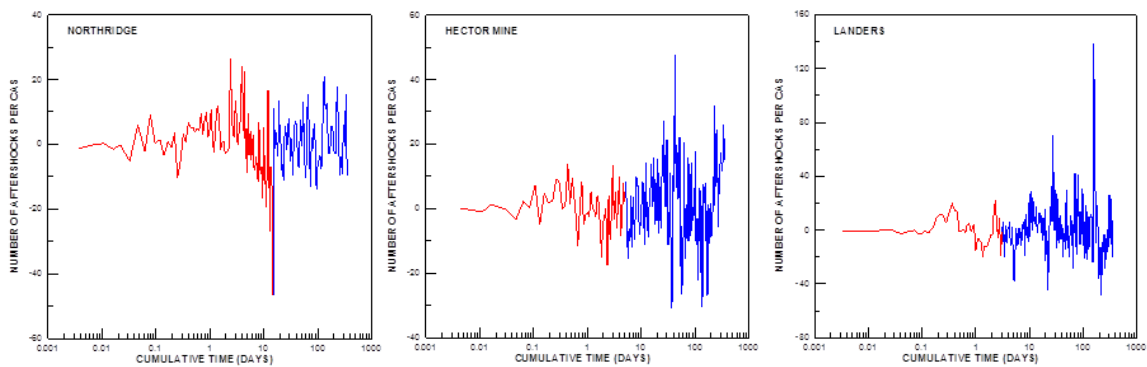


Fig. 4.10 Componentes estocásticos de la serie NCAS(t), una vez retiradas las tendencias.

El semivariograma de los componentes estocásticos de las series de NCAS(t) (Fig. 4.10), se muestra en la figura 4.11.

Se observa que en general la relación potencial entre la semivarianza,  $\gamma_k$ , y el lag  $k$  (Ec. 4.40), se ajusta a las series de componentes estocásticos de NCAS(t) (Fig. 4.11), siendo mejor el ajuste para la secuencia de NOR y HM. Los valores del exponente  $H_a$  calculados para las tres series se muestran en la tabla 4.4.



Fig. 4.11 (continua)

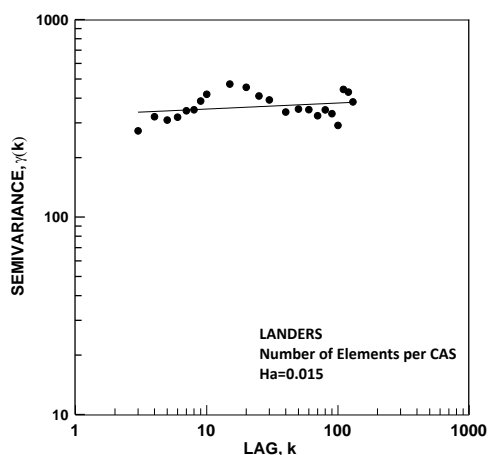


Fig. 4.11 Semivariograma de las series de  $NCAS(t)$  en función del desfase  $k$ .

Tabla 4.4 Valor del exponente de Hausdorff  $H_a$  obtenidos para las series originales y para las series sin tendencia.

NCAS(t)	$H_a$
LND	0.044
HM	0.022
NOR	0.015

Se encuentra que  $H_a$  es menor que 0.1 en las tres series. Por lo tanto, a partir de este resultado y de la relación con el exponente  $\beta$  (Fig. 4.8), se deduce las series  $NCAS(t)$  sin tendencia (detrended) se podrían considerar fractales auto-afines del tipo *filtered fractional Gaussian noises*.

#### 4.2.3.2 Exponente de Hurst, $H$ , de las series $NCAS(t)$

El comportamiento fractal y la predictibilidad de las series de tiempo  $NCAS(t)$  se puede caracterizar mediante el exponente de Hurst,  $H$  (Ec. 4.44).

En la figura 4.12a se muestra el resultado del análisis de  $R/S$  que se aplica a las tres series de  $NCAS(t)$  (Fig. 4.1), y en la figura 4.12b, el análisis  $R/S$  de los componentes estocásticos de la serie de  $NCAS(t)$  (Fig. 4.10). En la tabla 4.5 se muestran los valores obtenidos de  $H$  y el coeficiente de correlación,  $r^2$ , que presenta el ajuste  $\log\left(\left(\frac{R_N}{S_N}\right)_{AV}\right)$  vs  $\log(N)$

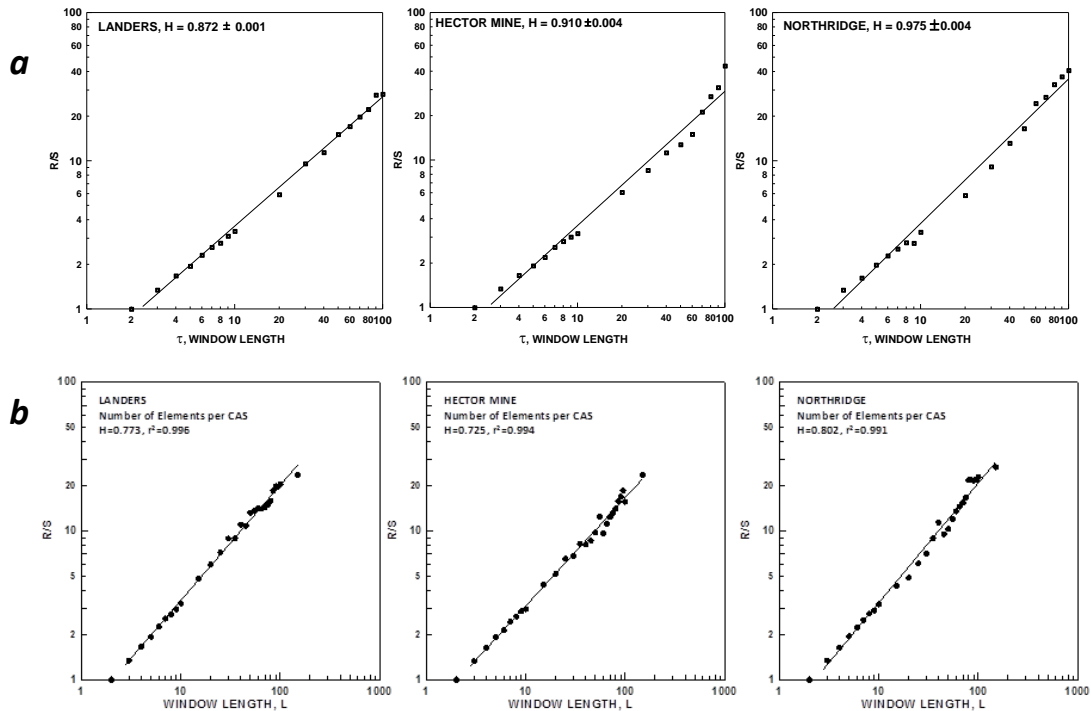


Fig. 4.12 Análisis R/S, que se aplica a: **a)** las tres series de NCAS(t) y **b)** a las series sin tendencia de NCAS(t).

Como se observa en la tabla 4.5, los valores de H que se obtienen en todos los casos están claramente por encima de 0.5, lo cual indica persistencia. Esta persistencia es mayor en las series originales de NCAS(t), debido a las dos claras tendencias que presentan estas series. El coeficiente de correlación,  $r^2$ , es cercano a 0.99 en todos los casos, lo que indica un buen ajuste de los datos empíricos a la ecuación 4.44.

La ecuación 4.49 se utiliza para deducir el valor del exponente  $\beta$  a partir de los resultados obtenidos para H, en el caso de las series de NCAS(t) sin tendencias. Los valores deducidos para  $\beta$  se dan en la tabla 4.5. Estos valores se compararán con los deducidos anteriormente a partir de los valores de  $H_a$ .

Tabla 4.5 Valor del exponente de Hurst, H obtenidos para las series originales y para las series sin tendencia, y coeficiente de correlación,  $r^2$ .

NCAS(t) Series	H	H (Detrended)	$\beta_{teo}=2H-1$
LND	0.872( $r^2=0.997$ )	0.802 ( $r^2=0.991$ )	0.604
HM	0.901( $r^2=0.983$ )	0.725 ( $r^2=0.994$ )	0.450
NOR	0.975( $r^2=0.988$ )	0.773 ( $r^2=0.996$ )	0.546

El valor de  $\beta$  que se encuentra a partir del exponente  $H$  indica que las series NCAS(t) sin tendencia se pueden considerar fractales auto-afines del tipo *filtered fractional Gaussian noises* ( $-1 < \beta < 1$ ), lo cual está de acuerdo con el resultado que se infiere a partir del exponente de  $H_a$ .

En resumen, los valores deducidos para  $\beta$  y  $H$  permiten inferir que las series NCAS(t) (sin tendencias) presentan persistencia débil.

#### 4.2.4 Ley de G-R en las CAS.

En esta sección se pretende verificar si se cumple la ley de Gutenberg-Richter para las CAS y, en este caso, obtener el correspondiente valor del parámetro  $b$ . Ahora bien, debido a que es necesario tener un número de elementos elevado para realizar una estadística adecuada, la comprobación de la ley G-R se hace sólo para la CAS con más réplicas sísmicas de cada serie.

En la figura 4.13 se muestra el ajuste a la ley de G-R de estas tres CAS. Los valores del parámetro  $b$  obtenidos se dan en la tabla 4.6.

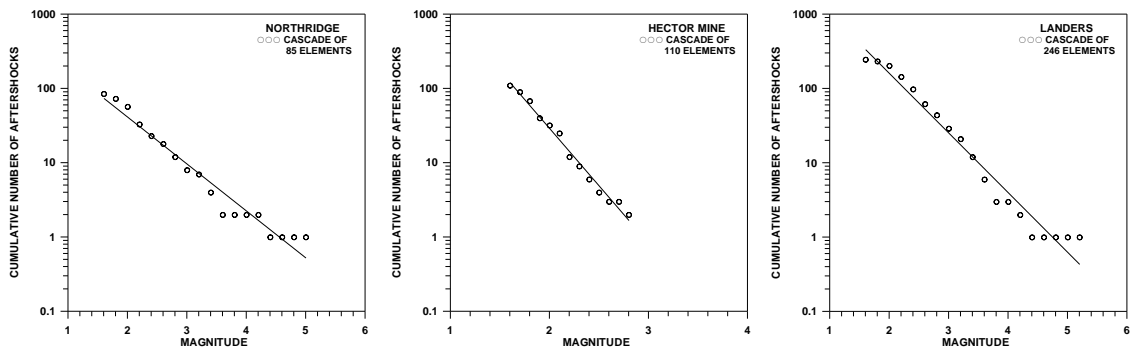


Fig. 4.13 Ley de Gutenberg-Richter para las CAS con más réplicas de cada serie

Tabla 4.6 Número de réplicas sísmicas que forman la CAS más numerosa de cada serie ( $N_{max}$ ) y valor del parámetro  $b$  de la ley de GR.

	$N_{max}$	$b$
LND	246 elem.	0.804 ( $r^2=0.969$ )
HM	110 elem.	1.549 ( $r^2=0.987$ )
NOR	85 elem.	0.663 ( $r^2=0.962$ )

#### 4.2.5 Distribución espacial de las CAS

En esta sección se estudia la distribución espacial de las réplicas sísmicas que constituyen las CAS, y se pretende verificar si presentan algún tipo de agrupación en el espacio.

Para investigar la posible agrupación o *clustering* de las réplicas sísmicas que forman una CAS se utilizan dos algoritmos: el análisis de los componentes principales, PCA (*Principal Component Analysis*), y la Vinculación promedio, AL (*Average Linkage*) (MARTINEZ *et al.*, 1997; LANA *et al.*, 2001).

El PCA simplifica la clasificación y elimina las redundancias entre las diferentes variables que se analizan (PREISENDORFER, 1988). El PCA construye una transformación lineal que permite escoger un nuevo sistema de coordenadas (componentes principales) que sustituye al conjunto original de datos. Para construir esta transformación lineal se debe calcular primero la matriz de covarianza  $C$  (o matriz de coeficientes de correlación) de los datos. El algoritmo del PCA se basa en el cálculo de los valores propios y de los vectores propios de la matriz de covarianza,  $C$ , de los datos (longitud, latitud y profundidad de cada réplica en el presente caso). Por tanto, las variables originales se sustituyen por los componentes principales que se calculan como:

$$X = AY \tag{4.50}$$

$$A = VD^{1/2} \tag{4.51}$$

donde  $X$  representa las variables originales,  $Y$  los componentes principales,  $A$  la matriz de los coeficientes ponderales (*factor loadings*),  $V$  la matriz de los vectores propios y  $D$  la matriz diagonal de los valores propios. El cálculo de los componentes principales, PC, de los vectores de posición de cada réplica sísmica se realiza mediante la subrutina *princomp* de MATLAB.

Posteriormente, para clasificar las posibles agrupaciones o *clusters* espaciales se aplica el algoritmo de la vinculación promedio, AL (KALKSTEIN *et al.*, 1987). Al inicio del proceso cada punto del dominio es un cluster homogéneo, caracterizada por sus valores correspondientes de los PCs. En cada paso se buscan todas las posibles fusiones entre pares de puntos y se elige la unión que tenga el valor más pequeño del índice de similitud,  $L_{ij}$ , el cual se expresa de la forma

$$L_{ij} = D_{ij}^2 + V_i + V_j \quad (4.52)$$

$D_{ij}$  es la distancia entre los centroides de los clusters  $i$  y  $j$ ,  $V_i$  y  $V_j$  son la varianza dentro de ellos. Si se repite el proceso un gran número de veces, sin ningún otro criterio, se llega a soluciones no útiles ya que todos los puntos se clasificarían en una sola región o cluster. Sin embargo, si se analiza en cada paso la evolución de los valores mínimos de  $L_{ij}$ , se puede detectar un fuerte incremento de este índice. Este aumento brusco de  $L_{ij}$  significa que el algoritmo AL intenta fusionar regiones muy distintas. Por lo tanto, la mejor configuración de áreas homogéneas (es decir, el número de clusters adecuado) será aquella que corresponda a la última fusión antes del cambio abrupto en  $L_{ij}$  (MARTINEZ *et al.*, 1997).

Para facilitar los procesos de PCA y AL, se expresan las coordenadas espaciales de longitud,  $\lambda$  [grados], latitud,  $\varphi$  [grados], y profundidad,  $z$  [km], de cada réplica sísmica que compone una CAS, en un mismo sistema de unidades. En este caso se elige el sistema Universal Transversal de Mercator, UTM, que modifica las coordenadas  $\lambda$ ,  $\varphi$ ,  $z$  mediante las ecuaciones

$$x_{UTM} = \left[ \left( \lambda * \frac{\pi}{180} \right) - \lambda_{min} \right] * r_{lat} \quad (4.53)$$

$$y_{UTM} = \left[ \left( \varphi * \frac{\pi}{180} \right) - \varphi_{min} \right] * r_{Ear} \quad (4.54)$$

$$z_{UTM} = z \quad (4.55)$$

donde  $r_{Ear}$  es el radio promedio de la Tierra igual a 6378 km,  $\lambda_{min}$  y  $\varphi_{min}$  son la longitud y la latitud mínima de las réplicas que se analizan, y  $r_{lat} = r_{Ear} * \cos \left( \varphi * \frac{\pi}{180} \right)$ .

El estudio de las agrupaciones (o *clusters*) espaciales se realiza para las CAS constituidas por un gran número de elementos, ya que cuanto mayor sea el número de datos, se obtiene una mejor estadística.

A continuación, se muestra a modo de ejemplo el estudio de los clusters en las CAS con más réplicas de cada serie.

En la figura 4.14 se muestra la evolución del índice de similitud,  $L_{ij}$ , en función del número de clusters (o regiones homogéneas) que se van generando a lo largo del algoritmo.

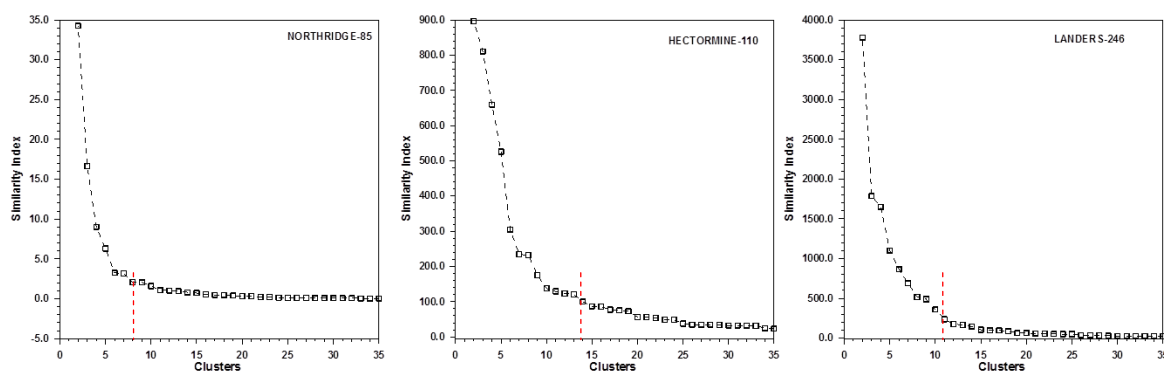


Fig. 4.14 Índice de similitud en función del número de clusters

En la figura 4.14 se muestra la evolución del índice de similitud con el número de clusters a lo largo de la aplicación del algoritmo AL. Se indica con una línea roja discontinua la elección del número de clusters más adecuado en cada caso, que corresponde a la fusión anterior al primer incremento significativo del índice de similitud. Para la CAS de NOR (85 elementos) se eligen 8 grupos, HM (110 elementos) 14 grupos y LND (246 elementos) 11 grupos.

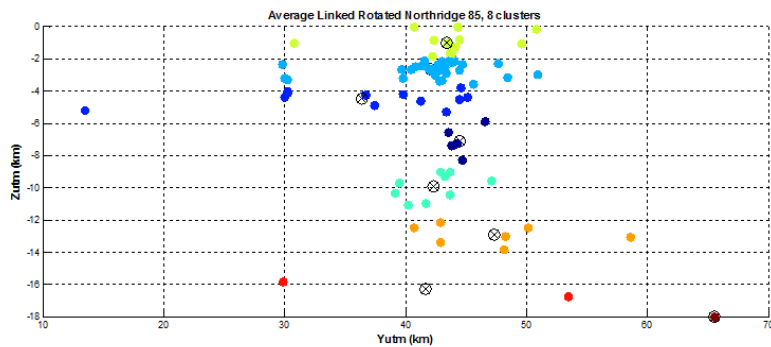
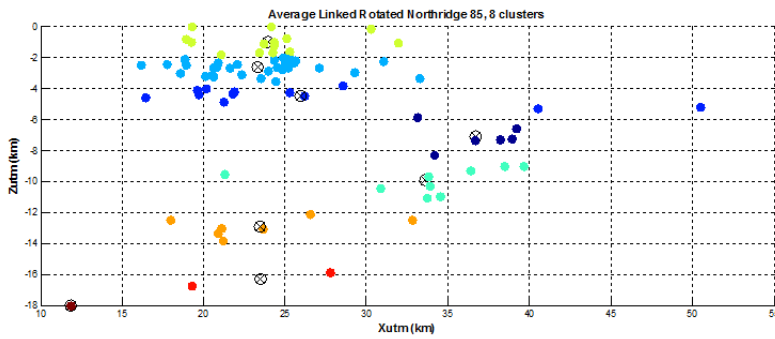
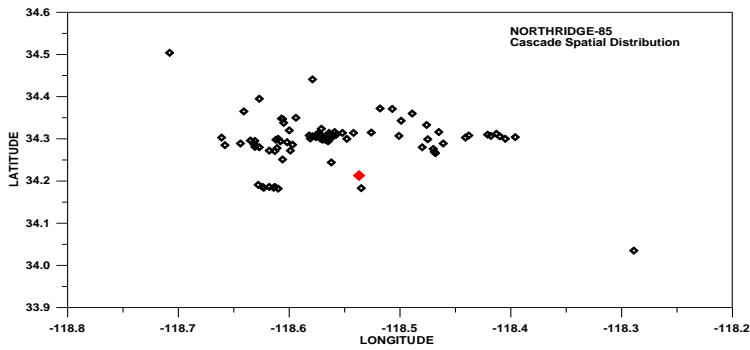
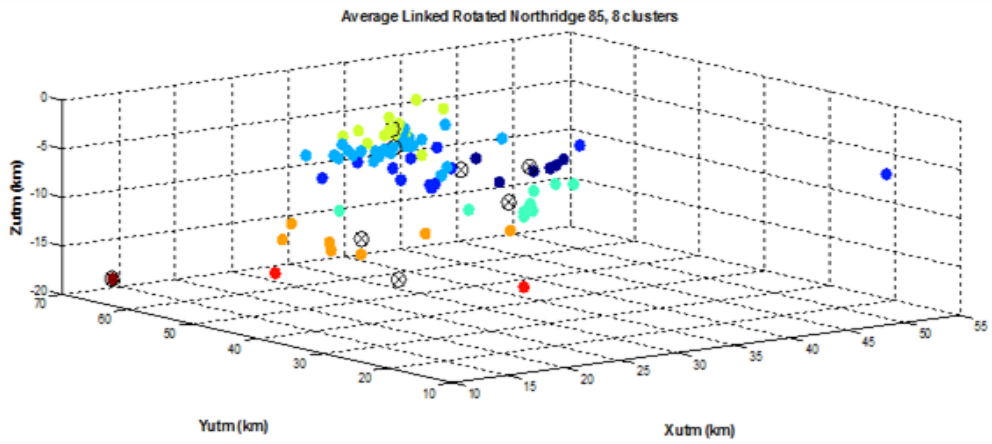
En la figura 4.15a, b y c se muestran proyectados en diferentes planos, los clusters espaciales de la CAS más grande de cada serie (NOR, HM y LND), respectivamente. Los círculos abiertos con una cruz indican los centroides de dichos clusters.

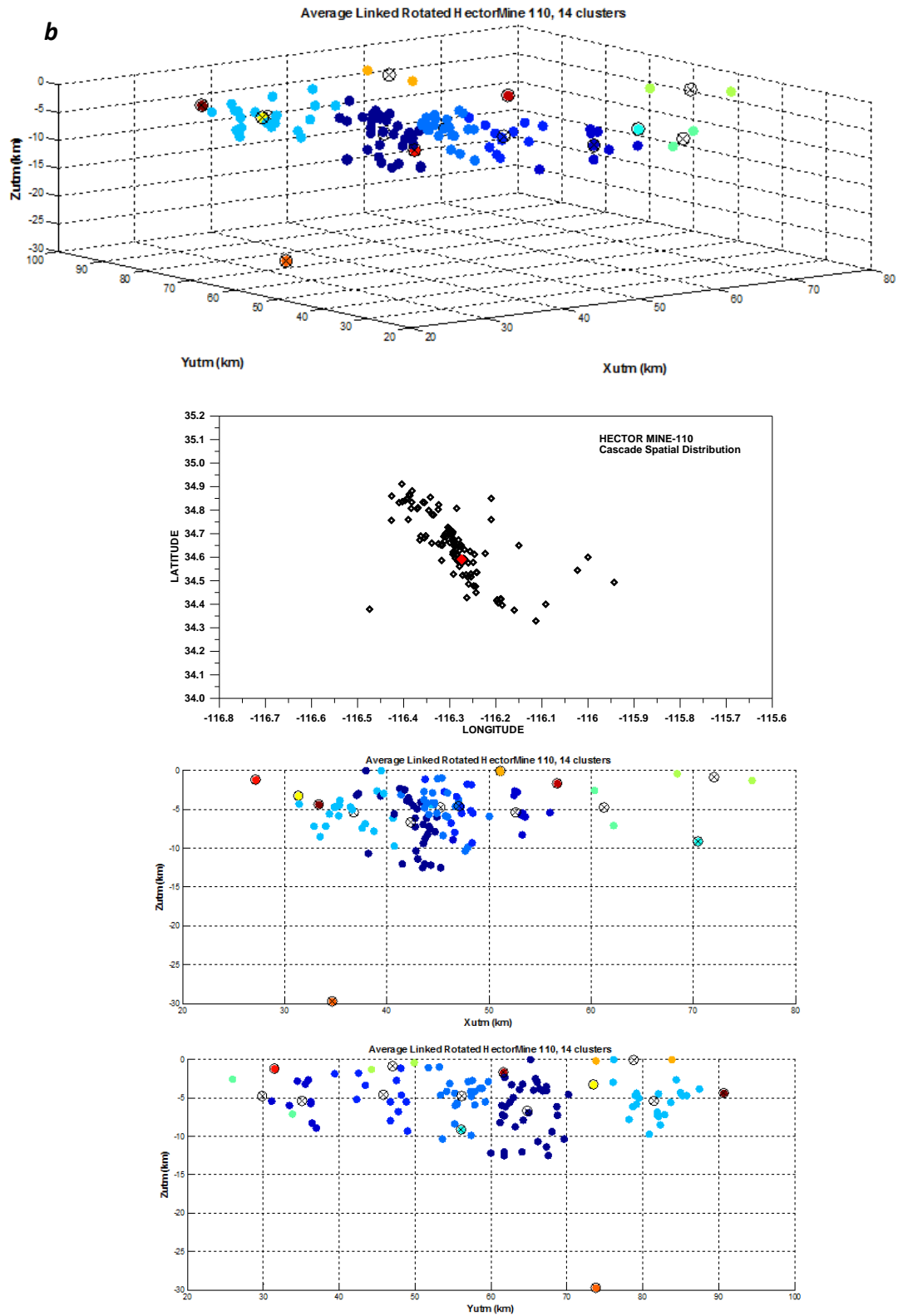
Aunque se observan clusters espaciales de réplicas sísmicas en la CAS más grandes (Fig. 4.15), estas agrupaciones se encuentran distribuidas por toda el área de réplicas (Fig. 4.15 **a**, **b** y **c**). Este resultado sugiere que las CAS no se encuentran espacialmente agrupadas, lo cual refleja que toda el área de réplicas sísmicas se encuentra en estado crítico. Es decir, la transferencia y exceso de esfuerzo tectónico local que se tiene en el área afectada por la ruptura del sismo principal, y sucesivas réplicas sísmicas, puede generar rupturas súbitas casi-simultáneas por toda el área.

Fig. 4.15 Diferentes representaciones de la distribución espacial de los clusters de las réplicas sísmicas que forman la CAS más grande de: **a**) Northridge , **b**) Hector Mine y **c**) Landers. Los círculos con una cruz indican la posición del centroide en cada cluster. *(ver las tres páginas siguientes)*

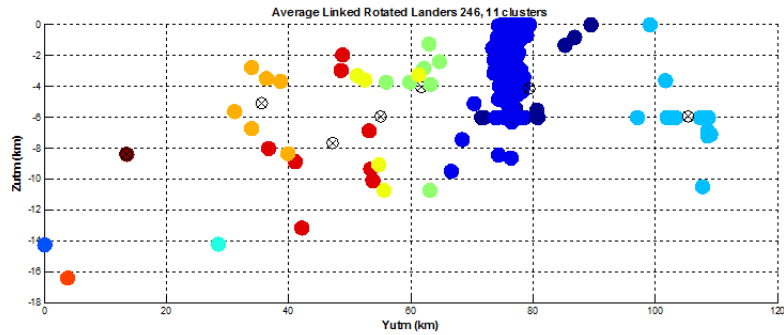
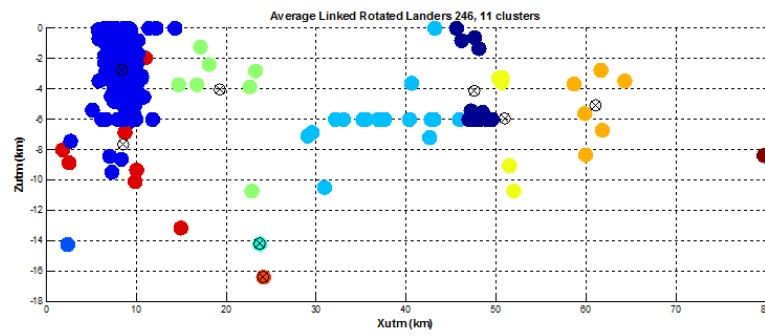
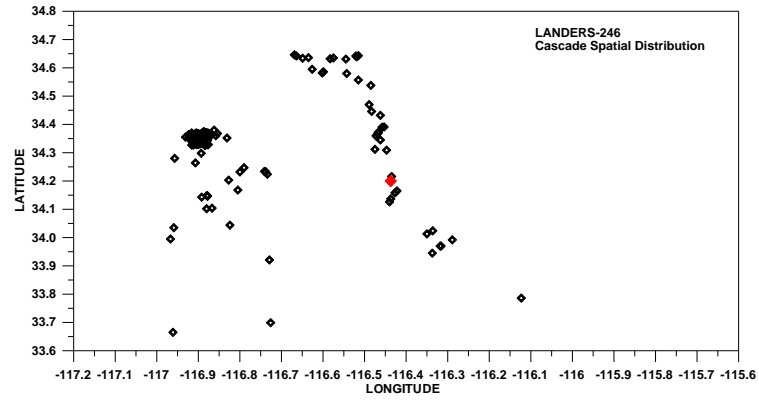
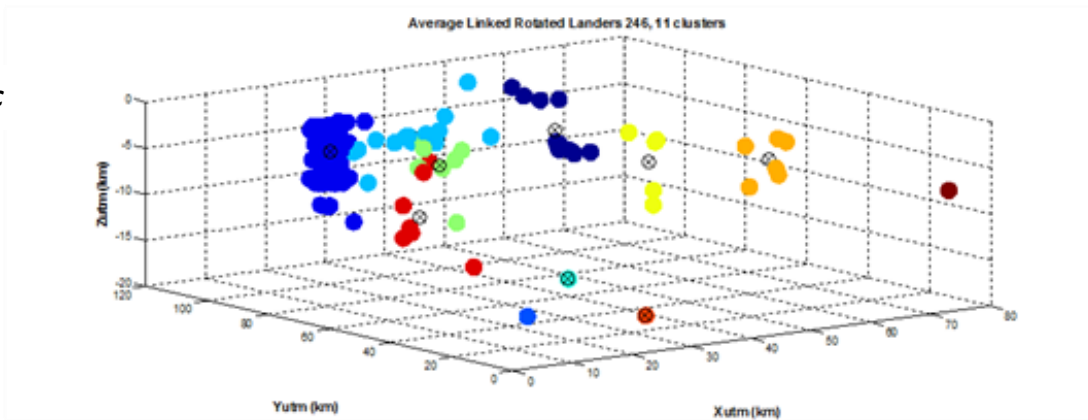


a





C





# **Simulaciones numéricas del modelo Fiber Bundle**



## 5 Metodología

### 5.1. Introducción

La corteza de la Tierra es un sistema auto-organizado en situación crítica (*Self-Organized Criticality*, SOC), ya que se encuentra en un estado próximo a la ruptura en cualquier región (SCHOLZ, 1991, 2002; TURCOTTE *et al.*, 2003). Es bien conocido que, aunque el nivel de sismicidad es mucho mayor en los límites entre las placas tectónicas, también ocurren terremotos en las regiones interiores de las mismas. Aunque mucho menos frecuente, esta sismicidad intraplaca puede ser de magnitud importante.

En este trabajo se utiliza el modelo de *Fiber Bundle*, FBM, para reproducir el comportamiento temporal de la serie de réplicas que se generan a continuación de un terremoto principal. La elección del FBM está motivada por:

- a) El FBM describe la ruptura en materiales heterogéneos previamente fracturados. Gracias a esta propiedad, podemos abordar una simulación de la heterogeneidad y el grado de fracturación que presenta la corteza terrestre (TURCOTTE, 1997; TURCOTTE *et al.*, 2007).
- b) La versión dinámica del FBM, permite simular la evolución secuencial de las rupturas en un material y compararla con la serie temporal de los datos experimentales.
- c) La versión estática del FBM, nos ayudará a describir el fenómeno de las avalanchas. Como exponen DELAPLACE *et al.* (2001), las avalanchas se pueden describir como series de eventos en microfisuras, que se producen de manera casi simultánea bajo condiciones de carga constante. El concepto de SOC en el FBM, puede ser utilizado como marco teórico para el estudio del fenómeno de las *avalanchas* en sistemas heterogéneos (MORENO *et al.*, 2001).

## 5.2. Self-Organized Criticality (SOC)

El concepto de *Self-Organized Criticality* (SOC) fue introducido por BAK *et al.* (1988) para estudiar la evolución espacio-temporal de los sistemas dinámicos, como una manera de entender la estructura fractal que muestran una amplia variedad de sistemas complejos (MORENO *et al.*, 1999). Podemos encontrar ejemplos de estos sistemas en distintos campos de la ciencia como la Física, la Biología o incluso en Ciencias Sociales como en Economía (BAK *et al.*, 1988).

Un sistema se encuentra en un estado de SOC si se mantiene cerca de un punto crítico. De acuerdo con este concepto, un sistema que se encuentra en un estado de estabilidad crítica, cuando es perturbado, evoluciona de manera natural hasta alcanzar un nuevo estado crítico (TURCOTTE, 1997). Por lo tanto, el concepto de SOC se refiere a la organización espontánea hacia un tipo de estado dinámico críticamente estable (BAK *et al.*, 1988; LEUNG *et al.*, 1998). No hay una longitud característica de escala en el estado crítico, por lo tanto, es aplicable la estadística fractal (TURCOTTE, 1997).

A continuación se citan brevemente algunos modelos que desarrollan el concepto de SOC, aplicado al estudio de la ocurrencia y la distribución de la actividad sísmica. Este concepto es aplicable, puesto que, como ya se ha comentado, toda la corteza de la Tierra, a escala de tiempo geológica, se encuentra en un estado próximo a la ruptura en cualquier región (SCHOLZ, 1991, 2002; MIRAMONTES, 1999; TURCOTTE *et al.*, 2003).

El modelo físico más simple que exhibe SOC es el *Sand Pile*, SP (TURCOTTE, 1997), que describe los deslizamientos de los granos de una pila de arena, cuando otros granos son añadidos de forma aleatoria, y la pendiente de la pila llegaría a superar un ángulo crítico de reposo. Sin embargo, una pila de arena no se comporta así, puesto que, a medida que se acerca al estado crítico, la adición de nuevos granos de arena desencadena avalanchas de diferentes tamaños. La estadística de frecuencia y tamaño de las avalanchas sigue una distribución fractal (EVESQUE, 1991; NAGEL, 1992; ROSENDHAL *et al.*, 1993).

Un modelo simple de *cellular automata*, CA, es un ejemplo que muestra comportamiento de SOC. Existen diversas aplicaciones del modelo CA, como el estudio de vida artificial (LANGTON, 1986), el flujo de tránsito (FUKUY y ISHIBASHI, 1996), la dinámica social (HEGSELMANN y FLACHE, 1998), o la difusión de contaminantes en un sistema suelo-agua (MERINO-CASTRO, 2011), entre otros.



La aplicación del modelo CA para simular la actividad sísmica utiliza una red regular bidimensional (KADANOFF *et al.*, 1989). En cada paso de la simulación se agrega una partícula a una celda elegida de manera aleatoria. Con esta acción se pretende simular un incremento del esfuerzo tectónico en una zona concreta de la corteza terrestre. Cuando una celda (o varias) alcanza un número de partículas crítico (que se fija al inicio, y que representaría el valor umbral del esfuerzo tectónico en cada celda), dicha celda (o celdas) se vuelve inestable, y distribuye sus partículas a las celdas vecinas. Esta carga y posterior descarga de partículas, puede desencadenar el fenómeno de las avalanchas. El proceso de avalancha termina cuando todas las celdas son estables, es decir, tienen un número de partículas inferior al crítico (o nulo). Las celdas que se encuentran en la frontera de la red, si son inestables, distribuyen la proporción correspondiente de partículas fuera del sistema.

BARRIERE y TURCOTTE (1994) emplean un modelo CA, que utiliza una red de celdas con un tamaño distribuido según una ley potencial, para generar catálogos sintéticos de sismicidad. En este modelo, cada celda de la red representa una falla con un sismo característico asociado. La adición aleatoria de partículas a las celdas, es análoga al incremento del esfuerzo causado por el desplazamiento relativo entre las placas tectónicas (TURCOTTE, 1997). La redistribución de las partículas entre las celdas, es similar a la transferencia de esfuerzo, durante un sismo, de la falla afectada hacia las fallas adyacentes. En este modelo las celdas grandes representan sismos de magnitud alta, mientras que las celdas pequeñas representan sismos de baja magnitud. Esto permite simular los ciclos de carga y descarga de esfuerzos en una zona sísmica, por lo que es posible generar un catálogo sintético de sismos, donde la adición de una partícula se asocia a un incremento del esfuerzo en un cierto intervalo de tiempo. La redistribución de esfuerzo de la celda mayor provoca inestabilidades en celdas de menor tamaño. Estos eventos se relacionan con las réplicas sísmicas que acompañan a un sismo principal. Sin embargo, el decaimiento temporal de las réplicas simuladas difiere del que se observa en las series de réplicas reales, que sigue aproximadamente la ley de Omori modificada, MO.

Un modelo que permite describir el comportamiento de una falla tectónica es el *Slider-block*, SB (TURCOTTE, 1997). CARLSON y LANGER (1989) describen un modelo de SB que exhibe SOC y simula adecuadamente el comportamiento de una falla. El modelo consta de una configuración lineal de bloques, cada uno de ellos conectado por un resorte a sus dos vecinos y a una placa que se desplaza a velocidad constante. Esta placa provoca deslizamientos en el sistema cuando se supera la fuerza de fricción estática entre el bloque y el suelo. Aunque el sistema es completamente determinista, su

comportamiento es aparentemente caótico. En la estadística de frecuencia-tamaño de eventos de deslizamiento, se distinguen dos grupos. La estadística de frecuencia-tamaño del grupo de los eventos que involucran el movimiento de todos los bloques no sigue una ley fractal. Este grupo se ha relacionado con los llamados sismos característicos en una falla (BARRIERE y TURCOTTE, 1994; TURCOTTE, 1997). En cambio, el grupo formado por los eventos que involucran el movimiento de pocos bloques sigue una ley fractal. Estos eventos se han relacionado con la sismicidad de fondo en una falla, que acontece entre dos sismos característicos de la misma.

BAK *et al.* (1990) introducen el modelo de *Forest-fire*, FF, para simular la propagación de un incendio forestal. El FF es una variante del modelo CA, para el que suponen un comportamiento de SOC. Como en el modelo simple de CA, se considera una red regular bidimensional. En cada paso, se agrega un “árbol” o una “llama” a una celda elegida de manera aleatoria. Se define una frecuencia de chispa,  $\xi$ , que indica cuantos árboles son plantados en el sistema antes de que una llama sea arrojada. Si la llama cae sobre un árbol, este comienza a quemar y los árboles vecinos también, propagándose la actividad hasta que no haya más árboles adyacentes a quemar (TURCOTTE, 1997). CORREIG *et al.* (1997) proponen una variante del modelo FF, que describe el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas, en el cual es posible distinguir entre los *leading aftershocks*, LA, y las *cascades*, CAS

El FBM es otro modelo que presenta SOC, el cual ha sido utilizado previamente para simular series de réplicas sísmicas después de un terremoto principal. A continuación, se describe en detalle este modelo, el cual se utiliza en este trabajo como marco teórico para analizar y reproducir el proceso de las series de réplicas sísmicas.

### 5.3. Modelo *Fiber-bundle*, FBM

El modelo *Fiber-bundle*, FBM, se utiliza para analizar el proceso de ruptura en materiales heterogéneos, el cual es un fenómeno físico complejo. La heterogeneidad de estos materiales se debe a que las propiedades mecánicas de sus elementos constituyentes son independientes o están poco correlacionadas en el tiempo o espacio (HERRMANN y ROUX, 1990; VAZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999). El término de sistemas desordenados se utiliza como nombre colectivo para este tipo de materiales. Como exponen VAZQUEZ-PRADA *et al.* (1999), la presencia de desorden altera el desarrollo del proceso de ruptura. En los materiales heterogéneos, como cerámicas, rocas u hormigón, el proceso de ruptura comienza con un daño no localizado que afecta a todo el material, y que consiste en un gran número de microfisuras que nuclea de

manera aleatoria dentro del sistema. Durante la evolución temporal, los elementos individuales de esta población de microfisuras, muestran coalescencia y crecimiento hasta alcanzar el punto de ruptura del material. En las últimas etapas del proceso, la coalescencia da lugar a una fisura dominante (o varias), que causa la ruptura macroscópica.

PEIRES (1926) presenta el FBM, como una primera aproximación teórica en el estudio de la resistencia de las fibras de algodón. DANIELS (1945) analiza la distribución de probabilidad de la resistencia en un conjunto de fibras, suponiendo que el grupo de fibras comparten el mismo esfuerzo después de rupturas sucesivas de elementos del conjunto. COLEMAN (1957) propone que la resistencia de las fibras, que soportan carga, es una función decreciente del tiempo. El hecho de incluir en el FBM una dependencia temporal hace posible estudiar la ruptura de los materiales debido a fenómenos como la fatiga mecánica o la ruptura por fluencia lenta (*creep-rupture*). El primero de estos fenómenos se produce a causa de un número muy elevado de ciclos de carga y descarga sobre un material, sin exceder su límite elástico, hasta que la ruptura ocurre para un valor de esfuerzo mucho menor que su resistencia de ruptura estática (BEER *et al.*, 2006; RINNE, 2008). El segundo describe la ruptura de un material, que presenta un comportamiento plástico y es sometido a una fuerza constante, la cual es función del tiempo y la temperatura (KUN *et al.*, 2002).

A partir de estos trabajos, la comunidad tanto de físicos (HERRMANN y ROUX, 1990; CHAKRABARTI y BENGUIGUI, 1997) como de ingenieros (PHOENIX y BEYERLEIN, 2000), han hecho del FBM una de las aproximaciones teóricas más importantes para describir el daño y la ruptura en materiales heterogéneos (KUN *et al.*, 2006a). El daño es el deterioro progresivo de las propiedades mecánicas de los sólidos (NANJO *et al.*, 2005; TURCOTTE y SCHERBAKOV, 2006). Físicamente, esta degradación viene caracterizada por la formación y propagación de microdefectos, como microporos o microfisuras. SCHERBAKOV y TURCOTTE (2003) demuestran que el modelo de mecánica del daño continuo y el FBM dan la misma solución en la descripción de la ruptura de los materiales. Algunos modelos del daño continuo, que cuantifican la deformación de los sólidos asociados con micro-fisuras, han sido propuestos y ampliamente utilizados en ingeniería civil e ingeniería mecánica (KACHANOV, 1986; KRAJINOVIC, 1989, 1996; HILD, 2002; KATTAN y VOYIADJIS, 2002; SCHERBAKOV y TURCOTTE, 2003). La mecánica del daño continuo también ha sido aplicada por varios autores a la fractura frágil de la corteza terrestre (LYAKHOVSKY *et al.*, 1997; LYAKHOVSKY, 2001; BEN-ZION y LYAKHOVSKY, 2002; TURCOTTE *et al.*, 2003, entre otros).

El FBM presenta aplicaciones en dos campos de investigación. Se utiliza en la elaboración de modelos de ruptura micromecánicos, por ejemplo, en fibras de resinas compuestas, ampliamente utilizadas en la industria aeroespacial y automovilística moderna. Se han desarrollado métodos analíticos y técnicas numéricas para tratar con grandes estructuras de fibras (KUN *et al.*, 2006a). Por otro lado, el FBM es un modelo general de ruptura en una amplia clase de sistemas desordenados que presentan interacción entre sus elementos constituyentes y son sometidos a distintas clases de cargas o fuerzas externas. Algunos ejemplos son, imanes sujetos a campos magnéticos (RAVÁ DE SILVEIRA, 1999; ZAPPERI *et al.*, 1999b); redes libres de escala, es decir, redes en las cuales algunos nodos poseen un gran número de enlaces a otros nodos, mientras que el grado de interconexión de la mayoría de nodos es bastante bajo (por ejemplo una red de distribución eléctrica) (MORENO *et al.*, 2002; KIM *et al.*, 2005); la sismicidad y las series de réplicas de un terremoto principal (SORNETTE, 1992; TURCOTTE y GLASSCOE, 2004; HEMMER y HANSEN, 1992; MORENO *et al.*, 2001), o diversos fenómenos sociales (RAVÁ DE SILVEIRA, 1999). Dentro del marco general de la física estadística el FBM presenta analogía con las transiciones de fase y los fenómenos críticos (KUN *et al.*, 2000).

En el FBM el conjunto de fibras representa una colección de objetos que muestran comportamiento elástico, conectados en paralelo y unidos al medio que transmite la fuerza entre las fibras. Cuando se supera un cierto valor de la fuerza o una elongación máxima la fibra se rompe. El valor de esta resistencia umbral se asigna según una distribución de probabilidad y se mantiene sin modificar durante el proceso (PRADHAN *et al.*, 2008).

Este modelo tiene dos versiones, estática y dinámica, que presentan tres ingredientes básicos comunes (DANIELS, 1945; ANDERSEN *et al.*, 1997; KLOSTER *et al.*, 1997; VAZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999; PHOENIX *et al.*, 2000; PRADHAN y CHAKRABARTI, 2003).

- 1) *Discretización*: Un conjunto discreto de  $N_0$  elementos localizados en una red regular n-dimensional.
- 2) *Regla de ruptura*: Una distribución de probabilidad para las propiedades de ruptura de los elementos individuales.
- 3) *Regla de transferencia de carga*: La cual determina como se transfiere la carga del elemento que falló al resto del sistema.

De los tres ingredientes comunes a las dos versiones del FBM, el más crítico es la *regla de transferencia de carga*, en la cual se encuentra gran parte de la física del modelo (PRADHAN *et al.*, 2008). Dos esquemas generales de esta regla son los de mayor interés, *Equal Load Sharing*, ELS (transferencia equitativa de carga) y *Local Load Sharing*, LLS (transferencia local de carga).

En el esquema de ELS, el esfuerzo de la fibra que falla se reparte por igual a todos los elementos del sistema que sobreviven, por lo tanto la fuerza  $F_i$ , de la fibra  $i$ , que se encuentra sometida a una fuerza externa  $F$ , está definida por

$$F_i = \frac{F}{n_s(F)} \quad (5.1)$$

donde  $n_s(F)$  es el número de fibras que sobreviven. La regla de transferencia ELS implica un rango infinito de interacción entre las fibras, por lo que se puede considerar una aproximación de *mean field* del FBM, en el que la topología de la red es irrelevante. Este caso tiene solución analítica (KUN *et al.*, 2000; KUN *et al.*, 2006a). Esto corresponde a suponer que las uniones entre las fibras son rígidas, ya que la fuerza es igualmente distribuida a todas las fibras sobrevivientes.

Cuando se pretende tener en cuenta que las uniones entre las fibras se deforman al ser sometidas a carga, se utiliza el esquema de LLS. Debido a esta deformación, las fibras más cercanas a la que ha fallado pueden absorber más esfuerzo, que las que se encuentran más lejanas. En este esquema, la topología de la red influye en el número de celdas vecinas a las que se les transfiere carga.

Existen tres variantes del LLS que son comúnmente utilizadas en la literatura (PRADHAN *et al.*, 2008):

- Una de las variantes consiste en que el elemento que se rompe transfiere su esfuerzo de forma equitativa solo a las celdas vecinas adyacentes, lo que ocasiona concentraciones locales de esfuerzo, como se esquematiza en la Figura 5.1. (GÓMEZ *et al.*, 1993; GÓMEZ *et al.*, 1998; NEWMAN y PHOENIX, 2001; KUN *et al.*, 2006b).

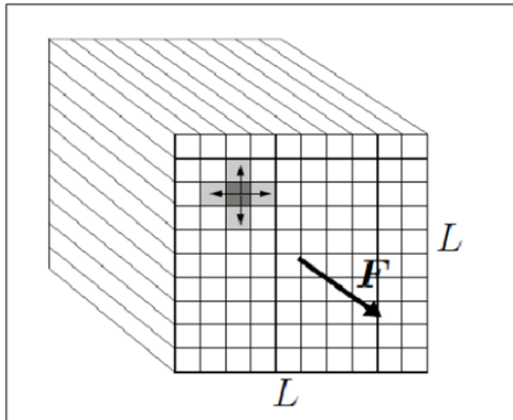


Fig. 5.1 Representación esquemática del FBM clásico bidimensional. Las fibras paralelas están unidas en una red regular de tamaño  $L \times L$ , sometidas a una fuerza externa  $F$ , en dirección paralela a las fibras. La celda gris oscura muestra el elemento que ha fallado. La regla de transferencia de carga del Local Load Sharing, LLS, reparte la carga por igual entre las cuatro celdas adyacentes, representadas en gris claro (KUN *et al.*, 2000).

- Otra variante postula que la redistribución de carga depende de la distancia respecto a la fibra que ha fallado, según una ley potencial. Este esquema es conocido como transferencia jerárquica de carga, HLS (*Hierarchical Load Sharing*), y fue introducido por TURCOTTE *et al.* (1985).
- Un modelo en el que las uniones entre las fibras son elásticas por sí mismas lo que permite una redistribución no equitativa de las fuerzas (PRADHAN *et al.*, 2008).

### 5.3.1. FBM estático

Esta versión simula la ruptura de los materiales que están sometidos a una fuerza externa  $F$  de manera quasi-estática, es decir, esta aumenta a un ritmo suficientemente lento como para poder suponer que solo se produce el fallo de un elemento individual (el más débil) en cada paso, hasta que el sistema alcanza la ruptura macroscópica (VAZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999).

Sea un conjunto de  $N_0$  fibras, las cuales presentan una respuesta perfecta de ruptura frágil, es decir, quedan descritas por un comportamiento elástico, para el que se asume válida la ley de Hooke. Como hipótesis, se asume que el módulo de Young,  $E$ , es igual en todas las fibras del material que no presentan daño (NANJO *et al.*, 2005; KUN *et al.* 2006a; TURCOTTE y SCHERBAKOV, 2006).

De acuerdo con la *regla de ruptura* del FBM, en el caso estático, el valor de resistencia umbral  $\sigma_{th}^i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ) que se asigna a cada fibra, queda definida como la resistencia

máxima que puede soportar sin experimentar ruptura (KUN *et al.*, 2006a; NANJO y TURCOTTE, 2005; PRADHAN *et al.*, 2008).

Los valores aleatorios de  $\sigma_{th}$  simulan el desorden en materiales heterogéneos. Las dos funciones de distribución de probabilidad más utilizadas en la literatura son, la distribución uniforme (HERRMANN y ROUX, 1990; KUN *et al.*, 2006b)

$$P(\sigma_{th}) = \begin{cases} \sigma_{th}/\sigma_{max} & ,si \ 0 \leq \sigma_{th} < \sigma_{max} \\ 1 & ,si \ \sigma_{th} \geq \sigma_{max} \end{cases} \quad (5.2)$$

y la de Weibull (PRADHAN *et al.*, 2008)

$$P(\sigma_{th}) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{th}}{\sigma_{max}}\right)^\rho} \quad (5.3)$$

donde  $\sigma_{max}$  es un valor de carga de referencia, y  $\rho$  es una constante adimensional conocida como exponente de Weibull o parámetro de forma, que toma valores en el intervalo  $2 \leq \rho \leq 50$  (OLUWOLE *et al.*, 2003). En el trabajo de TURCOTTE y GLASSCOE (2004) se relaciona el valor del parámetro  $p$  de Omori con el exponente de Weibull  $\rho$ , mediante la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{3p - 2}{p - 1} \quad (5.4)$$

NANJO y TURCOTTE (2005) exponen que es posible considerar valores elevados de  $\rho$  en los materiales duros y frágiles como las rocas. Cuanto mayor es  $\rho$ , el sistema es más homogéneo, es decir, el rango de valores umbrales es más estrecho, por lo tanto el exponente de Weibull controla el grado de desorden de los valores umbrales.

Sin pérdida de generalidad, se puede tomar  $\sigma_{max}=1$ , de manera que, de acuerdo con (Ec. 5.3), es posible asignar a cada fibra  $i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ), un valor umbral de resistencia (adimensional),  $\sigma_{i,th}$ , que se obtiene a partir de

$$n_i = 1 - e^{-\sigma_{i,th}^\rho} \quad (5.5)$$

donde  $n_i$  son números aleatorios uniformemente distribuidos entre el intervalo 0 y 1 (MORENO *et al.*, 1999; PRADHAN *et al.*, 2008). En la figura 5.2a y 5.2b se representan las dos funciones de densidad de probabilidad, uniforme y Weibull respectivamente.

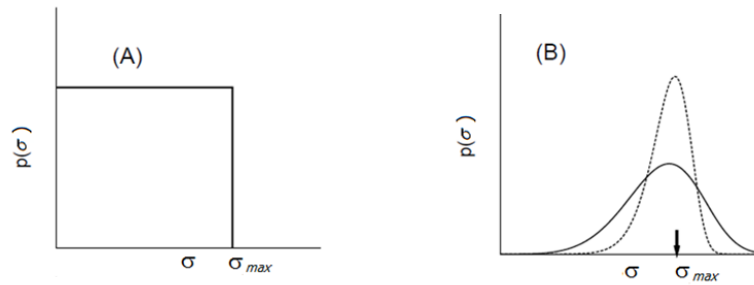


Fig. 5.2 a) Función de densidad de probabilidad uniforme y b) Función de densidad de probabilidad distribución de Weibull, para  $\rho=5$  (línea continua) y  $\rho=10$  (línea de puntos). Donde  $\sigma$  representa la variable independiente (PRADHAN *et al.*, 2008).

Por lo tanto, las fibras fallan cuando superan su valor de ruptura umbral  $\sigma_{th}^i$ ,  $i = 1, \dots, N_0$ , el cual se asigna por la función de distribución de probabilidad (Ec. 5.5). En el FBM estático la ruptura de las fibras es instantánea e irreversible, por lo que el esfuerzo de las fibras que se rompen cae a cero en el instante de la ruptura, y las fibras no son regeneradas (MORENO *et al.*, 2001). En este punto del proceso se comienza la transferencia de esfuerzo de los elementos que han fallado hacia el resto del sistema.

En la versión estática del FBM, el esquema ELS es de utilidad para explicar conceptos y propiedades fundamentales, que se pueden generalizar a otros esquemas de transferencia de carga (como el LLS, el cual se utiliza en este trabajo). Por ejemplo en el esquema ELS, si el sistema se somete a un aumento constante de la fuerza externa, la heterogeneidad del valor de resistencia umbral de cada fibra provoca que algunas fibras puedan romperse antes que otras. Cuando una fibra se rompe, el esfuerzo transferido provoca un aumento en la deformación de todas las fibras sobrevivientes. Esto puede ocasionar más rupturas en las fibras adyacentes y producir avalanchas, las cuales pueden dar paso a una situación estable (es decir, cuando todas las fibras se encuentren por debajo de su valor umbral) o bien a la ruptura de todo el material. Una avalancha queda usualmente definida como el número  $\Delta$  de rupturas simultáneas de fibras, durante el proceso de transferencia de carga (PRADHAN *et al.*, 2008). Se ha demostrado analíticamente que la distribución,  $D(\Delta)$ , del número esperado de avalanchas, de tamaño  $\Delta$ , muestra un comportamiento universal descrito por una ley potencial (HEMMER y HANSEN, 1992; KLOSTER *et al.* 1997; KUN *et al.*, 2006b, PRADHAN *et al.*, 2008)

$$\frac{D(\Delta)}{N_0} = C\Delta^{-\zeta} \quad (5.6)$$



donde  $\zeta = 5/2$  es el exponente universal de avalancha para el esquema ELS, el cual es independiente de la función de distribución de probabilidad (uniforme o Weibull) para  $\sigma^{i_{th}}$ . La Figura 5.3a muestra el comportamiento universal de la distribución  $D(\Delta)$  que se obtiene en simulaciones numéricas de un conjunto de  $10^7$  fibras, para un esquema ELS (KUN *et al.*, 2006b). Se puede observar que la distribución  $D(\Delta)$  sigue una ley potencial (Ec. 5.6), lo cual indica un comportamiento de SOC (MIRAMONTES, 1999). KLOSTER *et al.* (1997) estudian la distribución  $D(\Delta)$  para el esquema LLS. A partir de simulaciones numéricas para un conjunto de 20,000 fibras, observan que la distribución  $D(\Delta)$  sigue una ley potencial (con un exponente  $\zeta \approx 5$ ), para los valores de  $\Delta$  pequeños, y una ley exponencial para los valores de  $\Delta$  grandes (Fig. 5.3b) (KLOSTER *et al.* 1997, PRADHAN *et al.*, 2008).

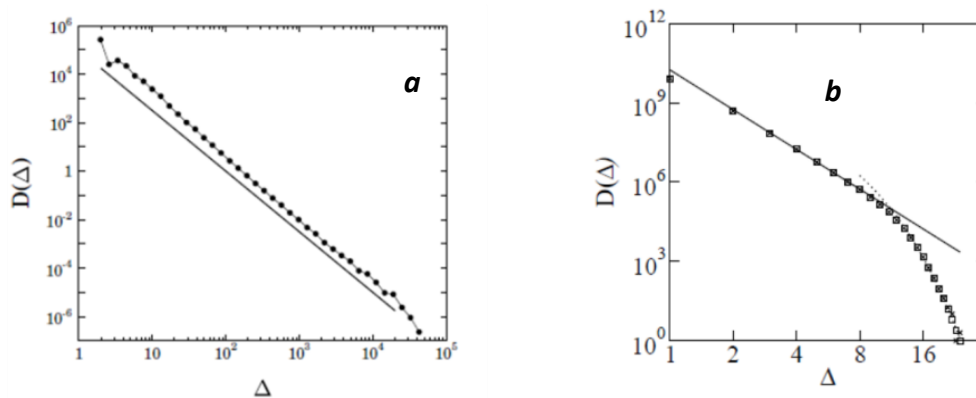


Fig. 5.3 **a)** Distribución del número esperado  $D(\Delta)$  de avalanchas con tamaño  $\Delta$ , en el esquema de transferencia ELS. La línea continua representa la ecuación 5.6, con un exponente  $\zeta=5/2$  (KUN *et al.*, 2006b). **b)** Distribución  $D(\Delta)$  obtenida para el esquema LLS, La línea continua sigue una ley potencial con  $\Delta^{-5}$  y la línea punteada sigue una función exponencial,  $\exp(-\Delta/\Delta_0)$ , con  $\Delta_0=1.1$  (PRADHAN *et al.*, 2008)

### 5.3.2 FBM dinámico

La versión dinámica del FBM simula la ruptura de materiales por fenómenos como *stress-rupture* (ruptura por esfuerzo), *creep-rupture* (ruptura por fluencia lenta), *static-fatigue* (fatiga estática) o *delayed-rupture* (ruptura retardada) (MORAL *et al.*, 2001a). La dependencia temporal de la resistencia de las fibras es fundamental para entender estos procesos de falla en materiales heterogéneos (COLEMAN, 1956; NEWMAN *et al.*, 1995; SORNETTE y ANDERSEN, 1998; MORAL *et al.*, 2001a, b).

La ruptura en la mayoría de los materiales rocosos consiste en un proceso de iniciación, y propagación de las fisuras (RINNE, 2008). MORAL *et al.* (2001a) exponen que

el mecanismo que gobierna el fenómeno de ruptura por fluencia lenta es el crecimiento subcrítico de fisuras, SCG (*Subcritical Crack Growth*). Es decir, la propagación lenta de microfisuras cuya longitud es menor que la longitud crítica para producir una ruptura instantánea. Un parámetro característico que describe el deslizamiento y el campo de esfuerzos que existe en la punta de una fisura es el factor de intensidad de esfuerzo,  $K$ , (RINNE, 2008). La mecánica de fractura clásica postula que una fisura aislada puede propagarse a velocidades cercanas a la velocidad del sonido en el medio cuando esta alcanza o supera el factor de intensidad de esfuerzo crítico,  $K_{CR}$ . Mientras que, si la fisura muestra un factor de intensidad de esfuerzo  $K$  menor que  $K_{CR}$ , la fisura se mantiene estable. Estos modelos clásicos han sido útiles para predecir la propagación catastrófica de fisuras en varias clases de materiales como metales, cerámicas o vidrios (LYAKHOVSKY *et al.*, 1997; LYAKHOVSKY, 2001). Según explican BEN-ZION y LYAKHOVSKY (2002), en sólidos con microfisuras u otros defectos, los campos de esfuerzo internos son altamente no-uniformes. Estos materiales, al ser sometidos a carga durante un periodo de tiempo prolongado, muestran velocidades destacables de propagación de fisuras macroscópicas para valores de  $K$  menores que  $K_{CR}$ . A este fenómeno se le conoce como SCG (SWANSON, 1984; ATKINSON y MERDITH, 1987; INGRAFFEA, 1987; COX y SCHOLZ, 1988; ORTIZ, 1988; LYAKHOVSKY, 2001; RINNE, 2008).

El SCG se debe a una variedad de procesos que operan cerca de las puntas de fisura, donde la concentración del esfuerzo es mayor, como la corrosión por esfuerzos, la disolución, la difusión, el intercambio de iones o la microplasticidad. En las condiciones que presenta la corteza terrestre, el mecanismo más importante para inducir el SCG es el de corrosión por esfuerzos (ATKINSON, 1984; RINNE, 2008). La corrosión por esfuerzos ocurre por acción del campo de esfuerzo heterogéneo y las reacciones químicas que se pueden producir en el medio. Los medios corrosivos reducen la vida del material. Por ejemplo, el agua que llena las microfisuras, por reacción química (hidrólisis) debilita los enlaces atómicos en la punta de fisura. La velocidad de propagación de las fisuras es extremadamente sensible al esfuerzo aplicado (MORAL *et al.* 2001a).

Si se considera un material que presenta un comportamiento ideal frágil, la relación entre el esfuerzo y la deformación es lineal hasta alcanzar la ruptura. La punta de una fisura que existe en este tipo de materiales, puede ser sometida a diferentes clases de esfuerzo tal como un esfuerzo normal, un esfuerzo de cizalla sobre el plano de la fisura, un esfuerzo de cizalla fuera del plano de fisura o una combinación de estos. Las diferentes configuraciones de carga que existen en la punta de una fisura dan lugar a diversos modos de desplazamiento de su superficie. En la llamada configuración I de

carga, la punta de una fisura es sometida a un esfuerzo normal al plano de la fisura. Por lo tanto, en este caso el desplazamiento de las superficies en ambos lados de la fisura es perpendicular al plano de la misma (RINNE, 2008). El factor de intensidad de esfuerzo en la configuración I de carga,  $K_I$ , se expresa como.

$$K_I = \chi \sigma_m \sqrt{L} \quad (5.7)$$

donde  $\chi$  es un parámetro que depende de la geometría del problema,  $\sigma_m$  es el esfuerzo asociado a la fuerza máxima de tracción,  $F_m$ , que se aplica al sistema, y  $L$  la longitud de la fisura (MAIN *et al.*, 1992; LYAKHOVSKY, 2001; BARRIOS D'AMBRA *et al.*, 2006). Resultados experimentales indican que la velocidad de apertura de una fisura,  $dL/dt$ , se puede representar por una relación potencial conocida como ley de Charles, definida por la ecuación

$$\frac{dL}{dt} = C K_I^q \quad (5.8)$$

donde  $C$  y  $q$  son parámetros del material que dependen de la presión de confinamiento, la temperatura y el ambiente químico (por ejemplo, la presencia de un fluido activo en los poros y su actividad química) (LYAKHOVSKY, 2001). El parámetro  $q$  se conoce como índice del SCG, o índice de corrosión por esfuerzo cuando este mecanismo domina en el proceso de ruptura. Los valores experimentales de  $q$  varían durante el proceso de ruptura (SWANSON, 1984; SWANSON, 1987; MERDITH y ATKINSON, 1985; ATKINSON y MEREDITH, 1987; MORENO *et al.*, 2001). MAIN *et al.* (1992) exponen que en general para las rocas policristalinas, que se encuentran a profundidades típicas a la que ocurre la nucleación de los sismos, el índice  $q$  se encuentra en el intervalo  $20 < q < 60$ . Estos valores elevados de  $q$  indican que el proceso de crecimiento acelerado de fisuras es extremadamente no lineal (Ec. 5.8).

El mecanismo de corrosión por esfuerzos y el factor de intensidad de esfuerzo crítico,  $K_{CR}$ , se relacionan con el *time-delay* (tiempo de demora), el cual se asocia con el inicio y la propagación de una fisura individual (DAS y SCHOLZ, 1981; FREUND 1990). La ruptura de un material que muestra comportamiento frágil, por ejemplo una roca, se produce por nucleación y crecimiento de microfisuras (MOGI, 1962a; HIRATA, 1987; HIRATA *et al.*, 1987; LOCKNER *et al.*, 1992; LOCKNER, 1993). Así mismo, la corrosión por esfuerzo como mecanismo del SCG, ha sido propuesto como un posible proceso que explica el tiempo de demora en la producción de las réplicas sísmicas (LEE y SORNETTE, 2000). SCHERBAKOV y TURCOTTE (2003) exponen que el tiempo en el que se producen las réplicas sísmicas

con relación al sismo principal, está relacionado con el tiempo que requieren las microfisuras para nuclear.

Como se explica en la sección 5.3.1, en el caso estático del FBM la resistencia umbral,  $\sigma_{th}$ , es la variable independiente. Por lo que, la ecuación (5.5) define la distribución estadística de los valores umbrales de resistencia de cada fibra (MORAL *et al.*, 2001a, 2001b). La variable independiente en la versión dinámica del FBM es el tiempo,  $t$ . En esta versión los elementos son sensibles tanto al tiempo entre eventos, como a la historia de carga de cada fibra,  $\sigma_i(t)$ , (GÓMEZ *et al.*, 1998; VÁZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999). En la versión dinámica estándar, el sistema formado por  $N_0$  fibras es inicialmente sometido a una fuerza  $F$  usualmente constante, que se puede expresar como

$$F = \sigma_0 N_0 \quad (5.9)$$

donde  $\sigma_0=1$ , es el valor de referencia de esfuerzo que se asigna a las  $N_0$  fibras al inicio del proceso (en el instante  $t=0$ ). La ruptura de los elementos se produce por fatiga después de un cierto periodo de tiempo. El intervalo de tiempo en el que se tiene el colapso o ruptura total del sistema, se le conoce como vida media o tiempo de ruptura total,  $T$ , del conjunto de fibras.

La *regla de ruptura* asigna inicialmente un tiempo de vida media  $t_{i,0}$ , a cada elemento  $i=1, \dots, N_0$ , bajo un esfuerzo unitario, que se expresa como

$$n_i = 1 - e^{-t_{i,0}} \quad (5.10)$$

donde  $n_i$  son números aleatorios con distribución uniforme ( $0 \leq n_i \leq 1$ ). Esta elección implica una distribución logarítmica del tiempo de vida  $t_{i,0}$ . Una función de distribución más general que describe el tiempo de vida media de cada elemento, el cual es sometido a una historia de esfuerzo conocida,  $\sigma(t)$ , se define de la siguiente manera (PHOENIX y TIERNEY, 1983; NEWMAN *et al.*, 1995; GÓMEZ *et al.*, 1998; MORAL *et al.*, 2001b; MORENO *et al.*, 2001)

$$n_i = 1 - e^{-k(\sigma)t_{i,0}} \quad (5.11)$$

donde  $k(\sigma)$  es la tasa de peligrosidad o ruptura. Los resultados experimentales que se obtienen de materiales sometidos a una carga constante, muestran un comportamiento que queda bien descrito por una distribución de probabilidad de Weibull, con una tasa de peligrosidad representada por una ley potencial, definida

como (COLEMAN, 1957; PHOENIX, 1977; PHOENIX y TIERNEY, 1983; VÁZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999; MORENO *et al.*, 2001)

$$k_p(\sigma) = v_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^\rho \quad (5.12)$$

donde  $v_0$  es la tasa de peligrosidad (número de pérdidas por unidad de tiempo) bajo esfuerzo unitario,  $\sigma_0$ , y  $\rho$  es el exponente de Weibull, que como se comenta en la sección 5.3.1, explica el nivel de heterogeneidad de los valores umbrales del sistema (Fig. 5.2b) (MORENO *et al.*, 2001; OLUWOLE *et al.*, 2003).

MORENO *et al.* (2001) exponen que la ecuación (5.12) tiene la misma forma que la ley de Charles (Ec. 5.8), si se sustituye el parámetro  $\sigma$  por  $K_I$  y la tasa de ruptura  $k_p(\sigma)$  por la velocidad de apertura de las fracturas  $dL/dt$  (ATKINSON, 1984; ATKINSON y MEREDITH, 1987). Esta analogía entre la tasa de ruptura y la ley de Charles también se describe en el trabajo de NANJO y TURCOTTE (2005).

Sin pérdida de generalidad, a partir de la ecuación (5.12), se puede considerar que  $v_0 = \sigma_0 = 1$ , lo cual significa que  $\sigma^\rho$  es una medida de la tasa de peligrosidad. Al ser  $v_0$  una frecuencia,  $v_0 t$  es una variable sin dimensiones y debido a la elección particular,  $v_0 = 1$ ,  $t$  continua siendo una variable sin dimensiones. Si se sustituyen las condiciones particulares  $v_0 = \sigma_0 = 1$  en la ecuación (5.12), y se introduce en la ecuación (5.11), se obtiene la expresión

$$n_i = 1 - e^{-\sigma^\rho t_{i,0}} \quad (5.13)$$

En la versión dinámica estándar del FBM se impone que el elemento que se rompe es aquel que tiene el tiempo de vida media menor. Cuando un elemento falla, éste distribuye su esfuerzo a las fibras adyacentes (el número de elementos o fibras afectadas depende del esquema de transferencia). Debido a la transferencia de esfuerzo, cada elemento que ha sido afectado soportará una carga mayor que el esfuerzo asignado al inicio del proceso,  $\sigma_i(t) \geq \sigma_0 = 1$ . Es decir,  $\sigma_i(t)$  representa la historia de esfuerzo que afecta a cada fibra  $i$ , la cual es una variable que depende del tiempo. NEWMAN *et al.* (1995) introducen la formulación que describe el tiempo de vida reducido,  $T_{i,f}$ , el cual se expresa mediante la ecuación

$$t_{i,0} = \int_0^{T_{i,f}} \left( \frac{\sigma_i(t)}{\sigma_0} \right)^\rho dt \quad (5.14)$$

En el caso particular de que las fibras sean independientes, es decir, que los elementos del sistema no interactúan entre sí durante la evolución temporal ( $\sigma(t)=\sigma_0=1$ ), se tiene que  $t_{i,0}=T_{i,f}$ . Por tanto, la ecuación (5.13) es igual a la ecuación (5.10). Si por el contrario, los elementos del sistema interactúan entre sí, es decir, existe transferencia de esfuerzo, el tiempo actual de ruptura de un elemento  $i$ ,  $T_{i,f}$ , se reduce por debajo del tiempo inicialmente asignado  $t_{i,0}$ . Si se satisface la ecuación (5.14), el orden sucesivo de rupturas de los  $N_0$  elementos es fácilmente identificado y el tiempo para el cual se tiene el colapso del sistema será el  $T_{i,f}$  del elemento más duradero. En la versión estándar del FBM dinámico, la aleatoriedad en la población de los tiempos de vida se fija en el instante  $t=0$  (desorden templado o *quenched disorder*), y la evolución del sistema es completamente determinista (Ec. 5.14) (GÓMEZ *et al.* 1998; MORENO *et al.*, 2001).

GÓMEZ *et al.* (1998) desarrollaron una aproximación probabilística al FBM dinámico. Esta aproximación es un ejemplo de lo que se conoce como desorden recocido o *annealed disorder*. Es viable aplicarla a cualquier esquema de transferencia de carga y es una alternativa al método estándar o de desorden templado que presentan NEWMAN *et al.* (1995) (Ec. 5.13 y 5.14). Para entender la aproximación probabilística es necesario considerar la regla de transferencia de carga ELS, ya que permite formular la evolución del sistema a partir de ecuaciones diferenciales continuas (GÓMEZ *et al.* 1998). Por lo tanto, se considera un conjunto de  $N_0$  fibras en el instante  $t=0$ .  $N(t)$  es el número de fibras que sobreviven, es decir, que permanecen sin ruptura en un paso de tiempo  $t$ . La ecuación diferencial que gobierna la evolución temporal del sistema se puede expresar como (GÓMEZ *et al.*, 1998, MORAL *et al.*, 2001b)

$$\frac{dN}{dt} = -N(t)\sigma^p \quad (5.15)$$

La ecuación 5.15 es análoga a las que aparecen en radioactividad (utilizadas por COLEMAN, 1957, y posteriormente por NEWMAN *et al.*, 1995), donde  $\sigma^p$  está relacionado con la tasa de decaimiento de un núcleo radioactivo. Por lo tanto,  $\sigma^p$  representa la tasa de decaimiento o tasa de ruptura de las fibras. Es decir, la vida media del conjunto se puede representar como  $1/\sigma^p$  (GÓMEZ *et al.*, 1998). La ecuación 5.15 ofrece una formulación continua para el caso de la regla de transferencia ELS. Para otros esquemas como el LLS o el HLS esta analogía con la radioactividad es también útil, aunque no se pueden formular ecuaciones similares (VÁZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999).

