

Modélisation numérique discrète innovante pour le monitoring électrique des roulements

C. MACHADO^a, M. GUESSASMA^a, V. BOURNY^{a,b}, R. BOUZERAR^c,
J. FORTIN^{a,b}, S. BAUDON^{a,d}, P. MAIER^d, E. BELLENGER^a

a. Laboratoire des Technologies Innovantes, LTI-EA 3899, UPJV, 48 rue d'Ostende, Campus Universitaire, 02100 Saint-Quentin,
[charles.machado][mohamed.guessasma][valery.bourny][robert.bouzerar][emmanuel.bellenger]@u-picardie.fr

b. École d'ingénieurs ESIEE-Amiens, 14 quai de la Somme, 80082 Amiens,
jerome.fortin@esiee-amiens.fr

c. Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, LPMC-EA 2081, 33 rue Saint Leu, 80039 Amiens Cedex 1

d. Société EREM, ZA SUD Rue de la Sucrierie, 60130 Wavignies,
[stephanie.baudon][paul.maier]@erem.fr

Résumé :

Ce travail propose de reproduire l'état mécanique et cinématique d'un roulement à billes à partir d'une approche par la Méthode des Eléments Discrets (MED). Un couplage électromécanique est ensuite considéré pour extraire une réponse électrique et mesurable, d'un roulement en fonctionnement, à des fins de surveillance et de diagnostic. Des activités de recherche récentes au sein du LTI ont aidé à mesurer, comprendre et simuler la réponse électrique des systèmes multi-contacts en statique. Ce travail, essentiellement numérique, à la fois multi-échelle et multi-physique s'intéresse à la modélisation dynamique des roulements où les effets mécaniques et électriques, induits par le contact lubrifié, sont étudiés

Abstract :

This work deals with the modeling of the mechanical and kinematic state of a ball bearing using Discrete Elements Method (DEM). An electromechanical coupling is introduced to extract an electrical and measurable response of a bearing in operation, for monitoring and diagnostic purposes. Recent research activities at the LTI have helped us to measure, to understand and to simulate the electrical response of static multi-contact systems. In this work, we have been interested in both multi-scale and multi-physics modeling of ball bearings in dynamics where mechanical and electrical effects, induced by the lubricated contact are studied

Mots clefs : MED, Contact lubrifié, couplage électromécanique, roulement, monitoring, usine du futur, jumeau numérique

1 Introduction

Le roulement est le véritable acteur et le témoin de fonctionnement des machines tournantes. Cet organe mécanique est même omniprésent au quotidien, pourtant sa technologie n'a pas tellement évolué depuis le début du XIX^e siècle et seuls de réels progrès sur les lubrifiants et sur les finitions des surfaces ont été réalisés. Lorsqu'un problème ou une panne est constaté(e), même s'il n'est pas directement responsable, le roulement porte généralement les stigmates associés à une usure anormale. Sa durée de vie s'en trouve altérée et sur les chaînes de production, une panne sur deux serait due à un problème de roulement. Dans le cas des moteurs rapides (type UGV), ce constat a pour conséquence, l'indisponibilité de la machine tournante pour cause de maintenance, pendant un laps de temps plus ou moins long. Compte tenu de l'importance des enjeux en termes de productivité, de sécurité des biens et des personnes, les problématiques liées à la surveillance et au diagnostic des roulements sont devenues prioritaires dans des secteurs aussi variés que l'industrie, le transport, l'énergie, ... Il est donc nécessaire de concentrer les efforts de diagnostic des machines tournantes sur cette liaison mécanique. En réalité, la génération de bruits, de vibrations anormales et d'échauffement témoignent trop tardivement de l'initiation d'un mode de défaillance ce qui implique, bien souvent, le remplacement du roulement incriminé. Depuis 2008, les études menées au Laboratoire des Technologies Innovantes (LTI-EA3899) ont clairement établi la pertinence des mesures électriques localisées sur les interfaces multi-contacts [2, 32, 33, 4] et généré une démarche prometteuse en matière de surveillance prédictive des roulements [1, 23, 24, 25]. Pour répondre aux enjeux de l'industrie du futur, la combinaison de cette technique électrique innovante avec les principales méthodes de surveillance devrait conduire à un outil de suivi des machines tournantes très performant avec un système d'aide à la décision sans égal. Du point de vue industriel, la virtualisation de l'état du roulement en temps réel et la définition d'indices de qualité du contact roulant à partir des mesures électriques et des données issues des méthodes classiques, permettraient de suivre le cycle de vie de la machine tournante. Cependant, l'endommagement et l'usure des roulements, au cœur des préoccupations, peuvent difficilement être décrits théoriquement du fait de la complexité des mécanismes mis en jeu et même les approches numériques existantes se révèlent inadéquates et limitées. Pour pallier ces limites, un jumeau numérique du roulement [21], basé sur la Méthode des Éléments Discrets (MED), à partir du code MULTICOR [9] est développé pour répondre aux enjeux liés au monitoring des machines. La MED, particulièrement adaptée à la modélisation dynamique des systèmes multi-contacts et tribologiques [12, 19] trouve un cadre d'application idéal avec le roulement à billes. Dans le but de comprendre et d'interpréter la réponse électromécanique du roulement en fonctionnement à des fins de surveillance, la qualité de l'interface roulante est prise en compte. De plus, sur la base d'expérimentations, la réponse électrique d'un roulement en fonctionnement semble décrire plusieurs régimes en fonction des conditions de charge et de vitesse. Cette tendance multi-régime pourrait être en mesure d'identifier le régime de lubrification du roulement, généralement inconnu ainsi qu'une perte de la fonction lubrifiante pouvant conduire à une anomalie.

2 Description mécanique discrète d'un roulement

Un roulement réel à contact radial de type 6208, figure 1(a), communément rencontré, est choisi comme référence. Son jumeau numérique 2D par la MED, est donné par la figure 1(b) où trois approches complémentaires ont été développées impliquant aussi des temps de calcul croissants avec la complexité du système. L'approche rigide [22, 23], avec les simulations instantanées est utilisée pour valider la conception du roulement à travers des informations conformes aux préconisations des construc-

teurs comme les pressions admissibles de contact, la répartition de la charge, l'influence des jeux, la durée de vie nominale,... L'approche élastique, sans équivalent [24, 26], avec des temps de calcul plus importants, s'intéresse, par exemple aux phénomènes liés à l'endommagement, en accédant aux contraintes en dynamique dans les bagues du roulement. Dans le cadre du monitoring électrique, un compromis entre l'approche rigide et l'approche élastique permet d'enrichir l'interface de contact du roulement sans pour autant compromettre le temps de calcul. Avec cette approche "hybride", le roulement est composé de $Z = 9$ éléments discrets macroscopiques représentant les billes du roulement. La cage qui assure un écart constant entre les billes et conserve un jeu diamétral est modélisée par Z autres éléments discrets macroscopiques guidés par des parois n'interagissant pas avec le reste du système. Les éléments roulants sont contraints entre 2 bagues formées d'éléments discrets "mésoscopiques". Pour assurer les comportements mécanique et cinématique du roulement, un modèle viscoélastique frottant de type Maxwell est considéré à chaque contact élémentaire avec une approche explicite. Les bagues indéformables, simplifiées par les pistes du roulement, sont assimilées à des chaînes d'éléments discrets formant une interface rigide. Une charge radiale F_r et une vitesse de rotation ω sont appliquées par la bague/piste interne. Depuis 2012, ces approches complémentaires ont défini le jumeau numérique dis-

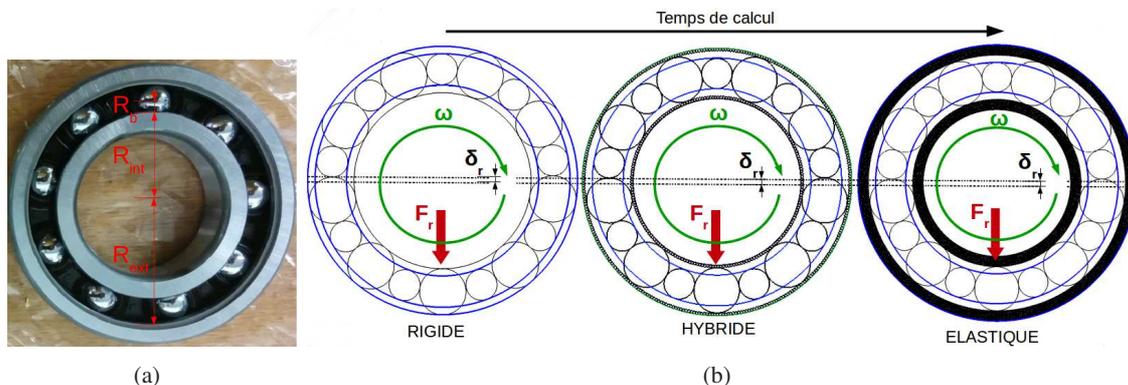


FIGURE 1 – (a) Roulement radial de type 6208 (b) Jumeau numérique discret

cret du roulement. Pour le monitoring électrique des roulements, l'approche hybride est considérée. Cet enrichissement introduit des comportements mécanique et cinématique du roulement non-stationnaire susceptible d'être capté dans la réponse électrique du roulement. La qualité du contact bille/piste, la lubrification, les vibrations générées par la dynamique jouent un rôle essentiel lors du transfert électrique à l'interface roulante. Les dimensions du roulement sont données dans le tableau 1 :