Tanto en el método estándar (desorden templado), como en la aproximación probabilística (desorden recocado) del modelo FBM dinámico, la historia de esfuerzo,  $\sigma_i(t)$ , que describe cada elemento  $i$ ,  $i=1, \dots, N(t)$ , es clave para elegir la fibra que se romperá. Como se explicó anteriormente en el método estándar, el elemento que sufre ruptura es el que tiene el menor tiempo de vida, lo cual depende de su historia de "carga" o esfuerzo,  $\sigma(t)$ . En la versión probabilística la magnitud que se modifica por la redistribución de esfuerzos es la probabilidad de ruptura,  $p_i$ , que tiene cada fibra  $i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ). La historia de esfuerzos de cada elemento  $i$ ,  $\sigma_i(t)$ , afecta el proceso de ruptura de la misma manera que la versión determinista (Ec. 5.14), es decir, entre más esfuerzo soporta una fibra elemental, tendrá mayor probabilidad de ruptura. Si se considera la tasa de ruptura dada por la ecuación 5.12, con la condición de  $\sigma_0=1$  y  $v_0=1$ , la probabilidad de ruptura,  $p_i$ , de cada elemento  $i$ , se puede expresar como

$$p_i = \sigma_i^p \delta \quad (5.16)$$

donde  $\delta$  representa el intervalo temporal para el que se espera ocurra la ruptura de una fibra. Por lo tanto,  $\delta$  se puede expresar como la inversa de la tasa de decaimiento total del sistema, de la forma (MORAL *et al.*, 2001a)

$$\delta = \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^{N(t)} k_p(\sigma_i(t))} \right) \quad (5.17)$$

donde  $k_p(\sigma_i(t))$  es la tasa de ruptura potencial (Ec. 5.12) para cualquier esquema de transferencia de esfuerzo (ELS, LLS o HLS). El análisis de la ecuación 5.17 muestra que  $\delta$  no es un tiempo real, puesto que es una magnitud adimensional. Por lo tanto, la comparación directa entre los resultados que se obtienen de las simulaciones numéricas del FBM dinámico (en su versión probabilística), y los datos experimentales no es posible. La ecuación 5.17 es una forma simple que considera la probabilidad de ruptura de un material heterogéneo. Es posible incluir reglas más reales. Sin embargo, con este modelo se puede describir y entender los efectos físicos del proceso de ruptura (OLUWOLE *et al.* 2003).

La probabilidad acumulada es la suma de la probabilidad de ruptura de todos los elementos  $i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ), la cual se define por la expresión

$$\sum_{i=1}^{N_0} p_i = 1 \quad (5.18)$$

En la aproximación probabilística, la fibra que produce ruptura en cada intervalo de tiempo  $\delta$ , se selecciona de forma aleatoria haciendo uso del espacio de probabilidad acumulada (Ec. 5.18). Por lo tanto, el algoritmo de selección de la fibra que tendrá ruptura es el siguiente:

Sea  $\alpha$  un número aleatorio con distribución uniforme ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ). El valor de  $\alpha$  se compara con la probabilidad acumulada parcial del sistema. Si se utiliza una red regular bidimensional formada por  $N_0$  celdas, las probabilidades acumuladas parciales se define como:  $p_{(0)acum}=0$ ,  $p_{(1)acum}=p_1$ ,  $p_{(2)acum}=p_1+p_2$ ,  $p_{(3)acum}=p_1+p_2+p_3$ , ...,  $p_{(N_0)acum} = \sum_{i=1}^{N_0} p_i = 1$ . La probabilidad de ruptura,  $p_i$ , de cada elemento  $i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ) se calcula a partir de la ecuación 5.16. Si se cumple la condición  $p_{(j)acum} < \alpha \leq p_{(j+1)acum}$ , el elemento que se elige para fallar es el que tiene el valor de esfuerzo  $\sigma_{(j+1)}$ , ( $j=0, \dots, N_0-1$ ). Sin embargo, la fibra que soporta más esfuerzo tiene mayor probabilidad de producir ruptura. Desde la perspectiva probabilística, no existen elementos débiles o fuertes, sino que todos los elementos son iguales, pero con un valor de esfuerzo  $\sigma_i$  diferente (MORENO *et al.*, 2001).

El tiempo de ruptura total del conjunto de fibras,  $T$ , queda descrito por la ecuación (VÁZQUEZ-PRADA *et al.*, 1999; MORAL *et al.*, 2002):

$$T = \sum_{i=1}^{N_0} \delta_i \quad (5.19)$$

GÓMEZ *et al.* (1998) exponen que en la aproximación probabilística todos los elementos que participan en el proceso de transferencia de esfuerzo tienen el mismo tiempo medio de ruptura,  $\delta_k$ , donde  $k$  es un paso de la simulación. La ruptura de las fibras es secuencial ya que en cada intervalo de tiempo,  $\delta_k$ , solo se permite la ruptura de un elemento individual (OLUWOLE *et al.*, 2003).

Cabe destacar que a diferencia del caso estático, la versión estándar del FBM dinámico no presenta el fenómeno de avalanchas. Esto se debe a que no hay fuerzas externas que actúen sobre el sistema ni valores de esfuerzo umbral. Cuando las fibras comienzan a fallar por fatiga, continúan su proceso de ruptura hasta el colapso final del sistema (OLUWOLE *et al.*, 2003).



## 5.4 Modelo *Fiber-Bundle* dinámico con aproximación probabilística modificado, FBMdp.

MORENO *et al.* (2001) desarrollan una modificación del modelo FBM dinámico para simular el comportamiento temporal de una serie de réplicas sísmicas que tiene lugar después de un sismo principal. De acuerdo con MORENO *et al.* (2001), las series de réplicas sísmicas se pueden describir como dos procesos de relajación de esfuerzo tectónico diferentes. El primer proceso está relacionado con las réplicas sísmicas que siguen un decaimiento temporal descrito por la ley de Omori-Utsu, OM (UTSU, 1961), denominadas *Leading Aftershocks*, LA. El segundo proceso describe la ocurrencia súbita de réplicas sísmicas. Esta aceleración en la producción de algunas réplicas queda en evidencia experimental, ya que estas se identifican como aquellas que no satisfacen la ley OM. A estos elementos se les denomina *Cascades*, CAS. En el modelo de MORENO *et al.* (2001), se reproducen estos dos procesos de relajación de esfuerzos tectónicos. Esto es posible utilizando las características de la versión dinámica del FBM y aplicando la propiedad de la versión estática del FBM, en la que se introduce una relación con el esfuerzo umbral que soporta cada fibra o fractura elemental.

### 5.4.1 Descripción del modelo FBMdp

El modelo descrito por MORENO *et al.* (2001), FBMdp, se basa en los mecanismos físicos que exponen LEE y SORNETTE (2000), en el que utilizan el esfuerzo umbral de los elementos para el desarrollo del modelo de autómatas celulares. Sin embargo, los resultados y la manera de aplicar el modelo de MORENO *et al.* (2001), es distinto al propuesto por LEE (1999) y LEE y SORNETTE (2000). Este modelo aplica la aproximación probabilística del FBM dinámico. Se utiliza una red bidimensional de  $N_0$  celdas regulares y una regla de transferencia de carga con un esquema LLS (Fig. 5.1). Cada celda, o fibra, representa una fractura individual, la cual es el elemento mínimo que puede ser activado en un evento de ruptura (LEE y SORNETTE, 2000). A cada celda se le asigna una "carga" o esfuerzo tectónico, que se modifica durante la evolución temporal del proceso. Por lo tanto, la probabilidad de ruptura de cada fractura elemental,  $p_i$  ( $i=1, \dots, N_0$ ), queda descrita por la ecuación 5.16. La ecuación 5.17 se utiliza para calcular el tiempo medio de ruptura del próximo elemento.

El modelo FBMdp presenta diferencias significativas con respecto al FBM dinámico estándar. Este último reproduce el proceso de ruptura de  $N_0$  elementos, los cuales fallan por fatiga de forma secuencial en un proceso de conservación total de esfuerzo que finaliza hasta la ruptura del último elemento. Esta secuencia de rupturas es un

proceso acelerado que ocurre en un tiempo finito. Con el objetivo de describir la evolución temporal de las réplicas sísmicas, las cuales son claramente un proceso de relajación de esfuerzos tectónicos, MORENO *et al.* (2001) han realizado cinco modificaciones al FBM dinámico estándar.

- 1) El esfuerzo se pierde durante el proceso de ruptura, de dos maneras:
  - 1.1) Las condiciones de frontera del sistema son abiertas. Debido a esta característica, los elementos que se encuentran en la frontera de la red distribuyen parte de su esfuerzo fuera del sistema.
  - 1.2) Una fracción del esfuerzo tectónico se pierde por efecto de disipación, en el proceso de transferencia de carga. Es decir, cuando se produce la ruptura de una fractura elemental con esfuerzo  $\sigma$ , el sistema pierde una fracción  $(1-\pi)\sigma$ . Por tanto, el parámetro  $\pi$  representa la constante de conservación de esfuerzo del sistema. La introducción de este parámetro permite simular la energía disipada en el proceso de generación de réplicas sísmicas.
  
- 2) En el FBM, cuando se produce la ruptura de una fractura elemental, esta transfiere su esfuerzo tectónico a las celdas adyacentes, quedando a continuación inactiva. En este modelo, por el contrario, el elemento  $j$  que transfiere esfuerzo (excepto la fracción disipada  $(1-\pi)\sigma_j$ ) a las celdas vecinas más cercanas (LLS), es automáticamente regenerado y activo. Es decir, es capaz de recibir esfuerzo y participar en la evolución temporal del sistema. Con ello, se pretende simular la ocurrencia repetitiva de sismos en una misma falla. Por lo tanto, en cada paso  $k$  de la simulación, el número de fracturas elementales sobrevivientes será  $N(t)=N_0$ . Después de su regeneración, el elemento  $j$  permanece con esfuerzo  $\sigma_j=0$  hasta volver a recibir esfuerzo. Esta suposición se justifica debido a que el intervalo de tiempo medio individual de ruptura,  $\delta_j$ , del elemento  $j$  que ha fallado, es mucho mayor que el tiempo de ruptura  $\delta$  entre eventos sucesivos. Por tanto, el elemento  $j$  tiene suficiente tiempo para regenerarse y volver a ser activo
  
- 3) La tercera modificación tiene que ver con la distribución del valor de los esfuerzos iniciales. En el FBM (§ 5.3.1) se asume que en el tiempo  $t=0$ , cada celda individual tiene un esfuerzo inicial constante  $\sigma_0=1$ . Para simular el estado de desorden que existe en el campo de deformación después de un sismo principal, MORENO *et al.* (2001) asignan un valor de esfuerzo tectónico

inicial  $\sigma_{0i}$  a cada fractura elemental  $i=1,\dots,N_0$ , a partir de una función de distribución de probabilidad uniforme ( $0 \leq \sigma_{0i} < 1$ ;  $i=1,\dots,N_0$ ).

Con el propósito de simular el fenómeno de las aceleraciones súbitas en la producción de algunas réplicas, se añaden dos reglas más al modelo FBMdp (MORENO *et al.*, 2001). Estas dos reglas toman en cuenta la característica de la dinámica umbral de la versión estática del FBM, con la cual es posible producir el fenómeno de ruptura en forma de avalancha. Es decir, a cada fractura individual se le asigna un valor de esfuerzo umbral. En este modelo se considera un mismo valor de esfuerzo tectónico umbral,  $\sigma_{th}=1$ , para todas las celdas. Las reglas 4) y 5) se introducen para aumentar las concentraciones locales de esfuerzo tectónico, debido a la heterogeneidad del campo de deformación sobre el área afectada por el sismo principal (MORENO *et al.*, 2001). De esta manera, en cada paso de la simulación existen dos opciones para producir la ruptura de una fractura elemental.

4) Si todas las celdas tienen un valor de esfuerzo  $\sigma_i$  menor que el valor umbral asignado,  $\sigma_i < \sigma_{th}$ , ( $i=1,\dots,N_0$ ), se tiene un *evento normal*. En este caso el intervalo de tiempo de ruptura del próximo elemento se obtiene con la ecuación 5.17. Y la probabilidad de ruptura de cada elemento se calcula a partir de la ecuación 5.16.

5) Si en un paso de la simulación uno o más elementos acumulan un esfuerzo,  $\sigma$ , con  $\sigma \geq \sigma_{th}$ , se produce un *evento avalancha*. Estos eventos ocurren debido a que la acumulación de esfuerzo tectónico en una fractura elemental puede llegar a ser mayor o igual que el valor de esfuerzo umbral que se le asigna. En un evento avalancha, el intervalo de tiempo esperado de ruptura,  $\delta$ , se calcula a partir de la ecuación 5.17. Sin embargo, en este caso la fractura elemental que se elige para fallar es la que tiene el esfuerzo  $\sigma_i \geq 1$ . Si varios elementos tienen la condición de  $\sigma \geq \sigma_{th}$ , se elige el que soporta el esfuerzo  $\sigma$  mayor. El proceso de generación de una *avalancha* termina cuando todos los elementos del sistema tienen un esfuerzo  $\sigma_i < \sigma_{th}$ . Una avalancha puede tener una longitud temporal que engloba varios pasos de tiempo  $\delta$ . Durante una avalancha, las fracturas elementales que producen ruptura no vuelven a activarse hasta finalizar la avalancha. Es fácil asumir que las altas acumulaciones de esfuerzo durante una avalancha, producen intervalos más cortos de  $\delta$  (Ec. 5.17). Por lo tanto, es razonable pensar que en estos intervalos cortos de  $\delta$  la fractura elemental no tiene suficiente tiempo para regenerar. La magnitud del exponente  $\rho$  también influye en la longitud del intervalo de tiempo  $\delta$ . Si se considera el esquema de transferencia LLS, durante una avalancha es posible

que una o varias celdas vecinas sean inactivas, es decir, incapaces de recibir esfuerzos. En este caso, el esfuerzo tectónico del elemento que se rompe se distribuye solo a las celdas vecinas activas. Si todas las celdas vecinas son inactivas, se asume que la carga se pierde del sistema (MORENO *et al.*, 2001). Esta regla se introduce para favorecer el aumento de concentración local de esfuerzos tectónicos.

En resumen, el algoritmo del modelo FBMdp es el siguiente. Al inicio del proceso, en el tiempo  $t=0$ , se asigna a cada fractura elemental un valor de esfuerzo  $\sigma_{0i}$  ( $i=1,\dots,N_0$ ) a partir de una distribución de probabilidad uniforme  $0 \leq \sigma_{0i} < 1$ . El sistema evoluciona en intervalos de tiempo esperado de ruptura,  $\delta$  (Ec. 5.17). En cada paso de la simulación se produce la ruptura de un elemento, ya sea como evento avalancha o normal, dependiendo de la relación de su esfuerzo  $\sigma_i$  con respecto al valor de esfuerzo umbral asignado  $\sigma_{th}$ . Esta ruptura provoca transferencia de esfuerzo tectónico hacia las celdas vecinas, excepto la fracción  $(1-\pi)\sigma_i$ . La elección del elemento que se rompe se hace de acuerdo con la regla 4) en el caso de un evento normal y con la regla 5) si se tiene la condición de evento avalancha.

El proceso de transferencia de esfuerzo tectónico en el sistema se desarrolla hasta alcanzar un valor mínimo predeterminado de esfuerzo total,  $S$ , el cual se puede expresar como

$$S = \sum_{i=1}^{N_0} \sigma_i \quad (5.20)$$

Debido a que  $S$  disminuye sistemáticamente, la evolución temporal del sistema da lugar a que las avalanchas se extingan, ya que cada vez es menos probable tener concentraciones locales de esfuerzo que puedan producir un evento avalancha. Si  $\rho=1$ , el intervalo de tiempo  $\delta$  (Ec. 5.17) aumentaría en cada paso de la simulación. Si  $\rho>1$ , el valor de  $S$  disminuye, pero es posible encontrar durante la evolución del sistema, valores de tiempo  $\delta$  cortos. Esta propiedad es la base para entender el modelo de MORENO *et al.*, (2001) y otros modelos basados en el crecimiento sub-crítico de fisuras, SCG (ATKINSON, 1984; ATKINSON *et al.*, 1987). La tendencia general de  $S$  es disminuir y por lo tanto, desacelerar el sistema. Sin embargo, la transferencia de esfuerzo y los valores elevados del exponente  $\rho$  provoca heterogeneidades locales en el esfuerzo, lo cual permite aceleraciones temporales (avalanchas) durante el proceso de ruptura. Estas aceleraciones se encuentran dentro de una tendencia general de relajación dinámica, el cual es el fenómeno que se observan en las series de réplicas sísmicas reales (MORENO *et al.*, 2001).

## 6 Resultados del modelo FBMdp

### 6.1 Introducción

Con el objetivo de simular el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas y conocer mejor el mecanismo físico que gobierna la generación de dichas réplicas, se utiliza la versión del modelo Fiber Bundle propuesta por MORENO *et al.* (2001), FBMdp. En particular se reproduce el comportamiento temporal de las tres secuencias de réplicas que se produjeron en el Sur de California, después de los terremotos de Landers (1992,  $M_w=7.3$ ), Hector Mine (1999,  $M_w=7.1$ ) y Northridge (1994,  $M_w=6.7$ ).

En el modelo FBMdp las aceleraciones “temporales” se generan durante los eventos avalanchas. Es por esto que se considera que el final de una simulación ocurre cuando se dejan de producir avalanchas. Es decir, se define  $T_f$  (Ec. 5.19), como el intervalo temporal (adimensional) en el cual el sistema es activo, es decir, existen avalanchas. Por lo tanto, las series de réplicas simuladas estarán formadas por los eventos (normales o avalanchas) que se produzcan desde  $t=0$  hasta  $t=T_f$ .

### 6.2. Procedimiento de las Simulaciones

Para llevar a cabo las simulaciones numéricas del modelo FBMdp se ha elaborado un código en lenguaje computacional FORTRAN 90. A partir del análisis de un gran número de simulaciones numéricas, se observa que el comportamiento de éstas se controla a través de tres parámetros:

- 1) el número total de celdas,  $N_0$ . Donde  $\sqrt{N_0}$  representa el tamaño lineal de la red bidimensional.
- 2) la constante de conservación de esfuerzo,  $\pi$ .
- 3) el exponente de Weibull,  $\rho$  (Ec. 5.12).

El parámetro  $N_0$  controla esencialmente el número total de réplicas que se generan en cada simulación. El parámetro  $\pi$  se refiere a la cantidad de esfuerzo que permanece en el sistema, por lo que la fracción  $(1 - \pi)\sigma_j$  es lo que se pierde en cada paso de la simulación. El exponente de Weibull,  $\rho$ , determina en gran medida el tamaño que tiene el intervalo del tiempo medio de ruptura,  $\delta$  (Ec. 5.17). Se observa que conforme aumenta el valor de  $\rho$  el intervalo de  $\delta$  disminuye. La disminución de  $\delta$  es más marcada cuando en un paso de la simulación el esfuerzo tectónico,  $\sigma_j$  ( $j=1, \dots, N_0$ ), de una o varias fracturas elementales, es mayor que su valor de esfuerzo umbral asignado,  $\sigma_{th}=1$ , es decir,  $\sigma_j > \sigma_{th}$  (GÓMEZ *et al.*, 1998). Esto permite generar aceleraciones (avalanchas) y desaceleraciones en la producción de las réplicas sísmicas.

## 6.3 Resultado de las simulaciones

### 6.3.1 Influencia de los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ en las series simulada

Como se menciona en la sección anterior, se distinguen tres parámetros,  $N_0$ ,  $\pi$  y  $\rho$ , que controlan el comportamiento del sistema. Se observa que la influencia de estos parámetros modifica las series sintéticas de réplicas de la siguiente manera:

1) El parámetro  $\sqrt{N_0}$ , que define el tamaño de la red, modula el número de réplicas sintéticas que se pueden generar. Cuanto más grande es  $N_0$ , mayor es el número de elementos que se producen. Por lo tanto, este parámetro se utiliza para controlar el número de eventos generados. Para determinar el valor apropiado de  $\sqrt{N_0}$ , se mantienen constantes los valores de  $\pi$  y  $\rho$ , y se va variando el valor de  $\sqrt{N_0}$  hasta conseguir un número de eventos sintéticos similar al de la serie empírica

2) El valor de  $\pi$  indica el porcentaje de esfuerzo que se transfiere a las celdas adyacentes cuando se tiene la ruptura de una fractura elemental. Para estudiar y cuantificar como influye  $\pi$  en el comportamiento del sistema se ha realizado un gran número de simulaciones numéricas, variando  $\pi$  en un amplio rango de valores (desde 0.20 a 0.80), manteniendo constantes los parámetros  $N_0$  y  $\rho$ . La figura 6.1a muestra el número de réplicas de una serie simulada,  $N_{af}$ , en función de  $\pi$ , las cuales se producen

desde un tiempo inicial,  $t_i=0$ , hasta el tiempo final,  $T_f$ . Como se observa en la figura 6.1a, el valor de  $N_{af}$  aumenta, en función del parámetro  $\pi$ , según una relación exponencial.

El comportamiento exponencial es válido para valores de  $\pi < 0.70$  (Fig. 6.1b). Cada una de las series que se representan en la Figura 6.1a se obtienen de la combinación de los parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0 = 12544$ . El parámetro  $\rho$  toma valores de  $\rho = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$ . Para cada uno de estos valores, el parámetro  $\pi$  toma los valores de  $\pi = 0.20, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.65, 0.67, 0.70, 0.73$ .

Para ver la influencia del parámetro  $\pi$  en las series sintéticas, supongamos que un 20% del esfuerzo tectónico,  $\sigma_f$ , de la celda que ha fallado ( $\pi=0.20$ ) se transfiere a las celdas adyacentes y el 80% restante se pierde del sistema. De acuerdo con el esquema de distribución de carga LLS, las 4 celdas adyacentes reciben esfuerzo e incrementan su valor tan solo en una cantidad de  $0.05\sigma_f$ . En consecuencia, el sistema es poco favorable

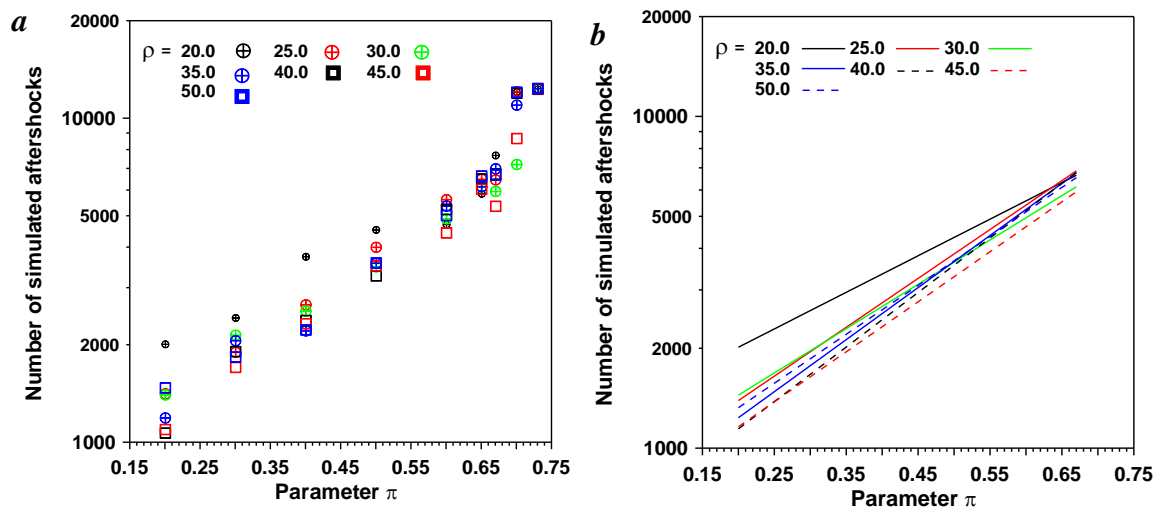


Fig. 6.1 Resultado de simulaciones numéricas para una red bidimensional de  $N_0 = 12544$  celdas **a)** Número de réplicas sísmicas simuladas,  $N_{af}$ , en función del parámetro de conservación de esfuerzo,  $\pi$ , para los diferentes valores de  $\rho$ . **b)** El número de réplicas sintéticas,  $N_{af}$ , en función de  $\pi$ , aumenta de acuerdo a una relación exponencial.

a generar incrementos locales de esfuerzo que puedan generar eventos avalancha. Para valores de  $\pi \geq 0.70$  el porcentaje de esfuerzo que se transfiere a las celdas adyacentes es alto. En este caso, durante el proceso de ruptura se generan pocas avalanchas, pero formadas por un número muy elevado de eventos avalancha. En la figura 6.2a se representa el número total de avalanchas,  $N_{AVL}$ , que hay en una serie sintética de réplicas sísmicas, en función del parámetro  $\pi$ . Se observa que el valor de

$N_{AVL}$  aumenta en función del parámetro  $\pi$  de acuerdo con una relación exponencial, cuando  $\pi \leq 0.70$  (Fig. 6.2b).

Como se expone en el capítulo 5 cada avalancha está formada por un número  $\Delta$  de eventos avalancha, los cuales se producen secuencialmente. La avalancha se interrumpe cuando se produce un evento normal. El número de avalanchas,  $n_{NAVAL}(\geq \Delta)$ , con tamaño mayor o igual que  $\Delta$  se representa en la figuras 6.3a,b,c,d,e,f,g,h,i, para los valores de  $\pi=0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.65, 0.67, 0.70, 0.73$  respectivamente. La estadística de frecuencia-tamaño,  $n_{NAVAL}(\geq \Delta)$ , sigue un ajuste potencial para casi todos los valores de  $\pi$  y de  $\rho$ . En los gráficos de la figura 6.3, se muestra, a modo de ejemplo, el ajuste para  $\rho=30.0$  (línea discontinua). Para valores de  $\pi$  mayores que 0.70, la estadística frecuencia-tamaño ya no cumple una ley potencial.

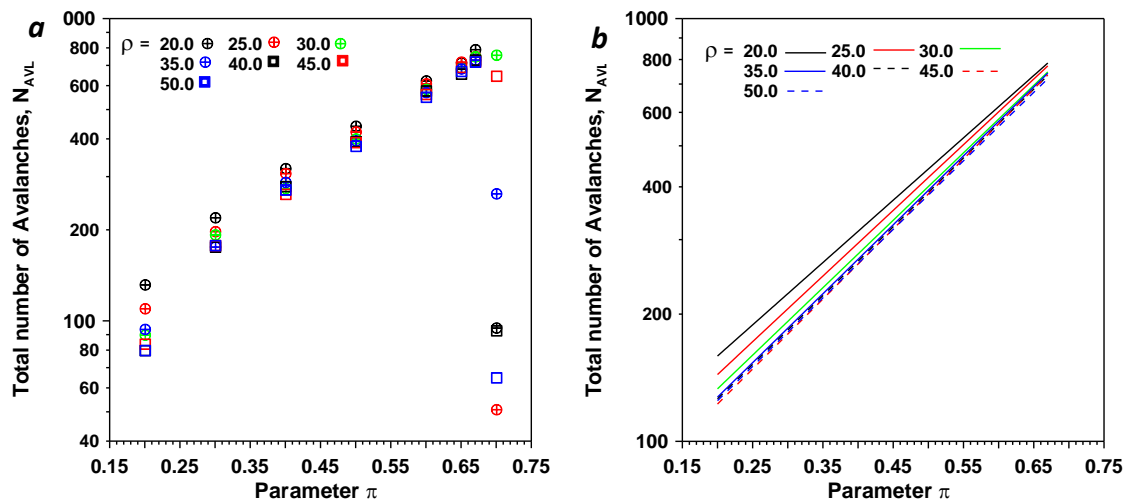


Fig. 6.2 a) Número total de avalanchas,  $N_{AVL}$ , en función del parámetro  $\pi$ , para simulaciones que utilizan una red bidimensional de  $N_0 = 12544$  celdas. b) El valor de  $N_{AVL}$  aumenta según una ley exponencial en función de  $\pi$  cuando  $\pi < 0.70$ .



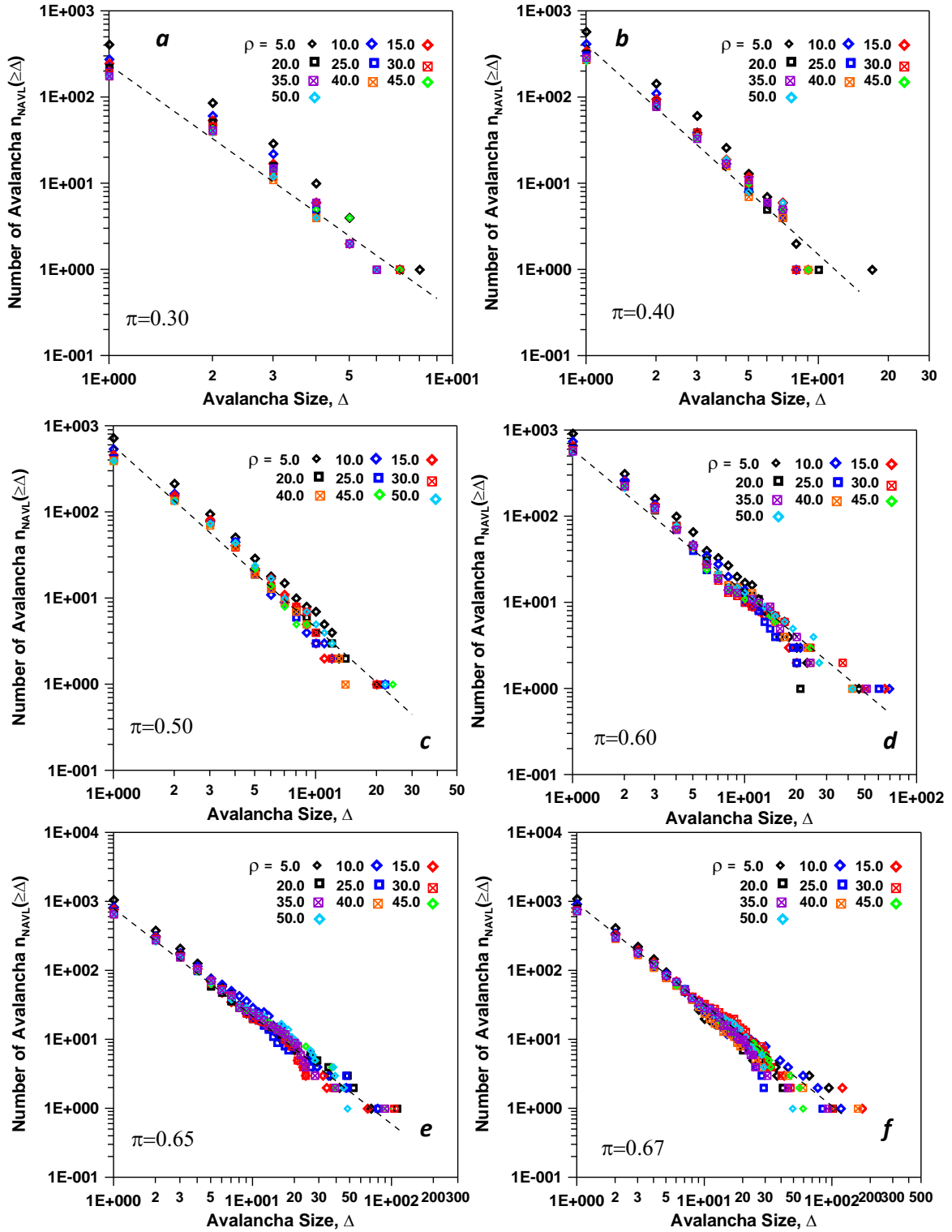


Fig. 6.3 (continua)

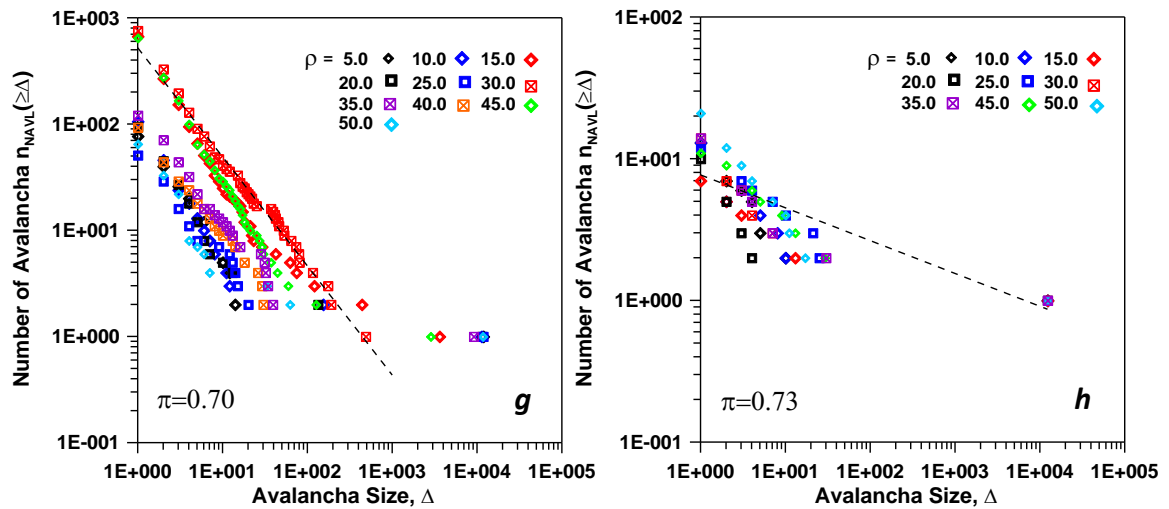


Fig. 6.3 Número de avalanchas  $n_{NAVAL}(\geq \Delta)$ , con un número de eventos mayor o igual que  $\Delta$ . La línea discontinua representa el ajuste potencial para  $\rho=30.0$ .

Se ha estudiado también el valor promedio del tamaño de avalancha  $\langle \Delta \rangle$ , (Fig 6.4a), y el valor de la avalancha más grande,  $\Delta_{AVLmax}$  (Fig 6.4b), que tiene una serie simulada de réplicas. Se puede observar que tanto  $\langle \Delta \rangle$  como  $\Delta_{AVLmax}$  obedecen en buena aproximación una relación exponencial para valores de  $\pi < 0.70$ . En las figuras 6.4c y d se muestra el ajuste exponencial para  $\langle \Delta \rangle$  y  $\Delta_{AVLmax}$  solo para las combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$  que presentan un coeficiente de correlación,  $r^2 > 0.9$ .

De acuerdo con los resultados anteriores, se puede concluir que para cualquier valor de  $\rho$ , y cualquier valor de  $\pi \leq 0.70$ , el número de réplicas simuladas hasta un tiempo  $T_f$  y el comportamiento de las avalanchas siguen una ley exponencial o potencial (según el caso). Para  $\pi > 0.70$  ya no se sigue una ley particular (exponencial o potencial), excepto para  $\rho = 30.0$ .

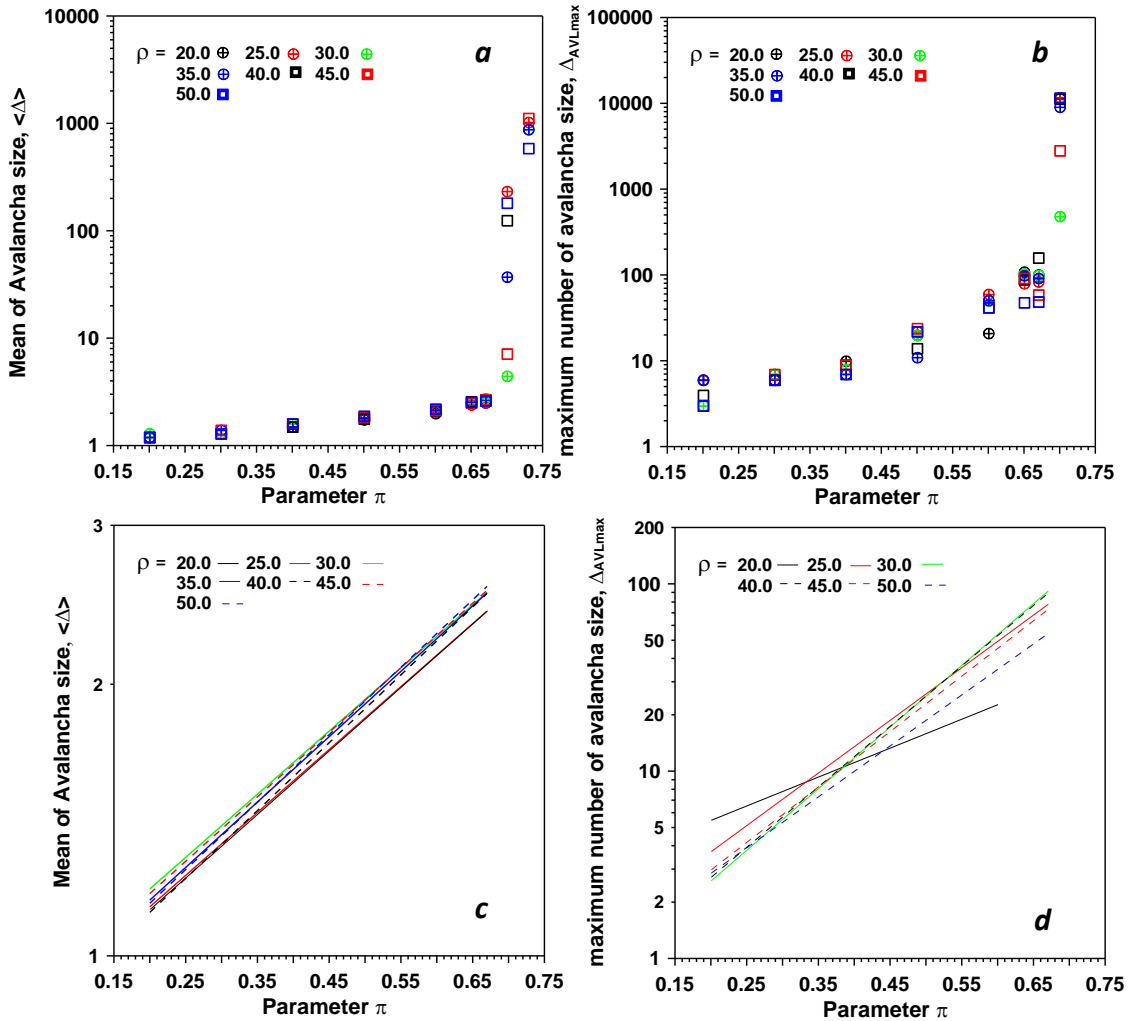


Fig. 6.4 **a)** Valor promedio del tamaño de avalancha  $\langle \Delta \rangle$ . **b)** Tamaño de la avalancha más grande,  $\Delta_{AVLmax}$ . **c)** Ajuste exponencial para combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$  con un coeficiente de correlación,  $r^2 > 0.9$ , para  $\langle \Delta \rangle$ . **d)** Ajuste exponencial para el valor de  $\Delta_{AVLmax}$ , para combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$  con un coeficiente de correlación,  $r^2 > 0.9$ .

### 6.3.2 Relación entre los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ con la ley OM de las series simuladas

Como se expone en el capítulo 3 la ley de Omori Modificada, OM, describe la tasa de decaimiento general de la producción de réplicas sísmicas, la cual es una característica universal de la sismicidad (MORENO *et al.*, 2001). Para verificar si las series simuladas de réplicas satisfacen la ley de OM, se calcula el conjunto de parámetros  $\theta_{max}$  ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ) que maximiza la función log-likelihood  $L(\theta)$ , y el valor del RMS del ajuste.

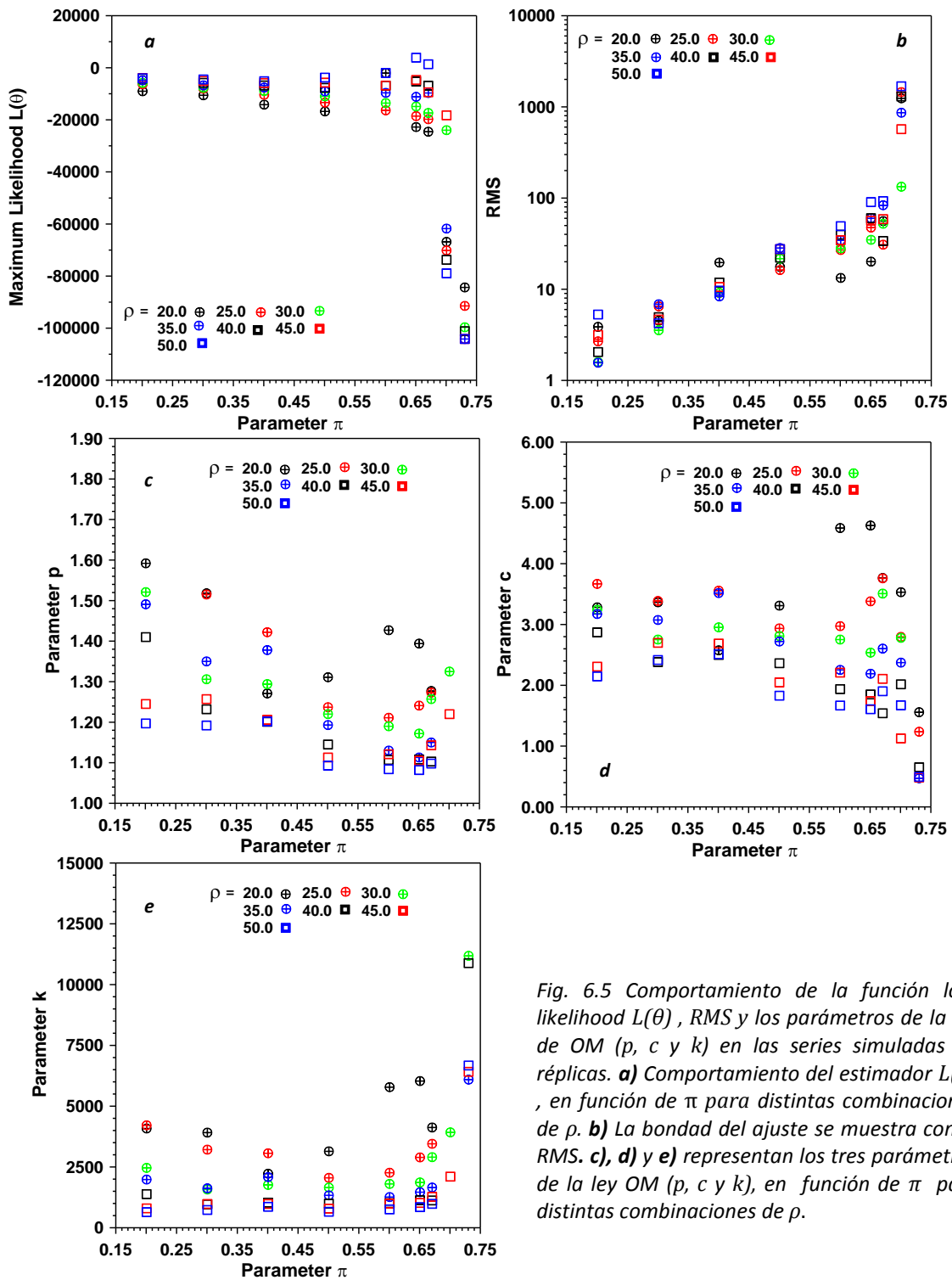


Fig. 6.5 Comportamiento de la función log-likelihood  $L(\theta)$ , RMS y los parámetros de la ley de OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ) en las series simuladas de réplicas. **a)** Comportamiento del estimador  $L(\theta)$ , en función de  $\pi$  para distintas combinaciones de  $\rho$ . **b)** La bondad del ajuste se muestra con el RMS. **c), d)** y **e)** representan los tres parámetros de la ley OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ), en función de  $\pi$  para distintas combinaciones de  $\rho$ .

En la figura 6.5a, b, c, d y e se muestra el comportamiento del estimador  $L(\theta)$ , el RMS y los parámetros  $p$ ,  $c$  y  $k$  respectivamente. El número de fracturas elementales es  $N_0=12544$ . Los parámetros de  $\rho$  y  $\pi$  toman valores en el intervalo de  $5.0 \leq \rho \leq 50.0$  y  $0.20 \leq \pi \leq 0.73$ . A partir de la figura 6.5, se observa:

1. En la figura 6.5a se observa que el intervalo del parámetro  $\pi$  que muestra los valores más positivos de la función  $L(\theta)$  es  $0.50 \leq \pi \leq 0.67$ , para la combinación de  $\rho \geq 40.0$ . Por lo tanto, para estos valores de  $\pi$  y  $\rho$  se tienen los mejores ajustes de las series simuladas a la ley de MO.
2. La figura 6.5b muestra la bondad del ajuste de la ley de OM mediante el RMS. Como se observa en la figura, el valor del RMS en función de  $\pi$ , aumenta según un ajuste exponencial, siempre que  $\pi \leq 0.67$ , con pendientes similares, independientemente del valor de  $\rho$ .
3. En la figura 6.5c se puede observar que  $p \approx 1$  para el intervalo de  $0.50 \leq \pi \leq 0.67$ , en combinación con  $\rho \geq 20.0$ .
4. La figura 6.5d representa el comportamiento de  $c$  en función de  $\pi$  y  $\rho$ . Las combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$  que muestran un valor de  $c$  dentro del intervalo  $0.01 \leq c \leq 1$ , son para  $\pi \geq 0.70$  y  $\rho \geq 35.0$ .
5. La figura 6.5e muestra la evolución del parámetro  $k$  en función de  $\pi$  y  $\rho$ . Debe tenerse en cuenta que este parámetro dependerá también del número de réplicas, de manera que no puede definirse en principio un intervalo óptimo para  $\pi$  y  $\rho$ .

Se pretende estudiar si el comportamiento temporal de réplicas sísmicas simuladas se puede describir como dos procesos superpuestos de relajación del campo de esfuerzo tectónico. Por este motivo, se aplica el mismo análisis que se utiliza en el estudio de las series empíricas de Landers, Northridge y Hector Mine. Como se expone en los capítulos 3 y 4, estos procesos se pueden representar por los Leading aftershocks, LA, y las Cascades, CAS. Por lo tanto, cada serie simulada de réplicas sísmicas se separa en LA y CAS aplicando el algoritmo que se describe en el capítulo 3.

La figura 6.6a, b, c, d y e representa el comportamiento de la ley de MO (mismos parámetros que la figura 6.5), para las series simuladas de LA.

A partir de los resultados que se muestran en la figura 6.6 se puede observar que:

1. La figura 6.6a muestra que los valores positivos de  $L(\theta)$  se tienen en general para el intervalo de  $0.50 \leq \pi \leq 0.70$  y  $25.0 \leq \rho \leq 50$ . En particular las combinaciones de  $\pi \leq 0.70$  con  $\rho = 50.0$ , muestran el valor de  $L(\theta)$  más grande.

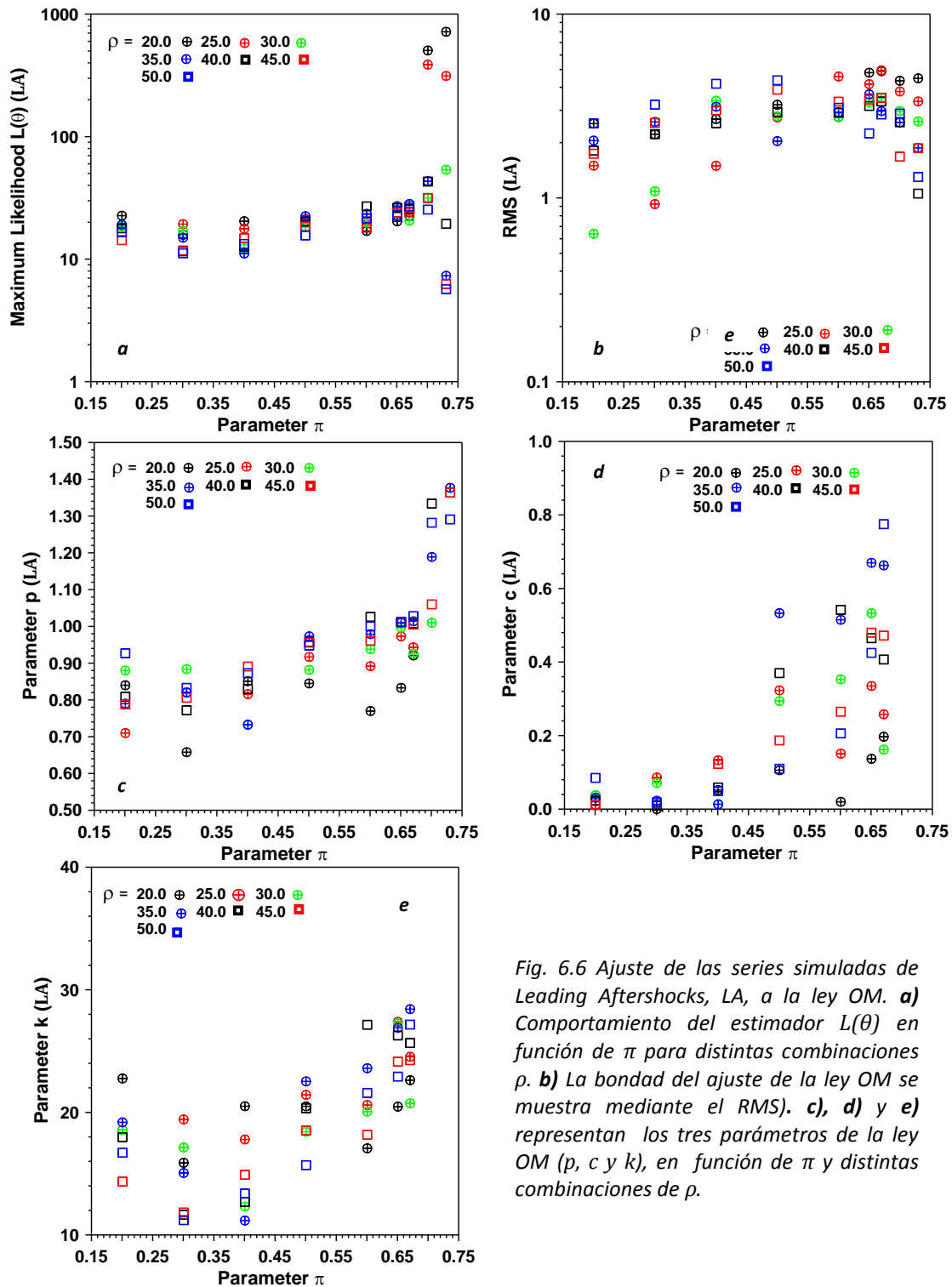


Fig. 6.6 Ajuste de las series simuladas de Leading Aftershocks, LA, a la ley OM. **a)** Comportamiento del estimador  $L(\theta)$  en función de  $\pi$  para distintas combinaciones  $\rho$ . **b)** La bondad del ajuste de la ley OM se muestra mediante el RMS). **c), d)** y **e)** representan los tres parámetros de la ley OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ), en función de  $\pi$  y distintas combinaciones de  $\rho$ .

- Como se observa en la figura 6.6**b**, el valor del RMS para las series sintéticas de LA es similar en todas las combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$ . Este resultado era previsible ya que los LA son las réplicas que por definición

- satisfacen la ley OM, para cualquier valor de  $\pi$  y  $\rho$ .
3. La figura 6.6c muestra que los valores de  $p$  más cercanos a la unidad se tienen dentro del intervalo de  $0.50 \leq \pi \leq 0.67$  y  $25.0 \leq \rho \leq 50.0$ .
  4. En el caso de los LA es interesante mencionar que el parámetro  $c$  esta dentro del intervalo teórico de  $0.01 \leq c \leq 1$  en todas las combinaciones de  $\pi$  y  $\rho$ . Cabe recordar que el valor de  $c$  para las series de LA empíricas también se encuentra dentro del intervalo teórico.
  5. En la figura 6.6e se observan valores de  $k$  sistemáticamente inferiores a los de la figura 6.5e, como cabía esperar, si tenemos en cuenta que este parámetro depende fuertemente del número de réplicas y éstas son un número reducido para los LA.

### 6.3.3 Relación entre los parámetros $\pi$ , $\rho$ y $N_0$ y las CAS de las series simuladas

De acuerdo con lo que se expone en el capítulo 4, las CAS empíricas se caracterizan por cuatro propiedades básicas: 1) El número de elementos que pertenecen a cada CAS,  $N_{CAS}$ , muestra fluctuaciones a lo largo del tiempo, con dos claras tendencias temporales que siguen leyes potenciales con exponentes distintos. 2) La tasa de generación de cada CAS es aproximadamente constante. 3) La tasa de generación en función del tiempo de ocurrencia de cada CAS,  $GR_{CAS}(t)$ , se puede ajustar mediante dos leyes potenciales. 4) En las series de réplicas sísmicas empíricas la ley de Gutenberg-Richter se conserva tanto para los LA como para todos los sismos asociados a las CAS. Por lo tanto, se pretende analizar si las CAS de las series simuladas satisfacen algunas de estas características. Debido a que en el modelo FBMdp no se introduce ningún parámetro que simule la magnitud de cada réplica sintética, no es posible verificar la característica 4) de las series empíricas.

El primer objetivo es estudiar el comportamiento de los exponentes de las dobles leyes potenciales que ajustan  $N_{CAS}(t)$  ( $b_1$  y  $b_2$ ) y  $GR_{CAS}(t)$  ( $\beta_1$  y  $\beta_2$ ), y de los tiempos críticos,  $t_{cN_{CAS}}$  y  $t_{cGR}$ , de las series de CAS sintéticas, según se vayan modificando los valores de  $\rho$  y  $\pi$ . En la figura 6.7 se muestra el valor de  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , en función del valor de  $\rho$  y  $\pi$ , con  $N_0=12544$ .

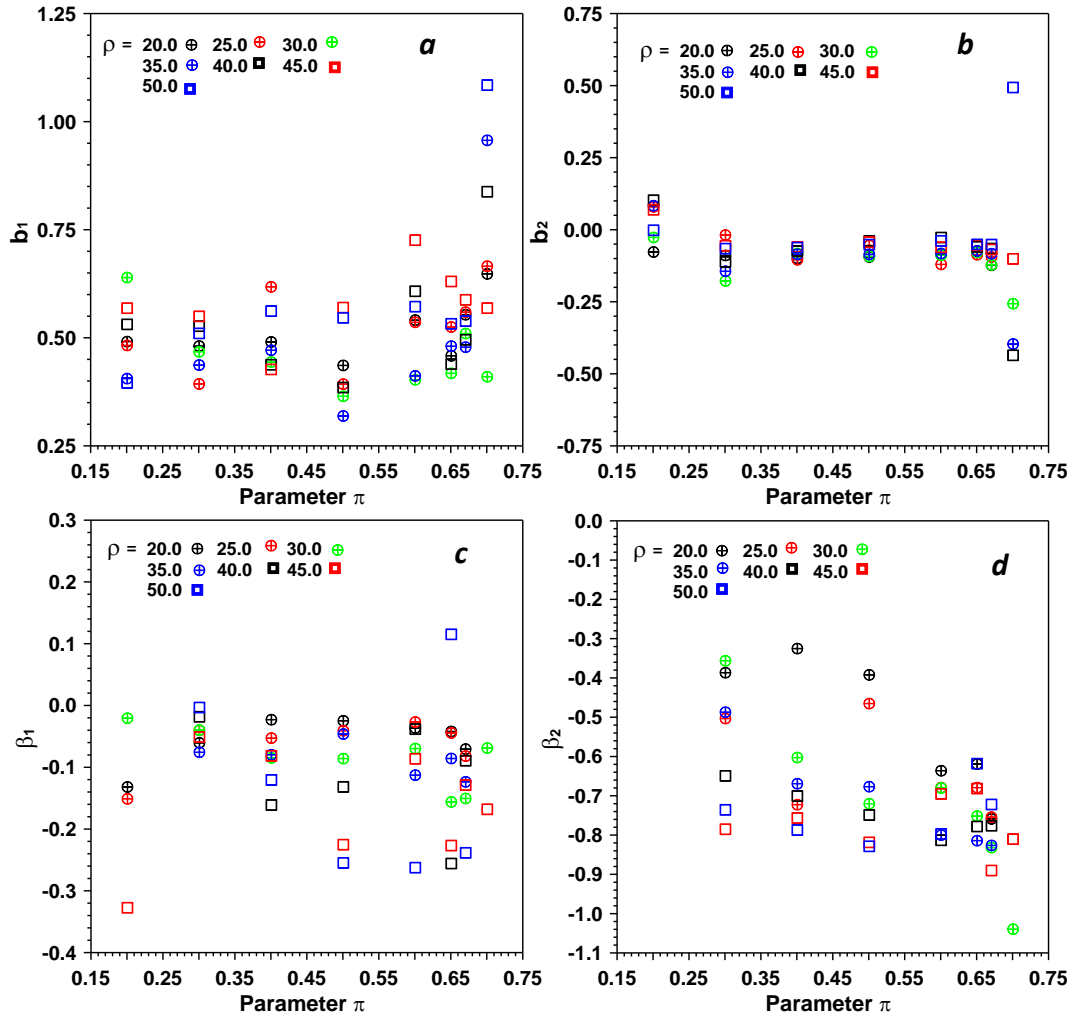


Fig. 6.7 Valor del exponente **a)**  $b_1$  para  $N_{CAS}(t)$ , **b)**  $b_2$  para  $N_{CAS}(t)$ , **c)**  $\beta_1$  para  $GR_{CAS}(t)$  y **d)**  $\beta_2$  para  $GR_{CAS}(t)$ .

De la figura 6.7 se debe mencionar que el exponente  $b_2$  (Fig. 6.7b) es el único que muestra un comportamiento a destacar, ya que para cualquier valor de  $\rho$ , cuando  $\pi < 0.70$ , tiene aproximadamente el mismo valor. Para los otros tres exponentes no existe una pauta de comportamiento clara.

En la figura 6.8 se representan los tiempos críticos  $t_{cNCAS}$  y  $t_{cGR}$  que se obtienen en cada serie simulada en función de  $\pi$  y  $\rho$ . El rango de valores de ambos tiempos críticos es similar, tal como se observa al analizar las series reales de réplicas, y no se ha podido detectar patrones claros de dependencia entre estos tiempos y los parámetros  $\pi$  y  $\rho$ .



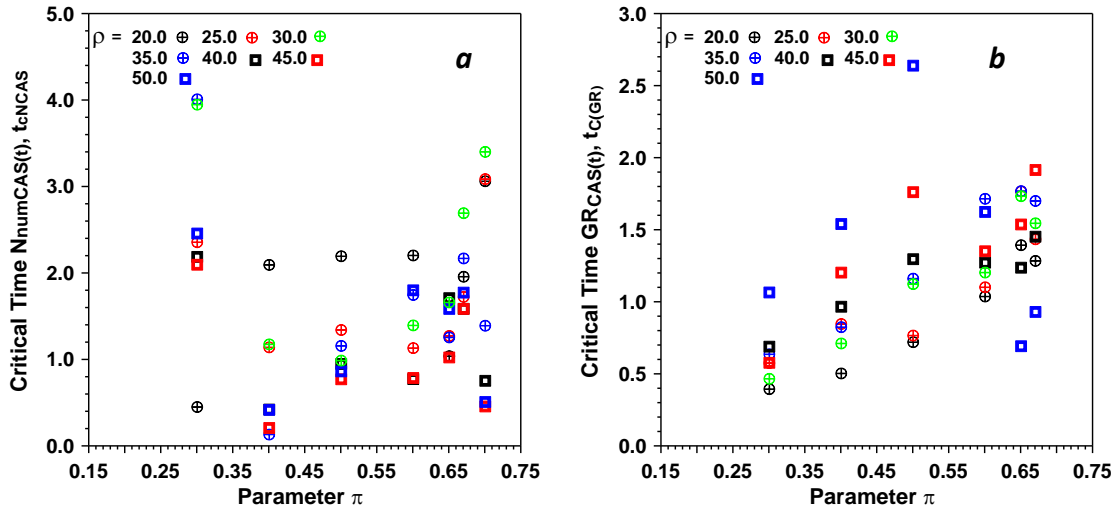


Fig. 6.8 **a)** Tiempo crítico de las series simuladas  $N_{CAS}(t)$ ,  $t_{cNcas}$ , en función de  $\rho$ ,  $\pi$  y **b)** tiempo crítico de las series  $GR_{CAS}(t)$ ,  $t_{cGR}$ , en función de  $\rho$ ,  $\pi$ .

#### 6.4 Series simuladas de réplicas sísmicas

Se ha realizado una búsqueda exhaustiva de los parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$ , que logran reproducir con mayor similitud las características de las series de réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge. Estas características son: el número total de réplicas,  $N$ , el número de LA,  $N_{LA}$ , el valor de los parámetros de la Ley OM ( $c$ ,  $p$  y  $k$ ) de las series completas y de las de LA, la distribución del número de CAS en función del tiempo,  $N_{CAS}(t)$ , la tasa de generación de CAS,  $GR_{CAS}(t)$  y los exponentes de las correspondientes leyes potenciales.

Los resultados que se muestran a continuación indican que las series simuladas de réplicas que tienen mayor similitud con las empíricas, son aquellas que tienen un valor de  $\pi$  dentro del intervalo  $0.60 \leq \pi < 0.70$  y un índice de Weibull,  $\rho$ , elevado. También se incluye a modo de ejemplo algunas combinaciones de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$ , que no logran simular las series empíricas.

La duración temporal que se considera para reproducir el comportamiento de las series empíricas se designa como  $T^*$ , el cual será menor que  $T_f$ , que como se expone en la introducción del presente capítulo, es el tiempo que transcurre en la simulación hasta que se consumen las avalanchas. En cambio, el tiempo  $T^*$  es el tiempo acumulado para el cual se tiene una actividad alta de avalanchas. Este tiempo  $T^*$  es de alguna manera arbitrario. Sin embargo, se utiliza debido a que durante las avalanchas se favorece la aparición de aceleraciones en la producción de réplicas simuladas. Es

decir, se intenta favorecer intervalos cortos de tiempo entre eventos. Por lo tanto, si se considera una actividad alta de avalanchas se asegura una producción súbita de réplicas que puede traducirse en la generación de CAS. Si se consideran tiempos superiores a  $T^*$ , no se aportará a la simulación un número importante de avalanchas y seguirán detectándose eventos normales. En consecuencia, alargar el tiempo simulado es probable que no aporte nueva información respecto las CAS segregadas de las réplicas simuladas. En la figura 6.9 se esquematiza la diferencia entre los tiempos  $T_f$  y  $T^*$  en dos series arbitrarias simuladas ( $\pi=0.50$ ,  $\rho=40.0$ ,  $N_0=32400$  y  $\pi=0.64$ ,  $\rho=50.0$ ,  $N_0=19600$ ).

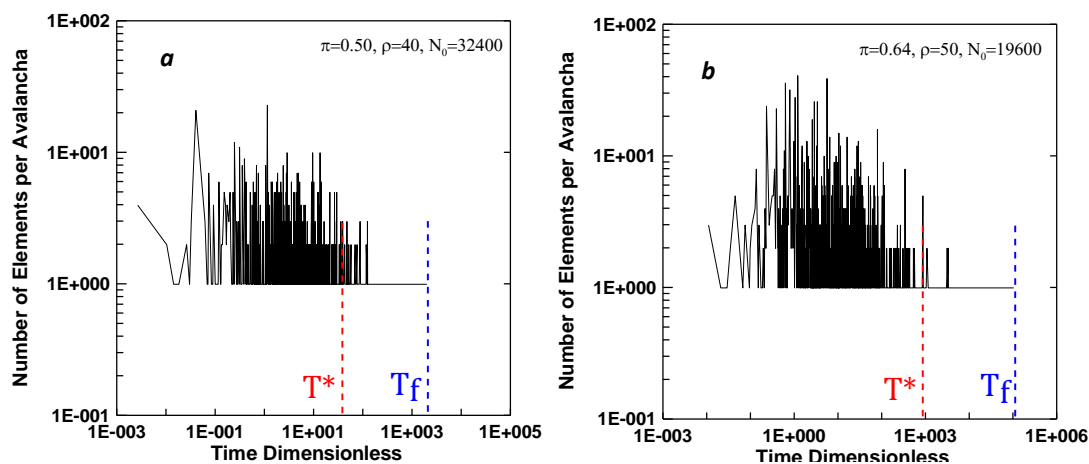


Fig. 6.9 Tiempo  $T_f$  y  $T^*$  en dos series simuladas de réplicas. **a)**  $\pi=0.50$ ,  $\rho=40.0$ ,  $\sqrt{N_0} = 180$ . **b)**  $\pi=0.64$ ,  $\rho=50.0$ ,  $\sqrt{N_0} = 140$ .

En la figura 6.9 se puede observar que cortar la simulación para el tiempo  $T^*$  implica perder unas pocas avalanchas, de cómo mucho 3 eventos.

#### 6.4.1 Series de réplicas sísmicas simuladas de Northridge.

Para reproducir el comportamiento de la serie de réplicas sísmicas de NOR se busca la combinación de los parámetros de  $\pi$  y  $\rho$ , dentro del intervalo  $0.50 \leq \pi \leq 0.71$  y  $20 \leq \rho \leq 50$ . El primer paso es encontrar el valor más adecuado de  $N_0$  que mejor simule el número de réplicas,  $N$ , de Northridge.

En la tabla 6.1 se encuentra el valor de los parámetros de la ley de OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ) de las series simuladas de réplicas que mejor reproducen las características generales de la serie empírica. En la figura 6.10 se muestra el ajuste a la ley de OM integral para las distintas combinaciones de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  (tabla 6.1).

Tabla 6.1 Valor de los parámetros de la ley de OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ) para las simulaciones que mejor reproducen la serie de réplicas sísmicas de Northridge. Las distintas combinaciones que se utilizan de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  se listan en la tabla. El número de réplicas simuladas en cada serie,  $N$ , se consideran desde el inicio del proceso  $T_i=0$ , hasta un tiempo adimensional  $T^*$ . Valor de la función log-likelihood  $L(\theta)$  y el RMS de cada ajuste de la ley de MO.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	$RMS$	$T^*$
a)	0.50	40	180	5580	1.195	3.060	3,236.00	-2.357	11.743	0.466e+2
b)	0.64	50	140	5851	1.147	2.416	1,693.00	-1.48E+4	20,615	0.859E+3
c)	0.66	40	127	5400	1.311	3.388	3,441.18	-1.68e+4	38,294	0.309E+3
d)	0.67	30	112	5284	1.293	3.829	3,337.63	-1.74e+4	49,639	0.199E+3
e)	0.69	30	110	5006	1.298	3.636	3294.92	-1.73e+4	15,118	0.139E+3
f)	0.69	40	118	5576	1.274	2.413	2606.69	-1.82e+4	44,418	0.360E+3
g)	0.69	50	121	5135	1.196	2.580	1,894.49	-1.45e+4	78,702	0.470E+3
h)	0.70	30	100	5936	1.324	1.766	2,738.55	-2.06e+4	82,562	0.566E+3
i)	0.71	40	75	4944	2.599	2.324	30,000.00	-2.81e+4	734,262	0.506E+2

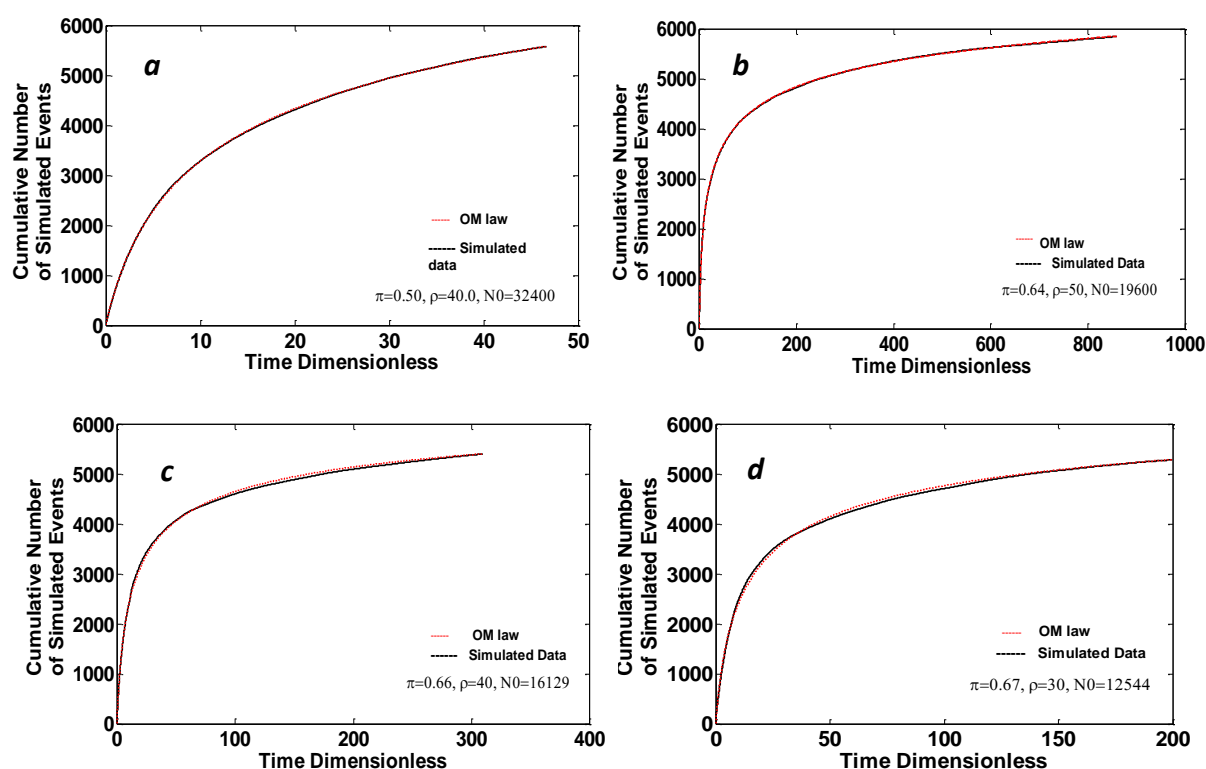


Fig. 6.10 (continua)

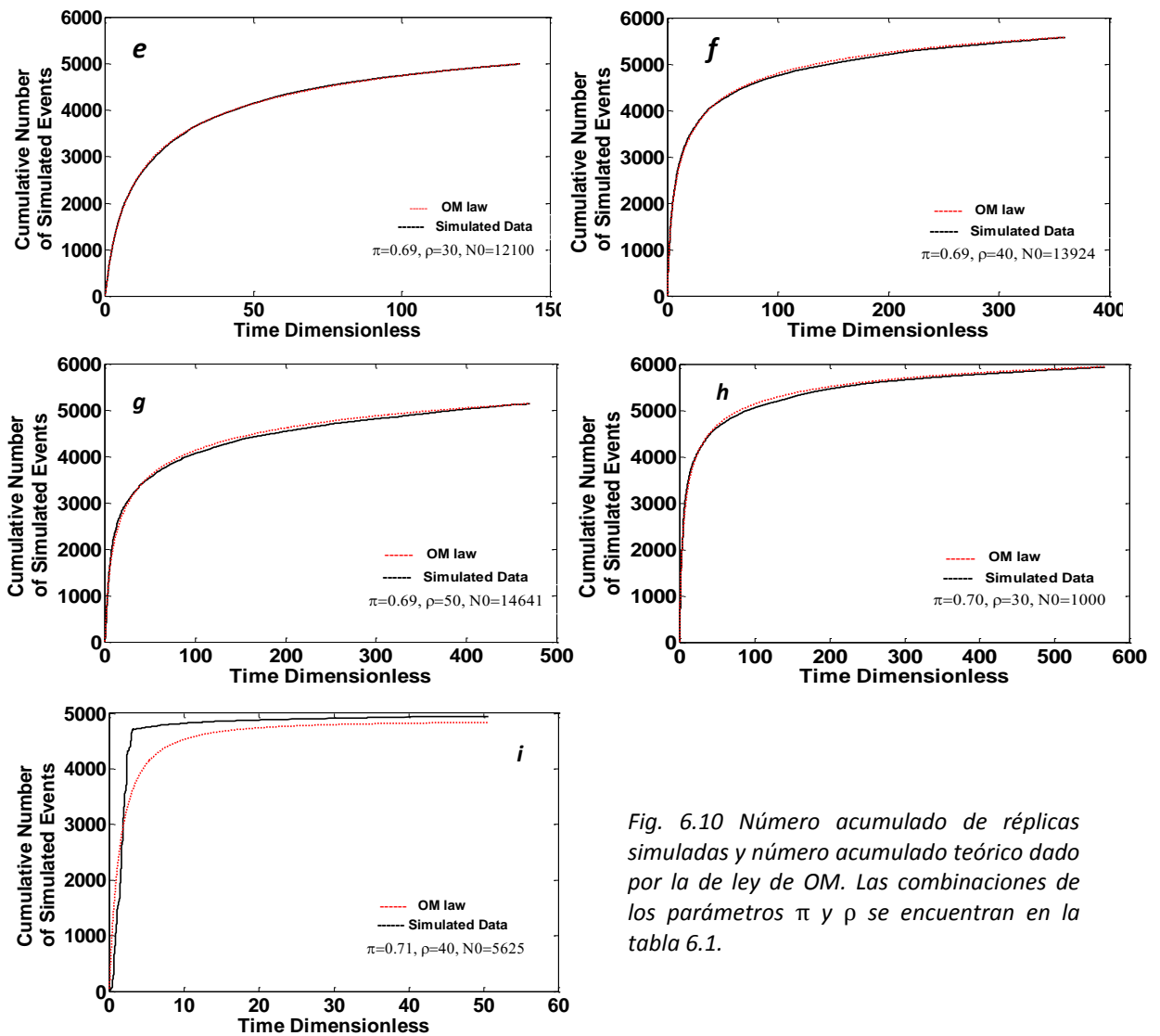


Fig. 6.10 Número acumulado de réplicas simuladas y número acumulado teórico dado por la de ley de OM. Las combinaciones de los parámetros  $\pi$  y  $\rho$  se encuentran en la tabla 6.1.

Es interesante observar que para generar un número de elementos similar al número empírico, conforme aumenta el valor de  $\pi$ , el número de celdas  $N_0$  disminuye. Si la fracción de esfuerzo que se transfiere a las celdas vecinas es grande, se potencia la producción de más avalanchas. Los eventos avalancha desencadenan la generación de más réplicas simuladas que los eventos normales, debido a que la acumulación local de esfuerzo es mayor y por tanto se favorece más la producción de eventos. Por lo tanto, cuanto mayor sea el valor de  $\pi$ , se necesita una red de menor tamaño para generar una cantidad similar de réplicas (ver tabla 6.1).

En la figura 6.11 se representa la evolución temporal de las avalanchas para las combinaciones de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  de la tabla 6.1. Es importante recordar que conforme

aumenta el valor de  $\pi$ , de acuerdo con las simulaciones resumidas en las figuras 6.2 y 6.3, las avalanchas están constituidas por un número cada vez mayor de eventos. A partir del punto crítico de  $\pi \geq 0.70$  se tiene la generación de pocas avalanchas, una de las cuales presenta un número muy elevado (irreal) de elementos (Fig. 6.11*i*).

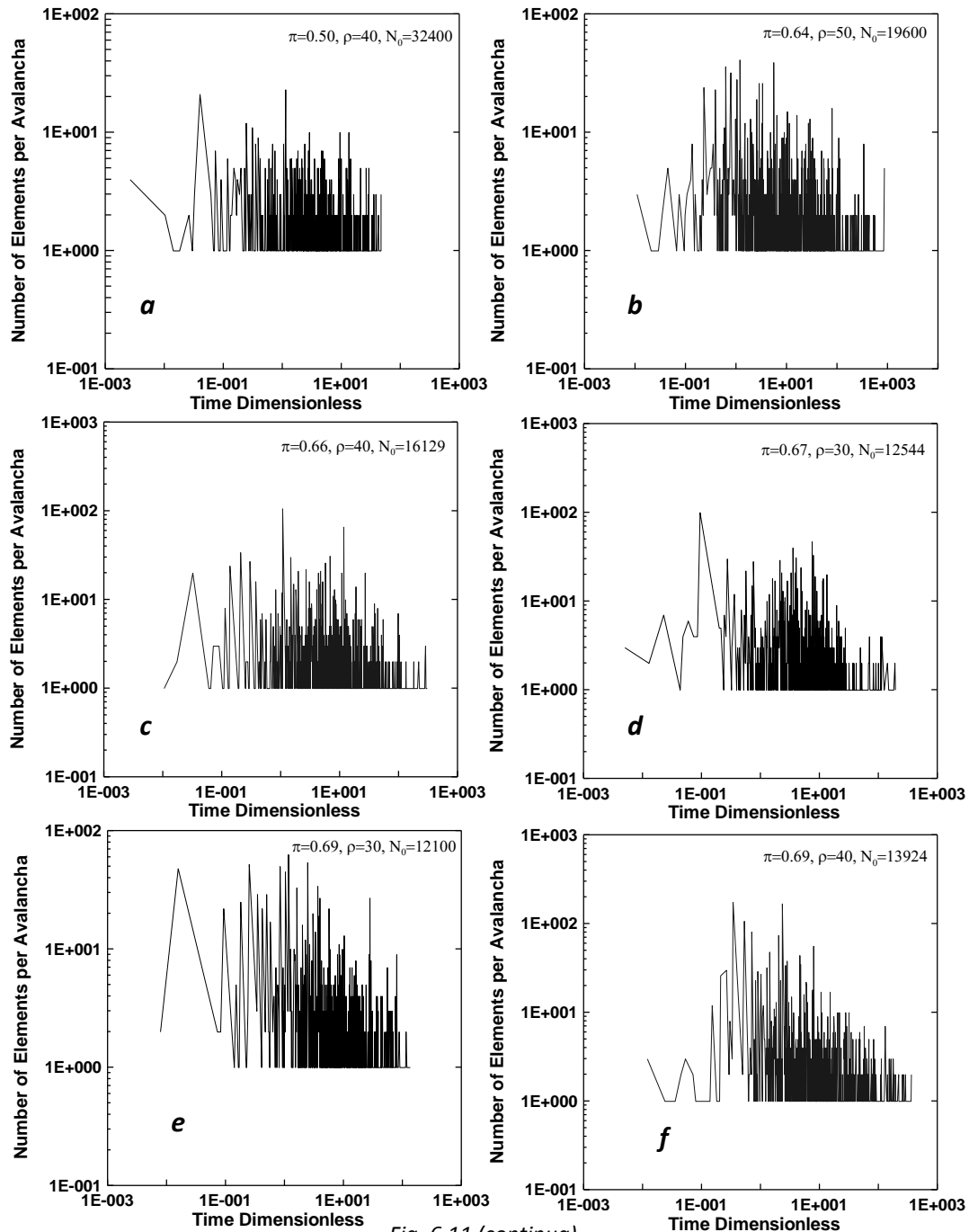


Fig. 6.11 (continua)

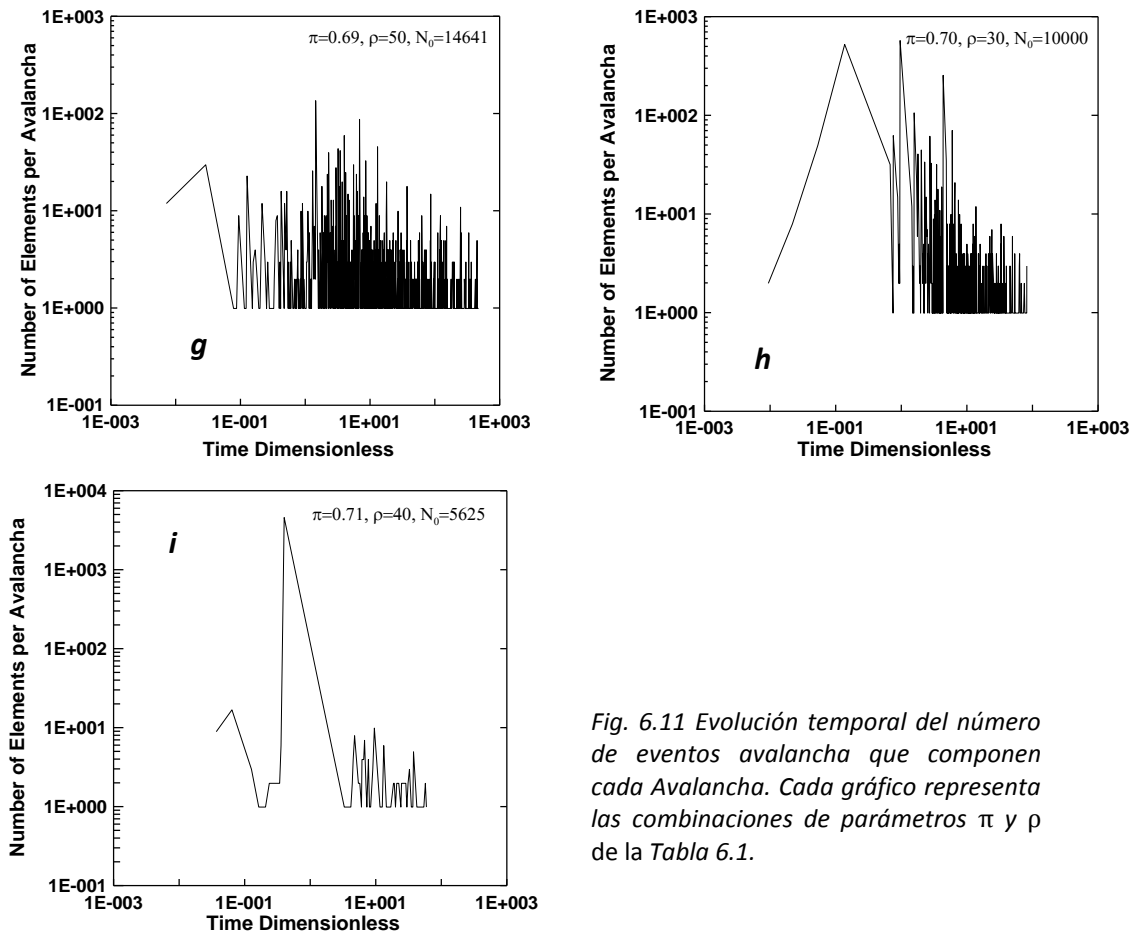


Fig. 6.11 Evolución temporal del número de eventos avalancha que componen cada Avalancha. Cada gráfico representa las combinaciones de parámetros  $\pi$  y  $\rho$  de la Tabla 6.1.

Los resultados de la separación de LA y CAS para las series simuladas de réplicas de Northridge, se muestran en las siguientes secciones.

#### 6.4.1.1 *Leading Aftershocks, LA*, de las series simuladas de Northridge.

En la tabla 6.2 se muestran los resultados del ajuste de la ley de OM para las series de LA, junto con el número de LA,  $N_{LA}$ . La comparación entre el número acumulado de réplicas simuladas y la ley de OM integral se puede observar en la figura 6.12. Como era de esperar, el ajuste de la ley de OM de las series de LA simuladas es mejor que el que se obtiene en las series completas de réplicas.

Tabla 6.2 Valor de los tres parámetros de la ley de OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ), la función log-likelihood  $L(\theta)$ , el número de LA,  $N_{LA}$ , y el RMS del ajuste de la ley de OM a cada serie simulada de LA.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{LA}$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	$RMS$
a)	0.50	40	180	174	0.690	0.001	17.55	-1.92E+2	4,798
b)	0.64	50	140	215	0.945	0.358	23.48	1.74E+2	3,579
c)	0.66	40	127	186	0.865	0.053	16.93	0.17E+2	4,846
d)	0.67	30	112	162	0.905	0.280	20.09	0.21E+2	3,245
e)	0.69	30	110	166	0.815	0.073	16.44	-0.26E+2	3,440
f)	0.69	40	118	186	0.921	0.278	21.45	0.67E+2	4,775
g)	0.69	50	121	185	0.934	0.190	19.61	1.02E+2	2,771
h)	0.70	30	100	194	0.961	0.189	22.176	0.65E+2	4,118
i)	0.71	40	75	72	1.117	0.193	14.55	0.82E+2	2,050

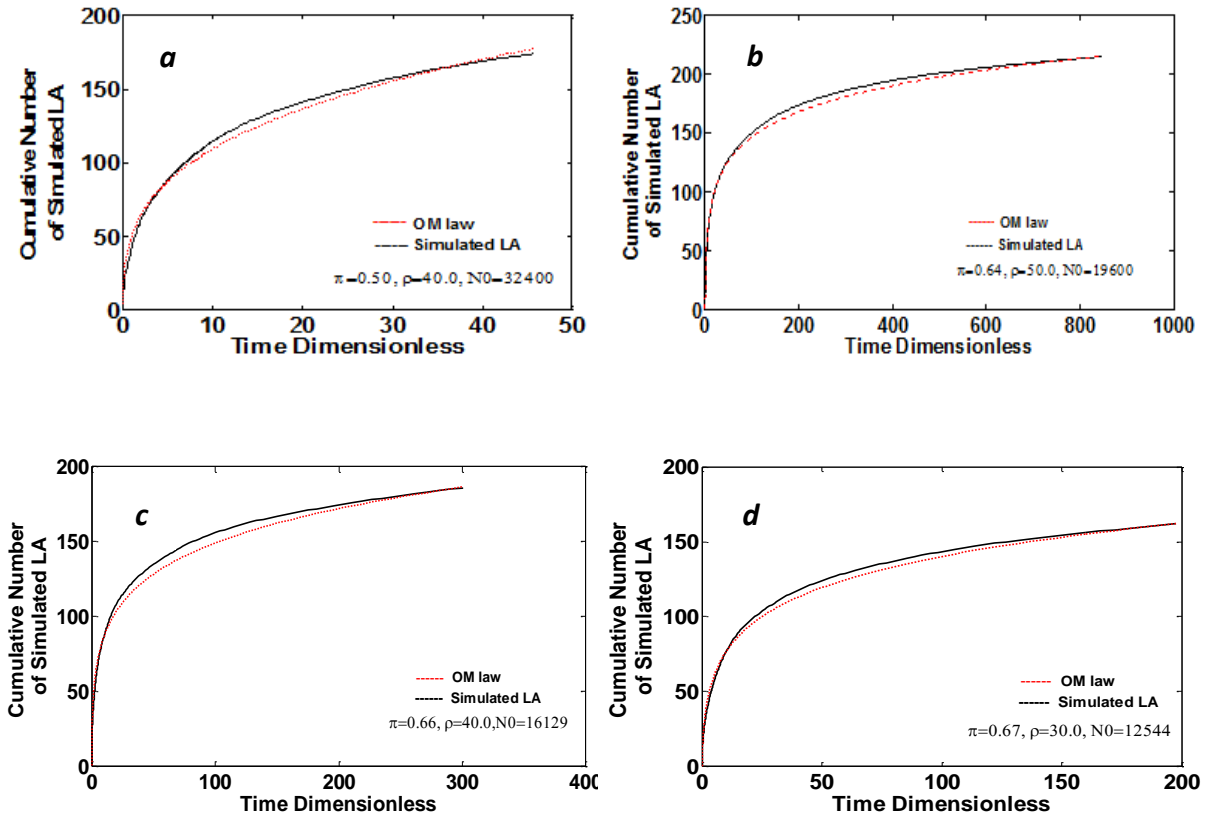


Fig. 6.12 (continua)

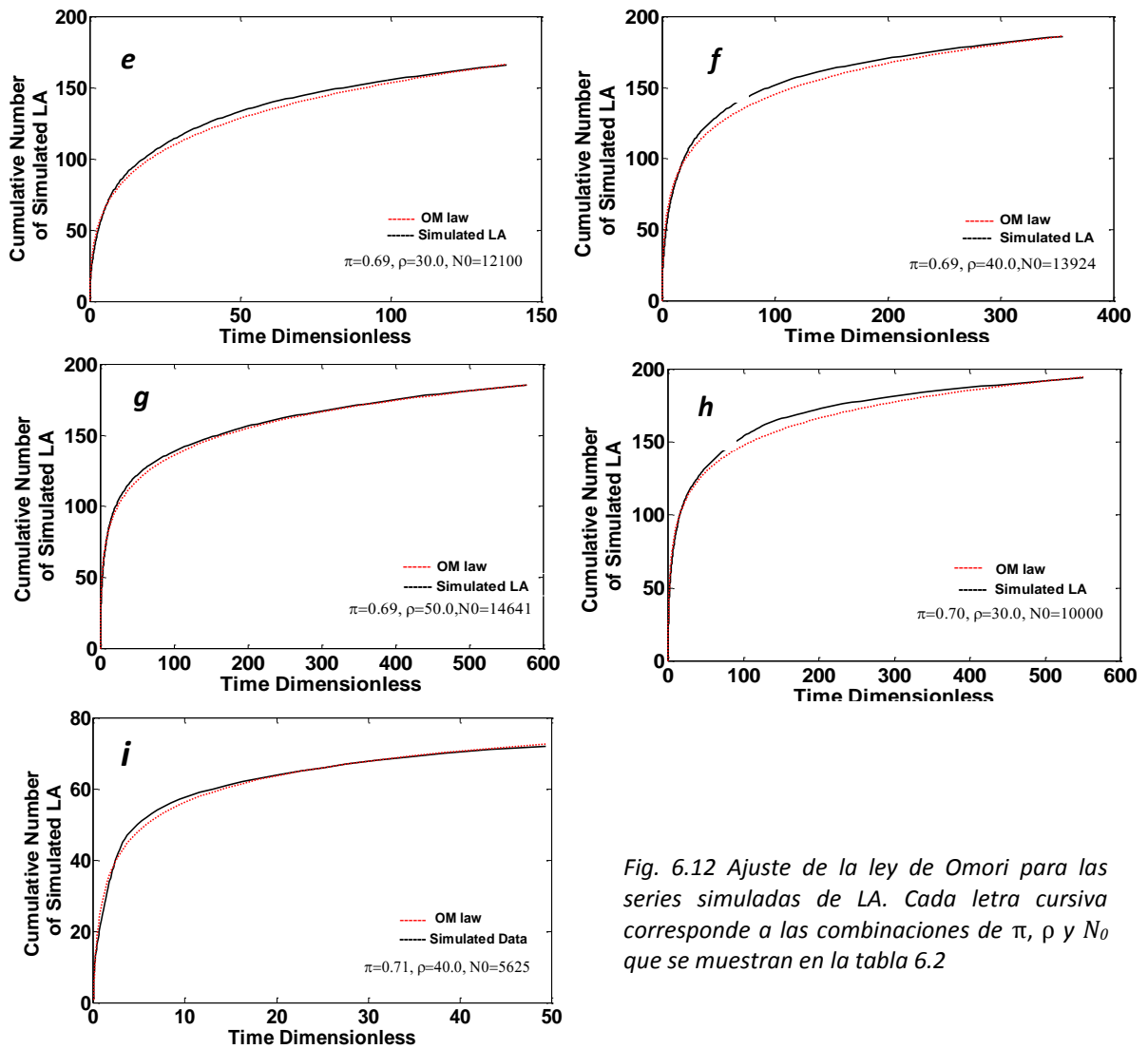


Fig. 6.12 Ajuste de la ley de Omori para las series simuladas de LA. Cada letra cursiva corresponde a las combinaciones de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  que se muestran en la tabla 6.2

#### 6.4.1.2 Cascades de las series simuladas de Northridge.

Se pretende analizar si las CAS de cada serie simulada presentan un comportamiento similar al que se observa para las CAS empíricas de Northridge.

La primera característica que se investiga es el comportamiento del número de elementos que tiene cada CAS en función del tiempo en el que se genera,  $N_{CAS}(t)$ . En particular el valor de los exponentes  $b_1$  y  $b_2$  que se obtienen del doble ajuste potencial que se realiza a la serie simulada de  $N_{CAS}(t)$ . En la figura 6.13 se muestran las series que corresponden a las combinaciones de los parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$  de la tabla 6.1. El tiempo crítico,  $t_{cNC}$ , es el tiempo adimensional aproximado en el que se produce el



cambio en el exponente de la ley potencial. En la tabla 6.3 se muestra el número total de CAS que tiene cada serie,  $N_{\text{CAS}}(t)$ , el valor de  $b_1$  y  $b_2$ , y el tiempo crítico,  $t_{\text{cNC}}$ .

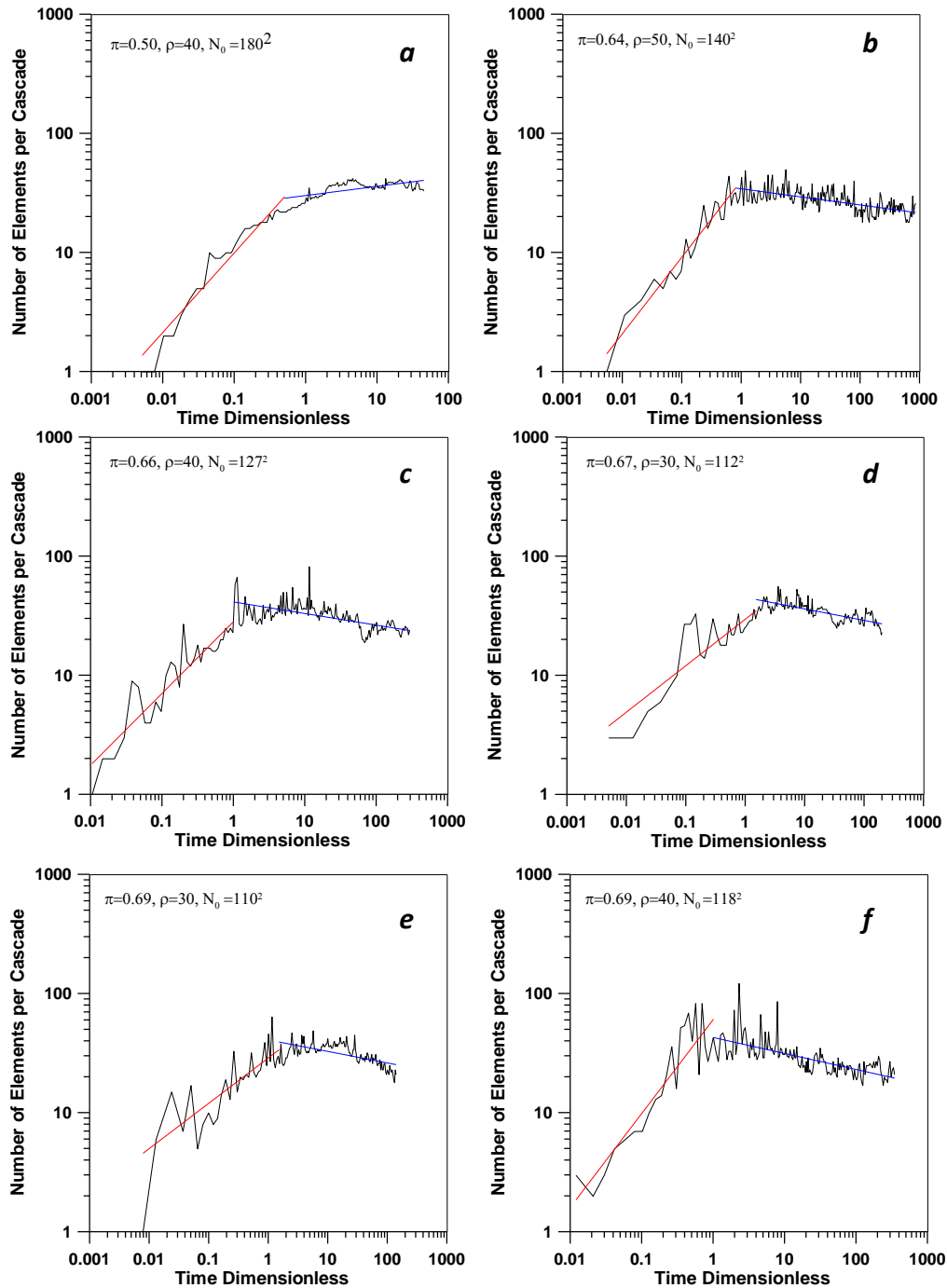


Fig. 6.13 (continua)

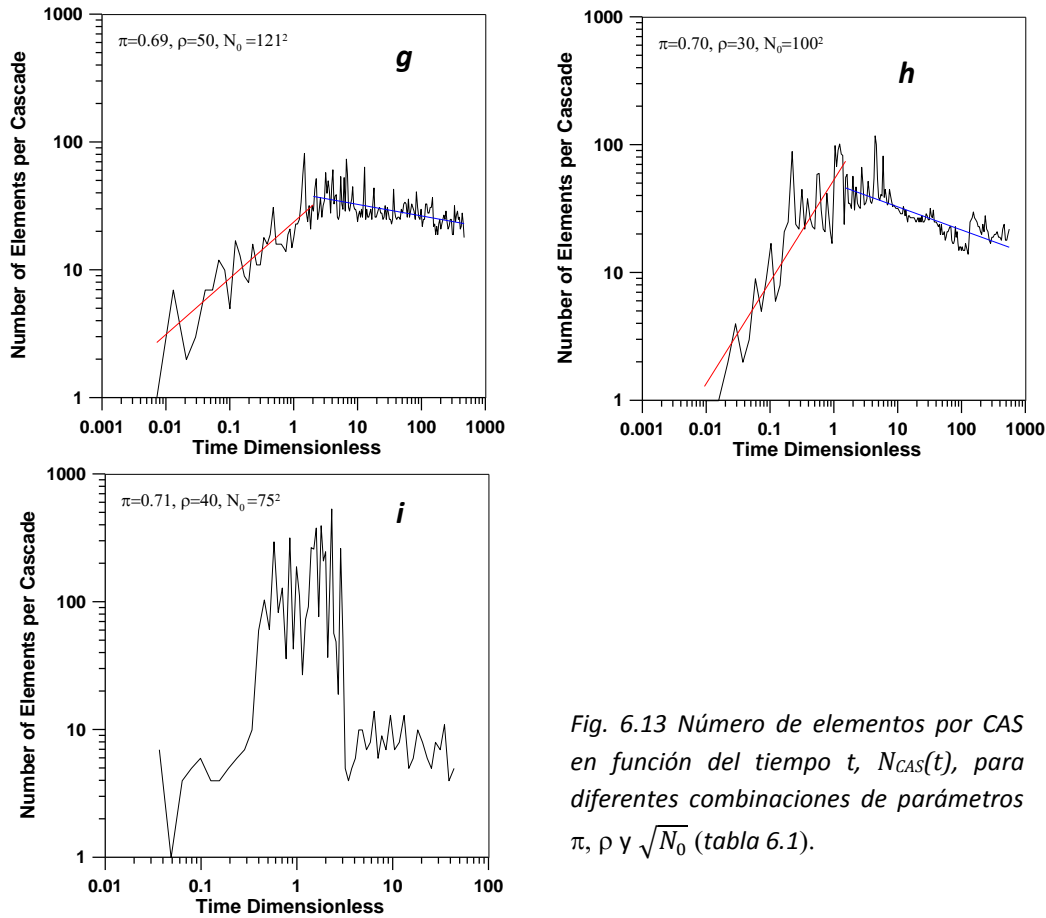


Fig. 6.13 Número de elementos por CAS en función del tiempo  $t$ ,  $N_{CAS}(t)$ , para diferentes combinaciones de parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$  (tabla 6.1).

La segunda característica que se analiza de las series de CAS simuladas es el comportamiento de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo en el que se produce,  $GR_{CAS}(t)$ . En la figura 6.14 se muestra el comportamiento de la función  $GR_{CAS}(t)$  en función de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$ . Los puntos de cada gráfico representan a las CAS que tienen una tasa de producción aproximadamente constante, la cual se ajusta a una relación lineal con un coeficiente de correlación  $r^2 > 0.95$ . El número de puntos en cada gráfico es  $N_{GR}$  y se muestra en la tabla 6.3.

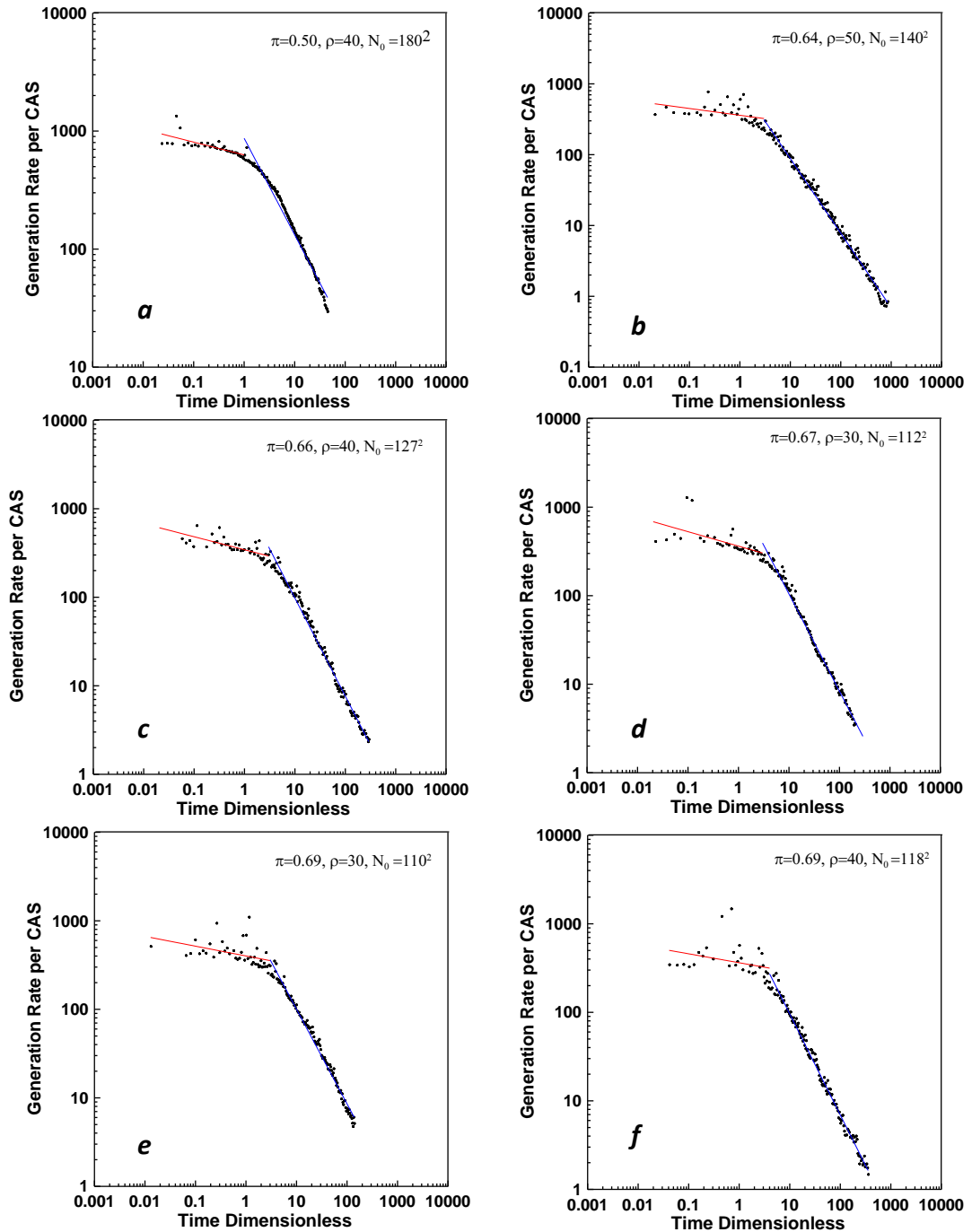


Fig. 6.14 (continua)

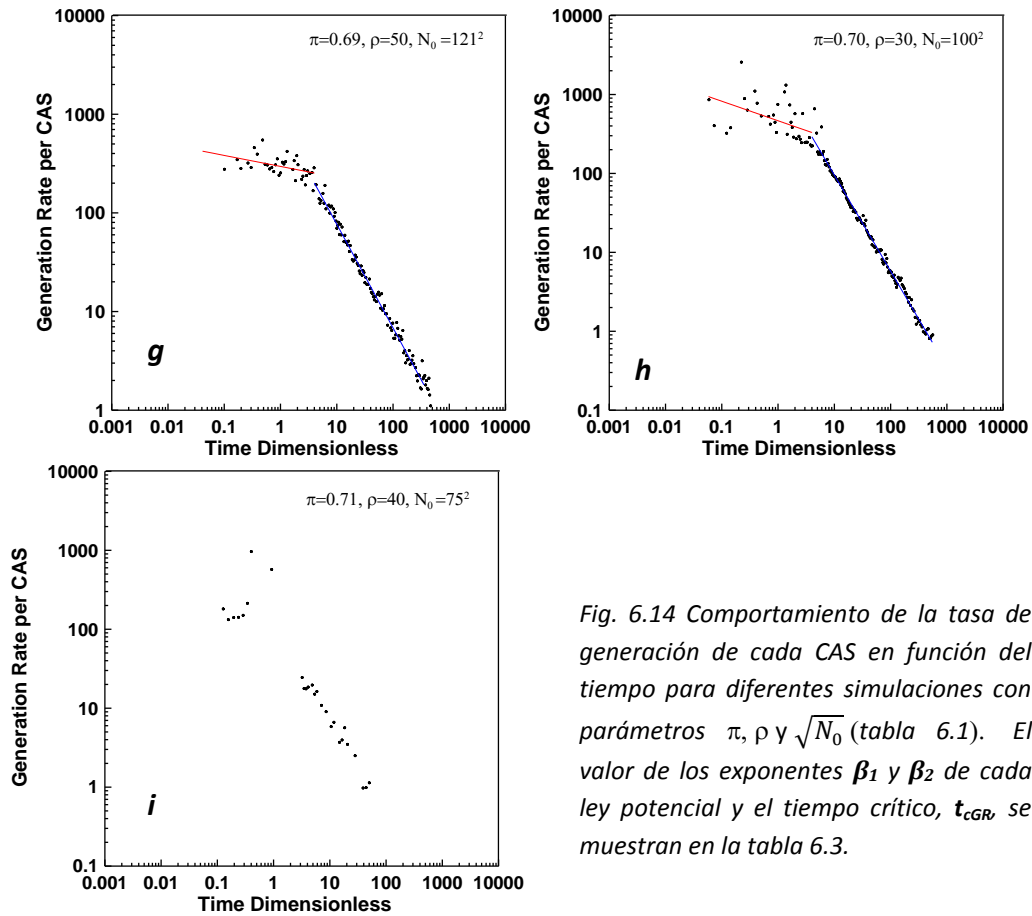


Fig. 6.14 Comportamiento de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo para diferentes simulaciones con parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$  (tabla 6.1). El valor de los exponentes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  de cada ley potencial y el tiempo crítico,  $t_{cGR}$ , se muestran en la tabla 6.3.

Tabla 6.3 Valor de los exponentes  $b_1$ ,  $b_2$  de los dos ajustes potenciales de las series sintéticas de  $N_{CAS}(t)$  y el tiempo crítico  $t_{cNC}$ . Número total de CAS,  $N_{CAS}$ . Valor de los exponentes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  del doble ajuste potencial para la serie  $GR_{CAS}(t)$ , y el tiempo crítico,  $t_{cGR}$ . Número de CAS de la serie GR,  $N_{GR}$ . Cada serie sintética se genera con una combinación distinta de parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$ .

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{CAS}$	$b_1$	$b_2$	$t_{cNC}$	$N_{GR}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$t_{cGR}$
a)	0.50	40	180	171	0.668	0.076	0.48	166	-0.108	-0.817	1.60
b)	0.64	50	140	214	0.642	-0.067	0.75	200	-0.096	-1.054	2.89
c)	0.66	40	127	182	0.602	-0.097	1.71	167	-0.147	-1.108	3.97
d)	<b>0.67</b>	<b>30</b>	<b>112</b>	<b>161</b>	<b>0.389</b>	<b>-0.096</b>	<b>2.36</b>	<b>155</b>	<b>-0.163</b>	<b>-1.098</b>	<b>3.98</b>
e)	0.69	30	110	164	0.380	-0.097	2.05	159	-0.115	-1.069	3.07
f)	0.69	40	118	182	0.788	-0.134	0.68	165	-0.101	-1.140	3.47
g)	0.69	50	121	178	0.439	-0.090	2.66	147	-0.111	-1.051	3.12
h)	0.70	30	100	192	0.797	-0.181	0.91	165	-0.247	-1.217	3.51
i)	0.71	40	75	67	---	---	---	---	---	---	---

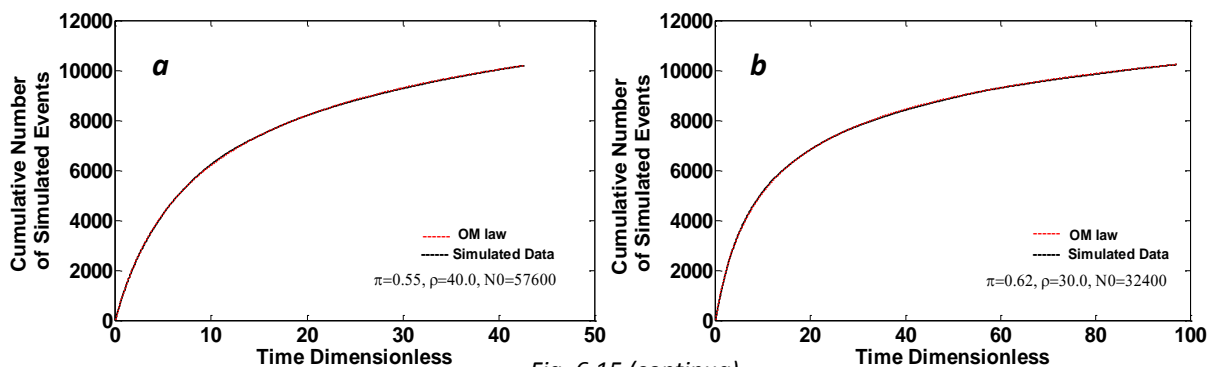
La elección del conjunto de parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$ , que mejor simula la serie de réplicas sísmicas de Northridge, se hace mediante la comparación de las simulaciones numéricas (tablas 6.1, 6.2 y 6.3), con los resultados de la serie empírica (capítulos 3 y 4). A partir de esta comparación es posible elegir la simulación que logra reproducir la mayoría de las características de la serie empírica de Northridge. En este caso se elige la combinación de  $\pi=0.67$ ,  $\rho=30$  y  $\sqrt{N_0} = 112$ .

#### 6.4.2 Series de réplicas sísmicas simuladas de Hector Mine.

De forma análoga a las series de réplicas simuladas de Northridge, se busca en el intervalo de  $0.50 \leq \pi \leq 0.71$  y  $20 \leq \rho \leq 50$ , la combinación de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$  que reproduzca la serie de réplicas sísmicas de Hector Mine. La tabla 6.4 es equivalente a la 6.1. La figura 6.15 muestra el ajuste de la ley de OM al número acumulado de réplicas simuladas.

Tabla 6.4 Valor de los coeficientes de la ley de OM,  $p$ ,  $c$  y  $k$ , para diferentes simulaciones numéricas que reproducen la serie de réplicas sísmicas de Hector Mine. Valor de la función log-likelihood  $L(\theta)$  y el RMS que se obtiene en cada ajuste.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	$RMS$	$T^*$
a)	0.55	40	240	10191	1.38	4.52	1.17E+4	-4.99E+4	16.81	42.67
b)	0.62	30	180	10230	1.31	4.27	8.02E+3	-4.44E+4	29.74	97.10
c)	0.64	40	182	10414	1.23	3.20	4.92E+3	-3.95E+4	55.78	264.56
d)	0.66	40	194	10481	1.24	2.95	5.82E+3	-4.70E+4	30.06	88.34
e)	0.66	50	183	9981	1.20	2.88	4.05E+3	-3.61E+4	79.66	338.27
f)	0.67	30	150	10011	1.19	2.94	3.98E+3	-3.57E+4	66.03	358.74
g)	0.67	40	170	10105	1.25	3.89	5.46E+3	-3.72E+4	52.38	284.57
h)	0.68	50	167	10407	1.23	1.92	3.78E+3	-3.79E+4	112.68	627.11
i)	0.70	30	110	11140	1.91	2.82	3.00E+4	-6.76E+4	1310.65	18.90
j)	0.71	30	100	9762	2.28	1.94	3.00E+4	-6.28E+4	1248.13	17.64



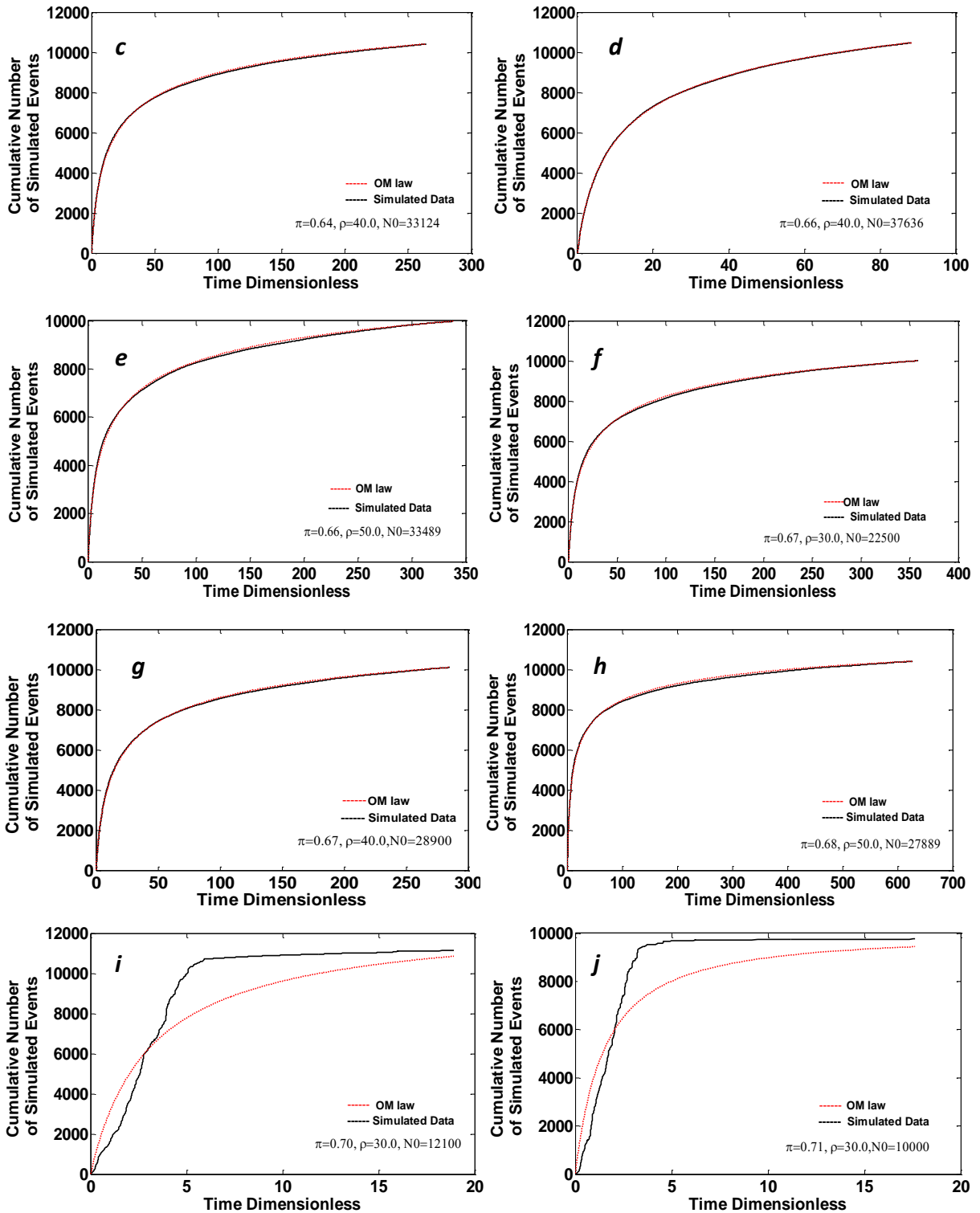


Fig. 6.15 Comparación entre el número acumulado de réplicas simuladas y el número acumulado teórico. Cada gráfico se obtiene de las combinaciones  $\pi$  y  $\rho$  de la tabla 6.4.

En la figura 6.16 se muestra, a modo de ejemplo, la evolución temporal de algunas avalanchas elegidas según los parámetros de la tabla 6.4.

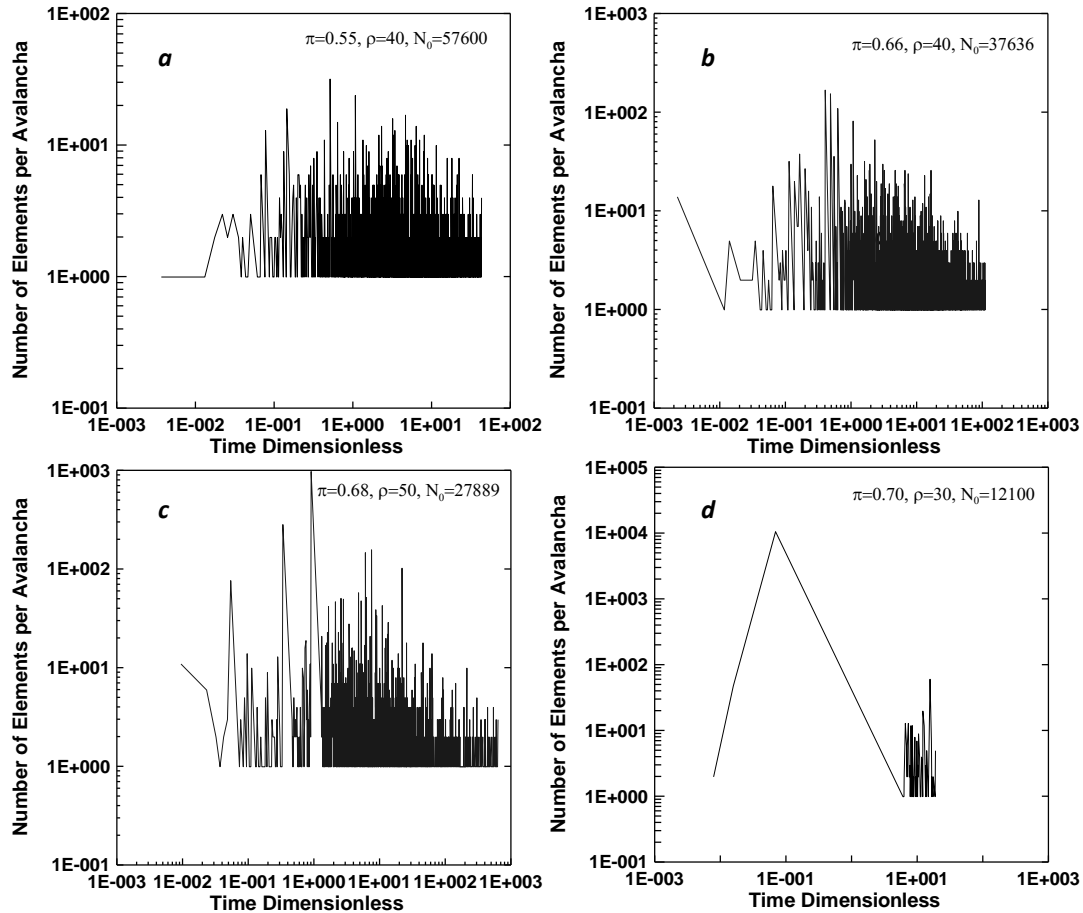


Fig. 6.16 Evolución temporal del número de eventos que componen cada Avalancha. Las gráficas corresponden a las combinaciones: **a)**  $\pi=0.55$  y  $\rho=40.0$ , **b)**  $\pi=0.66$  y  $\rho=40.0$ , **c)**  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$  **d)**  $\pi=0.70$  y  $\rho=30.0$ .

#### 6.4.2.1 Leading Aftershocks, LA, de las series simuladas de Hector Mine

En la tabla 6.5 se muestran los resultados del ajuste de la ley de OM para las series de LA que se obtienen de las simulaciones que se listan en la tabla 6.4. En la figura 6.17 se muestra, a modo de ejemplo, el ajuste de la ley de OM para algunas series de LA.

Tabla 6.5 Valor de los tres parámetros de la ley de OM ( $c$ ,  $p$  y  $k$ ). Función log-likelihood  $L(\theta)$  y RMS del ajuste de la ley de MO y el número de LA,  $N_{LA}$ , de cada serie simulada.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{LA}$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	$RMS$
a)	0.55	40	240	227	0.68	0.001	22.85	-3.24E+2	6.94
b)	0.62	30	180	229	0.77	0.053	22.26	-1.54E+2	5.02
c)	0.64	40	182	242	0.89	0.16	25.97	-0.36E+2	5.46
d)	0.66	40	194	232	0.82	0.10	26.35	-1.89E+2	4.13
e)	0.66	50	183	271	0.89	0.15	28.07	-0.31E+2	5.37
f)	0.67	30	150	256	0.88	0.19	25.92	0.19E+2	5.79
g)	0.67	40	170	244	0.83	0.05	20.89	-0.18E+2	7.21
h)	0.68	50	167	266	0.94	0.21	28.72	0.58E+2	5.72
i)	0.70	30	110	120	1.36	1.11	69.55	-1.76E+2	2.87
j)	0.71	30	100	93	1.88	1.16	103.67	-1.59E+2	2.88

Como era de esperar, el ajuste de la ley de OM en los LA es mejor que si se realiza para todas la serie simulada de réplicas.

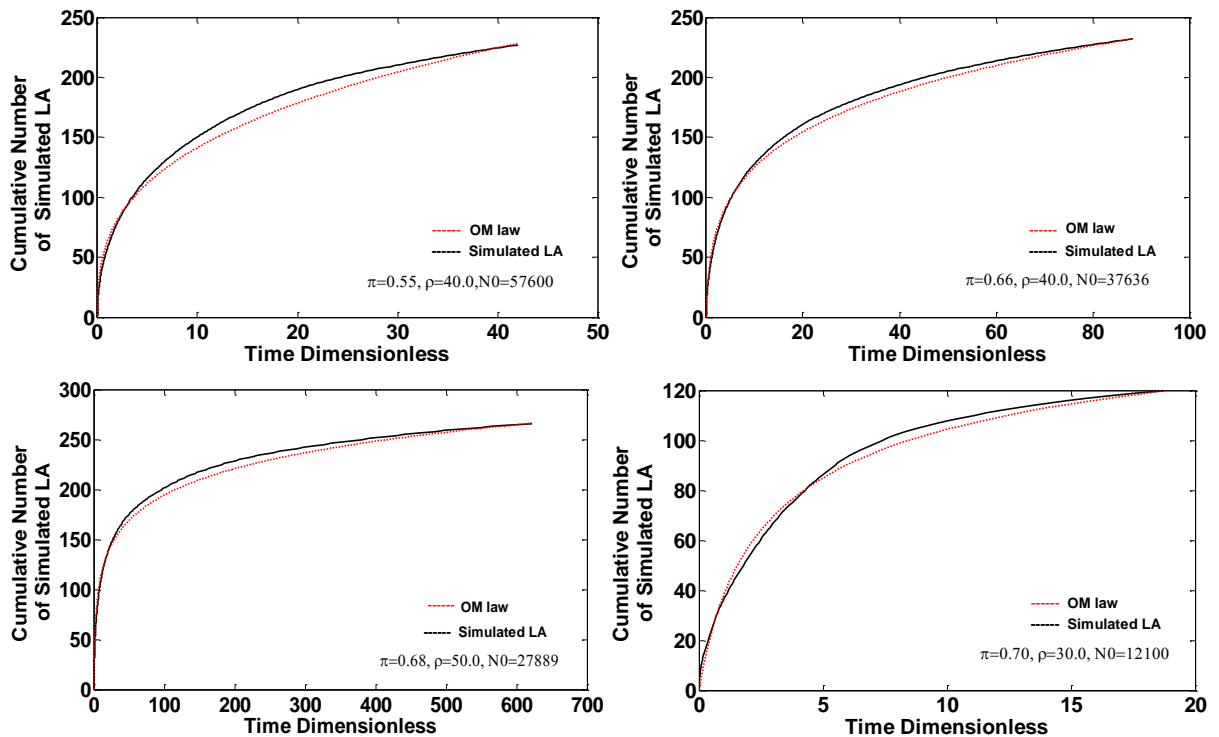


Fig. 6.17 Ajuste de la ley de OM al número acumulado de LA de algunas series simuladas de Hector Mine a)  $\pi=0.55$  y  $\rho=40.0$ , b)  $\pi=0.66$  y  $\rho=40.0$ , c)  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$  d)  $\pi=0.70$  y  $\rho=30.0$ .



#### 6.4.2.2 Cascades de las series simuladas de Hector Mine.

En esta sección se analizan las CAS que se obtienen de las series simuladas. De la misma forma que en la sección 6.4.1.2, la primera característica que se analiza es el comportamiento de la serie  $N_{CAS}(t)$ . En particular el valor de los exponentes  $b_1$  y  $b_2$  y el tiempo crítico  $t_{cNC}$ . En la tabla 6.6 se muestran los valores de estos parámetros, así como el número total de CAS,  $N_{CAS}$ , que tiene cada serie simulada. En la figura 6.18 se muestran algunos ejemplos de estas series.

También se analiza el comportamiento de la serie  $GR_{CAS}(t)$  para las diferentes simulaciones numéricas en función de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$ . En la tabla 6.6 se encuentran los valores de los exponentes  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , el tiempo crítico  $t_{cGR}$ , y el número de elementos de la serie  $GR_{CAS}(t)$ ,  $N_{GR}$ , que corresponden a las CAS de esta serie. En la figura 6.19 se muestra el comportamiento de la función  $GR_{CAS}(t)$ , de algunas combinaciones de la tabla 6.6.

Tabla 6.6 Exponentes  $b_1$  y  $b_2$  de las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  de Hector Mine, y el tiempo crítico,  $t_{cNC}$ . Número total de CAS,  $N_{CAS}$ . Valor de los exponentes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  para la serie de  $GR_{CAS}(t)$  y tiempo crítico  $t_{cGR}$ . Número de elementos de la serie  $GR_{CAS}(t)$ ,  $N_{GR}$ .

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{nu}$	$b_1$	$b_2$	$t_{cNC}$	$N_{num}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$t_{cGR}$
<b>a)</b>	0.55	40	240	222	0.558	0.014	1.10	219	-0.051	-0.820	1.54
<b>b)</b>	0.62	30	180	226	0.407	-0.122	2.57	226	-0.067	-0.886	1.78
<b>c)</b>	0.64	40	182	242	0.541	-0.080	1.53	235	-0.033	-0.983	2.02
<b>d)</b>	<b>0.66</b>	<b>40</b>	<b>194</b>	<b>231</b>	<b>0.440</b>	<b>-0.087</b>	<b>2.02</b>	<b>223</b>	<b>-0.078</b>	<b>-0.991</b>	<b>2.30</b>
<b>e)</b>	0.66	50	183	269	0.563	-0.088	1.79	242	-0.063	-1.031	2.81
<b>f)</b>	0.67	30	150	254	0.494	-0.098	2.54	246	-0.082	-1.039	2.72
<b>g)</b>	0.67	40	170	241	0.520	-0.096	2.10	231	-0.072	-1.037	3.01
<b>h)</b>	0.68	50	167	262	0.538	-0.143	1.58	232	-0.060	-1.095	2.84
<b>i)</b>	0.70	30	110	118	0.584	-2.050	3.26	47	-0.046	-2.897	2.72
<b>j)</b>	0.71	30	100					25			

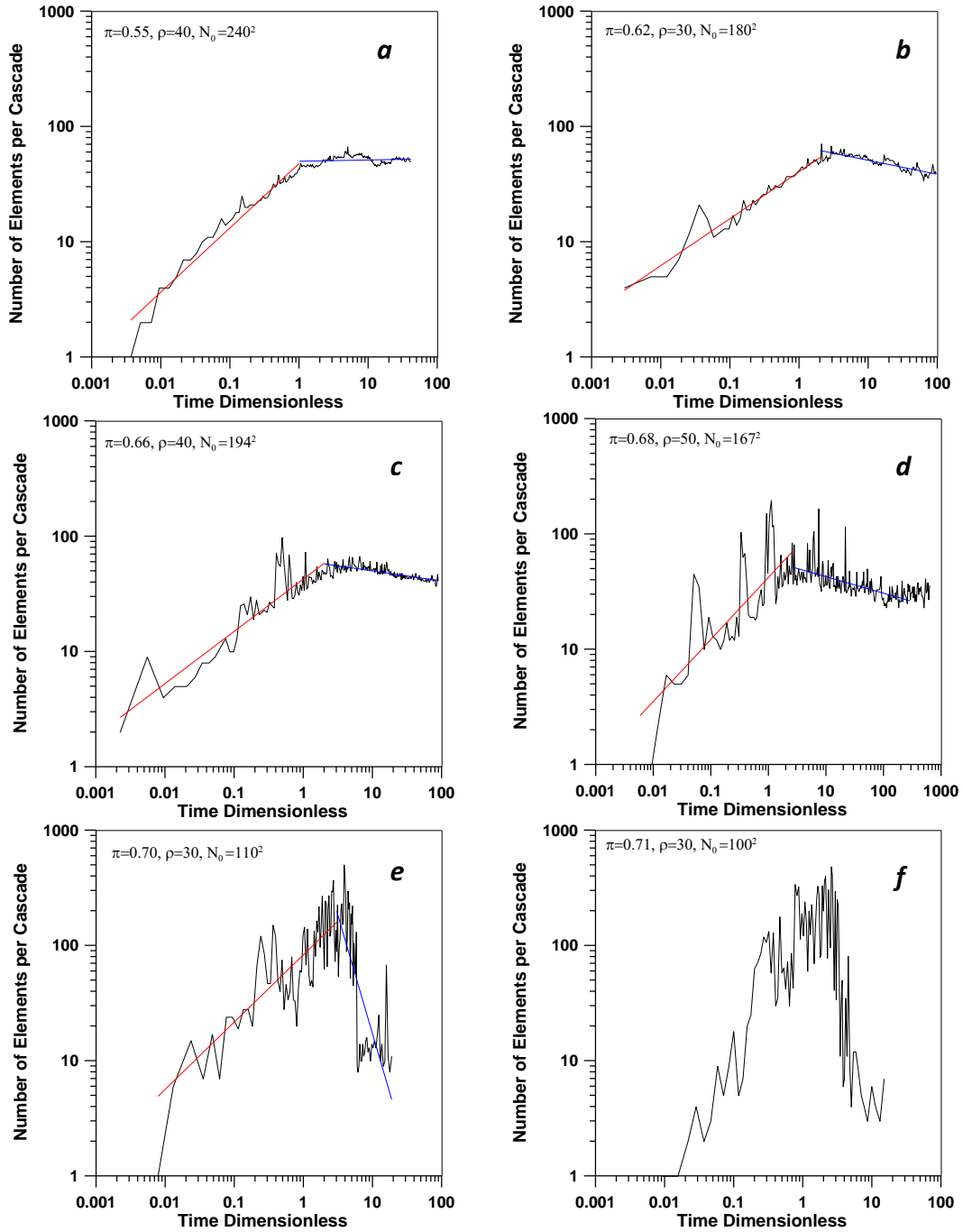


Fig. 6.18 Comportamiento de la serie  $N_{CAS}(t)$ , para algunas combinaciones de parámetros  $\pi$  y  $\rho$ : **a)**  $\pi=0.55$  y  $\rho=40.0$ , **b)**  $\pi=0.62$  y  $\rho=30.0$ , **c)**  $\pi=0.66$  y  $\rho=40.0$ , **d)**  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$ , **e)**  $\pi=0.70$  y  $\rho=30.0$ , **f)**  $\pi=0.71$  y  $\rho=30.0$ .

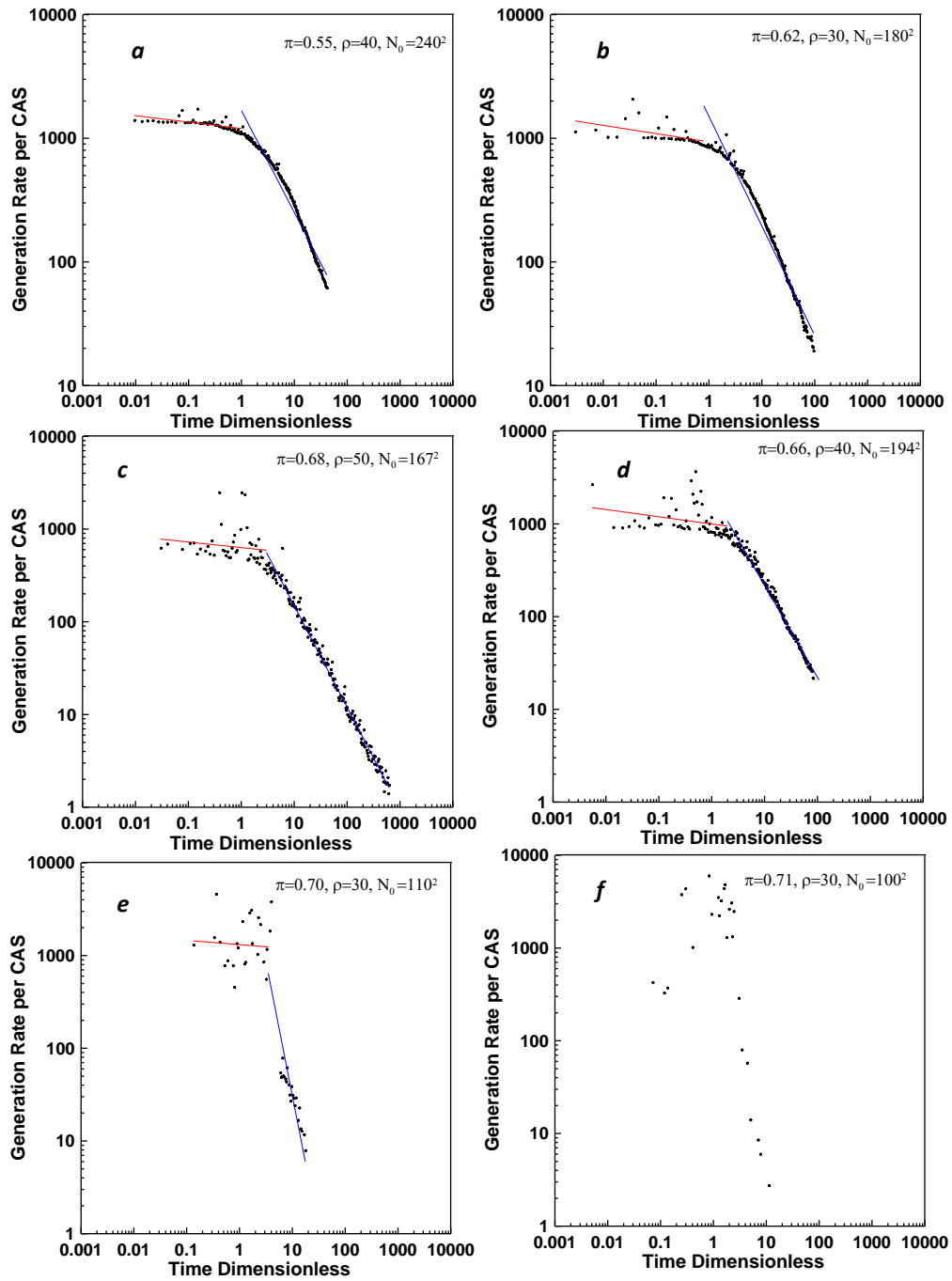


Fig. 6.19 Tasa de generación de cada CAS en función del tiempo en la que se produce,  $GR_{CAS}(t)$ . **a)**  $\pi=0.55$  y  $\rho=40.0$ , **b)**  $\pi=0.62$  y  $\rho=30.0$ , **c)**  $\pi=0.66$  y  $\rho=40.0$ , **d)**  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$ , **e)**  $\pi=0.70$  y  $\rho=30.0$ , **f)**  $\pi=0.71$  y  $\rho=30.0$ .

La comparación entre los resultados de las series simuladas (tablas 6.4-6.6) y los datos empíricos de Hector Mine indica que la serie simulada que más se aproxima al comportamiento empírico es la que tiene la combinación  $\pi=0.66$ ,  $\rho=40$  y  $\sqrt{N_0} = 194$ .

### 6.4.3 Series de réplicas sísmicas simuladas de Landers.

De la misma forma que en la sección 6.4.1 y 6.4.2, se busca la combinación de los parámetros  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  que mejor simula el comportamiento de la serie empírica de réplicas sísmicas de Landers. El intervalo de búsqueda para  $\pi$  y  $\rho$  es  $0.50 \leq \pi \leq 0.71$  y  $20 \leq \rho \leq 50$ . La tabla 6.7 es análoga a las tablas 6.1 y 6.4. En dicha tabla se encuentra el valor de los parámetros  $c$ ,  $p$  y  $k$  de la ley de OM. En la figura 6.20 se muestra el ajuste de la ley de MO para algunos ejemplos de estas series simuladas.

Tabla 6.7 Parámetros de la ley de MO,  $p$ ,  $c$  y  $k$ , para diferentes combinaciones  $\pi$ ,  $\rho$  y  $N_0$  del modelo FBMdp. Número de réplicas simuladas en cada serie,  $N$ . Función log-likelihood  $L(\theta)$  y el RMS del ajuste de MO a cada serie simulada.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	RMS	$T^*$
a)	0.64	40	250	18807	1.246	3.849	10,198.68	-8.34E+4	64.09	2.199E+2
b)	0.64	50	278	19236	1.188	3.205	8,034.49	-8.39E+4	108.58	2.499E+2
c)	0.66	50	270	19465	1.210	3.281	8,844.50	-8.64E+4	153.06	2.359E+2
d)	0.67	50	260	19598	1.190	2.743	7,640.04	-8.53E+4	128.24	2.999E+2
e)	0.68	30	210	19968	1.283	4.040	11,920.66	-8.73E+4	160.81	2.999E+2
f)	0.68	50	252	19647	1.220	2.475	8360.00	-9.09E+4	154.72	2.29E+2

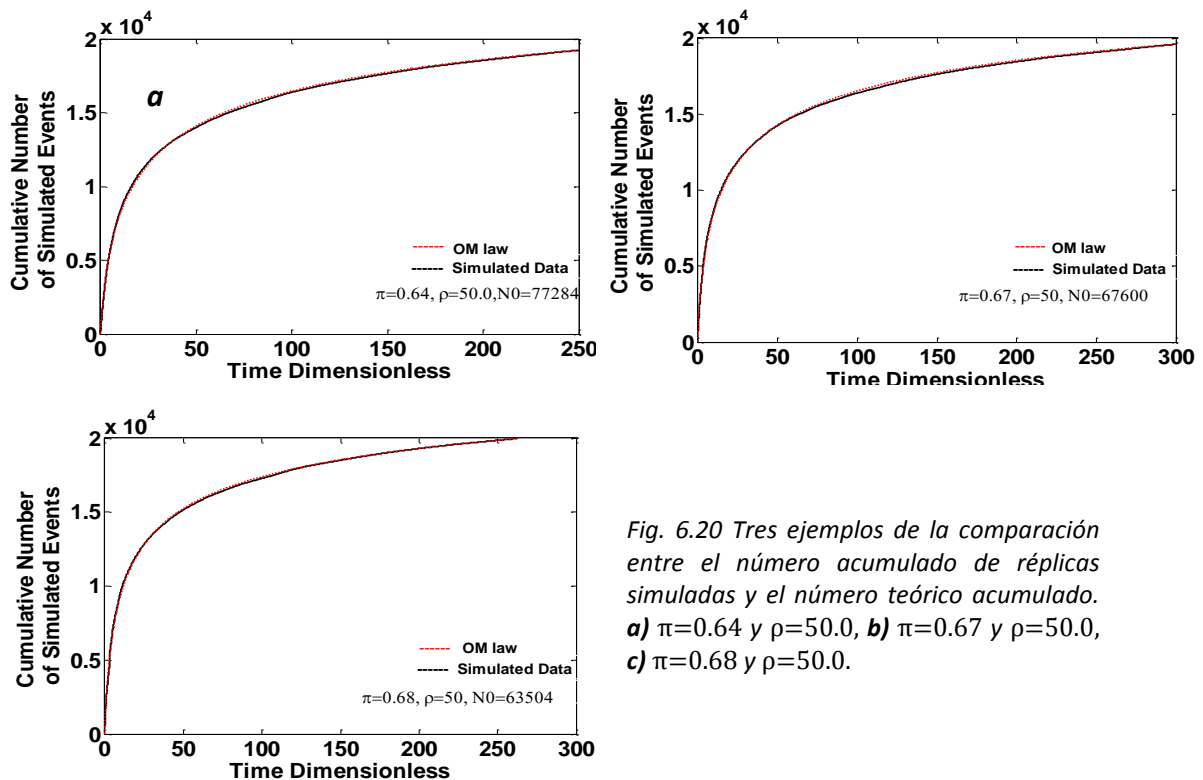


Fig. 6.20 Tres ejemplos de la comparación entre el número acumulado de réplicas simuladas y el número teórico acumulado. a)  $\pi=0.64$  y  $\rho=50.0$ , b)  $\pi=0.67$  y  $\rho=50.0$ , c)  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$ .

### 6.4.3.1 Leading Aftershocks, LA, de las series simuladas de Landers.

En la tabla 6.8 se muestran los resultados del ajuste de la ley de OM a los LA de las series simuladas de la tabla 6.7. También se indica el número de LA,  $N_{LA}$ , de cada serie. El estimador de máxima verosimilitud,  $L(\theta)$ , y el RMS también aparece en esta tabla. La figura 6.21 muestra el número acumulado de LA para un par de series simuladas.

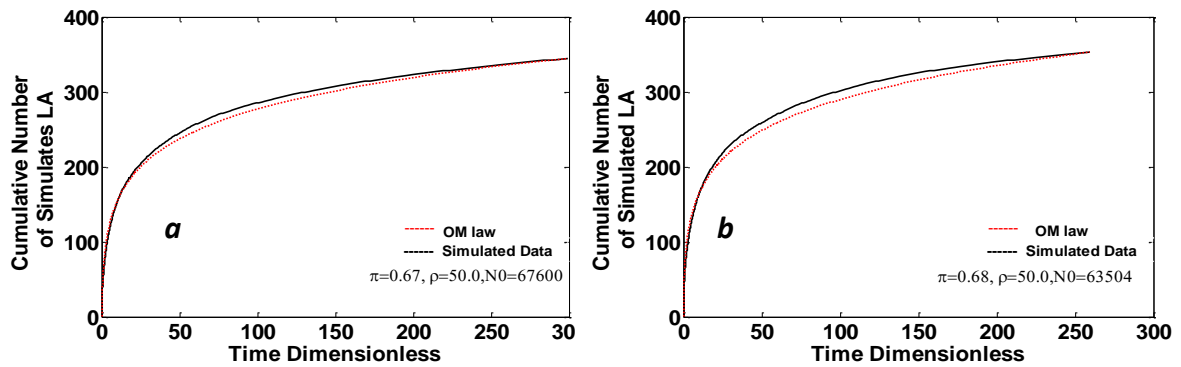


Fig. 6.21 Ejemplo del ajuste de la ley de OM al número acumulado de LA para dos series simuladas de Landers, **a)**  $\pi=0.67$  y  $\rho=50.0$ , **b)**  $\pi=0.68$  y  $\rho=50.0$ .

Tabla 6.8 Valor de los tres parámetros de la ley de OM ( $p$ ,  $c$  y  $k$ ), la función log-likelihood  $L(\theta)$ , el RMS y el número de LA,  $N_{LA}$ , en cada serie simulada.