R_b	R_{cage}	R_{int}	R_{ext}
0.0063 m	0.0042 m	0.024 m	0.0366 m

TABLE 1 – Dimensions du roulement considéré

2.1 Modèle de rigidité de contact

L'approche explicite proposée par Cundall [5, 6], basée sur des analogies avec des ressorts amortis dans les directions normale et tangentielle agissant au plan de contact élémentaire, permet de déterminer explicitement les efforts de contact, F_n et F_t , d'après la figure 2(a). Le roulement est composé d'éléments discrets macroscopiques interagissant par contacts frottants et intermittents entre eux et avec les éléments discrets des pistes "mésoscopiques". D'après la théorie du contact hertzien, la relation entre

la force normale au contact F_n et l'enfoncement normal u_n n'est pas linéaire. Mindlin and Deresiewicz [27] proposent une expression pour déterminer la raideur normale K_n et la raideur tangente K_t dans le cas d'un contact élémentaire bille/bille, figure 2(b) :

$$\begin{cases} F_n = K_n \times u_n & \text{avec} & K_n = \alpha_c \frac{4G\sqrt{R_{eq}}}{3(1-\nu)} \sqrt{u_n} \\ F_t = K_t \times u_t & \text{avec} & K_t = \frac{2(3R_{eq}G^2(1-\nu))^{1/3}}{2-\nu} |F_n|^{1/3} \end{cases} \quad (1)$$

Ainsi, l'interpénétration u_n , normale au plan du contact élémentaire suit une loi élastique non-linéaire de type $F_n \propto u_n^{3/2}$. Cundall et Strack [5] soulignent que le rapport $\frac{K_t}{K_n}$ se situe dans l'intervalle $[\frac{2}{3}, 1]$ pour conserver un contact hertzien. $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ désigne le module de cisaillement des matériaux en contact, avec $E = 210$ GPa, le module de Young de l'acier et $\nu = 0.3$, le coefficient de Poisson de l'acier. $R_{eq} = \frac{a_i a_j}{a_i + a_j}$ est le rayon réduit des éléments discrets en contact, de rayon a_i et a_j . α_c est une constante de calibration sans dimension permettant de tester différentes discrétisations des pistes (interface), tout en conservant la rigidité globale caractéristique du roulement étudié. Dans le cas des

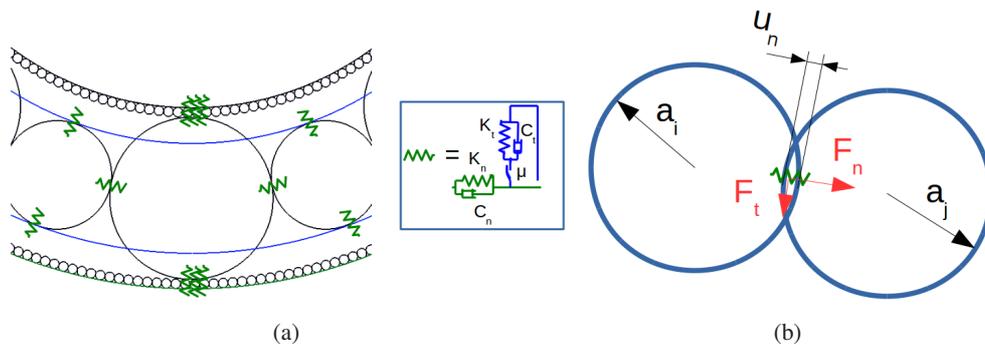


FIGURE 2 – (a) Description mécanique du roulement (b) Interactions au contact élémentaire

roulements, Harris[15] décrit la rigidité globale K par la relation non-linéaire $F_r = K\delta^{3/2}$ où F_r désigne la charge appliquée causant l'enfoncement δ de la bague interne, figure 1(b). Cette rigidité globale, mesurable par un essai en compression [7] en fonction des jeux internes, du type de roulement et du nombre d'éléments roulants résulte, dans la modélisation discrète, de l'assemblage de toutes les raideurs élémentaires K_n . D'après l'expression (1), l'exposant 3/2 pilote le type de roulement (10/9 pour des roulements à rouleaux cylindriques) et la distribution de la charge F_r sur chaque élément roulant. La raideur K_n , avec la calibration α_c permet donc de considérer un enfoncement δ réaliste. Enfin, et indépendamment du modèle de raideur, le caractère multi-contact et multi-échelle de l'interface roulante impose de déterminer les grandeurs "effectives" comme la charge radiale Q_ψ transmise entre les pistes, par une bille à l'angle ψ . D'après la figure 3, le contact apparent entre un élément roulant et une piste est formé de n_c contacts, appelés spots, transmettant chacun une fraction F_n^i , d'après (1), de la charge radiale supportée Q_ψ d'où :

$$Q_\psi \approx \sum_{i=1}^{i=n_c} \vec{F}_n^i \cdot \vec{n} \quad (2)$$

Cette charge Q_ψ permet d'estimer la surface de contact apparente de Hertz, de forme elliptique, relative au contact supposé parfait $S^H = \pi a(Q_\psi) b(Q_\psi)$, d'après Hamrock [13]. L'interface discrétisée réduit cette surface apparente, en supposant qu'elle est désormais formée de la somme des spots hertiens (bille/bille), au sens de Greenwood-Williamson [10]. Une nouvelle surface de contact S est définie

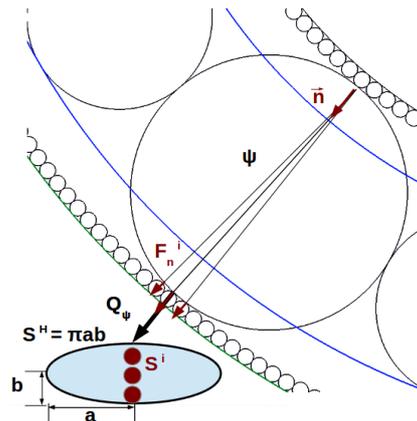


FIGURE 3 – Charge supportée par un contact bille/piste

comme étant la somme suivante :

$$S = \sum_{i=1}^{i=n_c} S^i = \sum_{i=1}^{i=n_c} \pi \left(\frac{4F_n^i R_{eq}}{3E_{eq}} \right)^{2/3} \quad (3)$$

avec $E_{eq} = \frac{E}{1-\nu^2}$, le module de Young renormalisé de l'acier. Globalement, la surface de contact S conserve un caractère hertzien.