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{LA}$	$p$	$c$	$k$	$L(\theta)$	RMS
<b>a)</b>	0.64	40	250	333	0.799	0.029	27.244	-1.834e+2	10.98
<b>b)</b>	0.64	50	278	366	0.854	0.088	35.222	-2.23e+2	7.26
<b>c)</b>	0.66	50	270	356	0.873	0.148	37.807	-2.135e+2	8.24
<b>d)</b>	0.67	50	260	343	0.913	0.243	39.548	-1.331e+2	6.15
<b>e)</b>	0.68	30	210	350	0.880	0.111	35.864	-2.036e+2	9.22
<b>f)</b>	0.68	50	252	345	0.877	0.134	34.574	-1.397e+2	8.14

### 6.4.3.2 Cascades de las series simuladas de Landers.

En esta sección se analizan las CAS de las series simuladas de Landers. En la tabla 6.9 se encuentra el valor de los exponentes  $b_1$  y  $b_2$ , el tiempo crítico  $t_{cNC}$ , el número de elementos de la serie  $N_{CAS}(t)$ ,  $N_{NC}$ . También se muestra en esta tabla los exponentes  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , el tiempo crítico  $t_{cGR}$ , y el número de elementos de la serie  $GR_{CAS}(t)$ ,  $N_{GR}$ . En la figura 6.22 se muestra el comportamiento de la serie  $N_{CAS}(t)$  y  $GR_{CAS}(t)$ , respectivamente, para algunas combinaciones de  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\sqrt{N_0}$  de la tabla 6.9.

Tabla 6.9 Exponentes  $b_1$  y  $b_2$  de las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  de Hector Mine, y el tiempo crítico,  $t_{cNC}$ . Número total de CAS,  $N_{CAS}$ . Valor de los exponentes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  para la serie de  $GR_{CAS}(t)$  y tiempo crítico  $t_{cGR}$ . Número de elementos de la serie  $GR_{CAS}(t)$ ,  $N_{GR}$ .

	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$N_{numCA}$	$b_1$	$b_2$	$t_{cNC}$	$N_{nu}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$t_{cGR}$
a)	0.6	40	250	330	0.61	-0.060	1.05	321	-0.098	-1.015	2.51
b)	0.6	50	278	366	0.50	-0.096	2.85	360	-0.056	-1.002	3.02
c)	0.6	50	270	356	0.49	-0.061	6.71	352	-0.042	-1.003	3.08
d)	<b>0.6</b>	<b>50</b>	<b>260</b>	<b>343</b>	<b>0.48</b>	<b>-0.071</b>	<b>5.99</b>	<b>325</b>	<b>-0.049</b>	<b>-1.014</b>	<b>3.02</b>
e)	0.6	30	210	356	0.58	-0.109	4.37	347	-0.010	-1.082	2.52
f)	0.6	50	252	350	0.46	-0.103	3.53	316	-0.093	-1.056	2.35

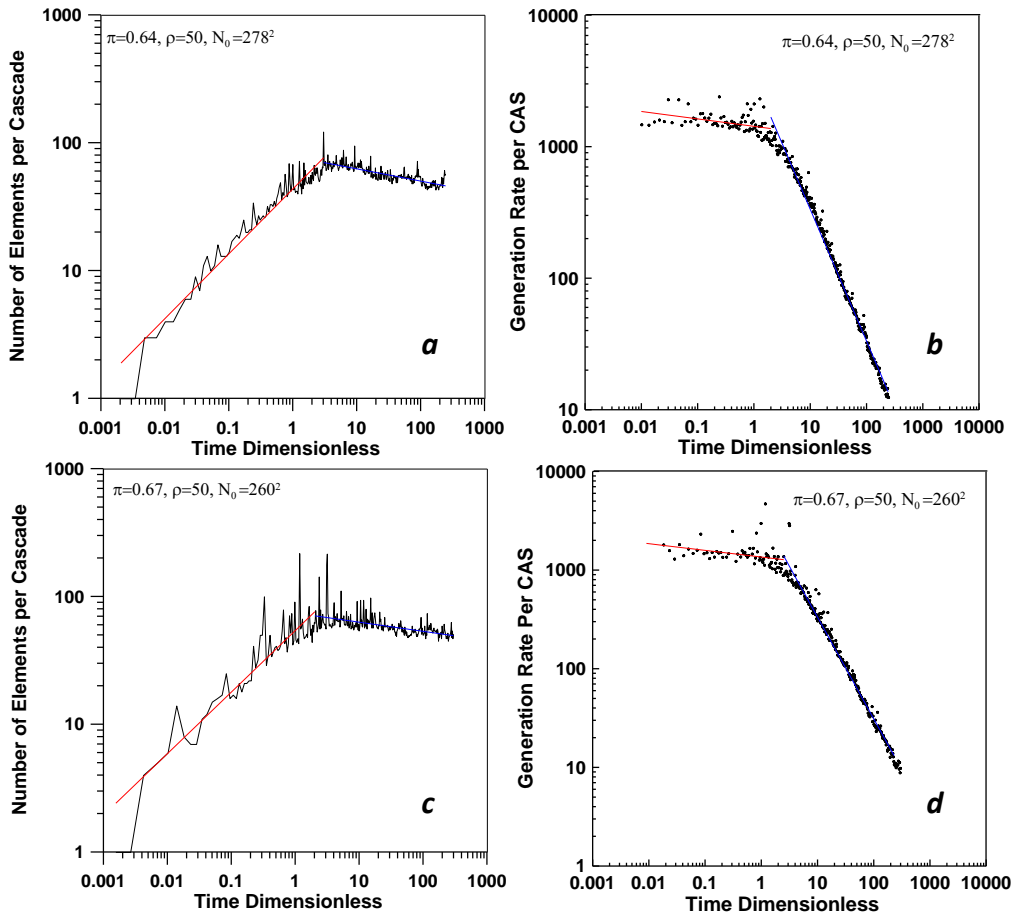


Fig. 6.22 Dos ejemplos de la serie  $N_{CAS}(t)$  y  $GR_{CAS}(t)$  para las combinaciones de parámetros  $\pi$  y  $\rho$ : a)-b)  $\pi=0.64$  y  $\rho=50.0$ , c)-d)  $\pi=0.67$  y  $\rho=50.0$  (tabla 6.9)

La comparación entre la serie empírica de Landers y los resultados que se muestran en las tablas 6.7, 6.8 y 6.9, indica que la combinación de los parámetros  $\pi=0.67$ ,  $\rho=50$  y  $\sqrt{N_0} = 260$  es el que simula mejor la serie de réplicas sísmicas.

## 6.5 Estudio detallado de las series simuladas de réplicas sísmicas de Northridge, Hector mine y Landers.

De acuerdo con los resultados de las secciones 6.4.1, 6.4.2 y 6.4.3 se observa que el comportamiento temporal de las series empíricas de Northridge, NOR, Hector Mine, HM y Landers, LND, se puede aproximar mediante el modelo FBMdp. La combinación de parámetros que se elige para reproducir estas series empíricas son:  $\pi=0.67$ ,  $\rho=30$  y  $\sqrt{N_0} = 112$  para Northridge,  $\pi=0.66$ ,  $\rho=40$  y  $\sqrt{N_0} = 194$  para Hector Mine, y  $\pi=0.67$ ,  $\rho=50$  y  $\sqrt{N_0} = 260$  para Landers.

### 6.5.1 Series simuladas de $N_{CAS}(t)$

Es necesario ampliar el estudio de las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  para compararlas y caracterizarlas con respecto a las series empíricas. Es por esto que se aplica un análisis fractal similar al que se realiza en el capítulo 4. Por lo tanto, para cada serie simulada de  $N_{CAS}(t)$  se calcula el exponente de Hurst,  $H$ , el exponente de Hausdorff (mediante el semivariograma),  $H_a$ , y la función de distribución de probabilidad teórica cada serie sintética de  $N_{CAS}(t)$ .

#### 6.5.1.1 Análisis fractal de la series simuladas de $N_{CAS}(t)$ .

Mediante la relación que existe entre el exponente de Hurst,  $H$ , el exponente de Hausdorff,  $H_a$  y el exponente  $\beta$  (capítulo 4), se analiza si las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  se puede describir como un fractal auto-afín.

De la misma forma que se analizan las series empíricas de  $N_{CAS}(t)$ , también se estudia la serie que contiene los componentes estocásticos,  $N_{CASDT}(t)$ . Es decir, se retiran las dos tendencias potenciales que presentan las series. Por lo tanto, en este apartado se analizan dos series simuladas, la de  $N_{CAS}(t)$  y  $N_{CASDT}(t)$ . En la figura 6.23 se muestran las tres series simuladas  $N_{CASDT}(t)$ .

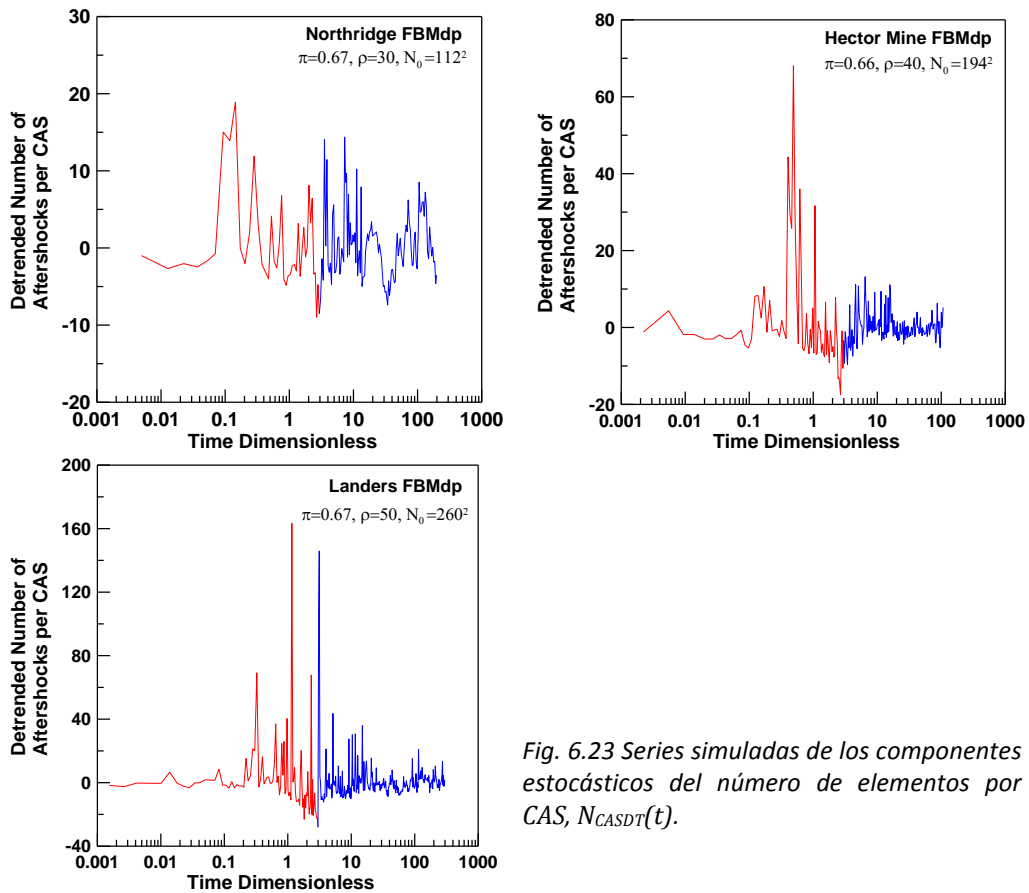


Fig. 6.23 Series simuladas de los componentes estocásticos del número de elementos por CAS,  $N_{CASDT}(t)$ .

En la figura 6.24a y b se muestra el análisis de rango reescalado R/S que se aplica a las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  y de  $N_{CASDT}(t)$ , respectivamente.

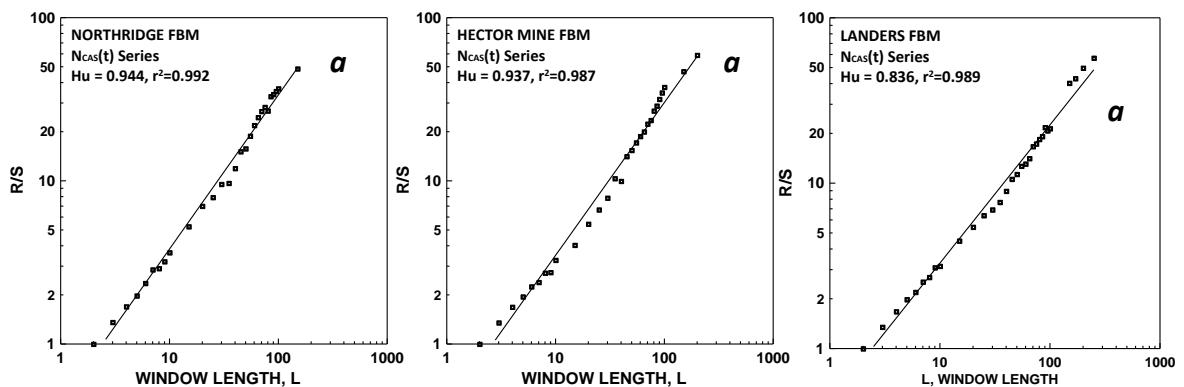


Fig. 6.24 (continua)



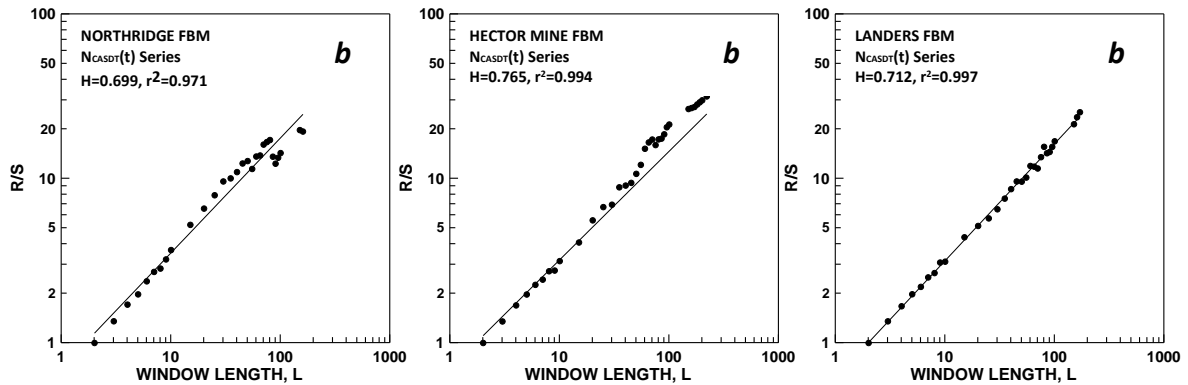


Fig. 6.24 Análisis de Rescalado,  $R/S$ , para las tres series simuladas de **a)**  $N_{CAS}(t)$  y **b)**  $N_{CASDT}(t)$ .

Como se observa en esta figura el exponente de Hurst,  $H$ , indica una persistencia en ambas series ( $N_{CAS}(t)$  y  $N_{CASDT}(t)$ ), siendo como se esperaba mayor en la serie  $N_{CAS}(t)$ , ya que en éstas se presentan dos claras tendencias. En la tabla 6.10 se encuentra el valor de  $H$  de  $N_{CAS}(t)$  y de  $N_{CASDT}(t)$  para los tres casos.

Un fractal auto-afín se puede caracterizar mediante el análisis del semivariograma. Es decir, si la semivarianza,  $\gamma(k)$ , de la serie de tiempo tiene una relación potencial con el lag,  $k$ , entonces se considera que esta serie es un fractal auto-afín (Capítulo 4). Por lo tanto, se analiza el semivariograma de la serie  $N_{CASDT}(t)$  y se observa si se satisface la ecuación 4.51, donde la mitad del exponente de esta ley potencial nos da el valor del exponente de  $H_a$ . En la figura 6.25 se muestra el semivariograma de las tres series simuladas  $N_{CASDT}(t)$ .

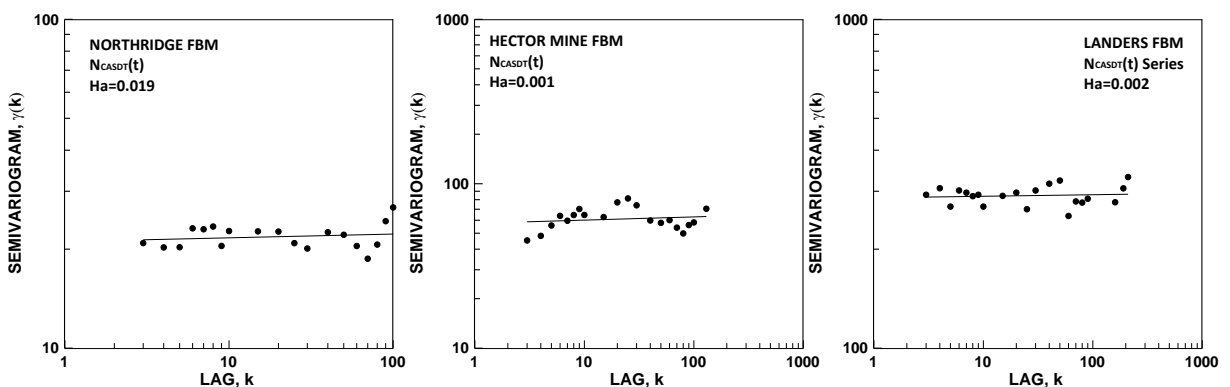


Fig. 6.25 Análisis del semivariograma de las tres series de  $N_{CASDT}(t)$ .

El exponente de  $H_a$  que se obtiene del análisis del semivariograma en las tres series  $N_{CASDT}(t)$  es aproximadamente cero.

Como se expone en el capítulo 4, si una serie temporal es un fractal auto-afín, entonces la densidad de su espectro de potencia tiene una relación potencial con la frecuencia. Sin embargo, el cálculo del espectro de potencia es más preciso si se tiene un número elevado de elementos. Una manera alternativa de inferir el valor de  $\beta$ , y el tipo de fractal auto-afín de la serie temporal, es mediante la relación que tiene con el exponente de Ha (Fig. 4.8) y el de H (Fig. 4.9).

De acuerdo con la figura 4.8, cuando el valor de Ha es menor que 0.1, el valor de  $\beta$  está en el intervalo  $-1.0 \leq \beta \leq 1.0$  se considera que la serie de tiempo, en este caso  $N_{CASDT}(t)$  simulada, es un fractal auto-afín tipo *filtered fractional Gaussian noises*, igual que las series empíricas. Para confirmar este resultado se utiliza la gráfica (H,  $\beta$ ) de la figura 4.9. Si el valor de H se encuentra dentro del intervalo  $0.3 < H < 0.9$ , es posible aplicar la ecuación 4.48 para estimar el valor  $\beta$ . Dicho valor se muestra en la tabla 6.10 y confirma que las tres series simuladas de  $N_{CASDT}(t)$  se pueden representar mediante un fractal auto-afín tipo *filtered fractional Gaussian noises*.

Tabla 6.10 Exponente de Hurst, H para las series simuladas  $N_{CAS}(t)$  y  $N_{CASDT}(t)$ . El exponente de Hausdorff, Ha, de la serie  $N_{CASDT}(t)$  y el valor de  $\beta$  que se infiere de la ecuación 4.48.

Simulated Series	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	Ha $N_{CASDT}(t)$	H $N_{CAS}(t)$	H $N_{CASDT}(t)$	$\beta=2H-1$
NOR	0.67	30	112	0.019	0.944	0.699	0.398
HM	0.66	40	194	0.001	0.937	0.765	0.530
LND	0.67	50	260	0.002	0.836	0.712	0.424

### 6.5.2.1 Análisis estadístico de la series simuladas $N_{CAS}(t)$ .

En esta sección se investiga la distribución estadística que tiene la serie  $N_{CAS}(t)$  aplicando la formulación de los momentos-L (capítulo 4). Se utiliza el diagrama de L-Skewness,  $\tau_3$ , y L-Kurtosis,  $\tau_4$ , para encontrar la función de distribución de probabilidad teórica que más se aproxima a las series simuladas  $N_{CAS}(t)$  (Fig. 6.26). En la figura 6.27 se observa que las funciones de distribución de probabilidad teórica que más se aproxima a las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  es la Logística Generalizada, GLO. Como se describe en el capítulo 4 la función de distribución acumulada GLO queda definida con tres parámetros el de localización  $\xi$ , el de escala  $\alpha$  y la de forma  $\kappa$ . En la tabla 6.11 se muestra el valor de estos tres parámetros para cada serie simulada de NOR, HM y LND.

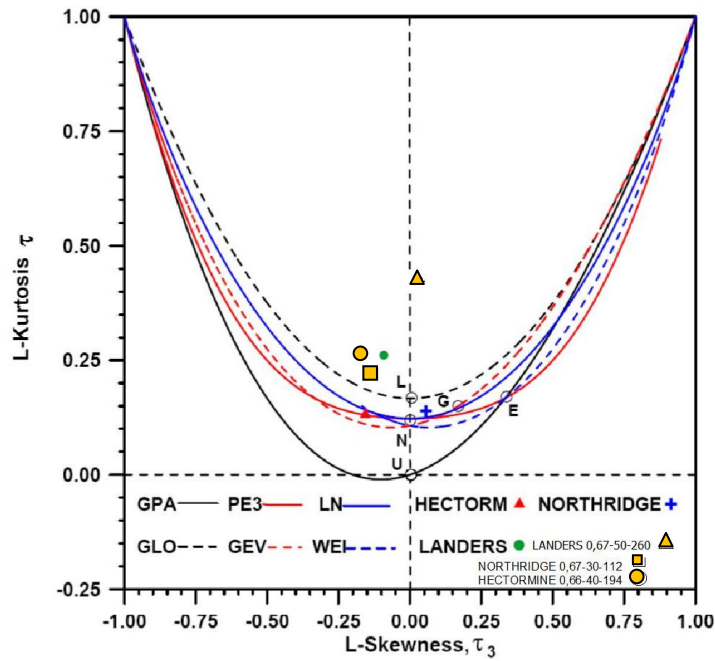


Fig. 6.26 Diagrama L-Skewness,  $\tau_3$ , y L-Kurtosis,  $\tau_4$ .

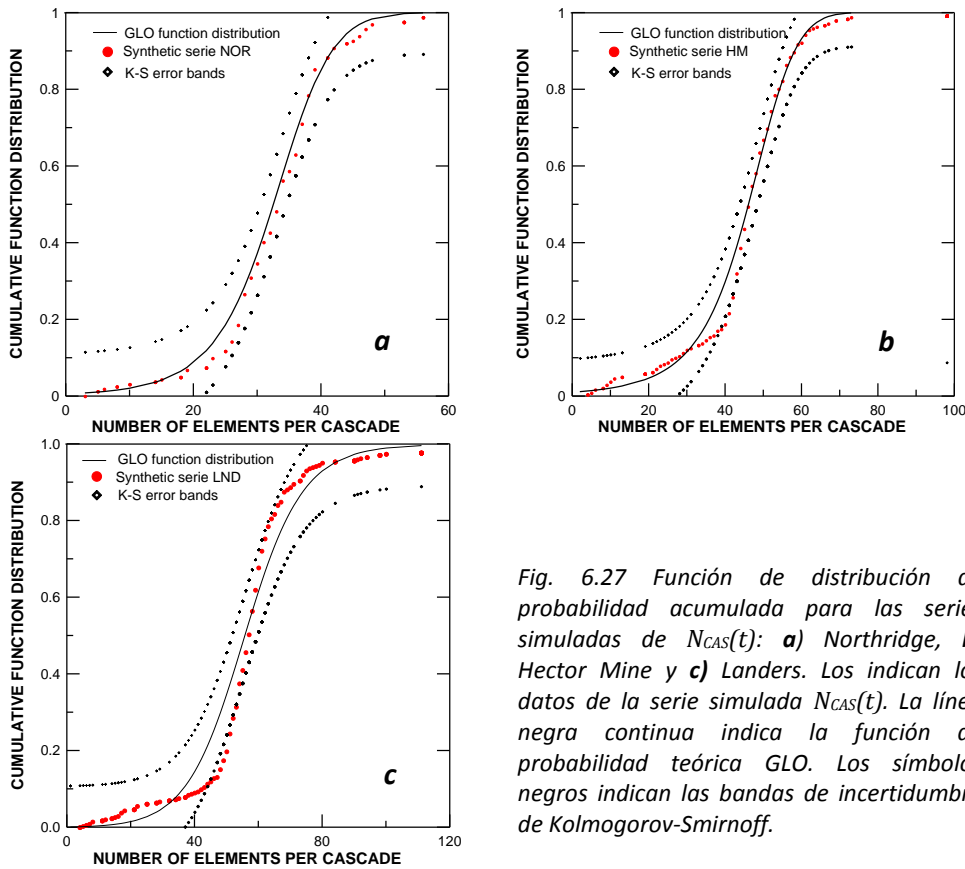


Fig. 6.27 Función de distribución de probabilidad acumulada para las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$ : **a)** Northridge, **b)** Hector Mine y **c)** Landers. Los indican los datos de la serie simulada  $N_{CAS}(t)$ . La línea negra continua indica la función de probabilidad teórica GLO. Los símbolos negros indican las bandas de incertidumbre de Kolmogorov-Smirnoff.

Si se comparan los resultados de las funciones de distribución de probabilidad que se obtiene para las series simuladas  $N_{CAS}(t)$  con las tres series empíricas del Capítulo 4, se observa que se tienen funciones de probabilidad diferentes para Northridge y Hector Mine. La función de distribución de  $N_{CAS}(t)$  para la serie empírica de NOR y HM era la de Pearson III, PE3, mientras que las series simuladas de  $N_{CAS}(t)$  para NOR y HM quedan descritas la función GLO (Fig. 6.27a y b). En cambio en el caso de la serie de LND, la función GLO describe tanto la serie empírica como la simulada.

Tabla 6.11 Valor de los momentos- $L$ ,  $\tau_3$  y  $\tau_4$ . Los parámetros  $\xi$ ,  $\alpha$  y  $\kappa$ , se refieren a la localización, la escala y la forma de la función de distribución acumulado GLO, respectivamente.

Simulated Series	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$\tau_3$	$\tau_4$	$\xi$	$\alpha$	$\kappa$
NOR	0.67	30	112	-0.108	0.232	32.54	4.69	0.11
HM	0.66	40	194	-0.172	0.277	46.13	6.60	0.17
LND	0.67	50	260	0.025	0.417	55.61	9.08	-0.02

## 6.6 Evolución temporal del mapa de esfuerzos de las tres series simuladas

Es posible generar un mapa de esfuerzos del sistema a partir del esfuerzo que soporta cada celda (o fractura elemental), el cual evoluciona en cada paso de la simulación. El comportamiento del mapa de esfuerzos queda determinado por el valor de los parámetros  $\rho$ ,  $\pi$  y  $\sqrt{N_0}$ . Los mapas de esfuerzos se analizan a través de los siguientes parámetros estadísticos:

1. El valor promedio de esfuerzo del sistema,  $\langle \sigma_{Ti} \rangle$ ,

$$\langle \sigma_{Ti} \rangle = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} \sigma_j \quad (6.1)$$

donde  $\sigma_j$  es el valor de esfuerzo en cada celda ( $j=1, \dots, N_0$ ) y el índice  $i$  recorre cada paso de la simulación  $i=1, \dots, n$ .

2. La desviación estándar,  $S_{\sigma_{Ti}}$ , con respecto al valor promedio en cada paso  $i$  de la simulación, se expresa con la ecuación

$$S_{\sigma_{Ti}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_0} (\sigma_j - \sigma_{Ti})^2}{N_0}} \quad (6.2)$$

3. La asimetría o *skewness*,  $T_3$ , de la distribución de los valores de esfuerzo  $\sigma_j$ , con respecto al valor promedio se puede escribir como

$$T_{3i} = \frac{\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} (\sigma_j - \sigma_{Ti})^3}{\left(\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} (\sigma_j - \sigma_{Ti})^2\right)^{3/2}} \quad (6.3)$$

4. La curtosis,  $T_4$ , determina el grado de concentración que presentan los valores del esfuerzo con respecto a la región central de la distribución. El coeficiente de curtosis,  $T_4$ , se expresa como

$$T_{4i} = \frac{\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} (\sigma_j - \sigma_{Ti})^4}{\Delta_{\langle \sigma_{Ti} \rangle}^4} - 3 \quad (6.4)$$

Por lo tanto, la evolución del mapa de esfuerzos se analiza a través de estos cuatro parámetros estadísticos. El valor de estos parámetros se registra para cada tiempo acumulado  $\delta_i$ , donde  $i$  designa un paso de la simulación.

En la figura 6.28 se muestra un ejemplo de la evolución temporal que tienen los cuatro parámetros estadísticos, para una combinación específica de parámetros  $\rho=40$ ,  $\pi=0.67$ ,  $\sqrt{N_0}=111$ .

En la figura 6.28a, se muestra el comportamiento del valor promedio del campo de esfuerzos. Como se expone en el Capítulo 5, al inicio de la simulación se asigna a cada celda un valor de esfuerzo aleatorio a partir de una distribución uniforme en el intervalo  $[0,1)$ . Por tanto, el valor promedio al inicio de la simulación es 0.5. Se observa que el comportamiento temporal del valor promedio se puede ajustar mediante dos leyes logarítmicas. La intersección de estos dos ajustes logarítmicos se define como el tiempo crítico del valor promedio,  $t_{c\langle \sigma \rangle}$ . La figura 6.28b muestra el comportamiento de la desviación estándar. Este parámetro muestra grandes fluctuaciones, sobre todo al inicio de la simulación. En la figura 6.28c se ilustra la asimetría de la distribución del mapa de esfuerzos. Las líneas discontinuas indican las dos tendencias generales que muestra el comportamiento temporal de este parámetro. Su intersección de muestra el punto temporal (o instante) donde la asimetría del mapa de esfuerzos se vuelve positiva. A este tiempo se le denomina tiempo crítico de la asimetría,  $t_{cSkew}$ . La figura 6.28d muestra la curtosis de la distribución del mapa de esfuerzos.

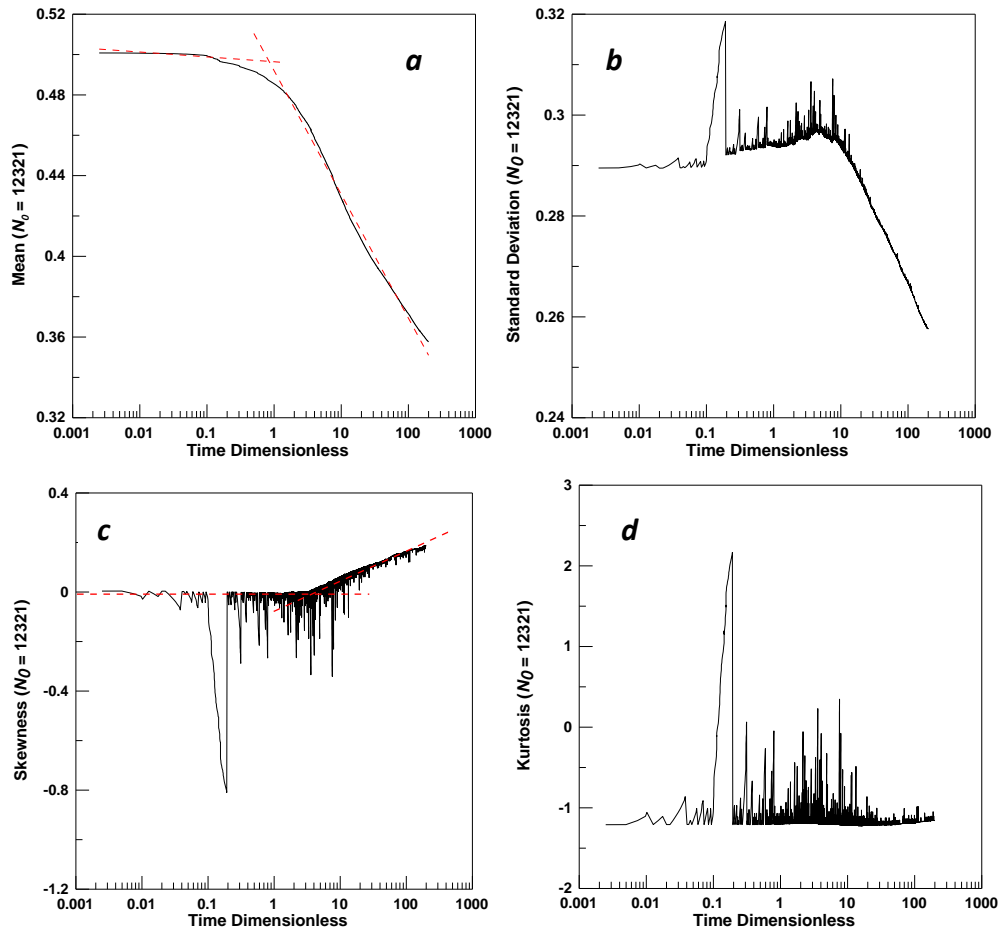


Fig. 6.28 Ejemplo de la evolución temporal de los parámetros estadísticos del mapa de esfuerzos en una red bidimensional de tamaño lineal  $\sqrt{N_0} = 111$  y una combinación de  $\rho=40$  y  $\pi=0.67$ . **a)** valor promedio del mapa de esfuerzo. **b)** desviación estándar. **c)** asimetría. **d)** curtosis.

### 6.6.1 Tiempos críticos del mapa de esfuerzo y su posible relación con $t_{cGR}$ y $t_{cNC}$ .

En el análisis del mapa de esfuerzo y de las series simuladas hay cuatro tiempos críticos que son de especial interés: 1) El tiempo crítico de la tasa de generación de cada CAS en función del tiempo,  $t_{cGR}$ . 2) El que se observa en la serie  $N_{CAS}(t)$ . 3) El del valor promedio del mapa de esfuerzo  $t_{c\langle\sigma\rangle}$ . 4) el tiempo crítico que tiene la asimetría cuando se vuelve positivo,  $t_{cSkew}$ . Se eligen estas dos variables (promedio y asimetría) para analizar los tiempos críticos, ya que muestran menos fluctuaciones que la desviación estándar y la curtosis, y así resulta más preciso encontrar el cambio de tendencia que tienen estos parámetros.

Mediante la relación entre estos cuatro tiempos críticos es posible inferir una explicación del comportamiento que tienen las réplicas simuladas y la evolución

temporal del mapa de esfuerzos. Una forma de cuantificar la relación entre estos tiempos críticos puede ser mediante las siguientes expresiones:

$$Dif(a) = t_{c<\sigma>} - t_{cGR} \quad (6.5)$$

$$Dif(b) = t_{cSkew} - t_{cGR} \quad (6.6)$$

$$Dif(c) = t_{c<\sigma>} - t_{cNC} \quad (6.7)$$

$$Dif(d) = t_{cSkew} - t_{cNC} \quad (6.8)$$

En la tabla 6.12 se muestran estas diferencias temporales para las tres simulaciones elegidas.

Tabla 6.12 Tiempos críticos  $t_{cVP}$  y  $t_{cSkew}$ , y diferencias (Ec. 6.5-6.8) que existen con relación a  $t_{cNC}$  y  $t_{cGR}$ , para las tres series simuladas.

Simulated	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$t_{cVP}$	$t_{cSk}$	$Dif(a)$	$Dif(b)$	$Dif(c)$	$Dif(d)$
Northridge, NOR	0.6 7	30	112	0.8 3	4.5 9	-3.15	0.61	-1.53	2.23
Hector Mine, HM	0.6 6	40	194	0.7 3	4.6 7	-1.57	2.37	-1.29	2.65
Landers, LND	0.6 7	50	260	0.7 7	6.3 9	-2.25	3.37	-5.22	4.03

En la figura 6.29 **a**, **b** y **c** se muestra el comportamiento temporal de las 4 variables estadísticas para las series simuladas de NOR, HM y LND, respectivamente.

De la comparación que se muestra en la tabla 6.12 se puede observar que el valor de los tiempos críticos no es igual, sin embargo, el orden de magnitud es similar. Es decir, durante estos tiempos críticos ocurre un cambio en el valor de los parámetros estadísticos del mapa de esfuerzo, el cual se refleja en el comportamiento de las réplicas simuladas. En concreto, se observa que los tiempos críticos para  $N_{CAS}$  y  $GR_{CAS}$  se encuentran estrechamente acotados entre los tiempos críticos para el valor promedio y para la asimetría del mapa de esfuerzos.

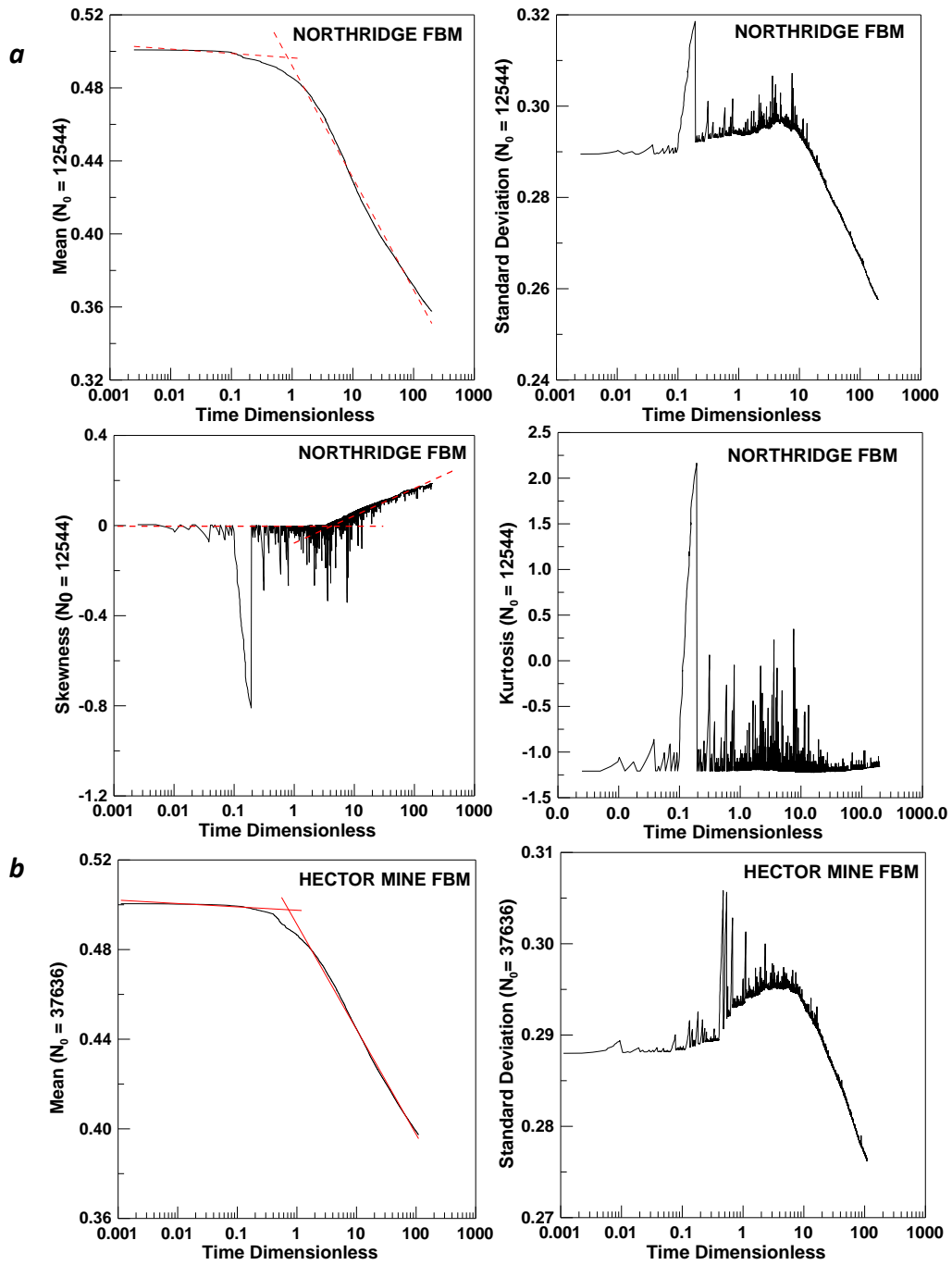


Fig. 6.29 (continua)



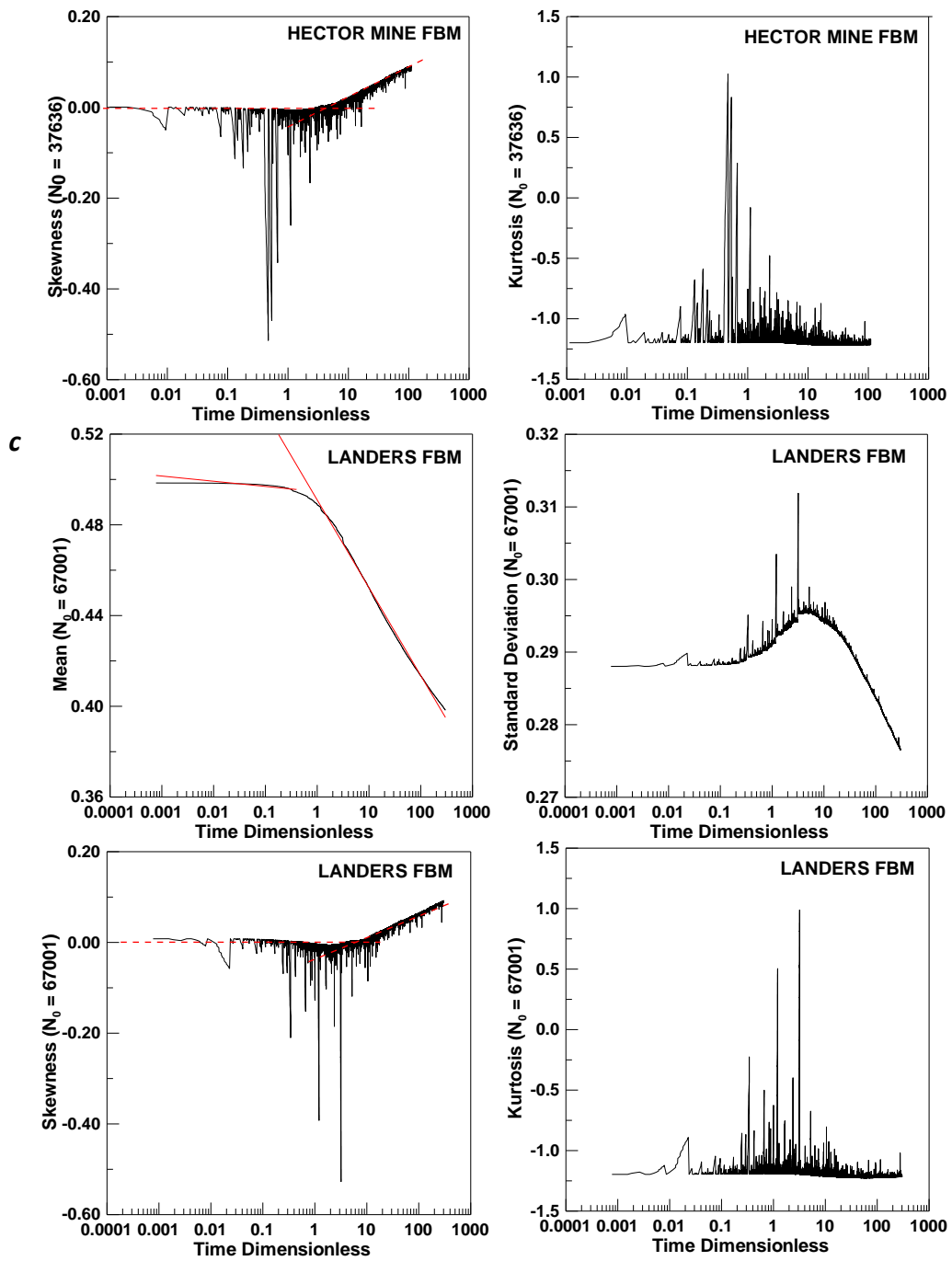


Fig. 6.29 Comportamiento temporal de las cuatro variables estadísticas del mapa de esfuerzo (Ec.6.1-6.4).

### 6.7 Relación entre los eventos Avalancha y los eventos Normal con las series simuladas de LA y CAS.

Las series de réplicas simuladas las constituyen eventos avalancha y eventos normales (capítulo 5). En esta sección se investiga la relación que existe entre estos eventos con los LA y las CAS simuladas.

Durante las Avalanchas se generan tiempos entre réplicas cortos. Esto ocasiona un cambio en la tasa de producción de algunas réplicas simuladas. Sin embargo, se observa que los eventos que pertenecen a una avalancha y los eventos Normales no se encuentran relacionados directamente con las CAS y LA, respectivamente. Esto se debe a que el algoritmo de separación entre LA y CAS se basa únicamente en el tiempo entre réplicas como condición discriminante (capítulo 3) y no se puede tener en cuenta la distribución espacial detallada de esfuerzos tectónicos. En la tabla 6.13 se muestra el porcentaje de LA y de elementos de CAS que se asignan tanto a los eventos avalancha como a los eventos normales, y viceversa.

Tabla 6.13 Número de eventos Normales y eventos Avalancha que se asignan a los Leading Aftershocks, LA, y a los elementos de Cascades, CAS.

Sim. Series	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	<u>Eventos Normales</u>	<u>Eventos Avalanchas</u>
Northridge, NOR	0.67	30	112	<b>3233</b> { 3.58% LA 94.41% elem Cas	<b>2051</b> { 2.24% LA 97.76% elem Cas
Hector Mine, HM	0.66	40	194	<b>5862</b> { 3.00% LA 96.99% elem Cas	<b>5040</b> { 1.31% LA 98.69% elem Cas
Landers, LND	0.67	50	260	<b>10250</b> { 2.51% LA 97.48% elem Cas	<b>9348</b> { 0.93% LA 99.07% elem Cas
Sim. Series	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	<u>Leading Aftershocks, LA.</u>	<u>Elem. de Cascades, CAS.</u>
Northridge, NOR	0.67	30	112	<b>162</b> { 114 even. Norm. 46 even. Aval.	<b>5124</b> { 3119 even. Norm. 2005 even. Aval.
Hector Mine, HM	0.66	40	194	<b>240</b> { 176 even. Norm. 64 even. Aval.	<b>10662</b> { 5686 even. Norm. 4974 even. Aval.
Landers, LND	0.67	50	260	<b>345</b> { 258 even. Norm. 87 even. Aval.	<b>19253</b> { 9947 even. Norm. 9261 even. Aval.

Como se observa en la tabla 6.13, el número de eventos Normales que integran los LA es aproximadamente un 70%, y el resto son eventos Avalancha ( $\approx 30\%$ ). El número de réplicas que pertenecen a las CAS (5124 a la serie sintética de NOR, 10662 a HM y 19253 a LND), es mucho mayor que las que forman los LA (162 NOR, 240 HM, 345

LND). Por lo tanto, como muestra esta tabla los elementos que pertenecen a las CAS están formadas por aproximadamente un 60% de eventos Normales y un 40% de eventos Avalancha. Es decir, los elementos de CAS son una mezcla de eventos Normales y eventos Avalancha, mientras que los LA están constituidos principalmente por eventos Normales.

### 6.7.1 Evolución temporal de los Eventos Normales y Avalancha

La evolución temporal del número acumulado de eventos avalancha y eventos normales se observa en la figura 6.30. Durante los primeros instantes de la simulación el número acumulado de eventos avalancha aumenta más rápido que los eventos Normales. Esto se debe a que al inicio del proceso las concentraciones locales de esfuerzo tectónico son mayores y es posible generar más Avalanchas. Conforme evoluciona el sistema, el valor promedio del esfuerzo tectónico disminuye (Fig. 6.29). Esto ocasiona que la generación de las Avalanchas sea menos frecuente, hasta el instante en el que el sistema ya no es capaz de acumular esfuerzos locales capaces de generarlas.

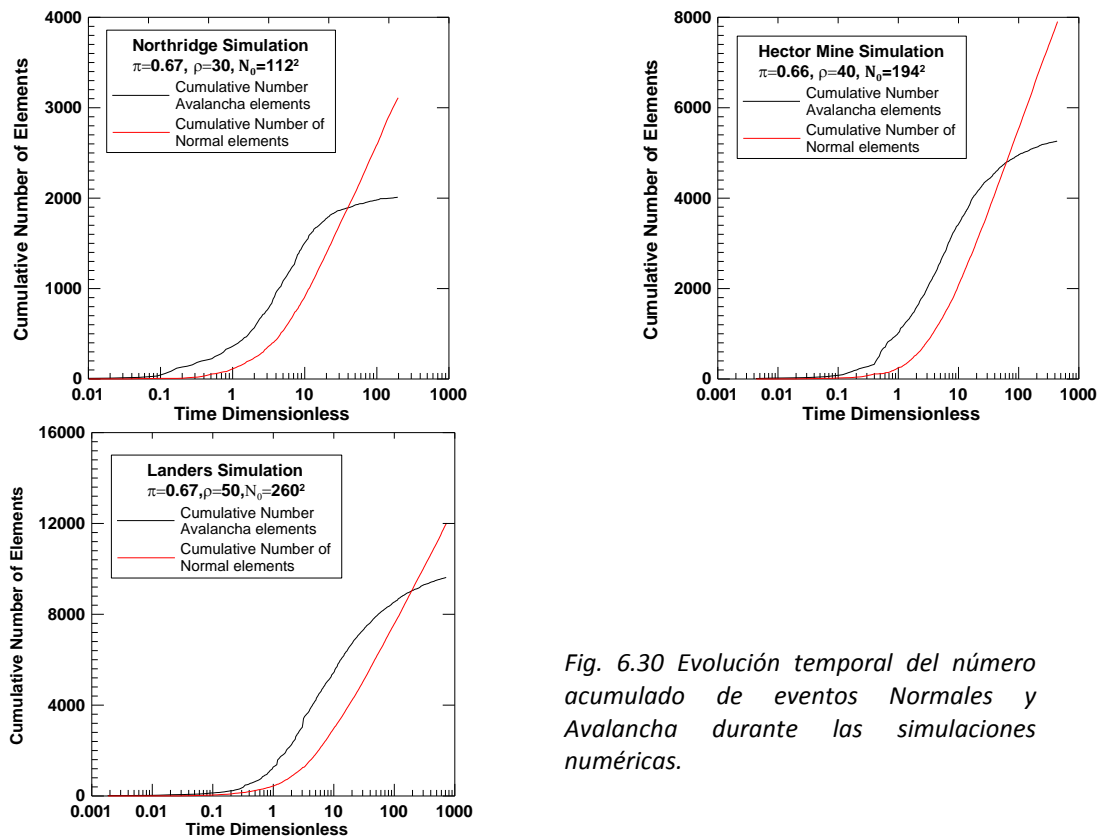


Fig. 6.30 Evolución temporal del número acumulado de eventos Normales y Avalancha durante las simulaciones numéricas.

### 6.7.2 Tasa de producción de las Avalanchas

Con el propósito de investigar más a detalle el comportamiento temporal de cada Avalancha, se analiza su tasa de generación. Se observa que la tasa o velocidad de producción de las avalanchas es aproximadamente constante. Este comportamiento es similar al que presentan las CAS tanto empíricas (Capítulo 4) como simuladas. En la figura 6.31 se ilustra, a modo de ejemplo, la tasa de producción de algunas avalanchas de la serie simulada de Landers.

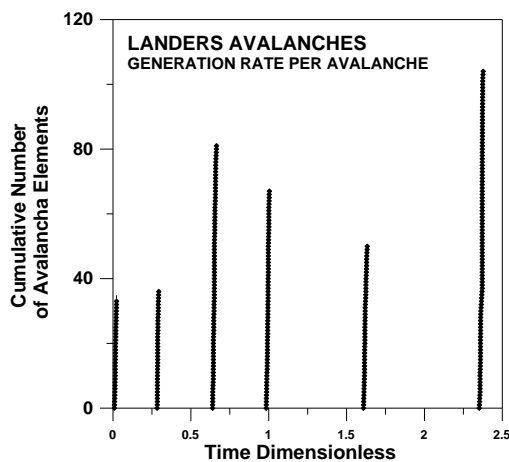


Fig. 6.31 Ejemplo de la tasa de generación algunas avalanchas de la serie simulada de Landers.

La evolución temporal de la tasa de generación de las avalanchas se muestra en la figura 6.32. La velocidad de producción de cada avalancha en función del tiempo en el que se generan,  $GR_{AVAL}(t)$ , se puede ajustar mediante dos leyes potenciales. Este comportamiento es igual al que presentan las CAS simuladas y empíricas. El tiempo crítico,  $t_{GRaval}$ , para el cual se tiene el cambio de tendencia de la serie  $GR_{AVAL}(t)$  y las dos pendientes de las leyes potenciales,  $\beta_{1AV}$  y  $\beta_{2AV}$ , se encuentran en la tabla 6.14.

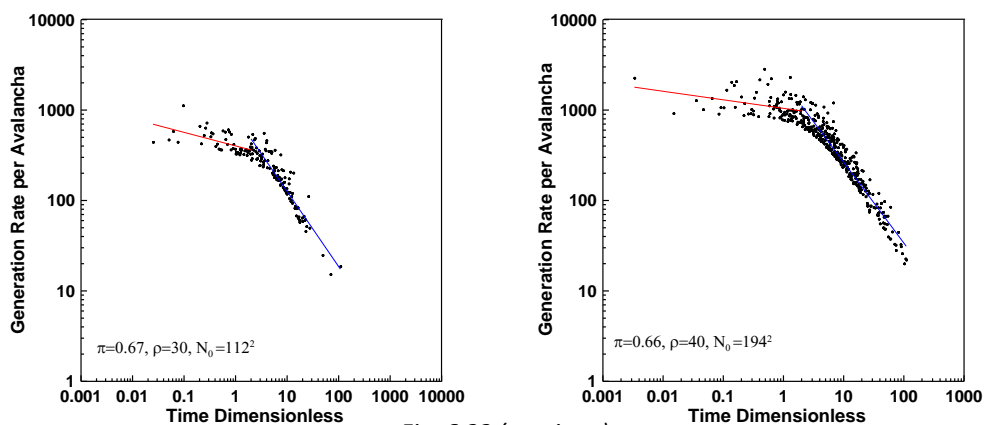


Fig. 6.32 (continua)

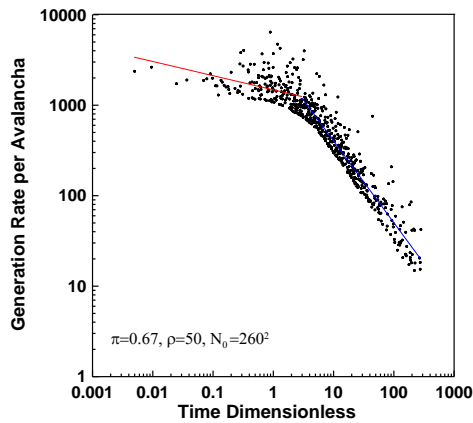


Fig. 6.32 Tasa de generación de cada avalancha en función del tiempo en el que se produce,  $GR_{AVAL}(t)$ .

Tabla 6.14 Valor de los dos exponentes,  $\beta_{1AV}$  y  $\beta_{2AV}$ , que presentan los ajustes potenciales que se aplican a la serie  $GR_{AVAL}(t)$ . Y valor del tiempo crítico,  $t_{GRaval}$ , para las tres series simuladas.

Synthetic Series	$\pi$	$\rho$	$\sqrt{N_0}$	$\beta_{1AV}$	$\beta_{2AV}$	$t_{GRaval}$
Northridge, NOR	0.67	30	112	-0.149	-0.831	3.028
Hector Mine, HM	0.66	40	194	-0.094	-0.894	2.359
Landers, LND	0.67	50	260	-0.156	-0.904	2.840

En la figura 6.33 se muestra una comparación entre la serie simulada  $GR_{CAS}(t)$  y  $GR_{AVAL}(t)$  para los tres casos.

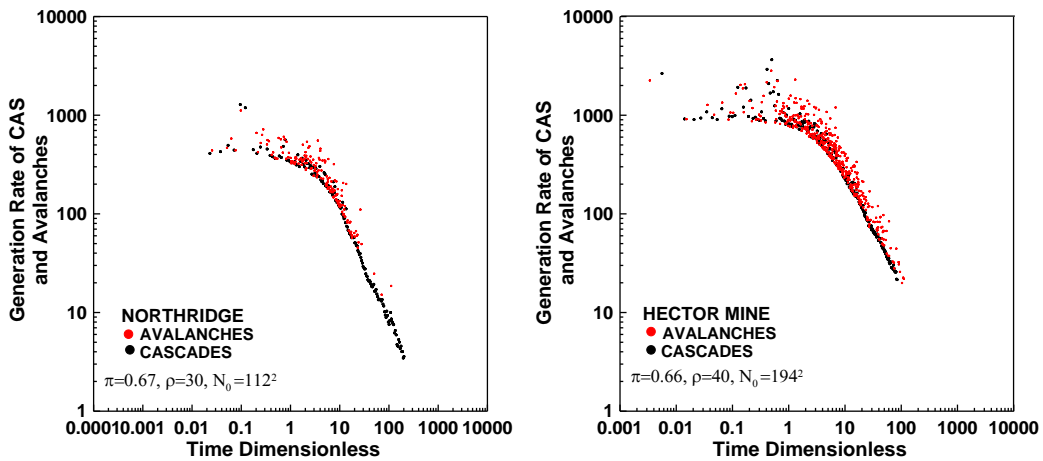


Fig. 6.33 (continua)

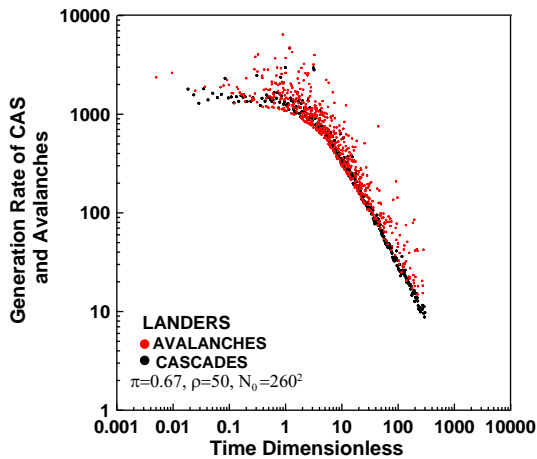


Fig. 6.33 Comparación entre el comportamiento temporal de la tasa de generación de las cascades,  $GR_{CAS}(t)$ , y de las avalanchas,  $GR_{AVAL}(t)$ .

Como se observa en la figura 6.33, la serie simulada  $GR_{CAS}(t)$ , y la  $GR_{AVAL}(t)$ , tienen un comportamiento muy parecido. Es decir, la característica general de la tasa de generación de cada avalancha (Fig. 6.31) se mantiene en las CAS, aunque estas estén constituidas de un número similar de eventos avalancha y de eventos normales (tabla 6.13). Además, el valor tanto de las pendientes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  (tablas 6.3, 6.6, 6.9), y de las  $\beta_{1AV}$  y  $\beta_{2AV}$  (tabla 6.14) como el de los tiempos críticos  $t_{cGR}$  (tablas 6.3, 6.6, 6.9) y  $t_{GR_{Aval}}$  (tabla 6.15) son similares.

Este comportamiento permite relacionar el fenómeno de las avalanchas que se generan con el modelo FBMdp y las CAS de una serie simulada (y empírica) de réplicas sísmicas.

## 6.8 Discusión y Conclusiones del modelo FBMdp

Como se expone en el capítulo 5, la corteza terrestre es un sistema en estado de SOC. El concepto de SOC en el FBM, puede ser utilizado como marco teórico para el estudio del fenómeno de las *avalanchas* en sistemas heterogéneos (MORENO *et al.*, 2001).

Una conclusión importante es que el modelo FBMdp simula las características generales del proceso de ruptura de la corteza terrestre (el cual es un material heterogéneo y fracturado), después de un sismo principal. Cuando ocurre un terremoto principal, el campo de deformación del área afectada se encuentra en un estado crítico de ruptura. Es decir, cualquier pequeña carga (esfuerzo) extra que se aplique puede provocar una sucesión de rupturas súbitas en la vecindad o en otra zona del área afectada. Como se expone en el Capítulo 5, la ruptura de un material que muestra comportamiento frágil, por ejemplo las rocas, se produce por nucleación y crecimiento de microfisuras. El tiempo en el que se producen las réplicas sísmicas en

relación al sismo principal, está relacionado con el tiempo que requieren las microfisuras para nuclear (SCHERBAKOV y TURCOTTE, 2003). La interacción que existe entre las fracturas elementales y el valor del esfuerzo tectónico umbral que es capaz de soportar una fisura antes de romperse (el cual puede depender de su tamaño), provoca que puedan ocurrir rupturas sucesivas en forma de avalanchas.

En el modelo FBMdp las avalanchas se caracterizan por producirse en un intervalo de tiempo corto y a una velocidad casi constante. Como se observa en las figuras 6.31 y 6.33, algunas características de las avalanchas permanecen en el comportamiento de las Cascades. Los tiempos críticos,  $t_{cGR}$  y  $t_{GRaval}$ , indican que el cambio de comportamiento de la tasa de generación de las avalanchas y las CAS ocurre aproximadamente al mismo tiempo. Por lo tanto, las CAS nos permiten crear una conexión con el fenómeno de las Avalanchas que se generan no solo durante el proceso de ruptura de la corteza terrestre después de un sismo principal, sino de forma más general, en el proceso de ruptura de cualquier material heterogéneo fracturado. Por lo tanto, el modelo del FBMdp es un modelo que permite simular el comportamiento temporal de las réplicas sísmicas, es decir, es capaz de reproducir el proceso de ruptura que existe después de un terremoto principal. Sin embargo, no todos los rasgos de la sismicidad se pueden estudiar con este modelo. En las dos secciones siguientes se discuten las características de la sismicidad que describe el modelo FBMdp, así como aquellas que no logra reproducir.

### 6.8.1 Características de la sismicidad que reproduce el modelo FBMdp.

1. Como se expone en el capítulo 3, la ley de MO describe el decaimiento de la producción de las réplicas sísmicas como un proceso desacelerado. Este proceso tiene su origen en el sismo principal y finaliza cuando la tasa de generación de las réplicas sísmicas alcanza aproximadamente el nivel de sismicidad de fondo de la región. Esta característica de la sismicidad se reproduce en el modelo FBMdp mediante el parámetro  $\pi$  ya que éste simula la pérdida de energía que tiene el sistema en la producción de cada réplica. Conforme evoluciona el sistema en el tiempo, se reduce el esfuerzo total. Este proceso continúa hasta que se reducen los esfuerzos tectónicos y se alcanza el nivel de producción de la sismicidad de fondo (*background seismic rate*).

2. La corrosión por esfuerzo como mecanismo del crecimiento subcrítico de fisuras, SCG, ha sido propuesto como un posible proceso que explica el tiempo de demora en la producción de las réplicas sísmicas (LEE y SORNETTE, 2000; SCHERBAKOV y TURCOTTE, 2003). Como se expone en el Capítulo 5, la tasa de peligrosidad (o de ruptura) del FBM (Ec. 5.12) tiene la misma forma que la ley de Charles (Ec. 5.8), la cual describe la velocidad de apertura de una fisura. Esta sustitución relaciona el índice de corrosión por esfuerzo,  $q$ , y el exponente de Weibull,  $\rho$ . Como exponen MAIN *et al.* (1992), el valor de  $q$  para las rocas policristalinas, que se encuentran a profundidades típicas a la que ocurre la nucleación de los sismos, se encuentra en el intervalo  $20 < q < 60$ . Estos valores elevados de  $q$  indican que el proceso de crecimiento acelerado de fisuras es extremadamente no lineal (Ec. 5.8). La relación entre  $q$  y  $\rho$ , permite considerar valores elevados del exponente  $\rho$ . Como se observa en los resultados de las simulaciones, estos valores grandes de  $\rho$  son necesarios para reproducir el proceso de ruptura que presentan las tres series de réplicas sísmicas.

Como se expone en la sección 5.4.1, si  $\rho > 1$  el valor del esfuerzo total del sistema,  $S$  (Ec. 5.20), disminuye. Sin embargo, la transferencia de esfuerzo y los valores elevados del exponente  $\rho$  provoca heterogeneidades en el esfuerzo tectónico local, lo cual permite aceleraciones temporales (avalanchas) durante el proceso de ruptura (Ec. 5.17).

3. Como se expone en la sección 5.3.2, el intervalo del tiempo de ruptura de una fractura elemental,  $\delta$  (Ec. 5.17), no ofrece una magnitud de tiempo real. Por lo que la comparación directa entre el tiempo empírico y el tiempo de las simulaciones numéricas no es factible (OLUWOLE *et al.* 2003). Sin embargo, de acuerdo con los resultados de las simulaciones numéricas (§ 6.4.1, 6.4.2, 6.4.3), la generación de las réplicas sísmicas con el modelo FBMdp tienen un comportamiento muy similar al que presenta las series empíricas. Por lo tanto, aunque el tiempo entre réplicas sísmicas  $\delta$  no es comparable al tiempo real en el que se producen las réplicas sísmicas, el proceso general de ruptura se puede describir mediante el modelo FBMdp.

### **6.8.2 Características de la sismicidad que no describe el modelo FBMdp.**

1. Una de las características más importantes que no se introducen en el modelo FBMdp, es la magnitud de las réplicas sísmicas,  $M_w$ . A diferencia de otros modelos, como el ETAS (capítulo 3) en el que la  $M_w$  juega un papel importante, en este modelo no es un parámetro necesario para describir el proceso general de ruptura que se observa en las series empíricas. En este trabajo se describe el proceso de ruptura de



las series de réplicas empíricas bajo el punto de vista del tiempo entre réplicas (capítulo 3). Adicionalmente, algunas características básicas de la sismicidad no se pueden verificar con el modelo FBMdp, como la ley de Bath o la ley de Gutenberg-Richter. Sin embargo, con este modelo se puede describir y entender los efectos físicos del proceso de ruptura presente en los materiales heterogéneos, como la corteza terrestre (OLUWOLE *et al.*, 2003).

AKI (1984) expone que según el tamaño que tiene una fractura se le puede asignar un sismo característico con una magnitud  $M_w$  particular. Esta asignación tiene que ver con la cantidad de esfuerzo tectónico que puede soportar esta fractura antes de romperse, es decir, entre más grande sea una fractura más esfuerzo podrá soportar antes de producir ruptura. En el modelo del FBMdp se considera que el valor del esfuerzo umbral que tienen las fracturas elementales es igual,  $\sigma_{th}=1$ . Esta condición se puede entender como una manera de normalizar la cantidad de esfuerzo tectónico que puede soportar una fractura elemental antes de fallar. Es decir, independientemente del tamaño que tiene una fractura, cuando ésta supera su valor de esfuerzo tectónico umbral se rompe. Si este esfuerzo umbral lo referimos al tamaño, entonces en cualquier caso el valor de 1 considera el valor máximo que puede resistir.

2. En el modelo FBMdp, la ruptura de las fracturas elementales ocurre de forma secuencial. Es decir, en cada paso de la simulación se produce la ruptura de una sola fractura elemental. En las series de réplicas sísmicas empíricas es factible tener simultaneidad en la ruptura de estas.

3. La estructura espacial de las réplicas sísmicas no se simula en el modelo FBMdp. Este modelo aplica una red bidimensional para generar las réplicas, el cual no es comparable con el espacio bidimensional real. Por ejemplo, en el modelo FBMdp, las avalanchas ocurren de forma agrupada en el espacio. Esto se debe a que el esquema de transferencia de carga que se utiliza es el *local load sharing*, LLS. Este esquema de transferencia de carga es una simplificación de la interacción real que existe en las fisuras de la zona afectada por el sismo principal. Un ejemplo de la compleja distribución espacial se muestra en el capítulo 4. Los resultados de los posibles clusters espaciales que tienen las CAS, indican que por lo general se encuentran repartidas por toda la zona de estudio. Sin embargo, es posible distinguir ciertas agrupaciones de réplicas dentro de una CAS. Una pregunta aún abierta es: *¿estas agrupaciones espaciales dentro de la CAS se puede relacionar con las Avalanchas del modelo FBMdp?*



Análisis fractal de las series de  
distancia y tiempo de espera entre  
réplicas consecutivas



## 7 Análisis fractal de las series de distancia y tiempo de espera entre réplicas consecutivas

### 7.1 Introducción

El comportamiento fractal de las series de réplicas sísmicas de Landers, Hector Mine y Northridge se puede analizar mediante dos series temporales, la de la distancia,  $\Delta$ , y la del tiempo,  $\tau$ , entre réplicas consecutivas (LANA *et al.*, 2005). Para el análisis y la caracterización de estas series se aplican diversas técnicas fractales tales como:

- El análisis de rango reescalado, R/S (capítulo 4), que determina la persistencia, antipersistencia o aleatoriedad que existe en una serie a través del exponente de Hurst, H.
- El comportamiento de las series de  $\Delta$  y  $\tau$  como fractales auto-afines (capítulo 4).
- La Lacunaridad.
- El teorema de Reconstrucción, que se utiliza para caracterizar la predictibilidad del sistema y su posible comportamiento caótico.
- La inestabilidad predictiva mediante el cálculo de los exponentes de Lyapunov y la dimensión de Kaplan-Yorke.

El análisis fractal de las series de  $\Delta$  y  $\tau$  se repite para distintos valores umbrales de la magnitud ( $M_w > 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$ ), siempre que ello sea posible, ya que algunas técnicas fractales requieren un elevado número de elementos para realizar un cálculo preciso.

## 7.2 Marco teórico y técnicas fractales

A continuación se exponen las diferentes técnicas fractales que hasta ahora no se habían descrito en otros capítulos, y que se utilizan para estudiar el comportamiento de las series de  $\Delta$  y  $\tau$ .

### 7.2.1 Lacunaridad

MANDELBROT (1982) introduce el concepto de Lacunaridad como una forma de cuantificar la distribución de los espacios (*gaps*) dentro de una serie de datos. La lacunaridad permite caracterizar la irregularidad temporal de los sistemas dinámicos. Además, es una medida de la falta de capacidad de un fractal para ser invariante a la translación, y también juega un papel relevante en el estudio de los fenómenos críticos (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

Muchos conjuntos fractales que se caracterizan por tener una misma dimensión fractal se pueden distinguir por su lacunaridad, dependiendo de la concentración espacial de los espacios que hay entre sus elementos. Una lacunaridad grande implica espacios amplios y agrupamiento de puntos. Mientras que una lacunaridad pequeña se refiere a una distribución más uniforme de los espacios (TURCOTTE, 1997). En la figura 7.1a se observa el ejemplo de una distribución casi uniforme de muestras (la lacunaridad es casi cero), y en la figura 7.1b se representa una distribución de muestras muy agrupadas, lo cual implica una lacunaridad grande.



Fig. 7.1 Dos ejemplos de una distribución de 27 segmentos en los que se conservan 8 muestras. Los segmentos blancos representan los espacios (*gaps*). La figura **a**) Implica una lacunaridad casi cero, y **b**) una gran lacunaridad (TURCOTTE, 1997).

En este análisis la lacunaridad,  $L(r)$ , de la serie de  $\Delta$  y  $\tau$  será una medida de la distribución de los segmentos que igualen o superen un valor umbral asignado, y los espacios o *gaps* serán los elementos menores a este valor umbral (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

Sea  $r_t$  el número total de segmentos individuales en una serie. Se considera una ventana móvil de longitud  $r$ , la cual recorre toda la serie en incrementos de una unidad. El número total de pasos,  $N(r)$ , es

$$N(r) = r_t - r + 1 \quad (7.1)$$

El número de segmentos individuales que sobrepasan la condición del valor umbral dentro de cada ventana de tamaño  $r$  se denomina  $s$ . Se designa por  $n(s, r)$  el número de veces que se encuentran  $s$  segmentos dentro de una ventana de longitud  $r$  que contiene. La figura 7.2 ilustra un ejemplo de la definición de  $n(s, r)$ . En este ejemplo  $r = 9$ , y solo se muestra una parte del recuento de los  $s$  segmentos. Como se observa en esta figura, la ventana móvil de longitud  $r$  se desplaza de unidad en unidad, y  $s$  se refiere al número de segmentos individuales que igualan o sobrepasan el valor umbral en cada ventana  $r$ . Por lo tanto, en este ejemplo cuando se completa el recorrido por toda la serie,  $n(s, r)$  toma los valores:  $n(0,9) = 1$ ,  $n(1,9) = 4$ ,  $n(2,9) = 8$ ,  $n(3,9) = 4$  y  $n(4,9) = 2$ .