2.2 Modèle de dissipation de contact

La réponse mécanique du système au cours du temps nécessite aussi la prise en compte de la dissipation. Pour une application dédiée au roulement, la dissipation visqueuse au contact à plusieurs sources, parmi elles, la dissipation hystérique des parties pénétrées (contact bille de roulement/spots) est initialement considérée selon la direction normale \vec{n} au plan de contact :

$$C_{hyst} = \frac{3\alpha_e K_n u_n}{2} \quad (4)$$

où $\alpha_e = 0.08 \text{ s.m}^{-1}$ désigne un coefficient lié à la restitution de l'acier [18]. D'autre part, le fonctionnement d'un roulement est généralement lubrifié. La couche de lubrifiant présente dans l'interface roulante joue aussi un rôle dans la dissipation énergétique du système. Dans certains cas, ce film mince très sensible aux conditions de fonctionnement F_r et ω et à l'état de surface, généralement inférieure au micron, peut aussi prendre un comportement vitreux dans l'interface et nous conduire à corriger le modèle de raideur donné par l'expression (1), d'après Walford [31]. Ce comportement piezo-visqueux sera ici négligé sur la détermination de la raideur K_n . La dissipation liée à la lubrification à l'huile dans la direction normale au contact bille/piste "apparent" s'écrit [14] :

$$C_{fluide} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\pi \eta R_b^{3/2} a}{h_{min}^{3/2}} \quad (5)$$

avec $\eta = 0.04 \text{ Pa.s}$, la viscosité dynamique du fluide à la température de fonctionnement et à la pression atmosphérique et a , le demi-grand axe du contact elliptique "apparent" de Hertz impliquant les conformités des bagues de roulement (contact hertzien apparent décrit par Hamrock [13]). h_{min} est une

estimation de l'épaisseur minimum du film d'huile au contact considéré, d'après Downson [8] :

$$h_{min} = 3.63 \frac{\bar{U}_r^{0.68} (\alpha E')^{0.49}}{\bar{W}^{0.073}} (1 - e^{-0.68k}) R_x \quad (6)$$

avec $\alpha = 2.3 \times 10^{-8} m^2.N^{-1}$ le coefficient viscosité/pression du lubrifiant, $E' = E/1 - \nu^2$ le module Young réduit de l'acier, et k l'ellipticité du contact (proche de 1.0339 si les conformités des pistes sont inconnues). Les grandeurs adimensionnelles \bar{U}_r et \bar{W} liées à la vitesse et à la charge, au contact apparent sont respectivement définies par :

$\bar{U}_r = \frac{\eta U_r}{E' R_x}$ et $\bar{W} = \frac{Q_w}{E' R_x^2}$ où U_r désigne la vitesse d'entraînement de la surface et $R_x = (R_b - R_{int})^{-1}$ pour le contact avec la bague interne et $R_x = (R_b + R_{ext})^{-1}$ pour le contact avec la piste externe.

L'épaisseur de film minimum est estimée au contact apparent avec les grandeurs "effectives". Chaque spot, d'un même contact apparent "macroscopique" fait opérer cette dissipation si le régime de lubrification lui permet. Ainsi, il y a une compétition entre la dissipation liée au fluide et la dissipation hystérétique. Ces mécanismes agissent donc en parallèle dans la direction normale au contact d'où $C_n = (\frac{1}{C_{hyst}} + \frac{1}{C_{fluide}})^{-1}$, en référence à la figure 2(a). D'autre part, le coefficient de frottement μ est sensible à cette épaisseur de fluide. A partir de l'analyse qualitative des courbes de Stribeck [30], dont un exemple est donné par la figure 4, le coefficient de frottement caractéristique du régime de lubrification est piloté par le paramètre de Tallian Λ [11] (ou d'autres paramètres impliquant un ratio film d'huile/rugosité) :

$$\Lambda = \frac{h_{min}(F, \omega)}{1.25 \times \sqrt{Ra_p^2 + Ra_b^2}} \approx \frac{h_{min}(F, \omega)}{3.75 \times 10^{-7}} \quad (7)$$

Ra_p et Ra_b désignent les rugosités moyennes arithmétiques des surfaces en regard. Dans le cas d'un roulement, la rugosité des pistes ($Ra_p \approx 0.4 \mu m$) est très supérieure à celle associée aux éléments roulants ($Ra_b \ll Ra_p$). Le régime de lubrification et donc le mode de dissipation peuvent être déduits, au contact apparent, à partir des conditions de fonctionnement, sous réserve de connaître la rugosité réelle des pistes (mesurée au profilomètre). Pour assurer une durée de vie optimale du roulement, les équi-

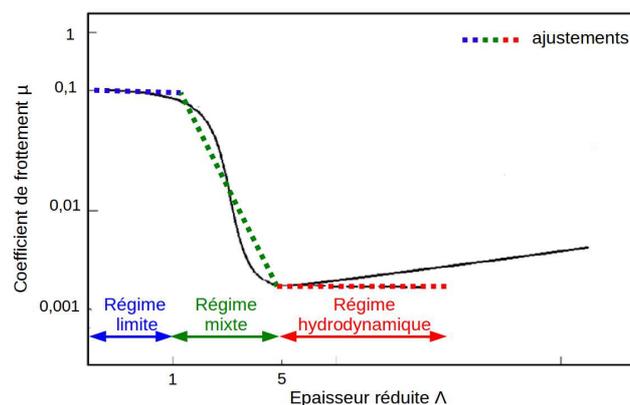


FIGURE 4 – Courbe de Stribeck

peuvent préconiser un fonctionnement proche de la transition entre le régime mixte et le régime hydrodynamique, soit $4 < \Lambda < 5$, d'après la figure 4. Quelle que soit la machine tournante, le régime de lubrification prédominant reste difficile à estimer, le choix du type de roulement, de sa superfinish, du montage, des jeux internes en fonction des sollicitations est aussi important que le choix de la lubrification. D'une façon générale, en introduisant la dissipation dans l'expression (1), l'effort résultant au

contact élémentaire s'écrit :

$$\begin{cases} F_n = K_n \times u_n + C_n(\Lambda) \times \vec{u} \cdot \vec{n} \\ F_t = -\min(K_t \times u_t, \mu(\Lambda) F_n) \times \text{sign}(\vec{u} \cdot \vec{t}) \end{cases} \quad (8)$$

F_t est géré par la loi de Coulomb. Les grandeurs $C_n(\Lambda)$ et $\mu(\Lambda)$ pour les contacts de type bille/piste distinguent les trois régimes de lubrification, d'après le tableau 2. Les simulation numériques proposées

régime	limite	mixte	hydrodynamique
Λ	< 1	$\in]1, 5]$	> 5
$C_n(\Lambda)$	C_{hyst}	$(\frac{1}{C_{hyst}} + \frac{1}{C_{fluide}})^{-1}$	C_{fluide}
$\mu(\Lambda)$	0.1	$-0.025\Lambda + 0.125 \in]0.001, 0.1]$	0.001

TABLE 2 – Prise en compte du contact lubrifié

apportent donc un moyen de déterminer qualitativement le régime de lubrification prédominant dans le roulement. Connaissant Λ , grâce à h_{min} pour une rugosité donnée, le coefficient de frottement $\mu(\Lambda)$ est une variable associée à chaque contact roulant "apparent", à partir des ajustements simplifiés de la figure 4.

En effet, les contacts roulants subissent des variations de charge $Q_{\psi(t)}$ au cours du temps $\psi(t)$. Un élément roulant voit son épaisseur de lubrifiant $h_{min}(\psi(t))$ varier ce qui conduit aussi à évaluer $\Lambda(\psi(t))$. La conséquence est un coefficient de frottement variable $\mu(\psi(t))$ compris entre 0.001 et 0.1 qui peut occasionner l'alternance de phase de glissement/roulement, par le biais de la loi de Coulomb. Les contacts intermittents de type bille/cage sont supposés être en régime limite avec $\mu = 0.1$ [28]. Le schéma d'intégration Verlet-vitesse est adopté pour la résolution dynamique du système avec un pas de temps de $\Delta t = 5 \times 10^{-8}$ s.

3 Modèle électromécanique d'un roulement

En pratique, la détermination du régime de lubrification d'un roulement reste difficile à évaluer. Chaque élément roulant peut traverser tous les régimes de lubrification au cours d'une révolution $\psi(t)$ [28]. L'idée est donc d'extraire via une grandeur électrique, mesurable expérimentalement, comme la résistance ou l'impédance globale du composant au cours du temps, une information sur le régime prédominant de lubrification associé à l'état général de la machine tournante. A des fins de surveillance et de diagnostic, des études expérimentales ont été menées en statique puis à basse vitesse (régime limite) et plus récemment à moyenne vitesse (régime mixte). Un modèle de couplage électromécanique a été introduit numériquement et validé avec des études paramétriques à basse vitesse [21]. Cependant, ce modèle uniquement basé sur le couplage électromécanique hertzien en régime limite (frottement sec) s'est révélé quasiment insensible à la vitesse de rotation. La lubrification a été introduite pour capter dans le couplage électromécanique, la sensibilité à la vitesse de rotation. A mesure que la vitesse de rotation augmente, le lubrifiant gagne en portance et tente de réduire, voire de supprimer, le contact métal-métal (élément roulant/piste). La notion de qualité du contact, relative à la lubrification va donc être introduite.

3.1 Approche phénoménologique

Plusieurs bancs d'essais ont été mis en place pour réaliser des mesures électriques du roulement en fonctionnement, dans diverses conditions de charge et de vitesse. Le banc SIGNATELEC [21], figure 5(a) et le banc EREM, figure 6(a) sont tous deux équipés d'une paire de roulements radiaux de type 6208 et instrumentés de façon à mesurer les vibrations de la machine, les variations de température et les signatures électriques au niveau des roulements. Imposée par la conception, la mesure électrique requiert un circuit fermé associant en série deux roulements identiques montés sur un arbre tournant et chargé radialement. En régime Ohmique, un faible courant continu I traverse les roulements et l'arbre. Le potentiel électrique V est mesuré au niveau des deux bagues externes. La réponse électrique du système est déduite par la relation $R_{MES} = V/I$. Les mesures à basse vitesse, données par le graphe

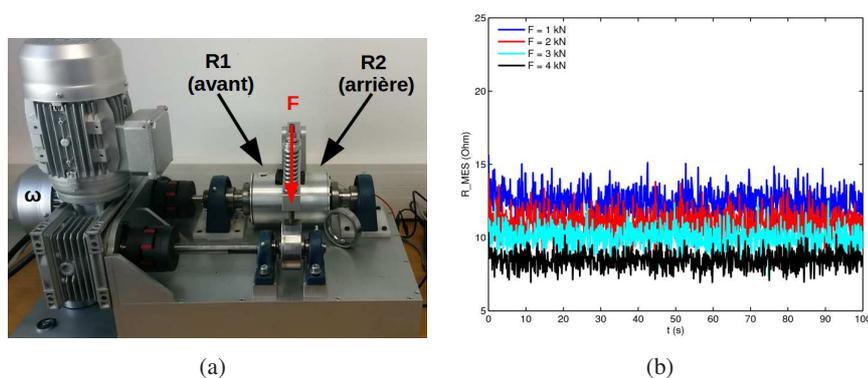


FIGURE 5 – Banc d'essai basse vitesse SIGNATELEC [21](b) Réponse électrique du système à $\omega = 150$ rpm

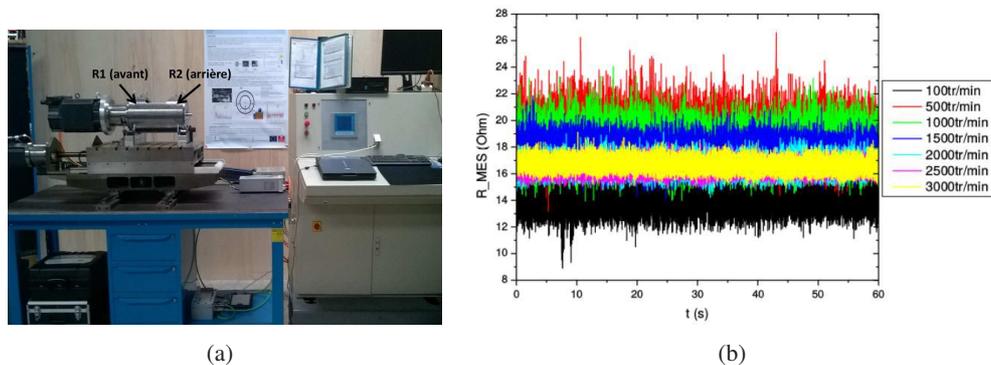


FIGURE 6 – (a) Banc d'essai moyenne vitesse EREM (b) Réponse électrique du système à charge constante

5(b) montrent que la réponse électrique du roulement est très sensible à la charge imposée. Une charge croissante tend à diminuer la résistance moyenne $\langle R_{MES} \rangle$ et le bruit du signal. L'étude paramétrique en force semble décrire une loi en puissance de type $\langle R_{MES} \rangle = A(\omega)F^{-n1(\omega)}$. A très basse vitesse, l'exposant $n1(\omega)$ tend vers $4/3$ et signe indirectement le contact hertzien [21]. Les mesures en fonction de la vitesse, données par la figure 6(b) montrent que l'augmentation de la vitesse de rotation tend à augmenter la résistance moyenne, selon une loi en puissance de type $\langle R_{MES} \rangle = B(F)\omega^{n2(F)}$. En fait, une vitesse ω croissante associe l'augmentation du paramètre Λ , d'après la figure 4. Le coefficient de frottement du roulement diminue en fonction du régime de lubrification ce qui pénalise le transfert

électrique (qualité du contact). La température du système tournant, sensible à la vitesse rend aussi le matériau plus résistif. L'ordre de grandeur, pour ces deux bancs dans des configurations différentes vaut quelques dizaines de Ohm. Cette double sensibilité en charge et en vitesse est le fil conducteur pour établir un modèle de couplage électromécanique enrichi. Pour le diagnostic, les signaux électriques analysés présentent des similitudes avec les mesures vibratoires classiques. Le kurtosis (moment centré d'ordre 4 [29]) se situe autour de 3 lorsque le fonctionnement de la machine est sain. Cet indicateur scalaire s'écarte de cette valeur seuil dès lors qu'un défaut d'écaillage, un déséquilibre, une charge anormale, etc sont décelés. Certaines de ces informations relatives au fonctionnement peuvent aussi être identifiées dans le spectre du signal électrique [29].

3.2 Proposition d'un modèle électromécanique

Les simulations numériques, à travers le modèle de couplage, doivent rendre compte de ces tendances expérimentales. Chaque élément roulant se comporte comme une résistance électrique dont la valeur dépend des surfaces de contact induites par les conditions de fonctionnement et le régime de lubrification, d'après le schéma de la figure 7(a) et les effets thermiques sont ignorés. L'évaluation numérique de la réponse électrique d'un roulement s'inspire des travaux initiés dans les milieux granulaires métalliques [2, 33] puis appliqués au roulement à basse vitesse [21]. La cage du roulement en polyamide est isolante électriquement et une configuration à jeu radial nul sollicite uniquement la partie inférieure du roulement. Chaque élément roulant impliqué dans le transfert du chargement mécanique l'est aussi dans le transfert électrique, en fonction de la qualité du contact. Le roulement est vu comme un assemblage de résistances électriques associées en parallèle.

Une résistance associée au contact "apparent" R_c est à considérer en tenant compte de la théorie de Hertz (surface S , au sens de Greenwood) et de l'influence de la lubrification (terme β associé à la qualité du contact). Avec ces hypothèses, la résistance globale du roulement acquiert une double sensibilité en réponse au chargement mécanique et à la vitesse. La résistance de contact d'un élément roulant en contact avec une piste (interne ou externe) s'écrit :

$$R_c^{int,ext}(\Lambda) = \frac{V_b}{2\gamma \beta_{int,ext}^2 S_{int,ext}^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \beta_{int,ext} = 1 & \text{si } \Lambda < 1 \\ \beta_{int,ext} = -0.25\Lambda + 1.25 \in]0, 1] & \text{si } 1 \leq \Lambda < 5 \\ \beta_{int,ext} = 0 & \text{si } \Lambda \geq 5 \end{cases} \quad (9)$$

avec $V_b = \frac{4}{3}\pi R_b^3$ le volume d'un élément roulant et $\gamma = 5.8 \times 10^7 S.m^{-1}$ la conductivité électrique de l'acier. S est la surface de contact définie par l'expression (3) et β le facteur de qualité du contact, fonction de la lubrification (donc de la vitesse). D'un point de vue électrique et d'après la courbe de Stribeck, figure 4, la diminution du coefficient de frottement avec la vitesse de rotation s'interprète comme la réduction d'un facteur β de l'aire de contact S , en fonction du régime de lubrification. D'après la figure 7(b), il s'agit donc de corriger cette aire de contact, initialement purement hertzienne (statique/basse vitesse/régime limite, $\beta = 1$), dans la zone mixte où $1 < \Lambda < 5$. En régime hydrodynamique, le "contact" de type acier-acier est entièrement séparé par une couche fluide, supérieure à la rugosité ($\beta = 0$). Dans ce cas, l'évaluation de la résistance, par le modèle (9) n'est plus à considérer. De nouveaux modèles de couplage, basés sur la spectroscopie d'impédance électrique dite fluide sont en développement afin de tenir compte du comportement résistif et capacitif du lubrifiant (analogie au circuit R-C). La résistance électrique d'un élément roulant est comptabilisée si et seulement si $\beta_{int} \neq 0$ et $\beta_{ext} \neq 0$, au même instant, d'après la figure 7(a). Ces conditions signifient que le courant traverse la bille, à condition que