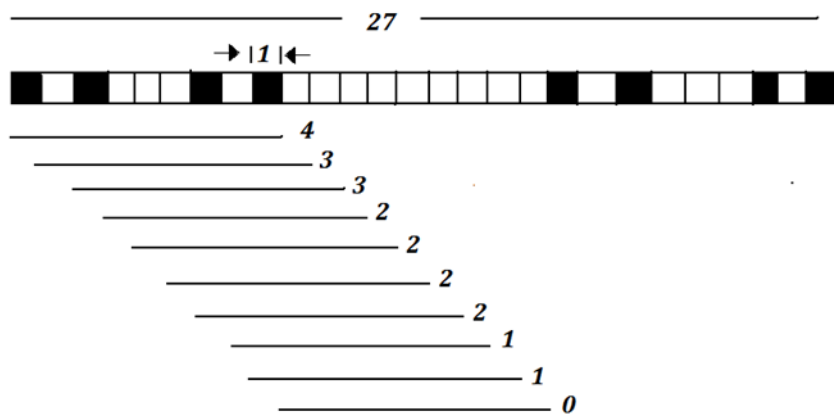


Fig. 7.2 Ejemplo del proceso de recuento de las  $s$  muestras que igualan o sobrepasan el valor umbral asignado.

Las probabilidades  $p(s, r)$  se expresan como (TURCOTTE, 1997)

$$p(s, r) = \frac{n(s, r)}{N(r)} \quad (7.2)$$

A continuación se calculan los momentos de primer orden,  $M_1(r)$ , y de segundo orden,  $M_2(r)$ , de  $s$  mediante las ecuaciones:

$$M_1(r) = \sum_{s=1}^r s \cdot p(s, r) \quad (7.3)$$

$$M_2(r) = \sum_{s=1}^r s^2 \cdot p(s, r) \quad (7.4)$$

Finalmente la lacunaridad de cada segmento de tamaño  $r$  se obtiene mediante el cociente entre ambos momentos (TURCOTTE, 1997)

$$L(r) = \frac{M_2(r)}{[M_1(r)]^2} \quad (7.5)$$

## 7.2.2 Espacio de fase y atractores

Antes de seguir con la presentación de las técnicas fractales es necesario revisar algunos conceptos básicos como el espacio de fase y los atractores.

### 7.2.2.1 Espacio de fase

El espacio de fase es un espacio matemático abstracto generado por las variables dinámicas del sistema. Si existen  $n$  variables dinámicas, el estado del sistema dinámico en un instante dado se puede representar por un punto en un espacio Euclideo  $R^n$ . Debido a que las variables dinámicas cambian sus valores con el tiempo, los puntos que se van generando en el espacio  $R^n$  trazan una trayectoria en el espacio de fase. (HENRY *et al.*, 2001).

Una serie temporal discreta  $\{x_j\}$  se puede representar en un espacio de fase utilizando el concepto de 'dimensión de inserción' (*embedding dimension*),  $m$ , (BALACCO y MARADONA, 2000). Por ejemplo, si  $m=2$ , se genera el siguiente espacio de fase,  $\gamma(2)$ , formado por un conjunto de  $N-1$  puntos

$$\gamma(2) = \left( \begin{matrix} x_0 \\ x_1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right), \dots, \left( \begin{matrix} x_{N-1} \\ x_N \end{matrix} \right) \quad (7.6)$$

Si por ejemplo, se dan los siguientes valores numéricos a la serie temporal,  $\{x_j\} = \{1,4,8,2,7,6,2,3,5\}$ , el espacio de fase para  $m=2$  se ilustra en la figura 7.3b.



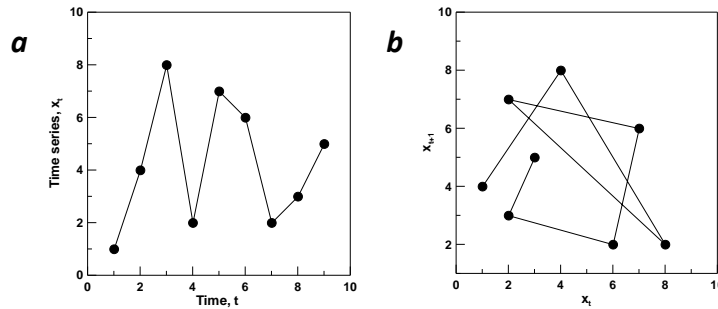


Fig.7.3 **a)** Evolución de una serie de tiempo  $\{x_t\}$ . **b)** Espacio de fase en una dimensión de inserción  $m=2$ .

### 7.2.2.2 Atractores

De forma general, un atractor es una región o conjunto cerrado en el espacio de fase al cual convergen las trayectorias de un sistema, entendiéndose por trayectoria la evolución temporal del sistema a partir de una condición inicial específica (GALLEGO, 2010). Es posible afirmar que un punto  $x_0$  atrae la trayectoria  $x(t)$  si:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_0 \quad (7.7)$$

Para que el conjunto sea un atractor, las trayectorias que le sean suficientemente cercanas han de permanecer próximas a él, incluso si dichas trayectorias sufren ligeras perturbaciones. Geométricamente, un atractor puede ser un punto, una curva o incluso un conjunto de estructura fractal conocido como atractor extraño (*strange attractor*). Por atractor extraño se entiende una región del espacio de fase donde la evolución del sistema dinámico está confinada en una región acotada. Sin embargo, las trayectorias cercanas al atractor se alejan exponencialmente de él, con la limitación de que la distancia máxima que pueden separarse está acotada por el tamaño del atractor (STROGATZ, 2000). A diferencia de los atractores clásicos, los atractores extraños tienen estructura a todas las escalas. Por lo tanto, un atractor es extraño si tiene dimensión fractal o si la dinámica en el atractor es caótica, es decir, es sensible a las condiciones iniciales (RUELLE y TAKENS, 1971). También se considera que un atractor extraño describe los atractores fractales de los sistemas dinámicos no lineales determinísticos (GRASSBERGER y PROCACCIA, 1983a, b).

La descripción de los atractores de sistemas dinámicos caóticos ha sido uno de los grandes logros de la teoría del caos (RUELLE y TAKENS, 1971; STROGATZ, 2000):

La teoría del caos trata de ciertos tipos de sistemas dinámicos muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales. Pequeñas variaciones en dichas condiciones iniciales pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro, lo cual complica la predicción a largo plazo. Esto sucede aunque estos sistemas sean en rigor determinísticos, es decir, su comportamiento pueda ser completamente determinado conociendo sus condiciones iniciales (EDWARD, 2002).

Los sistemas dinámicos se pueden clasificar como estables, inestables y caóticos. Un sistema estable evoluciona con el tiempo hacia un punto o una órbita en el espacio de fases. Es decir, todas las trayectorias terminan en un estado estacionario o atractor. Un sistema inestable se aleja de los atractores. Y un sistema caótico manifiesta los dos comportamientos, es decir, el sistema permanece confinado a una zona de su espacio de estados, pero sin tender a un atractor fijo (EDWARD, 2002).

### 7.2.3 Teorema de Reconstrucción

Una de las descripciones más completas de un sistema dinámico complejo se realiza mediante el teorema de reconstrucción (TAKENS, 1981; GRASSBERGER y PROCACCIA, 1983a, b). Este teorema permite evaluar el número mínimo de ecuaciones no-lineales necesarias para describir el mecanismo dinámico del sistema (en este caso de la sismicidad), su pérdida de memoria, su carácter caótico y la inestabilidad de un posible algoritmo predictivo (LANA *et al.*, 2005, 2010). Este análisis implica el cálculo de la dimensión de correlación,  $\mu$ , la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , y los exponentes de Lyapunov,  $\lambda$ , los cuales se detallan a continuación.

El espacio del sistema dinámico de las series de  $\Delta$  y  $\tau$  se reconstruye generando un conjunto de vectores  $m$ -dimensionales,  $\{z_j\}$ , que se constituyen por los elementos  $x_j$  de la serie (LANA *et al.*, 2010),

$$z_j = \{x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m-1}\}, \quad j = 1, \dots, n - m + 1 \quad (7.8)$$

donde  $m$  es la dimensión del espacio de reconstrucción y  $n$  el número total de elementos.

La función de correlación,  $C(r)$ , para un conjunto de vectores  $\{z_j\}$  se escribe de la forma

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H\{r - |z_i - z_j|\} \quad (7.9)$$

donde  $r$  es la distancia Euclidea en el espacio  $m$ -dimensional,  $N$  el número de vectores generados de acuerdo con la ecuación (7.8) y  $H\{\cdot\}$  es la función unitaria de Heaviside,

$$H\{x\} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (7.10)$$

DIKS (1999) expone que la función  $C(r)$  obedece la relación,

$$C(r) = A_m r^{\mu(m)} e^{-m\kappa} \quad (7.11)$$

donde  $\mu(m)$  es la dimensión de correlación,  $A_m$  es la amplitud de correlación y  $\kappa$  la entropía de Kolmogorov.

GRASSBERGER y PROCACCIA (1983a, b) introducen la dimensión de correlación,  $\mu(m)$ , como una medida alternativa del cálculo de la dimensión fractal. En particular, se utiliza para estimar la dimensión que caracteriza un fenómeno caótico. Es decir, en la reconstrucción de un fenómeno, es necesario saber la dimensión en la que se inscribe, tanto para hacer su representación en el diagrama de fases, como para estimar un modelo del fenómeno (ESPINOSA, 2002).

Para valores de  $m \geq d_E$ , donde  $d_E$  es conocida como dimensión de inserción (embedding dimensión), se obtiene que la dimensión de correlación  $\mu(m)$  tiende a un valor  $\mu^* = \mu(d_E)$ . Este valor  $\mu^*$  representa el número mínimo de ecuaciones no-lineales necesarias para describir el sistema físico que gobierna a la serie dinámica (BOON *et al.*, 2008; LANA *et al.*, 2010), en este caso las series  $\Delta$  y  $\tau$  (BALACCO y MARADONA, 2000).

Uno de los parámetros más importantes en el análisis de los sistemas dinámicos desde la perspectiva de la teoría del caos es la entropía de Kolmogorov  $\kappa$ , que mide la pérdida de información (o pérdida de memoria) a lo largo de la evolución del sistema (FERNÁNDEZ, 2005). Las propiedades del sistema condicionan el valor de la entropía de Kolmogorov de la siguiente forma (PONS, 2000):

- Si el sistema es regular,  $\kappa=0$ , y no se pierde información.
- Si es aleatorio,  $\kappa$  tiende a  $\infty$ .
- Si es caótico,  $0 < \kappa < \infty$ .

Por lo tanto, los parámetros  $\mu(m)$  y  $\kappa$  reflejan la complejidad y la predictibilidad de las series dinámicas. De hecho,  $\kappa$  puede ayudarnos a seleccionar el número consecutivo de elementos en  $\Delta$  y  $\tau$  que se deberían considerar para realizar una predicción en base a un proceso autorregresivo (LANA *et al.*, 2010).

Si se aplican logaritmos a la ecuación 7.11, esta se puede escribir de la forma

$$\log\{C(r)\} = \mu(m) \log(r) - m\kappa + \log\{A_m\} \quad (7.12)$$

por lo que la pendiente de un ajuste potencial en escala log-log de la ecuación 7.12 es la dimensión de correlación,  $\mu(m)$ , en un espacio  $m$ -dimensional. Las curvas de correlación se comportan de tres formas diferentes dependiendo del intervalo de  $r$ . En el primer intervalo de  $r$  se tiene un comportamiento esencialmente constante, el cual se atribuye a la lacunaridad y presenta una pendiente mucho menor que la del siguiente intervalo de  $r$ . En el segundo intervalo de  $r$  se tiene una evolución lineal casi perfecta de  $\log\{C(r)\}$  vs  $\log\{r\}$ , la cual permite calcular de forma correcta el ajuste potencial, cuya pendiente es  $\mu(m)$ . En el último intervalo de  $r$ , la función de correlación tiende rápidamente a la saturación en el valor de 1.0, con una pendiente de nuevo mucho menor que  $\mu(m)$ . Si estas curvas se calculan para una dimensión  $m$  suficientemente grande, es posible encontrar un valor estacionario de la dimensión de correlación,  $\mu^*$ . Para verificar que  $\mu^*$  se calcula de forma correcta se han de cumplir dos condiciones:

1.  $d_E > 2\mu^* + 1$  (MARTÍNEZ *et al.*, 2010)
2.  $\mu^* < 2 \log_e(n)$  (RUELLE, 1990)

donde  $n$  es el número de elementos de la serie.

Otro aspecto importante concierne al cálculo de la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ . De la ecuación (7.12), se puede extraer el término independiente,  $\alpha(m)$ , tal que

$$\alpha(m) = \log\{A_m\} - m\kappa \quad (7.13)$$

Cabe remarcar que para que la estimación de  $\kappa$  sea adecuada, es necesario que el valor de  $m$  sea suficientemente grande, de manera que  $\log\left\{\frac{A_{m+1}}{A_m}\right\} \rightarrow 0$ , (LANA *et al.*, 2010).

#### 7.2.4 Inestabilidad predictiva

La característica fundamental del caos es la falta de predictibilidad de los estados futuros, a pesar de que la evolución del sistema sea determinística. La impredictibilidad es una consecuencia de la inestabilidad inherente de las soluciones, que se manifiesta por lo que se conoce como sensibilidad a las condiciones iniciales. Cualquier desviación pequeña entre las condiciones iniciales de dos trayectorias se amplifica a medida que transcurre el tiempo, y cualquier detalle imperceptible en el inicio de la dinámica es importante para determinar en forma precisa la trayectoria que seguirá en el espacio de fase. Existen dos aspectos asociados a la impredictibilidad. Uno es la pérdida de información que se cuantifica por la entropía de Kolmogorov; el otro aspecto es de naturaleza geométrica, y consiste en que las trayectorias inicialmente cercanas se separan exponencialmente (FERNÁNDEZ, 2005).

Los exponentes de Lyapunov son los parámetros más destacables que se utilizan en la dinámica no lineal para distinguir el comportamiento caótico del no caótico (PARLITZ, 1992). Una de las utilidades de los exponentes de Lyapunov es la capacidad de cuantificar la celeridad con que dos trayectorias que parten de una condición inicial muy cercana se acercan o alejan conforme evolucionan en el tiempo. Es decir, miden el grado de sensibilidad del sistema a las variaciones en las condiciones iniciales (DÍAZ, 2000). Para un sistema dinámico se pueden definir tantos exponentes de Lyapunov como la dimensión del espacio de fase (FERNÁNDEZ, 2005).

El signo de los exponentes de Lyapunov de un sistema proporciona una información cualitativa sobre la dinámica del mismo. Cuando el exponente de Lyapunov más grande,  $\lambda_{\max}$ , es negativo (por tanto, todos los exponentes son negativos) la trayectoria del sistema dinámico converge a un punto fijo en el espacio de fase, es decir, órbitas cercanas se aproximan; cuando  $\lambda_{\max}=0$  la trayectoria converge a una órbita periódica; y por último, para el caso  $\lambda_{\max}>0$ , órbitas cercanas en el espacio de fases se alejan exponencialmente, y pueden ocurrir dos cosas: si  $\sum_i \lambda_i > 0$  entonces el sistema es divergente, y en el caso que  $\sum_i \lambda_i < 0$  el sistema está acotado pero no se estabiliza ni en una órbita periódica ni en un punto fijo (GALLEGO, 2010). En resumen, cualquier sistema que contenga al menos un exponente de Lyapunov positivo se define como caótico (GRAU, 1996). En particular, el exponente de Lyapunov más grande,  $\lambda_{\max}$ , es el principal responsable de la inestabilidad predictiva (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

La inestabilidad predictiva se asocia con el teorema de reconstrucción y los vectores reconstruidos,  $z_i$ , ya que de forma conceptual se define como el efecto que tiene una variación en el estado inicial,  $z_0$ , sobre la incertidumbre del estado  $z_i$ , después de  $i$  pasos del sistema dinámico. Por ejemplo, sean  $z_{0,1}$  y  $z_{0,2}$  dos puntos en el espacio de fase con distancia  $\|z_{0,1} - z_{0,2}\| = \delta z_0 \ll 1$  y  $\delta z_i$  la distancia entre dos puntos de las trayectorias después de  $i$  pasos, tal que,

$$\delta z_i = \|z_{0,1+i} - z_{0,2+i}\| \quad (7.14)$$

Por lo tanto,  $\lambda_{max}$  se define por la expresión (FERNÁNDEZ, 2005),

$$\delta z_i \cong \delta z_0 e^{\lambda_{max} i}, \quad \delta z_i \ll 1, \quad i \gg 1 \quad (7.15)$$

la cual es equivalente a la siguiente ecuación

$$\lambda_{max} = \lim_{i \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{i} \ln \left\| \frac{\delta z_i}{\delta z_0} \right\| \right\} \quad (7.16)$$

donde  $\delta z_0$  es un cambio infinitesimal en el punto de partida en el espacio reconstruido del sistema dinámico,  $\delta z_i$  el cambio en el vector reconstruido debido a la inestabilidad, después del  $i$ -ésimo paso en el espacio reconstruido, y  $\|\bullet\|$  el determinante de la matriz Jacobiana (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

Además de  $\lambda_{max}$ , también es útil determinar los  $m$  exponentes de Lyapunov  $\{\lambda_{max} = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$ , ya que mediante éstos se tiene una descripción más completa del sistema. En base a resultados numéricos, KAPLAN y YORKE (1979) concluyen que es posible predecir la dimensión de un atractor extraño mediante los exponentes de Lyapunov. A esta dimensión se le conoce como la dimensión de Kaplan-Yorke,  $D_{KY}$ , y cuantifica la dimensión fractal de los atractores extraños. Si la suma de todos los exponentes de Lyapunov es negativa, la  $D_{KY}$  se puede escribir como

$$D_{KY} = l_0 + \frac{1}{|\lambda_{l_0+1}|} \sum_{j=1}^{l_0} \lambda_j \quad (7.17)$$

donde  $l_0$  es el entero mayor para el cuál  $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{l_0} > 0$ .

### 7.2.4.1 Algoritmo de cálculo de los exponentes de Lyapunov

En los sistemas dinámicos los exponentes de Lyapunov son unos parámetros que permiten investigar la forma en que evolucionan las trayectorias de un sistema en el espacio de fases, partiendo de determinadas condiciones iniciales. Por medio de estos parámetros se puede determinar si el sistema convergerá a un atractor simple o a un atractor extraño.

En general, los sistemas dinámicos deterministas poseen igual número de exponentes de Lyapunov como grados de libertad, y como se ha expuesto, su comportamiento viene condicionado principalmente por el mayor de estos exponentes,  $\lambda_{\max}$ .

El algoritmo para la estimación de los exponentes de Lyapunov positivos fue propuesto inicialmente por WOLF *et al.* (1985). ECKMANN *et al.* (1986), y STOOP y MEIER (1988) desarrollaron un algoritmo computacional más sofisticado que permite obtener todos los exponentes de Lyapunov (positivos y negativos),  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, d_E$ ) así como una estimación alternativa de la posible dimensión de inserción (*embedding dimension*),  $d_E$ , (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

Por lo tanto, se utiliza la ecuación 7.8 para generar un conjunto de vectores  $z_j$ . Se define una función  $f(\bullet)$  que permite relacionar los diferentes vectores reconstruidos mediante

$$z_k = f(z_{k-1}) = \dots = f^k(z_0) \quad (7.18)$$

donde  $z_0$  es el punto inicial del espacio reconstruido, es decir, el primer vector que se reconstruye mediante la ecuación 7.8. El objetivo principal es cuantificar la inestabilidad del sistema dinámico cuando se aplican pequeñas perturbaciones al punto inicial. Por lo tanto se puede desarrollar la función  $f^k$  como una serie de Taylor alrededor de  $z_0$ , tal que

$$\|f^k(z_0) - f^k(z_0 + v_0 \varepsilon)\| = \left\{ \prod_{i=0}^{k-1} DF(z_i) \right\} v_0 \varepsilon + O(\varepsilon^2) \quad (7.19)$$

donde  $v_0$  es un vector arbitrario,  $\varepsilon$  tiene un valor menor que 1.0 y  $DF(z_i)$  representa la matriz de derivadas parciales de la función  $f$ . Por lo tanto,  $v_0 \varepsilon$  representa una pequeña perturbación en el punto inicial. Sin embargo, como el algoritmo que se

propone para el cálculo de todos los exponentes de Lyapunov se basa en analizar la matriz de derivadas parciales  $DF$ , el valor específico del término  $v_0\varepsilon$  es irrelevante. La matriz  $DF$  se puede expresar como el producto de dos matrices.

$$DF(z_i) = A(z_i)B^{-1}(z_i) \quad (7.20)$$

Los elementos de las matrices A y B se definen como

$$A(z_i)_{\alpha,\beta} = \sum_{m=1}^M \Pi_{m\alpha}^{i+1} \Lambda_{m\beta}^i \quad (7.21)$$

$$B(z_i)_{\alpha,\beta} = \sum_{m=1}^M \Lambda_{m\alpha}^i \Lambda_{m\beta}^i \quad (7.22)$$

donde los índices  $\alpha$  y  $\beta$  se recorren desde 1 hasta  $d_E$  y

$$\begin{aligned} \Pi^{i+1} &= f(y_i) - f(z_i) \\ \Lambda^i &= y_i - z_i \end{aligned} \quad (7.23)$$

donde M es el número de muestras de los vectores reconstruidos,  $y_i$ , alrededor de  $z_i$  y de las muestras de  $f(y_i)$  alrededor de  $f(z_i)$ . De acuerdo con STOOP y MEIER (1988) el número óptimo de muestras M es el mínimo entre  $\{2d_E, d_E+4\}$ . Después del cálculo de la matriz de derivadas parciales, se requiere de una base de vectores ortonormales  $\{V_1^0, \dots, V_{d_E}^0\}$  para comenzar el proceso iterativo de cálculo basado en las siguientes ecuaciones

$$W_n^j = DF(Z_{j-1})V_n^{j-1}; \quad n = 1, \dots, d_E \quad (7.24)$$

$$d_1^j = \|W_1^j\|, \quad d_m^j = \|\omega_m^j\|; \quad m = 2, \dots, d_E \quad (7.25)$$

$$\omega_m^j = W_m^j - \sum_{i=1}^{m-1} (V_i^j, W_m^j) V_i^j \quad (7.26)$$

$$V_n^j = \frac{\omega_n^j}{d_m^j} \quad (7.27)$$



Después de un número suficientemente elevado de iteraciones de las ecuaciones 7.24 a 7.27, se obtiene un conjunto  $\{d_1^j, d_2^j, \dots, d_{d_E}^j\}$  para  $j=1, \dots, k$ , y finalmente, el  $n$ -ésimo exponente de Lyapunov se calcula como

$$\lambda_n = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \log(d_n^j) \quad (7.28)$$

Una buena determinación de los exponentes de Lyapunov (Ec. 7.28) necesita que estos tiendan asintóticamente a un valor, al aumentar el valor de  $k$  y la dimensión de reconstrucción. El valor de la dimensión de reconstrucción para la cual se obtiene este comportamiento asintótico se asume como la dimensión de inserción,  $d_E$ . Por tanto, el valor del exponente de Lyapunov se determina cuando se alcanza un valor estacionario después de muchas iteraciones de las ecuaciones 7.24 a 7.27, para una dimensión de reconstrucción suficientemente grande (MARTÍNEZ *et al.*, 2007).

### 7.3 Resultados

En esta sección se muestran los resultados del análisis de las diversas técnicas fractales que se aplican a las series de distancia,  $\Delta$ , y de tiempo,  $\tau$ , entre réplicas sísmicas consecutivas para las secuencias de Landers (LND), Hector Mine (HM) y Northridge (NOR). Los análisis fractales que se aplican nos permiten caracterizar las series mediante su exponente de Hurst,  $H$ ; el estudio del comportamiento de estas series como fractales autoafines mediante el exponente de Hausdorff,  $H_a$ , y el exponente  $\beta$  que se obtiene del espectro de potencia; la lacunaridad, el teorema de reconstrucción y la inestabilidad predictiva. Para las series de  $\Delta$ , se realiza también el análisis de la distribución estadística.

Con el objetivo de estudiar cómo se comportan estas series en función de la magnitud se repiten los mismos análisis para diferentes valores de magnitud umbral. Sin embargo, algunas técnicas de cálculo requieren un gran número de elementos para un resultado correcto, por lo que se considerarán distintas magnitudes mínimas según la técnica utilizada. En la tabla 7.1 se listan todas las series que se analizan, la magnitud mínima que se considera y el número de réplicas sísmicas que forman cada serie.

*Tabla 7.1 Series de réplicas sísmicas, magnitud mínima que se considera y número de elementos que las constituyen.*

<b>Afters. Series</b>	<b>M&gt;</b>	<b>Num. of</b>
NOR	2.0	2875
NOR	2.5	1175
NOR	3.0	450
NOR	3.5	185
HM	2.0	5447
HM	2.5	1817
HM	3.0	600
<b>Afters. Series</b>	<b>M&gt;</b>	<b>Num. of</b>
HM	3.5	195
LND	2.0	12264
LND	2.5	4609
LND	3.0	1278
LND	3.5	427
LND	4.0	155

### 7.3.1 Resultados de las series de distancia entre réplicas consecutivas, $\Delta$ .

Las unidades de las series de  $\Delta$  son kilómetros, y el orden de magnitud varía por lo general en cada serie de  $10^{-3}$  km a  $10^2$  km. En la figura 7.4 se observa la evolución temporal de algunas de las series de  $\Delta$ .

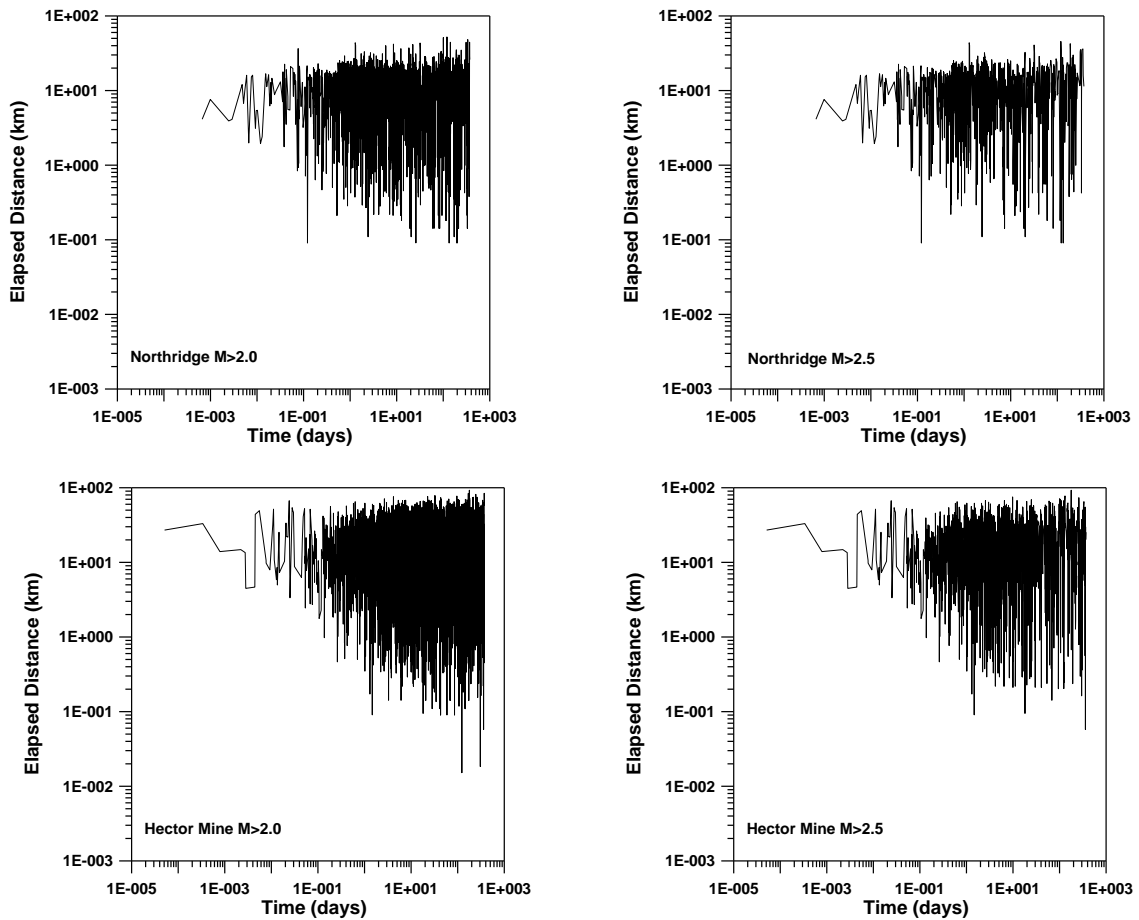


Fig. 7.4 (continua)

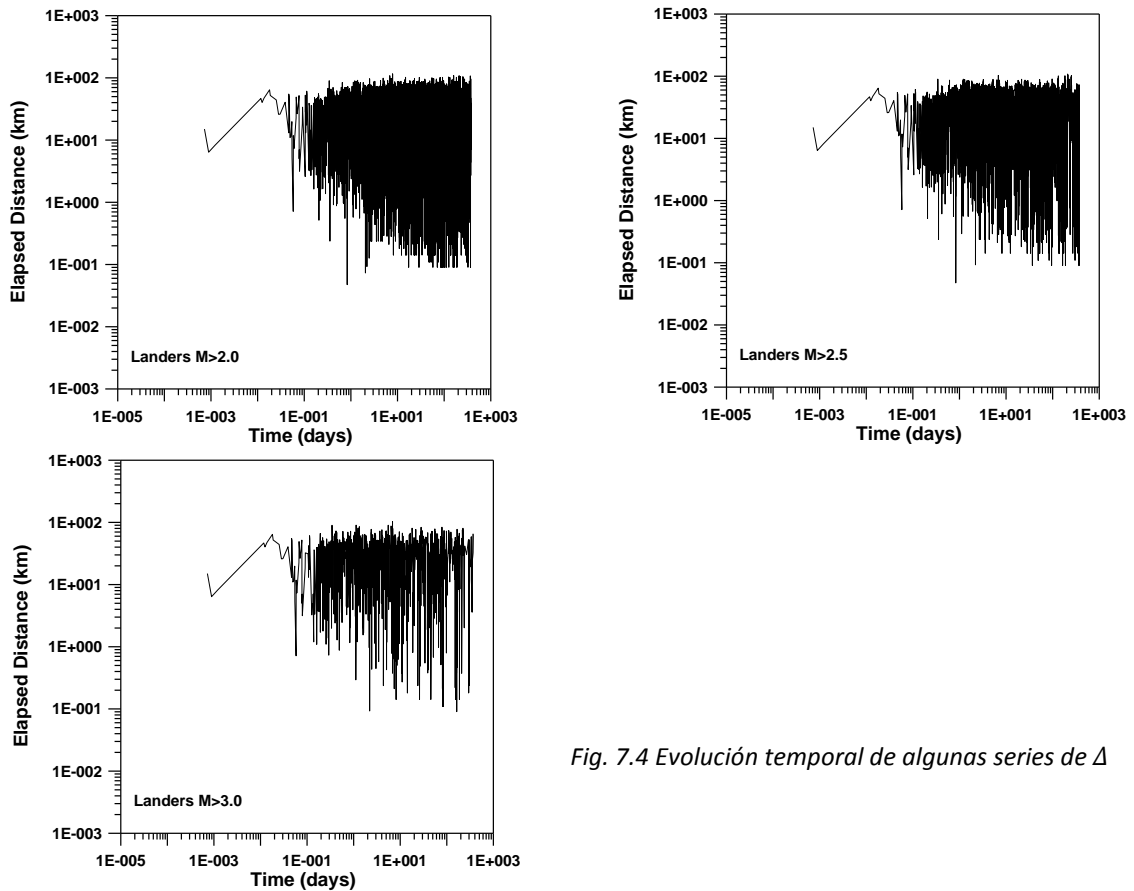


Fig. 7.4 Evolución temporal de algunas series de  $\Delta$

### 7.3.1.1 Análisis de rango reescalado y exponente de Hurst, H.

Este análisis se realiza para todas las series de  $\Delta$  que se listan en la tabla 7.1. En la tabla 7.2 se dan los valores de H obtenidos y los coeficientes de correlación de los ajustes. En la figura 7.5 se muestran algunos ejemplos del análisis de rango reescalado, R/S, para algunos valores de magnitud.

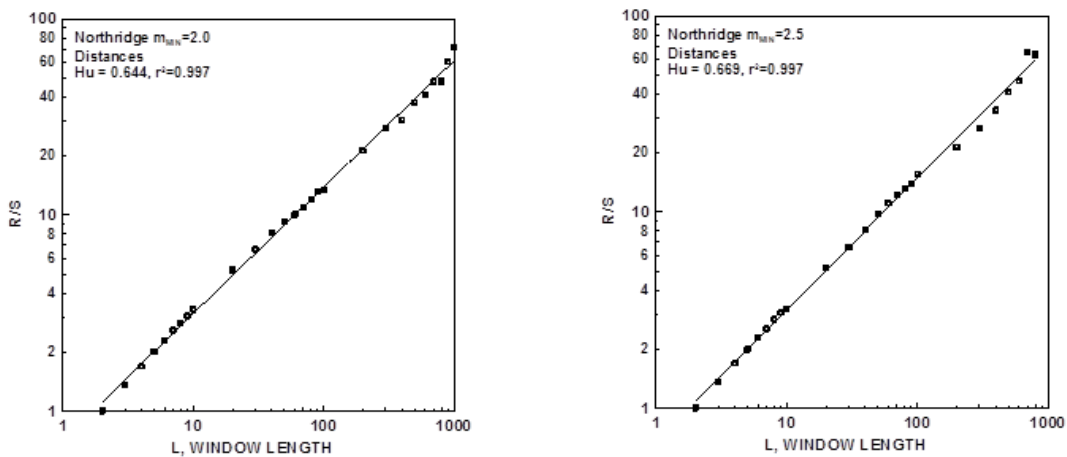


Fig. 7.5 (continua)

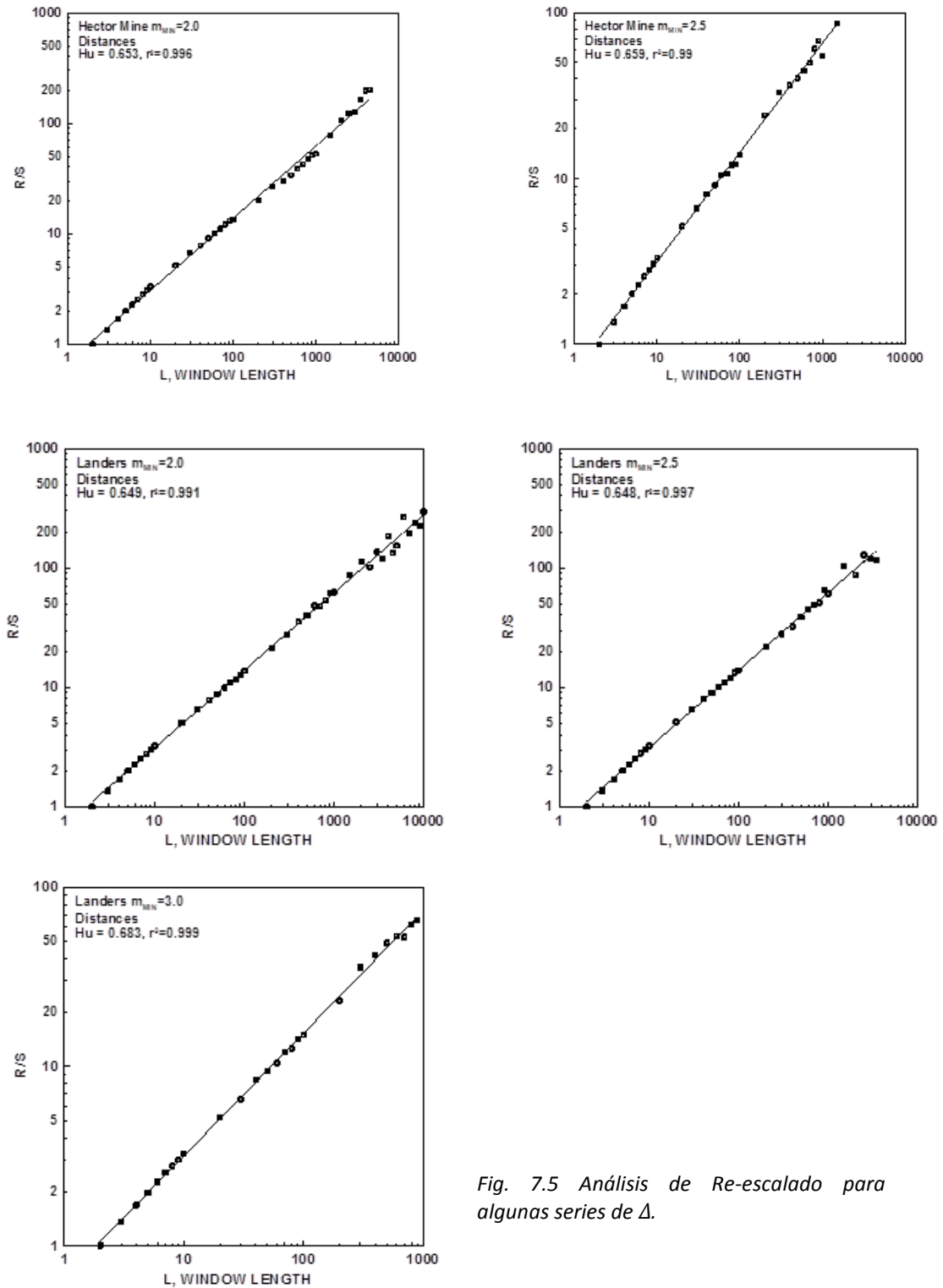


Fig. 7.5 Análisis de Re-escalado para algunas series de  $\Delta$ .

*Tabla 7.2 Valor del exponente de  $H$  para las series de  $\Delta$  que se enlistan en la tabla 7.1.*

<b>Afters. Series</b>	<b>M&gt;</b>	<b>H</b>
NOR	2.0	0.664 ( $r^2=0.997$ )
NOR	2.5	0.669 ( $r^2=0.997$ )
NOR	3.0	0.669( $r^2=0.995$ )
NOR	3.5	0.666( $r^2=0.995$ )
HM	2.0	0.653( $r^2=0.996$ )
HM	2.5	0.659( $r^2=0.998$ )
HM	3.0	0.706( $r^2=0.999$ )
<b>Afters. Series</b>	<b>M&gt;</b>	<b>H</b>
HM	3.5	0.655( $r^2=0.996$ )
LND	2.0	0.649( $r^2=0.991$ )
LND	2.5	0.648( $r^2=0.997$ )
LND	3.0	0.683( $r^2=0.999$ )
LND	3.5	0.632( $r^2=0.992$ )
LND	4.0	0.611( $r^2=0.988$ )



Los valores del exponente de Hurst,  $H$ , ligeramente superiores a 0.5, indican en la mayoría de casos persistencia débil. Además, se observa que el valor de  $H$  es similar en todas las series para todas las magnitudes umbrales. En consecuencia, no se puede inferir que las réplicas sísmicas consecutivas muestren alguna tendencia clara a compactarse o dispersarse, ni para la serie con completitud de magnitudes, ni para diferentes niveles de magnitud umbral.

### 7.3.1.2 Semivariograma y exponente de Hausdorff.

El cálculo del exponente de Hausdorff,  $H_a$ , se realiza mediante el análisis del correspondiente semivariograma. En la figura 7.6 se muestran algunos ejemplos de la semivarianza,  $\gamma(k)$  de las series de  $\Delta$  en función del desfase (*lag*),  $k$ . Debe recordarse que la mitad de la pendiente de un ajuste potencial en escala log-log indica el valor de  $H_a$ , el cual se lista en la tabla 7.3.

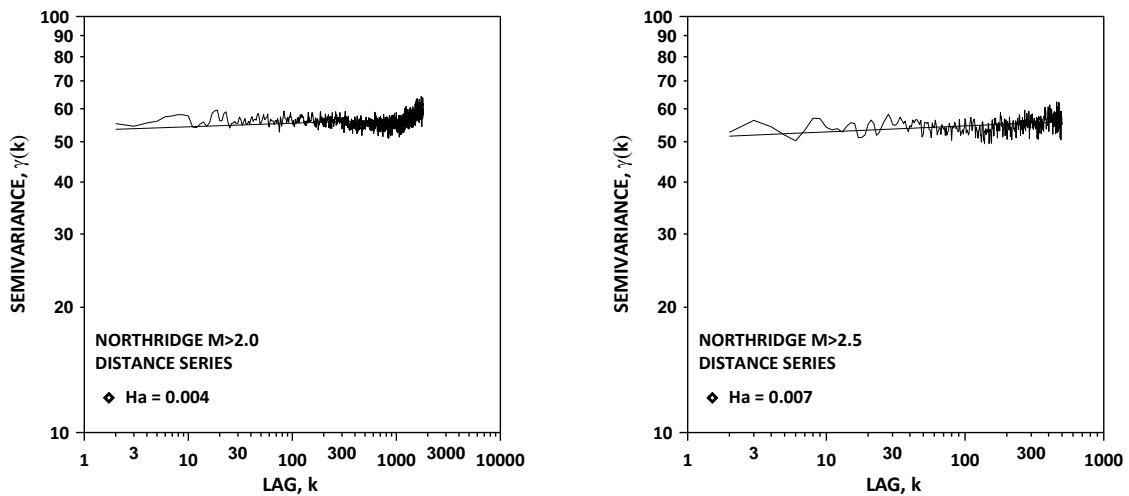


Fig. 7.6 (continua)

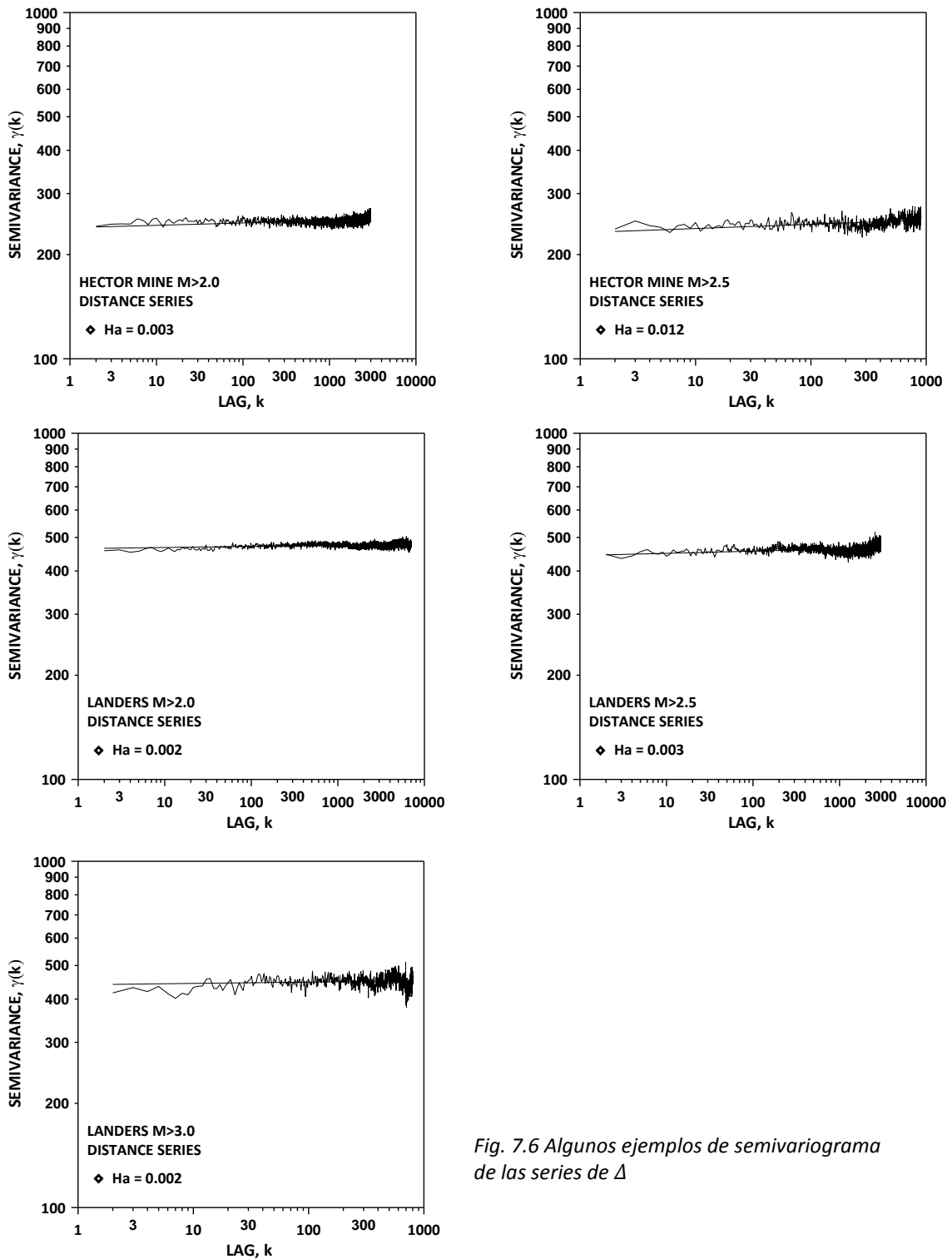


Fig. 7.6 Algunos ejemplos de semivariograma de las series de  $\Delta$

El análisis de los semivariogramas refleja que en todos los casos se satisface la ecuación 4.51, lo cual indica que las series de  $\Delta$  se comportan como un fractal auto-afín. Los valores de  $H_a$  en general son cercanos a cero (Tabla 7.3).

La caracterización del tipo de fractal auto-afín de las series de  $\Delta$  se completa mediante el análisis del espectro de potencia, en particular, con el cálculo del exponente  $\beta$ , y haciendo uso de la relación existente entre los exponentes  $\beta$ ,  $H_a$  y  $H$ .

### 7.3.1.3 Espectro de potencia y exponente $\beta$ .

En el caso de las series de  $\Delta$  es posible realizar el cálculo del espectro de potencia para las series que tienen un gran número de elementos,  $N$ , aproximadamente  $N > 1000$ . En la figura 7.7 se muestra la densidad del espectro de potencia en función del periodo. En esta figura se compara el espectro de potencia de las señales de  $\Delta$  con una señal de ruido blanco (*White-noise*), con el nivel de ruido rojo Markoviano (*Markovian red-noise*), y con la banda de significación del 95%. Los círculos indican el valor promedio del espectro de potencia para intervalos constantes en escala logarítmica (MALAMUD y TURCOTTE, 1999). Se muestra también el ajuste potencial, donde la pendiente es el exponente  $\beta$ , cuyos valores se dan en la tabla 7.3.

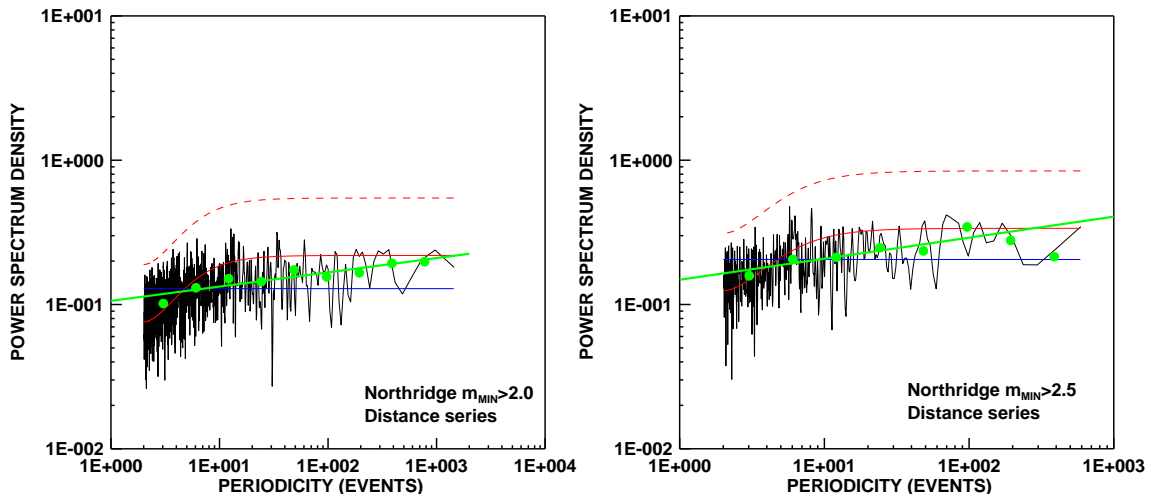


Fig. 7.7 (continua)

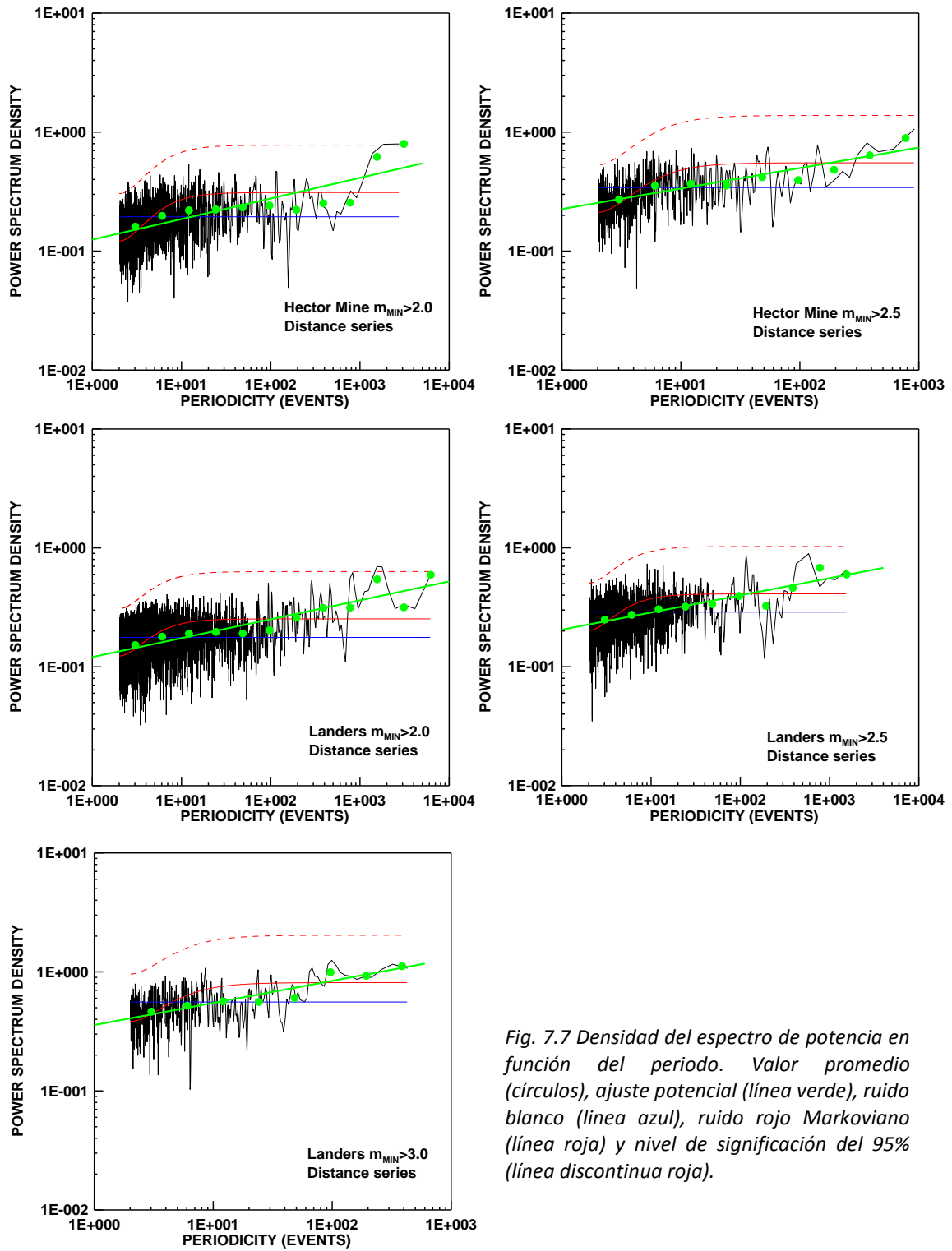


Fig. 7.7 Densidad del espectro de potencia en función del periodo. Valor promedio (círculos), ajuste potencial (línea verde), ruido blanco (línea azul), ruido rojo Markoviano (línea roja) y nivel de significación del 95% (línea discontinua roja).

### 7.3.1.3.1 Relación entre $H_a$ , $H$ y $\beta$ .

Debido a que el valor de  $H$  que se obtiene para las series de  $\Delta$  se encuentra dentro del intervalo  $0.3 < H < 0.9$ , es posible aplicar la ecuación 4.48 para calcular un exponente de  $\beta$  teórico,  $\beta_{\text{teo}}$ , y posteriormente compararlo con el que se obtiene del análisis del espectro de potencia.

En la tabla 7.3 se muestran los valores de  $H_a$ ,  $\beta$  y  $\beta_{\text{teo}}$ . Se observa que existe diferencia entre los valores de  $\beta$  y los de  $\beta$  teórico. Cabe destacar que la determinación de  $\beta$  a partir del espectro de potencia está sujeta a una notable incertidumbre, dada la forma del espectro. En cualquier caso, tanto los valores de  $\beta$  como de  $\beta$  teórico se encuentran dentro del intervalo  $-1 < \beta < 1$ . Este hecho, junto con los valores de  $H_a$  y  $H$ , sugiere que las series de distancia entre réplicas consecutivas se comportan como un fractal auto-afín del tipo *filtered fractional Gaussian noise* (TURCOTTE, 1997; MALAMUD y TURCOTTE, 1999). Además si  $\beta$  se encuentra en el intervalo  $1 > \beta > 0$  indica una persistencia estacionaria débil (MALAMUD y TURCOTTE, 1999), lo cual está en relación con el resultado que se obtiene del análisis de R/S.

Tabla 7.3 Valor de los exponentes de  $H_a$ ,  $\beta$  y  $\beta_{\text{teo}}$  que se obtienen para las series de  $\Delta$ .

Aftershocks Series de $\Delta$	$H_a$	$\beta$	$\beta_{\text{teo}}=2H-1$
NOR, $M > 2.0$	0.004	0.099 ( $r^2=0.828$ )	0.288
NOR, $M > 2.5$	0.007	0.146 ( $r^2=0.788$ )	0.338
HM, $M > 2.0$	0.003	0.173 ( $r^2=0.666$ )	0.306
HM, $M > 2.5$	0.006	0.172 ( $r^2=0.842$ )	0.318
LND, $M > 2.0$	0.002	0.159 ( $r^2=0.830$ )	0.298
LND, $M > 2.5$	0.003	0.144 ( $r^2=0.840$ )	0.296
LND, $M > 3.0$	0.002	0.186 ( $r^2=0.881$ )	0.366

### 7.3.1.4 Lacunaridad de las series de $\Delta$

En la figura 7.8 se muestran las curvas de lacunaridad,  $L(r)$  (Ec. 7.5), para diversos valores umbrales,  $T_h$  (km). Cabe destacar que el cálculo de las curvas de lacunaridad es más preciso cuando se tiene un gran número de elementos cuyo valor está por encima del valor umbral analizado. Es decir, si el valor umbral es mayor que el valor del tercer cuartil de la serie, el cálculo de la lacunaridad se distorsiona. Por lo tanto, es necesario

limitar el valor umbral de forma que se asegure que el número de elementos cuyo valor esté por encima sea suficientemente grande.

El comportamiento de la lacunaridad cuando se observa la serie con una ventana de tamaño  $r=1$ ,  $L(1)$ , conocida como lacunaridad básica, se muestra en la figura 7.9, para diferentes valores umbrales. En la figura se observa que el comportamiento de la lacunaridad básica queda bien ajustado por dos leyes potenciales para la serie de NOR, y por tres para HM y LND.

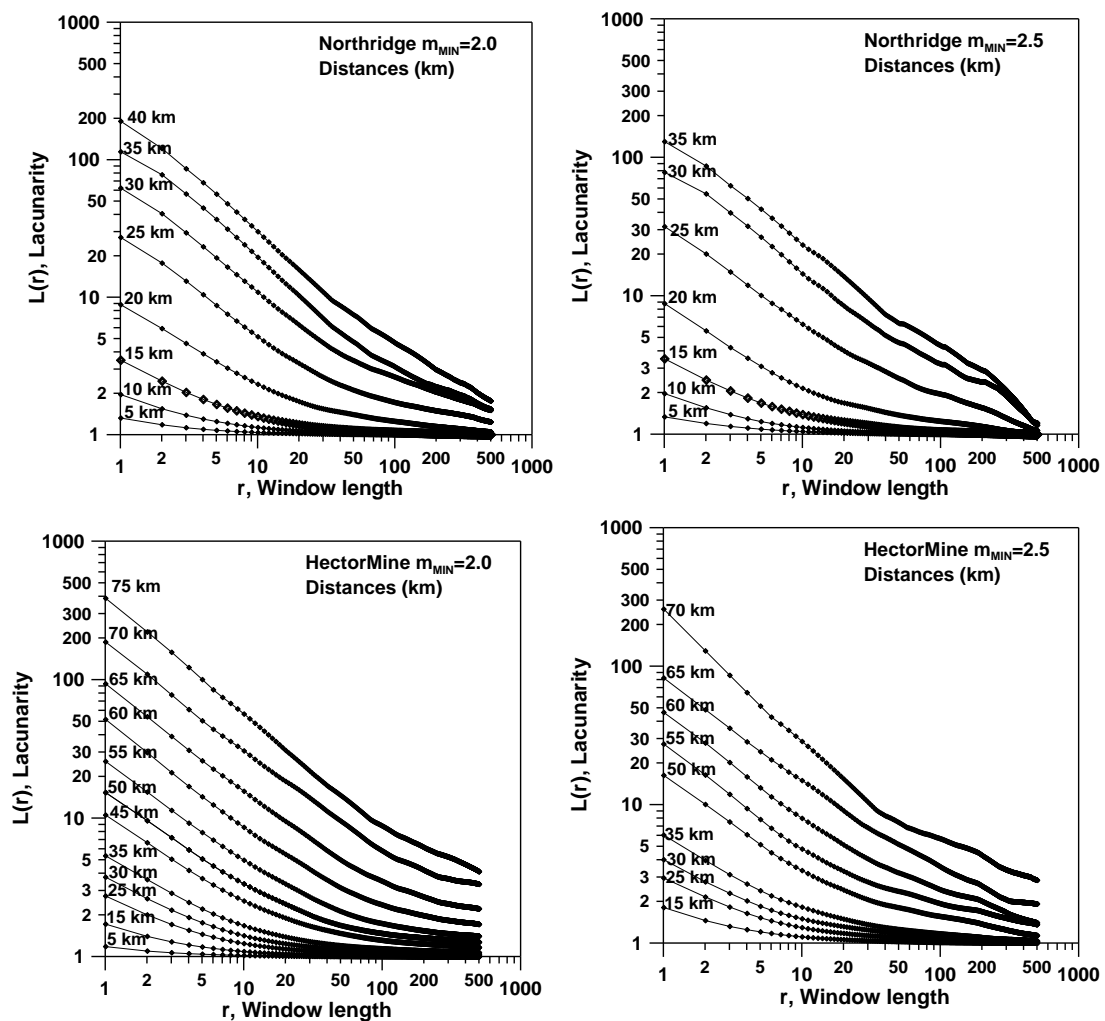


Fig. 7.8 (continua)

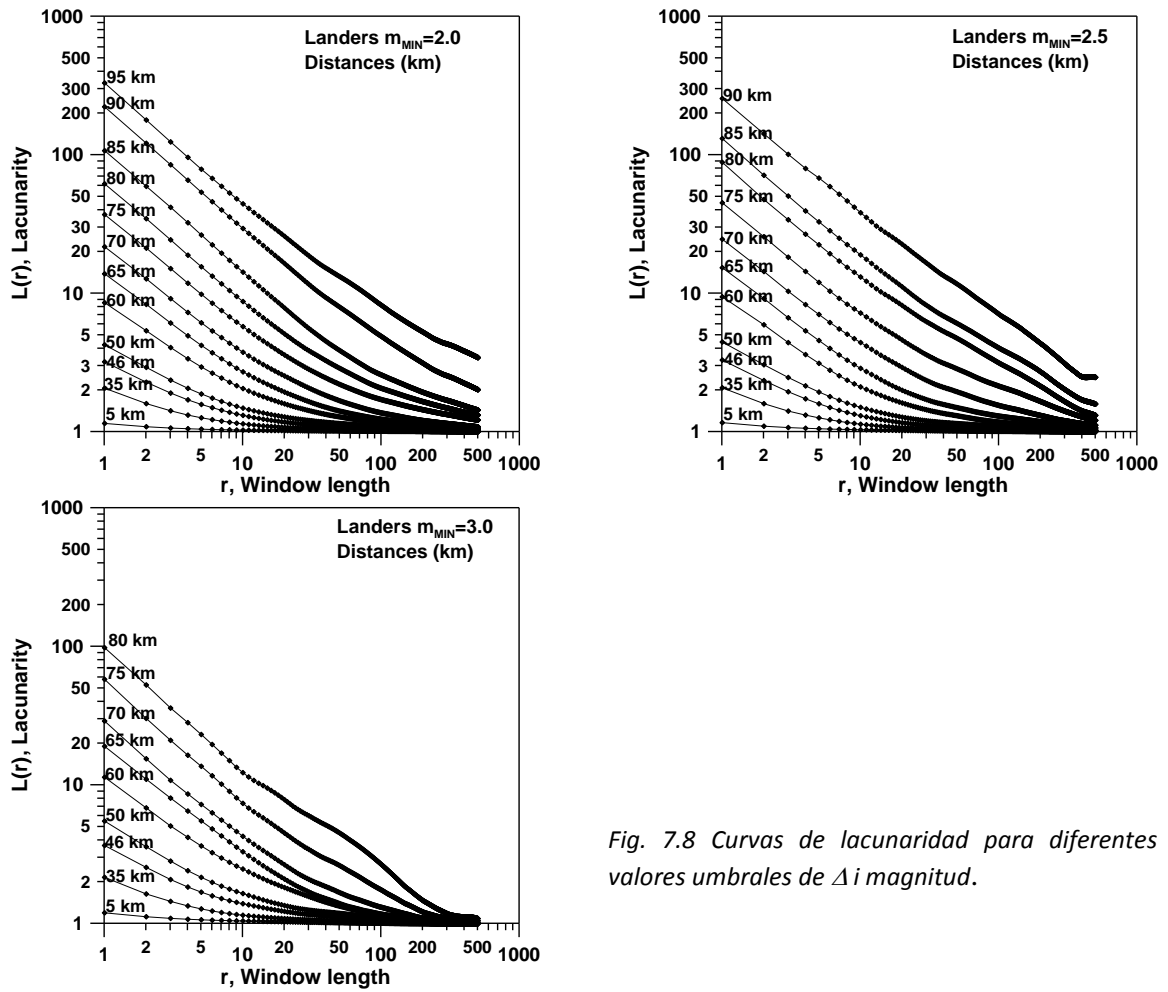


Fig. 7.8 Curvas de lacunaridad para diferentes valores umbrales de  $\Delta$  i magnitud.

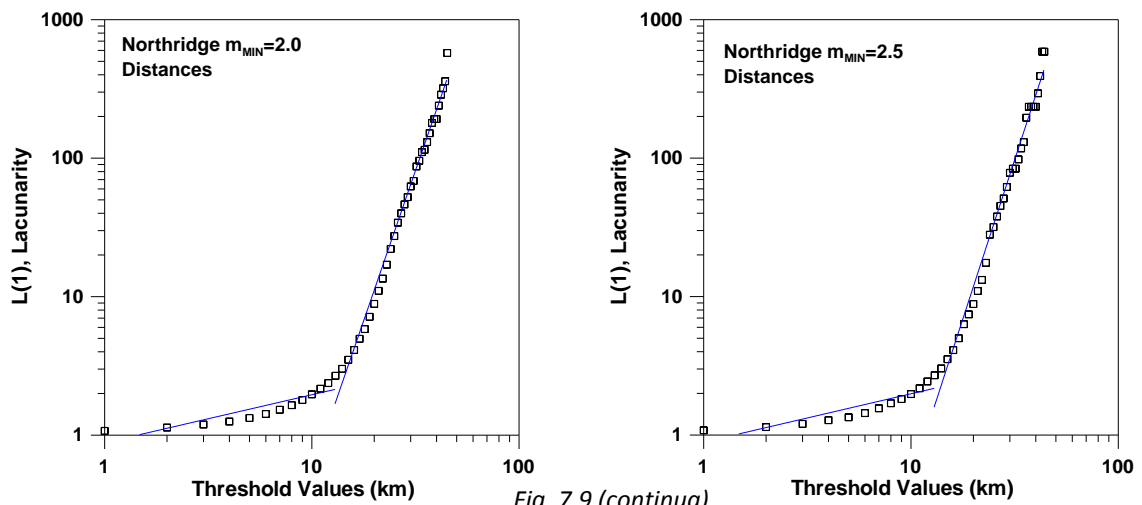


Fig. 7.9 (continua)

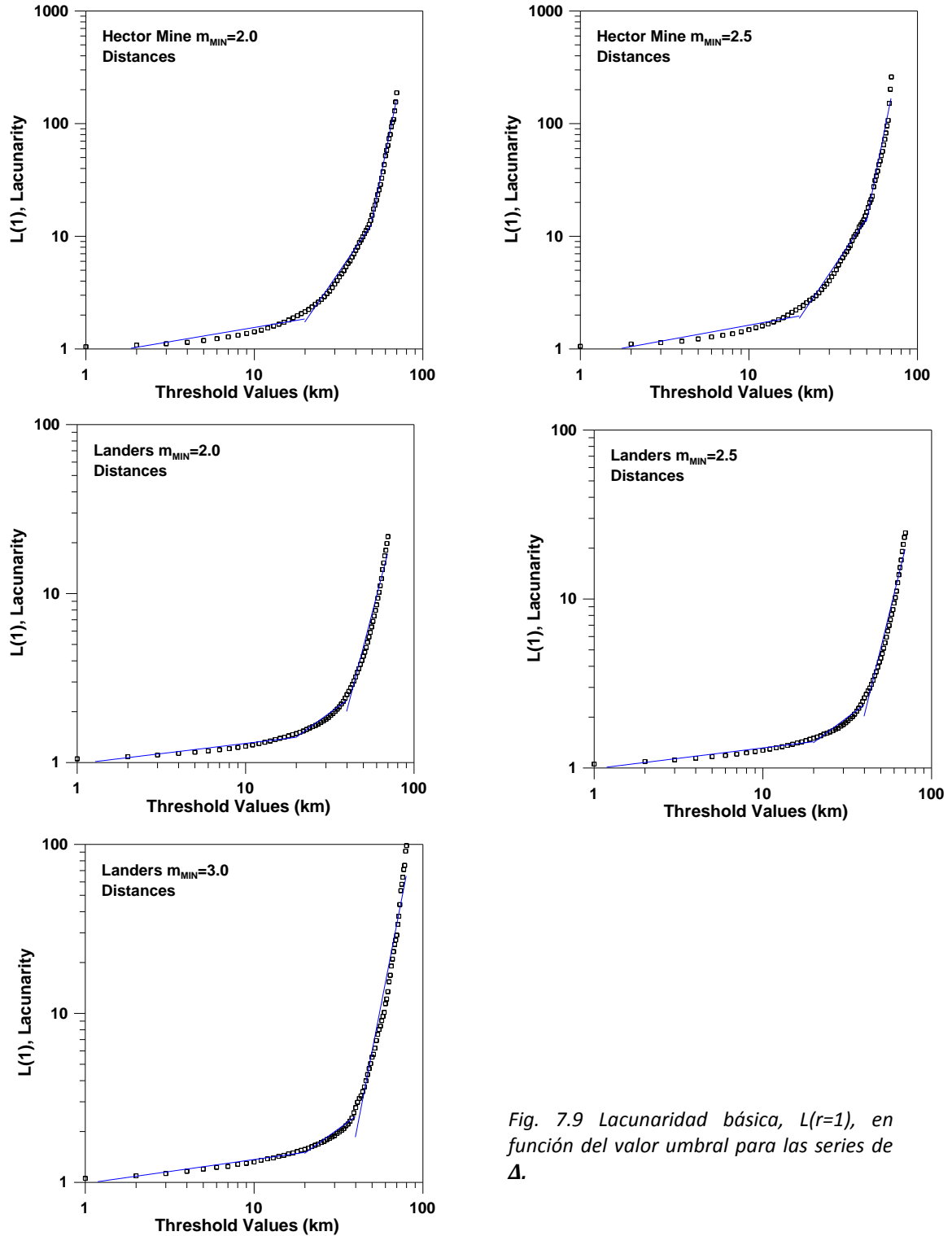


Fig. 7.9 Lacunarity básica,  $L(r=1)$ , en función del valor umbral para las series de  $\Delta$ .



### 7.3.1.5 Teorema de Reconstrucción de las series de $\Delta$ .

En este apartado se analizan y presentan los resultados derivados de la aplicación del teorema de reconstrucción.

En primer lugar se calcula la función de correlación,  $C(r)$  para distintas dimensiones del espacio de reconstrucción,  $m$ , y se analiza su comportamiento. Para cada curva  $C(r)$ , se realiza un ajuste potencial (en escala log-log), para el intervalo de  $r$  en el que se tiene una evolución lineal casi perfecta de  $\log\{C(r)\}$  vs  $\log\{r\}$  (LANA *et al.*, 2005, 2010). La pendiente de este ajuste da el valor de la dimensión de correlación  $\mu(m)$ , y la ordenada en el origen,  $\alpha(m)$ , que se utiliza para el cálculo de la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ .

En la figura 7.10a se muestran las curvas de la función de correlación,  $C(r)$ , para algunas dimensiones de reconstrucción,  $m$ . En la 7.10b y 7.10c se observa la evolución, en función de  $m$ , de  $\mu(m)$  y  $\alpha(m)$ , respectivamente.