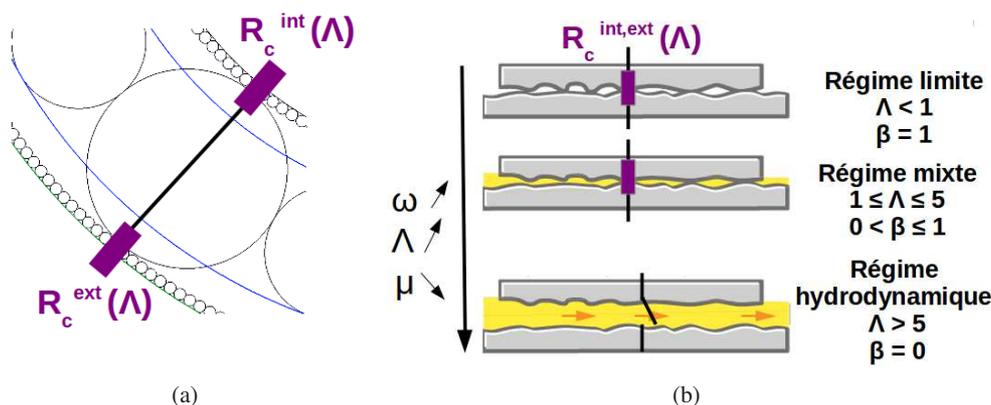


FIGURE 7 – Modèle de couplage électromécanique (a) au niveau d'un élément roulant (b) au niveau d'un contact apparent

le régime de lubrification soit limite ou mixte. Au delà, en régime hydrodynamique, la portance du lubrifiant supprime le contact électrique de type acier-acier et le modèle de contact n'est plus adapté.

4 Réponse électromécanique d'un roulement

L'objectif à l'aide des simulations couplées est d'étudier le transfert des informations mécaniques (charge, vitesse, lubrification, état de fonctionnement, ...) vers le signal électrique généré. L'approche phénoménologique a permis de supposer un modèle de couplage basé sur la qualité du contact qui va être testé dans différentes configurations de fonctionnement.

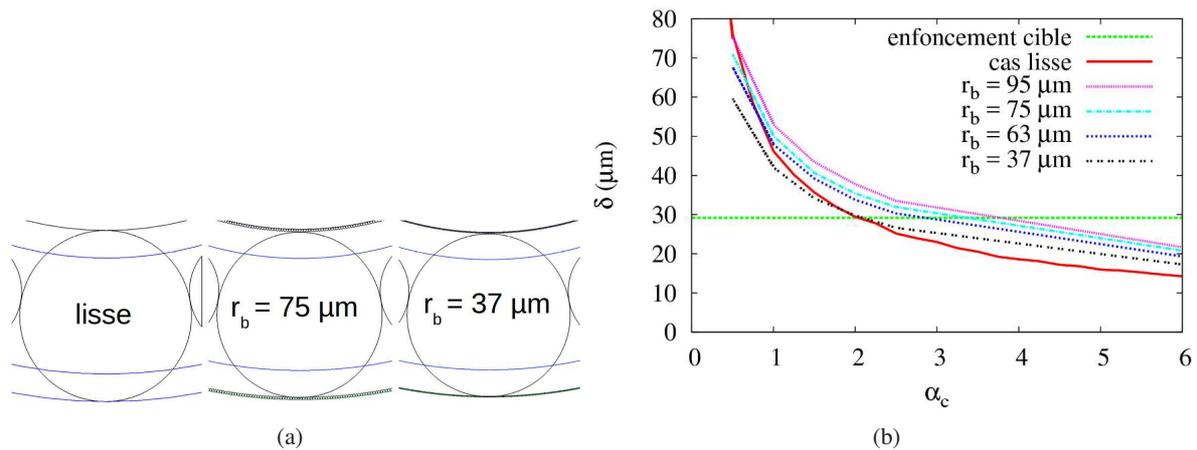
4.1 Calibrations de la raideur au contact, en statique

Avant d'introduire le couplage, le coefficient de calibration α_c , lié à la rigidité locale de l'expression (1) est déterminé pour chaque discrétisation et pour le cas du contact parfait (lisse), figure 8(a). Le protocole consiste à placer le roulement dans une configuration connue, à jeu nul, pour une charge radiale fixée en statique. Palmgren [20] établit une expression pour évaluer la déflexion δ de la bague interne d'un roulement à billes à contact radial :

$$\delta = 4.36 \times 10^{-4} \frac{Q_{max}^{2/3}}{2R_b^{1/3}} \quad (10)$$

avec $Q_{max} = \frac{4.37F_r}{Z}$, la charge maximale, supportée par un élément roulant à l'angle $\psi = 0$. Quelle que soit la discrétisation adoptée pour l'interface, même dans le cas parfait, cette valeur de δ constitue l'enfoncement cible caractéristique du montage et de la rigidité du composant que ce paramètre α_c permet d'atteindre. Avec le graphe 8(b), une calibration en statique est menée avec une charge radiale de

$F_r = 2$ kN de façon à retrouver l'enfoncement cible de $\delta(F_r) = 29 \mu\text{m}$, d'après l'expression (10). Cette rigidité, pilotée par le modèle (1) contraint par le paramètre α_c étant caractéristique du roulement monté, il n'est pas nécessaire de la recalibrer si la charge varie. D'après le tableau 3, le coefficient de calibration α_c varie entre 2 et 4. Une discrétisation de plus en plus fine, à cette échelle, semble converger vers le cas lisse. Pour un élément à l'angle $\psi = 0$, supportant Q_{max} , l'estimation de la surface de contact S via l'expression (3) est comparée à l'aire de Hertz apparente, en pourcentage. Ces discrétisations associées

FIGURE 8 – (a) Discretisation de l'interface (b) Calibration du coefficient α_c en statique à $F_r = 2$ kN

discrétisation	lisse	1	2	3	4
Nombre d'éléments par piste	•	1000	1250	1500	2500
Rayon moyen d'un élément de piste r_b	•	95 μm	75 μm	63 μm	37 μm
Pourcentage de l'aire de Hertz apparente S/S^H	100 %	0.86 %	0.77 %	0.70%	0.59%
α_c	2.05	3.26	2.85	2.65	2.10

TABLE 3 – Influence de la discrétisation des bagues sur la surface de contact

aux pistes assurent une surface de contact représentant un faible ratio de l'aire de Hertz ($S \ll S^H$). Ce ratio, souvent discuté dans la littérature [4, 3, 10, 16, 17] est aussi responsable de la qualité du transfert électrique à l'interface. D'après l'approche phénoménologique, considérer un ratio inférieur à 1 % de l'aire de Hertz "apparente", imposé par la discrétisation permet d'évaluer via l'expression (9), un ordre de grandeur de quelques Ohms à quelques dizaines de Ohms cohérent avec les mesures.

4.2 Études de sensibilités

La détermination du nombre de Tallian, expression (7) considère la rugosité réelle des pistes et non la rugosité générée par la discrétisation. Si la rugosité numérique générée par la discrétisation était à considérer, la transition entre les différents régimes de lubrification se produirait à des vitesses très importantes. Néanmoins, l'interface multi-contact enrichit la dynamique du roulement, en générant des vibrations. La prise en compte d'un défaut d'écaillage sera aussi facilitée et discutée. Deux études paramétriques sont réalisées en choisissant la discrétisation (2), dans la table 3 avec $r_b = 75 \mu\text{m}$, pour un compromis entre le temps de calcul et les études qualitatives. L'étude qui suit serait identique avec les autres discrétisations, afin d'identifier le régime de lubrification prédominant du roulement et seuls le pourcentage de l'aire de contact et le bruit associé aux vibrations nuanceraient l'analyse. Le paramètre $\Lambda(\psi)$ et le coefficient de frottement $\mu(\psi)$ sont suivis au contact bille/piste interne (et externe). La réponse électrique du roulement, pourtant déterminée à chaque pas de temps Δt est étudiée au cours du temps à une fréquence d'échantillonnage de 4 kHz, comme le serait un signal mesuré expérimentalement, bridé par le dispositif de mesure et/ou le capteur.

4.2.1 Sensibilité à la charge

La position des éléments roulants chargés $\psi(t)$ couvre environ $\psi \in [-90^\circ, 90^\circ]$, l'angle $\psi = 0$ désigne le pôle sud du roulement. La charge radiale appliquée pour une configuration à jeu nul montre aussi que le contact mécanique est perdu ou que les efforts de contact associés sont négligeables dans la partie supérieure du roulement pour $\psi \in [-180^\circ, -90^\circ]$ et $\psi \in [90^\circ, 180^\circ]$. La partie inférieure du roulement transmet donc, à la fois le chargement mécanique et le courant électrique, en fonction du paramètre $\Lambda(\psi)$. L'étude paramétrique à vitesse constante, figure 9(a), révèle que le chargement mécanique a

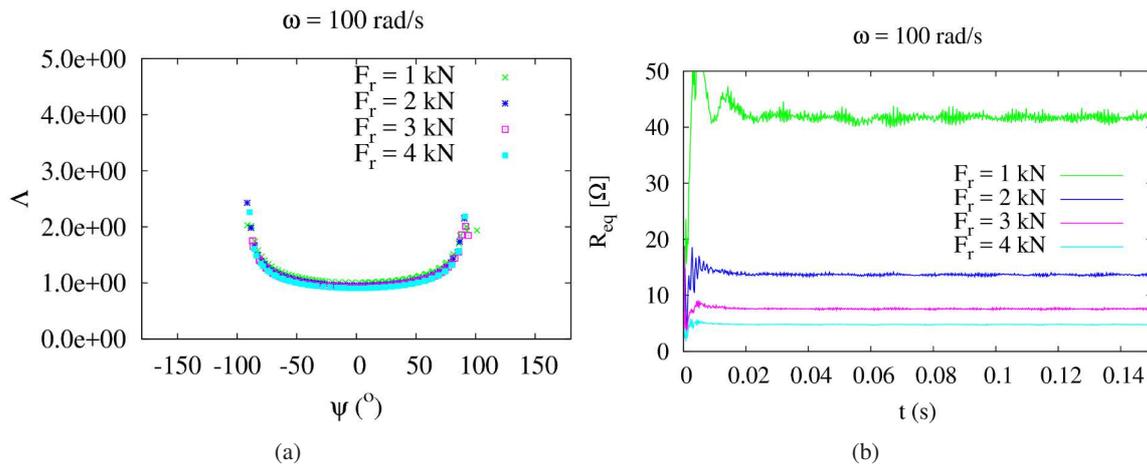
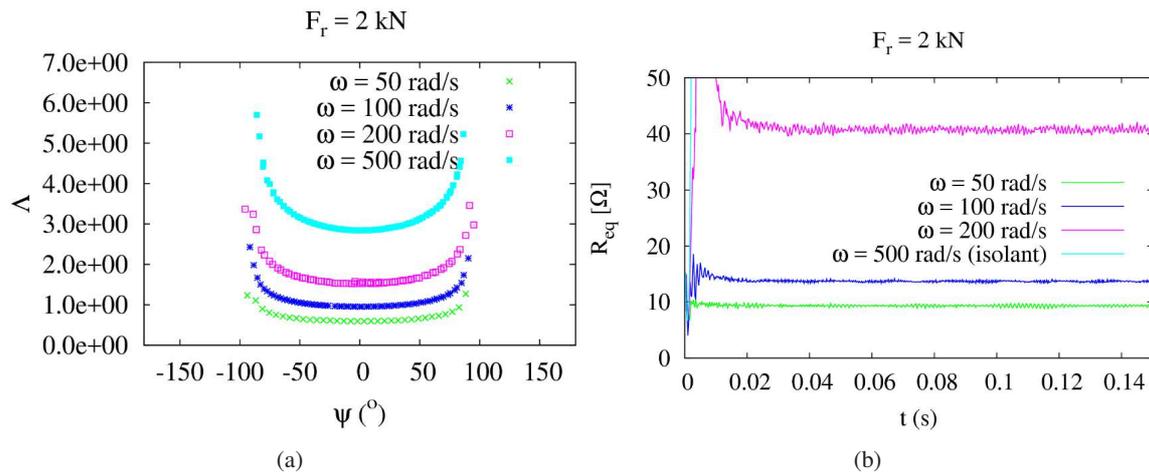


FIGURE 9 – (a) Paramètre $\Lambda(\psi)$ (b) Résistance électrique du roulement

relativement peu d'influence sur le paramètre Λ , gouverné par l'évaluation de l'épaisseur du film de lubrifiant h_{min} . Dans la configuration choisie, $\Lambda(\psi)$ varie entre 1 et 2.5 ce qui semble indiquer que la bille (et donc le roulement) suit un régime mixte. La dissipation mécanique fait alors intervenir le terme hystérétique et le terme fluide. D'après le tableau 2, le coefficient de frottement varie dans la zone de charge. Dans ces conditions, la réponse électrique du roulement avec le graphe 9(b) est encore très sensible au chargement mécanique et suit une décroissance en loi de puissance en fonction de la charge F_r , imposée par le modèle (9). Le paramètre β reste assez proche de 1 (début du régime mixte). La décroissance de la résistance électrique moyenne en fonction du chargement et la réduction du bruit sont quasiment assurées par un couplage purement hertzien, au même titre que les mesures à basse vitesse données par le graphe 5(b).

4.2.2 Sensibilité à la vitesse

Une seconde étude paramétrique à charge constante, $F_r = 2$ kN, montre que le paramètre $\Lambda(\psi)$ est très sensible à la vitesse de rotation ω . D'après la figure 10(a), les simulations couvrent tous les régimes de lubrification et l'analyse paramétrique est résumée dans le tableau 4 avec des grandeurs moyennées. Le coefficient de frottement μ varie dans la zone de charge et donc la qualité du contact β réduit les surfaces de transfert lorsque la vitesse augmente. Déjà identifiée par les mesures expérimentales relatives au graphe 6(b), cette sensibilité en vitesse se manifeste aussi dans la signature électrique simulée du roulement, d'après le graphe 10(b). En effet, d'après le modèle (9), le paramètre β pénalise les surfaces de contact responsables du transfert électrique à mesure que la vitesse augmente. Pour un même chargement mécanique, la résistance électrique moyenne augmente avec la vitesse de rotation ω . A basse

FIGURE 10 – (a) Paramètre $\Lambda(\psi)$ (b) Résistance électrique du roulement

ω (rad/s)	50	100	200	500
$\langle \Lambda \rangle$	1	1.5	2	>4
$\langle h_{min} \rangle$ (μm)	0.37	0.57	0.75	>1.5
μ	$\simeq 0.1$	[0.07;0.1]	[0.04;0.085]	[0.001;0.05]
régime prédominant	limite	mixte	mixte	hydrodynamique

TABLE 4 – Détermination du régime de lubrification prédominant en fonction de la vitesse de rotation à charge constante

vitesse, pour $\omega = 50$ rad/s, le régime limite suppose que $\beta = 1$ et les contacts sont hertiens. Lorsque le régime mixte est avéré ($\omega = 100$ rad/s et $\omega = 200$ rad/s), le couplage électromécanique perd progressivement son caractère hertzien avec une qualité de contact β décroissante. Le régime de lubrification hydrodynamique supprime même le contact métal-métal. Le modèle de contact (9) n'est plus valable (résistance infinie pour $\omega = 500$ rad/s). Un nouveau modèle fluide doit être introduit où l'épaisseur de lubrifiant se comporte comme un circuit R-C.

Finalement, la discrétisation de l'interface pilote uniquement la surface de transfert électrique et permet aussi d'enrichir le comportement dynamique en générant des vibrations associées à un état non-stationnaire bruité. La charge radiale F_r et le vitesse ω déterminent le régime de lubrification, indépendamment de la discrétisation. La discrétisation évalue des surfaces de transfert inférieures à 1 % de l'aire de Hertz [4, 3, 16]. Ces surfaces sont pondérées/corrigées en fonction du régime de lubrification via le paramètre local de qualité du contact β . L'ordre de grandeur de la résistance électrique de quelques Ohms semble caractériser la surface responsable du transfert électrique.