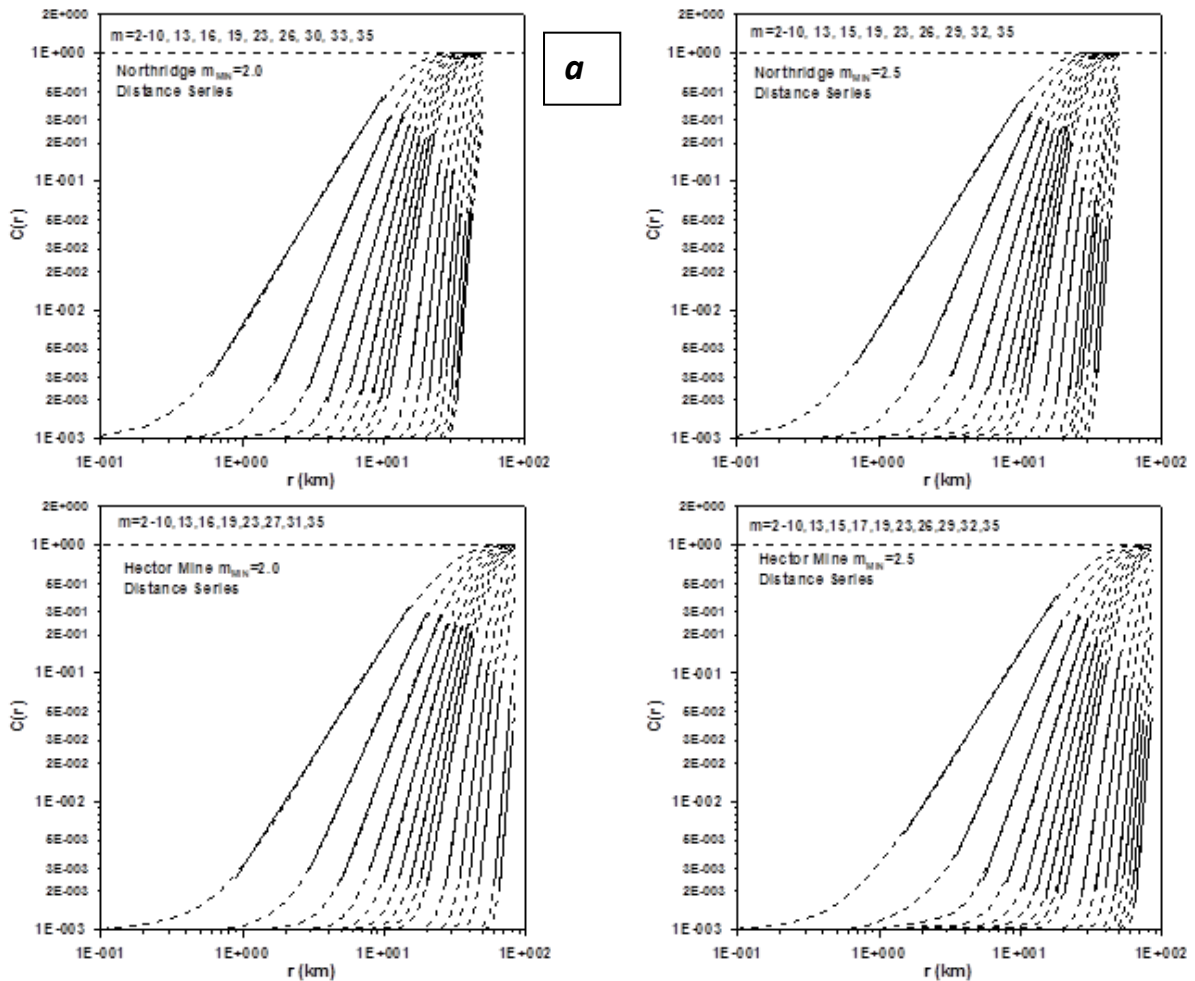


Fig. 7.10 (continua)

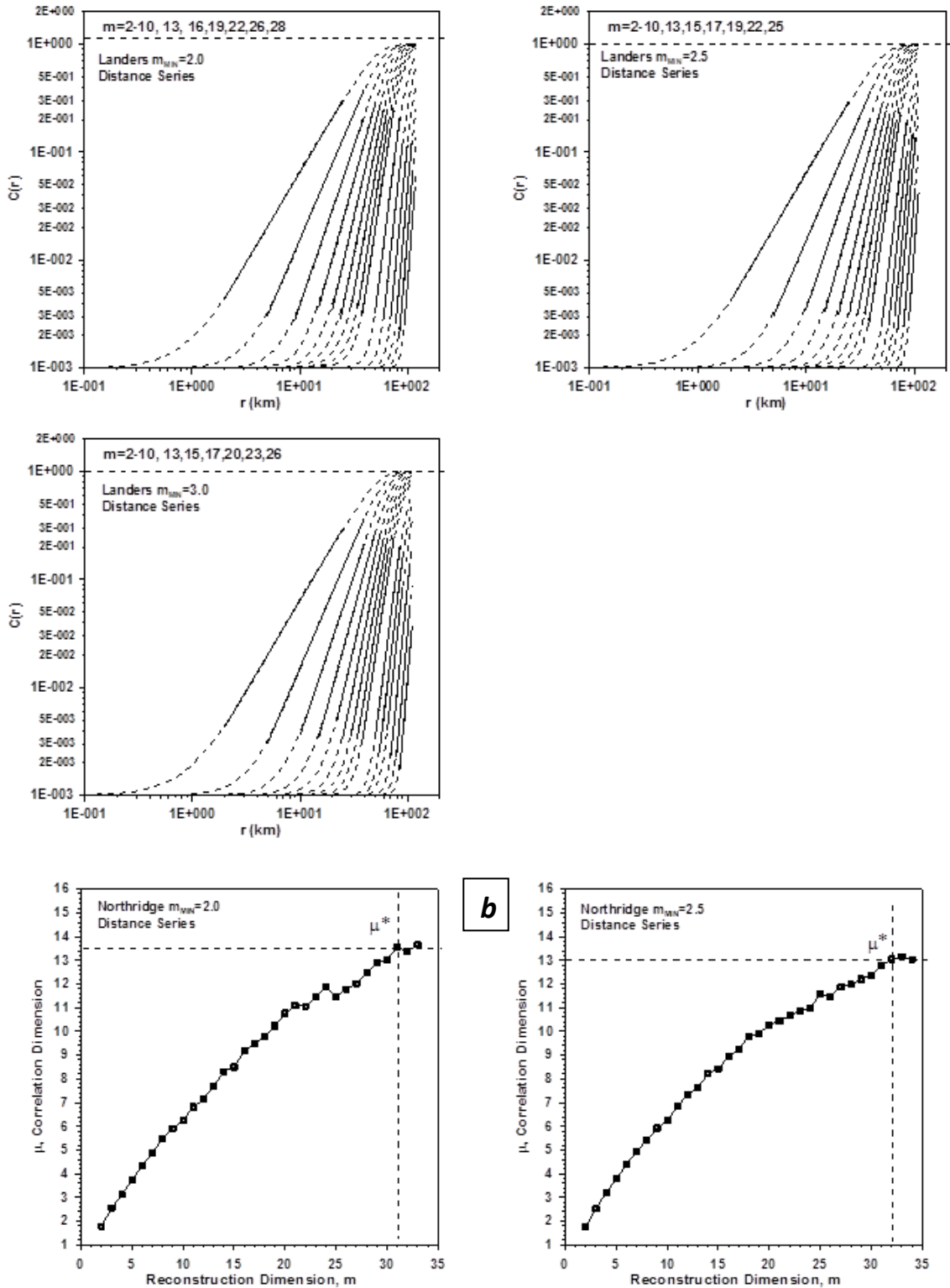


Fig. 7.10 (continua)

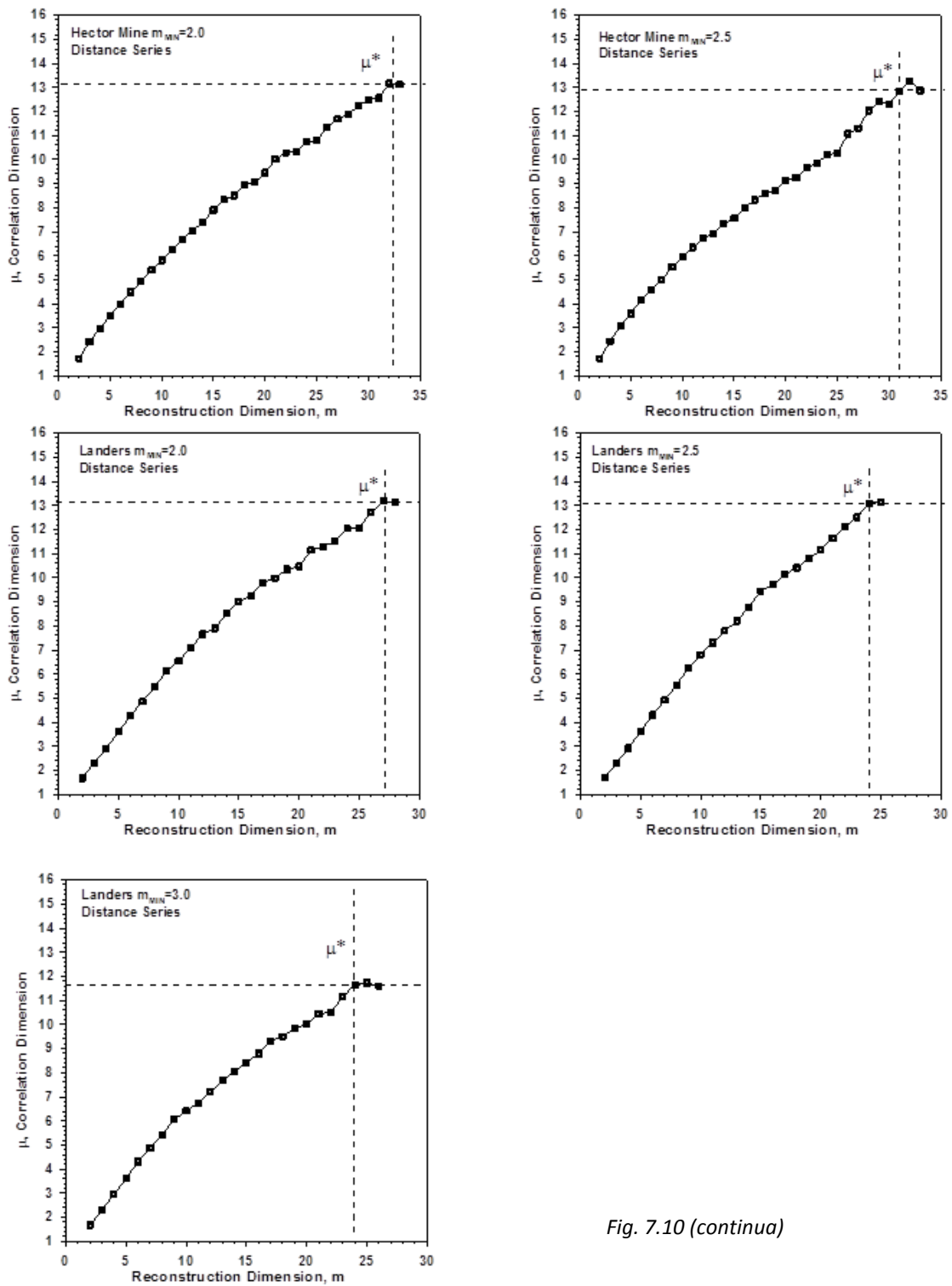


Fig. 7.10 (continua)

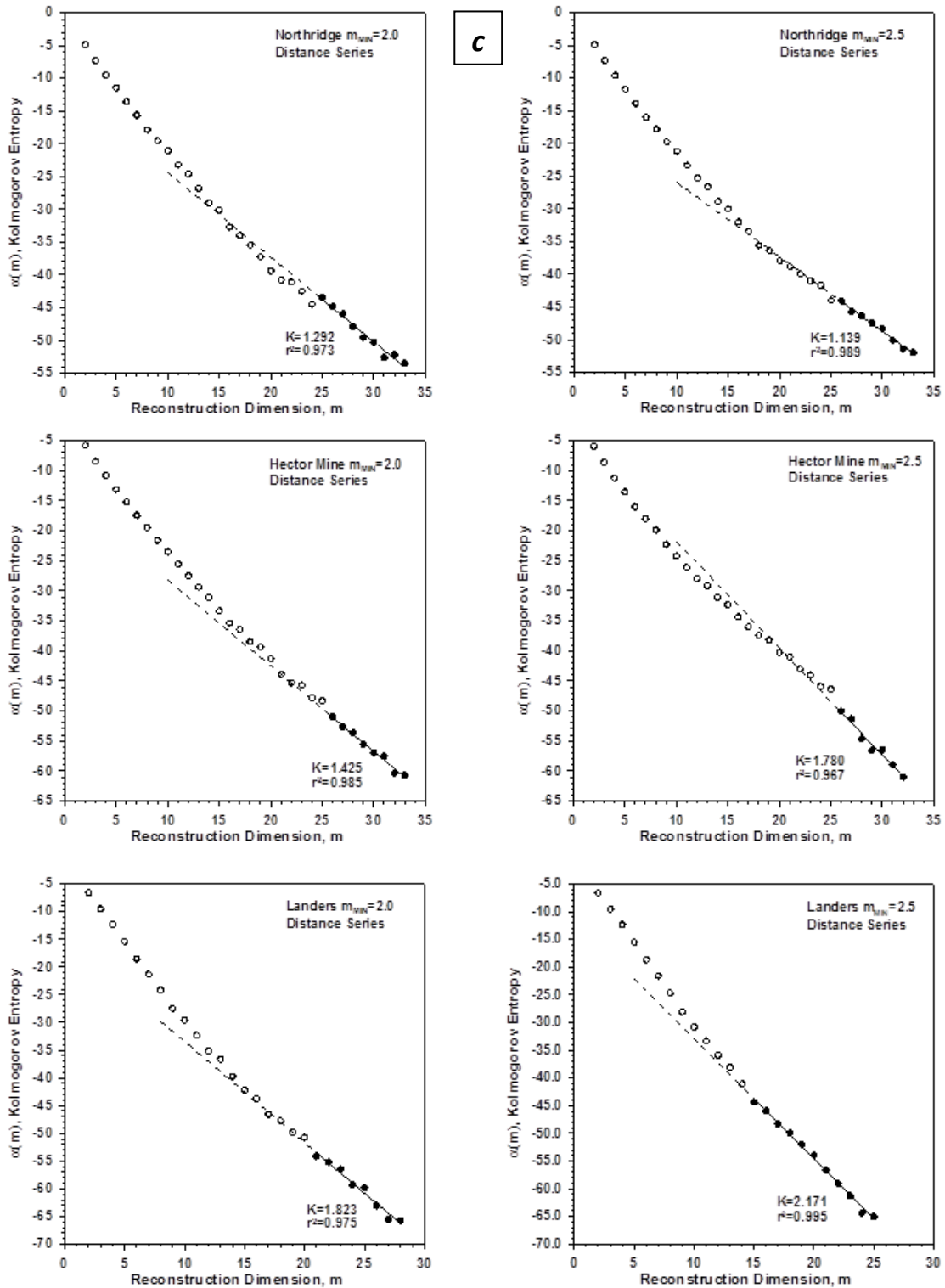


Fig. 7.10 (continua)

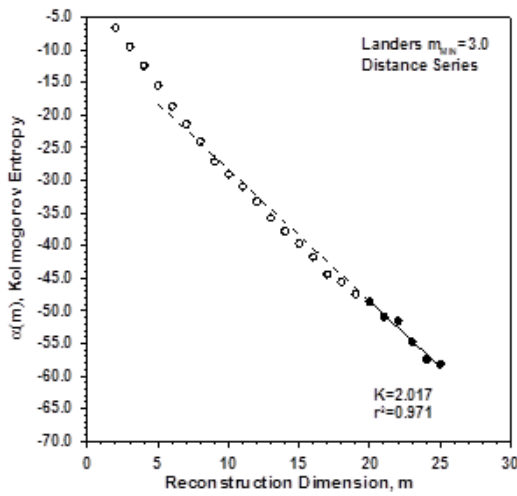


Fig. 7.10 a) Curvas de la función de Correlación,  $C(r)$ . b) Evolución de la dimensión de correlación  $\mu(m)$  y c) comportamiento de la entropía de Kolmogorov, en función de la dimensión de reconstrucción  $m$ , para distintos valores umbrales de magnitud.

En la tabla 7.4 se muestran los valores de la dimensión de correlación,  $\mu^*$ , la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , y la dimensión de inserción (*embedding dimension*),  $d_E$ , obtenidos para las tres series de  $\Delta$  y para cada valor umbral de magnitud.

Tabla 7.4 Valor de los exponentes de  $\mu^*$ ,  $d_E$ , y  $\kappa$  que se obtienen para las series de  $\Delta$ .

Aftershocks Series de $\Delta$	$\mu^*$	$d_E$	$\kappa$
NOR, $M > 2.0$	13.5	31	1.292 ( $r^2=0.973$ )
NOR, $M > 2.5$	13.0	32	1.139 ( $r^2=0.989$ )
HM, $M > 2.0$	13.2	32	1.425 ( $r^2=0.983$ )
HM, $M > 2.5$	12.9	32	1.780 ( $r^2=0.967$ )
LND, $M > 2.0$	13.1	27	1.823 ( $r^2=0.975$ )
LND, $M > 2.5$	13.0	24	2.171 ( $r^2=0.995$ )
LND, $M > 3.0$	11.7	24	2.017 ( $r^2=0.971$ )

En todos los casos, el valor de  $\mu^*$  es elevado, lo que muestra la gran complejidad de las series de  $\Delta$ . El número mínimo de ecuaciones no lineales necesario para describir el mecanismo que gobierna el sistema dinámico está entre 12 y 14, según el caso. En la serie LND, para la cual ha sido posible considerar tres valores umbrales de magnitud, se observa que  $\mu^*$  disminuye ligeramente conforme se aumenta la magnitud umbral. Esta ligera disminución de  $\mu^*$  también se aprecia para NOR y HM, aunque este resultado no es concluyente, puesto que solo se han podido tomar dos valores umbrales de magnitud. La restricción de la dimensión de inserción  $d_E > 2\mu^* + 1$  (MARTÍNEZ *et al.*, 2010), se cumple para todas las series excepto para la de Landers con magnitud mínima superior a 2.5. La condición de RUELLE (1990),  $\mu^* \leq 2 \ln(N)$ , se satisface en todas las series de  $\Delta$ . Las series de NOR y HM necesitan una dimensión de inserción

mayor que la de LND para realizar una estimación razonable de  $\mu^*$ , lo cual podría indicar una mayor complejidad del sistema dinámico.

Como se expone en el marco teórico, se puede realizar una buena estimación de la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , cuando el valor de  $m$  es suficientemente grande como para que se satisfaga la condición  $\log \left\{ \frac{A_{m+1}}{A_m} \right\} \rightarrow 0$ . Los valores de  $\kappa$  (tabla 7.4) indican que la pérdida de memoria de las series de  $\Delta$  es alta, especialmente para la serie LND, lo cual refleja un comportamiento caótico y una gran inestabilidad predictiva. Dado que no se puede repetir el proceso de reconstrucción para suficientes magnitudes umbrales, no es posible investigar si existe alguna dependencia de los valores de  $\kappa$  con la magnitud sísmica.

### 7.3.1.6 Inestabilidad Predictiva de las series de $\Delta$ .

La figura 7.11 muestra, para las tres series de  $\Delta$  y para las distintas magnitudes umbral, por una parte, la evolución de los tres primeros exponentes de Lyapunov ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ ), en función de la dimensión de reconstrucción,  $m$ , y, por otra, el comportamiento de estos exponentes al aumentar el número de iteraciones. El valor de los dos primeros exponentes  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , y de la dimensión de Kaplan-Yorke,  $D_{KY}$  (Ec. 7.17), se encuentran en la tabla 7.5.

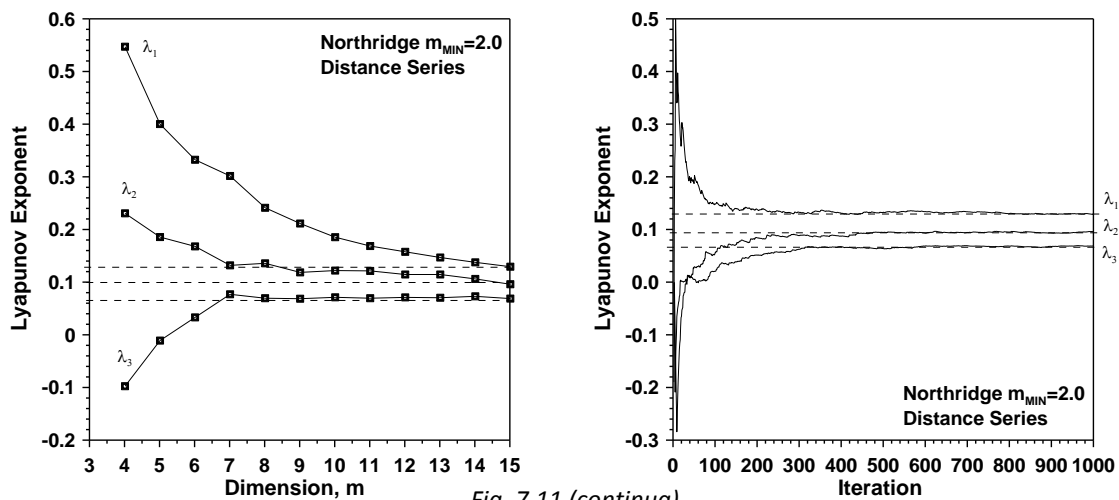


Fig. 7.11 (continua)

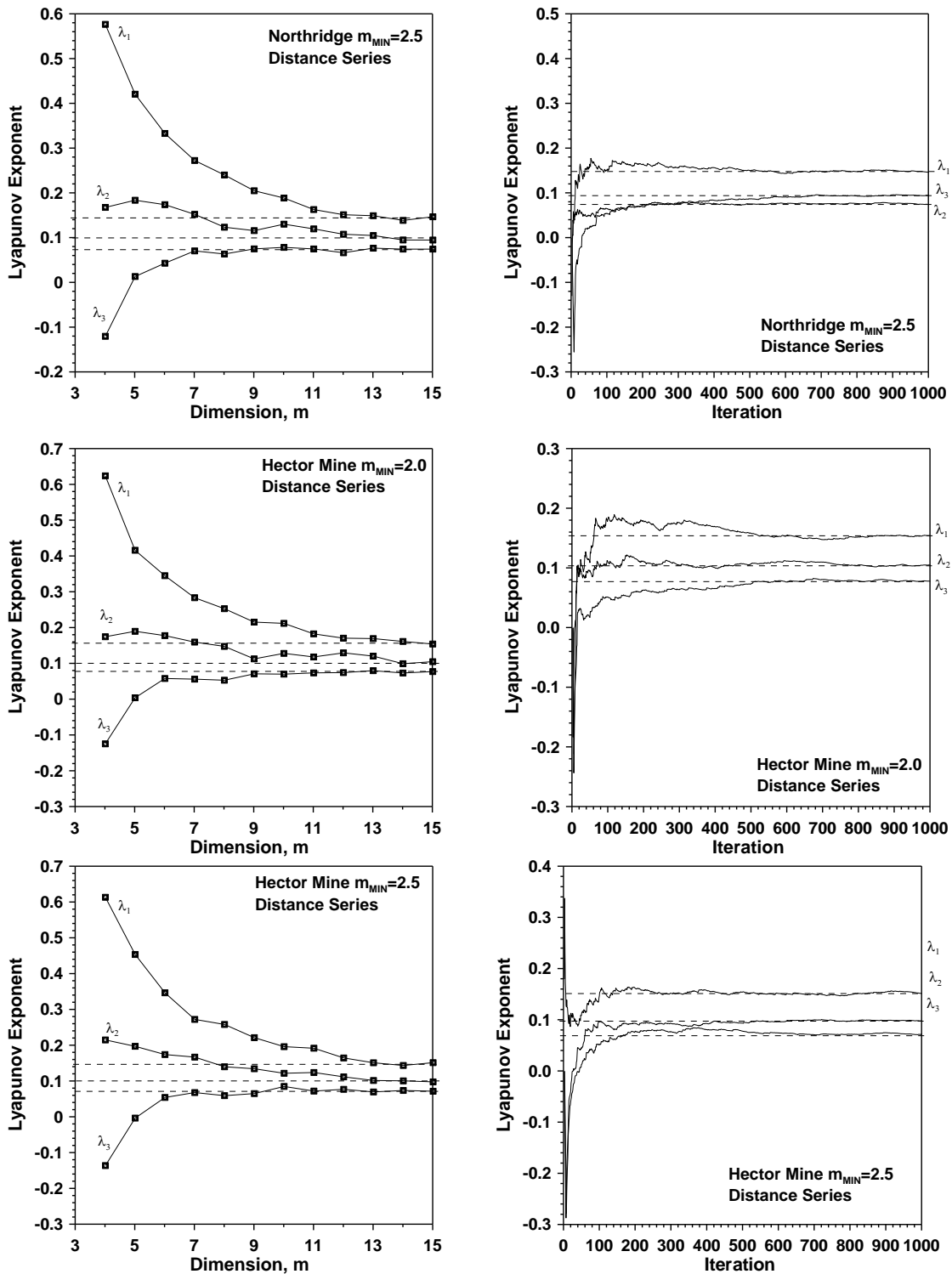


Fig. 7.11 (continua)

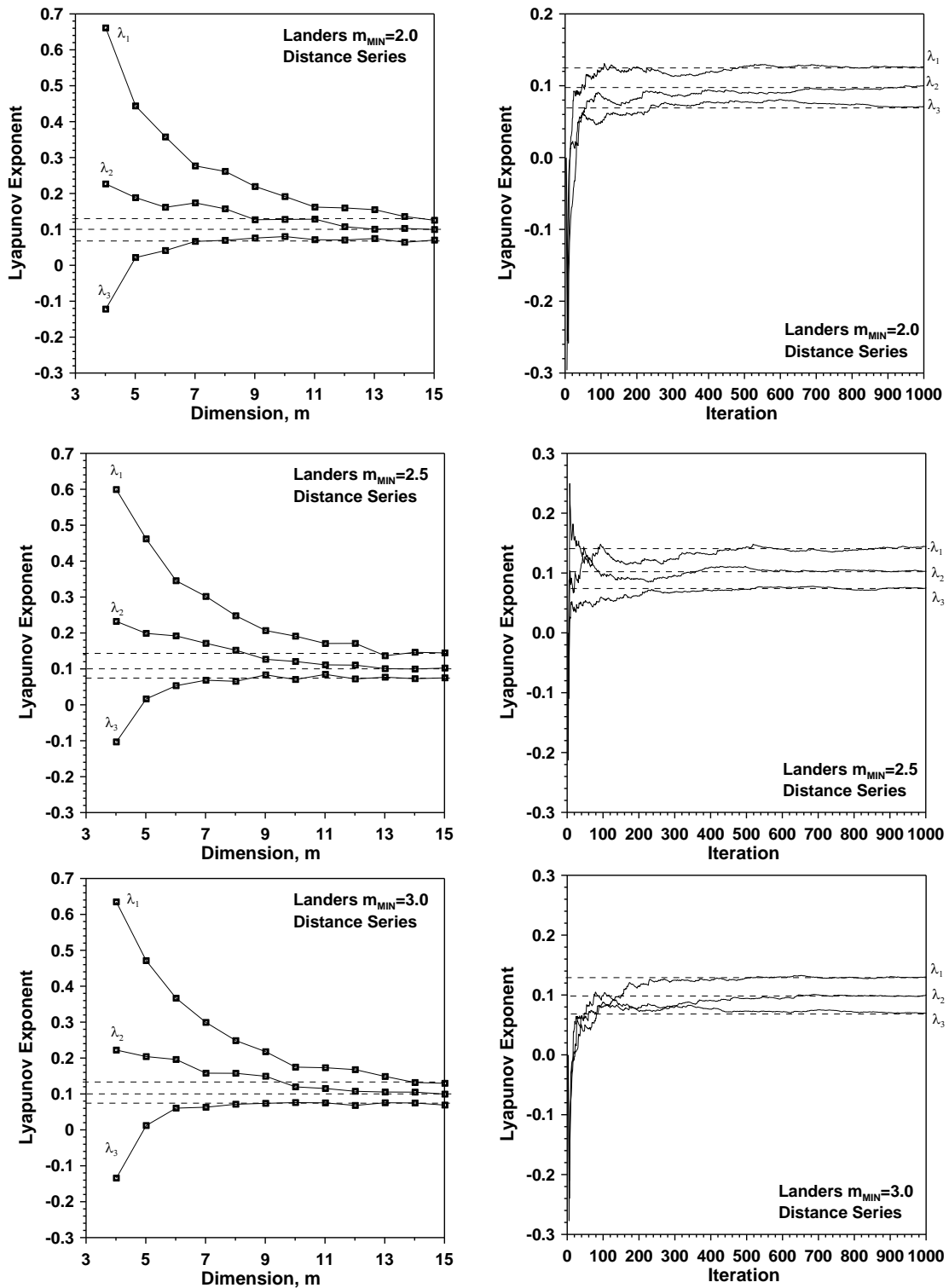


Fig. 7.11 Evolución de los tres primeros exponentes de Lyapunov,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ , en función de la dimensión de reconstrucción, y según el número de iteraciones, para las tres series de  $\Delta$  y distintas magnitudes umbrales.



Tabla 7.5 Valor de los exponentes de Lyapunov  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $D_{KY}$ , para las tres series de  $\Delta$  y distintas magnitudes umbrales.

Aftershocks Series of $\Delta$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$D_{KY}$
NOR, M>2.0	0.131 $\pm$ 0.419e-3	0.095 $\pm$ 0.103e-2	12.182
NOR, M>2.5	0.150 $\pm$ 0.138e-2	0.095 $\pm$ 0.104e-2	12.453
HM, M>2.0	0.154 $\pm$ 0.846e-3	0.105 $\pm$ 0.962e-3	12.596
HM, M>2.5	0.154 $\pm$ 0.182e-2	0.099 $\pm$ 0.524e-3	12.449
LND, M>2.0	0.126 $\pm$ 0.670e-3	0.098 $\pm$ 0.167e-2	12.243
LND, M>2.5	0.142 $\pm$ 0.177e-2	0.104 $\pm$ 0.735e-3	12.465
LND, M>3.0	0.130 $\pm$ 0.863e-3	0.099 $\pm$ 0.520e-3	12.241

Todas las series de  $\Delta$  tienen al menos los dos primeros exponentes de Lyapunov positivos, lo cual indica que su comportamiento es caótico. Los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son bastante similares para todas las series. Esto sugiere que la inestabilidad predictiva del mecanismo es bastante semejante en todas las series.

Los valores de la dimensión de Kaplan-Yorke también son muy similares en todas las series, lo cual indica que la dimensión fractal del atractor extraño de las trayectorias del sistema dinámico no-lineal es muy parecida en todas las series de  $\Delta$ .

### 7.3.1.7 Análisis estadístico de las series de $\Delta$ .

De forma análoga al análisis estadístico que se realiza en el capítulo 4, en esta sección se pretende encontrar mediante la formulación de los L-momentos la función de distribución acumulada teórica que mejor describa las series de  $\Delta$ . En este análisis se consideran todas las series de  $\Delta$  que se listan en la tabla 7.1.

La figura 7.12 muestra el diagrama de los L-momentos (L-curtosis,  $\tau_4$ , vs. L-asimetría,  $\tau_3$ ), en el cual se representan los valores de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  que se obtienen para las series empíricas de  $\Delta$ , y algunas funciones de distribución de probabilidad teóricas.

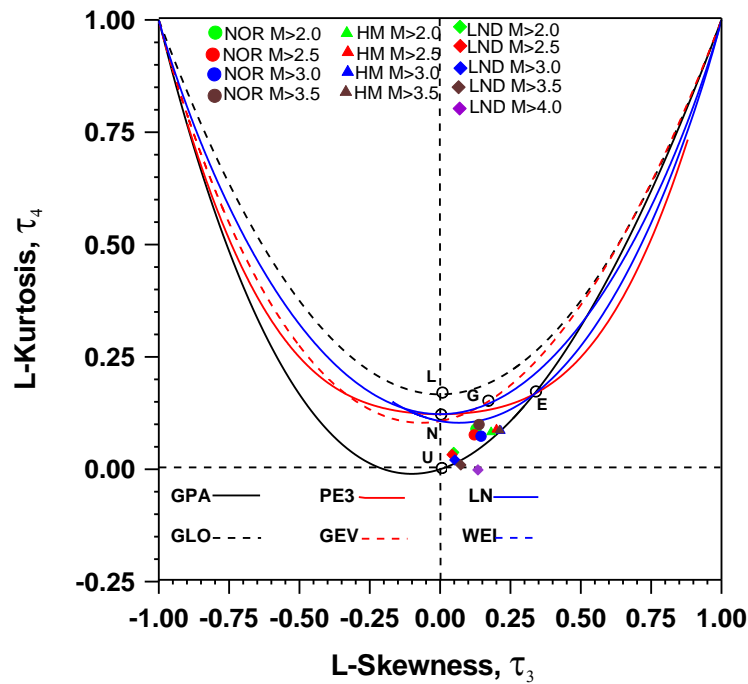


Fig. 7.12 Diagrama de L-momentos. Se representan los valores de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  de las series de  $\Delta$  de Northridge (círculos), Hector Mine (triángulos) y Landers (rombos), para distintas magnitudes umbral. Se muestran también algunas funciones de probabilidad acumulada teóricas.

Como se observa en la figura, la función de distribución acumulada teórica que más se aproxima a los valores de  $\tau_3$  y  $\tau_4$  de las series empíricas de  $\Delta$  es la de Pareto Generalizada, GPA (*Generalized Pareto*). Aunque para las series de Northridge la función de Weibull parece ser la óptima, el intervalo en el que esta función sería válida no se corresponde con el de las series empíricas. Por lo tanto, se elige para todas las series analizadas la GPA como la función teórica que mejor las describe.

La función de distribución acumulada de GPA,  $F(x)$ , se define mediante tres parámetros: forma,  $k$ , escala,  $\alpha$ , y localización,  $\xi$ , (HOSKING y WALLIS, 1997).

$$F(x) = 1 - e^{-y} \tag{7.29}$$

$$\text{donde } y = \begin{cases} -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\}, & k \neq 0 \\ \frac{x - \xi}{\alpha}, & k = 0 \end{cases}$$

Los parámetros de la GPA se calculan mediante las siguientes ecuaciones

$$k = \frac{1 - 3\tau_3}{1 + \tau_3} \tag{7.30}$$

$$\alpha = (1 + k)(2 + k)\lambda_2 \quad (7.31)$$

$$\xi = \lambda_1 - (2 + k)\lambda_2 \quad (7.32)$$

El intervalo en el que es válida la función GPA es  $x: \xi \leq x \leq \xi + \alpha/\kappa$ , cuando  $\kappa > 0$  (HOSKING y WALLIS, 1997).

En la tabla 7.6 se muestran los valores empíricos de  $l_1$  (Ec. 4.9),  $l_2$  (Ec. 4.10),  $\tau_3$  y  $\tau_4$  (Ec. 4.13), así como de los parámetros de la distribución GPA.

Tabla 7.6 Valores empíricos  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $\tau_3$  y  $\tau_4$ , valores de los parámetros de la distribución GPA ( $\kappa$ ,  $\alpha$  y  $\xi$ ) e intervalo en el que la función de distribución acumulada teórica es válida.

Aftershocks Series of $\Delta$	$l_{1emp}$	$l_{2emp}$	$\tau_{3emp}$	$\tau_{4emp}$	Interval	$\kappa$	$\alpha$	$\xi$
NOR, M>2.0	11.0	4.18	0.125	0.091	$0.318 \leq x \leq 30.231$	0.555	16.617	0.318
NOR, M>2.5	10.8	4.16	0.119	0.078	$0.089 \leq x \leq 29.425$	0.575	16.865	0.089
NOR, M>3.0	10.5	4.20	0.143	0.075	$0.002 \leq x \leq 31.515$	0.500	15.743	0.002
NOR, M>3.5	10.3	3.97	0.136	0.101	$0.291 \leq x \leq 29.223$	0.521	15.225	0.291
HM, M>2.0	21.3	8.85	0.179	0.084	$0.125 \leq x \leq 75.184$	0.393	29.476	0.125
HM, M>2.5	20.2	8.74	0.198	0.090	$-0.241 \leq x \leq 80.532$	0.339	27.366	-0.241
HM, M>3.0	19.0	8.32	0.213	0.087	$-0.116 \leq x \leq 83.223$	0.298	24.805	-0.116
HM, M>3.5	19.2	8.46	0.209	0.088	$-0.330 \leq x \leq 82.508$	0.308	25.556	-0.330
LND, M>2.0	33.0	12.5	0.046	0.039	$-2.287 \leq x \leq 75.886$	0.823	64.329	-2.287
LND, M>2.5	32.4	12.3	0.040	0.034	$-2.612 \leq x \leq 73.762$	0.846	64.651	-2.612
LND, M>3.0	30.6	12.1	0.050	0.022	$-3.377 \leq x \leq 72.645$	0.808	61.434	-3.378
LND, M>3.5	29.4	12.2	0.071	0.011	$-3.678 \leq x \leq 74.489$	0.734	57.351	-3.678
LND, M>4.0	26.2	11.9	0.132	0.000	$-3.949 \leq x \leq 82.717$	0.535	46.237	-3.949

Cabe mencionar que de acuerdo con la formulación matemática de la función de probabilidad teórica GPA, en algunos casos se obtienen valores negativos en el rango teórico del argumento, los cuales no tendrían sentido físico ya que no es posible tener distancias negativas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que, en el caso de la función teórica, estos valores negativos tienen una probabilidad casi nula (figura 7.13).

En la figura 7.13 se representan, para distintas magnitudes umbrales, las funciones de distribución acumulada empíricas (series de  $\Delta$ ) (línea discontinua roja), junto con la función de distribución acumulada teórica (GPA) (línea negra), y las bandas del 95% de confianza del test de Kolmogorov-Smirnov (línea discontinua negra).

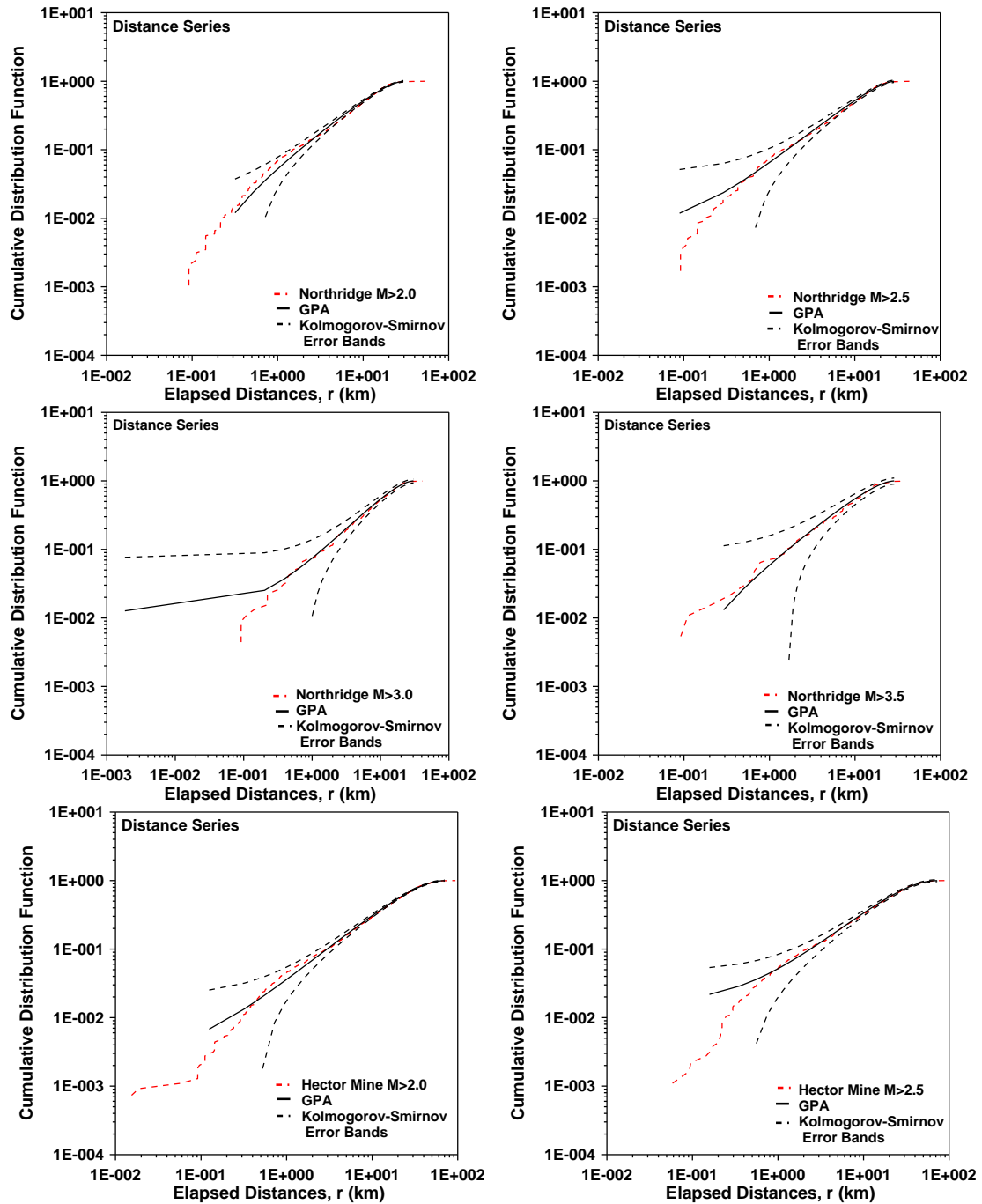


Fig. 7.13 (continua)

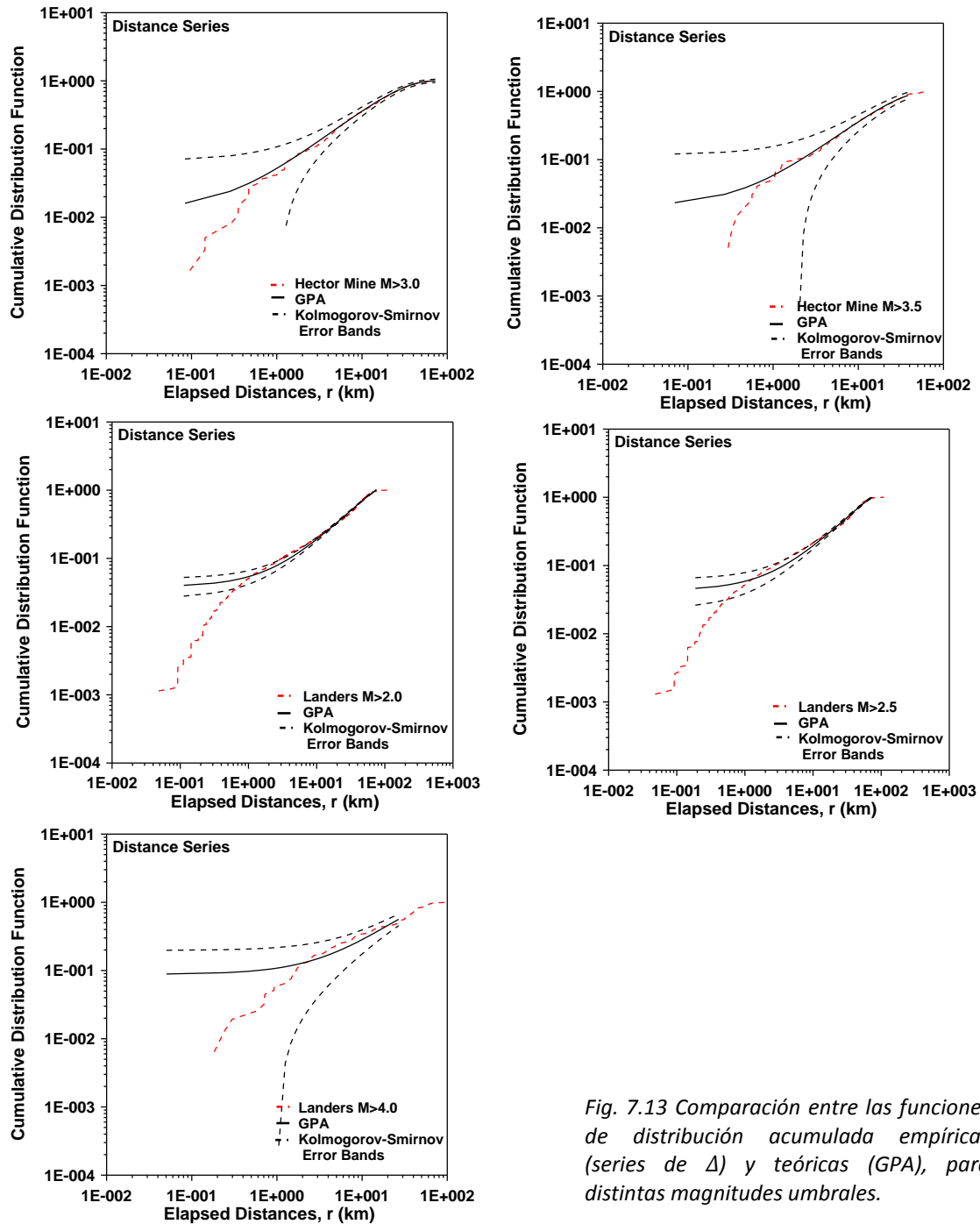


Fig. 7.13 Comparación entre las funciones de distribución acumulada empíricas (series de  $\Delta$ ) y teóricas (GPA), para distintas magnitudes umbrales.

El resultado del análisis estadístico que se realiza a las series de  $\Delta$  (Fig. 7.13) indica que las funciones de distribución acumulada de NOR y HM bien ajustadas por la función teórica de Pareto Generalizada, excepto para distancias muy pequeñas (inferiores a 200–300 m). Para la serie LND, el ajuste es bueno a partir de distancias de 1 km, aproximadamente. Cabe destacar que los parámetros de la GPA son muy similares para las mismas secuencias de réplicas sísmicas, independientemente de la magnitud mínima de análisis (tabla 7.6).

En la figura 7.14 se superponen las funciones de distribución acumulada de las series de  $\Delta$  de cada secuencia (NOR, HM y LND). Se observa que las distribuciones son muy similares, independientemente de la magnitud mínima de análisis. Estas funciones de distribución se ajustan aproximadamente a una función potencial para distancias superiores a aproximadamente 1 km. Los valores de las pendientes de este ajuste potencial son similares para todas las series: 0.9 (NOR y HM) y 0.7 (LND).

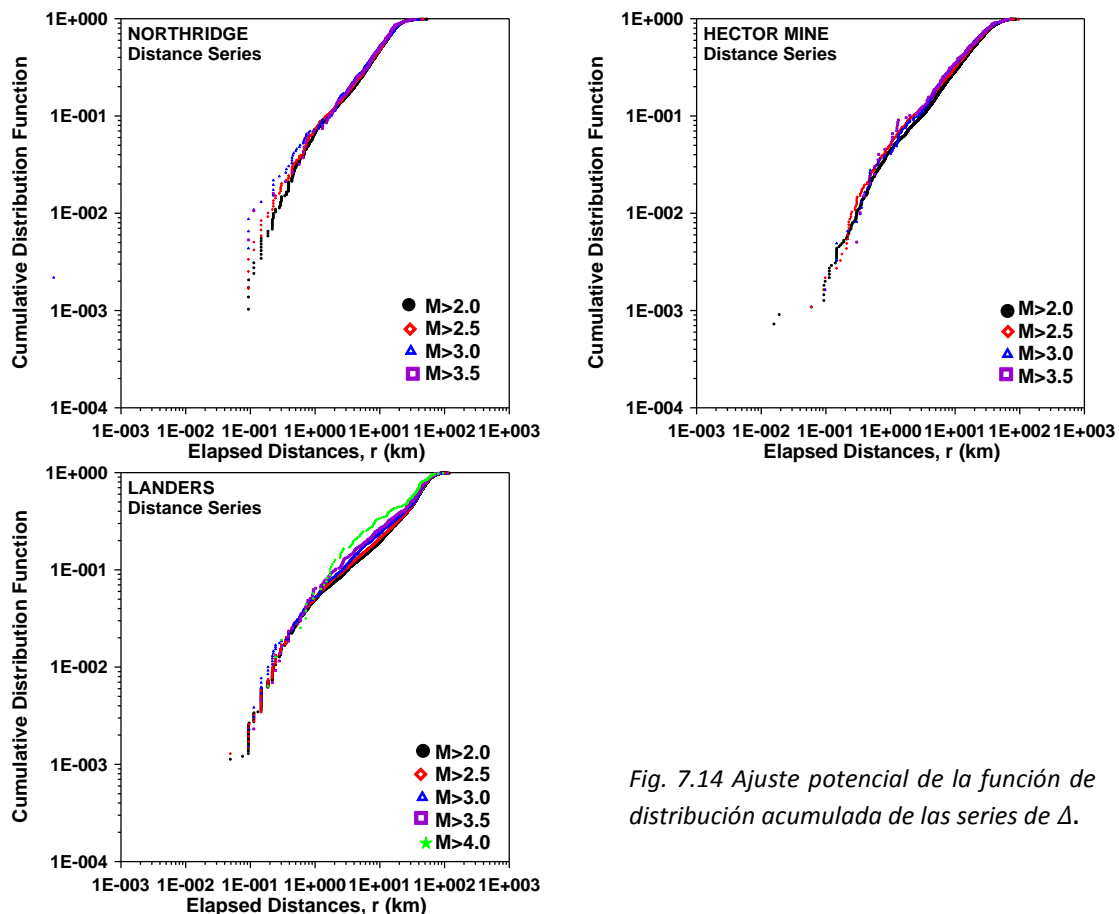


Fig. 7.14 Ajuste potencial de la función de distribución acumulada de las series de  $\Delta$ .

DAVIDSEN y PACZUSKI (2005) analizan la distancia entre los epicentros de sismos consecutivos ocurridos en el Sur de California, pero sin hacer distinción entre secuencias de réplicas. En este trabajo se muestra que la distribución de estas distancias es independiente de la magnitud umbral considerada, siempre que exista completitud en el catálogo sísmico. Además, se obtiene una ley universal para la distancia entre sismos consecutivos siempre que la distancia entre estos sea mayor a 2 km. No se consideran distancias inferiores para evitar los efectos de la incertidumbre en la localización de los epicentros. La distribución de distancias exhibe una ley potencial cuyo exponente tiene un valor de 0.6, así como una escala de tamaño finito. Concluyen que este resultado implica que la dinámica de la sismicidad es compleja y que tiene una estructura jerárquica auto-similar en el espacio y en el tiempo, lo cual es consistente con la hipótesis que la describe como un fenómeno de auto-organización crítica (*self organized criticality*).

### 7.3.2 Series de tiempo entre réplicas consecutivas.

El análisis fractal de las series de tiempo entre réplicas consecutivas,  $\tau$ , es similar al que se realiza a las series de  $\Delta$ .

Como se expone en el capítulo 3, el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas obedece parcialmente la ley de OM. Cuando se observan las series de réplicas en detalle, se descubre que el tiempo entre réplicas consecutivas no crece monótonamente (como describe la ley de OM), sino que se intercalan intervalos con tiempos de espera más cortos que los predichos por la ley de OM, lo que se refleja en incrementos súbitos en la tasa de producción de réplicas. En esta sección, se confirma y, además, se refuerza con nuevos análisis la idea planteada por CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.*, (2001), que clasifican las réplicas en *leading aftershocks* y *cascades*, y describen el comportamiento temporal de las réplicas como la superposición de dos procesos simultáneos de liberación de esfuerzos tectónicos.

En esta sección, además de realizar el análisis fractal de las series de  $\tau$ , se pretende comparar su comportamiento temporal con el de tres series teóricas que obedecen completamente la ley de OM. Estas series se generan utilizando los valores de los parámetros  $c$ ,  $p$  y  $K$ , que se obtuvieron para el ajuste de las series NOR  $M > 2.0$ , HM  $M > 2.0$  y LND  $M > 2.0$  a la ley de OM, y aplicando la ley de OM para obtener el tiempo,  $t(i)$ , en el que se produce cada réplica consecutiva. Es decir, a partir de la ecuación 3.8 se encuentra el tiempo  $t(i)$  de la forma,

$$t(i) = \left\{ \frac{-i[1-p]}{K} + c^{1-p} \right\}^{\frac{1}{1-p}} - c \quad (7.33)$$

donde  $i$  es el número ordenado de réplicas,  $i=1, \dots, N$ , y  $N$  es el número total de réplicas de cada serie. Por lo tanto, el tiempo teórico entre réplicas consecutivas,  $\delta t(i)$ , se calcula mediante la ecuación,

$$\delta t(i) = t(i+1) - t(i) \quad (7.34)$$

Otra característica que se analiza es el comportamiento del ajuste de la ley de OM cuando crece la magnitud umbral de análisis. En la tabla 7.7 se muestran los resultados de este ajuste para las series de réplicas sísmicas con distintos valores de magnitud umbral.

*Tabla 7.7 Valor de los parámetros de la ley de OM ( $c$ ,  $p$  y  $K$ ) para diferentes valores de la magnitud umbral, RMS y valor del Log-likelihood.*



<b>After. Series</b>	<b>p</b>	<b>c</b>	<b>K</b>	<b>fL</b>	<b>RMS</b>
NOR M>2.0	1.337	1.465	1304.82	-8.78e+3	42.45
NOR M>2.5	1.288	0.466	318.84	-3.23e+3	15.37
NOR M>3.0	1.234	0.148	80.36	-1.04e+3	5.92
NOR M>3.5	1.201	0.048	24.34	-3.74e+2	4.58
HM M>2.0	1.277	3.443	2935.90	-1.66e+4	17.73
HM M>2.5	1.282	0.862	601.40	-5.03e+3	18.03
HM M>3.0	1.183	0.206	110.41	-1.28e+3	9.36
HM M>3.5	1.152	0.037	23.977	-3.70e+2	4.89
LND M>2.0	1.391	10.923	1.55e+4	-4.30e+4	95.42
LND M>2.5	1.330	2.287	2.11e+3	-1.42e+4	39.51
LND M>3.0	1.225	0.626	3.40e+2	-3.07e+3	12.81
LND M>3.5	1.170	0.232	79.372	-7.06e+2	5.63
LND M>4.0	1.128	0.062	21.359	-2.11e+2	3.919

Como se observa en esta tabla, el ajuste de la ley de OM mejora cuando se aumenta la magnitud mínima de análisis. La explicación de este comportamiento puede encontrarse en que la energía necesaria para producir grandes sismos se va agotando con el tiempo, y la relajación dinámica de los esfuerzos tectónicos es más similar a lo que predice la ley de OM. Estos resultados también sugieren que cuanto más próxima es la magnitud de análisis a la magnitud de completitud ( $M > 1.5$ ), el comportamiento temporal de las series de réplicas sísmicas se aleja de la ley de OM. Esto implicaría que los fenómenos de *cascade* se detectan peor al aumentar la magnitud mínima de análisis.

En la figura 7.15 se muestra, a modo de ejemplo, el comportamiento temporal de las tres series teóricas, generadas a partir de la ecuación 7.33,  $\tau_{teo}$ , y las series de  $\tau$  empíricas, para distintas magnitudes umbrales ( $M > 2.0, 2.5, 3.0$ ).

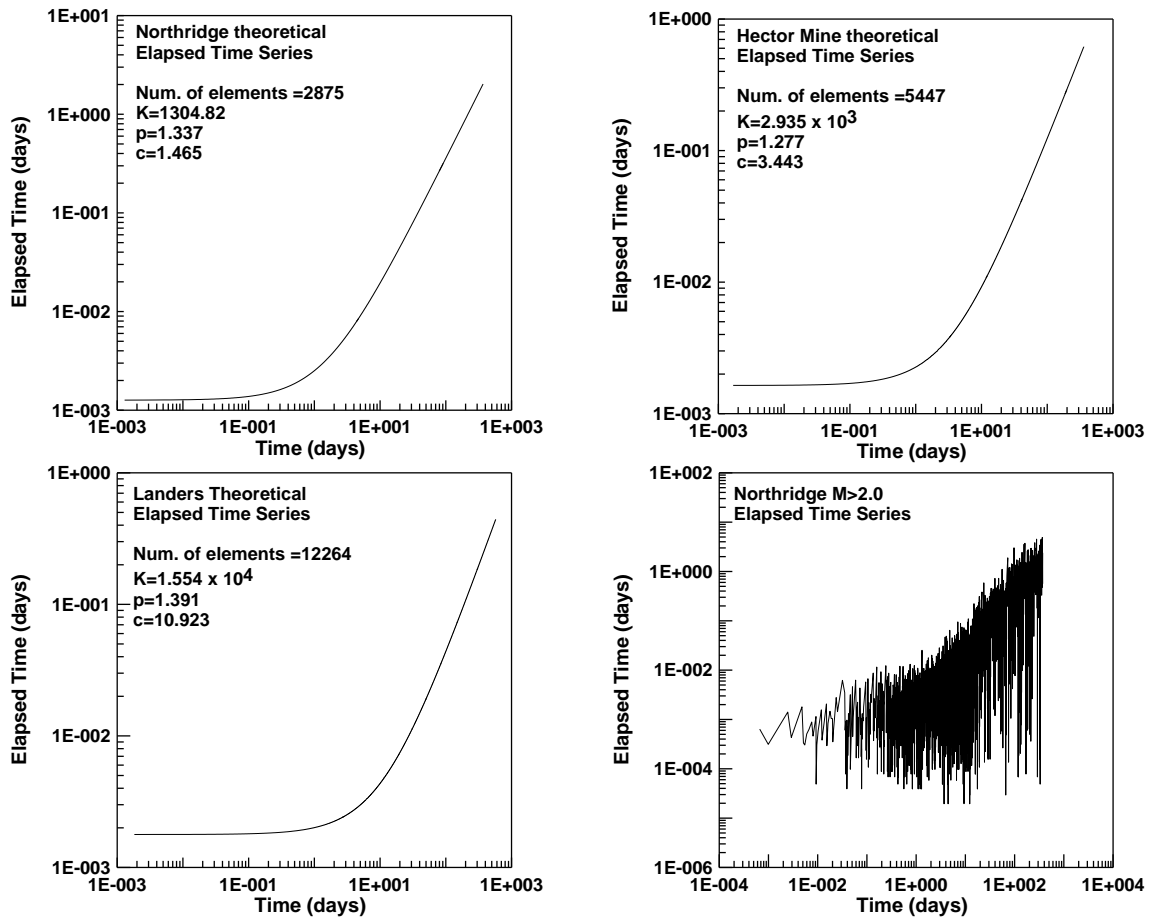


Fig. 7.15 continua

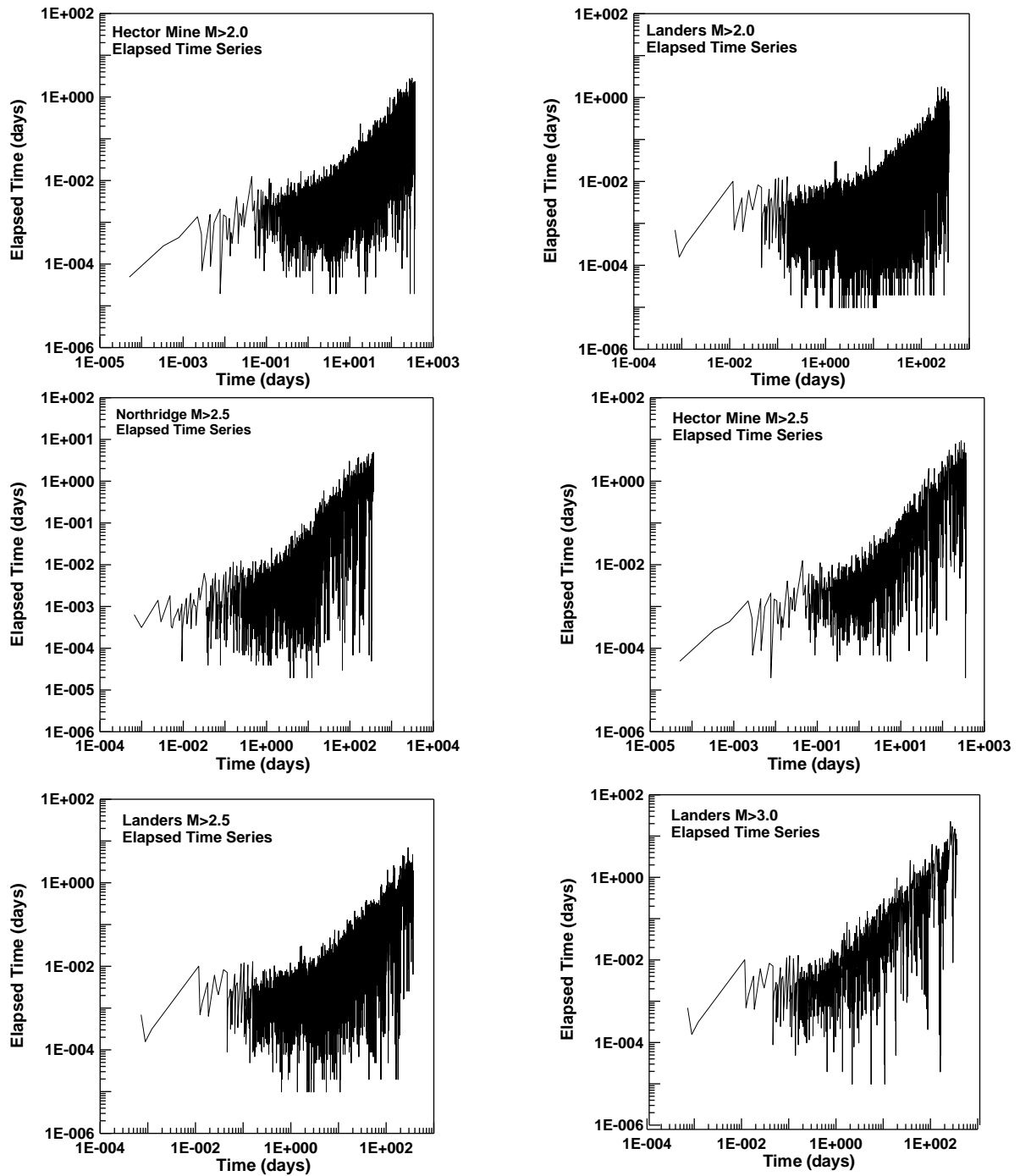


Fig. 7.15 Comportamiento temporal de las series de  $\tau_{teo}$  y  $\tau$  en función de la magnitud

Se observa que a diferencia de las series de  $\tau_{teo}$ , las series de  $\tau$  muestran importantes fluctuaciones, es decir, el tiempo de espera entre réplicas consecutivas no es monótonamente creciente. Este hecho refleja, de nuevo, la aparición de las *cascades*, las cuales perturban el comportamiento temporal que deberían tener las series de  $\tau$ , de acuerdo con lo predicho por la ley de OM.

En las siguientes secciones se realiza el análisis fractal de ambas series,  $\tau$  y  $\tau_{teo}$ , para comparar su comportamiento, y de esta manera caracterizar las series de  $\tau$  con respecto a la conducta teórica que deberían tener si cumplieren estrictamente la ley de OM.

Cabe mencionar que en algunas técnicas fractales (como el teorema de reconstrucción) es más apropiado utilizar las series de  $\tau$  en segundos, ya que el tiempo inter-evento en días suele ocasionar problemas de cálculo numérico en algunos algoritmos de cálculo. Esto ocurre debido a que las series de  $\tau$  abarcan cerca de 7 órdenes de magnitud (de  $10^0$  a  $10^6$  segundos), pero la mayoría de elementos de la serie (aproximadamente el tercer cuartil) ocupa sólo 4 órdenes de magnitud (de  $10^0$ s a  $10^3$ s).

### 7.3.2.1 Análisis de rango reescalado y exponente de Hurst, H.

Si el intervalo de tiempo entre réplicas consecutivas tuviera un comportamiento “puro” descrito por la ley de OM, el exponente de Hurst indicaría una clara persistencia ( $H \approx 1$ ). Es por esto que como primera prueba se calcula el valor de H que tienen las series de  $\tau_{teo}$ . En la figura 7.16 se representa el análisis de R/S para estas tres series teóricas ( $NOR_{TH} M > 2.0$ ,  $HM_{TH} M > 2.0$ ,  $LND_{TH} M > 2.0$ ).

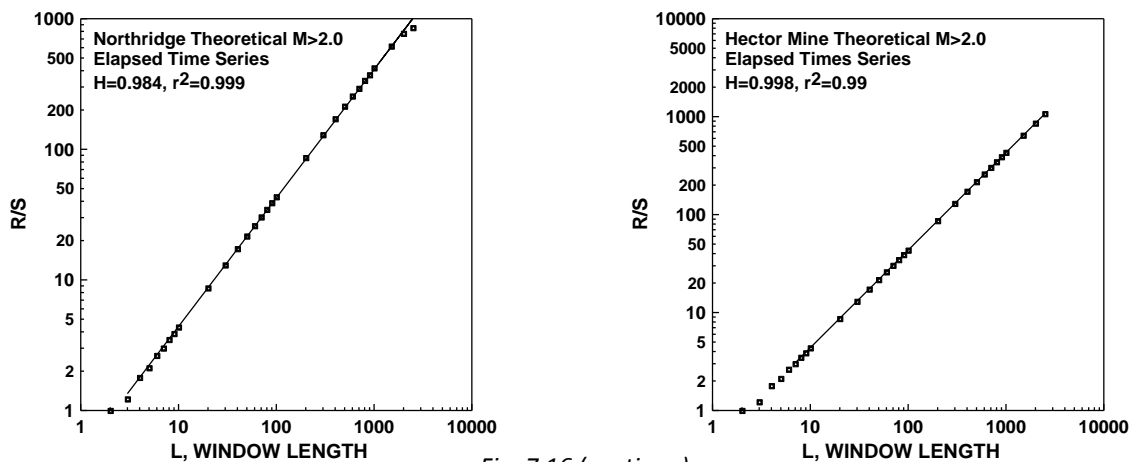


Fig. 7.16 (continua)

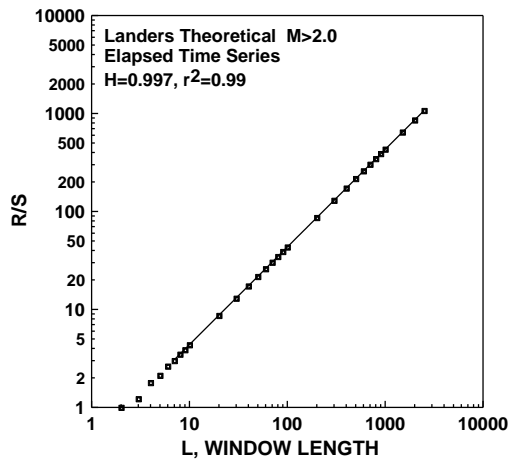


Fig. 7.16 Análisis de Re-escalado para las series de  $\tau_{teo}$

En efecto, como era de esperar, los valores del exponente de  $H$  para las tres series de  $\tau_{teo}$  son muy cercanos a la unidad, lo cual indica una clara persistencia.

Para estudiar cómo influye la magnitud en el análisis R/S, se consideran varios valores umbrales de magnitud. En la figura 7.17 se observa el análisis R/S para las series de  $\tau$  que se listan en la tabla 7.1. La línea negra muestra el ajuste potencial para todos los tamaños de ventana,  $L$ . Las líneas discontinuas azules indican que R/S admite un ajuste mediante una doble ley potencial, a partir de la cual obtendrían dos valores del exponente de Hurst; uno para tamaños de ventana pequeños (desde  $L_{min}$  hasta el tamaño de ventana que se denomina como crítico,  $L_c$ ), y otro para los tamaños de ventana más grandes (desde  $L_c$  hasta  $L_{max}$ ). Cabe remarcar que, a medida que aumenta la magnitud umbral, las dos leyes potenciales se asemejan más, y el comportamiento de R/S tiende a quedar descrito por una sola ley potencial.

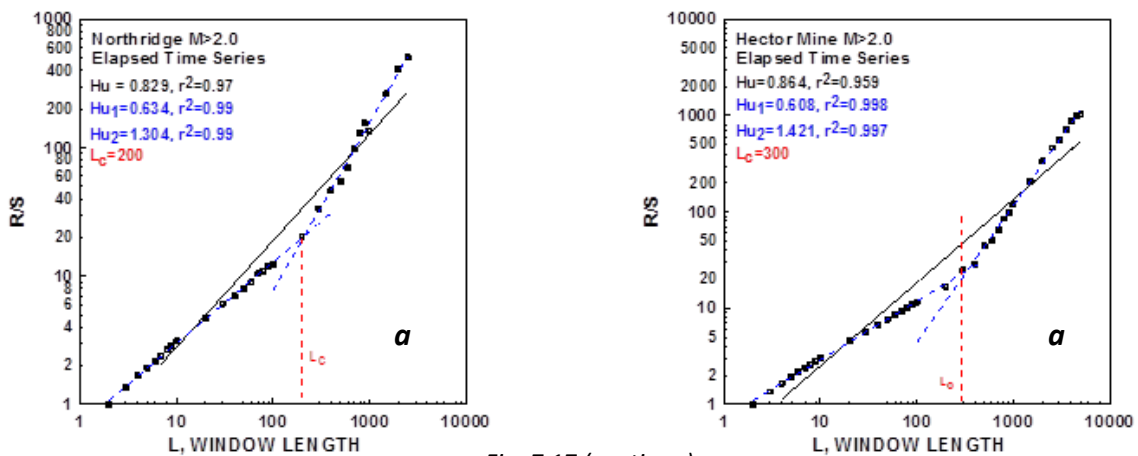


Fig. 7.17 (continua)

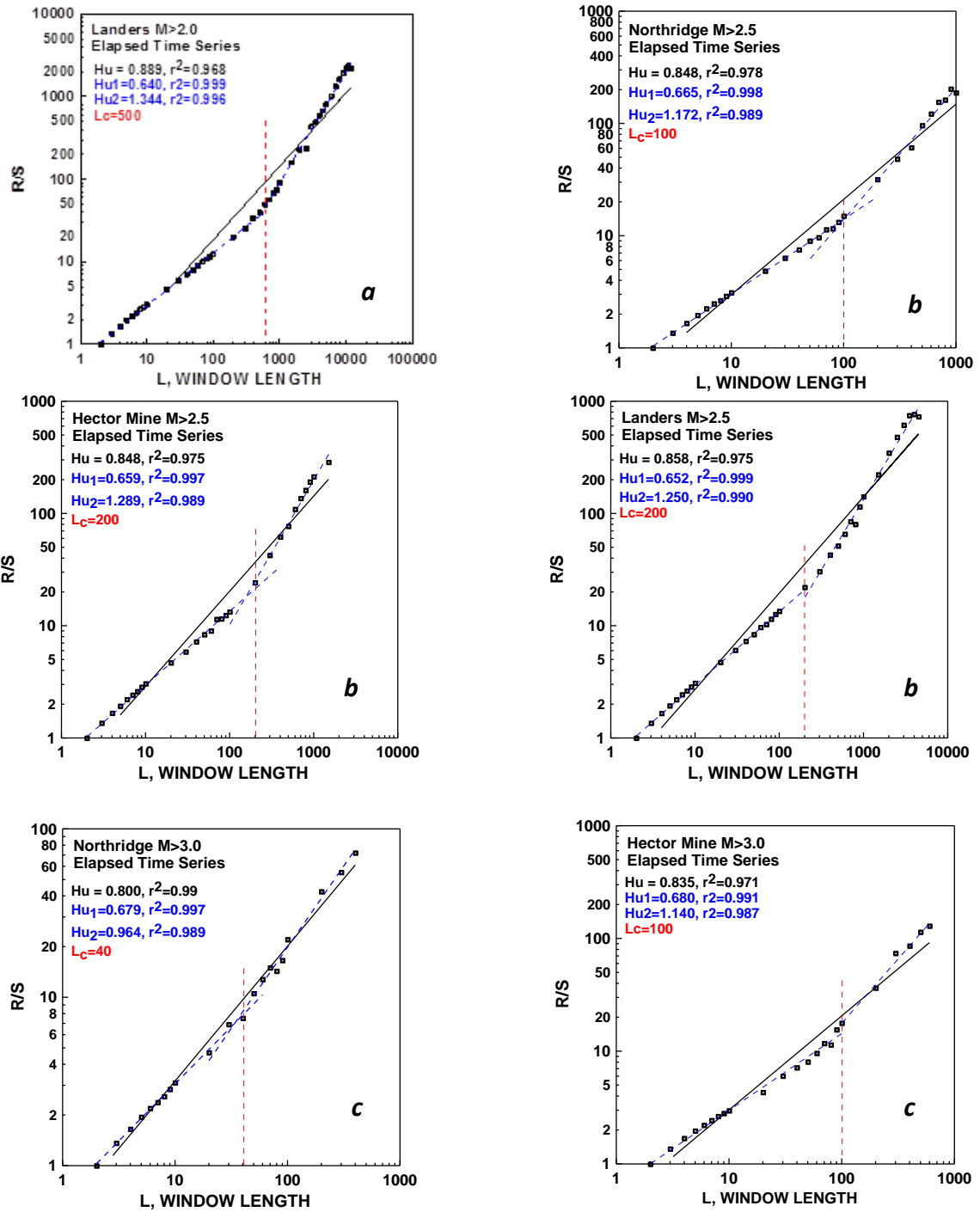


Fig. 7.17 (continua)

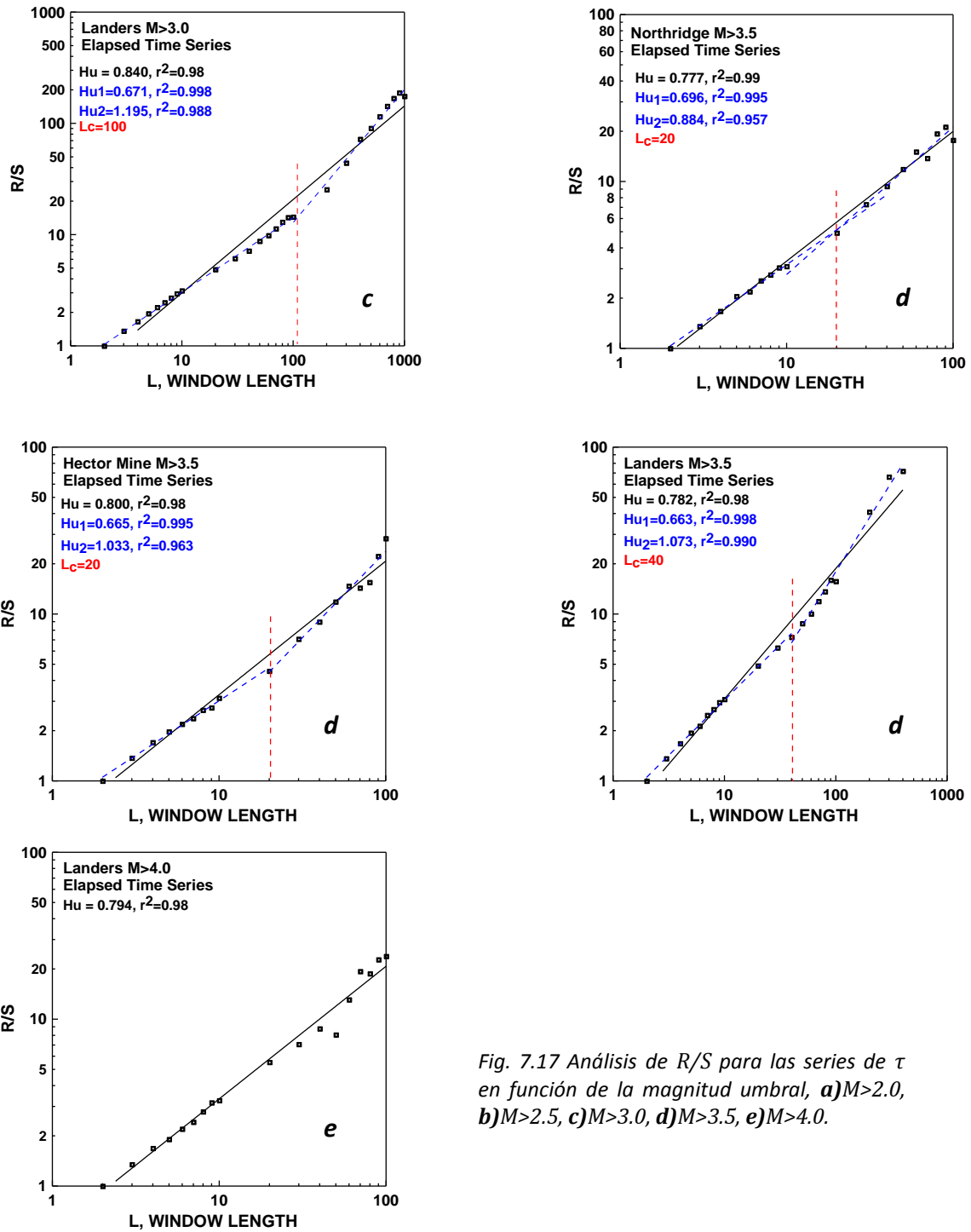


Fig. 7.17 Análisis de  $R/S$  para las series de  $\tau$  en función de la magnitud umbral, a)  $M>2.0$ , b)  $M>2.5$ , c)  $M>3.0$ , d)  $M>3.5$ , e)  $M>4.0$ .