4.3 Applications au diagnostic

Un cas de fonctionnement proche de la transition entre le régime limite et le régime mixte est choisi comme référence. Le roulement tourne à $\omega = 100$ rad/s ~ 955 rpm, sous une charge radiale de $F_r = 2$ kN. Le roulement initialement "sain" va être perturbé. Les signaux électriques sont analysés à une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. Moyennées au cours du temps, les simulations vérifient un régime stationnaire caractérisé par l'état suivant :

$$\begin{cases} \sum Q_{\psi} \cos \psi = F_r & (1) \\ \frac{2R_b}{R_{int}} \omega_B = \omega & (2) \end{cases} \quad (11)$$

Ce régime signifie d'une part que l'intégralité de la charge F_r est transmise entre les bagues si les efforts centrifuges sont négligeables et d'autre part que la vitesse de rotation de la bague interne est communiquée aux éléments roulants, en roulement pur. D'après la figure 11(a), la charge $F_r = 2$ kN est en

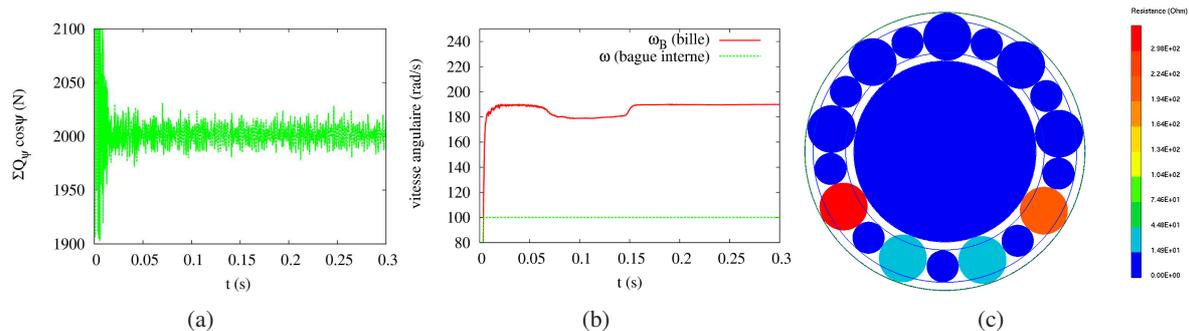


FIGURE 11 – (a) Chargement transmis au roulement (b) Vitesse de rotation d'un élément roulant (c) Etat électrique instantané

moyenne transmise au cours du temps et l'expression (11.1) est vérifiée. Le caractère bruité provient de la discrétisation de l'interface associée au modèle viscoélastique donné par l'expression (8). D'après la figure 11(b), les éléments roulants sont, en moyenne, en phase de roulement pur à $\omega_B = 190$ rad/s et l'expression (11.2) est aussi validée. Selon leur position et leur régime de lubrification propre, ces éléments roulants en roulement pur dans la zone de charge sont susceptibles de glisser hors de la zone de charge. A ces états mécanique et cinématique, est corrélé la réponse électrique du roulement où chaque élément roulant dans la zone de charge est caractérisé par une résistance électrique. A un instant donné, seuls les 4 éléments roulants appartenant à la zone de charge, participent au couplage électromécanique comme le montre la figure 11(c). Les éléments restants (en bleu foncé) sont isolants ou ne participent pas au transfert électrique (résistance nulle numérique interprétée comme une résistance infinie) Pour appliquer le monitoring électrique au diagnostic, le fonctionnement sain, décrit ci-dessus, est perturbé de 3 façons :

- chargement de type balourd $F_r(t) = F_r + f_r \cos(\omega t)$
- choc impulsionnel (surcharge pendant un bref instant)
- défaut d'écaillage de type BPFO (sur la bague extérieure)

Ces configurations anormales modifient la répartition du chargement mécanique, comme le montre les figures 12. Ces états mécaniques perturbés avec un défaut localisé ou délocalisé génèrent des signatures électriques typiques dans les graphes 13. L'analyse directe de ces signaux, complétée par des indicateurs scalaires et fréquentiels, apporte des indices essentiels pour la surveillance et le diagnostic, quant au fonctionnement de la machine. En introduisant un balourd, de l'ordre de 5% de la charge F_r , la réponse électrique du roulement est modulée à la vitesse de rotation ω , graphe 13(a). Cette anomalie, associée à un déséquilibre peut être trahie directement par la forme du signal. Le kurtosis [29], proche de 2.5 pour le cas sain numérique chute à 1.5 avec la prise en compte du balourd. Cet indicateur, lorsqu'il est proche de 3 témoigne d'un signal Gaussien, la résolution numérique du problème à N corps, avec discrétisation périodique ne permet pas de générer ce type de signal. Pour s'assurer d'un montage sain, de légers déséquilibres sur les bancs d'essai ont pu être décelés et corrigés à partir de la mesure

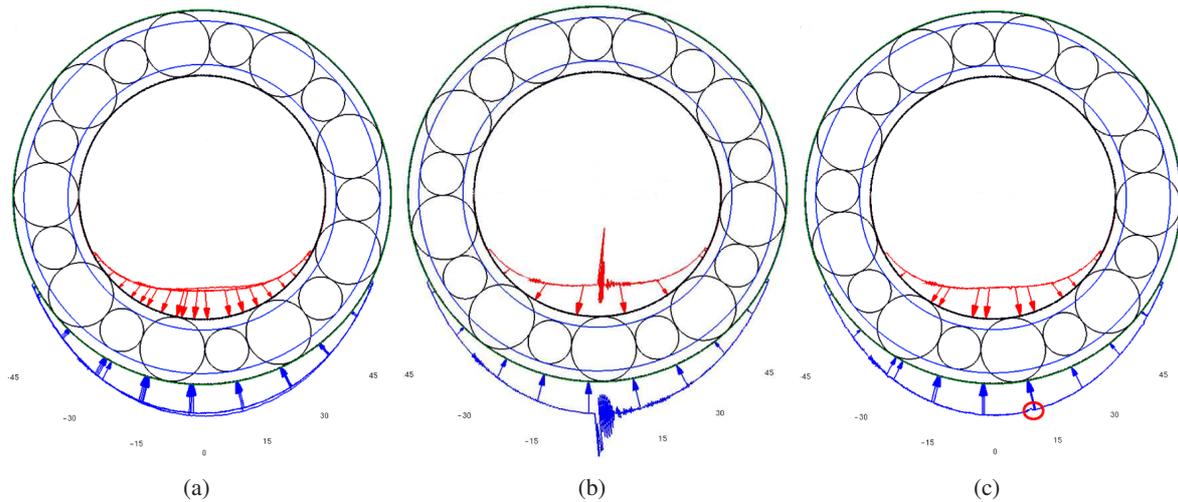


FIGURE 12 – Répartition du chargement mécanique (a) Avec un balourd de $f_r = 100$ N (sur 2 tours)(b) Avec un choc de 2000 N (c) Avec un défaut d'écaillage sur la bague externe (à $\psi = 8^\circ$)

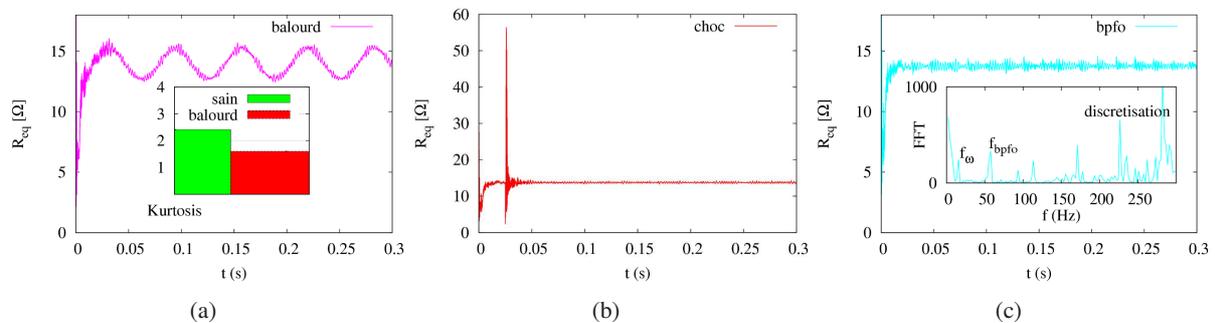


FIGURE 13 – Réponse électrique (a) Avec un balourd de $f_r = 100$ N (b) Avec un choc de 2000 N (c) Avec un défaut d'écaillage sur la bague externe

électrique. Dans le graphe 13(b), la présence d'un choc brutal et néfaste pour le roulement (surcharge), associée par exemple à une mauvaise manipulation de l'opérateur créerait une signature électrique de la forme d'une sinusoïde amortie qui contient notamment des informations sur le(s) régime(s) de lubrification. Enfin, un défaut d'écaillage modélisé par la suppression d'un élément discret de la piste externe à un angle $\psi = 8^\circ$ occasionne une perte du contact fugace et périodique. Cette dernière, de fréquence théorique connue [29] ($f_{bpf} = 57\text{Hz}$) est identifiable dans le spectre du signal électrique, figure 13(c). Ces perturbations mécaniques génèrent des signatures spécifiques dans le signal électrique global, moyennant une analyse scalaire et fréquentielle. Dans tous les cas, la dynamique du roulement hybride enrichit les signaux électriques générés. L'analyse spectrale, inutile dans le cas lisse, permet d'identifier la vitesse de rotation du roulement et les réponses hautes fréquences sont dues à la discrétisation. Ces résultats numériques ont aussi été aidés à établir qualitativement des diagnostics lors des campagnes de mesures sur les banc d'essai.

5 Conclusions

Le but recherché à l'issue de ce travail de thèse est de mettre en place une méthode de surveillance des roulements par une mesure électrique, pour répondre à des besoins identifiés en terme de maintenance des machines tournantes et en terme de limite concernant l'existant numérique. Cette démarche

duale, sans équivalent, a donné lieu à un véritable logiciel multi-physique et multi-échelle du roulement, à partir de la méthode des éléments discrets. L'étape essentielle consiste à reproduire fidèlement et efficacement l'état mécanique du roulement. Plusieurs approches ont été développées suivant le type d'étude souhaité (conception, monitoring, usure et endommagement,...) et certaines pistes ont été exploitées [25, 23, 24]. N'ayant pas encore été explorée, l'approche hybride avec des temps de calcul raisonnables est adaptée au développement du monitoring électrique. Pour cela, les jeux (ou les précharges) peuvent être gérés, la rigidité du composant est pilotée par un modèle de raideur calibré. La dissipation et le frottement sont introduits par la lubrification. Une description multi-contact de l'interface conduit à introduire la notion de qualité du contact, essentielle au couplage électromécanique. La surface de contact "dynamique" responsable du transfert électrique est appréhendée en réduisant le contact de Hertz (ou Greenwood), selon la vitesse de rotation. Le principe d'une mesure électrique localisée sur les roulements est évoqué pour déduire le régime de lubrification prédominant du composant. Par extension, une méthode de surveillance et de diagnostic électrique est en développement. Un modèle électromécanique valable pour les régimes de lubrification limite et mixte consiste à déterminer une résistance électrique effective du roulement en fonctionnement. La sensibilité et la richesse du signal électrique, en réponse aux différentes sollicitations (charge, vitesse, défauts, ...) sont exploitées pour vérifier le montage et capter d'éventuelles anomalies. Les mesures expérimentales [21], obtenues sans véritable capteur se révèlent non destructrices, très sensibles aux conditions de fonctionnement et faciles d'accès pour le personnel de maintenance. Les chargements non-conformes et les défauts sont essentiellement identifiés au travers des signatures électriques du roulement, en réalisant une analyse similaire aux méthodes vibratoires [29]. Dans le cadre de l'industrie du futur, la virtualisation de l'état de la machine via ses roulements est à l'étude. Continuer de développer le jumeau numérique consiste à faire communiquer en "temps réel", le fonctionnement de la machine avec les simulations, à partir de capteurs connectés fournissant les entrées au logiciel du roulement. "L'utilisateur augmenté" accède ainsi aux informations locales du roulement (pressions de contact, contraintes dans les bagues, régime de lubrification, signatures électriques,...) pour faciliter la prise de décision. Le monitoring des roulements pourrait même gagner en efficacité, en corrigeant de façon autonome et préventive, le contrôle commande de la machine.

Remerciements

Ce travail est mené dans le cadre du projet picardie technopole EROLLING, dans la continuité du projet structurant SIGNATELEC. Merci à la région Hauts-de-France pour son soutien financier et aux partenaires industriels (EREM, FIVES et GIMA) et académiques (UPJV et école d'ingénieurs ESIEE-Amiens)

Références

- [1] K. Bourbatache, M. Guessasma, E. Bellenger, V. Bourny, and J. Fortin. Dem ball bearing model and defect diagnosis by electrical measurement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 41 :98–112, 2013.
- [2] K. Bourbatache, M. Guessasma, E. Bellenger, V. Bourny, and A. Tekaya. Discrete modelling of electrical transfer in multi-contact systems. *Granular Matter*, 14 (1) :1–10, 2012.

- [3] P. Chazalon. *Etudes des variations de la résistance électrique du contact Balai-Bague de l'alternateur*. PhD thesis, École centrale Paris, 2013.
- [4] E. Chevalier. *Définition d'indices de qualité du contact glissant métallique : signatures électriques de l'état de surface*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2014.
- [5] P. A. Cundall. Formulation of three-dimensional distinct element mode part 1. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *J. Rock Mech., Min. Sci. and Geomech*, 25 :107–116, 1988.
- [6] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29 :235–257, 1979.
- [7] N. Demirhan and B. Kanber. Stress and displacement distributions on cylindrical roller bearing rings using fem. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 36 :86–102, 2008.
- [8] D. Dowson and G. R. Higginson. *Elasto-hydrodynamic lubrication*. Pergamon Press, 2nd ed, 1977.
- [9] J. Fortin, O. Millet, and G. De Saxcé. Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 62 :639–663, 2004.
- [10] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson. Contact of nominally flat surfaces. *Proc. of the Royal A.*, 295 :300–319, 1966.
- [11] P. Guay. *Lubrification élastohydrodynamique*. Technical report, Techniques de l'Ingénieur, 2015.
- [12] H. Haddad. *Couplage MED-MEF : modélisation numérique du transfert thermique dans les interfaces de contact*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2013.
- [13] B. J. Hamrock and W. J. Anderson. *Rolling-element bearings*. National Technical Information Service, 1983.
- [14] B. J. Hamrock and D. Dowson. *Ball Bearing Lubrication : Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*. John Wiley & Sons Inc, 1981.
- [15] T. A. Harris and M. N. Kotzalas. *Rolling Bearing Analysis : Essential concepts of Bearing Technology*. 2006.
- [16] R. Holm. *Electrical contacts. Theory and applications*. Springer-Verlag, 1967.
- [17] R. Holm, R. Holm, and E. I. Shoberg. Theory of hardness and measurements applicable to contact problems. *Journal of Applied Physics*, 20, 1949.
- [18] K. H. Hunt and F. R. E. Crossley. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics*, 42 (2) :440–445, 1975.
- [19] J.F. Jerier and J. F. Molinari. Normal contact between rough surfaces by the discrete element method. *Tribology International*, (47) :1–8, 2012.
- [20] G. Lundberg and A. Palmgren. *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*. 1947.
- [21] C. Machado. *Modélisation et simulation électromécaniques par la MED des systèmes multi-contacts : application à la surveillance des roulements par une mesure électrique*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2015.
- [22] C. Machado, K. Bourbatache, M. Guessasma, E. Bellenger, V. Bourny, and J. Fortin. Simulation électromécanique par la med : Application au diagnostic des défauts dans les roulements à billes. In *Colloque National en Calcul des Structures*, 2013.

- [23] C. Machado, M. Guessasma, and E. Bellenger. Electromechanical modelling by dem for assessing internal ball bearing loading. *Mechanism and Machine Theory*, 92 :338–355, 2015.
- [24] C. Machado, M. Guessasma, and E. Bellenger. An improved 2d modeling of bearing based on dem for predicting mechanical stresses in dynamic. *Mechanism and Machine Theory*, 113 :53–66, 2017.
- [25] C. Machado, M. Guessasma, E. Bellenger, K. Bourbatache, V. Bourny, and J. Fortin. Diagnosis of faults in the bearing by electrical measures and numerical simulations. *Mechanics and Industry*, 15(5) :383–391, 2014.
- [26] C. Machado, M. Guessasma, E. Bellenger, and H. Haddad. Modélisation électromécanique par la med d’un roulement à billes pour la caractérisation de l’état de chargement. In *Colloque National en Calcul des Structures*, 2015.
- [27] R. D. Mindlin and H. Deresiewicz. Elastic spheres in contact under varying oblique force. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 20 :327–344, 1953.
- [28] W. Qian. *Dynamic simulation of cylindrical roller bearings*. PhD thesis, Aachen University, 2014.
- [29] R. B. Randall and J. Antoni. Rolling element bearing diagnostics - a tutorial. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25 :485–520, 2011.
- [30] R. Stribeck. Ball bearings for various loads. *Trans. ASME*, 29 :420–463, 1907.
- [31] B. J Stone T. L. H Walford. The sources of damping in rolling element bearings under oscillating conditions. *The Institution of Mechanical Engineers*, 197, 1983.
- [32] A. Tekaya, R. Bouzerar, and V. Bourny. Influence of surface topology on the electrical response of many bead assemblies. *AIP Advances*, 2012.
- [33] A. Tekaya, R. Bouzerar, V. Bourny, and I. Tekaya. Electron tunnelling in metallic beads systems and slow electric relaxation. *World Journal of Engineering*, 8(2) :171–178, 2011.