Tabla 7.8 Resultados del análisis de R/S que se aplica a las series de  $\tau$  (Fig. 7.17)

Aftershocks Series de $\tau$	H	H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>
NOR THEO., M>2.0	0.986 (r <sup>2</sup> = 0.999)	---	---
NOR, M>2.0	0.829 (r <sup>2</sup> = 0.971)	0.634 (r <sup>2</sup> = 0.990)	1.304 (r <sup>2</sup> = 0.990)
NOR, M>2.5	0.848 (r <sup>2</sup> = 0.978)	0.665 (r <sup>2</sup> = 0.998)	1.172 (r <sup>2</sup> = 0.989)
NOR, M>3.0	0.800 (r <sup>2</sup> = 0.990)	0.679 (r <sup>2</sup> = 0.997)	0.964 (r <sup>2</sup> = 0.989)
NOR, M>3.5	0.777 (r <sup>2</sup> = 0.990)	---	---
HM THEO., M>2.0	0.998 (r <sup>2</sup> = 0.999)	---	---
HM, M>2.0	0.864 (r <sup>2</sup> = 0.959)	0.608 (r <sup>2</sup> = 0.998)	1.421 (r <sup>2</sup> = 0.989)
HM, M>2.5	0.848 (r <sup>2</sup> = 0.975)	0.659 (r <sup>2</sup> = 0.997)	1.289 (r <sup>2</sup> = 0.989)
HM, M>3.0	0.835 (r <sup>2</sup> = 0.971)	0.680 (r <sup>2</sup> = 0.991)	1.140 (r <sup>2</sup> = 0.987)
HM, M>3.5	0.800 (r <sup>2</sup> = 0.980)	---	---
LND THEO., M>2.0	0.997 (r <sup>2</sup> = 0.999)	---	---
LND, M>2.0	0.889 (r <sup>2</sup> = 0.968)	0.640 (r <sup>2</sup> = 0.999)	1.344 (r <sup>2</sup> = 0.996)
LND, M>2.5	0.858 (r <sup>2</sup> = 0.975)	0.652 (r <sup>2</sup> = 0.999)	1.250 (r <sup>2</sup> = 0.990)
LND, M>3.0	0.840 (r <sup>2</sup> = 0.980)	0.671 (r <sup>2</sup> = 0.998)	1.195 (r <sup>2</sup> = 0.988)
LND, M>3.5	0.782 (r <sup>2</sup> = 0.980)	0.663 (r <sup>2</sup> = 0.998)	1.073 (r <sup>2</sup> = 0.990)
LND, M>4.0	0.794 (r <sup>2</sup> = 0.980)	---	---

La tabla 7.8 resume los resultados del análisis de R/S. Se dan los valores del exponente de Hurst H que se obtienen mediante un único ajuste para toda la serie, y de los dos exponentes H<sub>1</sub> y H<sub>2</sub> derivados para los dos intervalos, junto con los correspondientes coeficientes de correlación. Cabe mencionar que los valores de H<sub>1</sub> y H<sub>2</sub> son solamente indicativos de que el análisis de R/S presenta dos comportamientos diferentes, que tienden a un único comportamiento al aumentar la magnitud umbral de análisis. Los resultados más destacables que se deducen de la tabla 7.8 y de la figura 7.17 son:

1. Los exponentes de Hurst que se obtienen para las series de  $\tau$  desde  $L_{\min}$  hasta  $L_{\max}$  son siempre inferiores a los de las series de  $\tau_{\text{teo}}$ , lo cual indica una menor persistencia, esto es, las series de  $\tau$  se alejan del valor teórico de Hurst que se obtendría si se cumpliera exactamente la ley de OM.
2. Aunque es posible ajustar todas las series de  $\tau$  con una sola ley potencial y un coeficiente de correlación adecuado, se observa claramente que el comportamiento de R/S se ajusta a una doble ley potencial, que tiende progresivamente a una única ley potencial conforme se aumenta la magnitud umbral. Esto se debe a que el tiempo entre eventos consecutivos de gran magnitud tiende a aumentar con el tiempo transcurrido desde el terremoto principal. Este hecho también se refleja en la mejora del ajuste de la ley de OM a medida que aumenta la magnitud umbral.

Desde la hipótesis de trabajo de esta investigación, en la que se estudia el comportamiento temporal de las réplicas sísmicas (Capítulo 3 y 4) como la superposición de dos procesos simultáneos de relajación de los esfuerzos tectónicos, el hecho de que el comportamiento de R/S se ajuste a una doble ley potencial admite la siguiente interpretación:

El primer ajuste potencial se observa en el intervalo de  $L_{\min}=2$  hasta un valor “crítico” de tamaño de ventana,  $L_c$ . El exponente  $H$  en este intervalo indica que la serie de  $\tau$  presenta un comportamiento más cercano a la aleatoriedad ( $H \approx 0.5$ ). Esto se justifica si se toma en cuenta que, cuando la longitud de la ventana,  $L$ , es pequeña, se está observando el comportamiento de unos pocos elementos de la serie, es decir, se analiza la secuencia con más detalle. Por lo tanto, en las ventanas pequeñas se observa esencialmente el comportamiento del tiempo inter-evento de las CAS, que son las que perturban la evolución descrita por la ley de OM, a la que le correspondería un exponente de Hurst cercano a 1.0.

Para el segundo ajuste potencial desde  $L_c$  hasta  $L_{\max}$ , el exponente  $H$  indica una mayor persistencia. Esto se justifica si se considera que, en el análisis R/S, un tamaño grande de ventana permite detectar el comportamiento de un mayor número de elementos de la serie o, incluso, de toda ella. En este sentido, cabe recordar que el sistema de réplicas sísmicas se encuentra inmerso en un proceso general de relajación dinámica de los esfuerzos tectónicos, el cual se describe en buena aproximación por la ley de OM. Es por este motivo que el exponente  $H$  es mayor cuando se analizan segmentos de longitud grande, ya que, en este caso, se está observando principalmente el comportamiento general de la relajación de esfuerzos tectónicos.

### 7.3.2.2 Semivariograma y exponente de Hausdorff, $H_a$

El análisis de los semivariogramas permite discernir si las series de  $\tau$  y  $\tau_{teo}$  se comportan como un fractal auto-afín. Para ello, es necesario que exista una relación potencial entre la semivarianza y el desfase (*lag*). La figura 7.18 muestra el semivariograma de las series de  $\tau$  con un número de elementos superior a 1000 (para asegurar la fiabilidad de los resultados), y de las tres series de  $\tau_{teo}$ .

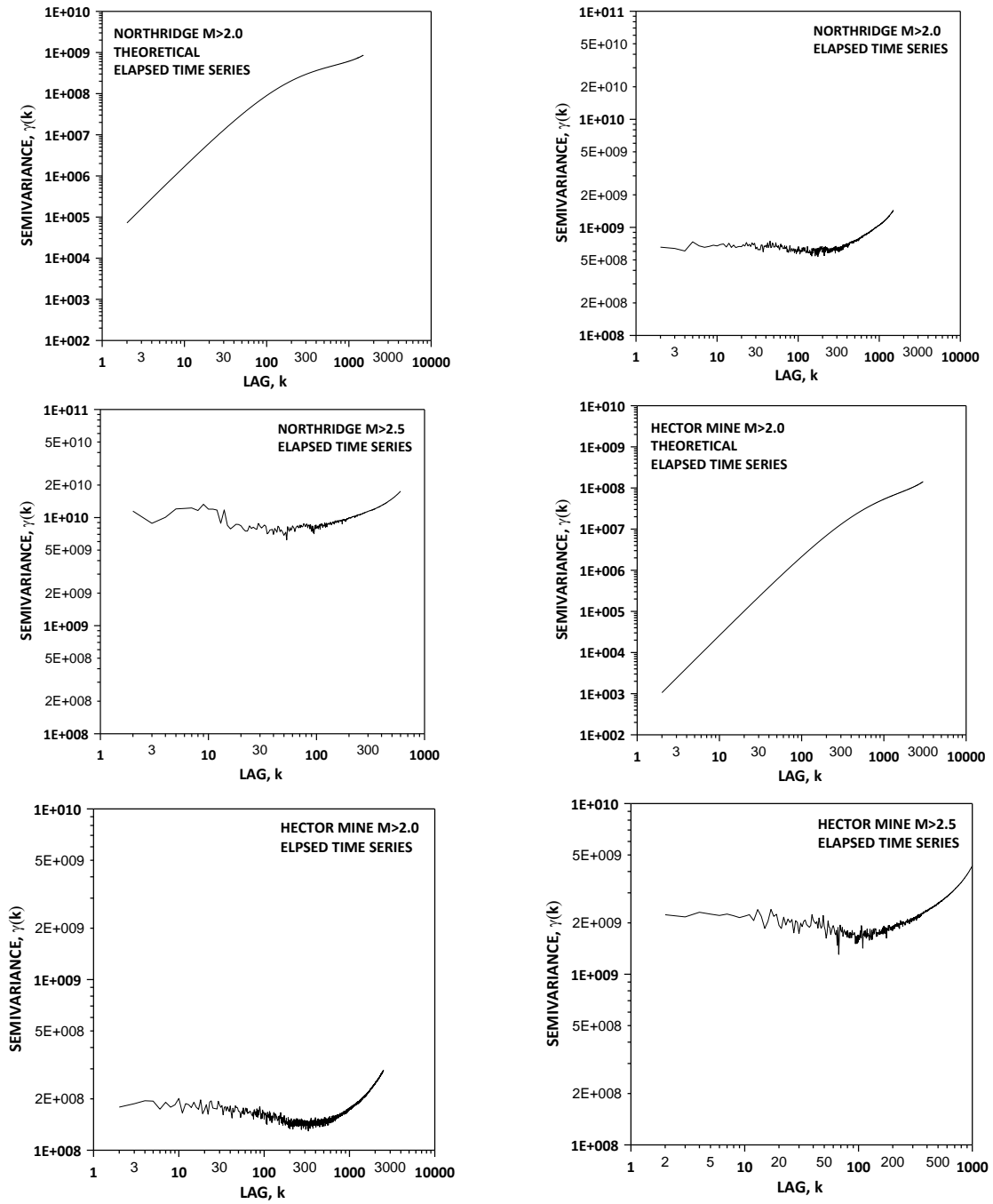


Fig. 7.18 (continua)

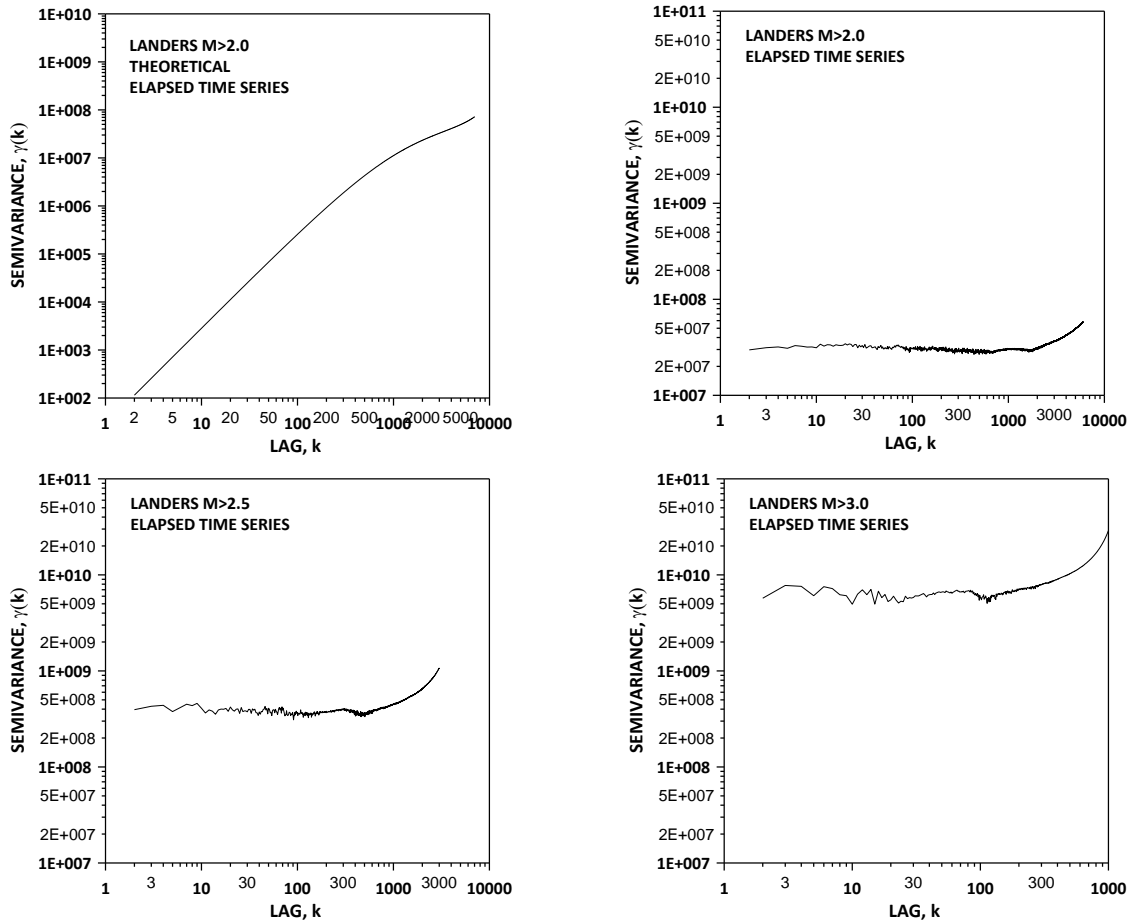


Fig. 7.18 Semivariogramas de las series de  $\tau$  con un número de elementos  $N > 1000$ , y de las series de  $\tau_{teo}$ .

A partir de los semivariogramas de la series de  $\tau$  se puede concluir que éstas no se comportan como un fractal auto-afín, ya que no es posible realizar un ajuste potencial convincente. Tampoco las series de  $\tau_{teo}$  se pueden considerar como fractales auto-afines, ya que aunque su comportamiento para desfases  $k$  pequeños se ajustaría bien a una ley potencial, para valores grandes de  $k$  la semivarianza cambia de tendencia.

### 7.3.2.3 Lacunaridad de las series de $\tau$ .

Para realizar el análisis de la lacunaridad es necesario tener un número suficiente de muestras por encima del valor umbral que se esté inspeccionando. Debido a que la serie de  $\tau$  tiene muchos órdenes de magnitud, antes de realizar el análisis se realiza un estudio estadístico de la serie, para establecer los valores umbrales apropiados. La tabla 7.9 muestra algunas características estadísticas de las series de  $\tau$  y  $\tau_{teo}$ . Se observa que la mayoría de los elementos de las series se encuentra entre los primeros

órdenes de magnitud del total de cada secuencia, por lo que los valores umbrales que se necesitan para calcular correctamente la lacunaridad deben ser pequeños.

Tabla 7.9 Algunas características estadísticas de las series de  $\tau$  y  $\tau_{teo}$  y valores considerados para la construcción de algunas curvas de lacunaridad.

Elapsed Time Series	Minimum/maximum value	median	3th quartile	Threshold values in graph L(r) vs r
NOR THEO M>2.0	110.53 s/177404.07 s	974.36 s	5908.47 s	130 s, 170 s, 210 s, 250 s, 330 s, 450 s.
NOR M>2.0	0 s/ 432038.88 s	486.43 s	3212.35 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s
NOR M>2.5	0 s/ 3133356.00 s	570.62 s	5289.00 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s
HM THEO., M>2.0	142.83 s/53713.73 s	1132.27 s	5269.88 s	100 s, 300 s, 700 s, 900 s, 1300 s, 1500 s, 1900 s.
HM M>2.0	0 s/ 250876.00 s	696.38 s	3480.19 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s
HM M>2.5	0 s/817023.00 s	736.00 s	4772.00 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s.
LND THEO., M>2.0	155.12 s/ 38558.06 s	921.15 s	3727.45 S	100 s, 300 s, 700 s, 900 s, 1300 s, 1500 s, 1900 s.
LND M>2.0	0 s/ 158665.50 s	464.00 s	1744.00 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s.
LND M>2.5	0 s/ 619041.50 s	579.00 s	2810.00 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s.
LND M>3.0	0 s/1983181.00 s	917.00 s	7103.00 s	25 s, 65 s, 105 s, 145 s, 225 s, 345 s, 465 s.

La figura 7.19 muestra algunos ejemplos de las curvas de lacunaridad, L(r), y de la lacunaridad básica, L(1), para las series de  $\tau_{teo}$  (7.19a) y  $\tau$  (7.19b), considerando los valores umbrales que se listan en la tabla 7.9.

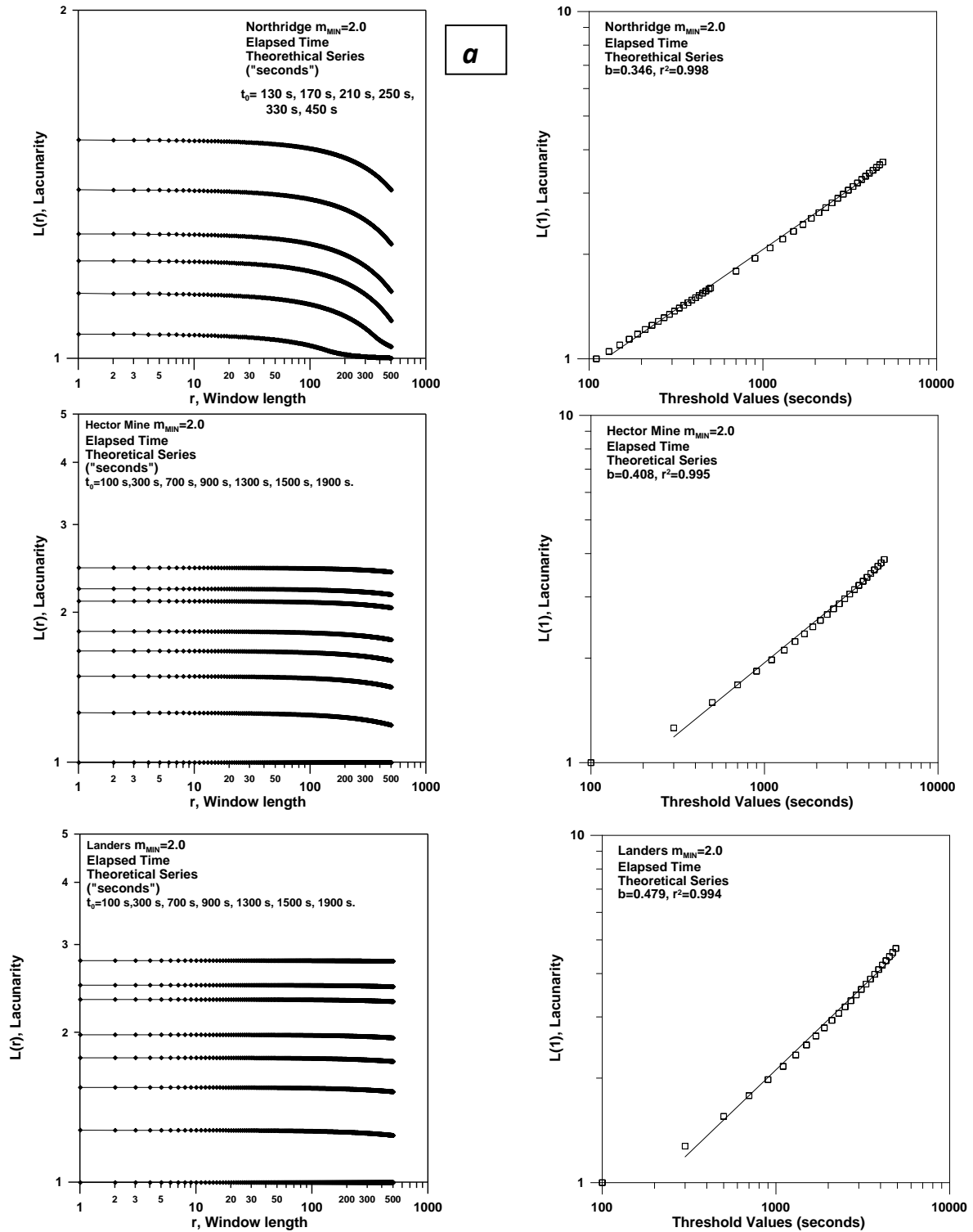


Fig. 7.19 (continua)

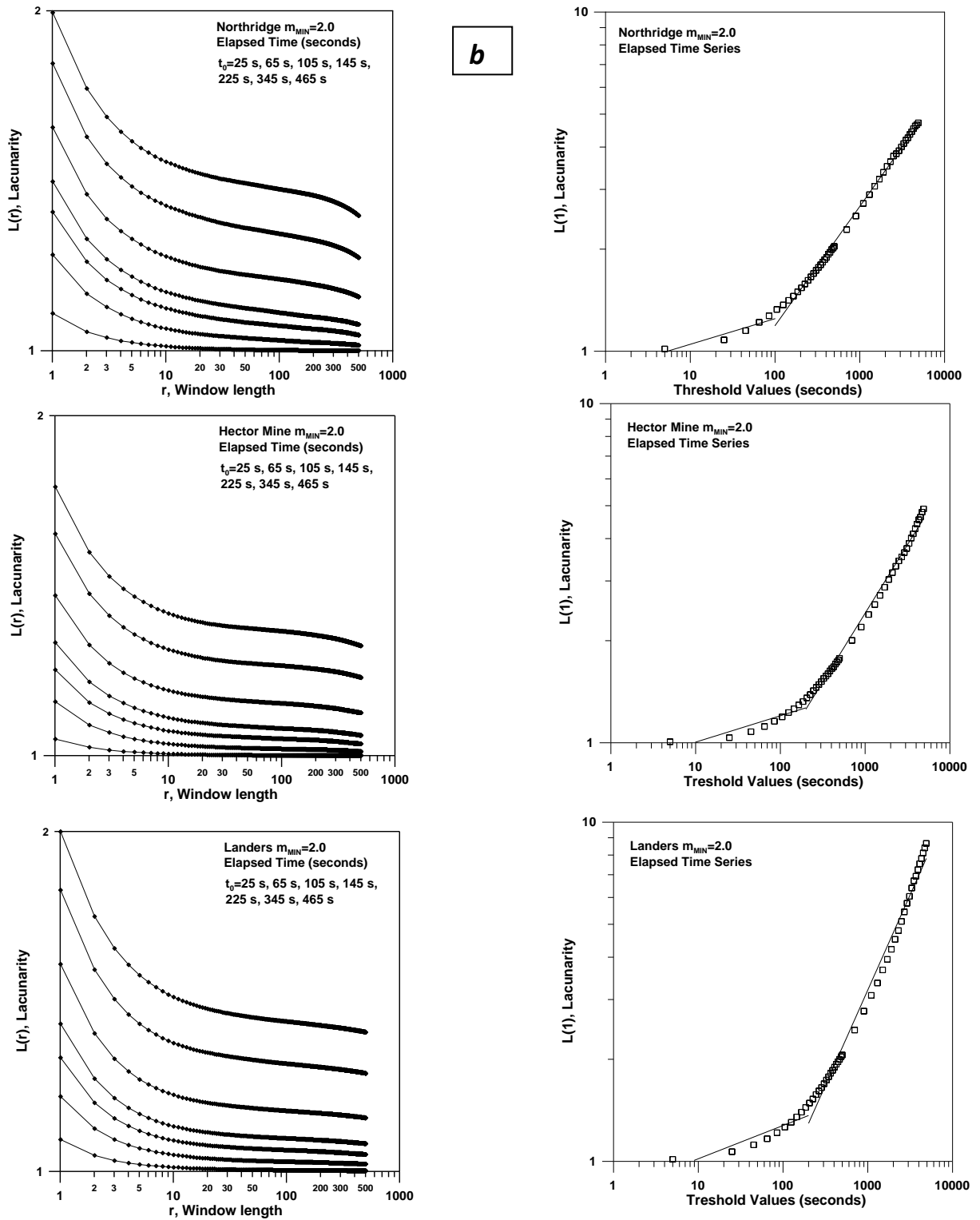


Fig. 7.19 (continua)

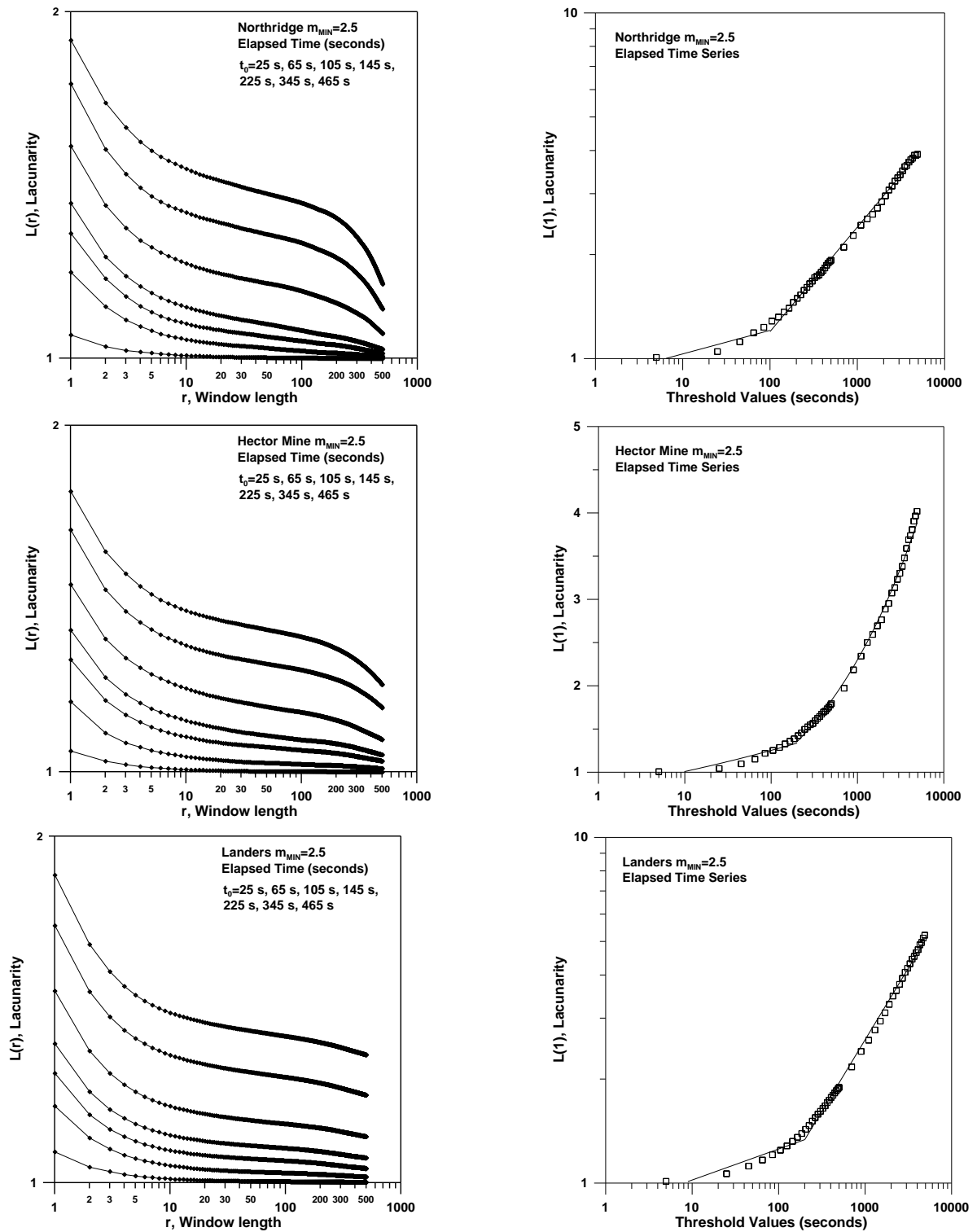


Fig. 7.19 (continua)



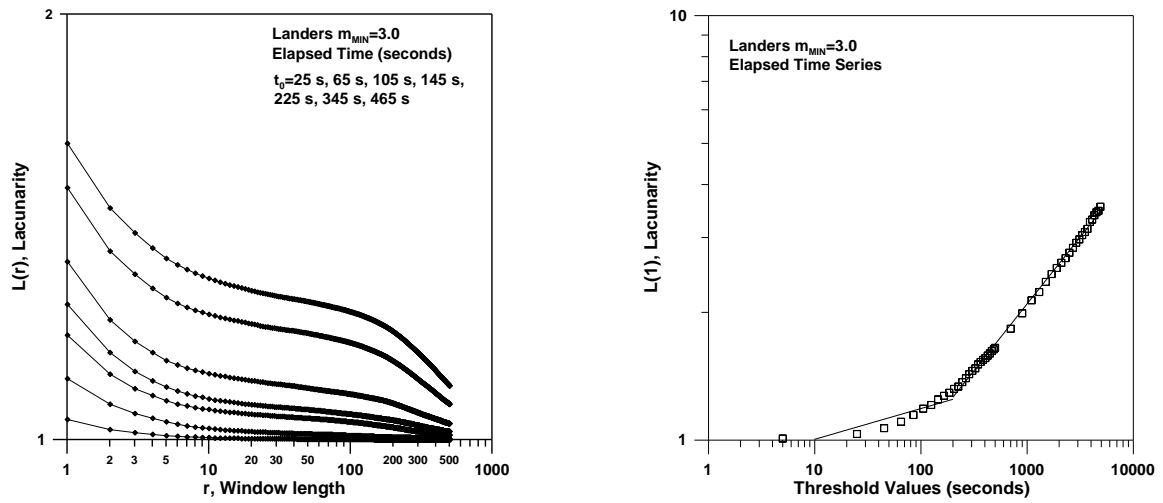


Fig. 7.19 Curvas de Lacunaridad,  $L(r)$ , y lacunaridad básica,  $L(1)$ , para distintos valores umbrales: **a)** para las series de  $\tau_{teo}$  y **b)** para las series de  $\tau$ .

Las principales diferencias entre las curvas de lacunaridad,  $L(r)$ , para las series de  $\tau$  y de  $\tau_{teo}$  se detectan cuando se consideran ventanas móviles de longitud pequeña,  $r$ . Para todos los valores umbrales, las curvas de las series teóricas mantienen un valor de lacunaridad prácticamente constante durante la mayor parte del intervalo de  $r$ . Esto indica que la distribución del tamaño de los espacios en las series de  $\tau_{teo}$ , para cada valor umbral, es esencialmente independiente de la longitud de la ventana con la que se observa. La explicación es que los elementos de las series de  $\tau_{teo}$  son los tiempos inter-evento que obedecen completamente la ley de OM, por tanto, su comportamiento cuando se observa con ventanas de distinta longitud no ha de presentar diferencias significativas. En cambio, para las series empíricas, las curvas de lacunaridad son decrecientes, tendiendo en la mayoría de los casos hacia un valor aproximadamente constante, como en el caso de las series teóricas, para valores grandes de  $r$ . Además, para una misma longitud de ventana  $r$ , y para valores umbrales similares, las lacunaridades son mayores para las series empíricas que para las teóricas. Estos resultados reflejan que, cuando se observa la serie de  $\tau$  con ventanas grandes, se está tomando un segmento grande de la serie, formado por un gran número de elementos y, en este caso, el comportamiento temporal viene gobernado esencialmente por la ley de OM. Las perturbaciones de este comportamiento temporal correspondientes a las CAS, en cambio, sí que adquieren relevancia cuando se observa la serie con ventanas pequeñas, lo cual explica que la distribución del tamaño de los espacios varíe con la longitud de la ventana.

Por otra parte el comportamiento de la lacunaridad básica,  $L(1)$ , para la ventana de tamaño unidad, en función del valor umbral, se ajusta a una doble ley potencial en el caso de las series de  $\tau$  (con una pendiente mayor para la segunda ley potencial), y a una única ley potencial para las series de  $\tau_{te0}$ . Esto es, la lacunaridad básica presenta un cambio de tendencia a partir de un valor umbral de unos 100 segundos, aproximadamente, en todas las series empíricas. En definitiva, vuelven a aparecer diferencias significativas entre los comportamientos generados por las series teóricas y empíricas de  $\tau$ , lo cual es otro indicio que refuerza el sentido de la separación de las réplicas en LA y CAS.

### 7.3.2.4 Teorema de Reconstrucción.

A continuación se aplica el teorema de reconstrucción a las series de  $\tau$  y  $\tau_{te0}$ . La primera característica que se estudia es el comportamiento de la función de correlación,  $C(r)$ . La figura 7.20 muestra algunas curvas de  $C(r)$  en función de  $r$ , para diferentes dimensiones de reconstrucción,  $m$ , y para ambos grupos de series.

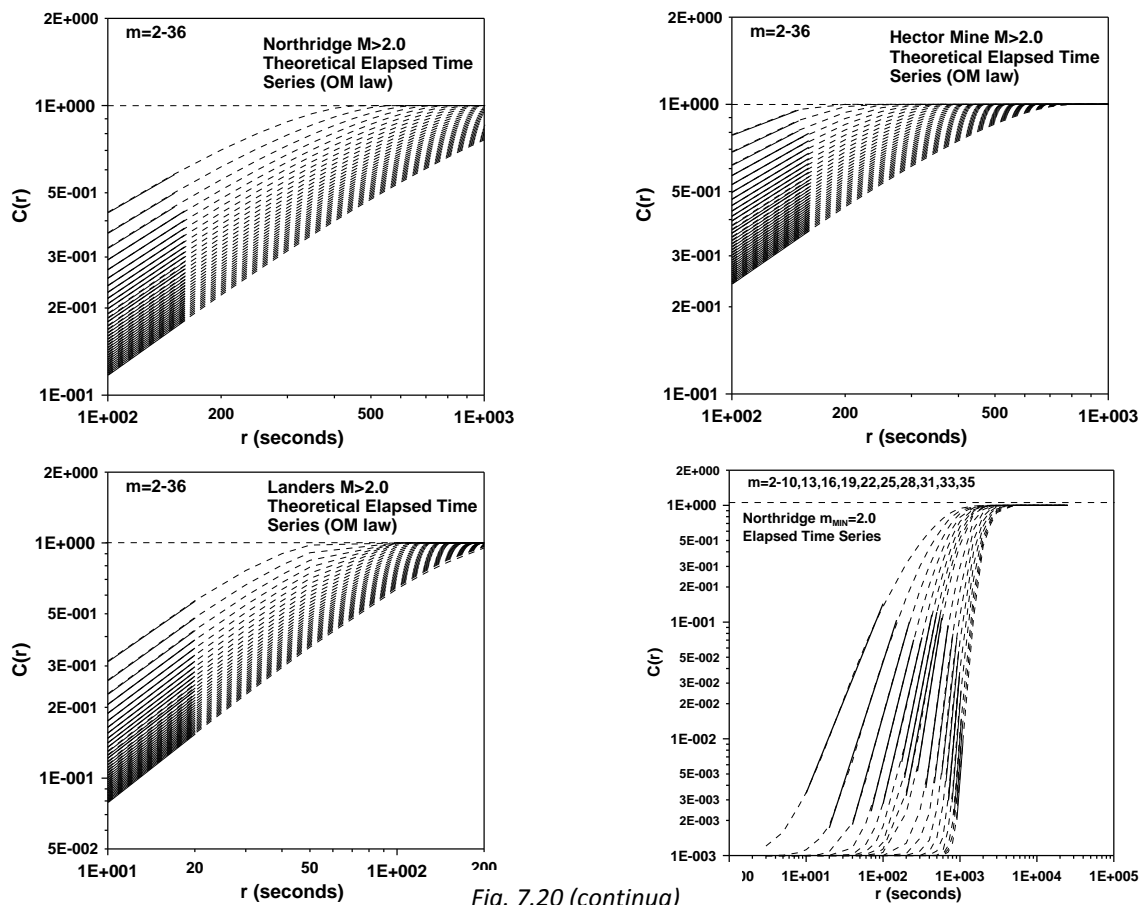


Fig. 7.20 (continua)

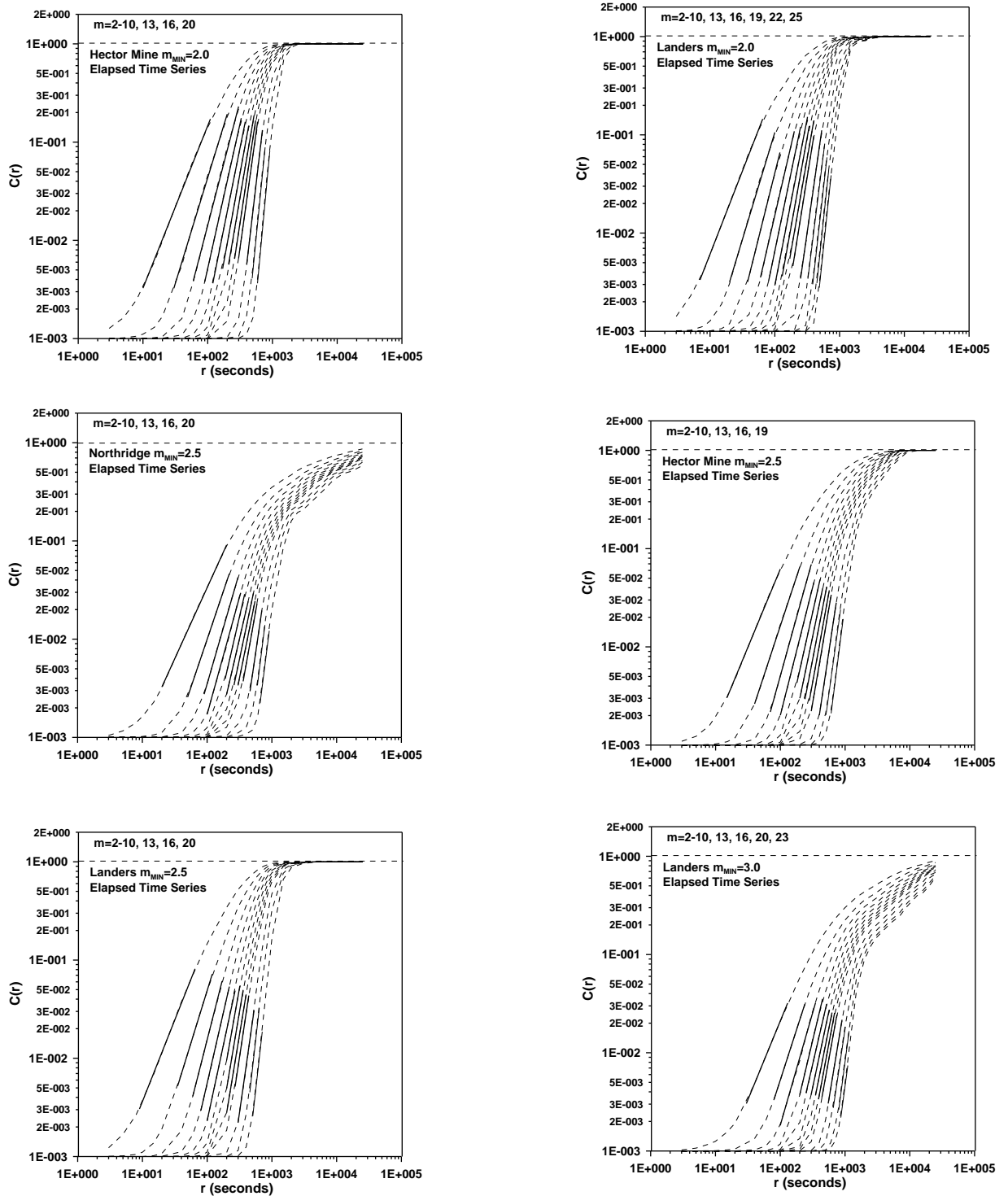


Fig. 7.20 Curvas de la función de correlación,  $C(r)$ , de las series de  $\tau_{teo}$  y  $\tau$ , para algunas dimensiones de reconstrucción,  $m$ .

Recordemos que la pendiente de los ajustes potenciales proporciona el valor de la dimensión de correlación  $\mu(m)$ , y la evolución de la ordenada en el origen,  $\alpha(m)$ , permite calcular la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ . En la figura 7.21 se muestra la evolución, en función de la dimensión de reconstrucción  $m$ , de  $\mu(m)$  y de la ordenada en el origen  $\alpha(m)$  para las series  $\tau_{teo}$ . En las figuras 7.22 y 7.23 se observa la evolución de  $\mu(m)$  y de  $\alpha(m)$  para las series  $\tau$ , respectivamente. Los valores obtenidos para  $\mu^*$  y  $\kappa$  se listan en la tabla 7.10.

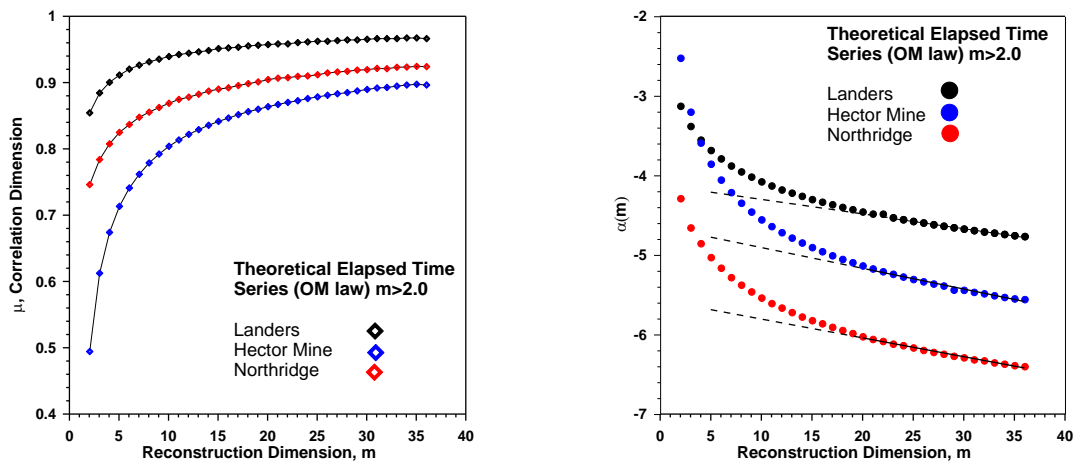


Fig. 7.21 Dimensión de correlación,  $\mu(m)$ , y ordenada en el origen,  $\alpha(m)$ , en función de la dimensión de reconstrucción para las series de  $\tau_{teo}$ .

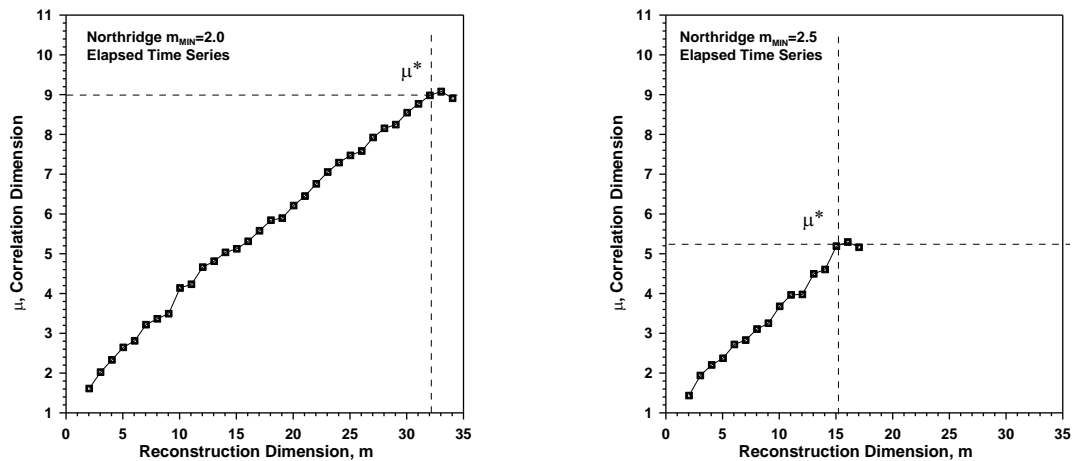


Fig. 7.22 (continua)

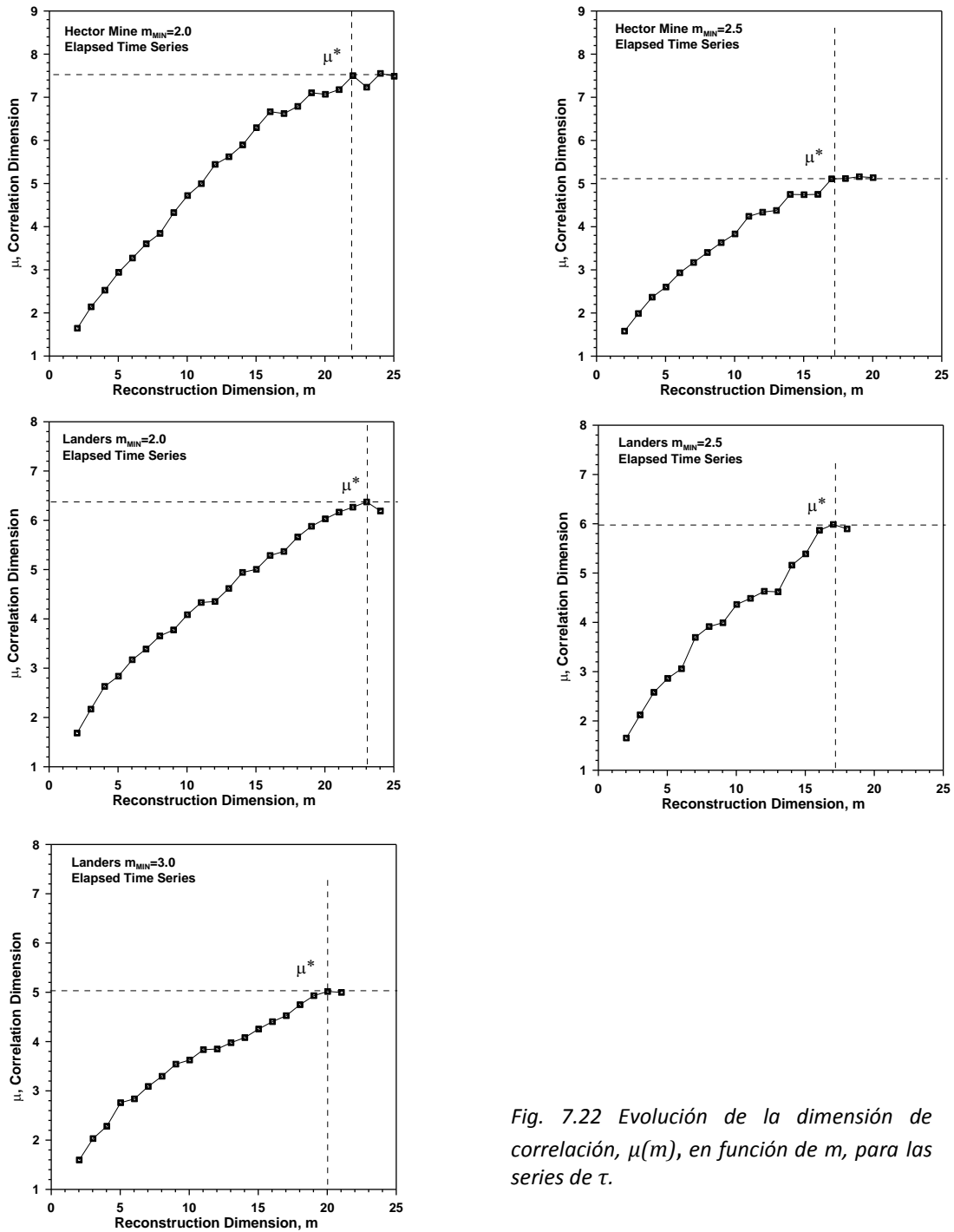


Fig. 7.22 Evolución de la dimensión de correlación,  $\mu(m)$ , en función de  $m$ , para las series de  $\tau$ .

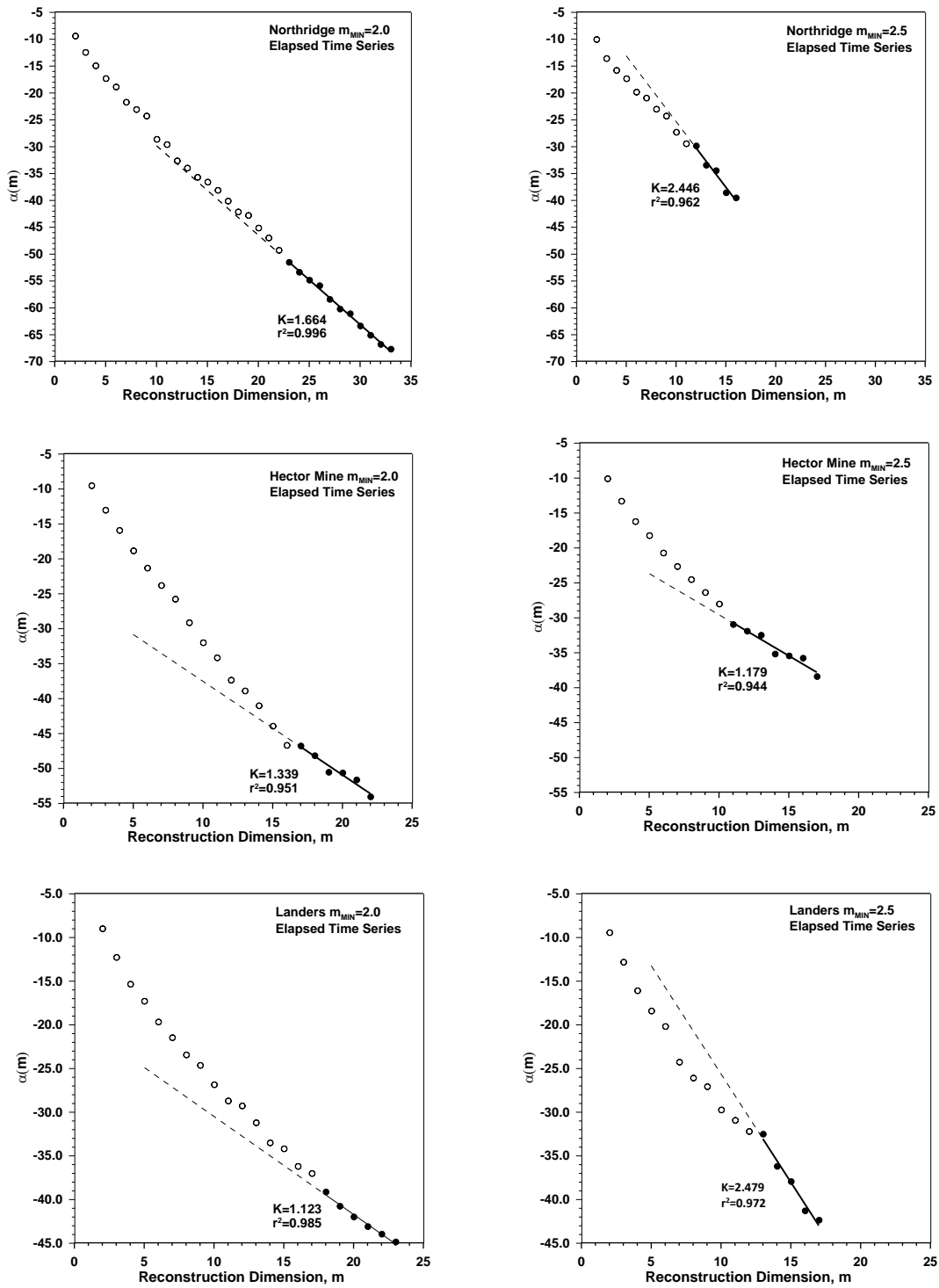


Fig. 7.23 (continua)

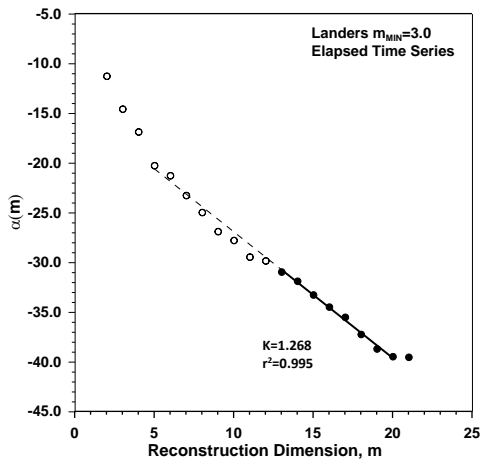


Fig. 7.23 Evolución de  $\alpha(m)$  en función de  $m$ , y entropía de Kolmogorov de las series de  $\tau$ .

Tabla 7.10 Valor de  $\mu^*$ , dimensión de embedding,  $d_E$ , y entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , para las series de  $\tau$  y  $\tau_{teo}$ .

Aftershocks Series de $\tau$	$\mu^*$	$d_E$	$\kappa$
<b>NOR<sub>TH</sub>, M&gt;2.0</b>	<b>0.92</b>	<b>34</b>	<b>0.024 (r<sup>2</sup>=0.992)</b>
NOR, M>2.0	9.0	32	1.664 (r <sup>2</sup> =0.996)
NOR, M>2.5	5.3	16	2.446 (r <sup>2</sup> =0.962)
<b>HM<sub>TH</sub>, M&gt;2.0</b>	<b>0.90</b>	<b>34</b>	<b>0.028(r<sup>2</sup>=0.984)</b>
HM, M>2.0	7.5	22	1.339 (r <sup>2</sup> =0.951)
HM, M>2.5	5.1	17	1.179 (r <sup>2</sup> =0.944)
<b>LND<sub>TH</sub>, m&gt;2.0</b>	<b>0.97</b>	<b>34</b>	<b>0.018 (r<sup>2</sup>=0.995)</b>
LND, M>2.0	6.4	23	1.123 (r <sup>2</sup> =0.951)
LND, M>2.5	6.0	17	2.479 (r <sup>2</sup> =0.972)
LND, M>3.0	5.0	20	1.268 (r <sup>2</sup> =0.995)

A partir de los resultados listados en la tabla 7.10, se puede verificar que, para todas las series de  $\tau$  y  $\tau_{teo}$ , los valores de  $\mu^*$  satisfacen las condiciones  $d_E > 2\mu^* + 1$  y  $\mu^* \leq 2 \ln(N)$  que garantizan un cálculo fiable. Por lo que respecta a las series teóricas  $\tau_{teo}$ , como cabía esperar, los valores de  $\mu^*$  indican que el número mínimo de ecuaciones no-lineales necesario para describir el sistema de  $\tau_{teo}$  es 1 (Fig. 7.21), puesto que estos valores han sido generados a partir de una única ecuación, la ley de OM. Además la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , es muy cercana a cero, lo cual indica que el sistema tiene poca “pérdida de memoria”, es decir, casi no padece pérdida de información al evolucionar con el tiempo.

En el caso de las series de  $\tau$ , los resultados que se presentan en la tabla 7.10 indican que éstas son más complejas y que presentan un comportamiento caótico. El número mínimo de ecuaciones no-lineales necesario para describir el sistema físico es mayor que para las series de  $\tau_{teo}$ , y varía entre 5 y 9. Es interesante observar que el número

mínimo de ecuaciones disminuye conforme crece la magnitud umbral, es decir, el sistema se hace menos complejo por lo que es necesario un número menor de ecuaciones para describirlo. Este comportamiento está en relación con el hecho de que el ajuste de OM mejora al aumentar la magnitud umbral. Los valores de la entropía de Kolmogorov son más altos que para las series de  $\tau_{teo}$ , lo cual da cuenta de una mayor pérdida de información del sistema al evolucionar con el tiempo.

Una interpretación plausible para el aumento de la complejidad de las series de  $\tau$  con respecto a las series teóricas tiene que ver con la existencia de las CAS, las cuales influyen en el comportamiento de estas secuencias. Es decir, en las series de  $\tau_{teo}$  en el que no existe el fenómeno de las CAS, el comportamiento no es caótico y la pérdida de memoria del sistema es mínima, debido a que la ecuación que gobierna el proceso físico de  $\tau_{teo}$  es la ley de OM.



## **Conclusiones**



## 8 Síntesis y Conclusiones

### 8.1 Introducción

En este capítulo se presenta un resumen que sintetiza los objetivos, resultados y conclusiones que se han obtenido en esta tesis. Además se hace un esbozo de las posibles investigaciones futuras que se pueden plantear a partir de este trabajo.

### 8.2 Síntesis

La sismicidad asociada a las réplicas sísmicas se puede describir como un fenómeno complejo no lineal. Este comportamiento lo caracterizan dos leyes básicas de carácter universal: la ley de Gutenberg-Richter (capítulo 2) y la de Omori Modificada (capítulo 3) (ABE y SUZUKI, 2012). La primera de estas leyes establece una relación de escala entre el número acumulado de réplicas sísmicas y su magnitud. La segunda es una ley hiperbólica que describe la disminución a lo largo del tiempo del ritmo de generación de las réplicas sísmicas a partir del sismo principal.

En este trabajo se estudia el comportamiento temporal y espacial, desde el punto de vista de los sistemas complejos, de tres secuencias de réplicas sísmicas que ocurrieron en el Sur de California causados por los terremotos de Landers ( $M_w=7.3$ , 1992), Northridge ( $M_w=6.7$ , 1994) y Hector Mine ( $M_w=7.1$ , 1999). La alta calidad de los registros sísmicos del Sur de California hace posible que se tengan un gran número de réplicas sísmicas bien registradas. Esto permite que se puedan aplicar métodos de análisis estadísticos y diversas técnicas fractales, que requieren un elevado número de muestras para realizarse de forma adecuada.

Por lo que respecta al comportamiento temporal, se observa que estas tres series de réplicas sísmicas se alejan de la descripción estricta de la ley OM. Es decir, desde el punto de vista matemático, esta ley indica que el intervalo de tiempo en el que se

producen las réplicas sísmicas consecutivas debe ser monótonamente creciente. Por el contrario, en estas series de réplicas se observan episodios con aceleraciones súbitas en la producción de réplicas. Es debido a este fenómeno que para analizar el comportamiento temporal de las secuencias de réplicas, en este trabajo se considera la hipótesis que proponen CORREIG *et al.* (1997) y MORENO *et al.* (2001), la cual considera que las series de réplicas sísmicas se pueden describir como dos procesos simultáneos de relajación del esfuerzo tectónico. Un primer proceso de larga duración describe que la tendencia general del campo de esfuerzos tectónicos, el cual queda alterado por la ruptura del sismo principal, es relajarse de manera paulatina hasta alcanzar un nivel de producción de sismos aproximadamente igual a la tasa de sismicidad de fondo de la región tectónica. Este primer proceso queda descrito por la ley de OM. El segundo proceso pone en evidencia que durante la producción de réplicas sísmicas se producen relajaciones súbitas de esfuerzo tectónico, lo cual se manifiesta en forma de aceleraciones en la generación de las réplicas. Estos dos procesos de relajación del esfuerzo tectónico sugieren que es oportuno realizar una separación de las réplicas sísmicas como método de análisis que nos permita describir y entender su comportamiento temporal. Las réplicas sísmicas que obedecen de forma estricta la ley de OM se denominan *leading aftershocks* (LA), y aquellas que se producen con una velocidad de generación mayor, que se aleja de la descrita por la ley de OM, *cascades* (CAS).

Entre los modelos discretos que describen la sismicidad, los de auto-organización crítica, SOC (*Self-organized criticality*) parecen ser los más adecuados. La analogía entre la sismicidad y los sistemas que presentan SOC son claras: debido al movimiento de las placas tectónicas, la corteza de la Tierra acumula lentamente energía en forma de deformación elástica. Esta acumulación ocurre hasta que el esfuerzo (o deformación) no puede ser soportado por el medio heterogéneo altamente fracturado, y se da comienzo a una ruptura que se propaga muy rápido a través de las fallas, produciendo un terremoto. Por lo tanto, se tienen los ingredientes básicos de un sistema SOC, un equilibrio de largo plazo entre un proceso lento de acumulación y la producción rápida de avalanchas en un sistema que se extiende espacialmente y en el que muchas partes interactúan entre sí (CORRAL, 2004).

En esta tesis se utiliza el modelo de SOC que proponen MORENO *et al.* (2001) para reproducir el comportamiento temporal de las réplicas sísmicas incluyendo los dos procesos de relajación de esfuerzos. Este modelo es una versión modificada del Fiber Bundle, el cual es un modelo de tipo autómatas celulares (*cellular automata*), pero con reglas más complejas que pretenden simular el proceso de ruptura de un material

heterogéneo en el que sus partes constituyentes (o fibras) interaccionan entre sí. Todas las versiones del FBM (estática y dinámica) comparten tres reglas básicas: una red d-dimensional compuesta por un conjunto discreto de  $N_0$  celdas, una regla de transferencia de la carga (o esfuerzo) del elemento que se rompe hacia los otros elementos del sistema y una distribución de probabilidad para las propiedades de ruptura de los elementos individuales, que por lo general es la distribución de Weibull.

El estudio del proceso dinámico que presentan las réplicas sísmicas conlleva su caracterización como periódico, caótico o aleatorio en el tiempo y en el espacio. Para el análisis de las tres series de réplicas sísmicas, se aplican diferentes técnicas fractales que permiten caracterizar el proceso dinámico que las gobiernan. En particular, se estudian las propiedades fractales y la caracterización como sistemas caóticos de las series de tiempo de espera,  $\tau$ , y de distancia,  $\Delta$ , entre réplicas sísmicas consecutivas. Para realizar estos estudios se aplican diversas técnicas tales como el análisis de rango reescalado, el del espectro de potencia, el del semivariograma y el del teorema de reconstrucción. Además, también se analiza el comportamiento de los distintos parámetros fractales para diferentes magnitudes umbrales de las series.

### 8.3 Conclusiones

Para facilitar el análisis y la discusión de las conclusiones, en las siguientes secciones se separan en función de los tres objetivos que se plantean en la Introducción de esta tesis.

#### 8.3.1 Comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas.

- Las tres series de réplicas sísmicas que se analizan en esta tesis se pueden describir como una superposición de dos procesos de relajación de esfuerzos tectónicos. El método o algoritmo de separación en estas dos categorías considera el intervalo de tiempo entre réplicas. Esto se debe a que según la ley de Omori Modificada, si la relajación de esfuerzos siguiera solo un proceso de decaimiento, el intervalo de tiempo entre réplicas consecutivas sería monótonamente creciente. Sin embargo, según se observa en las secuencias de réplicas, existen tiempos entre eventos consecutivos (*elapsed times*) que se alejan de la descripción simple de la ley de OM. Como se ha mencionado, las réplicas sísmicas que satisfacen estrictamente la ley de OM se denominan *leading aftershocks* (LA), mientras que las que se producen entre dos LA forman una *cascade* (CAS). La distribución temporal de los LA y de las CAS es distinta. Los LA se suceden a lo largo de todo el tiempo de duración de la

serie de réplicas (meses) y cada una de las CAS, por lo general, tiene lugar en unas pocas horas, aunque en algunos pocos casos, en días.

- Se verifica que después de la separación de las réplicas, los LA se ajustan mejor a la ley de OM. Además, tanto los LA como todas las réplicas sísmicas que forman las CAS satisfacen la ley de Gutenberg-Richter, GR. En el caso de los LA el parámetro  $b$  de la ley de GR es menor que el intervalo canónico esperado ( $0.8 < b < 1.2$ ). En cualquier caso, este resultado no es del todo fiable, puesto que el número de muestras que se tienen de LA no es suficiente para realizar una estadística adecuada.
- Las CAS muestran características destacables y comunes para las tres series de réplicas. Estas son:
  - Fluctuaciones del número de elementos que forman cada CAS en función del tiempo. A esta serie se le denomina  $NCAS(t)$ . Se observa que estas series se ajustan a dos leyes potenciales con exponentes claramente distintos. El tiempo en el que se produce este cambio de ley potencial se denomina tiempo crítico,  $t_{cNC}$ .
  - La velocidad de generación de cada CAS es aproximadamente constante.
  - La velocidad de generación de las diferentes CAS, en función del tiempo en el que se inicia, contado a partir del sismo principal,  $GR_{CAS}(t)$ , muestra un doble ajuste potencial con exponentes diferentes. El tiempo en el que cambia la ley potencial se denomina tiempo crítico,  $t_{cGR}$ .

El hecho que se detecten los tiempos críticos  $t_{cNC}$  y  $t_{cGR}$ , en las tres series de réplicas sísmicas, sugiere que se produce también un cambio crítico de esfuerzos tectónicos en algún momento del proceso de relajación.

- La distribución estadística teórica que mejor describe las series de  $NCAS(t)$  se investiga mediante la formulación de los momentos-L. El resultado de este análisis indica que en el caso de la serie de Landers la función de distribución acumulada, CDF (*cumulative distribution function*), que mejor la describe es la Logística Generalizada, GLO. En el caso de Hector Mine y Northridge, la CDF teórica es la Pearson III, PE3.
- La persistencia, aleatoriedad o anti-persistencia de las series de  $NCAS(t)$  se caracteriza mediante el análisis de rango reescalado y el exponente de Hurst,  $H$ . En

el caso de las tres series se obtiene un valor de  $H > 0.5$ , que indica una clara persistencia. Es decir, la mejor predicción del comportamiento de las series será una extrapolación de la tendencia que muestran.

- El comportamiento de las series NCAS(t) como un fractal auto-afin se estudia mediante la relación que tiene el exponente de Hausdorff,  $H_a$ , el exponente de Hurst,  $H$ , y la inferencia del exponente  $\beta$  del espectro de potencia. Para realizar esta caracterización se retiran las dos tendencias que muestran las series de NCAS(t), es decir, se analizan solo los componentes estocásticos de estas series. Estas series sin tendencias (detrended) se les denomina NCAS<sub>DT</sub>. El exponente  $H_a$  se calcula a través del semivariograma, y el exponente de Hurst mediante el análisis de rango reescalado, R/S. La relación de los exponentes de Hausdorff y Hurst con el exponente  $\beta$  muestra que las tres series NCAS<sub>DT</sub> se comportan como un fractal auto-afin del tipo *filtered fractional Gaussian Noise*.
- También se analiza la distribución y la posible agrupación espacial que tienen las CAS con el mayor número de elementos en cada serie. Los resultados indican que estas CAS se encuentran distribuidas por toda el área de réplicas, aunque se llegan a establecer algunos clusters espaciales. Este resultado sugiere que toda el área de réplicas sísmicas se encuentra simultáneamente en estado crítico. Es decir, el campo de esfuerzo tectónico local, alterado por la ruptura del sismo principal, y la transferencia de esfuerzos, ocasionada por las réplicas sísmicas, puede desencadenar rupturas súbitas casi simultáneas por toda el área afectada por el terremoto principal.

### 8.3.2 Simulaciones numéricas del modelo FBMdp

- El modelo FBMdp reproduce de forma adecuada el comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas, incluyendo las aceleraciones súbitas que se observan en las secuencias de réplicas. Es decir, se puede concluir que el modelo FBMdp simula las características generales del proceso de ruptura de la corteza terrestre, el cual es un medio heterogéneo y fracturado, después de un sismo principal. Cuando ocurre un terremoto principal, el campo de deformación del área afectada se encuentra en un estado crítico de ruptura. Es decir, cualquier pequeña carga (esfuerzo) adicional que se aplique puede provocar una sucesión de rupturas súbitas en otros puntos del área afectada. Como se expone en el Capítulo 5, la ruptura de un material que muestra comportamiento frágil, por ejemplo las rocas, se produce por nucleación y crecimiento de microfisuras. El tiempo en el que se producen las réplicas sísmicas desde el sismo principal, está relacionado con el

tiempo que requieren las microfisuras para nuclear (SHCHERBAKOV y TURCOTTE, 2003). La interacción que existe entre las fracturas elementales, así como el esfuerzo tectónico umbral que es capaz de soportar una fisura antes de romperse, provoca que puedan ocurrir rupturas sucesivas (o casi simultáneas) en forma de avalanchas.

- En el modelo FBMdp el intervalo del tiempo de ruptura  $\delta$  de una fractura elemental es en realidad un parámetro adimensional, por lo cual no es una medida de tiempo real. Es decir, la comparación directa entre el tiempo empírico y el tiempo de las simulaciones numéricas no es factible (OLUWOLE *et al.*, 2003). Sin embargo, de acuerdo con los resultados de las simulaciones numéricas, la generación de las réplicas sísmicas mediante el modelo FBMdp tiene un comportamiento muy similar al que presentan las series empíricas. Por lo tanto, el proceso general de ruptura se puede describir mediante el modelo FBMdp.
  
- Mediante la realización de un gran número de simulaciones, se determina que existen tres parámetros del modelo FBMdp que controlan el comportamiento de las series de réplicas simuladas. Estos son: el número de celdas que forman el sistema,  $N_0$ , el exponente de la distribución de probabilidad de Weibull para el tiempo de vida media de ruptura del sistema,  $\rho$ , y la fracción de esfuerzo que se transfiere del elemento que ha producido ruptura hacia el resto del sistema,  $\pi$ .
  - El parámetro  $N_0$  básicamente determina el número de réplicas simuladas que se generan.
  - Un análisis detallado del exponente de Weibull,  $\rho$ , indica que los valores óptimos que se necesitan para describir las series de Landers, Northridge y Hector Mine, requieren un valor dentro del rango  $30 \leq \rho \leq 50$ . Este valor puede estar relacionado con el exponente de la ley de Charles (Ec. 5.8), la cual describe que la velocidad de apertura de las fisuras se puede representar por una ley potencial.
  - La ley de OM describe el decaimiento de la producción de las réplicas sísmicas como un proceso desacelerado a partir del sismo principal, y que finaliza cuando la tasa de generación de las réplicas sísmicas alcanza aproximadamente el nivel de sismicidad de fondo de la región. Esta característica de la sismicidad se reproduce en el modelo FBMdp mediante el parámetro  $\pi$ , que simula la fracción de esfuerzo tectónico que se conserva en el sistema en cada réplica. Se ha obtenido que el valor más adecuado para reproducir las tres series de réplicas se encuentra en el intervalo  $0.60 < \pi < 0.70$ . El valor de  $\pi=0.70$  indica un



valor crítico de conservación de carga o esfuerzo, ya que a partir de este valor las simulaciones dejan de reproducir el comportamiento temporal de las series de réplicas reales.

- Mediante el análisis de un gran número de simulaciones y utilizando la combinación de distintos parámetros para reproducir la mayoría de las características que se observa en cada serie de réplicas (número total de réplicas,  $N$ ; número de LA,  $N_{LA}$ ; valor de los parámetros de la Ley OM ( $c$ ,  $p$  y  $k$ ) de las series completas y de las de LA; la distribución del número de elementos de una cascade en función del tiempo,  $N_{CAS}(t)$ ; la tasa de generación de CAS,  $GR_{CAS}(t)$ ; y los exponentes de las correspondientes leyes potenciales), se encuentran las siguientes combinaciones:  $\pi=0.67$ ,  $\rho=30$  y  $\sqrt{N_0} = 112$  para Northridge,  $\pi=0.66$ ,  $\rho=40$  y  $\sqrt{N_0} = 194$  para Hector Mine, y  $\pi=0.67$ ,  $\rho=50$  y  $\sqrt{N_0} = 260$  para Landers.
- En el modelo FBMdp se generan eventos avalancha y eventos normales dependiendo de la relación que tiene la carga o esfuerzo de cada celda con respecto al esfuerzo umbral,  $\sigma_{th}=1$ . Si existen celdas cuyo esfuerzo,  $\sigma$ , supera o iguala el valor de  $\sigma_{th}$  se generan eventos avalancha, y si por el contrario  $\sigma < \sigma_{th}$  se generan eventos normales. Durante los eventos avalancha se suelen generar tiempos inter-evento cortos, lo cual se corresponde con aceleraciones en la producción de réplicas simuladas. Sin embargo, se encuentra que no existe una relación biunívoca entre los eventos normales y los LA, y entre los eventos avalancha y las CAS. Esto ocurre debido a que la separación entre los LA y las CAS se basa únicamente en el tiempo entre réplicas, de acuerdo con la ley de OM. Por lo tanto, se está analizando el proceso cinemático de las series de réplicas. En cambio, desde el punto de vista del modelo FBMdp, los eventos normales y los eventos avalancha reflejan la dinámica del proceso de ruptura que ocurre en un material heterogéneo y fracturado, como la corteza terrestre.
- Es interesante observar que en el modelo FBMdp las avalanchas muestran un comportamiento muy parecido a las CAS. Cada avalancha se genera a una tasa casi constante (capítulo 6) y, además, el ritmo de producción de cada avalancha en función del tiempo también se puede ajustar mediante dos leyes potenciales, cuyos exponentes son muy similares a los que se obtienen para las series  $GR_{CAS}(t)$ . Es decir, la característica general de la tasa de generación de cada avalancha se mantiene en las CAS simuladas, aunque estas estén constituidas de un número similar de eventos avalancha y de eventos normales. En definitiva, es posible

relacionar el fenómeno de las avalanchas que se generan con el modelo FBMdp y las CAS de las series simuladas (y reales). Esta relación sugiere que el FBMdp es un modelo adecuado que logra describir la cinemática de las réplicas sísmicas, a la vez que ofrece una explicación plausible de la dinámica que existe en el proceso de ruptura de las réplicas sísmicas.

- Otra característica que puede ofrecer una explicación de la dinámica que presenta el proceso de generación de las réplicas sísmicas tiene relación con la evolución temporal del mapa de esfuerzos. Este mapa se refiere al conjunto de valores de esfuerzo que tiene cada celda (o fractura elemental) durante cada paso de la simulación. A través del estudio de la evolución de los parámetros estadísticos del mapa de esfuerzos (promedio, desviación estándar, asimetría y curtosis), se puede caracterizar su comportamiento temporal y encontrar una posible relación con el mecanismo físico del proceso.

En particular, el valor promedio del esfuerzo y la asimetría del mapa de esfuerzos son los que proporcionan más información útil. El comportamiento temporal del valor promedio se puede ajustar mediante dos leyes logarítmicas. La intersección de estos dos ajustes logarítmicos se define como el tiempo crítico del valor promedio,  $t_{c<\sigma>}$ . El comportamiento temporal de la asimetría del mapa de esfuerzos también presenta dos tendencias generales, cuya intersección indica el punto donde la asimetría del mapa de esfuerzos se vuelve positiva. A este tiempo se le denomina tiempo crítico de la asimetría,  $t_{cSkew}$ .

La relación que se observa entre los cuatro tiempos críticos obtenidos ( $t_{cGR}$ ,  $t_{cCAS}$ ,  $t_{c<\sigma>}$  y  $t_{cSkew}$ ), indican que aunque sus valores no coinciden, sus órdenes de magnitud son similares. En concreto, se observa que los tiempos críticos de  $t_{cCAS}$  y  $t_{cGR}$  se encuentran acotados por los tiempos críticos de  $t_{c<\sigma>}$  y  $t_{cSkew}$ . Este hecho sugiere una conexión entre la dinámica y la cinemática del proceso de ruptura que genera las réplicas sísmicas. El comportamiento temporal del mapa de esfuerzos del modelo FBMdp simularía la evolución del campo de esfuerzo tectónico que existe en el área afectada por la ruptura del sismo principal. Los cambios de comportamiento que se observan en las series  $N_{CAS}(t)$  y  $GR_{CAS}(t)$  (a través de los tiempos  $t_{cCAS}$  y  $t_{cGR}$ ) serían el resultado de los cambios de tendencia en el valor medio y la asimetría del mapa de esfuerzos.

- El modelo del FBMdp permite simular el comportamiento temporal de las réplicas sísmicas, es decir, es capaz de reproducir el proceso de ruptura que existe después

de un terremoto principal. Sin embargo, no todos los aspectos de la sismicidad se pueden reproducir con este modelo. A continuación se listan algunas de esas características.

1. Una de las características más importantes que no se introducen en el modelo FBMdp, es la magnitud de las réplicas sísmicas,  $M_w$ . En este modelo no es un parámetro necesario para describir el proceso general de ruptura, ya que solo se toma en cuenta el tiempo entre réplicas. Sin embargo, algunas características básicas de la sismicidad no se pueden verificar con el modelo FBMdp, como la ley de Båth o la ley de Gutenberg-Richter. Sin embargo, con este modelo se puede describir y entender los efectos físicos del proceso de ruptura presente en medios heterogéneos, previamente fracturados, como la corteza terrestre (OLUWOLE *et al.*, 2003). No obstante, en el modelo del FBMdp se considera el mismo valor de esfuerzo umbral para todas las fracturas elementales,  $\sigma_{th}=1$ . Esta condición se puede entender como una manera de normalizar la cantidad de esfuerzo tectónico que soporta una fractura elemental antes de fallar. Es decir, independientemente del tamaño que tiene una fractura, cuando ésta supera su valor de esfuerzo tectónico umbral, se rompe.

2. En el modelo FBMdp, la ruptura de las fracturas elementales ocurre de forma secuencial. Es decir, en cada paso de la simulación se produce la ruptura de una sola fractura elemental. En las series de réplicas sísmicas empíricas es factible tener simultaneidad en la ruptura de estas.

3. La estructura espacial de las réplicas sísmicas no se simula en el modelo FBMdp. Únicamente se crea una red bidimensional para generar las réplicas, la cual no es comparable con el dominio tectónico real. En el modelo FBMdp, las avalanchas ocurren de forma agrupada en el espacio. Esto se debe a que el esquema de transferencia de carga que se utiliza es el *local load sharing*, LLS. Este esquema de transferencia de carga simplifica la interacción real que existe en las fisuras de la zona afectada por el sismo principal.

### **8.3.3 Análisis fractal de las series de distancia y de tiempo de espera entre réplicas sísmicas consecutivas.**

Las conclusiones más importantes que se obtienen de las diferentes técnicas fractales que se aplican a las series del tiempo de espera,  $\tau$ , y distancia,  $\Delta$ , entre réplicas sísmicas consecutivas, se resumen en las siguientes secciones.

### 8.3.3.1 Series de distancia entre réplicas sísmicas consecutivas, $\Delta$ .

- El exponente de Hurst,  $H$ , que se obtiene del análisis de  $R/S$ , muestra una persistencia débil en todas las series de  $\Delta$ , ya que tiene un valor solo ligeramente superior a 0.5. Además, el valor de  $H$  no es sensible a las distintas magnitudes mínimas de análisis.
- El exponente de Hausdorff,  $H_a$ , que se obtiene del análisis de los semivariogramas, indica que las series de  $\Delta$  se comportan como un fractal auto-afín. Además, a partir de la relación que existe entre los exponentes de  $H_a$ ,  $H$  y  $\beta$ , se deduce que el tipo de fractal auto-afín de estas series se puede considerar como un *filtered fractional gaussian noise*.
- El análisis de la lacunaridad de las series de  $\Delta$  muestra que hay un valor umbral límite para el que es posible realizar una estimación precisa de las curvas de lacunaridad. Cuando se observa la serie con un tamaño de ventana  $r=1$ , el comportamiento de la lacunaridad básica,  $L(r=1)$ , se puede ajustar mediante dos leyes potenciales para la serie de Northridge y tres en los casos de Hector Mine y Landers .
- El teorema de reconstrucción nos indica que las series de  $\Delta$  presentan un comportamiento complejo y caótico, de acuerdo con los resultados que se obtienen del cálculo de la entropía de Kolmogorov ( $\kappa > 0$ ) y el elevado número de ecuaciones no-lineales que se necesitan para describir el sistema físico, como indican los valores de  $\mu^*$  obtenidos. Se observan también signos de que el valor de  $\mu^*$  disminuye ligeramente conforme se aumenta la magnitud mínima de análisis, lo cual indicaría que la complejidad del sistema tendería a disminuir. No obstante, el pequeño rango de magnitudes mínimas para las que la serie de  $\Delta$  consta de un número suficiente de elementos como para asegurar un análisis fiable, no permite afirmar con total seguridad este posible comportamiento de  $\mu^*$ .
- El sistema dinámico de las series de  $\Delta$  presenta inestabilidad predictiva y se confirma el comportamiento caótico, ya que se encuentran en todos los casos exponentes de Lyapunov positivos, independientemente de la magnitud mínima de análisis.
- La alta dimensión de inserción,  $d_E$ , para las cuales la dimensión de correlación,  $\mu(m)$ , la entropía de Kolmogorov,  $\kappa$ , y los exponentes de Lyapunov se saturan o

estabilizan, sugiere la presencia de una alta aleatoriedad en el mecanismo dinámico. Esta aleatoriedad aumenta las dificultades para la predicción de la distancia entre réplicas consecutivas. Resultados similares se encuentran en otras áreas sismotectónicas del planeta como en el Sur de la Península Ibérica (LANA *et al.*, 2005) o en la Antártida (CORREIG *et al.*, 1997b). En el trabajo de LANA *et al.* (2005) se encuentra un valor de los exponentes de Lyapunov muy similar a los que se calculan en esta tesis. Además, los valores que encuentran LANA *et al.* (2005) para  $d_E$ ,  $\mu(m)$  y  $\kappa$  son menores que los calculados aquí para las series de réplicas sísmicas de LND, HM y NOR. Esto puede indicar que la complejidad de estas tres series de réplicas sísmicas del Sur de California es mayor que la de las series del Sur de la Península Ibérica.

- Con respecto al análisis estadístico, se encuentra que la función de distribución acumulada teórica de Pareto Generalizada, GPA, describe el comportamiento de la distribución estadística de todas las series de  $\Delta$ , independientemente de la magnitud mínima con que se realiza el análisis. También se ha verificado que es posible describir la función de distribución acumulada empírica mediante una ley potencial, restringiendo el argumento  $\Delta$  a distancias superiores a 1 km.

### 8.3.3.2 Series de tiempo entre réplicas sísmicas consecutivas, $\tau$ .

- La aplicación del análisis fractal a tres series teóricas de réplicas,  $\tau_{teo}$ , generadas a partir de la ley de OM, permite comparar el comportamiento de las series empíricas de  $\tau$  con el de las series teóricas, y discernir las posibles similitudes y diferencias entre ellas. Como conclusión general, los resultados muestran notables diferencias en el comportamiento fractal de las series de tiempo de espera empíricas y teóricas. Este hecho pone de manifiesto que, en las series empíricas, el fenómeno de las CAS perturba el comportamiento temporal con respecto al que describe la ley de OM.
- Como cabía esperar, el análisis de R/S confirma que las series de  $\tau_{teo}$  muestran un valor de  $H$  que indica una clara persistencia, ya que el tiempo entre réplicas teóricas consecutivas, de acuerdo con la ley de OM, es monótonamente creciente.
- A diferencia de las series de  $\tau_{teo}$ , el análisis de R/S que se aplica a las series de  $\tau$  muestra que su comportamiento viene descrito por una doble ley potencial, especialmente cuando la magnitud umbral es ligeramente superior a la magnitud mínima de completitud ( $M_W > 1.5$ ). Cuando se analiza la serie con un tamaño de ventana pequeño, lo que permite visualizar con detalle el fenómeno de las CAS, se

obtienen valores de  $H$  claramente menores que cuando se observa la serie con un tamaño de ventana mayor. En este último caso se está observando un segmento de la serie de mayor longitud, cuyo comportamiento viene esencialmente descrito por la ley de Omori. Este resultado confirma la separación de las réplicas en LA (*leading aftershocks*) y CAS (*cascades*), que se ha expuesto con detalle en los Capítulos 3 y 4. En definitiva, los valores del exponente de Hurst que se obtienen para las ventanas de menor longitud dan cuenta de una menor persistencia, lo cual refleja la distinta tasa de generación de cada CAS. En cambio, los valores de  $H$  que se obtienen para las ventanas más grandes indican una mayor persistencia. Es decir, debido a que se analiza un segmento de la serie de mayor longitud, el proceso de relajación descrito por la ley de OM tiende a dominar la dinámica de las series de  $\tau$ , y la influencia de las CAS ya no es tan evidente. Además, cuanto mayor es la magnitud mínima de análisis, más información del proceso se pierde, y el doble comportamiento del análisis de R/S tiende también a desaparecer.

- Mediante el análisis del semivariograma se concluye que las series de  $\tau$  y de  $\tau_{teo}$  no se comportan como fractales auto afines.
- Por lo que respecta a la lacunaridad, se observa que las curvas  $L(r)$  de las series de  $\tau_{teo}$  se mantienen en un valor prácticamente constante para casi todos los tamaños de ventana,  $r$ . Esto indica que la distribución de los segmentos y *gaps* es aproximadamente uniforme. Además, este comportamiento se repite para todos los valores umbrales. Por el contrario, las curvas de lacunaridad de las series empíricas de  $\tau$  muestran diferentes pendientes según el valor umbral que se analice. El comportamiento de la lacunaridad básica,  $L(1)$ , en función del valor umbral, presenta un doble ajuste potencial en el caso de las series de  $\tau$  y un solo ajuste potencial en el caso de las de  $\tau_{teo}$ . En consecuencia, una vez más, se observan diferencias notables entre los tiempos de espera empíricos y los generados según la ley de OM.
- Los resultados de la aplicación del teorema de reconstrucción a las series de  $\tau_{teo}$  indican que el sistema dinámico padece poca “pérdida de memoria” cuando evoluciona en el tiempo, puesto que  $\kappa \approx 0$ , y es necesaria una sola ecuación no-lineal para describirlo ( $\mu^* \approx 1$ ). Es decir, los resultados son totalmente compatibles con la generación de las series teóricas a partir de una única ecuación, la ley de OM.
- Las series de  $\tau$  muestran una mayor complejidad y un comportamiento caótico, propiedades que se ponen de manifiesto por los elevados valores de  $\mu^*$  i  $\kappa$ . El valor

de  $\mu^*$  parece tender a disminuir conforme aumenta la magnitud de análisis, es decir, la complejidad del sistema se reduciría. No obstante, el estrecho margen de magnitudes mínimas para las que se puede repetir el análisis no permite ser concluyente respecto a este comportamiento. En los valores de la entropía de Kolmogorov no se encuentran indicios de un aumento o disminución del valor de  $k$  al aumentar la magnitud umbral.

- El cálculo de la distribución estadística y de los exponentes de Lyapunov para las series de  $\tau$  no se realizan debido a que la ley de OM es el modelo plenamente determinista que describe el comportamiento general de estas series. Desde el punto de vista de los exponentes de Lyapunov, aunque se produzca cualquier modificación en las condiciones iniciales del sistema dinámico, el tiempo interevento seguirá mayoritariamente gobernado por la ley de OM. Por otro lado, la búsqueda de una distribución estadística para las series de  $\tau$  carece de sentido existiendo la ley de OM que describe, incluso incluyendo los fenómenos de las CAS, el comportamiento, en líneas generales, del tiempo de espera entre sismos consecutivos.

#### 8.4 Perspectivas futuras

El desarrollo de este estudio, los resultados obtenidos y las conclusiones que de todo ello se desprenden, permiten que en un futuro se puedan seguir estudiando las secuencias de réplicas sísmicas desde el punto de vista de un fenómeno complejo. En particular, el enfoque con el que se analiza el comportamiento temporal de las tres series de réplicas sísmicas (LND, HM y NOR) puede servir como hipótesis de estudio en el análisis de otras secuencias, tanto del Sur de California, cuyas características tectónicas son similares, como en otras regiones de la Tierra, con una tectónica diferente. De esta forma, puede ser interesante realizar una comparación de los resultados de este trabajo con los que se obtengan del análisis de otras series de réplicas sísmicas, tomando en consideración que, aunque la ley de Omori modificada describe el decaimiento a largo plazo de las series, existen aceleraciones puntuales en la producción de réplicas que se alejan de esta ley, cuyo comportamiento es destacable y reproducible mediante un modelo de auto organización crítica (SOC).

Para profundizar en el conocimiento del mecanismo físico que gobierna la producción de réplicas sísmicas también sería de utilidad modificar o complementar, en mayor o menor medida, el modelo del Fiber Bundle que se utiliza en este trabajo (FBMdp) para reproducir el comportamiento de las réplicas sísmicas. En concreto, se proponen dos

modificaciones. Una de ellas consistiría en cambiar la regla de transferencia de carga (esfuerzos) entre elementos (fallas tectónicas) fracturados y adyacentes, y observar que resultados se obtendrían. Otra posibilidad consistiría en substituir el modelo de celdas de igual tamaño por otra distribución, según una ley potencial, de celdas con distintos tamaños. De esta manera se intentaría reproducir la distribución fractal que tienen las fallas tectónicas en la corteza terrestre y, de manera indirecta, se introduciría en la simulación el concepto de magnitud sísmica. Debe tenerse en cuenta que esta posibilidad ha sido explorada, hasta ahora, por algunos autores para generar, mediante procesos de *celular automata*, catálogos generales de sismicidad. Cabe resaltar que la adaptación de un modelo de la complejidad del FBMdp a una configuración de celdas de distintos tamaños es un proceso no inmediato.

Para finalizar, deseamos expresar el deseo de que este trabajo sirva como marco de referencia para que en un futuro, ya sea por la metodología propuesta en esta tesis como por cualquier otra modificación, se pueda profundizar en el conocimiento del complejo mecanismo físico que da lugar a la generación de las réplicas sísmicas, tanto del Sur de California como de otras regiones de la Tierra.



## **Bibliografía**



## Bibliografía

ABE, S. and N. SUZUKI, 2012. Aftershocks in modern perspectives: complex earthquake network, aging, and non-Markovianity. *Acta Geophysica*, **60**(3), 547-561.

ANDERSEN, J. V., D. SORNETTE and K. LEUNG, 1997. Tricritical behaviour in rupture induced by disorder. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2140-2143.

ATKINSON, B. K. 1984, Subcritical crack growth in geological materials. *J. Geophys. Res.*, **B89**, 4077-4114.

ATKINSON, B. K. and P. G. MEREDITH, 1987. The theory of subcritical crack growth with applications to minerals and rocks. In B. K. Atkinson (Ed), *Fracture Mechanics of Rocks (Academic Press, London)*, 111-166.

AKI, K., 1984. Asperities, barriers, characteristic earthquakes and strong motion prediction. *J. Geophys. Res.*, **89 (B7)**, 5867-5872.

BHATTACHARYA, P., B. K. CHAKRABARTI, KAMAL and D. SAMANTA, 2009. Fractal models of earthquake dynamics. *Heinz Georg Schuster (ed), Reviews of Nonlinear Dynamics and Complexity*, **V.2**, 107-150. .

BAK, P., C. TANG, K. WIESENFELD, 1988. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A.*, **38**, 364-374.

BAK, P., K. CHENG and C. TANG, 1990. A forest-fire model and some thoughts on turbulence. *Phys. Lett. A.* **147**, 297-300.

BALACCO, H., and G. MARADONA, 2000. Señal de caos en series de tiempo financieras. El spectrum de Lyapunov en el análisis de sensibilidad a condiciones iniciales. *Presentado en la Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Córdoba.*

BARRIOS D'AMBRA, R. L., I. ITURRIOZ, H. COCERES, L. E. KOSTESKI, T. W. TECH and A. CISILINO, 2006. Determinación del factor de intensidad de tensiones aplicando el método de los elementos discretos. *Departamento de Mécanica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Argentina.*

BARRIERE, B., and D. L. TURCOTTE, 1994. Seismicity and self-organized criticality. *Phys. Rev. E.*, **49**, 1151-1160.

BÅTH, M., 1965. Lateral inhomogeneities in the upper mantle. *Tectonophysics*, **2**, 483-514.

BEER, P. F., E. R. JONHSTON and J. T. DEWOLF, 2006. *Mechanics of Materials*, fourth edition in SI units. *Mc Graw Hill*.

BELARDINELLI, M. E., M. COCCO, O. COUTANT and F. COTTON, 1999. Redistribution of dynamic stress during coseismic ruptures: Evidence for fault interaction and earthquake triggering. *J. Geophys. Res.*, **104(B7)**, 14925-14945.

BENJAMIN, J. R. and C. A. CORNELL, 1970. *Probability, Statistics and Decision for civil engineering*. Mc. Graw Hill: New York.

BEN-ZION, Y. and V. LYAKHOVSKY, 2002. Accelerated seismic release and related aspects of seismicity patterns on earthquake faults. *Pure Appl. Geophys.*, **159**, 2385-2412.

BOON, M. Y., B. I. HENRY, C. M. SUTTLE and S. J. DAIN, 2008. The correlation dimension: A useful objective measure of the transient visual evoked potential? *Journal of Vision*, **8(1)**, 1-21.

BOSL, W. J. and A. NUR, 2002. Aftershocks and pore fluid diffusion following the 1992 Landers earthquake. *J. Geophys. Res.*, **107**, 2366.

BRADY, B. H. G. and E. T. BROWN, 1993. *Rock mechanics* (second edition), Chapman and Hall London.

BRODSKY, E. E., 2006. Long-range triggered earthquakes that continue after the wave train passes. *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L15313.

BURRIDGE, R., and L. KNOPOFF, 1967. Model of theoretical seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **57**, 341-371.

CARLSON J. M. and J. S. LANGER, 1989. Mechanical model of an earthquake fault. *Phys. Rev. A.*, **40**, 6470-6484.

CARTER, J. N., B. P. LUYENDYK and R. R. TERRES, 1987. Neogene clockwise rotation of the eastern Transverse Ranges, California, suggested by paleomagnetic vectors. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **98**, 199-206.

CHAKRABARTI, B. K. and L. G. BENGUIGUI, 1997. Statistical Physics of Fracture and Breakdown in disordered systems. *Oxford University Press*.

CHAKRAVARTI, I. M., R. G. LAHA and J. ROY, 1967. Handbook of methods of applied statistics, Volume I. *Jonh Wiley and Sons*, pp. 392-394.

COCCO, M., S. HAINZL, F. CATALLI, B. ENESCU, A. M. LOMBARDI, and J. WOESSNER, 2010. Sensitivity study of forecasted aftershock seismicity based on Coulomb stress calculation and rate- and state-dependent frictional response. *J. Geophys. Res.*, **115**, B05307, doi:10.1029/2009JB006838.

COLEMAN, B. D., 1957. Time dependence of mechanical breakdown in bundles of fibers. I. Constant Total Load. *J. Appl. Phys.*, **27**, 1058-1064.

CONSOLE, R., A. M. LOMBARDI, M. MURRU and D. RHOADES, 2003. Bâths law and the self-similarity of earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **108**(B10), 2468.

CORRAL, A., 2004. Universal local versus unified global scaling laws in the statistics of seismicity. *Physica A*, **340**, 590-597.

CORREIG, A. M., M. URQUIZÚ, J. VILA and S. C. MANRUBIA, 1997. Aftershock series of event February 18, 1996: An interpretation in terms of self-organized criticality. *J. Geophys. Res.*, **102**(B12), 27407-27420.

CORREIG, A. M., M. URQUIZÚ, J. VILA and J. MARTÍ, 1997b. Analysis of the temporal occurrence of seismicity at Deception Island (Antarctica), A non-linear approach. *Pure Appl. Geophys.*, **149**, 553-574.

COX, S. J. and C. H. SCHOLZ, 1988. Rupture initiation in shear fracture of rocks: an experimental study. *J. Geophys. Res.*, **93**, 3307-3320.

CREAMER, F. H. and C. KISSLINGER, 1993. The relation between temperature and the Omori decay parameter for aftershock sequences near Japan. *EOS*, **74**, 43 supplement, p. 417.

DANIELS, H.E., 1945. The statistical theory of the strength of bundles of threads. *Proc. Roy. Soc. A.*, **183**, 404-435.

DAS, S., and C. H. SCHOLZ, 1981. Theory of time-dependent rupture in the Earth. *J. Geophys. Res.*, **86**, 6039-6051.

DAVIDSEN, J. and M. PACZUSKI, 2005. Analysis of the Spatial Distribution between successive earthquakes. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 048501.

DAVIS, P. J., 1959. Leonhard Euler's Integral: A historical profile of the gamma function. *Am. Math. Monthly*, **66**, 849-869.

DELAPLACE, A., S. ROUX and G. PIJAUDIER-CABOT, 1999a. Damage cascade in a softening interface. *Int. J. Solids and Struct.*, **36**, 1337-1343.

DELAPLACE, A., S. ROUX and G. PIJAUDIER-CABOT, 2001. Avalanche statistics of interface crack propagation in fiber bundle model: characterization of cohesive crack. *Journal of Engineering Mechanics*, July, 646-652.

DÍAZ, A. F., 2000. Dinámica caótica en Economía (Teoría y Aplicaciones). McGraw-Hill, 264 pp.

DIETERICH, J., 1994. A constitutive law for rate of earthquake production and its application to earthquake clustering. *J. Geophys. Res.*, **99**, 2601-2618.

DIETERICH, J., V. CAYOL and P. OKUBO, 2000. The use of earthquake rate changes as a stress meter at Kilauea volcano. *Nature*, **408**, 457-460.

DIKS, C., 1999. Nonlinear time series analysis, Methods and Applications, in: *Nonlinear time series and chaos Vol. 4. Ed. World Scientific Publishing, London*. 209 pp.

DODGE, D. A., G. C. BEROZA and W. L. ELLSWORTH, 1995. Foreshock sequence of the 1992, Landers, California earthquake and its implications for earthquake nucleation. *J. Geophys. Res.*, **100**, 9865-9880.

DOKKA, R. K. and C. J. TRAVIS, 1990. Late Cenozoic strike-slip faulting in the Mojave Desert, California. *Tectonics*, **9**(2), 311-340.

ECKMANN, J. P., S. OLIFFSON, D. RUELLE, S. CILLIBERTO, 1986. Lyapunov exponents from time series. *Phys. Rev. A.*, **34**(6), 4971-4979.

EDWARD, O., 2002. Chaos and dynamical systems. *Cambridge University Press. New York*. 478 pp.

ESPINOSA, N., 2002. Modelización no Browniana de series temporales financieras. *Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona*. ISBN 8468854514.

EVESQUE, P., 1991. Analysis of the statistics of sandpile avalanches using soil-mechanics results and concepts. *Phys. Rev. A.* **43**, 2720-2740.

---

FEDDER, J. 1988. *Fractals. Ed. by: Plenum, New York, USA.*

FELZER, K. R., T. W. BECKER, R. E. ABERCROMBIE, G. EKSTRÖM and J. R. RICE, 2002. Triggering of the 1999  $M_w$  7.1 Hector Mine earthquake by aftershocks of the 1992  $M_w$  Landers earthquake. *J. Geophys. Res.* **107**(B9), 2190.

FELZER, K. R., R. E. ABERCROMBIE and G. EKSTRÖM, 2004. A common origin for aftershocks, foreshocks, and Multiplets. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **94**, 88-98.

FELZER, K. R., and E. E. BRODSKY, 2005. Testing the stress shadow hypothesis. *J. Geophys. Res.*, **110**, B05S09.

FELZER, K. R., and E. E. BRODSKY, 2006. Decay of aftershock density with distance indicates triggering by dynamic stress. *Nature*, **441**, 735-738.

FELZER, K. R. and T. CAO, 2007. WGCEP historical California earthquake catalog; Appendix H in The Uniform California Earthquake Rupture Forecast, version 2 (UCERF 2), *U.S. Geol. Surv. Open-File Rept. 2007-1437-H, and California Geol. Surv. Special Rept. 203-H.*

FERNÁNDEZ, J. G., 2005. Caracterización y filtrado de señales inmersas en ruido caótico y estocástico. *Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Mar de Plata.*

FRANKEL, K. L., A. F. GLAZNER, E. KIRBY, F. C. MONASTERO, M. D. STRANE, M. E. OSKIN, J. R. UNRUH, J. D. WALKER, S. ANANDAKRISHNAN, J. M. BARTLEY, D. S. COLEMAN, J. F. DOLAN, R. C. FINKEL, D. GREENE, A. KYLANDER-CLARK, S. MORRERO, L. A. OWEN and F. PHILLIPS, 2008. Active tectonics of the eastern California shear zone. *E. M. DUEBENDORFER and E. I. SMITH, eds., Field Guide to Plutons, Volcanoes, Faults, Reefs, Dinosaurs, and Possible Glaciation in Selected Areas of Arizona, California, and Nevada: Geological Society of America Field Guide*, **11**, 43–81.

FREED, A. M., 2005. Earthquake triggering by static, dynamic and postseismic stress transfer. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **33**, 335-367.

FREUND, L. B., 1990. *Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge University Press. Cambridge.*

FROHLICH, C. and S. D. DAVIS, 1993. Teleseismic b-Values-or, much ado about 1.0. *J. Geophys. Res.*, **98**(B1), 631-644.

FUKUY, M. and Y. ISHIBASHI, 1996. Traffic flow in 1D cellular automaton model including cars moving with high speed. *Journal of the Physical Society of Japan*, **65**(6), 1868-1870.

GAHALAUT, K., V. K. GAHALAUT and J. R. KAYAL, 2008. Poroelastic relaxation and aftershocks of the 2001 Bhuj earthquake, India. *Tectonophysics*, **460**, 76-82.

GALLEGO, J. P., 2010. Aplicación de la teoría del caos para el análisis y pronóstico de las series de tiempo financieras en Colombia. *Trabajo de Maestría en Ingeniería Administrativa, Universidad de Nacional de Colombia*.

GARFUNKEL, Z., 1974. Model for the late Cenozoic tectonic history of the Mojave Desert and its relationship to adjacent areas. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **85**, 1931-1944.

GEOFFREY, C. P., R. S. KING, S. STEIN and J. LIN, 1994. Static stress changes and the triggering of earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 935-953.

GOLTZ, C., 1997. Fractals and chaotic properties of earthquakes. *Lectures notes in earth sciences, Springer, Berlin*. **77**, 175 pp.

GOMBERG, J., 1996. Stress/strain changes and triggering seismicity following the  $M_w$  Landers, California, earthquake. *J. Geophys. Res.*, **101**(B1), 751-764.

GOMBERG, J., M. L. BLANPIED and N. M. BEELER, 1997. Transient triggering of near and distant earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **87**(2), 294-309.

GOMBERG, J., N. M. BEELER, M. L. BLANPIED and P. BODIN, 1998a. Earthquake triggering by transient and static deformations. *J. Geophys. Res.*, **103**, 24411-24426.

GOMBERG, J., P. BODIN and P. A. REASENBERG, 1998b. Observing earthquakes triggering in the near field by dynamic deformations. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **93**(1), 118-138.

GOMBERG, J., P. BODIN and P. A. REASENBERG, 2003. Observing earthquakes triggered in the near field by dynamic deformations. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **93**, 118-138.

GÓMEZ, J. B., D. ÍÑIGUEZ and A. F. PACHECO, 1993. Solvable fracture model with local load transfer. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 3, 380-383.

GÓMEZ, J. B., Y. MORENO and A. F. PACHECO, 1998. Probabilistic approach to time-dependent load-transfer models of fracture. *Phys. Rev. E*, **58**, 2, 1528-1532.



GRASSBERGER, P. and I. PROCACCIA, 1983a. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, **50**, 346-349.

GRASSBERGER, P. and I. PROCACCIA, 1983b. Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal. *Phys. Rev. (A)*. **28**, 2591.

GRAU, P. C., 1996. Economía dinámica caótica: Una aplicación al mercado de capitales español. *Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid*.

GROSS, S.J. and C. KISSLINGER, 1994. Tests of models of aftershocks decay rate. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **84**, 1571-1579.

GROSS, S.J. and C. KISSLINGER, 1997. Estimating tectonic stress rate and state with Landers aftershocks. *J. Geophys. Res.*, **102**(B4), 7603-7612.

GUO, Z. and Y. OGATA, 1995. Correlation between characteristic parameters of aftershock distributions in time, space and magnitude. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 993-996.

GUO, Z. and Y. OGATA, 1997. Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space and magnitude. *J. Geophys. Res.*, **102**, 2857-2873.

GUTENBERG, B. and C. F. RICHTER. 1954. Seismicity of the Earth and Associated Phenomenon, 2<sup>nd</sup> ed. *Princeton Univ. Press, Princeton*.

HAINZL, S., G. B. BRIETZKE and G. ZÖLLER, 2010a. Quantitative earthquake forecasts resulting from static stress triggering. *J. Geophys. Res.*, **115**, B11311.

HAINZL, S., S. STEACY and D. MARSAN, 2010. Seismicity models based on Coulomb stress calculation. *Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis*, doi:10.5078/corssa-32035809. Available at <http://www.corssa.org>.

HANKS, T. C. and H. KANAMORI, 1979. A moment-magnitude scale. *J. Geophys. Res.*, **84**, 2348-2350.

HARDEBECK, J.L., J. J. NAZARETH, E. HAUSSON, 1998. The static stress change triggering model: constraints from southern California aftershock sequences. *J. Geophys. Res.*, **103**, 24427- 24437.

HARDEBECK, J. L. and E. HAUSSON, 2001. Crustal stress field in southern California and its implications for fault mechanics. *J. Geophys. Res.*, **106**(B10), 21859-21882.

HARRIS, R., 1998. Introduction to special section. Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard. *J. Geophys. Res.*, **103**, 24347-24358.

HART, E. W., W. A. BRYANT and J. A. TRIEMAN, 1993. Surface faulting associated with the June 1992 Landers earthquake, California. *Calf. Geol.*, **46**, 10-16

HART, E. W. and W. A. BRYANT, 1997. Fault-rupture Hazard Zones in California. *Department of Conservation, Division of Mines and Geology. Special Publication*, **42**, 38.

HAUKSSON, E. L. M. JONES, K. HUTTON and D. EBERTHART-PHILLIPS, 1993. The 1992 Landers Earthquake Sequence: Seismological Observations. *J. Geophys. Res.*, **98**(B11), 19835.

HAUKSSON, E., L. M. JONES and K. HUTTON, 1995. The 1994 Northridge earthquake sequence in California: seismological and tectonic aspects. *J. Geophys. Res.*, **100**(B7), 12335-12355.

HAUKSSON, E., L. M. JONES and K. HUTTON, 2002. The 1999  $M_w$  7.1 Hector Mine, California, Earthquake Sequence: Complex Conjugate Strike-Slip Faulting. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92**(4), 1154-1170.

HAUKSSON, E., 2010. Spatial separation of large earthquakes, aftershocks, and background seismicity: analysis of interseismic and coseismic seismicity patterns in Southern California. *Pure Appl. Geophys.*, **167**, 979-997.

HEGSELMANN, R. and A. FLACHE, 1998. Understanding complex social dynamics: A plea for cellular automaton based modelling. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, **1**(3).

HEMMER, P. C. and A. HANSEN, 1992. The distribution of simultaneous fiber failures. *J. Appl. Mech.*, **59**, 909-914.

HENRY, B., N. LOVELL, F. CAMACHO and M. AKAY, 2001. Nonlinear dynamics time series analysis. *Nonlinear biomedical signal processing, Vol. 39. II. Dynamic analysis and modeling* (chap. 1). New York. pp. 1-39

HERRMANN, H. J. and S. ROUX, 1990. Statistical Models for the Fracture of Disordered Media. Random Materials and processes. *Elsevier, Amsterdam*.

HILD, F., 2002. Discrete versus continuum damage mechanics: A probabilistic perspective. In continuum damage mechanics of materials and structures (O. ALLIX, F. HILD eds.). *Elsevier, Amsterdam*, 79-114.

HILL, D. P., P. A. REASENBERG, A. MICHAEL, W. ARABAZ, G. C. BEROZA, J. N. BRUNE, D. BRUMBAUGH, S. JONES, R. KELLER, S. MALONE, S. NAVA, J. C. PECHMANN, A. SANFORD, R. W. SIMPSON, R. S. SMITH, M. STARK, M. STICKNEY, S. WALTER and J. ZOLLWEG, 1993. Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 Landers, California, earthquake. *Science*, **260**, 1617-1623.

HIRATA, T., 1987. Omori's power law aftershock sequences of microfracturing in rock fracture experiment. *J. Geophys. Res.*, **92**, 6215-6221.

HIRATA, T., T. SATOH and K. ITO, 1987. Fractal structure of spatial-distribution of microfracturing in rock. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **90**, 369-374.

HOSKING, J. R. M., 1990. L-moments: analysis and estimation of distribution using linear combinations of order statistics. *J. R. Statist. Soc. B.*, **52(1)**, 105-124.

HOSKING, J. R. M. and J. R. WALLIS, 1997. Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments. *Cambridge University Press*, 224 pp.

HURST, H. E., P. P. BLACK and Y. M. SIMAIKA, 1965. Long-term storage: an experimental study Constable, London, 1-145.

HUTTON, K., J. WOESSNER and E. HAUSSON, 2010. Earthquake monitoring in southern California for seventy-seven years (1932-2008). *Bull. Seismol. Soc. Am.* **100(2)**, 423-446.

INGRAFFEA, A. R., 1987. Theory of crack initiation and propagation in rock. In *fracture Mechanics of rock* (B. K. Atkinson, ed.) (Academic Press. San Diego) 76-110.

ITO, K., and M. MATSUZAKI, 1990. Earthquakes as self organized phenomena. *J. Geophys. Res.*, **95**. 6853-6860.

Ji, C., D. J. WALD and D. V. HELMBERGER, 2002. Source description of the 1999 Hector Mine, California, earthquake, Part II: Complexity of slip history. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92(4)**, 1208-1226.

JONES, L. M. and P. MOLNAR, 1979. Some characteristics of foreshocks and their possible relationship to earthquake prediction and premonitory slip on faults. *J. Geophys. Res.* **84**, 3596-3608.

JONES, L. M., 1994. Foreshocks, aftershocks, and earthquakes probabilities: accounting for the Landers earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**(3), 892-899.

JONES, L. M. and M. BENTHIEN, 2007. Echando raíces en tierra de terremotos. *Centro de Terremotos del Sur de California (SCEC), Fundación Nacional de Ciencia (NSF) y el Servicio Geológico de los Estados Unidos( USGS). University of Southern California.*

JÓNSSON, S., H. ZEBKER, P. SEGALL and F. AMELUNG, 2002. Fault slip distribution of the 1999  $M_w$ 7.1 Hector Mine, California, earthquake, estimated from satellite radar and GPS measurements. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92**(4), 1377-1389.

JÓNSSON, S., P. SEGALL, R. PADERSEN, G. BJORNSSON, 2003. Post-earthquake ground movements correlated to pore pressure transients. *Nature*, **424**, 179-183.

KACHANOV, L. M., 1986. Introduction to continuum damage mechanics. *Martinus Nijhoff, Dordrecht.*

KADANOFF, L. P., S. R. NAGEL, L. WU and S. M. ZHOU, 1989. Scaling and Universality in Avalanches. *Phys. Rev. A.* **39**, 6524.

KAGAN, Y. Y. and L. KNOPOFF, 1978. Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **55**, 67-86.

KAGAN, Y. Y., 2002. Aftershock zone scaling. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **92**(2), 641-655.

KAGAN, Y. Y., 2004. Short-term properties of earthquake catalogs and models of earthquake source. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **94**(4), 1207-1228.

KAGAN, Y. Y. and H. HOUSTON, 2005. Relation between mainshock rupture and Omori's law for aftershock moment release rate. *Geophys. J. Int.*, **163**, 1039-1048.

KALKSTEIN, C. S., G. TANG and J. R. SKINDLOV, 1987. An evaluation of three clustering procedures for use in synoptic climatological classifications. *J. Clim. Appl. Meteorol.*, **26**, 717-730.

KANAMORI, H. and D. L. ANDERSON, 1975. Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **65**(5), 1073-1095.

KANEKO, Y. and N. LAPUSTA, 2008. Variability of earthquake nucleation in continuum models of rate-and-state faults and implications for aftershock rates. *J. Geophys. Res.*, **113**, B12312.

KAPLAN, J. L. and J. A. YORKE, 1979. Chaotic behavior of multidimensional difference equations. In PEITGEN, H. O. and H. O. WALTER (eds.) *Functional differential equations and approximation of fixed points. Springer-Verlat, Heidelberg.*

KATTAN, P. I. and G. Z. VOYIADJIS, 2002. *Damage mechanics finite elements: practical applications with computer tools. Springer, Berlin.*

KEBEDE, F. and O. KULHÁNEK, 1994. Spatial and temporal variations of b-values along the east African rift system and the southern Red Sea. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **83**, 249-264.

KILB, D., J. GOMBERG and P. BODIN, 2000. Triggering of earthquake aftershocks by dynamic stresses. *Nature*, **408**, 570-574.

KILB, D., J. GOMBERG and P. BODIN, 2002. Aftershock triggering by complete Coulomb stress changes. *J. Geophys. Res.*, **107**(B4), 2060.

KIM, D. H., B. J. KIM and H. JEONG, 2005. Universality class of the fiber bundle model on complex networks. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 025501.

KING, G. C. P., R. S. STEIN and J. LIN, 1994. Static stress changes and the triggering of earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 935-953.

KISSLINGER, C. and I. M. JONES, 1991. Properties of aftershocks in Southern California. *J. Geophys. Res.*, **96**, 11947-11958.

KLOSTER, M., A. HANSEN and P. C. HEMMER, 1997. Burst avalanches in solvable models of fibrous materials. *Phys. Rev. E*. **56**(3), 2615-2625.

KORVIN, G., 1992. Fractal models in earth science. *Elseiver, Amsterdam*.

KRAJCINOVIC, D., 1989. Damage Mechanics. *Mech. Matter.*, **8**, 117-197.

KRAJCINOVIC, D., 1996. Damage Mechanics. *Elseiver, New York*, 791 pp.

KUN, F., S. ZAPPERI and H. J. HERRMANN, 2000. Damage in Fiber Bundle Models. *Eur. Phys. J. B.* **17**, 269-279.

KUN, F., R. C. HIDALGO, H. J. HERRMANN, 2002. Creep rupture of fiber bundles. *Europhysics*. <http://www.icf11.com/proceeding/EXTENDED/5346.pdf>

KUN, F., F. RAISCHEL, R. C. HIDALGO and H. J. HERMANN, 2006a. Extensions of fiber bundle models for creep rupture and interface failure. *Int. J. Fracture*, 140-255.

KUN, F., F. RAISCHEL, R. C. HIDALGO and H. J. HERMANN, 2006b. Extensions of fiber bundle models. *Lecture notes in Physics*, **705**, 57-92.

LANA, X., C. SERRA and A. BURGUEÑO, 2001. Patterns of monthly rainfall shortage and excess in terms of the standardized precipitation index for Catalonian (NE Spain). *International Journal of Climatology*. **21**(13), 1669-1691.

LANA, X., M. D. MARTÍNEZ, A. M. POSADAS and J. A. CANAS, 2005. Fractal behavior of the seismicity in the Southern Iberian Peninsula. *Nonlin. Processes Geophys.*, **12**, 353-361.

LANA, X., M. D. MARTÍNEZ, C. SERRA and A. BURGUEÑO, 2010. Complex behavior and predictability of the European dry spell regimes. *Nonlin. Processes Geophys.*, **17**, 499-512.

LANDERS SPECIAL ISSUE, 1994. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**(3).

LANGTON, C. G., 1986. Studying artificial life with cellular automata. *Physica D.*, **22**(1-3), 120-149.

LAY, T. and T. C. WALLACE, 1995. Modern Global Seismology. *Academic Press*, San Diego, p. 385.

---

LEE, M. W., 1999. Unstable fault interactions and earthquake self-organization. *PhD Thesis, UCLA*.

LEE, M. W. and D. SORNETTE, 2000. Novel mechanism for discrete scale invariance in sandpile models. *Eur. Phys. J. B.*, **15**, 193-197.

LEE, J., J. Q. SPENCER and L. A. LOWEN, 2001. Holocene slip rates along the Owens Valley fault, California: Implications for the recent evolution of the eastern California shear zone. *Geology*, **29**, 819-822

LEUNG, K., J. V. ANDERSEN and D. SORNETTE, 1998. Self-Organized Criticality in Stick-Slip Models with Periodic Boundaries. *Phys. Rev. Lett.* **80**(9), 1916-1919.

LI, Y., J. E. VIDALE, S. M. DAY, D. D. OGLESBY, E. COCHRAN, 2003. Postseismic fault healing on the rupture zone of the 1999 M 7.1 Hector Mine, California, Earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **93**(2), 854-869.

LIN, G., P. M. SHEARER and E. HAUSSON, 2007. Applying a three dimensional velocity model, waveform cross correlation, and cluster analysis to locate southern California seismicity from 1981 to 2005. *J. Geophys. Res.*, **112**, B12309.

LINDMAN, M., B. LUND, R. ROBERTS and K. JONSDOTTIR, 2006. Physics of the Omori law: Inferences from interevent time distributions and pore pressure diffusion model. *Tectonophysics*, **424**, 209-222.

LIU, J., S. KERRY and E. HAUSSON, 2003. A structural interpretation of the aftershock "cloud" of the 1992  $M_w$  7.3 Landers earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **93**(3), 1333-1344.

LOLLI, B. and P. GASPERINI, 2006. Comparing Different Models of Aftershock Rate Decay: The Role of Catalog Incompleteness in the First Times After Main Shock. *Tectonophysics*, **423**, 43-59.

LOMNITZ-ADLER, J., 1992. Interplay of Fault Dynamics and Fractal Dimension in Determining Gutenberg and Richter's b-value. *Geophys. J. Int.*, **108**(3), 941-944.

LOCKNER, D. A., J. D. BYERLEE, J. D. KUKSENKO, V. PONOMAREV and A. SIDORIN, 1992. Observations of quasistatic fault growth from acoustic emissions. In fault mechanics and transport properties of rocks. *Academic Press. London*, 3-31.

LOCKNER, D. A., 1993. The role of acoustic-emission in the study of fracture rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **30**, 883-899.

LOWRIE, W., 1997. Fundamentals of Geophysics. *Cambridge Press. University*.

LYAKHOVSKY, V., 2001. Scaling of fracture length and distributed damage, *Geophys. J. Int.*, **144**, 114-122

LYAKHOVSKY, V., Y. BEN-ZION and A. AGNON, 1997. Distributed damage. Faulting and friction. *J. Geophys. Res.*, **102**, 27635-27649.

LYAKHOVSKY, V., Y. BEN-ZION and A. AGNON, 2001. Earthquake cycle, fault zones, and seismicity patterns in a rheologically layered lithosphere. *J. Geophys. Res.* **106**, 4103-4120.

MAIN, I. G., P. H. MEREDITH and P. R. SAMMONDS, 1992. Temporal variation in seismic event rate and b-values from stress corrosion constitutive laws. *Tectonophysics*, **211**(1-4), 233-246.

MALAMUD B. D. and D. L. TURCOTTE, 1999. Self-affine time series: I. Generation and analyses. In *Advanced in Geophysics (R. Dmowska and B. Saltzman, eds.)*. *Academic Press, San Diego*, **Vol. 40**, pp. 1-89.

MANDELBROT, B. B., 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, **156**, 636-638.

MANDELBROT, B. B., 1982. The fractal geometry of Nature. *W. H. Freeman and Company*, New York, 468 pp.

MANDELBROT, B. B. and J. W. VAN NESS, 1968. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Rev.*, **10**, 422-437.

MARCELLINI, A., 1997. Physical model of aftershock temporal behavior. *Tectonophysics*, **277**, 137-146.



MARTÍNEZ, M. D., X. LANA, J. BADAL, J. A. CANAS and L. PUJADES, 1997. Preliminary objective regionalization of the Mediterranean basin derived from surface-wave tomography. *Annali di Geofisica*, **XL(1)**, 43-59.

MARTÍNEZ, M. D., X. LANA, A. BURGUEÑO and C. SERRA, 2007. Lacunarity, predictability, and predictive instability of the daily pluviometric regime in the Iberian Peninsula. *Nonlin. Processes Geophys.*, **14**, 109-121.

MARTÍNEZ, M. D., X. LANA, A. BURGUEÑO and C. SERRA, 2010. Predictability of the monthly North Atlantic Oscillation index based on fractal analyses and dynamics system theory. *Nonlin. Processes. Geophys.*, **17**, 93-101.

MASSONET, D., K. FEIGI, M. ROSSI and F. ADRAGNA, 1994. Radar interferometric mapping of deformation in the year after the Landers earthquake. *Nature*, **369**, 227-230.

MERDITH, P. G. and B. K. ATKINSON, 1985. Fracture toughness and subcritical crack growth during high temperature tensile deformation of westerly granite and black gabbro. *Tectonophysics*, **39**, 33-51.

MERINO-CASTRO, G., 2011. Creation of a model of pollutants diffusion in soil-water system using a cellular automata. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones* **18(1)** : 63-76.

MIRAMONTES, O., 1999. Los sistemas complejos como instrumentos de conocimiento y transformación del mundo. En S. Ramírez (Ed.) *Perspectivas en las teorías de sistemas México. Siglo XXI Editores*, pp. 83-101.

MOGI, K., 1962a. Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relation to earthquake phenomena. *Bull. Earthquakes Res. Inst., Tokyo Univ.*, **40**, 125-173.

MOGI, K., 1962b. Magnitude-frequency relation for elastic shocks accompanying fractures of various materials and some related problems to earthquakes. *Bull. Earthquakes Res. Inst., Tokyo Univ.*, **40**, 831-853.

MOGI, K., 1962c. On the time distribution of aftershocks accompanying the recent major earthquakes in and near Japan. *Bull. Earthquakes Res. Inst.*, **40**, 107-124.

MOGI, K., 1967. Regional variation of aftershock activity. *Bull. Earthquakes Res. Inst.*, **45**, 711-725.

MORAL, L., J. B. GOMEZ, Y. MORENO and A. F. PACHECO, 2001a. Exact numerical solution for a time-dependent fiber-bundle model with continuous damage. *J. Phys. A: Math. Gen.*, **34**, 9983-9991.

MORAL, L., Y. MORENO, J. B. GOMEZ and A. F. PACHECO, 2001b. Time dependence of breakdown in a global fiber-bundle model with continuous damage. *Phys. Rev. E, Stat. Nonlin. Soft Matter Phys.* **63**, 066106.

MORENO, Y., J. B. GOMEZ and A. F. PACHECO, 1999. Self-Organized Criticality in a Fiber-Bundle type model. *Physica A*, **274**, 400.

MORENO, Y., A. M. CORREIG, J. B. GOMEZ and A. F. PACHECO, 2001. A model for complex aftershock sequences, *Journal of Geophysical Research*, **106**(B4), 6609-6619.

MORENO, Y., J. B. GOMEZ and A. F. PACHECO, 2002. Instability of scale-free networks under node-breaking avalanches. *Eur. Phys. Lett.*, **58**, 630.

MORI, J., D. WALD and R. WESSON, 1994. Overlapping fault planes of the 1971 San Fernando and 1994 Northridge, California, earthquakes. *Geoph. Res. Lett.* **22**(9), 1033-1036.

NAGEL, S. R., 1992. Instabilities in a Sandpile. *Rev. Mod. Phys.*, **64**, 321.

NANJO, K. Z., H. NAGAHAMA and M. SATOMURA, 1998. Rates of Aftershock Decay and the Fractal Structure of Active Fault Systems. *Tectonophysics*, **287**(1-4), 173-186.

NANJO, K. Z., D. L. TURCOTTE and R. SCHERBAKOV, 2005. A model of damage mechanics for the deformation of the continental crust. *J. Geophys. Res.*, **110**, B07403.

NANJO, K. Z. and D. L. TURCOTTE, 2005. Damage and rheology in a fiber-bundle model. *Geophys. J. Int.*, **162**, 859-866.

NARTEAU, C., P. SHEBALIN and M. HOLSHNEIDER, 2002. Temporal Limits of the Power Law Aftershock Decay Rate, *Journal of Geophysical Research*, **107**(B12), 2359.

NARTEAU, C., P. SHEBALIN and M. HOLSHNEIDER, 2005. Onset of Power Law Aftershock Decay Rates in Southern California , *Geophysical Research Letters*, **32**, L22312.

NEWMAN, W. I., D. L. TURCOTTE and A. M. GABRIELOV, 1995. Log-periodic behavior of a hierarchical failure model with applications to precursory seismic activation. ,*Phys. Rev. E.*, **52**, 4827-4835.

NEWMAN, W. I. and S. L. PHOENIX, 2001. Time-dependent fiber bundles with local load sharing. *Phys. Rev. E*, **63**, 021507.

NORRIS, R. M. and R. W. WEBB, 1990. Geology of California. *Wiley and Sons*, New York, 541 pp.

NUÑEZ, J. C., 2011. Introducción a los L-momentos y análisis regional de frecuencias. Curso Internacional, Análisis regional de frecuencia de sequía basado en L-momentos. CAZALAC, Chile. [http://www.cazalac.org/documentos/curso\\_cazalac\\_euroclima/PP3-INTRODUCCION%20L-MOMENTOS%20Y%20ARF.pdf](http://www.cazalac.org/documentos/curso_cazalac_euroclima/PP3-INTRODUCCION%20L-MOMENTOS%20Y%20ARF.pdf)

NUR, A., and J. R. BOOKER, 1972. Aftershock caused by pore fluid? *Science*, **175**, 885-887.

NYFFENEGGER P. and C. FROHLICH, 2000. Aftershock occurrence rate decay properties for intermediate and deep earthquake sequences. *Geophys. Res. Lett.*, **27**(8), 1215-1218.

OGATA, Y., 1983. Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure. *J. Phys. Earth*, **31**, 115-124.

OGATA, Y., 1988. Statistical models for earthquakes occurrences and residual analysis for point process. *J. Am. Stat. Assoc.*, **83**, 9-27.

OGATA, Y., 1989. Statistical models for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis. *Tectonophysics*, **169**, 159-174.

OGATA, Y., 1992. Detection of precursory seismic quiescence before major earthquakes through a statistical model. *J. Geophys. Res.*, **97**, 19845-19871.

OGATA, Y., 1999. Seismicity analysis through Point-process modeling: A review. *Pure Appl. Geophys.*, **155**, 471-507.

OGATA, Y., 2001. Increased probability of large earthquakes near aftershocks regions with relative quiescence. *J. Geophys. Res.*, **106**, 8729-8744.

OGATA, Y., 2010. Space-time heterogeneity in aftershock activity. *Geophys. J. Int.*, **181**, 1575-1592.

OGATA, Y., L. M. JONES and S. TODA, 2003. When and where the aftershock activity was depressed: contrasting decay patterns of the proximate large earthquakes in southern California. *J. Geophys. Res.*, **108**, 2318.

OGATA, Y. and J. ZHUANG, 2006. Space-time ETAS models and an improved extension. *Tectonophysics*, **413**, 13-23.

OLUWOLE, E. Y., Y. MORENO, K. FERENC, R. C. HIDALGO and H. J. HERRMANN, 2003. Time evolution of damage under variable ranges of load transfer. *Phys. Rev E, Stat. Nonlin. Soft. Matter Phys.* **68**, 026116.

OMORI, F., 1894. On after-shocks of earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, **7**, 113-200.

ORTIZ, M., 1988. Microcrack coalescence and macroscopic crack growth initiation in brittle solids. *Int. J. Solids Structures*, **24**(3), 231-250.

ÖZTÜRK, S., H. ÇINAR, Y. BAYRAK, H. KARSLI, and G. DANIEL, 2008. Properties of the Aftershock Sequences of the 2003 Bingöl  $M_D=6.4$ , (Turkey) Earthquake. *Pure and Applied Geophysics*, **165**, 349-371.

PAPAZACHOS, B. C., 1975. Foreshocks and earthquake prediction. *Tectonophysics*, **28**, 213.

PARLITZ, U., 1992. Identification of true and spurious Lyapunov exponents from time series. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **2**(1), 155-165.

PARSONS, T. and D. S. DREGER, 2000. Static-stress impact of the 1992 Landers earthquake sequence on nucleation and slip at the site of the 1999 M 7.1 Hector Mine earthquake, southern California. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 1949-1952.

PELTZER, G., P. ROSEN, F. ROGEZ and K. HUDNUT, 1998. Poroelastic rebound along the Landers 1992 earthquake surface rupture. *J. Geophys. Res.*, **103**, 30131-30145

PEIRES, F. T. 1926. Tensile tests for cotton yarns. v.-"the weakest link", theorems on strength of long composite specimens. *J. Textile Inst.*, **17**, T355-368.

PEITGEN, H. O., H JÜRGENS and D. SAUPE, 1992. Fractals in the Classroom: part One – Introduction to Fractals and Chaos. *Springer-Verlag, New York*, 240-244.

PHOENIX, S. L., 1977. Stochastic strength and fatigue in fiber bundles. *Int. J. Fracture*, **14**, 327-344.

PHOENIX, S. L. and L. TIERNEY, 1983. A statistical model for the time-dependent failure of unidirectional composite materials under local elastic load-sharing among fibers. *Eng. Fracture Mech.*, **18**, 193-215.

PHOENIX, S. L. and I. J. BEYERLEIN, 2000. Statistical strength theory for fibrous composite materials, volume 1 of *Comprehensive Composite Materials. Pergamon (Elsevier Science)*, chapter 1.19, pp. 1-81

POLLITZ, F. F. and I. S. SACKS, 2002. Stress triggering of the 1999 Hector Mine earthquake by transient deformation following the 1992 Landers earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **92**(4), 1487-1496.

PONS, J. A. M., 2000. Aplicación de la teoría del caos determinista al estudio de lechos fluidizados gas sólido. *Tesis Doctoral, Universidad de Alcalá, España*.

PRADHAN, S. and B. K. CHAKRABARTI, 2003. Failure properties of fiber bundles and solids. *Int. J. Mod. Phys. B*, **17**, 5565-5581.

PRADHAN, S., A. HANSEN and B. K. CHAKRABARTI, 2008. Failure processes in elastic fiber bundles. <http://arxiv.org/abs/0808.1375>.

PREISENDORFER, R. W., 1988. Principal Components Analysis in Meteorology and Oceanography. *Elseiver, Amsterdam, The Netherlands*. 45 pp.

RAVÁ DE SILVEIRA, 1999. An introduction to breakdown phenomena in disordered systems. *Am. J. Phys.*, **67**, 1177.

REAL, C. R., T. R. TOPPOZADA, and D. L. PARKE, 1978. Earthquake epicenter map of California. *Div. Mines Geol. Map Sheet*, **39**.

REID, H. F., 1911. The elastic-rebound theory of earthquakes. *University of California Publications, Bulletin of the Department of Geology*, **6** (19).

RICHTER, C. F., 1935. An instrumental earthquake scale. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **25**, 1-32.

RINNE, M., 2008. Fracture mechanics and subcritical crack growth approach to model time-dependent failure in brittle rock. *Doctoral Dissertation, Helsinki University of Technology*.

ROBERTSON, M. C., C. G. SAMMIS, M. SAHIMI and A. J. MARTIN, 1995. Fractal analysis of three-dimensional spatial distributions of earthquakes with a percolation interpretation. *J. Geophys. Res.*, **100**, 609-620.

ROSENDAHL J., M. VEKIC and J. KELLEY, 1993. Persistent self-organization of sandpiles. *Phys. Rev. E*. **47**, 1401

RUELLE, D., 1990. Deterministic chaos. The science and the friction. *Proc. R. Soc. Lon. Ser. A.*, **427**, 241-248.

RUELLE, D. and F. TAKENS, 1971. On the nature of turbulence. *Comm. Mat. Phys.*, **20**(3), 167-192.

SAHIMI, M., M. C. ROBERTSON and C. G. SAMMIS, 1993. Fractal distribution of earthquake hypocenters and its relation to fault patterns and percolation. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2186-2189.

SAUBER J., W. THATCHER, S. C. SOLOMON and M. LISOWSKI, 1994. Geodetic slip rate for the eastern California shear zone and the recurrence time of Mojave Desert earthquakes, *Nature*, **367**, 264-266.

SAVAGE, J. C. y J. L. SVARC, 2010. Postseismic relaxation following the 1994  $M_w$  6.7 Northridge earthquakes, southern California. *J. Geophys. Res.*, **115**, B12420.

SCHOLZ, C. H. 1990. The mechanics of earthquakes and faulting. *Cambridge University Press.*, 439 pp.

SCHOLZ, C. H. 1991. Earthquakes and faulting: Self-organized critical phenomena with characteristic dimension, in Spontaneous Formation of Space-Time Structures and Criticality, T. Riste and D. Sherrington, eds., 41-56, *Kluwer Academic Publishers, Netherlands.*

SCHOLZ, C. H., 2002. The mechanics of earthquakes and faulting. *Cambridge University Press. Cambridge, 2<sup>nd</sup> ed.*

SCIENTISTS OF THE U. S. GEOLOGICAL SURVEY, SOUTHERN CALIFORNIA EARTHQUAKE CENTER, 1994. The Magnitud 6.7 Northridge, California, earthquake of January 17, 1994. *Science*, **266**, 389-397.

SCIENTISTS OF THE U. S. GEOLOGICAL SURVEY, SOUTHERN CALIFORNIA EARTHQUAKE CENTER and CALIFORNIA DIVISION OF MINES AND GEOLOGY, 2000. Preliminary report on the 16 October 1999 M 7.1 Hector Mine, California, earthquake. *Seism. Res. Lett.*, **71**, 11-23.

SEGALL, P., J. R. GRASSO, T. MOSSOP, 1994. Poroelastic stressing and induced seismicity near the Lacq gas field, southwestern France. *J. Geophys. Res.* **99**, 15423-15438.

SHAW, B. E., 1993. Generalized Omori law for aftershocks and foreshocks from a simple dynamics. *American Geophysical Union*, **93GL01058**, 907-910

SHCHERBAKOV, R. and D. L. TURCOTTE, 2003. Damage and self-similarity in fracture. *Theor. Appl. Frac. Mech.*, **39**, 245-258.

SHCHERBAKOV, R. and D. L. TURCOTTE, 2004. A modified form of Båth's law. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **94**(5), 1968-1975.

SHCHERBAKOV, R., D. L. TURCOTTE and J. B. RUNDLE, 2004. A generalized Omori law for earthquake aftershock decay. *Geophys. Res. Lett.*, **31**, L11613.

SHCHERBAKOV, R., D. L. TURCOTTE and J. B. RUNDLE, 2005. Aftershock Statistics. *Pure and Applied Geophysics*, **162**, 1051-1076.

SIEH, K., L. JONES, E. HAUSSON, K. HUDNUT, D. EBERHART-PHILLIPS, T. HEATON, HOUGH, S., K. HUTTON, H. KANAMORI, A. LIJIE, S. LINDVALL, S. F. MCGILL, J. MORI, C. RUBIN, J. A. SPOTILA, J. STOCK, H. K. THIO, J. TREIMAN, B. WERNICKE and J. ZACHARIASIEN, 1993. Near-field investigations of the Landers earthquake sequence, April to July, 1992. *Science*, **260**, 171-176.

SORNETTE, D., 1992. Mean-field solution of a block spring model of earthquakes. *J. Phys. I. France*, **2**, 2089.

SORNETTE, D. and J. V. ANDERSEN, 1998. Scaling with respect to disorder in time-to failure. *Eur. Phys. J. B*, **1**, 353.

STEWART, J., S. W. CHANG, J. D. BRAY, R. B. SEED, N. SITAR and M. F. RIEMER, 1995. A report on geotechnical aspects of the January 17, 1994 Northridge earthquake. *Seismol. Res. Lett.*, **66**(3), 7-19.

STOOP, F. and P. F. MEIER, 1988. Evaluation of Lyapunov exponents and scaling functions from time series. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 1037-1045.

STROGATZ, S. H., 2000. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Perseus Publishing.

SWANSON, P. L., 1984. Subcritical crack growth and other time and environment-dependent behavior in crustal rocks. *J. Geophys. Res.*, **89**, 4137-4152.

SWANSON, P. L., 1987. Tensile fracture resistance mechanisms in brittle polycrystals: an ultrasonics and in situ microscopy investigation. *J. Geophys. Res.*, **92**, 8015- 8036.

TAKAYASU, H., 1990. *Fractals in the physical sciences*. Manchester Univ. Press. New York, 170 pp.

TAKENS, F., 1981. Detecting strange attractors in turbulence. In: *Lecture note in mathematics*, edited by: RAND, D. A. and YOUNG L. S., Springer, Berlin.

TENG, T. and K. AKI, 1996. Preface to the 1994 Northridge earthquake special issue. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **86**(1B), S1-S4.



THIO, H.K. and H. KANAMORI, 1996. Source complexity of the 1994 Northridge earthquake and its relation to aftershock mechanisms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **86**(1B), S84-S92.

TODA, S., R. S. STEIN, P. A. REASENBERG, J. H. DIETERICH and A. YOSHIDA, 1998. Stress transfer by the  $M_w=6.9$  Kobe, Japan earthquake: Effect on aftershocks and future earthquakes probabilities. *J. Geophys. Res.*, **103**, 24543-24565.

TOPPOZAN, T. and D. BRANUM, 2004. California earthquake history. *Annals of Geophysics, California Geological Survey, Sacramento, CA, USA*, **47**(2/3), 509-522.

TURCOTTE, D. L., 1997. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. *Cambridge University Press*, second edition.

TURCOTTE, D. L., R. F. SMALLEY JR. and S. A. SOLLA, 1985. Collapse of loaded fractal trees. *Nature* **313**, 21.

TURCOTTE, D. L., W. I. NEWMAN and R. SCHERBAKOV, 2003. Micro and macroscopic models of rock fracture. *Geophys. J. Int.*, **152**, 718-728.

TURCOTTE D. L. and M. T. GLASSCOE, 2004. A damage model for the continuum rheology of the upper continental crust. *Tectonophysics*, **383**, 71-80.

TURCOTTE D. L. and R. SCHERBAKOV, 2006. Can damage mechanics explain temporal scaling laws in brittle fracture and seismicity?. *Pure Appl. Geophys.*, **163**, 1031-1045.

TURCOTTE D. L. and W. I. NEWMAN, 2007. Tokunaga fractals: stream networks, DLA, aftershocks, and biology. *American Geophysical Union, Fall Meeting 2007, abstract #U52A-01*.

UGALDE, A., 2009. Terremotos, Cuando la Tierra tiembla. *CSIC, Colección divulgación*. Ed. Catarata.

UNRUH, J. R., W. R. LETTIS and J. M. SOWERS, 1994. Kinematic Interpretation of the 1992 Landers Earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**(3), 537-546.

UTSU, T., 1957. Magnitude of earthquakes and occurrence of their aftershocks. *Zishin (J. Seismol. Soc. Jpn.)* **10**, 35-45 (in Japanese).

UTSU, T., 1961. A Statistical Study on the Occurrence of Aftershock., *Geophys. Mag.* **30**, 521-605.

UTSU, T., 1969. Aftershocks and earthquakes statistics. I. Some parameters which characterize aftershock sequence and their interrelations. *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Geophys.*, **3**, 129-195.

UTSU, T., Y. OGATA and R. S. MATSUURA, 1995. The centenary of the Omori Formula for a Decay Law of Aftershock Activity. *Journal Physical of the Earth*, **43**(1), 1-33.

VÁZQUEZ-PRADA M., J. B. GÓMEZ, Y. MORENO and A. F. PACHECO, 1999. Time to failure of hierarchical load-transfer models of fracture. *Phys. Rev. E.*, **60**(3), 2581-2594.

WATSON, J., 1995. Introduction to Geology. *New York: HALSTED*, pp. 13-15.

WEGENER, A., 1922. Die Entstehung der Kontinente und Ozeane. *3er. ed. Hamburg*.

WIEMER, S., 2001. A software package to analyse seismicity: ZMAP. *Seismol. Res. Lett.*, **72**(3), 373-382.

WIEMER, S., M. GERSTENBERGER and E. HAUSSON, 2002. Properties of the aftershock sequence of the 1999  $M_w$  7.1 Hector Mine earthquake: implications for aftershock hazard. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **92**(4), 1227-1240.

WOESSNER, J. and S. WIEMER, 2005. Assessing the Quality of Earthquake Catalogues: Estimating the Magnitude of Completeness and its Uncertainty. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **95**(2), 684-698.

WOLF, A., J. B. SWIFT, H. L. SWINNEY and J. A. VASTANO, 1985. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica*, **16D**, 285-317.

WYSS, M. and S. WIEMER, 2000. Change in the Probability for earthquakes in southern California due to the Landers magnitude 7.3 earthquake. *Science*, **290**, 1334-1338.

YAKOVLEV, G., D. L. TURCOTTE, J. RUNDLE and P. RUNDLE, 2006. Simulation-Based Distributions of Earthquake Recurrence Times on the San Andreas Fault System. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **96**(6), 1995-2007.

YAMASHITA, T., and L. KNOPOFF, 1987. Model of aftershocks occurrence. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **91**, 13-96.

ZALIAPIN, I., A. GABRIELOV, V. KEILIS-BOROK and H. WONG, 2008. Clustering analysis of seismicity and aftershock identification. *Phys. Rev. Lett.*, **101**(1), 018501.

ZAPPERI, S., P. RAY, H. E. STANLEY, and A. VESPIGNANI, 1999. Avalanches in breakdown and fracture processes. *Phys. Rev. E*, **59-5**, 5049-5057.

ZHANG, P., C. WANG, Y. WANG and M. A. ELLIS, 2003. Earthquake triggering and delaying caused by fault interaction on Xianshuihe fault belt, southwestern China. *Acta Seismologica Sinica*, **16**(2), 156-165.

ZÖLLER, G., S. HAINZL and M. HOLSCHNEIDER, 2008. Recurrent Large Earthquake in a Fault Region: What Can Be the Inferred from Small and Intermediate Events?. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **98**(6), 2641-2651.

#### Paginas Web

- [www.scsn.org](http://www.scsn.org)
- [www.mathworks.fr/help/toolbox/optim/ug/fmincon.html](http://www.mathworks.fr/help/toolbox/optim/ug/fmincon.html)



## Acta de qualificació de tesi doctoral

Curs acadèmic:

Nom i cognoms

DNI / NIE / Passaport

Programa de doctorat

Unitat estructural responsable del programa

## Resolució del Tribunal

Reunit el Tribunal designat a l'efecte, el doctorand / la doctoranda exposa el tema de la seva tesi doctoral titulada

Acabada la lectura i després de donar resposta a les qüestions formulades pels membres titulars del tribunal, aquest atorga la qualificació:

APTA/E       NO APTA/E

(Nom, cognoms i signatura)		(Nom, cognoms i signatura)	
President/a		Secretari/ària	
(Nom, cognoms i signatura)	(Nom, cognoms i signatura)	(Nom, cognoms i signatura)	(Nom, cognoms i signatura)
Vocal	Vocal	Vocal	Vocal

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ d'/de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

El resultat de l'escrutini dels vots emesos pels membres titulars del tribunal, efectuat per l'Escola de Doctorat, a instància de la Comissió de Doctorat de la UPC, atorga la MENCIÓ CUM LAUDE:

SI       NO

(Nom, cognoms i signatura)		(Nom, cognoms i signatura)	
Presidenta de la Comissió de Doctorat		Secretària de la Comissió de Doctorat	

Barcelona, \_\_\_\_\_ d'/de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_